



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΣΕΡΡΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ & ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΡΑΜ
ΠΑΛΜΟΣΕΙΡΩΝ ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΚΑΝΑΛΙ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΕΝΟΥ
ΕΥΡΟΥΣ ΦΑΣΜΑΤΟΣ**

Πτυχιακή Εργασία των:

Παπατάσου Κυριακή (902)
Σακέλλη Ροβένα (1428)

Επιβλέπουσα:
Δρ. Τσιπουρίδου Δέσποινα,
Επιστημονικός Συνεργάτης

Σέρρες Ιούλιος 2013

Ευχαριστίες

Στο σημείο αυτό θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε όλους όσους συνέβαλαν στην πραγμάτωση αυτής της Πτυχιακής Εργασίας και ειδικότερα:

- Την καθηγήτρια μας **κ. Τσιπουρίδου Δέσποινα** για τη συνεχή εποπτεία της και το αμέριστο ενδιαφέρον της. Θα θέλαμε να την ευχαριστήσουμε επίσης για το γεγονός ότι καθ' όλη τη διάρκεια της πτυχιακής ήταν πρόθυμη να συμβάλλει στην επίλυση των προβλημάτων που προέκυψαν παρόλο το φόρτο εργασίας της.
- Τους καθηγητές του τμήματος Πληροφορικής και Επικοινωνιών για τις γνώσεις που μας παρείχαν κατά τη φοίτησή μας που σε συνδυασμό με τις δικές μας προσπάθειες συντέλεσαν τόσο στην αρτιότητα της εργασίας μας όσο και στην απόκτηση γνώσεων που καλύπτουν περισσότερα του ενός γνωστικών αντικειμένων.

Προσωπικά:

- Τους γονείς μου που με στήριξαν ψυχολογικά και οικονομικά τα 10 χρόνια που είμαι στη σχολή και συγκεκριμένα τον πατέρα μου που τόσο άδικα έφυγε από την ζωή.
- Τον κύριο Ευσταθίου που με βοήθησε πολύ καθ' όλη την διάρκεια της φοίτησής μου και είναι σίγουρα ένας άνθρωπος που δεν θα ξεχάσω ποτέ.
- Και φυσικά τον άνθρωπό της ζωής μου που με στήριξε και με βοήθησε και ίσως χρωστάω σε αυτόν το πτυχίο μου. Λάζαρε σε ευχαριστώ.

Παπατάσου Κική

Με την σειρά μου και εγώ με την ολοκλήρωση της πτυχιακής μας εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους ανθρώπους που συνέβαλαν στη διεκπεραίωση της.

- Θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για τα όσα έχει κάνει για μένα και τους καρδιακούς μου φίλους για τη στήριξη, τη συμπαράσταση και την κατανόησή τους. Φυσικά ευχαριστώ και την συνάδελφο μου Παπατάσου Κική για την συνεργασία και την βοήθεια της.

Σακέλλη Ροβένα

Εισαγωγή

Στόχος αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η εξοικείωση με βασικές έννοιες των τηλεπικοινωνιακών συστημάτων. Η κατανόηση βασικών αρχών που διέπουν τη διάδοση ψηφιακής πληροφορίας θα πραγματοποιηθεί μέσω της υλοποίησης ενός απλού συστήματος στο προγραμματιστικό περιβάλλον του Matlab. Μελετήσαμε την θεωρητική μαθηματική ανάλυση του θέματος και υλοποιήσαμε στο Matlab κάθε του κομμάτι σε λεπτομέρεια.

Στην παρούσα εργασία θα μελετηθούν αρχικά τα **PAM** συστήματα βασικής ζώνης (baseband), το φαινόμενο της **διασυμβολικής παρεμβολής** (ISI), το κριτήριο **Nyquist** και οι παλμοί **raised cosine** (υψωμένου συνημίτονου). Στη συνέχεια θεωρώντας το ασύρματο κανάλι διάδοσης ιδανικό ($c(t)=1$), θα μελετήσουμε το βέλτιστο δέκτη για **AWGN** (Προσθετικός Λευκός Γκαουσιανός Θόρυβος) κανάλι. Τέλος θα μελετηθεί η **διαμόρφωση** και η **αποδιαμόρφωση** του σήματος πληροφορίας.

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες	
Εισαγωγή	
Κεφάλαιο 1^ο : Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα	4
1.1 Εισαγωγή	4
1.2 Οι τηλεπικοινωνίες γενικά	4
1.3 Αναλογική και ψηφιακή μετάδοση	10
1.4 Διαμόρφωση Πλάτους Παλμών(PAM)	12
1.5 Παλμοκωδική Διαμόρφωση (PCM)	13
1.6 Το μοντέλο ενός ψηφιακού επικοινωνιακού συστήματος	16
1.7 Παρεμβολές λόγω θορύβου	17
1.8 Διαμόρφωση	21
1.8.1 Διαμόρφωση αναλογικού σήματος	22
1.8.2 Διαμόρφωση πλάτους (Amplitude Modulation AM)	25
1.8.3 Αποδιαμόρφωση	29
Κεφάλαιο 2^ο : Διασυμβολική Παρεμβολή (ISI)	31
2.1 Εισαγωγή	31
2.2 Μαθηματική ανάλυση	32
2.3 Φιλτράρισμα καναλιού κατά Nyquist	39
2.4 Περιορισμός εύρους φάσματος	40
2.5 Παλμοί ανυψωμένου συνημιτόνου (raised cosine)	42
2.6 Παλμοί Square root raised cosine	45
2.6.1 Ιδιότητες παλμών square root raised cosine	46

2.7 Περιοδόγραμμα.	47
2.8 Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (power spectral density).	48

Κεφάλαιο 3^ο : Μετάδοση δεδομένων στην βασική ζώνη συχνοτήτων. . . 49

3.1 Εισαγωγή.	49
3.2 Στοιχεία των δυαδικών συστημάτων PAM βασικής ζώνης.	49
3.3 Μετάδοση PAM παλμοσειρών μέσω ιδανικών καναλιών περιορισμένου εύρους φάσματος.	51
3.4 Προσαρμοσμένο φίλτρο.	54
3.5 Υπολογισμός φασματικής πυκνότητας ισχύος PAM κυματομορφών βασικής ζώνης.	57

Κεφάλαιο 4^ο: Προσομοίωση PAM παλμοσειρών μέσα από κανάλι περιορισμένου εύρους φάσματος. 61

4.1 Εισαγωγή.	61
4.2 Παλμοί ανυψωμένου συνημιτόνου (raised cosine).	62
4.3 Σχεδιασμός εκπεμπόμενης PAM παλμοσειράς.	65
4.4 Μετάδοση PAM κυματομορφών μέσω ιδανικών καναλιών- Βασική ζώνη. .67	
4.4.1 Παλμοί square root raised cosine.	67
4.4.2 Σύγκριση square root raised cosine – raised cosine.	68
4.5 Προσομοίωση μετάδοσης με χρήση παλμών τετραγωνικής ρίζας ανυψωμένου συνημιτόνου μέσω ιδανικού καναλιού- Βασική ζώνη.	70
4.5.1 Εισαγωγή.	70
4.5.2 Περιοδόγραμμα.	71
4.5.3 Φασματική πυκνότητα ισχύος.	72
4.6 Προσομοίωση μετάδοσης παρουσία Θόρυβος.	73
4.7 Διαμόρφωση – Αποδιαμόρφωση.	76
4.7.1 Διαμόρφωση.	76
4.7.2 Αποδιαμόρφωση.	78
4.8 Ρυθμός εμφάνισης λανθασμένων δυαδικών ψηφίων (BER).	81
4.9 Συμπεράσματα	82

Παράρτημα I Μαθηματικά Εργαλεία.	84
1.1 Εισαγωγή.	84
1.2 Μετασχηματισμός Fourier.	85
1.3 Ιδιότητες Fourier.	86
1.4 Η συνάρτηση Dirac Δέλτα.	89
Βιβλιογραφία.	

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα

1.1 Εισαγωγή

Επικοινωνία είναι η διαδικασία ανταλλαγής πληροφορίας συνήθως μέσω ενός κοινού συστήματος επικοινωνίας. Οι άνθρωποι επικοινωνούν με σκοπό την ανταλλαγή γνώσεων και εμπειριών. Συνηθισμένες μορφές ανθρώπινης επικοινωνίας είναι η γλώσσα των συμβόλων, η ομιλία, η γραφή, οι χειρονομίες. Υπάρχει πλήθος θεωριών επικοινωνίας που προσπαθούν να εξηγήσουν την ανθρώπινη επικοινωνία. Όλες έχουν την ίδια κεντρική φιλοσοφία: η επικοινωνία είναι μια διαδικασία πέντε βημάτων που ξεκινά με τη δημιουργία του μηνύματος και στη συνέχεια την αποστολή του σε κάποιο άλλο άτομο, οργανισμό ή ομάδα ανθρώπων. Αυτό το μήνυμα λαμβάνεται και στη συνέχεια ερμηνεύεται. Τέλος, υπάρχει η απάντηση σε αυτό το μήνυμα που ολοκληρώνει τη διαδικασία της επικοινωνίας[1].

1.2 Οι τηλεπικοινωνίες γενικά

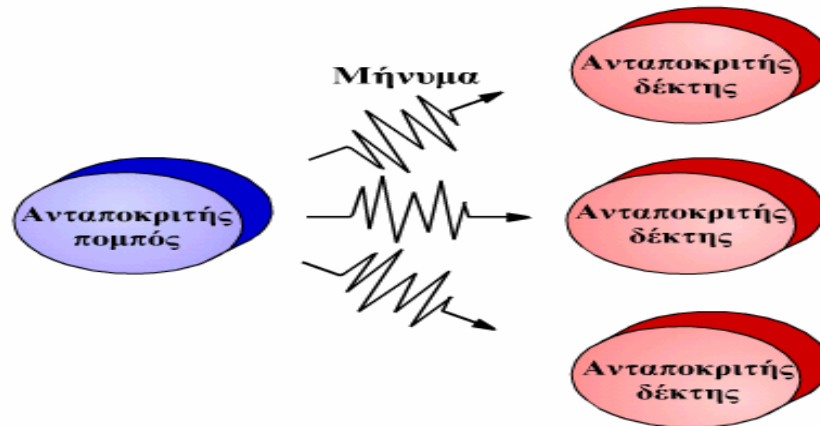
Ο όρος τηλεπικοινωνία αναφέρεται στο σύνολο των μέσων και των απαραίτητων τεχνικών, για την ανταλλαγή πληροφοριών μεταξύ δύο ή περισσότερων δεκτών σε οποιαδήποτε απόσταση με υψηλή πιστότητα και αξιοπιστία. Με άλλα λόγια οι τηλεπικοινωνίες είναι το εργαλείο ή τα εργαλεία, που ικανοποιούν τη ζωτική ανάγκη του ανθρώπου για επικοινωνία. Αυτή η

ανάγκη είναι τόσο παλιά όσο και ο άνθρωπος. Η ανταλλαγή αυτή πραγματοποιείται σε ορισμένες ειδικές περιπτώσεις με οπτικά ή ακουστικά σήματα μέσω του ελεύθερου χώρου, κατά κανόνα όμως σήμερα εξασφαλίζεται με ηλεκτρικά σήματα. Το ηλεκτρικό ρεύμα με τις ιδιότητές του της εύκολης και οικονομικής παραγωγής, μεταφοράς και επεξεργασίας έκανε δυνατή την εξάπλωση των τηλεπικοινωνιών σε ολόκληρη την υδρόγειο και το διάστημα. Επιπλέον, προχωρεί με ολοένα αυξανόμενο ρυθμό η χρησιμοποίηση οπτικών καλωδίων με μετάδοση φωτός, η οποία παρουσιάζει ορισμένα ισχυρά πλεονεκτήματα σε σύγκριση με την ηλεκτρική μετάδοση.

Οι τηλεπικοινωνίες παλιότερα περιορίζονταν σε ανταλλαγή φωνητικών μηνυμάτων. Σήμερα συνεχώς διευρύνεται και οι προς ανταλλαγή πληροφορίες ποικίλουν στη φύση και το χαρακτήρα τους. Περιοριζόμενοι στις βασικότερες πληροφορίες πρέπει να αναφέρουμε:

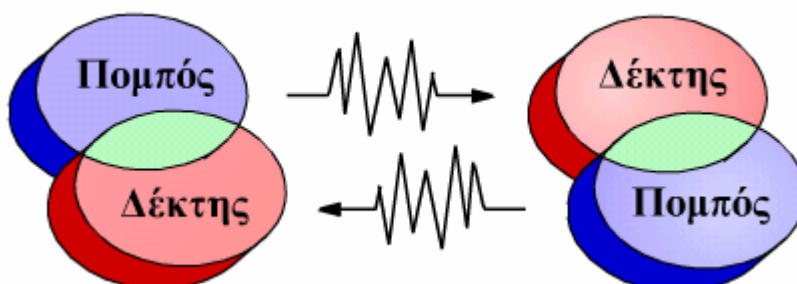
- Τις ακουστικές πληροφορίες, τα φωνητικά ή γενικότερα τα ηχητικά μηνύματα.
- Τις οπτικές εικόνες ή γενικότερα τα οπτικά (video) μηνύματα.
- Τα σήματα δεδομένων μεταξύ υπολογιστών ή μεταξύ αυτόματων μηχανών κ.α.

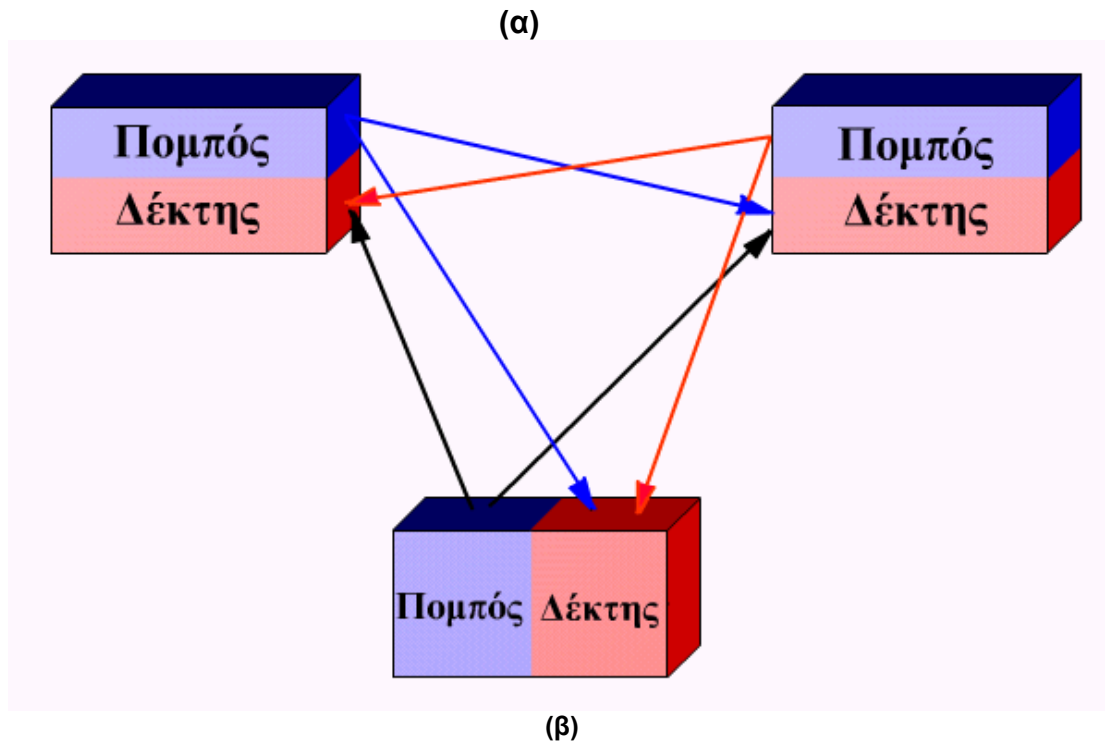
Ο τρόπος που εκδηλώνεται η ανάγκη για επικοινωνία επίσης ποικίλει. Για να κατανοήσουμε καλύτερα τα πράγματα, ας αναφερθούμε στην εικόνα 1.1. Αυτόν που στέλνει ένα μήνυμα, μια πληροφορία, τον αποκαλούμε “πομπό”. Αυτόν που λαμβάνει το μήνυμα, τον αποδέκτη, δηλαδή, τον αποκαλούμε απλά “δέκτη”. Στην εικόνα 1.1 οι όροι πομπός και δέκτης αναφέρονται στους ανταποκριτές χρήστες, οι οποίοι διαθέτουν κάποιο ηλεκτρονικό σύστημα, για να μπορούν να στείλουν ή να πάρουν ένα μήνυμα.



Εικόνα 1.1. Ένα απλό σύστημα επικοινωνίας.

Σε ένα απλό ή σύνθετο σύστημα επικοινωνίας, σαν αυτό της εικόνας 1.1, ο ανταποκριτής πομπός είναι πάντοτε προσδιορισμένος. Αντίθετα ο ανταποκριτής δέκτης μπορεί να είναι προσδιορισμένος, όπως στην τηλεφωνία, ή αόριστος, όπως στη ραδιοφωνία ή την τηλεόραση. Στην εικόνα 1.1 απεικονίζεται ένα μονόδρομο σύστημα επικοινωνίας. Δηλαδή, κάποιος αποστέλλει μηνύματα και κάποιος ή κάποιοι απλώς λαμβάνουν τα μηνύματα αυτά. Παραδείγματα τέτοιου συστήματος αποτελούν η ραδιοφωνία, η τηλεόραση κ.λ.π. Υπάρχουν τηλεπικοινωνιακά συστήματα που επιτρέπουν αμφίδρομη (και προς τις δύο κατευθύνσεις) επικοινωνία μεταξύ των χρηστών. Καθένας είναι συγχρόνως και πομπός και δέκτης, όπως στην κλασική ενσύρματη τηλεφωνία, τη ραδιοτηλεφωνία ή την κινητή τηλεφωνία. Ένα τέτοιο σύστημα με δύο ανταποκριτές απεικονίζεται στην εικόνα 1.2.α. Γενικεύοντας, έχουμε αμφίδρομα συστήματα επικοινωνιών για περισσότερους χρήστες. Σε αυτήν την περίπτωση μιλάμε για δίκτυο επικοινωνιών. Στην εικόνα 1.2.β απεικονίζεται ένα τέτοιο απλό δίκτυο με τρεις ανταποκριτές.



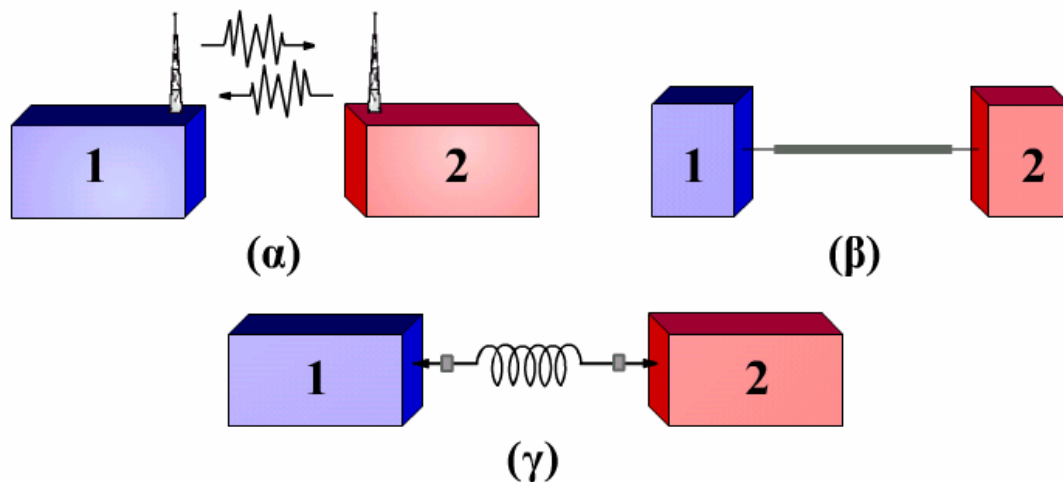


Εικόνα 1.2 (α) Αμφίδρομο σύστημα επικοινωνίας
(β) Απλό δίκτυο επικοινωνίας

Σημειώσαμε νωρίτερα ότι οι πληροφορίες που θέλουμε να στείλουμε μακριά με ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα ποικίλουν. Μπορεί να είναι ακουστικά μηνύματα όπως ομιλία, μουσική. Μπορεί να είναι μια φωτογραφία, μια εικόνα, ένα κείμενο κ.λ.π. Μπορεί να είναι σήματα απλών εντολών, όπως η εντολή για την αυτόματη εκκίνηση μιας μηχανής, ενός κινητήρα, το άνοιγμα ή το κλείσιμο ενός ρελαί κ.α.

Το μέσον που χρησιμοποιούμε για να στείλουμε αυτές τις πληροφορίες επίσης ποικίλλει και μπορούμε να διαλέξουμε πολλούς τρόπους. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ενσύρματη μετάδοση, δηλαδή καλώδιο. Ως παράδειγμα αναφέρουμε την απλή τηλεφωνία που γνωρίζουμε όλοι μας όπου το ηχητικό σήμα μετατρέπεται σε ρεύμα και διατρέχει το καλώδιο. Μπορούμε να επιλέξουμε ασύρματη μετάδοση, δηλαδή να χρησιμοποιήσουμε, όπως θα δούμε στην επόμενη παράγραφο, ηλεκτρομαγνητικά κύματα. Πάλι ως

παράδειγμα αναφέρουμε τη ραδιοφωνία, την τηλεόραση, το ραντάρ (radar), που είναι μάλιστα μονόδρομα συστήματα. Αμφίδρομο σύστημα ασύρματης επικοινωνίας είναι η κινητή τηλεφωνία, η οποία στις μέρες μας έχει τεράστια ανάπτυξη. Σήμερα προσφέρονται επίσης οι οπτικές επικοινωνίες, όπου τα μηνύματα που θέλουμε να στείλουμε μετατρέπονται σε φως, που στη συνέχεια παγιδεύεται και μεταδίδεται σε ειδικό γυάλινο καλώδιο, το οποίο ονομάζεται οπτική ίνα (εικόνα 1.3.γ).



Εικόνα 1.3 : Διάφορα συστήματα μετάδοσης
 (α) Ασύρματη μετάδοση
 (β) Ενσύρματη μετάδοση (γ) Μετάδοση με οπτική ίνα

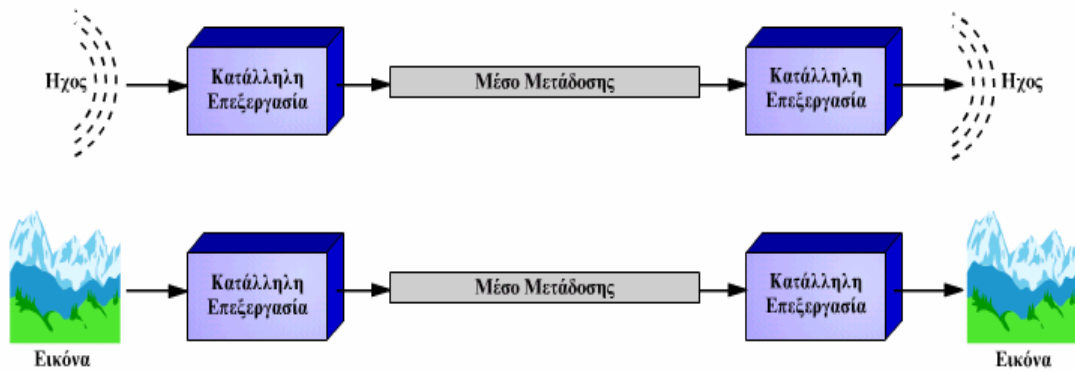
Οι οπτικές ίνες χρησιμοποιούνται ευρύτατα από τους τηλεπικοινωνιακούς οργανισμούς των διάφορων χωρών, για συνδέσεις μεγάλων αποστάσεων, ενώ σιγά σιγά η χρήση τους επεκτείνεται και σε εφαρμογές τοπικών δικτύων. Πρέπει τέλος να σημειώσουμε ότι υπάρχουν μεγάλα δίκτυα επικοινωνιών, που αποτελούν συνδυασμό όλων των παραπάνω τρόπων μετάδοσης. Συμπερασματικά πρέπει να πούμε ότι, με βάση τις ανάγκες επικοινωνίας και ψυχαγωγίας του σύγχρονου ανθρώπου και του τρόπου αξιοποίησης των μέσων και μεθόδων που διατίθενται, υπάρχει μεγάλη ποικιλία συστημάτων επικοινωνίας που εξυπηρετούν διαφορετικές εφαρμογές.

Αναφέρουμε συνοπτικά τα εξής:

- Ραδιοφωνία,
- Τηλεόραση,
- Τηλεφωνία,
- Τηλεγραφία (για την αποστολή κειμένων),
- Τηλεμοιοτυπία (Fax),
- Modems για επικοινωνία υπολογιστών,
- Ραδιοτηλεφωνία,
- Ραντάρ,
- Δορυφορικά συστήματα εκπομπής και λήψης,
- Οπτικές ίνες

Αυτά τα συστήματα διαφέρουν στη φύση των διακινούμενων πληροφοριών και στα χαρακτηριστικά του μέσου με το οποίο γίνεται η επικοινωνία. Διαφέρουν επίσης στον κατευθυντικό ή όχι χαρακτήρα των πληροφοριών. Για παράδειγμα, στη ραδιοφωνία έχουμε ασύρματη ζεύξη, οι πληροφορίες είναι ακουστικά σήματα και απευθύνονται σε πολλούς και ανώνυμους ακροατές. Στην περίπτωση της ραδιοτηλεφωνίας το μήνυμα απευθύνεται σε συγκεκριμένο ανταποκριτή, με τον οποίο θέλουμε να επικοινωνήσουμε. Αυτές οι τρεις διαφορές – χαρακτηριστικά καθορίζουν το σωστό σχεδιασμό κάθε τηλεπικοινωνιακού συστήματος.

Στο σημείο αυτό πρέπει να σχολιάσουμε κάτι σημαντικό. Αυτά που ονομάσαμε μηνύματα ή πληροφορίες, δηλαδή την ομιλία, τη μουσική, την εικόνα, είναι φυσικές διεργασίες, οι οποίες δεν έχουν αρχικά σχέση με την ηλεκτρονική και τις τηλεπικοινωνίες. Ο ήχος είναι αυξομειώσεις της πίεσης του αέρα που διεγείρουν το όργανο της ακοής. Το οπτικό σήμα είναι αυξομειώσεις της έντασης του φωτός που διεγείρουν το όργανο της όρασης. Είναι προφανές ότι αυτά τα αρχικά φυσικά δεδομένα πρέπει να προετοιμαστούν κατάλληλα, για να σταλούν μακριά με κάποια μεθοδολογία, με κάποιο τηλεπικοινωνιακό σύστημα.



Εικόνα1.4 Προετοιμασία του μηνύματος πριν την αποστολή

1.3 Αναλογική και ψηφιακή μετάδοση

Η μετάδοση πληροφοριών σε μία ζεύξη πραγματοποιείται είτε με αναλογικά σήματα, σήματα συνεχή χρονικά με συνεχείς τιμές, είτε με ψηφιακά σήματα, σήματα διακριτά στο πεδίο χρόνου με διακριτές τιμές. Ανάλογα διακρίνουμε αναλογικά και ψηφιακά συστήματα μετάδοσης. (Μετάδοση με σήματα συνεχούς χρόνου με διακριτές τιμές ή σήματα διακριτού χρόνου με συνεχείς τιμές έχουν μικρή σημασία)[9].

Στα αναλογικά συστήματα το μέγεθος στην είσοδο (πομπό) μετατρέπεται σε ένα ανάλογο ηλεκτρικό σήμα, για παράδειγμα στο μικρόφωνο της τηλεφωνικής συσκευής σε ένα σήμα που η ένταση του παρακολουθεί τις διακυμάνσεις της έντασης της φωνής. Στο σήμα αυτό επενεργούν οι αλλοιώσεις που αναφέρθηκαν προηγουμένως αθροιστικά κατά τη μετάδοσή του στα διάφορα τμήματα της ζεύξης, με αποτέλεσμα η μορφή του στην έξοδο να διαφέρει από αυτή στην είσοδο. Η διατήρησή της ολικής παραμόρφωσης του σήματος κατά μέγιστο σε ένα προκαθορισμένο, ανεκτό επίπεδο αποτελεί το στόχο της αναλογικής τεχνικής μετάδοσης.

Στα ψηφιακά συστήματα το μέγεθος στην είσοδο (φωνή, κείμενο, κ.λ.π.) κωδικοποιείται με κατάλληλο κώδικα και τα στοιχεία του κώδικα παριστάνονται με διακριτά σήματα που αποστέλλονται στο δέκτη. Συνήθως χρησιμοποιείται δυαδικός κώδικας (κώδικας με στοιχεία δύο τιμών: 0,1) που υλοποιείται με ηλεκτρικούς παλμούς δύο καταστάσεων, για παράδειγμα

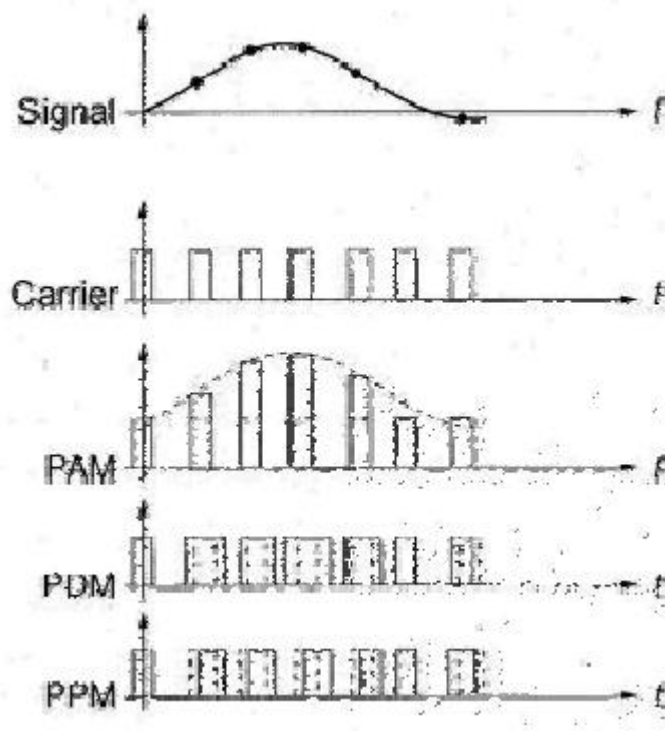
παλμούς με πλάτος $A(V)$ και $0(V)$ (μονοπολική κωδικοποίηση ή $A(V)$ και $-A(V)$ (πολική κωδικοποίηση). Οι παλμοί υφίστανται επίσης αλλοιώσεις κατά τη μετάδοσή τους. Το πρόβλημα εδώ είναι να παραμείνουν οι αλλοιώσεις σε τέτοιο επίπεδο, ώστε να είναι δυνατή η αναγνώριση της τιμής ενός παλμού (0 ή 1) με ορισμένο προκαθορισμένο ποσοστό σφάλματος κατά μέγιστο. Οι αλλοιώσεις δεν έχουν καμιά σημασία στην ποιότητα λήψης, εφόσον γίνει σωστή αναγνώριση της τιμής, σε αντίθεση με την αναλογική μετάδοση. Επίσης οι αλλοιώσεις δεν δρουν αθροιστικά στους παλμούς, διότι στις ενδιάμεσες διατάξεις αναμετάδοσης (σταθμοί αναμετάδοσης) είναι δυνατή η αναδημιουργία των παλμών. Το θέμα της ποιότητας μετάδοσης πλεονεκτούν επομένως στα ψηφιακά συστήματα. Στα ψηφιακά συστήματα, όταν το αρχικό σήμα είναι αναλογικό (για παράδειγμα το σήμα ομιλίας) απαιτείται η μετατροπή του στον πομπό σε ψηφιακό με δειγματοληψία, κβαντοποίηση και κωδικοποίηση και ύστερα από τη μετάδοση η αντίστροφη μετατροπή στο δέκτη από ψηφιακό σε αναλογικό. Η διαδικασία αυτή δημιουργεί επίσης ορισμένη παραμόρφωση.

Κατά την δειγματοληψία λαμβάνονται από το συνεχές σήμα σε τακτά χρονικά διαστήματα, διακριτά σήματα πολύ μικρής διάρκειας (παλμοί) που αντιστοιχούν στο πλάτος του σήματος κατά την στιγμή της δειγματοληψίας (Διαμόρφωση παλμών κατά πλάτος - PAM: Pulse Amplitude Modulation). Ο ρυθμός δειγματοληψίας πρέπει να είναι τουλάχιστο διπλάσιος της μέγιστης συχνότητας του σήματος (σύμφωνα με το θεώρημα δειγματοληψίας του Nyquist, για παράδειγμα 8000 δείγματα /s σε τηλεφωνικά σήματα των 4 kHz. Το πλάτος κάθε δείγματος κβαντίζεται, προσεγγίζεται στην πλησιέστερη τιμή ενός πεπερασμένου συνόλου τιμών, για παράδειγμα σε μια από 256 τιμές πλάτους κατά την μέθοδο PCM (Pulse Code Modulation - Παλμοκωδική Διαμόρφωση). Στη συνέχεια, κάθε κβαντισμένο δείγμα κωδικοποιείται με τόσα bits (σε δυαδική κωδικοποίηση), όσα απαιτούνται για την κωδική αναπαράσταση όλων των τιμών του πεπερασμένου συνόλου, για παράδειγμα με 8 bits κατά την PCM, που δίνουν $2^8 = 256$ διαφορετικούς συνδυασμούς. Με δειγματοληψία 8000 δείγματα/sec και κωδικοποίηση κάθε δείγματος με 8 bits προκύπτει για κάθε τηλεφωνικό σήμα ψηφιακή παροχή $8000 \times 8 = 64$ kbits. Αυτό σημαίνει ότι κάθε sec ομιλίας κωδικοποιείται με 64 kbits και χρειάζονται 64000 παλμούς για την μετάδοσή του. Το κανάλι μετάδοσης πρέπει να έχει

θεωρητικά εύρος ζώνης ίσο με το ήμισυ της ψηφιακής παροχής, δηλ. $64 : 2 = 32$ kHz για να φθάνουν στο δέκτη οι παλμοί χωρίς διασυμβολική παρεμβολή, δηλ. χωρίς να υπάρχει επικάλυψη(και παραμόρφωση)μεταξύ γειτονικών παλμών. Στην πράξη το εύρος ζώνης λαμβάνεται ίσο με την ψηφιακή παροχή, δηλ. 64 kHz για διεκπεραίωση 64 kbit/s.

1.4 Διαμόρφωση Πλάτους Παλμών(PAM)

Στην διαμόρφωση κατά πλάτους παλμών τα πλάτη μιας σειράς παλμών μεταβάλλονται ανάλογα με τις αντίστοιχες τιμές των δειγμάτων ενός συνεχούς σήματος. Στην παρακάτω εικόνα βλέπουμε μια διαμόρφωση PAM σε σύγκριση με τις δύο άλλες τεχνικές διαμόρφωσης που αναφέραμε παραπάνω



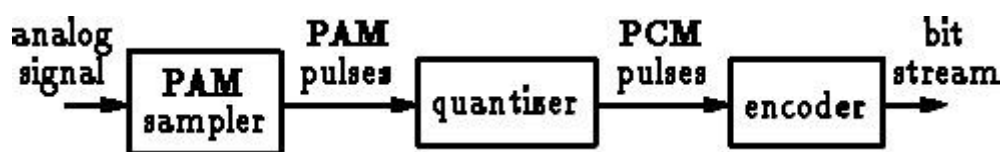
Εικόνα 1.5 Διαμόρφωση **PAM**

Είναι η απλούστερη μορφή διαμόρφωσης παλμών. Μπορούμε να πούμε ότι αποτελεί μια μορφή AM, με τη μόνη διαφορά ότι το φέρον σήμα είναι μια σειρά παλμών. Αυτό συνεπάγεται ότι η διαμόρφωση **PAM** έχει τις ίδιες

αδυναμίες με την AM, δηλαδή υψηλή ευαισθησία του σήματος σε θόρυβο και παρεμβολές. Η υψηλή ευαισθησία του σήματος σε θόρυβο και παρεμβολές συμβαίνει γιατί κάθε παρεμβολή κατά τη διαδρομή μετάδοσης (transmission path) θα προκαλέσει αλλαγές στη στάθμη της τάσης του σήματος και κατά συνέπεια στο πλάτος του. Αφού όμως το σήμα πληροφορίας αναπαρίσταται από το πλάτος του **PAM** σήματος, θα έχουμε παραμόρφωση σήματος. Για το λόγο αυτό η διαμόρφωση **PAM** δε χρησιμοποιείται συχνά. Έχουν αναπτυχθεί άλλες τεχνικές διαμόρφωσης παλμών όπως η τεχνική PCM που θα δούμε παρακάτω[9].

1.5 Παλμοκωδική Διαμόρφωση (PCM)

Λέγοντας παλμοκωδική διαμόρφωση στην ουσία εννοούμε την ψηφιοποίηση της διαμόρφωσης **PAM**. Οι ουσιώδεις λειτουργίες του πομπού ενός συστήματος **PCM** είναι η δειγματοληψία (**sampling**) η κβάντιση (**quantizing**) και η κωδικοποίηση (**encoding**) όπως φαίνεται στην εικόνα 1.6.



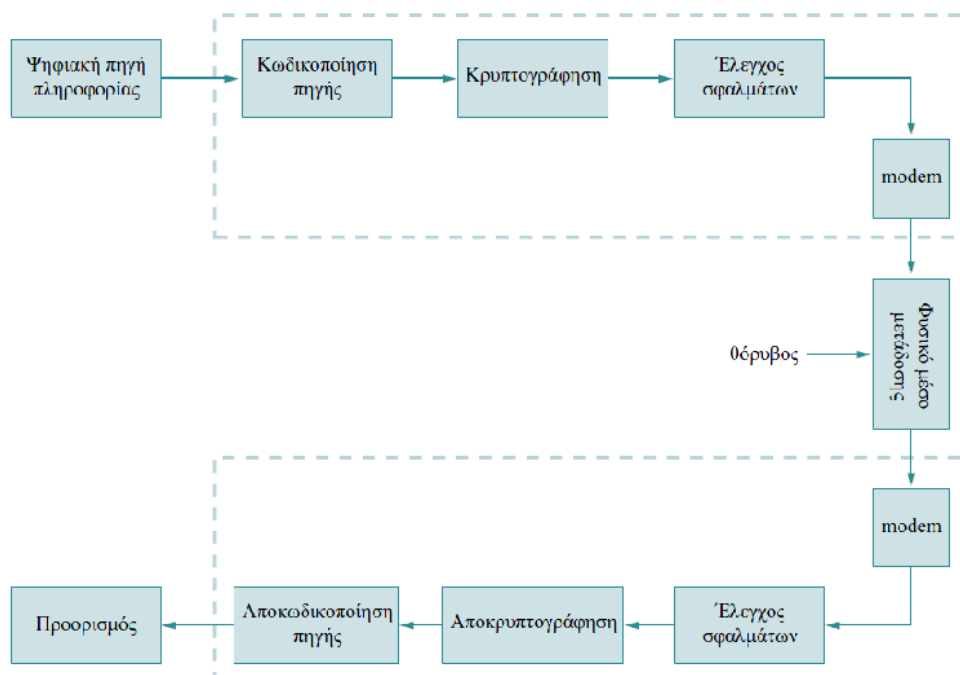
Εικόνα 1.6 Λειτουργίες **PCM** πομπού

Η έξοδος του δειγματολήπτη είναι προφανώς το σήμα PAM που αναλύσαμε στην προηγούμενη παράγραφο. Η κβάντιση είναι η διαδικασία μετατροπής της τιμής κάθε αναλογικού δείγματος PAM σε μια διακριτή τιμή που μπορεί να αναπαρασταθεί από μια λέξη κώδικα (code word). Το αρχικό συνεχές σήμα προσεγγίζεται από ένα σήμα το οποίο κατασκευάζεται από διακριτά πλάτη, επιλεγμένα από ένα διαθέσιμο σύνολο με βάση την

ελαχιστοποίηση του σφάλματος. Προφανώς εάν καθορίσουμε διακριτές στάθμες πλάτους με αρκετά μικρό βήμα μεταξύ τους, μπορούμε να κάνουμε το προσεγγίσιμο σήμα να μη ξεχωρίζει πρακτικά από το αρχικό συνεχές. Η διαφορά μεταξύ των δύο γειτονικών διακριτών τιμών ονομάζεται κβάντο (quantum) ή μέγεθος βήματος (step-size). Καθώς τα δείγματα PAM εισέρχονται στη φάση της κβάντισης, αντιστοιχίζονται σε μια διακριτή στάθμη πλάτους. Σε κάθε στάθμη αντιστοιχίζεται μια διακριτή τιμή με τη μορφή δυαδικής κωδικής λέξης (binary code word). Αν το μήκος της κωδικής λέξης είναι n bits τότε θα έχουμε 2^n διακριτές στάθμες PCM. Αν ένα δείγμα PAM δεν αντιστοιχιστεί στη διακριτή στάθμη την πιο κοντινή στην πραγματική τιμή του τότε έχουμε το λεγόμενο θόρυβο κβάντισης (quantization noise). Ο θόρυβος κβάντισης μειώνει το SNR του σήματος.

1.6 Το μοντέλο ενός ψηφιακού επικοινωνιακού συστήματος

Αυτή η ενότητα περιγράφει τα βασικά στοιχεία ενός ψηφιακού συστήματος επικοινωνίας. Το γενικό μοντέλο ενός τέτοιου συστήματος φαίνεται στην εικόνα που ακολουθεί.



Εικόνα 1.7 Γενικό Διάγραμμα ενός Ψηφιακού Επικοινωνιακού Συστήματος

Η ψηφιακή πηγή χρησιμοποιεί ένα πεπερασμένο πλήθος από σύμβολα για την αναπαράσταση της πληροφορίας. Η βασική λειτουργία του κωδικοποιητή της πηγής είναι η μετατροπή μιας ακολουθίας συμβόλων σε ακολουθία δυαδικών ψηφίων (bits).

Για παράδειγμα, ένας απλός τρόπος κωδικοποίησης ψηφιακής πηγής είναι η αντιστοίχιση του κάθε συμβόλου με μια ακολουθία bits σταθερού μήκους. Δύο παράμετροι λαμβάνονται υπόψη κατά την υιοθέτηση ενός σχήματος κωδικοποίησης μιας ψηφιακής πηγής: η συχνότητα εμφάνισης των διακεκριμένων συμβόλων σε ένα μήνυμα προς μετάδοση και η αυτοσυσχέτιση δύο διαδοχικών εμφανιζόμενων συμβόλων.

Στην συνέχεια η ακολουθία των bits κρυπτογραφείται για λόγους ασφαλείας, έτσι ώστε να εξασφαλιστεί η εθελουσία μυστικότητα της επικοινωνίας. Αυτό επιτυγχάνεται προσθέτοντας δύο επιπλέον χαρακτηριστικά στη μεταβιβαζόμενη πληροφορία:

- την εξουσιοδότηση προσπέλασης και ανάγνωσης και
- την απόδειξη γνησιότητας.

Σε αντίθεση με τη λειτουργία κωδικοποίησης της πηγής, ο έλεγχος των σφαλμάτων προσθέτει bits στην ακολουθία, τα οποία δεν έχουν καμία πληροφοριακή αξία. Τα bits αυτά βοηθούν στον έλεγχο ορθότητας και σε μερικές περιπτώσεις στην αποσφαλμάτωση της λαμβανόμενης πληροφορίας. Αυτά τα σφάλματα παρουσιάζονται κατά την μετάδοση της πληροφορίας σε ένα τηλεπικοινωνιακό κανάλι και οφείλονται συνήθως σε εσωτερικό θόρυβο από τα ηλεκτρονικά κυκλώματα του επικοινωνιακού συστήματος και σε εξωγενή θόρυβο (π.χ. βιομηχανικές παρεμβολές από κινητήρες, πομπούς κτλ, ηλιακό-κοσμικό θόρυβο). Στο σύστημα του παραλήπτη διενεργείται ο έλεγχος των σφαλμάτων. Ανάλογα με το χρησιμοποιούμενο μηχανισμό ελέγχου και το πλήθος των bits, το σύστημα θα μπορεί να εκτελέσει την πρώτη, τις δύο πρώτες ή και τις τρεις παρακάτω λειτουργίες

- Να αναγνωρίσει κάποιες καθορισμένες μορφές και συνδυασμούς σφαλμάτων
- Να εντοπίσει τα εσφαλμένα bits
- Να διορθώσει τα σφάλματα μετάδοσης

Η συσκευή διαμόρφωσης- αποδιαμόρφωσης (modem, Modulator-DEModulator) μετατρέπει την εισερχόμενη ψηφιακή ακολουθία σε ηλεκτρικό σήμα κατάλληλο να διαδοθεί από ένα προκαθορισμένο φυσικό μέσο μετάδοσης.

Τα συνηθισμένα μέσα μετάδοσης που χρησιμοποιούνται για την υλοποίηση των καναλιών επικοινωνίας είναι τα ακόλουθα:

- **Χάλκινα σύρματα:** Συνήθως απαντώνται σε μορφή ζεύγους συρμάτων, τα οποία είναι μονωμένα, ώστε να μην υπάρχει επαφή μεταξύ τους, και συνεστραμμένα το ένα γύρω από το άλλο, για μείωση του θορύβου από διάφορες παρεμβολές. Χρησιμοποιούνται κατά κύριο λόγο στο τηλεφωνικό δίκτυο, το οποίο περιορίζει το εύρος ζώνης συχνοτήτων στην περιοχή 300Hz-3.1kHz, αν και με χρήση της τεχνολογίας DSL το εύρος ζώνης μπορεί να φτάσει τα 6MHz. Χάλκινα σύρματα χρησιμοποιούνται όλο και περισσότερο στην διασύνδεση Η/Υ σε τοπικά δίκτυα. Το μειονέκτημά τους είναι η μεγάλη ευαισθησία τους σε εξωτερικές Η/Μ παρεμβολές, το οποίο όμως αντισταθμίζεται από το πολύ χαμηλό τους κόστος.

- **Ομοαξονικό καλώδιο:** Έχει ισχυρή θωράκιση από Η/Μ παρεμβολές και κατά συνέπεια μεγάλο εύρος φάσματος, μέχρι και 1GHz. Οι πιο συνηθισμένες χρήσεις του είναι στη διανομή του σήματος της καλωδιακής τηλεόρασης και (παλαιότερα) στη σύνδεση Η/Υ σε τοπικό δίκτυο Ethernet.

- **Οπτικές ίνες:** Τα πλεονεκτήματα των οπτικών ινών είναι πολύ σημαντικά και η χρήση τους περιορίζεται μόνο από το αυξημένο τους κόστος. Η μετάδοση πραγματοποιείται με δέσμες φωτός και για το λόγο αυτό είναι απρόσβλητες από Η/Μ παρεμβολές. Επίσης το εύρος φάσματός τους είναι

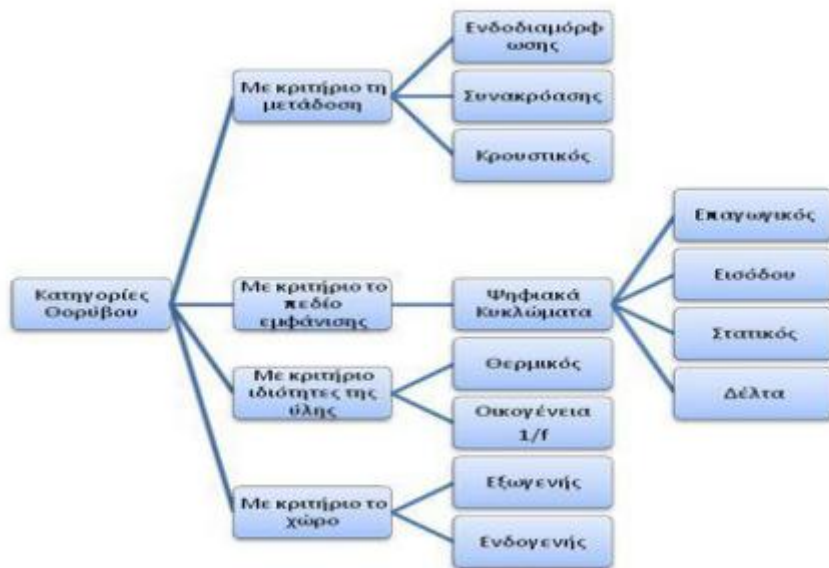
πολύ μεγάλο, της τάξης των 10¹³Hz, ενώ και η πρώτη ύλη τους (άμμος) είναι ανεξάντλητη.

• **Ελεύθερος χώρος:** Στις ασύρματες επικοινωνίες το μέσο μετάδοσης είναι ο αέρας ή το κενό και η επικοινωνία πραγματοποιείται με εκπομπή Η/Μ κυμάτων. Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι οι ραδιοφωνικές εκπομπές AM ή FM και η εκπομπές τηλεοπτικών σταθμών, όπου το εύρος ζώνης είναι 20kHz, 200kHz και 6MHz αντίστοιχα. Άλλες εφαρμογές της ασύρματης μετάδοσης είναι οι δορυφορικές εκπομπές (στα 4-6GHz), οι μικροκυματικές ζεύξεις (συχνότητες μεγαλύτερες από 3GHz) και η κινητή τηλεφωνία (στα 900MHz ή τα 1.8GHz στο GSM). Οι περιοχές συχνοτήτων για τη μετάδοση συγκεκριμένων σημάτων καθορίζονται από τοπικούς ή διεθνείς οργανισμούς με χορήγηση ειδικής άδειας.

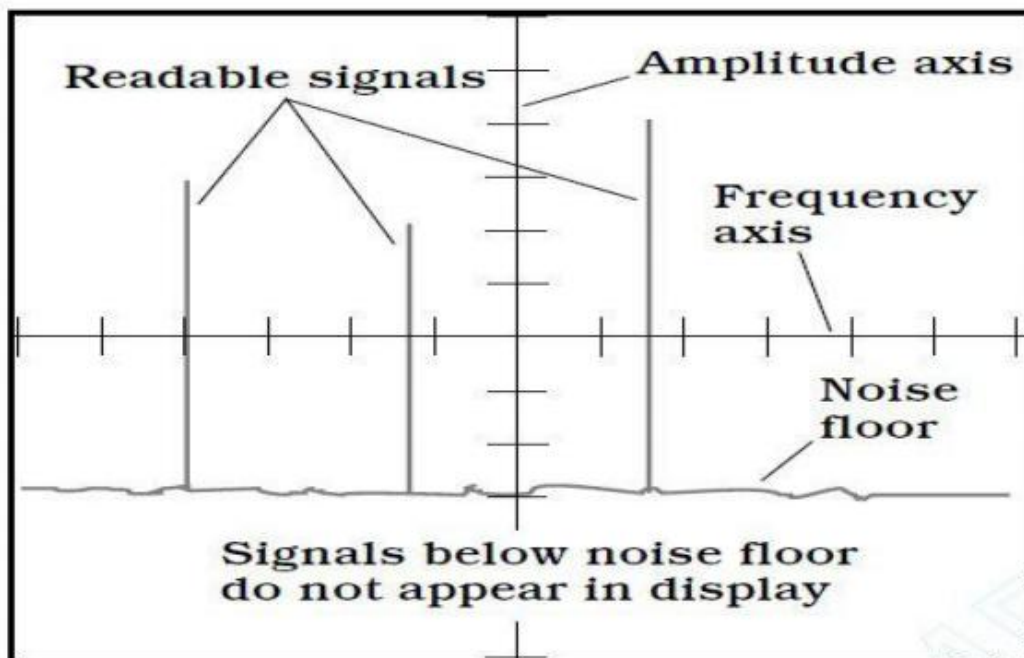
1.7 Παρεμβολές λόγω θορύβου

Είναι γεγονός πως η έννοια του θορύβου είναι πολυδιάστατη και της έχουν αποδοθεί κατά καιρούς διάφορες ερμηνείες, γεγονός απόλυτα λογικό αφού εντοπίζεται σε κάθε έκφανση μετάδοσης σημάτων και υλοποίησης ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος[1].

Σύμφωνα με το πρότυπο λεξικό επιστημονικών όρων του Ηλεκτρισμού και της Ηλεκτρονικής του οργανισμού IEEE ο θόρυβος ορίζεται ως «οι ανεπιθύμητες διαταραχές που επιμολύνουν ένα ωφέλιμο σήμα τείνοντας να αποκρύψουν το πληροφοριακό του περιεχόμενο». Όπως προαναφέρθηκε, ο θόρυβος αφορά πολλές και ποικίλες περιπτώσεις αποκατάστασης ακέραιας επικοινωνίας ανάμεσα σε έναν πομπό και έναν δέκτη. Στην εικόνα που ακολουθεί επιχειρείται μια κατηγοριοποίηση του θορύβου με βάση διαφορετικά κάθε φορά κριτήρια.



Εικόνα 1.8 Κατηγοριοποίηση θορύβου



Εικόνα 1.9 Απώλεια πληροφορίας σε ανάλυση φάσματος εξαιτίας θορύβου

Κατά παράδοση, ο θόρυβος θεωρείται σημαντικός όταν επιμολύνει ασθενή σήματα, δηλαδή όταν τα πλάτη των επεξεργαζόμενων σημάτων είναι

παρόμοια με αυτά του υπάρχοντος θορύβου. Έτσι, το σήμα της πληροφορίας κινδυνεύει να χάσει το περιεχόμενό του σε πολύ θορυβώδες περιβάλλον. Για αυτό το λόγο δεν είναι τελικά σημαντικό το πλάτος του σήματος αλλά ο λόγος σήματος-προς-θόρυβο (S/N). Χαμηλό S/N προδίδει ευαισθησία στο θόρυβο ενώ υψηλό S/N σχετική ανοσία. Συνοπτικά, η σημασία του θορύβου έγκειται στις ακόλουθες καταστάσεις όσον αφορά ηλεκτρονικά κυκλώματα και συστήματα τηλεπικοινωνιών:

- Το επίπεδο θορύβου ορίζει ένα κατώτερο όριο στο πλάτος στο οποίο μπορεί να ενισχυθεί ένα σήμα.
- Το επίπεδο θορύβου καθορίζει το άνω όριο στο κέρδος ενός ενισχυτή, αν το όριο αυτό ξεπεραστεί ο ενισχυτής θα οδηγηθεί σε κορεσμό.
- Ο θόρυβος καθορίζει το ελάχιστο δυνατό ανιχνεύσιμο σήμα σε φωρατές και δέκτες.
- Ο θόρυβος καθορίζει το τελικό όριο της ελάχιστης ευαισθησίας στις μετρήσεις.
- Ο θόρυβος μπορεί να προκαλέσει λανθασμένη μέτρηση της φάσης ενός σήματος επηρεάζοντας έτσι την ακρίβεια συστημάτων εκτίμησης
- Τα δυαδικά δεδομένα που αποθηκεύονται σε ηλεκτρονικές μνήμες μπορεί να αλλοιωθούν από το θόρυβο οδηγώντας λογικά «0» να αποθηκεύονται σαν «1» και αντίστροφα.
- Οι τάσεις τροφοδοσίας και οι διαστάσεις όλο και μικραίνουν με σκοπό τη μικρότερη κατανάλωση ισχύος οδηγώντας σε μικρότερα περιθώρια θορύβου.
- Καθορίζει το ελάχιστο επίπεδο ισχύος σήματος που μπορεί να υποστεί επεξεργασία και συνεπώς τη μέγιστη εμβέλεια ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος.
- Καθορίζει τη χωρητικότητα καναλιού (δηλαδή, τον υψηλότερο ρυθμό στον οποίο μπορεί να μεταδοθεί πληροφορία με μηδενική πιθανότητα σφάλματος), η οποία εξαρτάται ισχυρά από το σηματοθορυβικό λόγο (S/N) στην έξοδο.

Ο Shannon απέδειξε ότι ένα ιδεατό κανάλι έχει ικανότητα μεταφοράς δεδομένων ανάλογη του γινομένου του εύρους ζώνης του συστήματος πολλαπλασιασμένου με το λογάριθμο του λόγου $(S+N)/N$ όπου S είναι η μέση ισχύς του εκπεμπόμενου σήματος και N η ισχύς του θορύβου.

Ο θόρυβος αποτελεί μόνιμη παρουσία σε όλα τα τηλεπικοινωνιακά συστήματα και προέρχεται από πολλές πηγές, όπως για παράδειγμα οι ατμοσφαιρικές διακυμάνσεις, τα ηλεκτρικά κυκλώματα, η ανθρώπινη δραστηριότητα κ.ά. Οι πρώτες δύο πηγές εντάσσονται στην κατηγορία του θερμικού θορύβου. Ο θερμικός θόρυβος οφείλεται στην κινητικότητα φορτισμένων σωματιδίων μέσα στα ηλεκτρονικά στοιχεία που υπάρχουν μέσα σε κάθε σύστημα λήψης, επομένως είναι και αναπόφευκτος. Τα χαρακτηριστικά του θερμικού θορύβου μελετήθηκαν αρχικά για έναν αντιστάτη. Μπορεί να μοντελοποιηθεί ως μία στάσιμη στοχαστική γκαουσιανή διαδικασία με μηδενικό μέσο.

Μία τέτοια διαδικασία ονομάζεται λευκή, που σημαίνει ότι οι θερμικές πηγές θορύβου μοντελοποιούνται με άπειρη και σταθερή φασματική πυκνότητα ισχύος. Περιέχει όλες τις συχνότητες, σε αναλογία προς το λευκό φως. Στη συνέχεια αναφερόμαστε στο θόρυβο ως προθετικό λευκό γκαουσιανό θόρυβο (Additive White Gaussian Noise – AWGN). Στην επικοινωνία δύο κινητών ή ακίνητων πομποδεκτών με σύνδεση σημείου προς σημείο, ένας από τους κύριους παράγοντες που επηρεάζουν την ποιότητα της επικοινωνίας είναι ο θόρυβος (noise) που προέρχεται από τον άνθρωπο και το περιβάλλον. Ο θόρυβος υπό τύπο ραδιοκυμάτων λαμβάνεται από την κεραία του δέκτη και προστίθεται στο επιθυμητό σήμα με αποτέλεσμα να το παραμορφώνει. Για τον περιορισμό του θορύβου χρησιμοποιούνται κατάλληλα φίλτρα στο δέκτη που επανακτούν το αρχικό σήμα. Η αύξηση της ισχύος εκπομπής και ως εκ τούτου η αύξηση του λόγου σήματος προς θόρυβο (Signal to Noise Ratio, SNR) είναι ένας άλλος τρόπος περιορισμού της παρεμβολής που προκαλείται από το θόρυβο.

1.8 Διαμόρφωση

Ο σκοπός ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος είναι η μεταφορά πληροφορίας με τη μορφή σήματος μέσω ενός καναλιού το οποίο χωρίζει τον πομπό από τον δέκτη. Το κανάλι μπορεί να είναι είτε κάποια μορφή ενσύρματου μέσου (καλώδιο – ομοαξονικό, οπτική ίνα, κτλ...) είτε ο ελεύθερος χώρος που χωρίζει τις 2 κεραίες. Το σήμα μπορεί να είναι είτε αναλογικό, είτε ψηφιακό (ψηφιακό μπορεί να γίνει και κάθε αναλογικό σήμα με την κατάλληλη κωδικοποίηση μέσω διαδικασιών δειγματοληψίας). Παρά το γεγονός ότι είναι τεχνικά δυνατό να γίνει η μεταφορά όλων των σημάτων μέσω ψηφιακού σήματος, υπάρχουν και χρησιμοποιούνται σήμερα πολλές εφαρμογές που χρησιμοποιούν αναλογικές εκπομπές (π.χ. ραδιοφωνικό και τηλεοπτικό σήμα).

Αναλογικό σήμα:

- Τηλεόραση
- Ραδιόφωνο

Ψηφιακό σήμα:

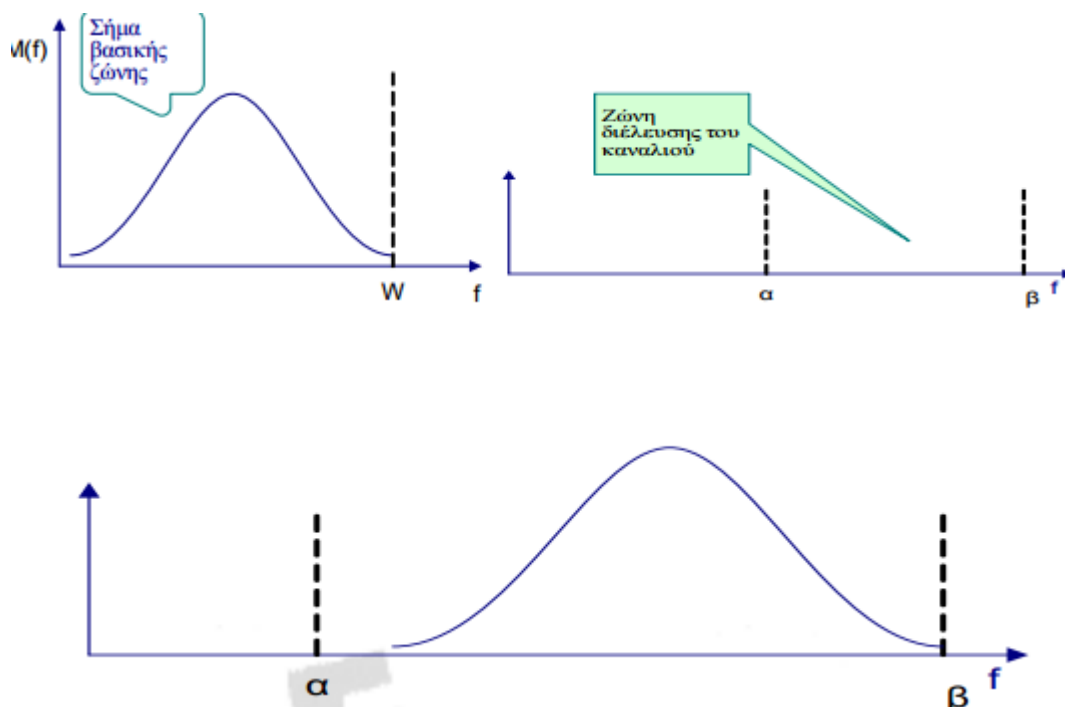
- Δίκτυα υπολογιστών
- Κινητή τηλεφωνία
- Ψηφιακή τηλεόραση

Η μετατροπή του σήματος (αναλογικού ή ψηφιακού) της πηγής σε σήμα το οποίο είναι κατάλληλο για μετάδοση από το χρησιμοποιούμενο μέσο λέγεται διαμόρφωση (**modulation**). Η αντίστροφη διαδικασία στο δέκτη για τη μετατροπή του λαμβανόμενου σήματος στο βασικό σήμα ονομάζεται αποδιαμόρφωση (**demodulation**).

1.8.1 Διαμόρφωση αναλογικού σήματος

Έστω ότι θέλουμε να μεταφέρουμε το αναλογικό σήμα $m(t)$ με εύρος ζώνης W (δηλαδή $M(f)=0$ για $f>W$). Το σήμα $m(t)$ το οποίο περιέχει την πληροφορία που θέλουμε να αποστείλουμε αναφέρεται και ως σήμα βασικής ζώνης (baseband signal) διότι περιλαμβάνει τη ζώνη συχνοτήτων του αρχικού σήματος. Το σήμα $m(t)$ πρέπει να διαμορφωθεί κατάλληλα πριν αποσταλεί ώστε:

- Το χαμηλοπερατό σήμα να μεταφερθεί κατά συχνότητα στη ζώνη διέλευσης του καναλιού κατά τρόπο τέτοιο ώστε το φάσμα του μεταδιδόμενου ζωνοπερατού σήματος να προσαρμόζεται στα χαρακτηριστικά της ζώνης διέλευσης του καναλιού.



Εικόνα 1.10 Σήμα βασικής ζώνης και ζώνη διέλευσης του καναλιού

Ένα τηλεπικοινωνιακό κανάλι μπορεί να έχει συγκεκριμένη ζώνη διέλευσης:

- Για φυσικούς λόγους (μήκος κύματος– μήκος κεραίας).Γενικώς οι κεραίες λειτουργούν αποδοτικότερα όταν οι διαστάσεις τους είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με το μήκος κύματος του μεταδιδόμενου σήματος. Με βάση τον τύπο $\lambda=c/f$, όπου λ είναι το μήκος κύματος και c η ταχύτητα του φωτός ($3 \cdot 10^8$ m/sec) συμπεραίνουν ότι ένα σήμα συχνότητας 1 KHz αντιστοιχεί σε ένα μήκος κύματος 300.000m.
- Για λόγους περιορισμού στη διαθέσιμη ζώνη συχνοτήτων. (π.χ. το πρότυπο 802.11b όπως και το 802.11g, λειτουργεί στη ζώνη ραδιοσυχνοτήτων από 2,4 έως 2,497 GHz, ενώ το 802.11a λειτουργεί στις συχνότητες από 5,15 έως 5,875 GHz)

- Να συρρικνωθεί το εύρος (narrowbanding). Αν το εύρος της ακουστικής περιοχής το οποίο θέλουμε να μεπιδίδεται εκτείνεται π.χ. από 50 έως 104 Hz, ο λόγος της μέγιστης προς τη μικρότερη συχνότητα είναι 200. Άρα αν θέλουμε να στείλουμε το σήμα μέσω της ίδιας κεραίας, το ιδανικό μήκος κεραίας για το ένα άκρο θα είναι πολύ μακρύ ή πολύ κοντό για το άλλο άκρο των συχνοτήτων. Αν όμως μεταφέρουμε το σήμα μας έτσι ώστε να καταλαμβάνει την περιοχή από $106+50$ έως $106+104$ Hz, τότε ο λόγος του μέγιστου προς το ελάχιστο πλάτος είναι μόλις 1,01. (Γραφικά και μόνο μπορούμε να πούμε ότι επιτύχαμε τη μετατροπή ενός σήματος «ευρείας ζώνης» (wideband) σε ένα σήμα «στενής ζώνης» (narrowband) καθώς το φάσμα, λόγω κλίμακας θα φαίνεται πιο στενό. Πρακτικά το μόνο που αλλάξαμε είναι ο λόγος της μέγιστης προς την ελάχιστη συχνότητα, γεγονός που μας διευκολύνει στην αποστολή του σήματος).

- Να διευθετηθεί η ταυτόχρονη εκπομπή σημάτων από πολλαπλές πηγές μηνυμάτων μέσω πολυπλεξίας συχνότητας. Π.χ. Η αποστολή τηλεοπτικού σήματος στις συχνότητες UHF (0,3-3GHz). Το τηλεοπτικό σήμα μιας έγχρωμης εκπομπής έχει εύρος ζώνης W 6MHz. Άρα θεωρητικά μπορούμε να έχουμε ταυτόχρονα 450 τηλεοπτικά κανάλια (στην πράξη είναι λιγότερα γιατί ορισμένες συχνότητες στα UHF είναι δεσμευμένες για τη χρήση ραντάρ ή ραδιοναυσιπλοΐας) αν μεταφέρουμε τη συχνότητα εκπομπής κάθε καναλιού σε συχνότητες 0,3- 0,306 GHz, 0,306 – 0,312 GHz, κτλ.

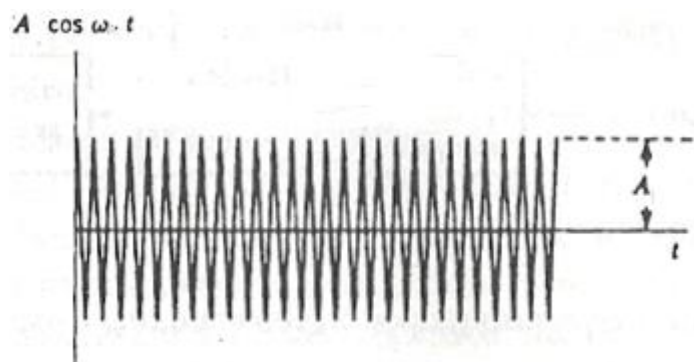
- Να είναι δυνατή η κοινή επεξεργασία των παραγόμενων σημάτων. Αν θέλουμε όλα τα σήματα που στέλνουμε να υποστούν πρώτα κάποιας μορφής επεξεργασία από το ίδιο σύστημα το οποίο λειτουργεί σε συγκεκριμένης ζώνη συχνοτήτων, τότε πιθανόν να είναι πιο εύκολο να μετατοπίσουμε όλα μας τα σήματα στη συγκεκριμένης ζώνη συχνοτήτων, παρά να αλλάζουμε τη ζώνη συχνοτήτων στην οποία λειτουργεί το σύστημα.

- Να διευρυνθεί το εύρος ζώνης του εκπεμπόμενου σήματος αυξάνοντας έτσι την ανοσία του συστήματος στο θόρυβο του καναλιού.

Για τη μεταφορά του σήματος βασικής ζώνης $m(t)$ χρησιμοποιούμε ένα σήμα της μορφής:

$$c(t) = A \cos(2\pi f t + \varphi) \quad (1.1)$$

Το $c(t)$ ονομάζεται φέρον σήμα γιατί φέρει (κουβαλά) τη συνάρτηση $m(t)$.



Εικόνα 1.11 Διαμόρφωση

Λέμε ότι το σήμα μηνύματος διαμορφώνει το φέρον κατά πλάτος, κατά συχνότητα, ή κατά φάση, αν μετά τη διαμόρφωση, το πλάτος, η συχνότητα ή η φάση αντίστοιχα του φέροντος καθίστανται συναρτήσεις του σήματος μηνύματος.

1.8.2 Διαμόρφωση πλάτους (Amplitude Modulation AM)

Η διαμόρφωση πλάτους (AM) περιγράφεται ως η διαδικασία με την οποία το πλάτος του φέροντος σήματος μεταβάλλεται κατά μέση τιμή με γραμμικό τρόπο σε σχέση με το σήμα βασικής ζώνης. Στη διαμόρφωση πλάτους θεωρούμε ότι η φάση του φέροντος σήματος είναι 0.

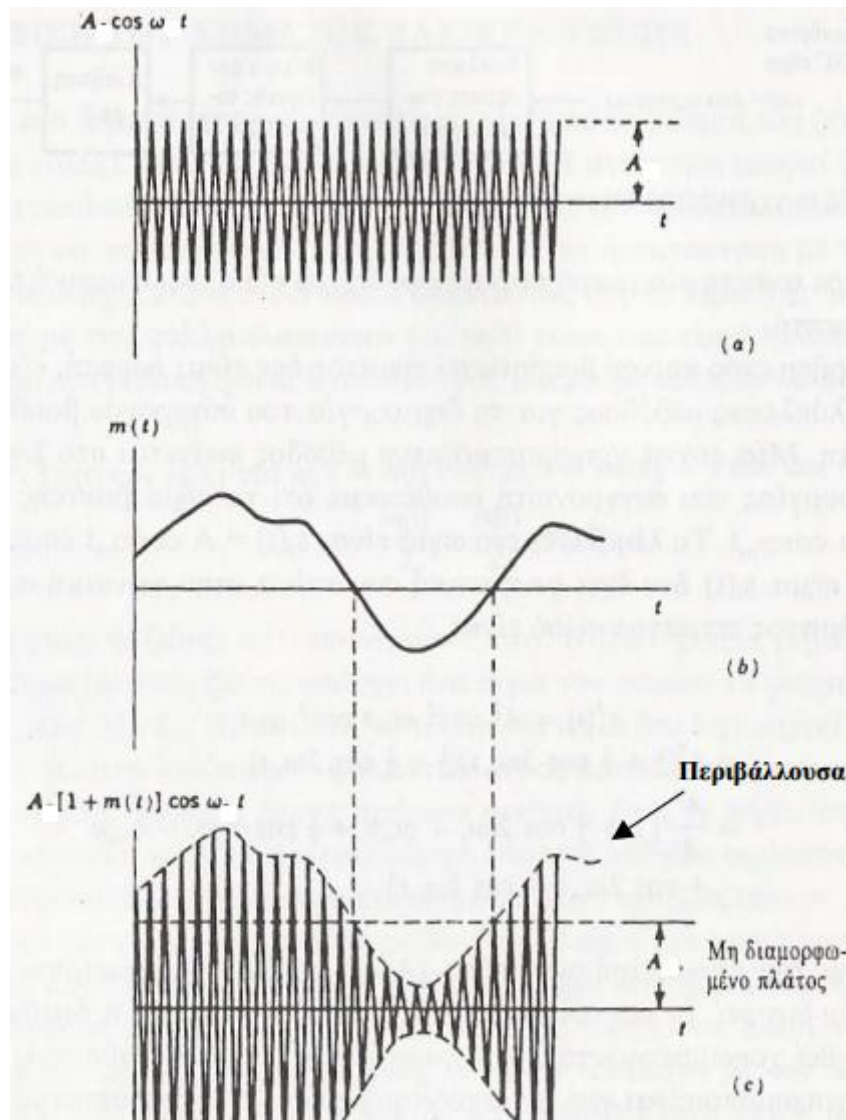
$$c(t) = A \cos(2\pi f t) \quad (1.2)$$

όπου A είναι το πλάτος και f είναι η συχνότητα του φέροντος σήματος. Αν $m(t)$ είναι το σήμα βασικής ζώνης το οποίο περιέχει την πληροφορία που θέλουμε να μεταφέρουμε τότε το διαμορφωμένο κατά πλάτος σήμα δίνεται από τη σχέση:

$$u(t) = A[1 + k * m(t)] \cos 2\pi f t \quad (1.3)$$

η σταθερά k ονομάζεται δείκτης διαμόρφωσης ή δείκτης ευαισθησίας πλάτους. Για λόγους ευκολίας της αποδιαμόρφωσης του σήματος θέλουμε το πλάτος $A[1 + km_n(t)]$ να είναι πάντα θετικό. Συνεπώς θέλουμε: $|km(t) < 1|$, για όλα τα t . Στην πράξη φροντίζουμε ώστε το $k * m(t)$ να είναι πάντα κατά απόλυτη τιμή μικρότερο της μονάδας. Αν αυτό δε συμβαίνει τότε λέμε ότι το σήμα είναι υπερδιαμορφωμένο. Στην εικόνα που ακολουθεί έχουμε ένα παράδειγμα διαμόρφωσης κατά πλάτος όπου βλέπουμε:

- a) το φέρον σήμα,
- b) το σήμα πληροφορίας (βασικής ζώνης),
- c) το διαμορφωμένο σήμα



Εικόνα 1.12 **a)** το φέρων σήμα, **b)** το σήμα πληροφορίας (βασικής ζώνης),
c) το διαμορφωμένο σήμα.

Παρατηρούμαι ότι το διαμορφωμένο σήμα τέμνει τον άξονα στα ίδια σημεία με το φέρων σήμα (άρα αν ήταν περιοδικό, θα μπορούσαμε να πούμε ότι δεν έχει μεταβληθεί η συχνότητα και η φάση του), αλλά έχει αλλάξει το πλάτος της κυματομορφής. Παρατηρούμαι επίσης ότι αν θωρήσουμε την νοητή γραμμή που ενώνει τα μέγιστα πλάτη σε κάθε «περίοδο» θα είχαμε το σήμα βασικής ζώνης μετατοπισμένο κατά AC. Αυτή η νοητή γραμμή ονομάζεται περιβάλλουσα του διαμορφωμένου σήματος. Μπορούμε να

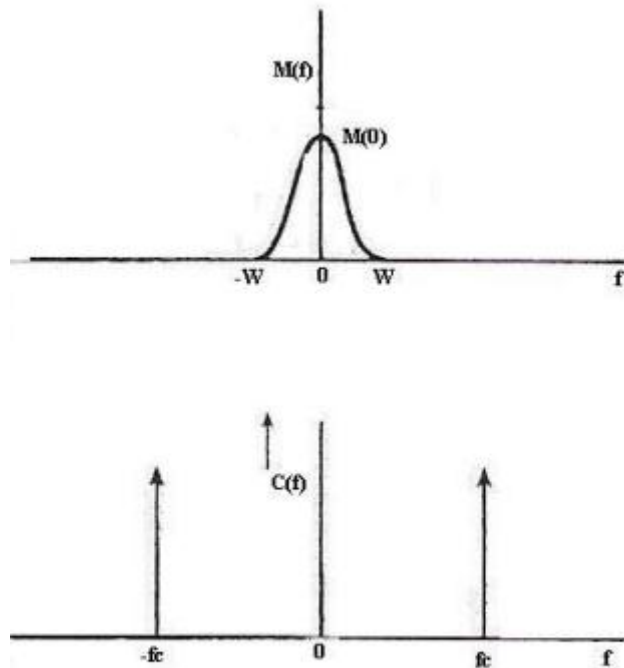
παρατηρήσουμε ότι αν τηρείται η συνθήκη: $|km(t) < 1|$, τότε η περιβάλλουσα του σήματος δεν τέμνει τον άξονα.

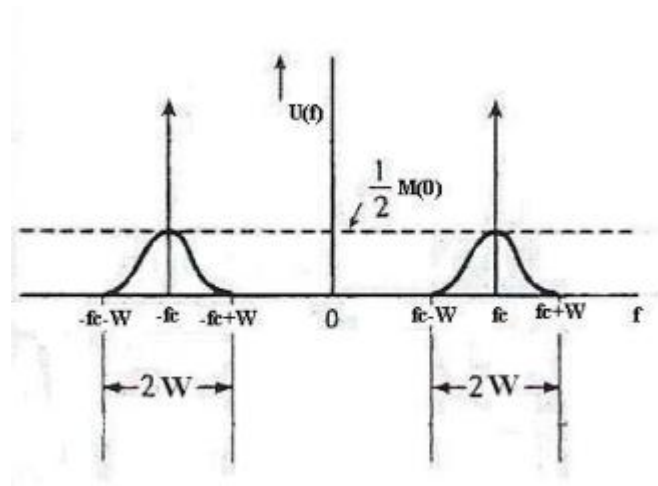
Αν θελήσουμε να μεταφέρουμε την ανάλυση μας στο πεδίο της συχνότητας θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε το μετασχηματισμό Fourier της $u(t)$. Έχουμε συνεπώς:

$$U(F) = \frac{A}{2}[\delta(F - f) + \delta(F + f)] + k * \frac{A}{2}[M(F - f) + M(F + f)] \quad (1.4)$$

όπου $M(F)$ είναι ο μετασχηματισμός Fourier της $m(t)$. Σε αυτό το σημείο είναι χρήσιμο να θυμηθούμε ότι γενικώς ισχύει ότι αν ένα σήμα $u(t)$ έχει FT $U(F)$, τότε το $u(t) \cos 2\pi ft$ έχει μετασχηματισμό Fourier $\frac{1}{2}[U(F - f) + U(F + f)]$.

Στην εικόνα 1.13 που ακολουθεί βλέπουμε τα φάσματα πλάτους των συναρτήσεων $M(F)$ και $C(F)$ καθώς και του διαμορφωμένου σήματος $U(F)$.



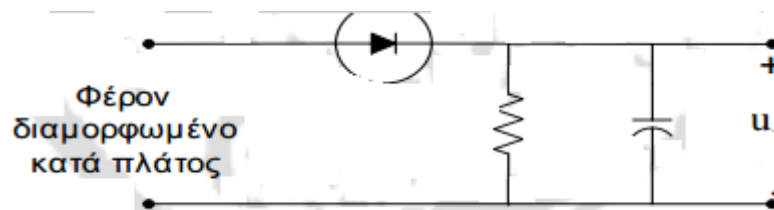


Εικόνα 1.13 Τα φάσματα πλάτους των συναρτήσεων $M(F)$ και $C(F)$ καθώς και του διαμορφωμένου σήματος $U(F)$.

Αν το αρχικό μας σήμα είχε τιμές σε ένα εύρος ζώνης από $-W$ έως W , δηλαδή συνολικά $2W$, παρατηρούμε ότι το διαμορφωμένο σήμα θα έχει το διπλάσιο εύρος ζώνης. Το φάσμα της διαμορφωμένης συνάρτησης αποτελείται από δύο δέλτα συναρτήσεις στις συχνότητες $+f$, $-f$ (όπως και το φέρον σήμα) μόνο που έχουν το μισό ύψος (δηλαδή $\frac{A}{2}$) και δύο μορφές φάσματος βασικής ζώνης μετατοπισμένες κατά f και $-f$. Το τμήμα του φάσματος το οποίο βρίσκεται στο θετικό τμήμα του άξονα των συχνοτήτων και γύρω από τη συχνότητα του φέροντος f ονομάζεται άνω πλευρική ζώνη (upper sideband) και το συμμετρικό σήμα του φάσματος, στην αρνητική ζώνη συχνοτήτων, ονομάζεται κάτω πλευρική ζώνη (lower sideband). Και οι δύο αυτές πλευρικές ζώνες συχνοτήτων του $U(F)$ περιέχουν όλες τις συχνότητες που υπάρχουν στο $M(F)$. Για λόγους εύκολης αποδιαμόρφωσης θέλουμε $f \gg W$ (W το εύρος ζώνης της $m(t)$). Παρατηρούμε από την εικόνα ότι αυτό σημαίνει ότι οι δύο συνιστώσες του διαμορφωμένου σήματος δεν θα έχουν κοινά σημεία, δηλαδή θα εκτείνονται σε διαφορετικές ζώνες συχνοτήτων[9].

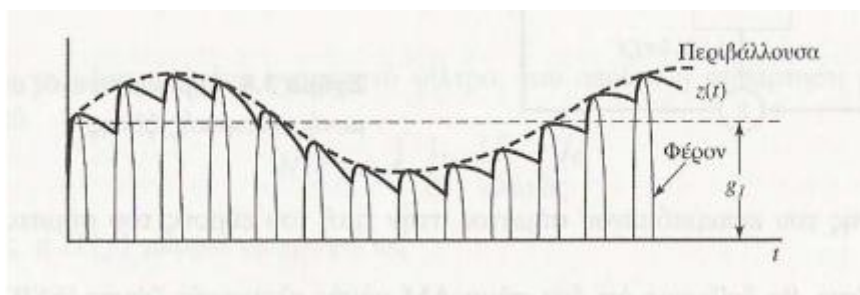
1.8.3 Αποδιαμόρφωση

Το κύριο πλεονέκτημα της εκπομπής AM συμβατικού σήματος είναι η ευκολία με την οποία μπορεί να αποδιαμορφωθεί. Αν ανορθώσουμε το σήμα λήψης, επειδή έχουμε $A[1 + km_n(t)] > 0$, δεν επηρεάζεται το σήμα μηνύματος. Το ανορθωμένο σήμα είναι ίσο με $u(t)$ όταν $t > 0$ και 0 όταν $u(t) < 0$.



Εικόνα 1.14 Φέρον διαμορφωμένο κατά πλάτος

Το σήμα μηνύματος ανακτάται οδηγώντας το ανορθωμένο σήμα μέσα από ένα χαμηλοπερατό φίλτρο, του οποίου το εύρος ζώνης ταιριάζει με αυτό του μηνύματος. Ο συνδυασμός του ανορθωτή και του χαμηλοπερατού φίλτρου ονομάζεται φωρατής περιβάλλουσας.



Εικόνα 1.15 Περιβάλλουσα

Σε κάθε θετική ημιπερίοδο του σήματος εισόδου ο πυκνωτής φορτίζεται στη μέγιστη τιμή του σήματος. Όταν το σήμα εισόδου πέφτει κάτω από τη

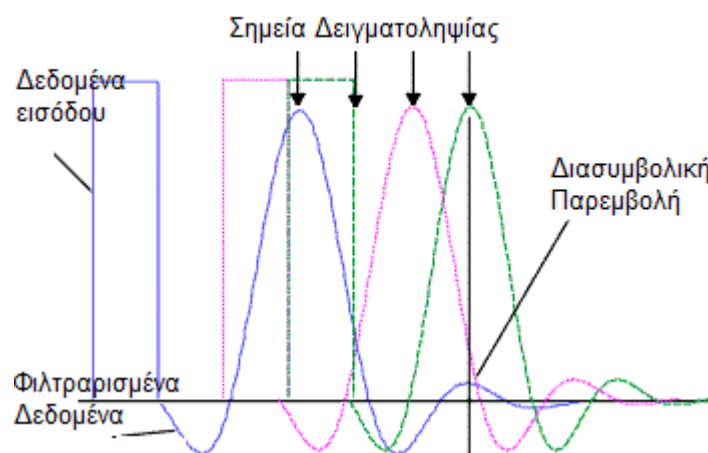
μέγιστη τιμή του, η τάση στον πυκνωτή γίνεται μεγαλύτερη από την τάση εισόδου και ο ανορθωτής παύει να άγει. Ο πυκνωτής εκφορτίζεται τότε μέσω της αντίστασης. Η σταθερή χρόνου RC είναι υπολογισμένη έτσι ώστε η εκθετική εκφόρτιση του πυκνωτή να είναι αργή και να παρακολουθεί κατά προσέγγιση την περιβάλλουσα. Στην ιδανική περίπτωση η έξοδος του φωρατή είναι της μορφής $d(t) = g_1 + g_2 m(t)$, όπου το g_1 παριστά μια dc συνιστώσα και το g_2 είναι ένας παράγοντας ενίσχυσης που οφείλεται στη βαθμίδα του αποδιαμορφωτή. Η dc συνιστώσα μπορεί να απαλειφθεί οδηγώντας το dt μέσα από έναν μετασχηματιστή, η έξοδος του οποίου είναι $g_2 m(t)$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

Διασυμβολική Παρεμβολή

2.1 Εισαγωγή

Ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα που συναντάμε κατά την μετάδοση μιας πληροφορίας, είναι το φαινόμενο της διασυμβολικής παρεμβολής (Intersymbol interference, ISI). Σε κάθε κανάλι που λειτουργεί στην πράξη, το αναπόφευκτο φιλτράρισμα των παλμών, καθώς η πληροφορία διαδίδεται από έναν πομπό στον δέκτη, θα προκαλέσει τη διασπορά των επιμέρους συμβόλων δεδομένων που περνούν μέσα από το κανάλι.



Εικόνα 2.1 Το φαινόμενο της διασυμβολικής παρεμβολής

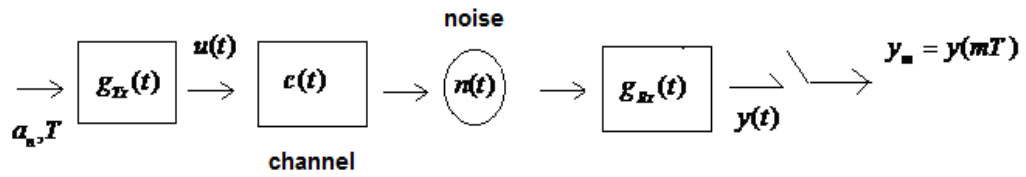
Όπως βλέπουμε και στην εικόνα 2.1 στην περίπτωση των διαδοχικών συμβόλων η διασπορά αυτή θα οδηγήσει στην επικάλυψη ενός τμήματος της ενέργειας κάθε συμβόλου από τα γειτονικά σύμβολα προκαλώντας διασυμβολική παρεμβολή. Επιπρόσθετα, το φιλτράρισμα που προκαλούν αυτές καθαυτές οι μονάδες πομπού και δέκτη μπορεί επίσης να δημιουργήσει υποβάθμιση λόγω επιπλέον παρεμβολής ISI[1].

Στην περίπτωση που δεν ληφθούν πολύ προσεκτικά μέτρα κατά την σχεδίαση, η ίδια διασυμβολική παρεμβολή μπορεί να υποβαθμίσει σημαντικά την ικανότητα του ανιχνευτή δεδομένων να διαχωρίσει το τρέχον σύμβολο από την διάχυτη ενέργεια των γειτονικών συμβόλων. Ακόμη και χωρίς την παρουσία θορύβου στο κανάλι, η παρεμβολή αυτή μπορεί να οδηγήσει σε σφάλματα ανίχνευσης, δηλαδή σε έναν ανεπίδεκτο ρυθμό μείωσης σφαλμάτων, και το λιγότερο που θα προκαλέσει είναι η υποβάθμιση του ρυθμού σφαλμάτων bit και συμβόλων με την παρουσία θορύβου.

Αν δεν προβούμε σε κάποια ειδική ενέργεια για να αντιμετωπίσουμε το φαινόμενο αυτό, τότε η ISI συμπεριφέρεται σαν προσθετικός θόρυβος και προφανώς υποβαθμίζει σημαντικά την λειτουργία του συστήματος[2].

2.2 Μαθηματική ανάλυση

Κάπου εδώ θα ήταν ορθό να ασχοληθούμε και με κάποιους χρήσιμους μαθηματικούς τύπους καθώς και την ανάλυση αυτών. Στην εικόνα 2.2 παρουσιάζονται τα στάδια από τα οποία περνάει το σήμα ξεκινώντας από τον πομπό και καταλήγοντας στον δέκτη[5].



Εικόνα 2.2 PAM σύστημα βασικής ζώνης

Έστω ότι θέλω να μεταδώσω μια ακολουθία 2-PAM συμβόλων a_n με περίοδο T , χρησιμοποιώντας ένα αναλογικό παλμό $g_{Tx}(t)$ με αποτέλεσμα να σχηματίσω την εξής παλμοσειρά:

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_{Tx}(t - nT) \quad (2.1)$$

Θα φανεί εξαιρετικά χρήσιμο στην συνέχεια να εκφράσουμε το $u(t)$ ως συνέλιξη του $a(t)$ και του $g_{Tx}(t)$. Αυτό ισχύει διότι:

$$\begin{aligned} a(t) * g_{Tx}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} a(\tau) g_{Tx}(t - \tau) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \delta(\tau - nT) \right) g_{Tx}(t - \tau) d\tau \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \left(\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau - nT) g_{Tx}(t - \tau) d\tau \right) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_{Tx}(t - nT) = u(t) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Το κανάλι $c(t)$, από το οποίο περνάει η παλμοσειρά $u(t)$ είναι ιδανικό. Ιδανικό ονομάζεται ένα κανάλι όταν το φίλτρο του δέκτη λαμβάνει σαν είσοδο την έξοδο του φίλτρου του πομπού μαζί με τον θόρυβο. Στην συγκεκριμένη εργασία θα μελετήσουμε μόνο το ιδανικό κανάλι.

Η έξοδος του καναλιού δίνεται από την σχέση:

$$\begin{aligned} r(t) &= u(t) * c(t) + w(t) \\ &= a(t) * g_{Tx}(t) * c(t) + w(t) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h(t - nT) + w(t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Στην έξοδο του φίλτρου $g_{Rx}(t)$ που χρησιμοποιούμε στον δέκτη λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned} y(t) &= r(t) * g_{Rx}(t) \\ &= (u(t) * c(t) + w(t)) * g_{Rx}(t) \\ &= u(t) * c(t) * g_{Rx}(t) + w(t) * g_{Rx}(t) \\ &= a(t) * g_{Tx}(t) * c(t) * g_{Rx}(t) + w'(t) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Αν υποθέσουμε ότι δειγματοληπτούμε την έξοδο με περίοδο δειγματοληψίας T , τότε λαμβάνουμε:

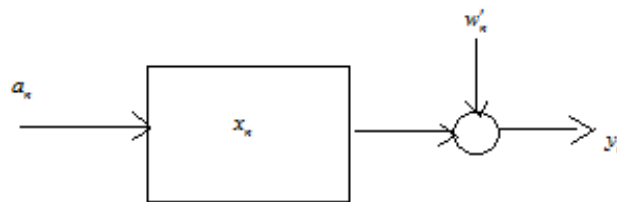
$$\begin{aligned} y(mT) &= y(t)|_{t=mT} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(t - nT)|_{t=mT} + w'(t)|_{t=mT} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(mT - nT) + w'(mT) \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\text{Ορίζοντας} \quad y_m := y(mT) \quad x_m := x(mT) \quad w' := w'(mT) \quad (2.6)$$

Λαμβάνουμε

$$y_m = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x_{m-n} + w'_m \quad (2.7)$$

Η σχέση (2.7) εκφράζει τη δειγματοληπτήμενη έξοδο του συστήματος βασικής ζώνης y_n , σαν τη συνέλιξη της ακολουθίας εισόδου a_n και της δειγματοληπτημένης σύνθεσης της κρουστικής απόκρισης x_n , προσφέρει μια περιγραφή του αναλογικού συστήματος βασικής ζώνης σε διακριτό χρόνο και καλείται ισοδύναμη αναπαράσταση διακριτού χρόνου (discrete equivalent representation).



Εικόνα 2.3 Ισοδύναμο σύστημα διακριτού χρόνου

Η σχέση (2.7) μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\begin{aligned} y_m &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x_{m-n} + w'_m \\ &= x_0 a_m + \sum_{n \neq m} a_n x_{m-n} + w'_m \\ &= x_0 a_m + I_m + w'_m \end{aligned} \quad (2.8)$$

Στην σχέση (2.9) βλέπουμε τον τύπο της διασυμβολικής παρεμβολής, ο οποίος αναλύεται στο κεφάλαιο 2.1.

$$y_m = x_0 a_m + I_m + w'_m \quad (2.9)$$

Άρα, παρατηρούμε ότι στην έξοδο του αναλογικού συστήματος τη χρονική στιγμή $t=mT$ (ή ισοδύναμα στην έξοδο του διακριτού ισοδύναμου την χρονική στιγμή m) έχουμε συνεισφορά από τρεις όρους:

1. Ο πρώτος όρος $x_0 a_m$, εκφράζει τη συνεισφορά της τρέχουσας εισόδου a_m .
2. Ο όρος I_m εκφράζει την επίδραση όλων των άλλων συμβόλων εισόδου και καλείται διασυμβολική παρεμβολή.
3. Ο όρος w'_m είναι ο αναπόφευκτος προσθετικός θόρυβος στον δέκτη.

Το φαινόμενο της διασυμβολικής παρεμβολής μπορεί να υποβαθμιστεί σε τέτοιο βαθμό ώστε να μην επηρεάζει την ποιότητα της ζεύξης. Για να συμβεί αυτό θα πρέπει η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του καναλιού να συμφωνεί με το κριτήριο Nyquist το οποίο είναι :

$$x(nT) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

,όπου n είναι ακέραιος και T η απόσταση μεταξύ των συμβόλων

Αν ισχύει η σχέση αυτή, τότε ο συνδυασμός των φίλτρων $g_{Tx}(t)$, $g_{Rx}(t)$ και του καναλιού $c(t)$ οδηγεί σε σύστημα με συνολική κρουστική απόκριση $x(t)$, η οποία δεν εισάγει διασυμβολική παρεμβολή. Προφανώς, στην περίπτωση αυτή, αποφεύγουμε τελείως την διαδικασία της ισοστάθμισης.

Επομένως στην σχέση (2.11) βλέπουμε ένα θεμελιώδη θεώρημα της επεξεργασίας σήματος, το θεώρημα Nyquist:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} X\left(F + \frac{m}{T}\right) = T \quad (2.11)$$

(όπου $F + \frac{m}{T}$ οι αριθμήσιμες άπειρες συχνότητες, ενώ T είναι το χρονικό διάστημα μεταξύ των μετρήσεων), σύμφωνα με το οποίο καταλαβαίνουμε ότι η τέλεια ανακατασκευή ενός σήματος είναι εφικτή, όταν η συχνότητα δειγματοληψίας είναι μεγαλύτερη από το διπλάσιο του εύρους ζώνης συχνοτήτων του σήματος στο οποίο κάνουμε δειγματοληψία, ή αντίστοιχα, αν η συχνότητα Nyquist (το 1/2 της συχνότητας δειγματοληψίας) είναι μεγαλύτερη από το εύρος ζώνης συχνοτήτων του σήματος στο οποίο κάνουμε δειγματοληψία.

Εφόσον ισχύει το κριτήριο Nyquist, έχουμε μηδενική ISI, οπότε τα δείγματα που λαμβάνει ο δέκτης ανά απόσταση συμβόλων είναι:

$$y_n = y(nT) = a_n + n_n \quad (2.12)$$

,δηλαδή τα δείγματα που έστειλε ο πομπός συν το θόρυβο της μετάδοσης, όπου $y(n)$, η έξοδος του συστήματος βασικής ζώνης[1].

Από τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier, λαμβάνουμε

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(F) e^{j2\pi Ft} dF \quad (2.13)$$

Τότε καταλήγουμε στην σχέση (2.14):

$$\begin{aligned}
 x(nT) &= \int_{-\infty}^{\infty} X(F) e^{j2\pi F n T} dF \\
 &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left(\int_{\frac{2m-1}{2T}}^{\frac{2m+1}{2T}} X(F) e^{j2\pi F n T} dF \right) \\
 &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} X\left(F' + \frac{m}{T}\right) e^{j2\pi F' n T} e^{j2\pi \frac{m}{T} n T} dF' \right) \\
 &= \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} X\left(F + \frac{m}{T}\right) e^{j2\pi F n T} \right) dF \\
 &= \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} Z(F) e^{j2\pi F n T} dF
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Όπου:

1. στο σημείο (α) διασπάμε το ολοκλήρωμα με άπειρο διάστημα ολοκλήρωσης σε άθροισμα ολοκληρωμάτων με μη επικαλυπτόμενα διάστημα ολοκλήρωσης μήκους $\frac{1}{T}$ το καθένα,
2. στο σημείο (β) κάναμε την αλλαγή μεταβλητών $F' = F - \frac{m}{T}$

Μπορεί να αποδειχθεί εύκολα ότι η συνάρτηση $Z(F)$ είναι περιοδική με περίοδο $\frac{1}{T}$. Συνεπώς, μπορεί να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier

$$Z(F) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} z_n e^{j2\pi n F T} \tag{2.15}$$

με συντελεστές Fourier

$$z_n = T \int_{\frac{-1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} Z(F) e^{-j2\pi nFT} dF \quad (2.16)$$

Εξετάζοντας τις (2.14) και (2.16) διαπιστώνουμε ότι

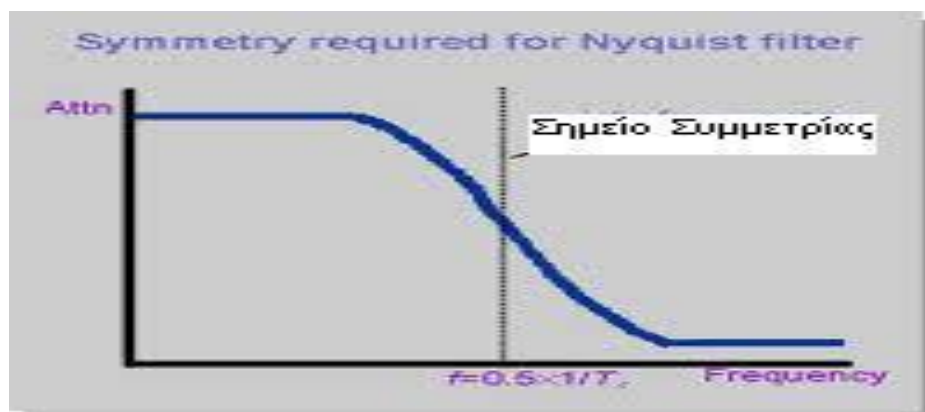
$$z_n = T_x(-nT) \quad (2.17)$$

Συνεπώς, για να ισχύει η (2.10), αναγκαία και ικανή συνθήκη είναι:

$$z_n = \begin{cases} T, n = 0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

2.3 Φιλτράρισμα καναλιού κατά Nyquist

Το φαινόμενο ISI είναι δυνατόν να υποβαθμιστεί σε τέτοιο βαθμό ώστε να μην υποβαθμίζει την ποιότητα της ζεύξης (την απόδοση ρυθμού σφαλμάτων, BER). Αυτό μπορεί να επιτευχθεί αν η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του καναλιού είναι σύμφωνη με την απόκριση συχνότητας κατά Nyquist (Nyquist frequency response). Στην περίπτωση αυτή η ISI μηδενίζεται [1].



Εικόνα 2.4 Συμμετρία που απαιτείται από ένα φίλτρο Nyquist

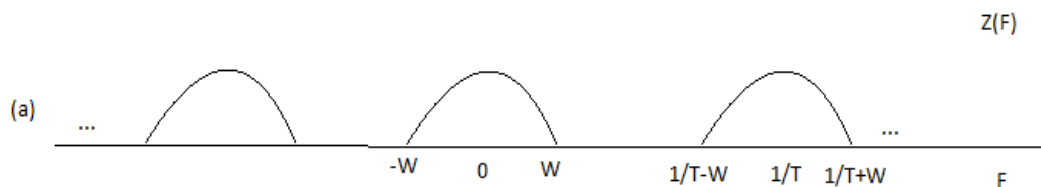
Η χαρακτηριστική ιδιότητα της συνάρτησης μεταφοράς κατά Nyquist είναι ότι η ζώνη μετάβασης μεταξύ των ζωνών διέλευσης και αποκοπής είναι συμμετρική περί την συχνότητα $f_s = \frac{1}{2T_s}$ (Εικόνα 2.4).

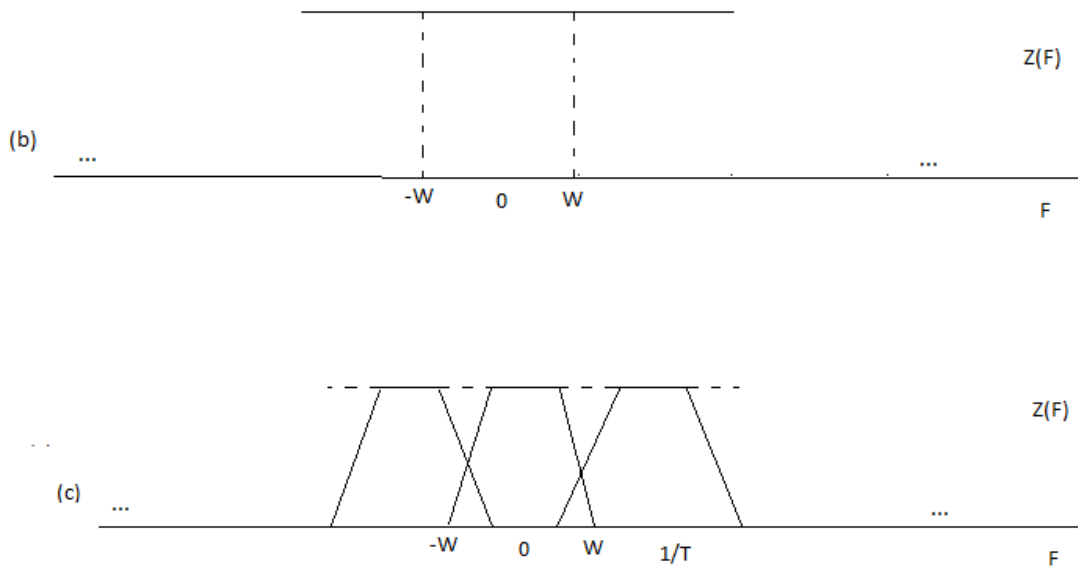
2.4 Περιορισμός εύρους φάσματος

Ένας προφανής τρόπος για να κατασκευάσουμε $x(t)$ το οποίο να ικανοποιεί το κριτήριο του Nyquist είναι να θεωρήσουμε $x(t)$ το οποίο είναι μη μηδενικό για $t \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right)$, (παίρνει την τιμή 1 για $t=0$) και είναι ταυτοτικά μηδέν για $t \notin \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right)$.

Τέτοια $x(t)$ όμως, έχουν άπειρο εύρος φάσματος, το οποίο είναι μη επιθυμητό. Στη συνέχεια, θα κάνουμε την σημαντική υπόθεση ότι το $x(t)$ έχει περιορισμένο εύρος φάσματος ίσο W^2 , δηλαδή:

$$X(F)=0 \text{ για } |F| > W \quad (2.19)$$





Εικόνα 2.5 Θεώρημα Nyquist στις συχνότητες.

Διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

1. Αν $T < \frac{1}{2W}$ (ή, ισοδύναμα, $W < \frac{1}{T} - W$), τότε, όπως μπορούμε να δούμε στην Εικόνα 2.5(a), δεν υπάρχει επιλογή $X(F)$ που να οδηγεί σε $Z(F) = T$. [5]
2. Αν $T = \frac{1}{2W}$, τότε, όπως βλέπουμε στην Εικόνα 2.5(b), η επιλογή

$$X(F) = \begin{cases} T, & |F| < W \\ 0, & |F| > W \end{cases} \quad (2.20)$$

ή, ισοδύναμα,

$$x(t) \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{T}\right) = \frac{\sin\left(\pi \frac{t}{T}\right)}{\pi \frac{t}{T}} \quad (2.21)$$

ικανοποιεί το κριτήριο και το θεώρημα Nyquist. Συνεπώς, η μικρότερη περίοδος συμβόλου T η οποία εξασφαλίζει ταυτόχρονα ότι $X(F) = 0$ για $|F| > W$ και $I_m = 0$ είναι $T = \frac{1}{2W}$.

3. Αν $T > \frac{1}{2W}$, τότε υπάρχουν άπειρες επιλογές. Μια επιλογή που χρησιμοποιείται ευρέως στην πράξη είναι οι παλμοί **ανυψωμένου συνημιτόνου (raised cosine)**, οι οποίοι αναλύονται παρακάτω.

2.5 Παλμοί ανυψωμένου συνημιτόνου (raised cosine)

Όπως αναφέραμε και παραπάνω, μια συχνά χρησιμοποιούμενη μέθοδος για την υλοποίηση απόκρισης Nyquist, για μηδενική ISI, είναι οι παλμοί **ανυψωμένου συνημιτόνου (raised cosine)**. Οι παλμοί αυτοί είναι απαλλαγμένοι από ISI για δυαδική και M-δική σηματοδότηση. Είναι παλμοί που ικανοποιούν το κριτήριο Nyquist. Ονομάζονται έτσι επειδή η περιοχή μετάβασης από την ζώνη διέλευσης στην ζώνη αποκοπής μοιάζει με την μορφή τμήματος συνημιτόνου.

Η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου raised cosine δίνεται από την σχέση (2.22):

$$X_{RC}(F) = \begin{cases} T, 0 \leq |F| \leq \frac{1-a}{2T} \\ \frac{T}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi T}{a} \left(|F| - \frac{1-a}{2T}\right)\right)\right), \frac{1-a}{2T} \leq |F| \leq \frac{1+a}{2T} \\ 0, |F| > \frac{1+a}{2T} \end{cases} \quad (2.22)$$

Η κρουστική απόκριση του παλμού δίνεται από την σχέση:

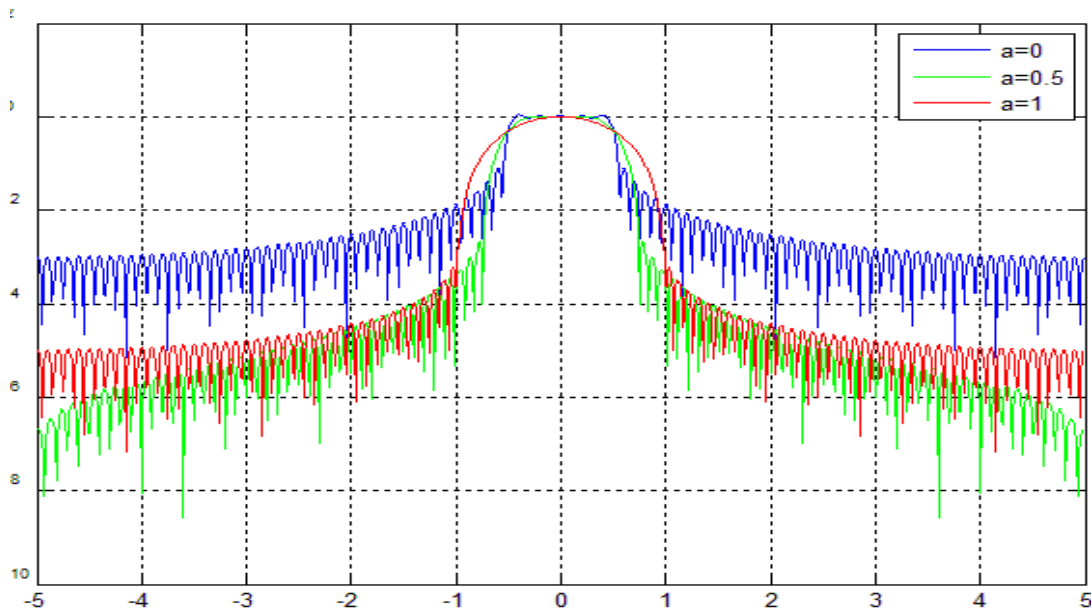
$$X_{RC}(t) = \text{sinc}\left(\frac{t}{T}\right) \frac{\cos(\pi at / T)}{1 - 4a^2 t^2 / T^2} \quad (2.23)$$

Ο συντελεστής a , που η τιμή του κυμαίνεται από 0 έως 1 ($0 < a < 1$), καλείται παράγοντας κλίσης (roll-off factor). Η οξύτητα του φίλτρου ελέγχεται από αυτό τον παράγοντα. Για $a=0$ έχω το ιδανικό φίλτρο και για $a=1$ το μέγιστο δυνατό εύρος ζώνης Nyquist. Έτσι έχουμε:

Ειδικές περιπτώσεις:

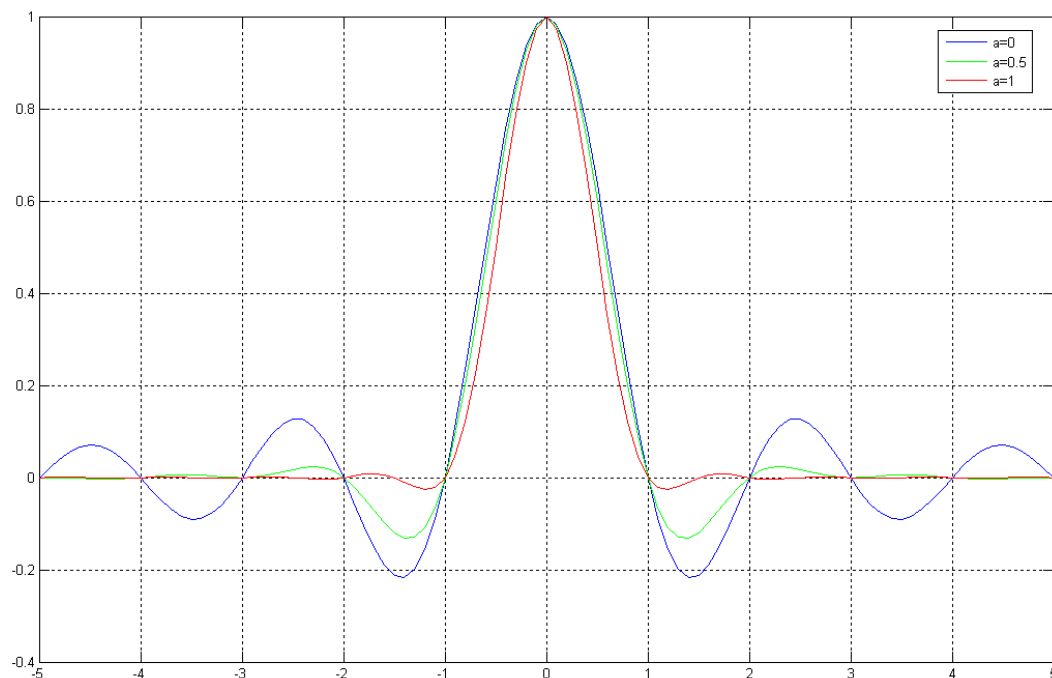
- $a=0$, είναι απλά ο παλμός sinc (.)
- $a=1$, είναι η μέγιστη δυνατή τιμή της παραμέτρου roll-off factor και το φάσμα παίρνει την μορφή ανυψωμένου συνημιτόνου
- $a=0.35$, είναι η τιμή που χρησιμοποιείται στα Βόρειο-Αμερικανικά ψηφιακά συστήματα κινητής τηλεφωνίας NA-TDMA και CDMA (πρότυπο IS-54/136) [1].

Στην εικόνα 2.6 παρουσιάζεται η συνάρτηση μεταφοράς του παλμού, δηλαδή η απεικόνισή του στο πεδίο της συχνότητας που ουσιαστικά είναι συμπληρωματική της ανάλυσης του πεδίου του χρόνου. Στην συχνότητα μπορούμε να διερευνήσουμε χαρακτηριστικά που στον χρόνο δεν εντοπίζονται εύκολα. Επίσης είναι πιο παραστατική η περιγραφή, όσον αφορά στις μετατροπές που υφίσταται το σήμα κατά την επεξεργασία του και την μετάδοσή του μέσα από διάφορα υποσυστήματα.



Εικόνα 2.6 Συνάρτηση μεταφοράς φίλτρου raised cosine

Η αντίστοιχη κρουστική απόκριση (απεικόνιση στο πεδίο του χρόνου) του φίλτρου προκύπτει από τον αντίστροφο μετασχηματισμό fourier της συνάρτησης μεταφοράς :



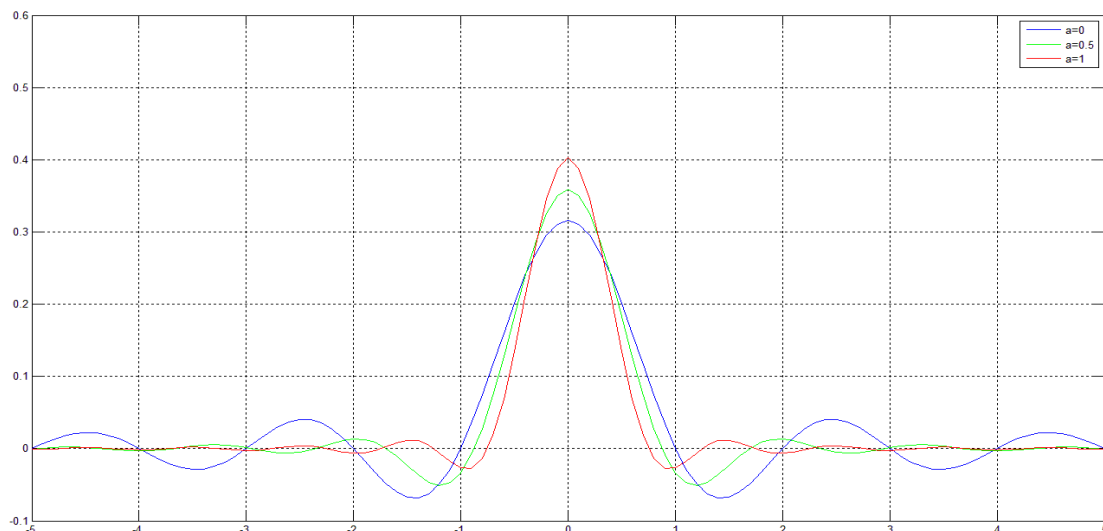
Εικόνα 2.7 Κρουστική απόκριση φίλτρου raised cosine

Και στις δυο εικόνες (2.6 και 2.7) ο παράγοντας κλίσης a παίρνει 3 διαφορετικές τιμές, $a=0$, $a=0.5$ και $a=1$. Στην απεικόνιση στο χρόνο παρατηρούμε ότι όσο αυξάνει το a μικραίνουν οι ουρές, μέχρι που σχεδόν μηδενίζονται (για $a=1$). Στη συχνότητα δε, παρατηρούμε ότι όσο αυξάνει ο συντελεστής a , μεγαλώνει το εύρος ζώνης.

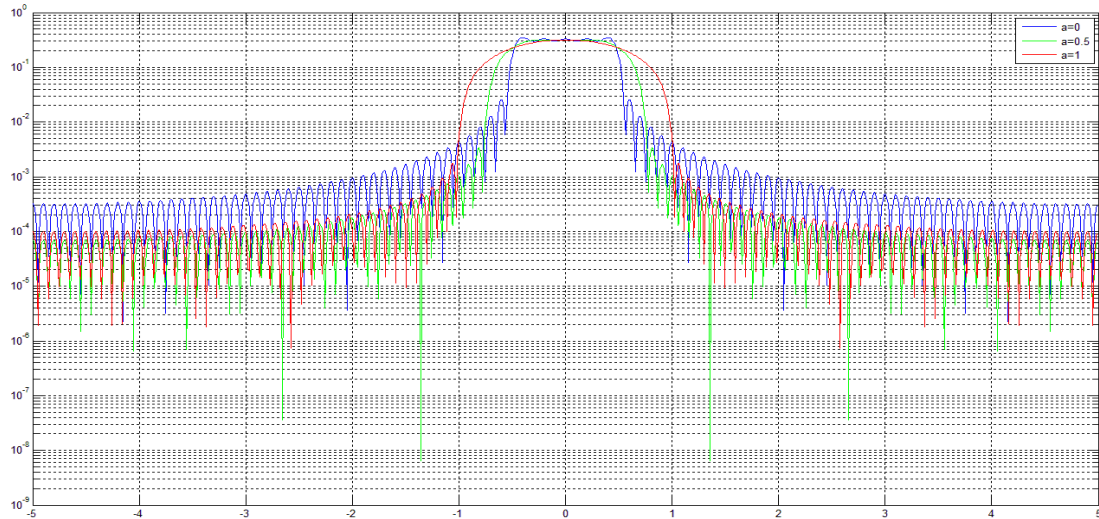
2.6 Παλμοί Square root raised cosine

Μια καλή παραλλαγή των raised cosine παλμών είναι **οι παλμοί τετραγωνικής ρίζας υψωμένου συνημιτόνου (square root raised cosine)**. Το καλό φιλτράρισμα είναι σχεδόν πάντα αναγκαίο στην μονάδα εκπομπής, αλλά και στον δέκτη είναι επίσης απαραίτητο. Για το σκοπό αυτό λοιπόν διαμοιράζεται η λειτουργία φιλτραρίσματος κατά Nyquist μεταξύ των μονάδων πομπού και δέκτη. Έτσι με αυτό τον τρόπο τα δυο φίλτρα είναι προσαρμοσμένα και αναιρούν την διασυμβολική παρεμβολή.

Στις εικόνες (2.8) και (2.9) βλέπουμε ότι φιλτράροντας με square root raised cosine παλμό μόνο στην μονάδα του πομπού, δεν ικανοποιείται το θεώρημα Nyquist. Βάζοντας δύο ίδιους παλμούς square root raised cosine, έναν στον πομπό και έναν στον δέκτη (ουσιαστικά δημιουργούμε έναν raised cosine παλμό), το κριτήριο Nyquist ικανοποιείται.



Εικόνα 2.8 Κρουστική απόκριση φίλτρου square root raised cosine



Εικόνα 2.9 Συνάρτηση μεταφοράς φίλτρου square root raised cosine

Και στις δύο εικόνες (2.8 και 2.9) ο παράγοντας κλίσης a παίρνει 3 διαφορετικές τιμές, για $a=0$, $a=0.5$ και $a=1$.

Στο πεδίο του χρόνου οι square root raised cosine παλμοί δίνονται από την ακόλουθη σχέση:

$$g_T(t) = g_R(t) = \frac{4a}{\pi\sqrt{T}} \frac{\cos\left((1+a)\pi\frac{t}{T}\right) + \frac{\sin\left((1-a)\pi\frac{t}{T}\right)}{4a\frac{t}{T}}}{1 - \left(4a\frac{t}{T}\right)^2} \quad (2.24)$$

2.6.1 Ιδιότητες παλμών square root raised cosine

Οι τρεις βασικές ιδιότητες, βασιζόμενοι στις οποίες επιλέξαμε να χρησιμοποιήσουμε στην μετάδοσή μας το διπλό φιλτράρισμα του square root raised cosine παλμού είναι οι εξής:

- Μηδενισμός της διασυμβολικής παρεμβολής τις χρονικές στιγμές δειγματοληψίας $t=kT$
- μεγιστοποίηση **SNR** (λόγος σήματος προς θόρυβο) τις χρονικές στιγμές δειγματοληψίας $t=kT$
- απλοποίηση της εκτίμησης της ακολουθίας δεδομένων [1].

2.7 Περιοδόγραμμα

Το περιοδόγραμμα είναι μία μέθοδος βάση της οποίας μπορούμε να ανακαλύψουμε τις “κρυμμένες” αρμονικές συναρτήσεις, (άρα και περιόδους) μίας συνάρτησης. Το **περιοδόγραμμα** εξετάζει όλες τις δυνατές συχνότητες και ποσοτικοποιεί την σπουδαιότητα της καθεμιάς για την χρονοσειρά που μελετάμε.

Εφαρμόζοντας τον FFT σε μια χρονοσειρά λαμβάνουμε ως αποτέλεσμα την συνάρτηση Y . Το τετράγωνο του μέτρου της Y ονομάζεται ισχύς και το διάγραμμα της ισχύος ως προς την συχνότητα αποτελεί το περιοδόγραμμα.

Ο τύπος του περιοδογράμματος δίνεται:

$$P_s(F) = \frac{|F[u(t)]|^2}{T_{tot}} \quad (2.25)$$

,όπου T_{tot} είναι η συνολική διάρκεια του εκπεμπόμενου παλμού μας ($u(t)$).

2.8 Φασματική Πυκνότητα Ισχύος (power spectral density)

Η φασματική πυκνότητα ισχύος δείχνει την κατανομή της ισχύος στις φασματικές συνιστώσες (συχνότητες) ενός σήματος [5]. Είναι πάντοτε θετική ποσότητα. Πιο συγκεκριμένα:

- Ο μετασχηματισμός Fourier δίνει το φασματικό περιεχόμενο ενός ντετερμινιστικού σήματος με πεπερασμένη ενέργεια.
- Όμως τα περισσότερα σήματα είναι τυχαία, και έχουν άπειρη ενέργεια
- Ορίζουμε λοιπόν τη φασματική πυκνότητα ισχύος για να καλύψουμε τα κενά:

$$P_w(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|W_T(f)|^2}{T} \quad (2.26)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

Μετάδοση δεδομένων στη βασική ζώνη συχνοτήτων

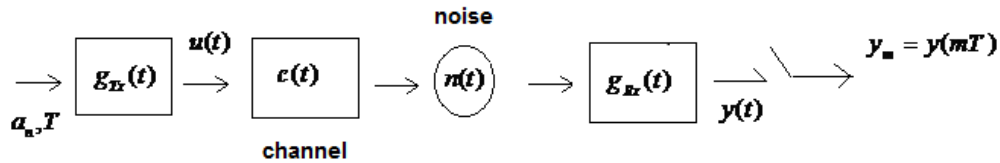
3.1 Εισαγωγή

Κατά τη μετάδοση στη βασική ζώνη συχνοτήτων (baseband), το σήμα πληροφορίας μεταδίδεται στη αρχική μπάντα συχνοτήτων του (με κεντρική συχνότητα την $f=0$), χωρίς μετατόπιση σε κάποια υψηλότερη συχνότητα (διαμόρφωση φέροντος). Για τη μετάδοση ψηφιακών δεδομένων βασικής ζώνης, η χρήση της διακριτής διαμόρφωσης πλάτους παλμών είναι η πιο αποτελεσματική όσον αφορά τη χρησιμοποίηση ισχύος και εύρους ζώνης[2].

Στην διαμόρφωση πλάτους παλμών (discrete pulse-amplitude modulation (PAM)) μόνο ο χρόνος είναι εκφρασμένος σε διακριτή μορφή, ενώ η αντίστοιχη παράμετρος διαμόρφωσης (πλάτους παλμών) μεταβάλλεται με συνεχή τρόπο, σύμφωνα με την πληροφορία. Έτσι η μετάδοση πληροφορίας επιτυγχάνεται με αναλογική μορφή σε διακριτές χρονικές στιγμές. Συνεπώς, στην συγκεκριμένη εργασία, περιορίζουμε την προσοχή μας στην μελέτη διακριτών συστημάτων PAM.

3.2 Στοιχεία των δυαδικών συστημάτων PAM βασικής ζώνης

Τα βασικά στοιχεία ενός συστήματος 2-PAM βασικής ζώνης φαίνονται στην Εικόνα 3.1.



Εικόνα 3.1 PAM σύστημα βασικής ζώνης

Το σήμα στην είσοδο του συστήματος αποτελείται από μία δυαδική ακολουθία δεδομένων με διάρκεια bit T sec, όπου τα δείγματα εισόδου είναι 0 ή 1. Ένας τρόπος για να μεταδώσουμε αυτή την ακολουθία είναι να επιλέξουμε ένα κατάλληλο αναλογικό σήμα $g_{Tx}(t)$ και να σχηματίσουμε το

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_{Tx}(t - nT) \quad (3.1)$$

Το PAM σήμα $u(t)$ περνά μέσω του φίλτρου εκπομπής, που ουσιαστικά η έξοδος αυτού ορίζει το μεταδιδόμενο σήμα. Επιπλέον το μέσο προσθέτει τυχαίο θόρυβο στο σήμα εισόδου του δέκτη. Στην συνέχεια το σήμα με θόρυβο περνά μέσω ενός φίλτρου λήψης και τέλος λαμβάνονται δείγματα αυτής της εξόδου του φίλτρου. Τελικά η ακολουθία των δειγμάτων που λαμβάνεται κατ' αυτόν τον τρόπο χρησιμοποιείται για την ανακατασκευή της αρχικής ακολουθίας δεδομένων.

Η έξοδος του φίλτρου στο δέκτη δίνεται:

$$y(t) = \sum_n a_n x(t - nT) + n(t) \quad (3.2)$$

Όπου:

$$x(t) = g_T(t) * c(t) * g_R(t) \quad (3.3)$$

και $n(t)$ είναι ο θόρυβος που παράγεται στην έξοδο του φίλτρου λήψης λόγω του προσθετικού $w(t)$ λευκού Gaussian Noise πριν τον δέκτη. Το κανάλι $c(t)$ είναι ιδανικό. Ένα κανάλι είναι ιδανικό όταν το φίλτρο του δέκτη λαμβάνει ως είσοδο την έξοδο του φίλτρου του πομπού μαζί με τον θόρυβο.

Λαμβάνοντας δείγματα της εξόδου $y(t)$ του φίλτρου λήψης ανά T sec προκύπτει:

$$y_m = x_0 a_m + \sum_{n \neq m} a_n x_{m-n} + w'_m \quad (3.4)$$

Ο πρώτος όρος παριστάνει το επιθυμητό σύμβολο, ο τρίτος το θόρυβο και ο δεύτερος είναι η λεγόμενη **διασυμβολική παρεμβολή** που περιγράψαμε στο δεύτερο κεφάλαιο.

3.3 Μετάδοση PAM παλμοσειρών μέσω ιδανικών καναλιών περιορισμένου εύρους φάσματος

Έστω ότι επιθυμούμε να μεταδώσουμε ± 1 σύμβολα a_n , με $E[a_n] = 0$ και $E[a_n^2] = \sigma_a^2$, με περίοδο μετάδοσης συμβόλου T , χρησιμοποιώντας το σύστημα βασικής ζώνης της εικόνας 3.1 [2].

Το σήμα προς μετάδοση είναι:

$$a(t) = \sum_n a_n \delta(t - nT) \quad (3.5)$$

Το $a(t)$ είναι είσοδος στο φίλτρο διαμόρφωσης στον πομπό $g_T(t)$. Η έξοδος είναι:

$$u(t) = a(t) * g_T(t) = \sum_n a_n g_T(t - nT) \quad (3.6)$$

Έστω τώρα ο παλμός $g_T(t)$ είναι περιορισμένου εύρους φάσματος στο διάστημα συχνοτήτων $[-W, W]$. Αν το κανάλι μας είναι ιδανικό στο εύρος συχνοτήτων $[-W, W]$ τότε η έξοδος του δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} r(t) &= u(t) * c(t) + w(t) = a(t) * g_T(t) * c(t) + w(t) \\ &= a(t) * g_T(t) + w(t) = u(t) + w(t) \end{aligned} \quad (3.7)$$

όπου $w(t)$ είναι ο λευκός Gaussian θόρυβος με φασματική πυκνότητα ισχύος

$$S_w(F) = N_0 \quad (3.8)$$

Έστω ότι στον δέκτη χρησιμοποιούμε το φίλτρο λήψης $g_R(t)$. Η έξοδος του φίλτρου είναι:

$$\begin{aligned} y(t) &= r(t) * g_R(t) = \int_{-\infty}^{\infty} r(\tau) g_R(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} (u(\tau) + w(\tau)) g_R(t - \tau) d\tau \\ &= \sum_n a_n \int_{-\infty}^{\infty} g_T(\tau - nT) g_R(t - \tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} w(\tau) g_R(t - \tau) d\tau. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Για να αποφύγουμε τη διασυμβολική παρεμβολή, υποθέτουμε ότι η συνολική κρουστική απόκριση, $x(t)$, ικανοποιεί τη συνθήκη Nyquist, δηλαδή:

$$x(t) = g_T(t) * c(t) * g_R(t) = g_T(t) * g_R(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g_T(\tau) g_R(t - \tau) d\tau \quad (3.10)$$

και

$$x(kT) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

Υπάρχουν άπειρα ζεύγη $g_T(t)$ και $g_R(t)$ που ικανοποιούν την παραπάνω συνθήκη. Για παράδειγμα οι παλμοί $g_T(t)$ και $g_R(t)$ με

$$G_T(F) = A(F), \quad G_R(F) = \frac{X(F)}{A(F)} \quad (3.12)$$

για $X(F)$ παλμό Nyquist και $A(F) \neq 0$ για $F \in [W, W^-]$ αλλά κατά τα άλλα αυθαίρετο, ικανοποιούν την παραπάνω συνθήκη. Από τα άπειρα αυτά ζεύγη, θα επιλέξουμε αυτό που μεγιστοποιεί το SNR στην έξοδο του φίλτρου λήψης τις χρονικές στιγμές στις οποίες λαμβάνουμε τα δείγματα, $t=kT$.

Θέτοντας $t=kt$ στην σχέση (3.9) υπολογίζουμε την έξοδο:

$$y(kT) = \sum_n a_n \int_{-\infty}^{+\infty} g_T(\tau - nT) g_R(kT - \tau) d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} w(\tau) g_R(kT - \tau) d\tau \quad (3.13)$$

Παρατηρούμε ότι:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g_T(\tau - nT) g_R(kT - \tau) d\tau \stackrel{\tau' = \tau - nT}{=} \int_{-\infty}^{+\infty} g_T(\tau') g_R((k-n)T - \tau') d\tau' = x((k-n)T) \quad (3.14)$$

Εξαιτίας της σχέσης (3.11) λαμβάνουμε ότι από το άθροισμα, επιζεί μόνο ο όρος για $n=k$. Συνεπώς:

$$y(kT) = a_k \int_{-\infty}^{+\infty} g_T(\tau - kT) g_R(kT - \tau) d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} w(\tau) g_R(kT - \tau) d\tau. \quad (3.15)$$

Με την αλλαγή μεταβλητών $\tau' = \tau - kT$, το πρώτο ολοκλήρωμα της (3.15) γίνεται:

$$\int_{-\infty}^{\infty} g_T(\tau - nT)g_R(kT - \tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} g_T(\tau')g_R(-\tau')d\tau' \quad (3.16)$$

Η έξοδος του $g_R(t)$ με είσοδο $w(t)$ δίνεται από τη συνέλιξη:

$$s(t) = w(t) * g_R(t) = \int_{-\infty}^{\infty} w(\tau)g_R(t - \tau)d\tau \quad (3.17)$$

Συνεπώς το δεύτερο ολοκλήρωμα της (3.15) είναι απλά

$$\int_{-\infty}^{\infty} w(\tau)g_R(kT - \tau)d\tau = s(kT) = s_k \quad (3.18)$$

Τελικά προκύπτει το παρακάτω:

$$y_k = y(kT) = u_k + s_k \quad (3.19)$$

Με το u_k να ισούται με:

$$u_k = a_k \int_{-\infty}^{\infty} g_T(\tau')g_R(-\tau')d\tau'. \quad (3.20)$$

3.4 Προσαρμοσμένο φίλτρο

Το SNR στην έξοδο του $g_R(t)$ τις χρονικές στιγμές $t=kT$ είναι:

$$SNR = \frac{E\{y_k^2\}}{E\{u_k^2\}} \quad (3.21)$$

Για τον αριθμητή έχουμε το παρακάτω:

$$E[u_k^2] = E\left[\left(\int_{-\infty}^{\infty} g_T(\tau')g_R(-\tau')d\tau'\right)^2\right] \quad (3.22)$$

Η ισχύς του $u_k = u(kT)$ υπολογίζεται ως εξής: Το $u(t)$ είναι η έξοδος του φίλτρου με κρουστική απόκριση $g_R(t)$ και είσοδο λευκό θόρυβο με φασματική πυκνότητα ισχύος N_0 [5]. Συνεπώς το $u(t)$ είναι στάσιμη στοχαστική διαδικασία με φασματική πυκνότητα ισχύος:

$$S_u(F) = N_0 |G_R(F)|^2 \quad (3.23)$$

και ισχύ:

$$P_u = \int_{-\infty}^{\infty} S_u(F)dF = N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |G_R(F)|^2 dF = N_0 \int_{-\infty}^{\infty} g_R^2(\tau)d\tau \quad (3.24)$$

Συνεπώς το SNR στην έξοδο του $g_R(t)$ τις χρονικές στιγμές kT είναι:

$$SNR = \frac{E[u_k^2]}{E[u_k^2]} = \frac{\sigma_a^2 \left(\int_{-\infty}^{\infty} g_T(\tau)g_R(-\tau)d\tau\right)^2}{N_0 \int_{-\infty}^{\infty} g_R^2(\tau)d\tau} \quad (3.25)$$

Για να μεγιστοποιήσουμε τον SNR θα κάνουμε χρήση της ανισότητας Cauchy-Schwartz:για οποιοσδήποτε συναρτήσεις $x(t)$ και $y(t)$ ισχύει η ανισότητα

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t)dt\right)^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt \int_{-\infty}^{\infty} y^2(t)dt \quad (3.26)$$

Η ισότητα επιτυγχάνεται αν και μόνο αν $y(t)=ax(t)$. Συνεπώς

$$SNR \leq \frac{\sigma_a^2}{N_0} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} g_T^2(\tau) d\tau \int_{-\infty}^{\infty} g_T^2(-\tau) d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} g_R^2(\tau) d\tau} \quad (3.27)$$

με ισότητα αν και μόνο αν:

$$g_R(-\tau) = c g_T(\tau) \quad (3.28)$$

δηλαδή αν το $g_R(t)$ είναι προσαρμοσμένο στο $g_T(t)$. Η σχέση (3.28) είναι ισοδύναμη με την:

$$G_R(F) = c G_T^*(F) \quad (3.29)$$

Αν υποθέσουμε ότι το $X(F)$ είναι το φάσμα του ανυψωμένου συνημιτόνου, τότε για κάθε F , το $X(F)$ είναι μη αρνητικός πραγματικός αριθμός και συνεπώς ορίζεται η τετραγωνική του ρίζα. Αν επιλέξουμε:

$$G_R(F) = G_T(F) = \sqrt{X(F)} \quad (3.30)$$

τότε ικανοποιείται η (3.29) (και προφανώς και η (3.28) και η (3.12)).

Οι αντίστοιχοι παλμοί καλούνται square root raised cosine και τους αναλύσαμε στο κεφάλαιο 2. Είναι μη μηδενικοί σε όλον τον άξονα του χρόνου (όπως και οι παλμοί raised cosine). Το φάσμα τους είναι μη μηδενικό μόνο εντός του διαστήματος $[-W, W]$, για

$$W = \frac{1+a}{2T} \quad (3.31)$$

Από την (3.11) συμπεραίνουμε ότι:

$$\int_{-\infty}^{\infty} g_T(\tau)g_R(-\tau)d\tau = 1 \quad (3.32)$$

που σημαίνει ότι $s_{-k}=a_k$. Εξαιτίας του ότι $g_T(t) = g_R(t)$ και $g_T(t) = g(-t)$, ($g_T(t)$ άρτια), η (3.32) δίνει:

$$\int_{-\infty}^{\infty} g_T^2(\tau)d\tau = 1 \quad (3.33)$$

που βάσει της (3.27) συνεπάγεται ότι:

$$SNR_{\max} = \frac{\sigma_a^2}{N_0} \quad (3.34)$$

Επίσης μπορεί να αποδειχτεί ότι τα δείγματα θορύβου στην έξοδο $y(t)$ είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους. Συνεπώς η δείγμα-προς-δείγμα εκτίμηση της ακολουθίας $\{a_k\}$ είναι βέλτιστη στην περίπτωση που δεν έχουμε εισάγει κωδικοποίηση στα a_k .

Συνήθως στην πράξη χρησιμοποιούνται square root raised cosine παλμοί αποκομμένοι στο διάστημα $[-AT, AT]$, όπου A ο μικρός θετικός ακέραιος. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα το $x(t) = g_T(t) * g_R(t)$ να είναι καλή προσέγγιση ενός raised cosine παλμού στο διάστημα $[-2AT, 2AT]$, και μηδέν αλλού.

3.5 Υπολογισμός φασματικής πυκνότητας ισχύος PAM κυματομορφών βασικής ζώνης

Έστω η PAM κυματομορφή βασικής ζώνης:

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n g(t-nT) \quad (3.35)$$

με A_n ανεξάρτητες, όμοια κατανεμημένες τυχαίες μεταβλητές με $\varepsilon(A_n) = 0$ και $\varepsilon(A_n^2) = \sigma_A^2$ και παλμό μορφοποίησης (shaping pulse) $g(t)$ [5].

Η μέση τιμή της $X(t)$ είναι 0 διότι:

$$\varepsilon[X(t)] = \varepsilon\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n g(t-nT)\right] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varepsilon[A_n] \quad (3.36)$$

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης $R_{xx}(t+\tau, t)$ υπολογίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} R_{xx}(t+\tau, t) &= \varepsilon[X(t+\tau)X(t)] = \\ &= \varepsilon\left[\left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n g(t+\tau-nT)\right)\left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m g(t-mT)\right)\right] = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sigma_A^2 g(t+\tau-nT)g(t-nT) \end{aligned} \quad (3.37)$$

όπου στην τελευταία ισότητα χρησιμοποιήθηκε το γεγονός ότι οι A_n είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές μηδενικής μέσης τιμής.

Από τις (3.36) και (3.37) συμπεραίνουμε ότι η $X(t)$ είναι κυκλοστάσιμη με περίοδο T .

Η φασματική πυκνότητα ισχύος της $X(t)$ είναι $S_x(F) = F\{\bar{R}_x(\tau)\}$, με:

$$\begin{aligned}
\bar{R}_x(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{\tau} R_{xx}(t+\tau, t) dt = \\
&= \frac{\sigma_A^2}{T} \int_{\frac{\tau}{2}}^{\frac{T}{2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t+\tau-nT)g(t-nT) dt = \\
&= \frac{\sigma_A^2}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{\frac{\tau}{2}}^{\frac{T}{2}} g(t+\tau-nT)g(t-nT) dt = \\
&= \frac{\sigma_A^2}{T} \int_{-\infty}^{\infty} g(t+\tau)g(t) dt
\end{aligned} \tag{3.38}$$

Η λεπτομερής απόδειξη της τελευταίας ισότητας έχει ως εξής:

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} g(t+\tau)g(t) dt &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{\frac{\tau}{2}}^{\frac{(2n+1)T}{2}} g(t+\tau)g(t) dt = \\
t'=t+nT &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{\frac{\tau}{2}}^{\frac{T}{2}} g(t'-nT+\tau)g(t'-nT) dt'
\end{aligned} \tag{3.39}$$

όπου στο σημείο (α) διαμερίσαμε το άπειρο διάστημα ολοκλήρωσης σε άπειρο πλήθος διαστημάτων μήκους T το καθένα.

Συνεπώς:

$$\bar{R}_x(\tau) = \frac{\sigma_A^2}{T} \int_{-\infty}^{\infty} g(t+\tau)g(t) dt = \frac{\sigma_A^2}{T} g(\tau) * g(-\tau) \tag{3.40}$$

Άρα από τις παραπάνω πράξεις προκύπτει:

$$\bar{R}_x(\tau) = \frac{\sigma_A^2}{T} g(\tau) * g(-\tau) \tag{3.41}$$

και η φασματική πυκνότητα ισχύος της X(t) δίνεται από τη σημαντική σχέση

$$S_x(F) = F\{\bar{R}_x(\tau)\} = \frac{\sigma_A^2}{T} G(F)G^*(F) = \frac{\sigma_A^2}{T} |G(F)|^2 \tag{3.42}$$

Άρα, το φάσμα (και, συνεπώς και το εύρος φάσματος) της $X(t)$ καθορίζεται πλήρως από το μετασχηματισμό Fourier $G(F)$ του παλμού μορφοποίησης $g(t)$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

Προσομοίωση PAM παλμοσειρών μέσα από κανάλι περιορισμένου εύρους φάσματος

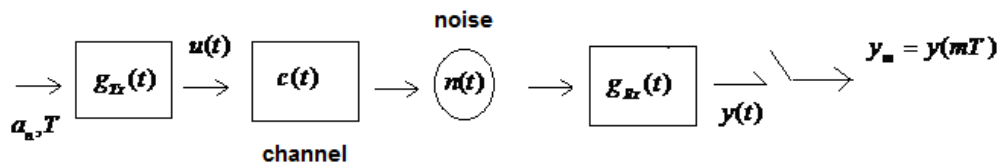
4.1 Εισαγωγή

Μέχρι τώρα ασχοληθήκαμε με το θεωρητικό κομμάτι της εργασίας έτσι ώστε να κατανοηθούν κάποιοι βασικοί όροι. Στην παρούσα φάση θα παρουσιάσουμε αναλυτικά τις υλοποιήσεις που πραγματοποιήθηκαν στο περιβάλλον του Matlab.

Όπως αναφέρθηκε και σε αντίστοιχο κεφάλαιο (κεφάλαιο 2), το φίλτρο ανυψωμένου συνημιτόνου (raised cosine) χρησιμοποιείται για την επίτευξη μηδενικής διασυμβολικής παρεμβολής κατά την μετάδοση. Ο παλμός αυτός σχεδιάστηκε με βάση τις εξής προδιαγραφές- παραμέτρους:

- | |
|--|
| • Περίοδος συμβόλου δεδομένων $T=1$ (second) |
| • Εκπεμπόμενα σύμβολα $N=30$ |

• Περίοδος δειγματοληψίας $T_s = T/k$
• Θετικός ακέραιος $k=10$
• Συχνότητα δειγματοληψίας $F_s = 1/T_s$
• Παράγοντας κλίσης (roll-off factor) $a=0.5$
• Συντελεστής επέκτασης $A=5$



Εικόνα 4.1 PAM σύστημα βασικής ζώνης

4.2 Παλμοί ανυψωμένου συνημιτόνου (raised cosine)

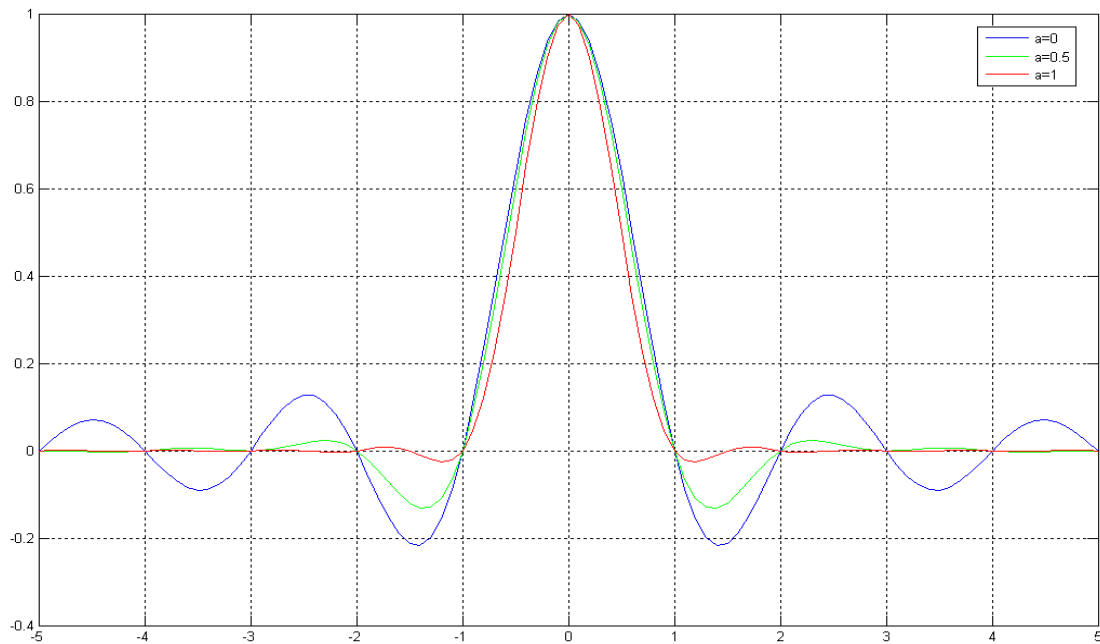
Για τη δημιουργία του παλμού raised cosine χρησιμοποιήσαμε την εντολή:

❖ rcosine με φίλτρο 'fir'

Το σήμα μεταδίδεται στην αρχική μπάντα συχνοτήτων του, χωρίς μετατόπιση σε κάποια υψηλότερη, χρησιμοποιώντας την διαμόρφωση πλάτους παλμών PAM (κεφάλαιο 1). Το κανάλι από το οποίο περνάει ο

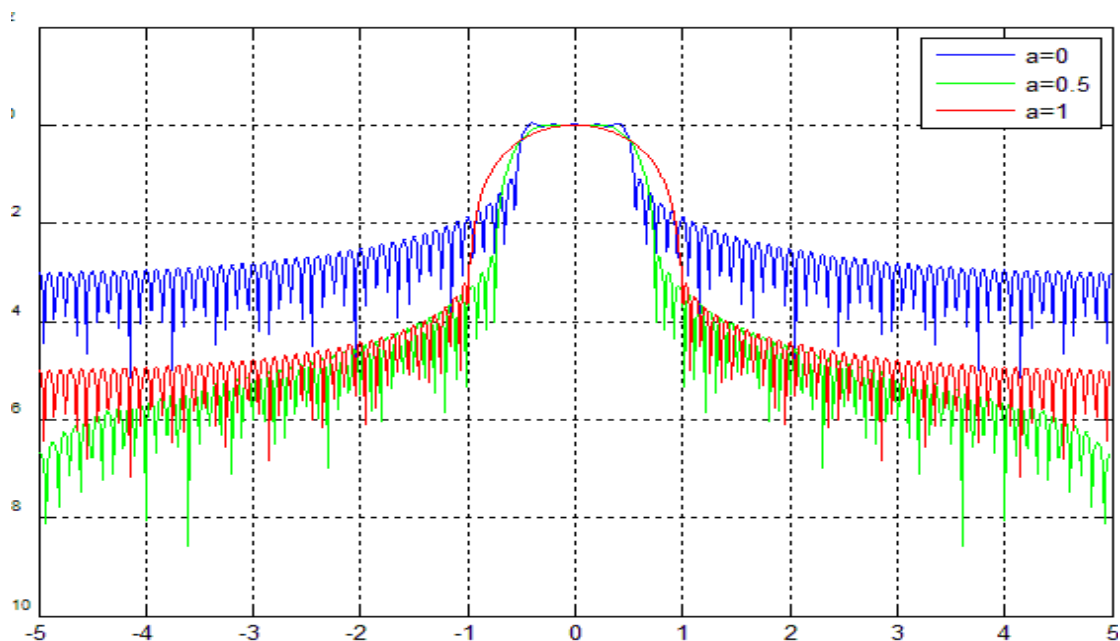
παλμός μας είναι ιδανικό. Το εύρος φάσματος είναι περιορισμένο, διότι αν δεν ήταν, η εκπομπή θα γινόταν απειρίοριστα με αποτέλεσμα να έχουμε παρεμβολές στις μεταδόσεις μας, δηλαδή:

- Από $-A \cdot T$ έως $A \cdot T$ με χρήση της εντολής του Matlab:
 - ❖ $t_axis = (-A \cdot T : Ts : A \cdot T)$
- Στον άξονα της συχνότητας από $-Fs/2$ έως $Fs/2$ με την εντολή
 - ❖ $f_axis = (-Fs/2 : Fs/1024 : Fs/2 - (1/1024))$;



Εικόνα 4.2 παλμός raised cosine με τρεις roll-off factor

Αρχικά, στην εικόνα 4.2 παρουσιάζεται ο παλμός raised cosine για διάφορες τιμές του παράγοντα κλίσης a . Από το σχήμα αυτό παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται ο παράγοντας a μικραίνουν οι ουρές του παλμού, μέχρι που σχεδόν μηδενίζονται (για $a=1$). Στην εικόνα 4.3 ο παλμός raised cosine απεικονίζεται στον άξονα της συχνότητας και πάλι για τρεις διαφορετικές τιμές του roll-off factor. Η απεικόνιση αυτή πραγματοποιείται με τη χρήση του μετασχηματισμού Fourier (παράρτημα Ι) στον παλμό μας. Η εικόνα 4.3 ουσιαστικά αποτελεί συμπληρωματική ανάλυση της 4.2, διότι μπορεί να διερευνήσει χαρακτηριστικά που εντοπίζονται ευκολότερα στο πεδίο της συχνότητας από ότι σε αυτό του χρόνου[1].



Εικόνα 4.3 raised cosine με τρεις roll-off factor στην συχνότητα

Αυτό που παρατηρούμε στην εικόνα 4.3 είναι ότι όσο μεγαλύτερο είναι το a τόσο αυξάνει και το εύρος ζώνης (bandwidth) του παλμού.

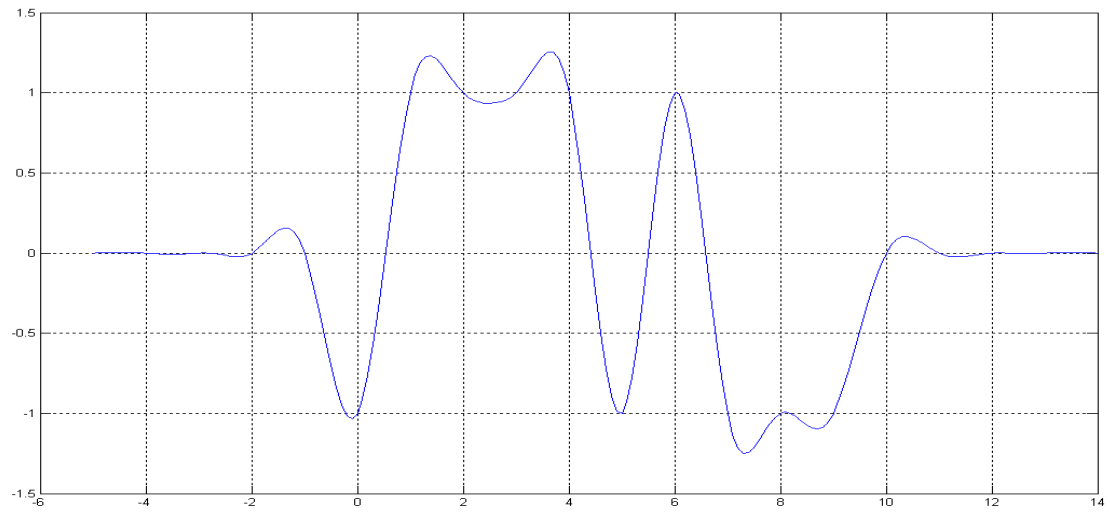
4.3 Σχεδιασμός εκπεμπόμενης PAM παλμοσειράς

Στη συνέχεια όπως παρατηρούμε και στη σχέση (4.1), δημιουργήσαμε την εκπεμπόμενη παλμοσειρά, η οποία είναι της μορφής:

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_{Tx}(t - nT) \quad (4.1)$$

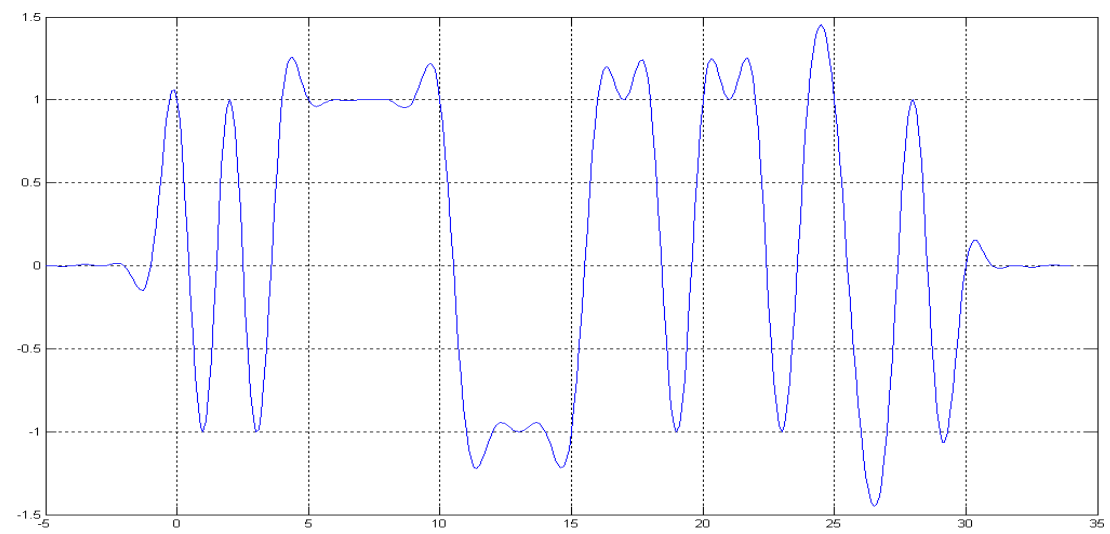
όπου a_n είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους, δείγματα και παίρνουν με ίση πιθανότητα τιμές στο σύνολο $\{+1, -1\}$, ενώ ο $g_{Tx}(t)$ είναι ο παλμός raised cosine. Για τη δημιουργία της παλμοσειράς της σχέσης (4.1) οι παράμετροι που θέσαμε στην αρχή του κεφαλαίου παραμένουν ίδιες θέτοντας απλά σταθερό το $a=0.5$, ενώ αλλάζουν τα σύμβολα. Στις εικόνες (4.4) και (4.5) βλέπουμε την εκπεμπόμενη παλμοσειρά μας (σχέση 4.1) με αριθμό συμβόλων (που στείλαμε) $N=10$ και $N=30$ αντίστοιχα.

Για $N=10$



Εικόνα 4.4

Για $N=30$

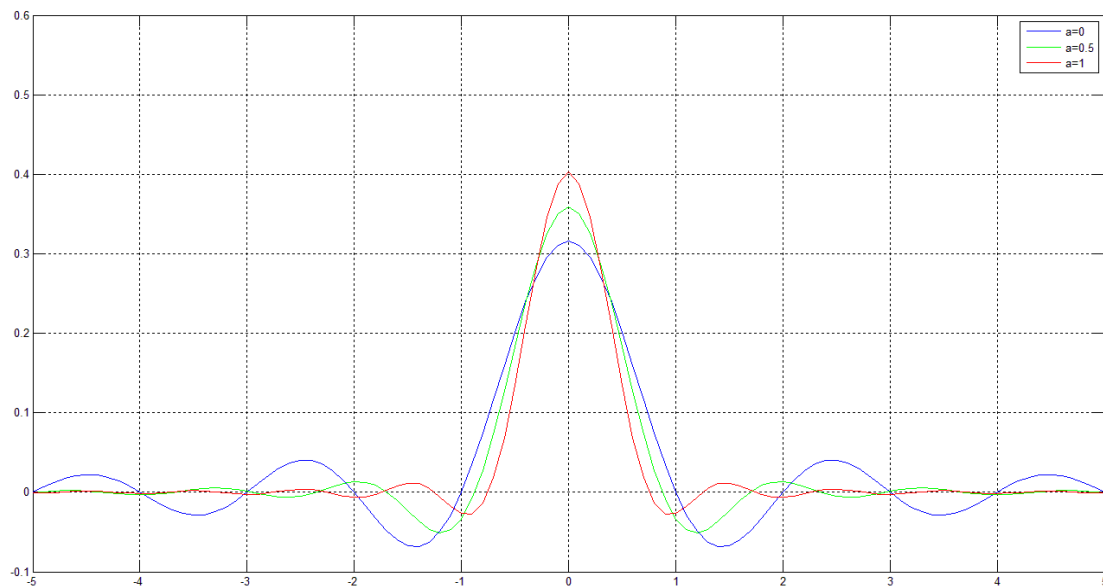


Εικόνα 4.5

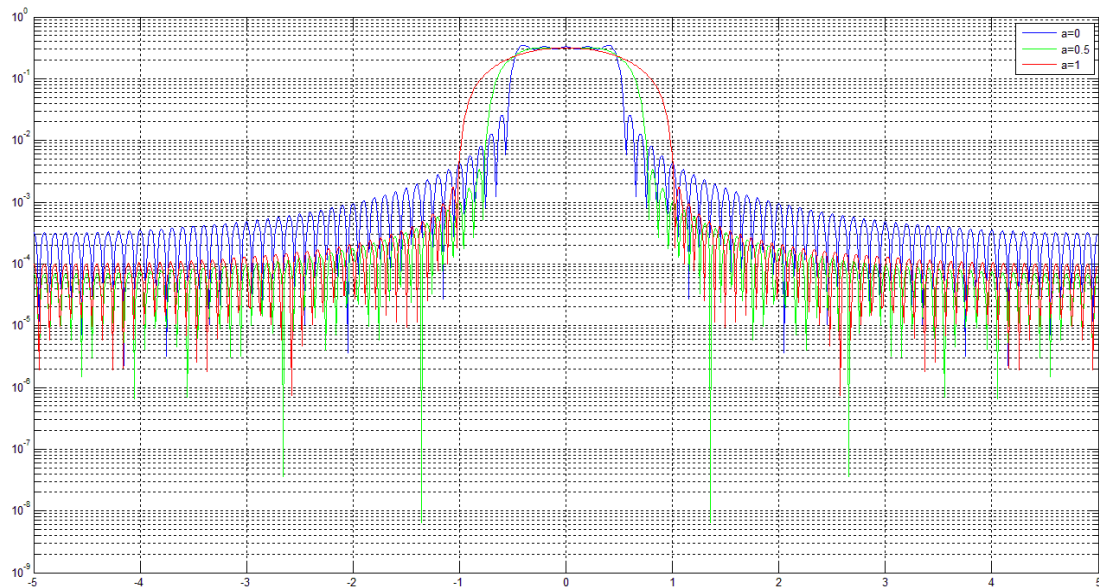
4.4 Μετάδοση PAM κυματομορφών μέσω ιδανικών καναλιών- Βασική ζώνη

4.4.1 Παλμοί square root raised cosine

Με την ίδια εντολή του Matlab (`rcosine`) αλλά με χρήση φίλτρου `'sqrt'` δημιουργούμε τον παλμό που απεικονίζεται στις παρακάτω εικόνες (εικόνα 4.6,4.7). Παρατηρώντας τις εικόνες διαπιστώνουμε ότι ο παλμός δεν ικανοποιεί το κριτήριο Nyquist. (Οι παράμετροι που χρησιμοποιούμε για την κατασκευή του εκπεμπόμενου παλμού, έχουν δηλωθεί στην αρχή του κεφαλαίου).



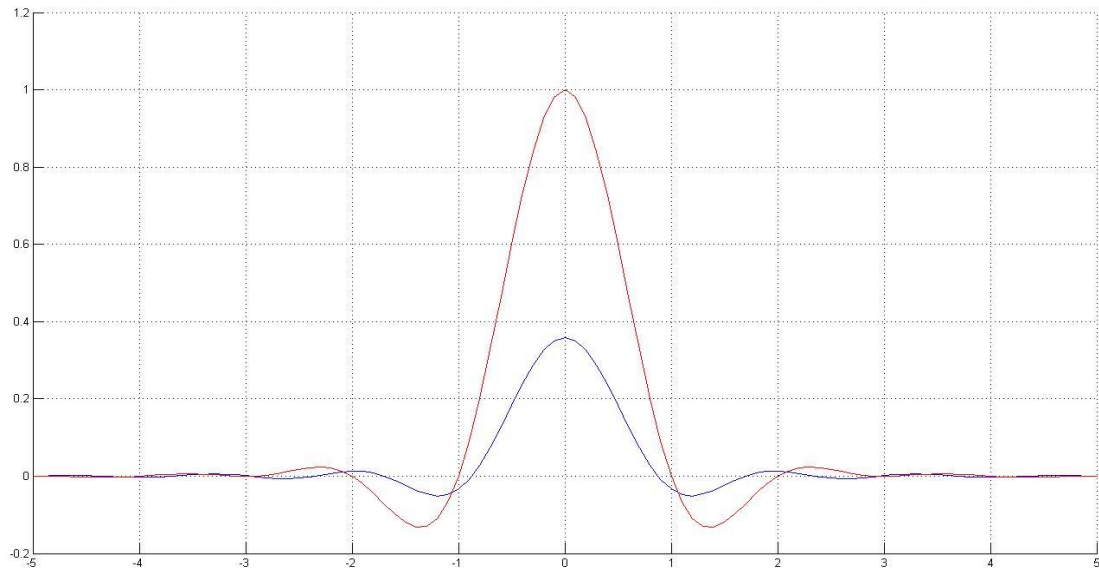
Εικόνα 4.6 παλμός square root raised cosine για τρεις roll-off factor



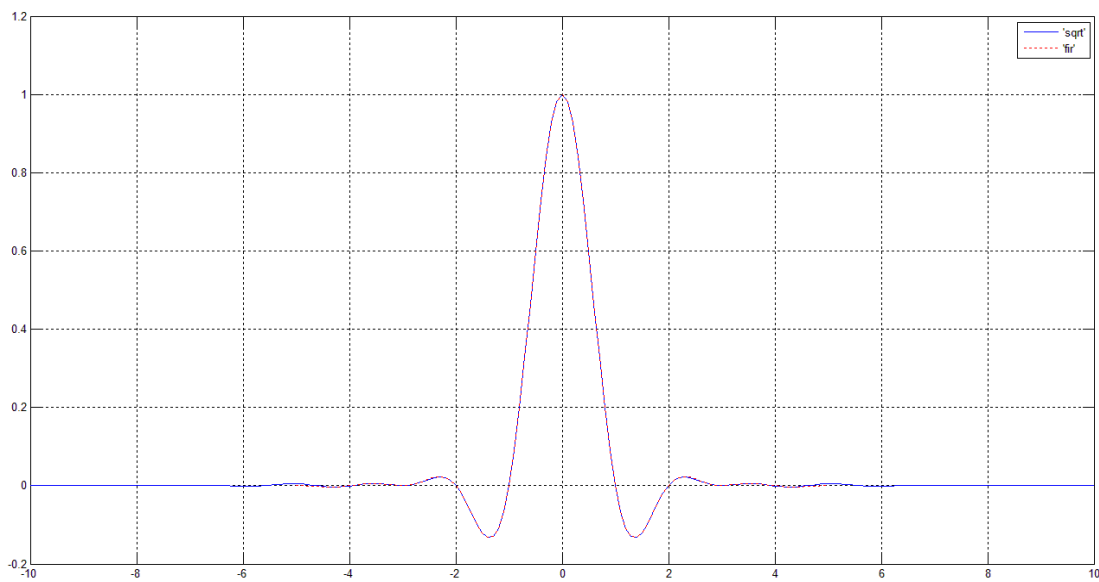
Εικόνα 4.7 παλμός square root raised cosine για τρεις roll-off factor

4.4.2 Σύγκριση square root raised cosine – raised cosine

Παρατηρώντας την εικόνα 4.8 φτάνουμε και πάλι στο συμπέρασμα ότι το φίλτρο τετραγωνικής ρίζας υψωμένου συνημιτόνου δεν ικανοποιεί το κριτήριο Nyquist. Εάν πάρουμε το μετασχηματισμό Fourier του φίλτρου τετραγωνική ρίζα υψωμένου συνημιτόνου του πομπού και το μετασχηματισμό Fourier του φίλτρου τετραγωνική ρίζα ανυψωμένου συνημιτόνου του δέκτη και τα πολλαπλασιάσουμε (δηλαδή τώρα είμαστε στο πεδίο ορισμού της συχνότητας) έχουμε ένα φίλτρο (πομπός ·δέκτης) το οποίο πληροί το θεώρημα του Nyquist (όπως φαίνεται και στην εικόνα 4.9).



Εικόνα 4.8 Σύγκριση παλμών square root raised cosine – raised cosine



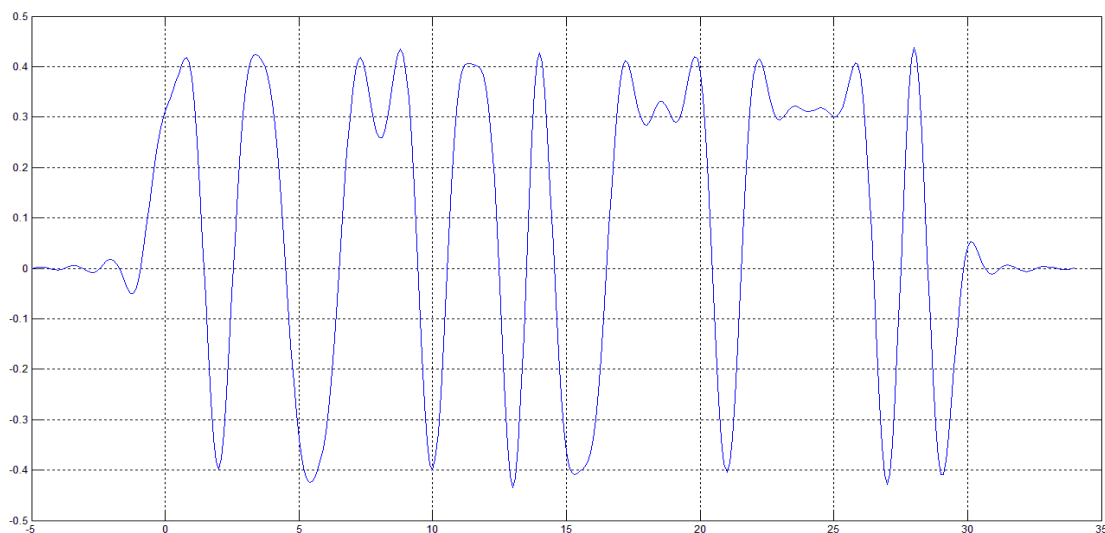
Εικόνα 4.9 Διαμοιρασμός φιλτραρίσματος κατά Nyquist μεταξύ πομπού- δέκτη

4.5 Προσομοίωση μετάδοσης με χρήση παλμών τετραγωνικής ρίζας ανυψωμένου συνημιτόνου μέσω ιδανικού καναλιού- Βασική ζώνη

4.5.1 Εισαγωγή

Στην εργασία αυτή, αν και μελετήσαμε αρκετά τους παλμούς ανυψωμένου συνημιτόνου, στη μετάδοση που πραγματοποιείται στην πράξη και αναλύεται στην συνέχεια, χρησιμοποιήσαμε τους παλμούς square root raised cosine. Οι παλμοί αυτοί επιλέχτηκαν σύμφωνα με τα πλεονεκτήματά τους τα οποία τους καθιστούν κατάλληλους για μηδενική διασυμβολική αλλά και μεγιστοποίηση του SNR.

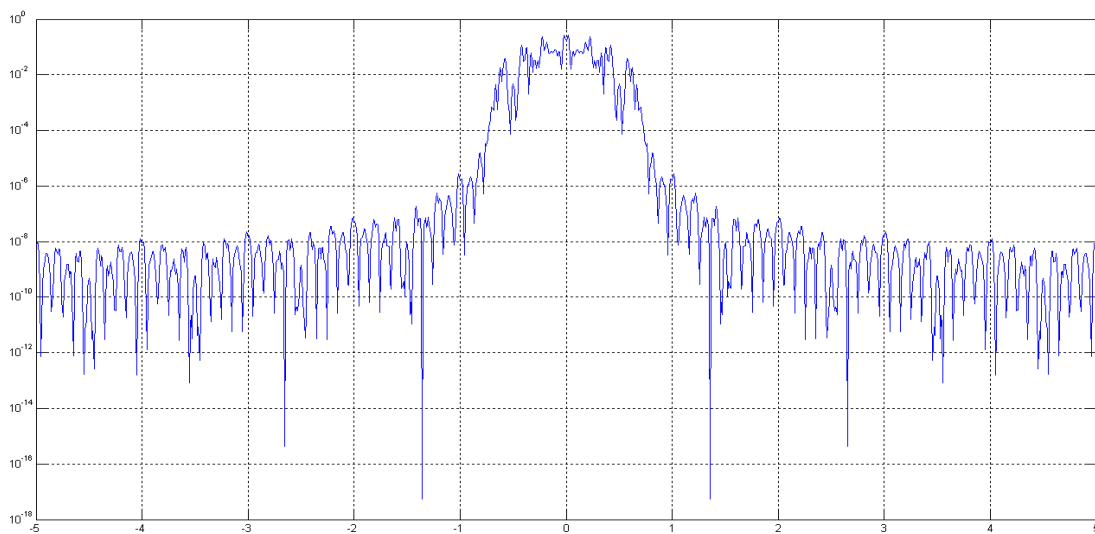
Στην εικόνα 4.10 παρουσιάζεται η εκπεμπόμενη παλμοσειρά.



Εικόνα 4.10 Εκπεμπόμενη παλμοσειρά $u(t)$

4.5.2 Περιοδόγραμμα

Ένας από τους κυριότερους εκτιμητές της πυκνότητας φάσματος ισχύος είναι το περιοδόγραμμα. Το περιοδόγραμμα εμφανίστηκε αρχικά το 1898 ως μέθοδος εύρεσης κρυφής περιοδικότητας σε χρονικές σειρές. Παρουσιάζεται στην εικόνα 4.11 και ο τύπος του στην σχέση (4.3).



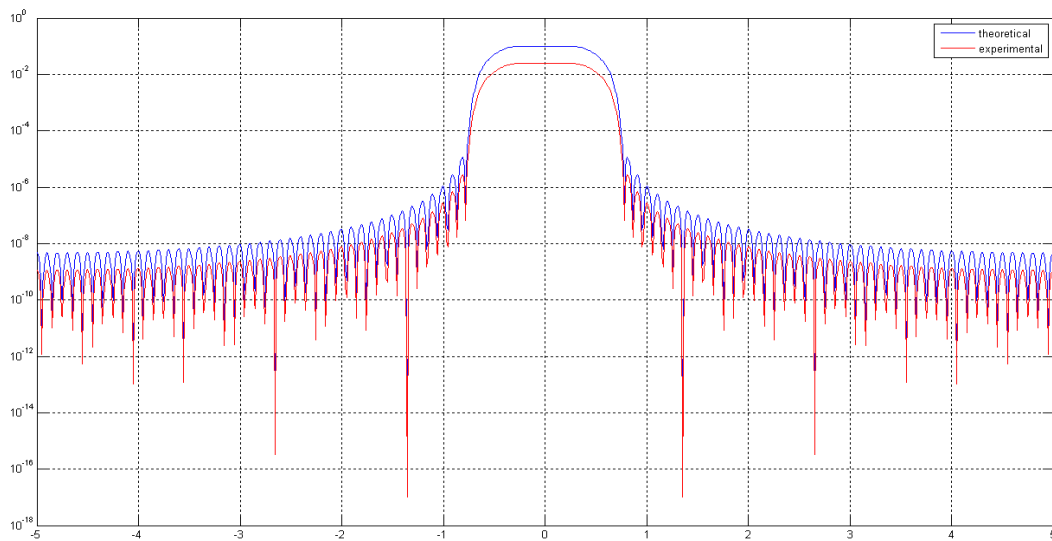
Εικόνα 4.11 Περιοδόγραμμα

$$P_s(F) = \frac{\overline{F[u(t)]^2}}{T_{tot}} \quad (4.3)$$

όπου T_{tot} είναι η συνολική διάρκεια της $u(t)$. Η $u(t)$ περνά από το $c(t)$ κανάλι για να φτάσει στο δέκτη. Καθ' όλη την μετάδοσή μας το κανάλι αυτό είναι ιδανικό (κεφάλαιο 2).

4.5.3 Φασματική πυκνότητα ισχύος

Όπως αναφέραμε και σε αντίστοιχο κεφάλαιο (κεφάλαιο 2), η φασματική πυκνότητα ισχύος δείχνει την κατανομή της ισχύος στις φασματικές συνιστώσες (συχνότητες) ενός σήματος και είναι πάντοτε θετική ποσότητα. Στην εικόνα 4.12 βλέπουμε την θεωρητική και την πειραματική προσέγγισή της. Οι παράμετροι σχεδιασμού του εκπεμπόμενου σήματος έχουν δηλωθεί στην αρχή του κεφαλαίου και χρησιμοποιούμε (όπως αναφέραμε και παραπάνω) τον παλμό square root raised cosine[7].

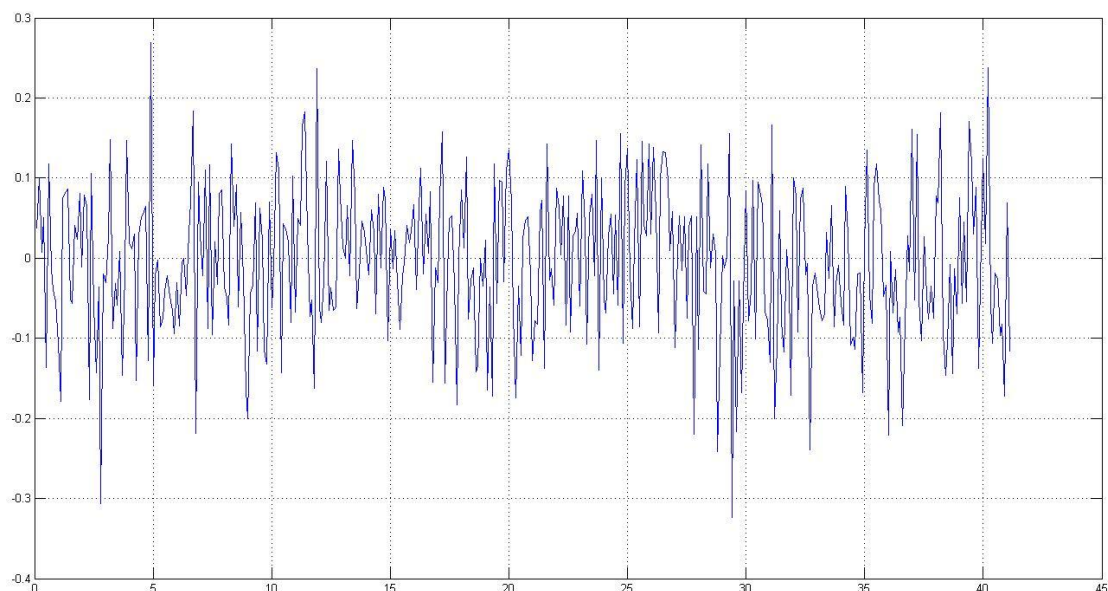


Εικόνα 4.12 θεωρητική και πειραματική φασματική πυκνότητα ισχύος

4.6 Προσομοίωση μετάδοσης παρουσία θορύβου

Ο θόρυβος είναι κάθε ανεπιθύμητη ηλεκτρική ή ηλεκτρομαγνητική ενέργεια, που παρεμβάλλεται στο σήμα που διαδίδεται σε ένα μέσο, με αποτέλεσμα να αλλοιώνει την ποιότητά του και να προκαλεί την παραμόρφωσή του. Όσο πιο μεγάλος είναι ο λόγος S/N τόσο καλύτερη είναι η μετάδοση, διότι ο δέκτης θα διαχωρίσει με μεγαλύτερη ευκολία το σήμα από το θόρυβο.

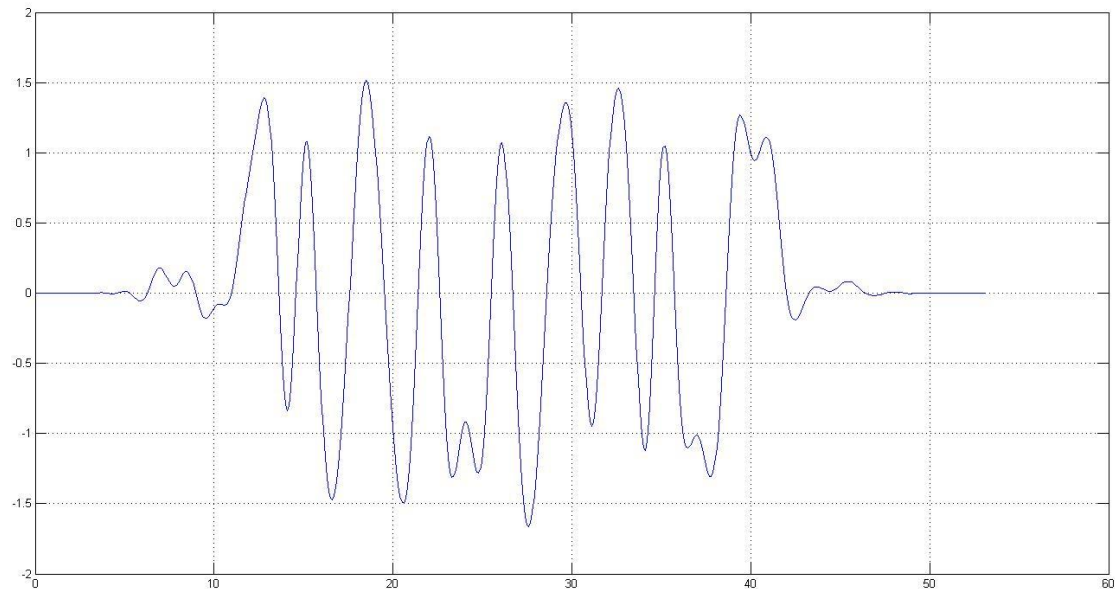
Οι προηγούμενες προσομοιώσεις που πραγματοποιήσαμε, ήταν για αθόρυβο κανάλι. Στο σημείο αυτό προστέθηκε και θόρυβος στη μετάδοση της πληροφορίας μας. Χρησιμοποιήθηκε η εντολή `randn` του Matlab, η οποία επιστρέφει τυχαίες τιμές που ακολουθούν Gaussian κατανομή. Στην παρακάτω εικόνα (4.13) παρουσιάζεται η μορφή του θορύβου για μικρή διασπορά ($\sigma_w^2 = 0.01$).



Εικόνα 4.13 Θόρυβος

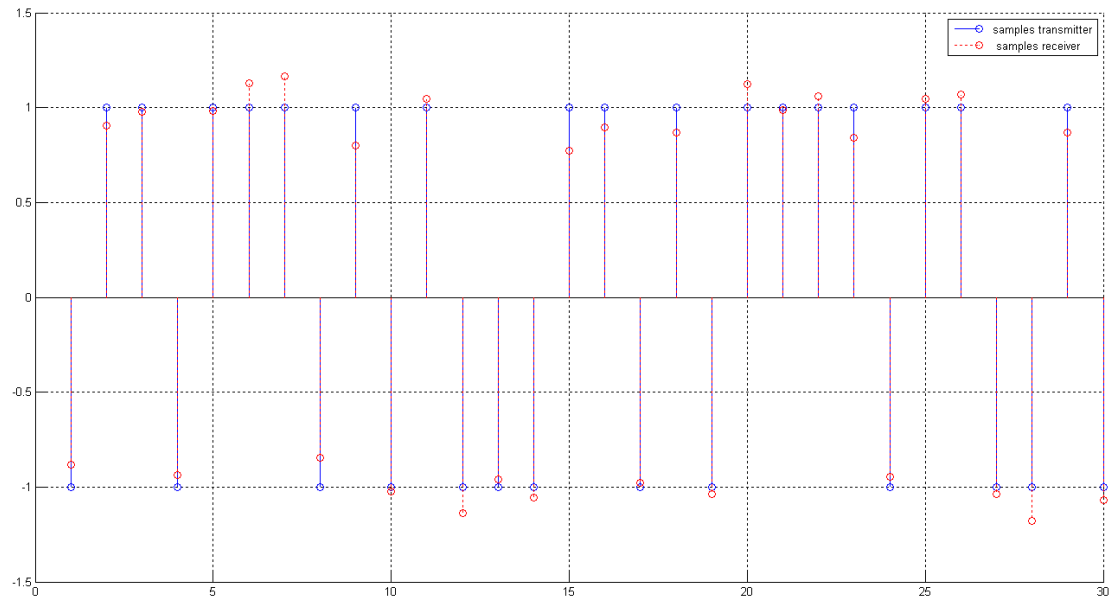
Κάθε παρεμβολή κατά τη διαδρομή μετάδοσης θα προκαλέσει αλλαγές στην τάση του σήματος και κατά συνέπεια στο πλάτος του. Υπενθυμίζουμε ότι το κανάλι από το οποίο περνάει ο παλμός μας είναι ιδανικό και ο παλμός μας είναι ο square root raised cosine.

Στην εικόνα 4.14 παρατηρούμε την λαμβανόμενη παλμοσειρά μας, στην οποία έχει προστεθεί και θόρυβος με μικρή διασπορά. Τα σύμβολα που έχει στείλει ο πομπός και τα δείγματα που έχει λάβει ο δέκτης παρουσιάζονται στην εικόνα 4.15.



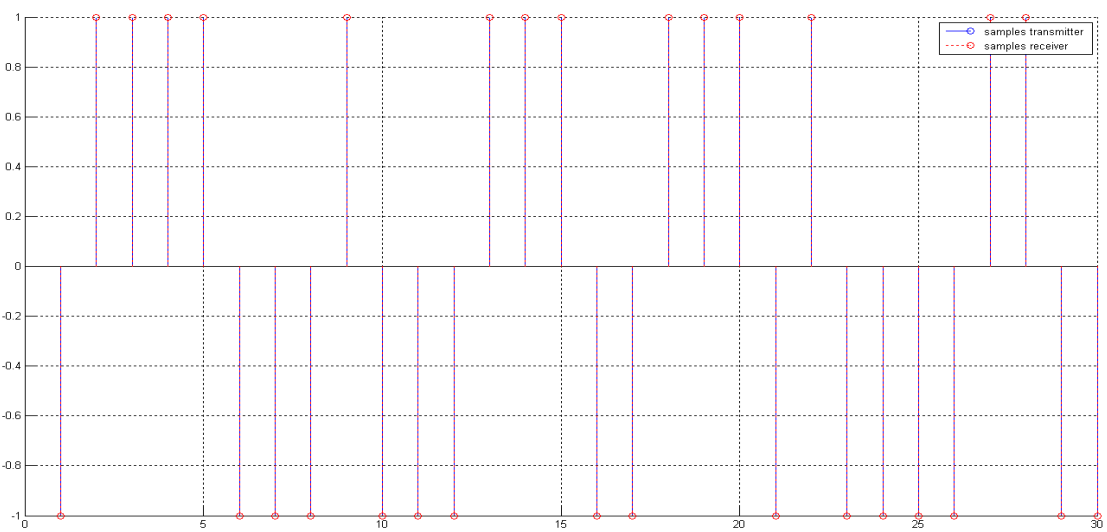
Εικόνα 4.14 λαμβανόμενη παλμοσειρά παρουσία θορύβου

Προσομοίωση PAM παλμοσειρών μέσα από κανάλι περιορισμένου εύρους φάσματος



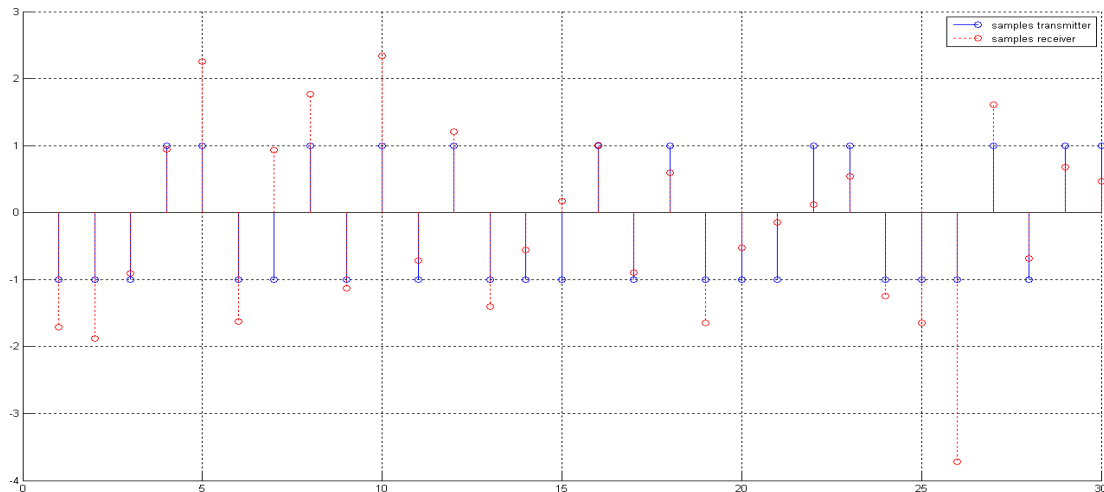
Εικόνα 4.15 Δείγματα πομπού- δείγματα δέκτη

Στόχος μιας επιτυχημένης μετάδοσης δεδομένων είναι τα σύμβολα που στέλνει ο πομπός, να λαμβάνονται σωστά από τον δέκτη και έτσι με κατάλληλη χρήση της εντολής `sign` του Matlab, να πετυχαίνω απόλυτη ταύτιση δειγμάτων. Το αποτέλεσμα παρουσιάζεται στο σχήμα 4.16.



Εικόνα 4.16 Απόλυτη ταύτιση δειγμάτων

Για μεγαλύτερη διασπορά θορύβου η διαφορά των συμβόλων που αποστέλλονται από τον πομπό με τα δείγματα που λαμβάνονται στο δέκτη είναι αρκετά μεγάλη. Όπως βλέπουμε λοιπόν και στην εικόνα 4.17 ο θόρυβος έχει σαν αποτέλεσμα να μην ανακτήσει ο δέκτης την σωστή πληροφορία και συμπεραίνουμε ότι η παρουσία του μπορεί να καταστρέψει τα πάντα.



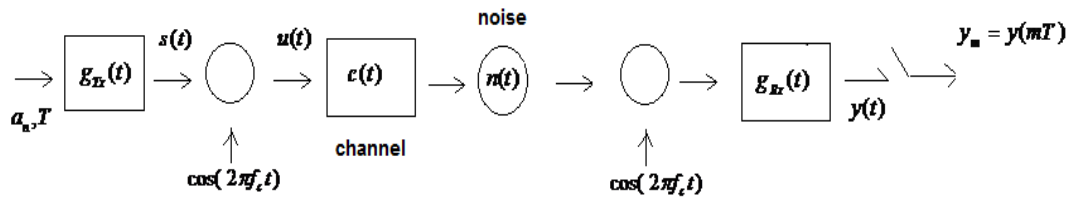
Εικόνα 4.17 Αλλοίωση σήματος με μεγάλη διασπορά θορύβου

4.7 Διαμόρφωση – Αποδιαμόρφωση

4.7.1 Διαμόρφωση

Η μετάδοση ενός σήματος στη βασική ζώνη είναι ικανοποιητική για εφαρμογές όπως η σταθερή τηλεφωνία, όμως δεν επαρκεί για άλλες εφαρμογές όπως π.χ. ασύρματη μετάδοση. Σε τέτοιες περιπτώσεις μεταφέρουμε το σήμα από τη βασικής ζώνης (baseband) σε μια υψηλότερη συχνότητα, με μια διαδικασία που ονομάζεται διαμόρφωση φέροντος. Με τη διαμόρφωση φέροντος το σήμα βασικής ζώνης που περιέχει την πληροφορία

που θέλουμε να μεταδώσουμε, 'επικάθεται' σε ένα σήμα υψηλότερης συχνότητας, το λεγόμενο φέρον σήμα (carrier signal)[8].

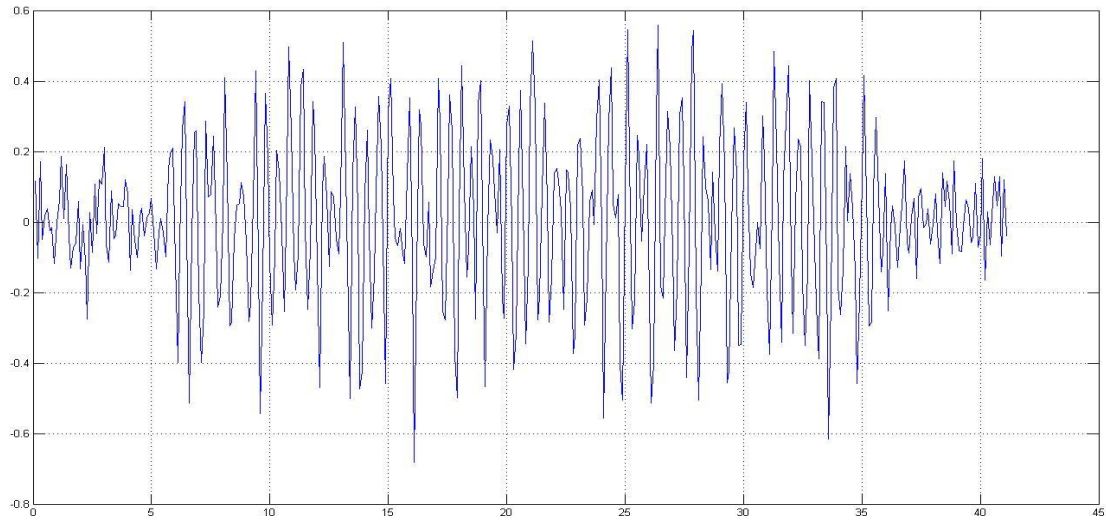


Εικόνα 4.18 Διαμόρφωση εκπεμπόμενου σήματος

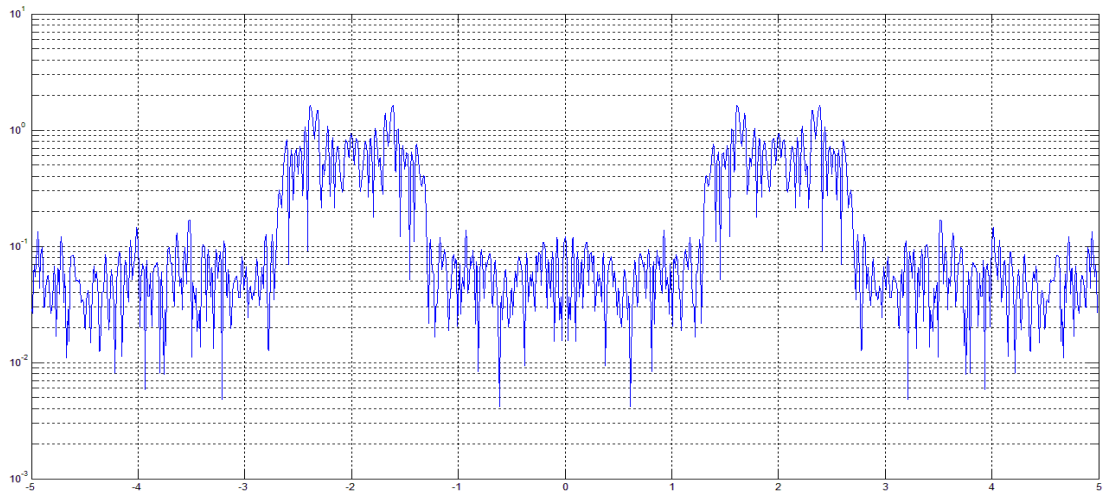
Στην εικόνα 4.18 βλέπουμε την πορεία που ακολουθεί η πληροφορία μας. Συγκεκριμένα ξεκινώντας από τον πομπό, ανεβαίνει στη συχνότητα φέροντος, f_c , περνάει από ένα ιδανικό κανάλι, προστίθεται ο Gaussian θόρυβος, κατεβαίνει στην βασική ζώνη, περνάει από ένα φίλτρο λήψης και τέλος λαμβάνεται από έναν δέκτη.

Στις εικόνες 4.19 και 4.20 βλέπουμε την εκπεμπόμενη παλμοσειρά μας αφού έχει διαμορφωθεί και έχει προστεθεί θόρυβος στην μετάδοση (στο πεδίο του χρόνου και της συχνότητας αντίστοιχα).

Υπενθυμίζουμε ότι οι παράμετροι σχεδιασμού του παλμού μας αναφέρονται στην αρχή του κεφαλαίου καθώς και ότι ο παλμός μας είναι ο square root raised cosine. Τέλος το κανάλι είναι ιδανικό. Η μετάδοση γίνεται με παρουσία θορύβου και η διασπορά του είναι μικρή ($\sigma_w^2 = 0.01$).



Εικόνα 4.19 Διαμορφωμένη εκπεμπόμενη παλμοσειρά παρουσία θορύβου

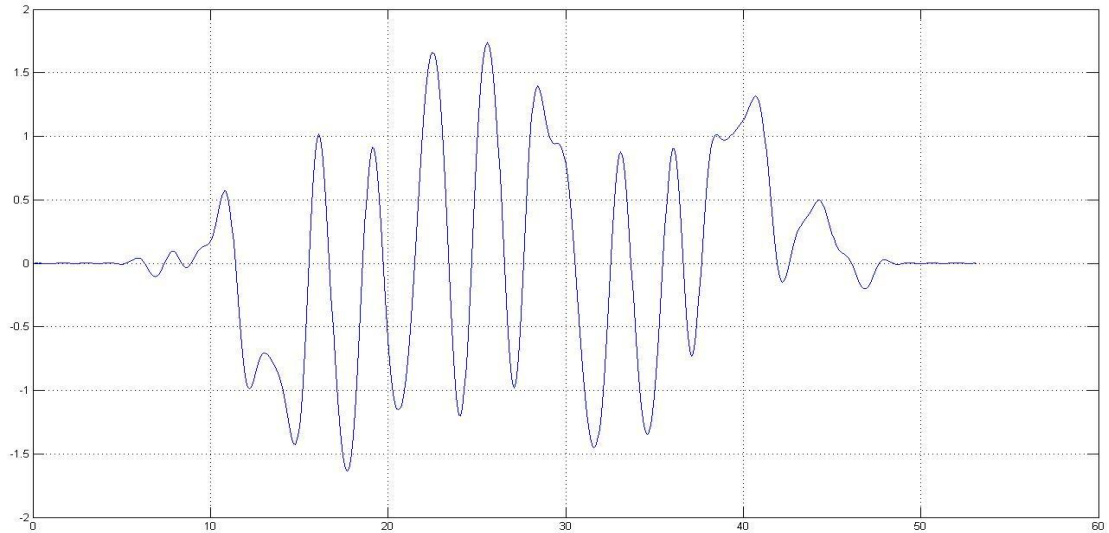


Εικόνα 4.20 Στο πεδίο της συχνότητας

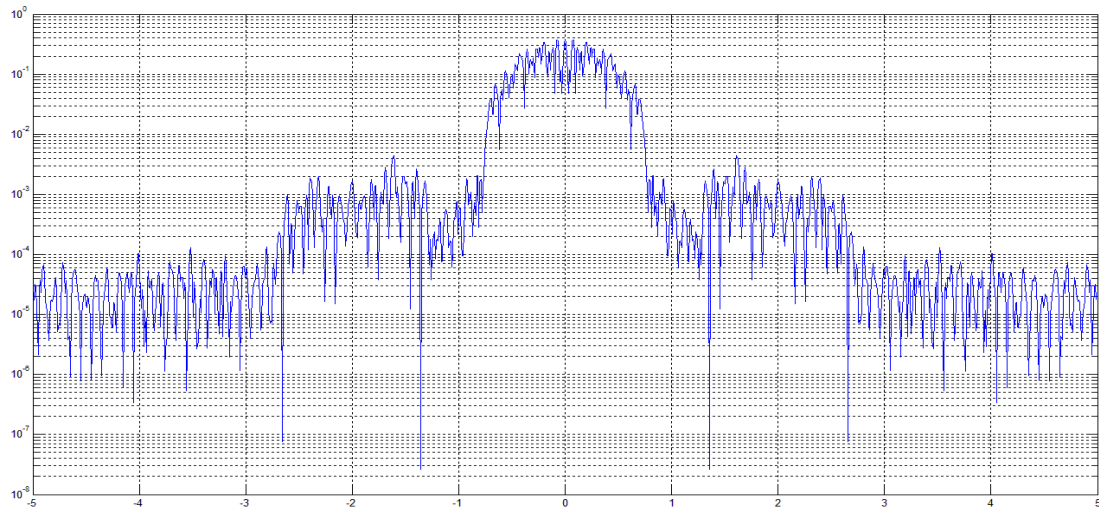
4.7.2 Αποδιαμόρφωση

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία πολλαπλασιασμού με ένα συνημίτονο και με μία μικρή κλιμάκωση παίρνουμε την αρχική κυματομορφή. Η αποδιαμόρφωση γίνεται στο δέκτη, πριν την ανάκτηση του αρχικού σήματος και στην ακόλουθη εικόνα (4.21) παρουσιάζεται η αποδιαμορφωμένη

παλμοσειρά στο πεδίο του χρόνου καθώς και στην 4.22 στο πεδίο της συχνότητας.



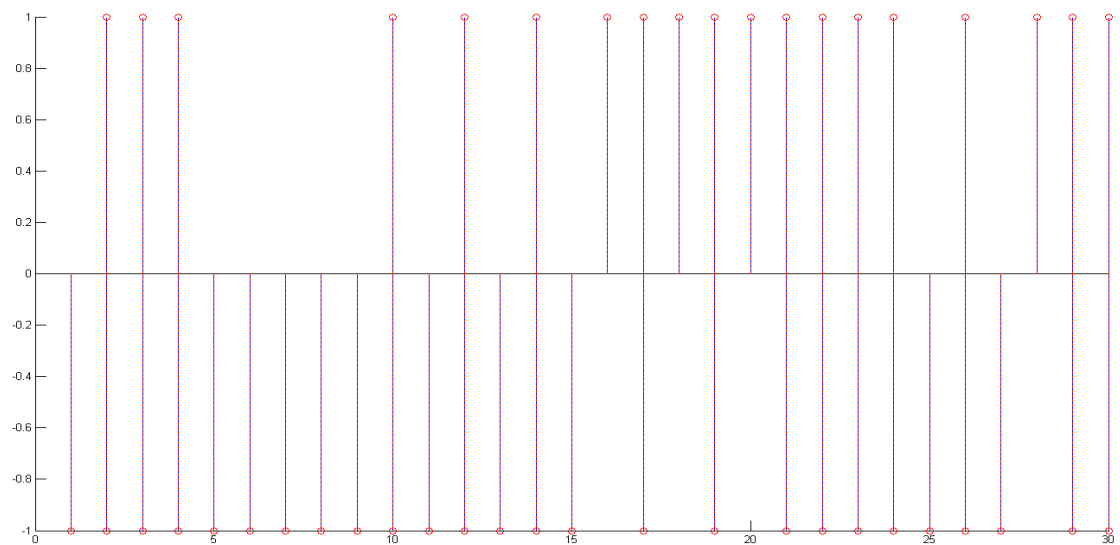
Εικόνα 4.21 Αποδιαμορφωμένη παλμοσειρά παρουσία θορύβου



Εικόνα 4.22 Στο πεδίο της συχνότητας

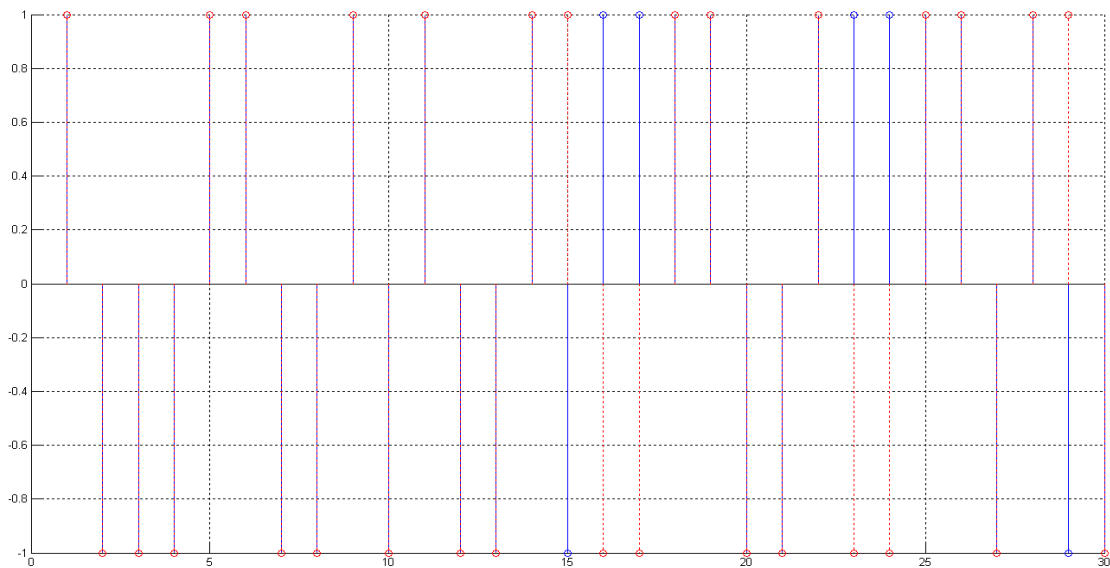
Στην εικόνα 4.23 απεικονίζονται με μπλε χρώμα τα σύμβολα που έστειλε ο πομπός, ενώ με κόκκινο τα δείγματα που έλαβε ο δέκτης. Η διασπορά (σ_w^2) του θορύβου ισούται με 0.01 και παρατηρούμε ότι τα

σύμβολα που έστειλε ο πομπός ανακτήθηκαν πλήρως από τη μονάδα του δέκτη με αποτέλεσμα να μην έχουμε σφάλματα ανίχνευσης.



Εικόνα 4.23 Δείγματα πομπού-δέκτη (μπλε χρώμα- σύμβολα που έστειλε ο πομπός, κόκκινο- δείγματα που έλαβε ο δέκτης)

Στην εικόνα 4.24 επαναλαμβάνετε η προσομοίωση για διασπορά θορύβου $\sigma_w^2 = 1$. Παρατηρούμε ότι ο θόρυβος παραποιεί τα δείγματα και αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ο δέκτης να μην λάβει σωστά την πληροφορία.



Εικόνα 4.24 Μεγάλη διασπορά θορύβου- πολλά λάθη

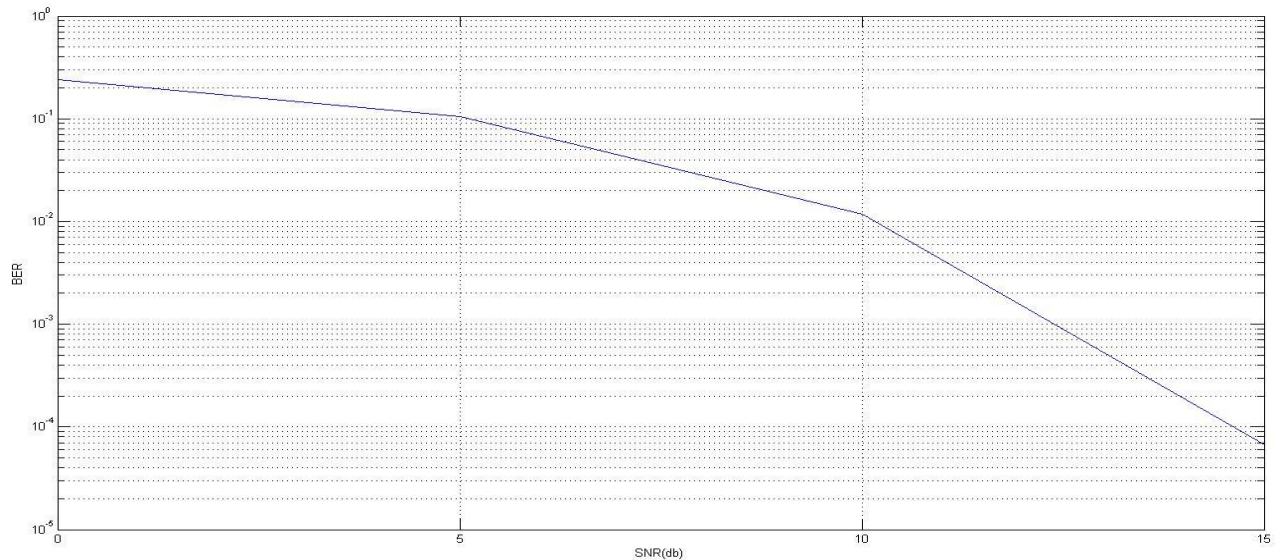
4.8 Ρυθμός εμφάνισης λανθασμένων δυαδικών ψηφίων (BER)

Στα προηγούμενα υποκεφάλαια δώσαμε δυο ενδεικτικές τιμές του σ_w^2 , συγκεκριμένα για 0.01 και 1, οι οποίες είναι οριακές τιμές. Για να δώσουμε μια πιο πλήρη εικόνα του τι γίνεται για περισσότερες τιμές του σ_w^2 (δηλαδή για μία περιοχή τιμών του SNR) υπολογίσαμε το BER για $SNRs$ από 0 έως 15 dB.

Το BER (Bit Error Rate) είναι ο ρυθμός εμφάνισης σφαλμάτων σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα και χαρακτηρίζει ποσοτικά την ποιότητα μετάδοσης της πληροφορίας. Ορίζεται ως ο λόγος του πλήθους των bit που μεταδόθηκαν λανθασμένα δια του συνόλου των μεταδοθέντων bit[9].

Στην εικόνα 4.25 παρουσιάζεται το αποτέλεσμα της εξομοίωσης σε περιβάλλον Matlab, όπου απεικονίζεται η πιθανότητα λάθους bit (Bit Error Probability) ενώ ο θόρυβος που διαταράσσει το σήμα είναι ο λευκός θόρυβος Gauss (απουσία του γκαουσιανού θορύβου, στο δέκτη θα λαμβάναμε την

ακολουθία εισόδου χωρίς καμία παραμόρφωση). Όπως προκύπτει λοιπόν από την εικόνα 4.25 με την αύξηση του SNR έχουμε την ταυτόχρονη μείωση του BER.



Εικόνα 4.25

4.9 Συμπεράσματα

Σε αυτή την πτυχιακή εργασία ασχοληθήκαμε με την προσομοίωση της ψηφιακής μετάδοσης PAM παλμοσειρών μέσα από κανάλι περιορισμένου εύρους φάσματος. Εξοικειωθήκαμε με βασικές έννοιες των τηλεπικοινωνιακών συστημάτων ενώ κατατανοήσαμε βασικές αρχές της ψηφιακής πληροφορίας μέσω της υλοποίησης στο περιβάλλον του Matlab.

Αρχικά, λοιπόν, μελετήσαμε τα PAM συστήματα βασικής ζώνης καθώς και το φαινόμενο της διασυμβολικής παρεμβολής που δημιουργείτε κατά την μετάδοση μίας πληροφορίας. Στη συνέχεια εξαλείψαμε το φαινόμενο της διασυμβολικής παρεμβολής χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Nyquist, χρησιμοποιήσαμε δηλαδή στη μετάδοσή μας κατάλληλους παλμούς. Συγκεκριμένα μελετήσαμε τον παλμό raised cosine και τον square root raised

cosine παρατηρώντας τις γραφικές τους απεικονίσεις στο πεδίο του χρόνου και στο πεδίο της συχνότητας. Κάνοντας μια σύγκριση των δυο, παρατηρήσαμε από τα figures τους ότι ο παλμός square root raised cosine, φιλτράροντας στην μονάδα του πομπού και στην μονάδα του δέκτη (δημιουργώντας έναν raised cosine παλμό), έχει περισσότερα πλεονεκτήματα όπως για παράδειγμα τη μεγιστοποίηση του λόγου σήματος προς θόρυβο στα πολλαπλάσια της περιόδου συμβόλου. Άρα καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι στην μετάδοσή μας θα χρησιμοποιήσουμε αυτό τον παλμό. Στην συνέχεια προσθέσαμε θόρυβο στην μετάδοσή μας και συμπεράναμε ότι για μεγάλη διασπορά, μπορεί να αποβεί καταστροφικός, διότι δεν μπορούμε να ανακτήσουμε πλήρως το αρχικά εκπεμπόμενο σήμα στον δέκτη.

Στην συγκεκριμένη εργασία αναφερθήκαμε στο σχεδιασμό συστήματος για μηδενική ISI όταν το κανάλι ήταν ιδανικό. Στην πράξη όμως τα κανάλια παρουσιάζουν παραμόρφωση. Για την αναίρεση της παραμόρφωσης του καναλιού χρησιμοποιείται ένα γραμμικό φίλτρο που ονομάζεται ισοσταθμιστής καναλιού (channel equalizer) ή ισοσταθμιστής.

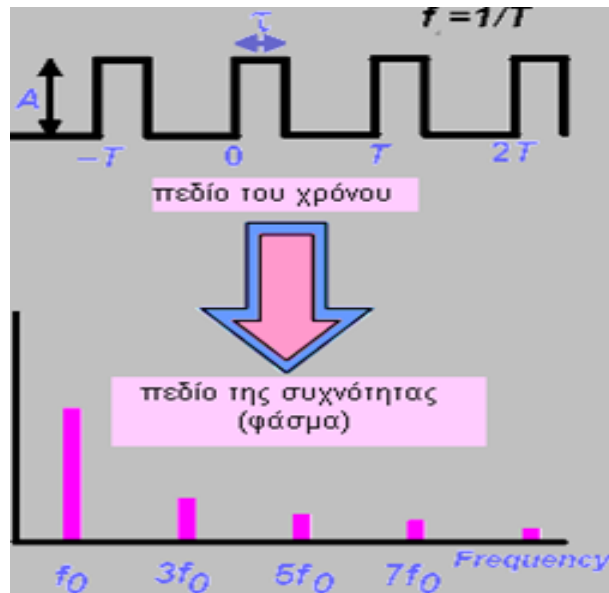
Παράρτημα Ι

Μαθηματικά Εργαλεία

1. Εισαγωγή

Στην συγκεκριμένη εργασία ασχοληθήκαμε με την προσομοίωση παλμοσειρών, με την χρήση της διαμόρφωσης πλάτους παλμών (PAM), μέσα από κανάλι περιορισμένου εύρους. Όπως καταλαβαίνουμε το εύρος ζώνης παίζει σημαντικό ρόλο στην σχεδίαση συστημάτων επικοινωνίας. Επομένως, για να μπορέσουμε να αναλύσουμε και να σχεδιάσουμε διάφορα συστήματα επικοινωνιών είναι απαραίτητο να είμαστε σε θέση να εκτιμήσουμε το συχνοτικό περιεχόμενο διαφόρων ειδών χρονικά μεταβαλλόμενων σημάτων. Τα μαθηματικά εργαλεία που απαιτούνται για τη μετάβαση από το πεδίο του χρόνου σε αυτό της συχνότητας είναι συνηθέστερα η αναπαράσταση με σειρές *Fourier* (για περιοδικά σήματα) και ο μετασχηματισμός *Fourier* (για εν γένει περιοδικά και απεριοδικά σήματα).

Η αναπαράσταση ενός σήματος στο πεδίο του χρόνου με ένα άθροισμα ημιτονικών ή/και συνημιτονικών όρων αναφέρεται ως το **φάσμα** του σήματος.



Εικόνα 1 Αναπαράσταση σήματος στο χρόνο και στην συχνότητα

1.2 Μετασχηματισμός Fourier

Ο μετασχηματισμός Fourier είναι πιο γενικός στην εφαρμογή από ότι η σειρά Fourier. Ο τρόπος με τον οποίο μπορούμε να εκτιμήσουμε το συχνοτικό περιεχόμενο μίας μη περιοδικής κυματομορφής $x(t)$ είναι μέσω του *μετασχηματισμού Fourier*, ο οποίος ορίζεται ως εξής: [1]

$$F\{g(t)\} = G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) * e^{-j2\pi ft} dt = |G(f)| * e^{j\theta(f)}$$

Ουσιαστικά ο Μετασχηματισμός Fourier μας παρέχει ένα εργαλείο για να αναλύσουμε ένα δοθέν σήμα $g(t)$ στις μιγαδικές εκθετικές συνιστώσες του, που καταλαμβάνουν όλο το διάστημα συχνότητας από $-\infty$ έως ∞ .

Με την βοήθεια του αντίστροφου μετασχηματισμού Fourier έχουμε αναπαράγωγή της αρχικής κυματομορφής στο πεδίο του χρόνου:

$$g(t) = F^{-1}\{G(f)\} = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) * e^{j2\pi ft} df$$

1.3 Ιδιότητες Fourier

- Γραμμικότητα (Υπέρθωση)

Έστω $g_1(t) \leftrightarrow G_1(f)$ και $g_2(t) \leftrightarrow G_2(f)$ τότε

$$\Rightarrow ag_1(t) + bg_2(t) \leftrightarrow aG_1(f) + bG_2(f)$$

- Αλλαγή κλίμακας χρόνου

Έστω $g(t) \leftrightarrow G(f)$ τότε

$$\Rightarrow g(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} G\left(\frac{f}{a}\right)$$

- Διαδικότητα

Έστω $g(t) \leftrightarrow G(f)$ τότε

$$\Rightarrow G(t) \leftrightarrow g(-f)$$

- Χρονική ολίσθηση

Έστω $g(t) \leftrightarrow G(f)$ τότε

$$\Rightarrow g(t - t_0) \leftrightarrow G(f) \exp(-j2\pi f t_0)$$

- Ολίσθηση συχνότητας

Έστω $g(t) \leftrightarrow G(f)$ τότε

$$\Rightarrow \exp(j2\pi f_c t)g(t) \leftrightarrow G(f - f_c)$$

- Εμβαδό κάτω από την $g(t)$

Έστω $g(t) \leftrightarrow G(f)$ τότε

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} g(t)dt = G(0)$$

- Εμβαδό κάτω από την $G(f)$

Έστω $g(t) \leftrightarrow G(f)$ τότε

$$\Rightarrow g(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(f)df$$

- Παραγωγή στο πεδίο του χρόνου

Έστω $g(t) \leftrightarrow G(f)$ τότε

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}g(t) \leftrightarrow j2\pi fG(f)$$

- Ολοκλήρωση στο πεδίο του χρόνου

Έστω $g(t) \leftrightarrow G(f)$ τότε

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau) d\tau \Leftrightarrow \frac{1}{j2\pi f} G(f)$$

- Συζυγείς Συναρτήσεις

Έστω $g(t) \leftrightarrow G(f)$ τότε

$$\Rightarrow g^*(t) \Leftrightarrow G(-f)$$

- Πολλαπλασιασμός στο πεδίο του χρόνου

Έστω $g_1(t) \leftrightarrow G_1(f)$ και $g_2(t) \leftrightarrow G_2(f)$ τότε

$$\Rightarrow g_1(t)g_2(t) \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} G_1(\lambda)G_2(f - \lambda)d\lambda$$

- Συνέλιξη στο Πεδίο του Χρόνου

Έστω $g_1(t) \leftrightarrow G_1(f)$ και $g_2(t) \leftrightarrow G_2(f)$ τότε

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} g_1(\tau)g_2(t - \tau)d\tau \Leftrightarrow G_1(f)G_2(f)$$

1.4 Η συνάρτηση Dirac Δέλτα

Η θεωρία του Μετασχηματισμού Fourier είναι εφαρμόσιμη μόνο σε συναρτήσεις χρόνου που ικανοποιούν τις συνθήκες Dirichlet (δηλαδή σε ενεργειακά σήματα). Ωστόσο θα ήταν εξαιρετικά επιθυμητή η επέκταση αυτής της θεωρίας προς δύο κατευθύνσεις: [3]

- Να συνδυαστεί η σειρά Fourier και ο Μετασχηματισμός Fourier σε μία ενοποιημένη θεωρία, έτσι ώστε η σειρά Fourier να αποτελεί μια ειδική περίπτωση Μετασχηματισμού Fourier
- Ο Μετασχηματισμός Fourier να εφαρμόζεται και σε σήματα ισχύος

Οι δύο αυτοί στόχοι μπορούν να επιτευχθούν με κατάλληλη χρήση της συνάρτησης Dirac δέλτα (Dirac delta function) ή της μοναδιαίας κρουστικής συνάρτησης.

Η συνάρτηση Dirac δέλτα, που συμβολίζεται με $\delta(t)$, ορίζεται με μηδενικό πλάτος παντού εκτός από $t=0$, όπου είναι άπειρα μεγάλη, κατά τέτοιο τρόπο ώστε να περικλείει μοναδιαία επιφάνεια κάτω από την καμπύλη της. Δηλαδή:

$$\delta(t)=0, \quad t \neq 0$$

και

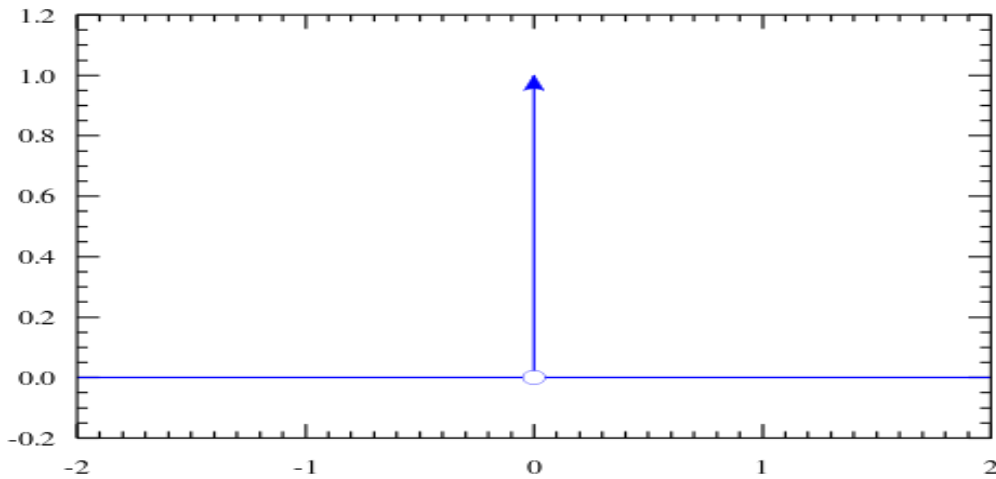
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

το ολοκλήρωμα του γινομένου της $\delta(t)$ και κάποιας συνάρτησης χρόνου $g(t)$, συνεχής στο $t=0$. Σαν συνέπεια των δύο συνθηκών :

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t) \delta(t) dt = g(0)$$

Ο Μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης δέλτα δίνεται από :

$$F[\delta(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \exp(-j2\pi ft) dt$$



Εικόνα 2 Συνάρτηση δέλτα Dirac

Το σήμα εξόδου ενός γραμμικού χρονικά αμετάβλητου (LTI) συστήματος με είσοδο τη μοναδιαία κρουστική ακολουθία $\delta(n)$, ονομάζεται **κρουστική απόκριση** $h(n)$ του συστήματος.



Εικόνα 3 LTI Σύστημα Διακριτού Χρόνου

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Συστήματα Επικοινωνίας 5^η έκδοση Simon Haykin, Michael Moher.
- [2] http://anamorfosi.teiser.gr/ekp_yliko/enotes/Data/comm2/main.htm#_Toc207524192
- [3] http://portal.survey.ntua.gr/main/courses/general/sigproc/lectures/dsp2005_03.pdf
- [4] http://artemis.cslab.ntua.gr/el_thesis/artemis.ntua.ece/DT2003-0041/DT2003-0041.pdf
- [5] Αθανάσιος Λιάβας, Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα II, *Σημειώσεις Μαθήματος*, Τμήμα Ηλεκτρονικών Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών, Πολυτεχνείο Κρήτης
- [6] <http://www.scribd.com/doc/18338670/66/%CE%94%CE%B9%CE%B1%CE%BC%CF%8C%CF%81%CF%86%CF%89%CF%83%CE%B7-%CE%A0%CE%BB%CE%AC%CF%84%CE%BF%CF%85%CF%82-%CE%A0%CE%B1%CE%BB%CE%BC%CF%8E%CE%BD-PAM>
- [7] http://www.telecom.tuc.gr/courses/statdsp/docs/class_notes/04_notes.pdf
- [8] http://ru6.cti.gr/bouras/ergasies/foithtes/208_osi_2803_3410.pdf
- [9] www.inf.teilam.gr/OLD/course_material/.../tele2
- [10] <https://eclass.teimes.gr/eclass/courses/TESYD107/>