

**«Ανάπτυξη αλγόριθμων για προβλήματα γραμμικού  
προγραμματισμού»**

**Πτυχιακή Εργασία της**

Σαρτίνη Ελευθερία

2644

Επιβλέπων: Δρ. Βαρσάμης Δημήτριος, Καθηγητής Εφαρμογών

**Υπεύθυνη Δήλωση :** Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της πτυχιακής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην πτυχιακή εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η πτυχιακή εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τις απαιτήσεις του προγράμματος σπουδών του Τμήματος Πληροφορικής & Επικοινωνιών του Τ.Ε.Ι. Σερρών.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	3
ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ.....	4
<b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b> .....	5
1.1 ΤΙ ΕΙΝΑΙ Ο ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ .....	5
1.2 ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΟΥ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ .....	5
1.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ.....	5
1.4 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ “Cutting Stock Problem”.....	7
1.4.1 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ “Cutting Stock Problem” .....	7
1.4.2 ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΚΑΙ ΛΥΣΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΩΝ.....	8
<b>ΥΦΙΣΤΑΜΕΝΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ</b> .....	10
2.1 ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ.....	10
2.2 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ “Cutting Stock Problem” .....	11
2.3 ΜΕΘΟΔΟΣ NEXT FIT .....	12
2.4 ΜΕΘΟΔΟΣ FIRST FIT.....	16
2.5 ΜΕΘΟΔΟΣ BEST FIT.....	20
2.6 ΜΕΘΟΔΟΣ NEXT FIT DECREASING.....	24
2.7 ΜΕΘΟΔΟΣ FIRST FIT DECREASING .....	27
2.8 ΜΕΘΟΔΟΣ BEST FIT DECREASING.....	31
2.9 ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΕΘΟΔΩΝ .....	36
<b>ΑΛΓΟΡΙΘΜΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ</b> .....	37
3.1 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ NEXT FIT .....	37
3.2 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ FIRST FIT .....	39
3.3 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ BEST FIT .....	41
3.4 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ NFDA, FFDA, BFDA .....	44
<b>ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΩΝ - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ</b> .....	45
4.1 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1 <sup>ο</sup> .....	45
4.2 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2 <sup>ο</sup> .....	49
4.3 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3 <sup>ο</sup> .....	54
<b>ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ</b> .....	59
5.1 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ .....	59
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b> .....	61

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι να αντιμετωπίσει το πραγματικό πρόβλημα της αναλογίας κοπής και αποθέματος σε κάποιες γραμμές παραγωγής, γνωστό ως “Cutting Stock Problem”. Αυτό το πρόβλημα ανάγεται σε πρόβλημα της επιστήμης του γραμμικού προγραμματισμού. Έτσι λοιπόν, αναλύεται το συνολικό σύστημα μιας παραγωγής ράβδων αλουμινίου και καθορίζονται τα στοιχεία εκείνα που επηρεάζουν τη διαδικασία κοπής. Τα στοιχεία αυτά προσαρμόζονται σε πειραματικές συνθήκες. Για την επίλυση του προβλήματος αυτού, δημιουργήθηκαν κάποιοι αλγόριθμοι, στο προγραμματιστικό εργαλείο Matlab, σύμφωνα με κάποιες μεθόδους που είναι γνωστές από τη διεθνή βιβλιογραφία. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν αναλύονται και σχολιάζονται ως προς το απόθεμα, τις ράβδους που χρησιμοποιήθηκαν, αλλά και ως προς το χρόνο εκτέλεσης του εκάστοτε αλγορίθμου.

## ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ

BF	Best Fit
BFA	Best Fit Algorithm
BFD	Best Fit Decreasing
BFDA	Best Fit Decreasing Algorithm
FF	First Fit
FFA	First Fit Algorithm
FFD	First Fit Decreasing
FFDA	First Fit Decreasing Algorithm
NF	Next Fit
NFA	Next Fit Algorithm
NFD	Next Fit Decreasing
NFDA	Next Fit Decreasing Algorithm

# ΕΙΣΑΓΩΓΗ

## 1.1 ΤΙ ΕΙΝΑΙ Ο ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Ο γραμμικός προγραμματισμός, γνωστός και ως linear programming, αποτελεί αναμφίβολα το δημοφιλέστερο μοντέλο στο χώρο της επιχειρησιακής έρευνας αλλά και της διοικητικής επιστήμης (management science) γενικότερα. Είναι μια τεχνική που ασχολείται με το πρόβλημα της κατανομής των περιορισμένων πόρων ενός συστήματος σε ανταγωνιζόμενες δραστηριότητες κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο, καθώς και με άλλα προβλήματα με ανάλογη ή παραπλήσια διαμόρφωση.

## 1.2 ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΟΥ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Το πρόβλημα για την επίλυση ενός συστήματος γραμμικών ανισοτήτων χρονολογείται τουλάχιστον πριν την ανάπτυξη του Fourier. Ο γραμμικός προγραμματισμός προέκυψε ως ένα μαθηματικό πρότυπο που αναπτύχθηκε κατά τον δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο, με σκοπό να σχεδιαστούν οι δαπάνες, προκειμένου να μειωθεί το κόστος με τον στρατό και να αυξηθούν οι απώλειες του εχθρού. Ήταν κρυμμένο μυστικό μέχρι το 1947. Μετά τον πόλεμο, πολλές βιομηχανίες χρησιμοποίησαν τον γραμμικό προγραμματισμό στον καθημερινό τους σχεδιασμό. Ο ιδρυτής του γραμμικού προγραμματισμού είναι ο Leonid Kantorovich, ένας Ρώσος μαθηματικός που ανέπτυξε προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού.

## 1.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Ο γραμμικός προγραμματισμός ασχολείται με τη σχεδίαση των δραστηριοτήτων του συστήματος που περιγράφει για να προκύψει το άριστο αποτέλεσμα, το αποτέλεσμα δηλαδή εκείνο, που μεταξύ όλων των δυνατών εναλλακτικών λύσεων πραγματώνει τον προκαθορισμένο σκοπό κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο.

Ο γραμμικός προγραμματισμός είναι ένας πολύ σημαντικός τομέας της βελτιστοποίησης για πολλούς λόγους. Πολλά πρακτικά προβλήματα στις επιχειρήσεις της έρευνας μπορεί να εκφραστούν ως προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού. Ιστορικά, οι ιδέες από τον γραμμικό προγραμματισμό ενέπνευσαν πολλές από τις κεντρικές έννοιες της θεωρίας βελτιστοποίησης.

Χρησιμοποιήθηκε στην μικροοικονομία και στις εταιρείες διαχείρισης για τον σχεδιασμό, την παραγωγή, την μεταφορά, την τεχνολογία και άλλα ζητήματα. Παρά το γεγονός ότι η σύγχρονη διαχείριση των θεμάτων αλλάζει συνεχώς, οι περισσότερες επιχειρήσεις θα ήθελαν να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη ή να ελαχιστοποιήσουν το κόστος με όσο το δυνατόν λιγότερους πόρους. Επομένως, πολλά θέματα μπορεί να συνοψίζονται σε προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού.

Θεωρείται σαν μια από τις πιο σπουδαίες μαθηματικές ανακαλύψεις των μέσων χρόνων του εικοστού αιώνα και στις μέρες μας αποτελεί ένα μοντέλο ευρείας χρήσης για καθημερινά ζητήματα των περισσότερων μεσαίου και μεγάλου μεγέθους εμπορικών – βιομηχανικών εταιρειών. Κυριαρχεί η αντίληψη ότι, τρεις στις τέσσερις εφαρμογές μοντέλων επιχειρησιακής έρευνας σε πραγματικά προβλήματα διοίκησης παραπέμπουν στο γραμμικό προγραμματισμό.

Η μεγάλη επιτυχία που είχε σε εφαρμογές σε προβλήματα λήψης αποφάσεων των ιδιωτικών και δημόσιων επιχειρήσεων και οργανισμών αποδίδεται, από τη μια πλευρά στα επιτεύγματα της έρευνας μαθηματικών και οικονομολόγων σε θεωρητικό επίπεδο και από την άλλη πλευρά στην επαναστατική εξέλιξη της πληροφορικής επιστήμης και τεχνολογίας.

## 1.4 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ “Cutting Stock Problem”

Το πρόβλημα “Cutting Stock Problem”, είναι ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης. Ανήκει δηλαδή, στην κατηγορία των προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα και χρησιμοποιείται ευρέως από πολλές εφαρμογές στη βιομηχανία σήμερα. Το πρόβλημα “Cutting Stock Problem”, είναι το πρόβλημα της συμπλήρωσης μιας παραγγελίας από διάφορα μήκη υλικού, με ελάχιστο κόστος.

Διατυπώθηκε για πρώτη φορά από τον Kantorovich το 1939. Λίγα χρόνια αργότερα το 1951, και πριν από τους υπολογιστές έγινε ευρέως διαθέσιμο, και ο Kantorovich μαζί με τον Zalgaller πρότειναν την επίλυση του προβλήματος της οικονομικής χρήσης ενός υλικού, κατά το στάδιο της κοπής με τη βοήθεια του γραμμικού προγραμματισμού.

Η επίλυση ενός τέτοιου προβλήματος βελτιστοποίησης μπορεί να είναι οικονομικά σημαντική ακόμα και στην διαφορά του 1% για μια σύγχρονη παραγωγή ράβδων αλουμινίου και μπορεί να αξίζει περισσότερο από ένα εκατομμύριο δολάρια στις ΗΠΑ ανά έτος.

### 1.4.1 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ “Cutting Stock Problem”

Θεωρείται ότι υπάρχει ένα εργοστάσιο αλουμινίου, το οποίο παράγει μια σειρά από ράβδους αλουμινίου σταθερού μήκους. Οι ράβδοι που παράγονται, προορίζονται για να κοπούν ανάλογα με τις επιθυμίες των πελατών. Ο κάθε πελάτης επιθυμεί, διαφορετικό αριθμό ράβδων αλουμινίου και διάφορα μεγέθη ράβδων. Πώς σκοπεύει το εργοστάσιο, να κόψει τις ράβδους αλουμινίου, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθούν τα περισσεύματα και να χρησιμοποιηθούν λιγότερες ράβδοι;



### 1.4.2 ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΚΑΙ ΛΥΣΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΩΝ

Η τυπική διατύπωση για το πρόβλημα “Cutting Stock Problem” (αλλά όχι η μοναδική), ξεκινά με μία λίστα από  $m$  παραγγελίες, όπου η καθεμία απαιτεί  $q_j$ ,  $j = 1, \dots, m$  κομμάτια. Κατασκευάζετε τότε μια λίστα με όλους τους πιθανούς συνδυασμούς των περικοπών, που συχνά αποκαλούνται και «πρότυπα», συνδέοντας στο κάθε πρότυπο μία θετική ακέραια μεταβλητή  $x_i$  που αντιπροσωπεύει πόσες φορές μπορεί να χρησιμοποιηθεί το κάθε σχέδιο.

Το γραμμικό ακέραιο πρόγραμμα είναι τότε:

$$\text{minimize } \sum_{i=1}^n c_i x_i$$

$$\text{subject to } \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \geq q_j, \quad \forall j = 1, \dots, n$$

$$\text{and } x_i \geq 0, x_i \in \mathbb{Z}$$

όπου  $a_{ij}$  είναι το πόσες φορές στη σειρά  $j$  εμφανίζεται στο πρότυπο  $i$  και  $c_i$  είναι το κόστος, δηλαδή το περίσσειμα, η φύρα του προτύπου  $i$ . Η ακριβής φύση της ποσότητας των περιορισμών, μπορεί να οδηγήσει σε ελαφρά διαφορετικά μαθηματικά χαρακτηριστικά. Η παραπάνω διατύπωση των ποσοτικών περιορισμών αφορά την ελάχιστη διατύπωση περιορισμών,  $c_i = 1$  όπου στόχος είναι η ελαχιστοποίηση των χρησιμοποιηθέντων στοιχείων και, αν ο περιορισμός για την ποσότητα που πρέπει να παραχθεί, αντικαθίσταται από την ισότητα, τότε το πρόβλημα συσκευασίας ονομάζεται, “bin packing problem”.

Υποθετικά υπάρχει μια γραμμή παραγωγής που παράγει ράβδους αλουμινίου σταθερού μήκους 10 μέτρων. Η ζήτηση κομματιών από τους πελάτες φαίνεται στον παρακάτω πίνακα, τα κομμάτια καταγράφονται με τη σειρά παραγγελίας τους και βρίσκονται σε εκατοστά.

Κομμάτια						
3	5	4	7	1	3	8

Μια πρώτη πιθανή λύση θα μπορούσε να κόβει τα κομμάτια ένα ανά μία ράβδο. Μία δεύτερη λύση να κόβονται κατά σειρά έως ότου δεν θα χωράει άλλο κομμάτι στη ράβδο και να συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

Πρώτη λύση

Ράβδος	Κομμάτια	Φύρα
1 <sup>η</sup>	3	7
2 <sup>η</sup>	5	5
3 <sup>η</sup>	4	6
4 <sup>η</sup>	7	3
5 <sup>η</sup>	1	9
6 <sup>η</sup>	3	7
7 <sup>η</sup>	8	2
<b>Σύνολα</b>	<b>7</b>	<b>31 cm</b>

Δεύτερη λύση

Ράβδος	Κομμάτια	Φύρα
1 <sup>η</sup>	3+5	2
2 <sup>η</sup>	4	6
3 <sup>η</sup>	7+1	2
4 <sup>η</sup>	3	7
5 <sup>η</sup>	8	2
<b>Σύνολα</b>	<b>5</b>	<b>31 cm</b>

Όπως παρατηρείται η δεύτερη λύση αποδεικνύεται καλύτερη από την πρώτη, δεν είναι όμως οι μοναδικές. Πέραν αυτών των δύο ενδεικτικών λύσεων υπάρχουν κι άλλες περισσότερο συμφέρουσες για το “Cutting Stock Problem”. Τι θα γινόταν αν τα κομμάτια ταξινομούσαν πριν ξεκινήσει η κοπή από τις ράβδους;

## ΥΦΙΣΤΑΜΕΝΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ

### 2.1 ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

Από τις διάφορες μεθόδους που αναπτύχθηκαν για την επίλυση του προβλήματος “Cutting Stock Problem”, άλλες αποδεικνύονται περισσότερο συμφέρουσες και άλλες λιγότερο. Επιλέχθηκαν για να παρουσιαστούν στην παρούσα πτυχιακή εργασία, έξι μέθοδοι επίλυσης, οι οποίες χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες. Οι κατηγορίες είναι οι μη ταξινομημένες μέθοδοι και οι ταξινομημένες μέθοδοι. Από τις έξι αυτές μεθόδους, οι τρεις ανήκουν στις μη ταξινομημένες μεθόδους και οι τρεις στις ταξινομημένες μεθόδους και είναι οι ακόλουθες.

Μη ταξινομημένες μέθοδοι:

- Next Fit (NF)
- First Fit (FF)
- Best Fit (BF)

Ταξινομημένες μέθοδοι:

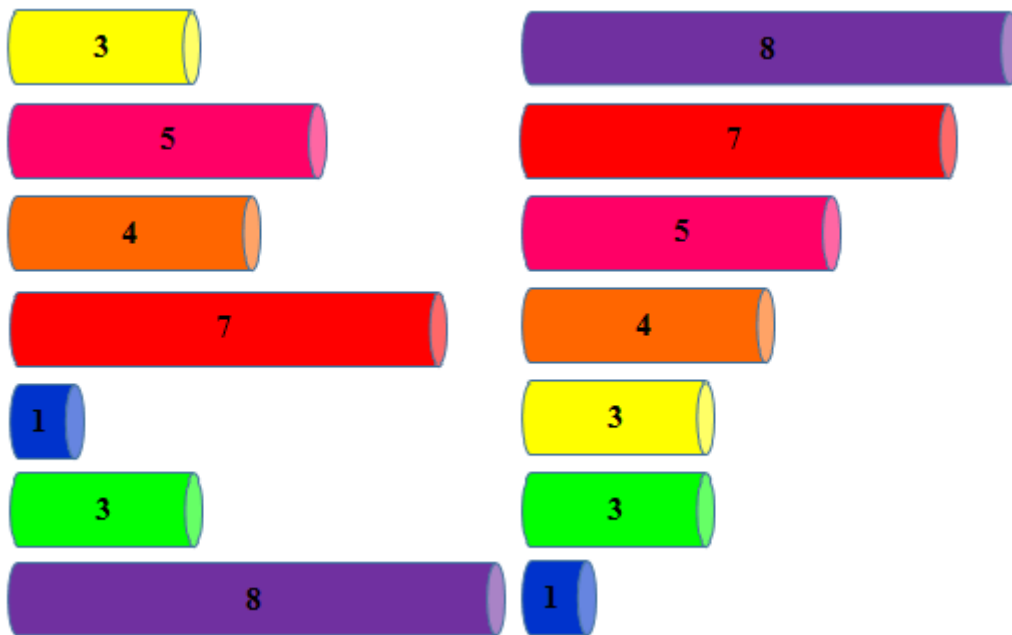
- Next Fit Decreasing (NFD)
- First Fit Decreasing (FFD)
- Best Fit Decreasing (BFD)

## 2.2 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ “Cutting Stock Problem”

Υπάρχει η επιχείρηση η οποία παράγει ράβδους αλουμινίου σταθερού μήκους 10 μέτρων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.



Οι πελάτες της όμως ζητούν τις ράβδους με μικρότερο μήκος. Γι' αυτό το λόγο στην επιχείρηση υπάρχει μία γραμμή παραγωγής κοπής των ράβδων. Στο Σχήμα 2 φαίνονται κάποια ενδεικτικά κομμάτια σε μέτρα, που έχουν ζητηθεί από κάποιους πελάτες, με τη σειρά με την οποία ζητήθηκαν και ταξινομημένα αντίστοιχα.



Το παράδειγμα θα επιλυθεί παρακάτω με τις μεθόδους που αναφέρθηκαν στην ενότητα 2.1.

## 2.3 ΜΕΘΟΔΟΣ NEXT FIT

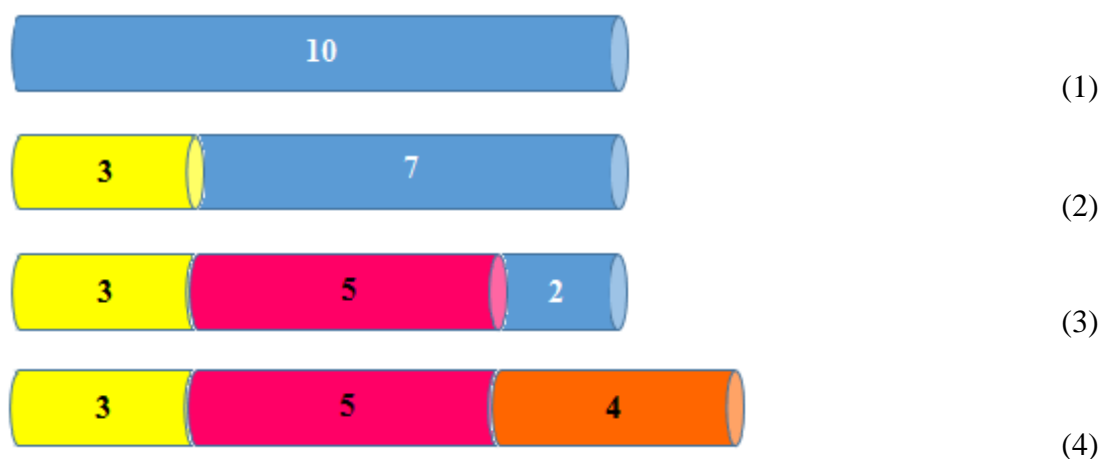
Η μέθοδος Next Fit (NF), κατατάσσετε στις μη ταξινομημένες μεθόδους οι οποίες υλοποιούν τη δράση τους κάνοντας στα στοιχεία σειριακή προσπέλαση, χωρίς να έχει προηγηθεί η ταξινόμηση αυτών.

Στη μέθοδο αυτή, όπως αντιπροσωπεύει και το όνομα της, εφαρμόζει το επόμενο κομμάτι που χωράει να κοπεί. Αν αυτό δεν ξεπερνά το μέγιστο επιτρεπτό όριο του δοθέντος αντικειμένου κόβεται από το παρόν αντικείμενο, εάν ξεπερνά αυτό το όριο, το κομμάτι κόβεται από το επόμενο αντικείμενο.

Αν γίνει αλλαγή αντικειμένου, και συνεχιστεί η κοπή σε επόμενο αντικείμενο, δεν μπορεί να ταιριάξει κανένα επόμενο κομμάτι σε προηγούμενο αντικείμενο ακόμη κι αν χωράει. Επίσης κανένα από τα αντικείμενα που έχουν χρησιμοποιηθεί στην διαδικασία της κοπής δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί εκ νέου. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται η προσπέλαση και κοπή όλων των κομματιών.

Στα παρακάτω σχήματα αναλύεται η διαδικασία κοπής με την μέθοδο Next Fit.

Διαδικασία κοπής 1<sup>ης</sup> ράβδου



Το αρχικό μέγεθος της ράβδου είναι 10 μέτρα. (1)

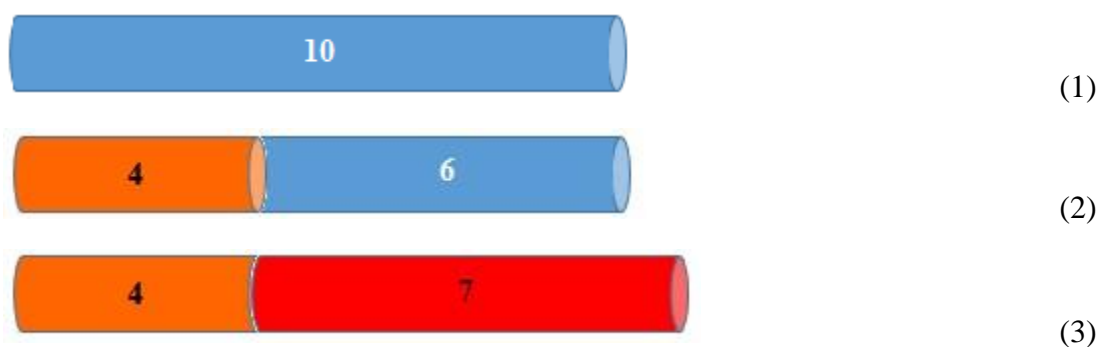
Το πρώτο κομμάτι προς κοπή είναι ένα κομμάτι 3 μέτρων. Γίνεται έλεγχος αν χωράει να κοπεί απ' την ράβδο, αν δηλαδή  $3 \leq 10$ , το οποίο ισχύει (2) και κόβεται από την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 7 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι 5 μέτρων ελέγχετε αν χωράει απ' το νέο μέγεθος της ράβδου,  $5 \leq 7$  ισχύει (3) και κόβεται. Η ράβδος αποκτά πλέον μήκος 2 μέτρων.

Το επόμενο κομμάτι μήκους 4 μέτρων, διαπιστώνεται στον έλεγχο ότι δεν χωράει να κοπεί από την ράβδο διότι  $4 \leq 2$  δεν ισχύει. (4)

Έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 1<sup>ης</sup> ράβδου, σημειώνεται η φύρα της ίση με 2 μέτρα και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

### Διαδικασία κοπής 2<sup>ης</sup> ράβδου



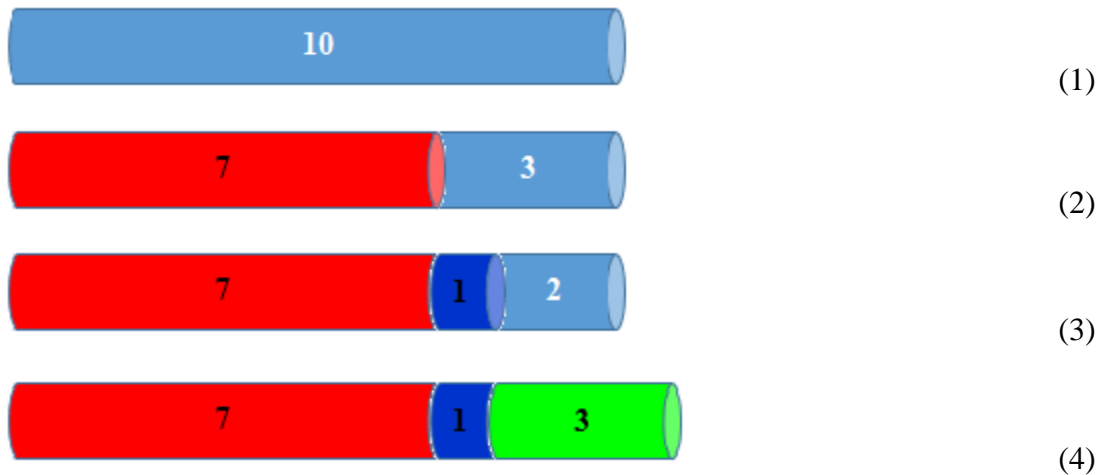
Συνεχίζεται η διαδικασία με την επόμενη ράβδο 10 μέτρων. (1)

Το κομμάτι που δεν χώρεσε να κοπεί απ' την 1<sup>η</sup> ράβδο, το κομμάτι των 4 μέτρων, ελέγχετε αν χωράει,  $4 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 6 μέτρα.

Ακολουθεί η σύγκριση του επόμενου κομματιού των 7 μέτρων,  $7 \leq 6$  όπου δεν ισχύει (3), άρα δεν κόβεται από την παρούσα ράβδο.

Έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 2<sup>ης</sup> ράβδου, σημειώνεται η φύρα της ίση με 6 μέτρα και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο

### Διαδικασία κοπής 3<sup>ης</sup> ράβδου



Συνεχίζεται η διαδικασία με την επόμενη ράβδο 10 μέτρων. (1)

Το κομμάτι που δεν χώρεσε να κοπεί απ' την 2<sup>η</sup> ράβδο, το κομμάτι των 7 μέτρων, ελέγχετε αν χωράει,  $7 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 3 μέτρα.

Ακολουθεί η σύγκριση του επόμενου κομματιού του 1 μέτρου,  $1 \leq 3$  ισχύει (3) άρα κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 2 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι μήκους 3 μέτρων, διαπιστώνεται στον έλεγχο ότι δεν χωράει να κοπεί από την ράβδο διότι  $3 \leq 2$  δεν ισχύει. (4)

Έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 3<sup>ης</sup> ράβδου, σημειώνεται η φύρα της ίση με 2 μέτρα και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο

### Διαδικασία κοπής 4<sup>ης</sup> ράβδου



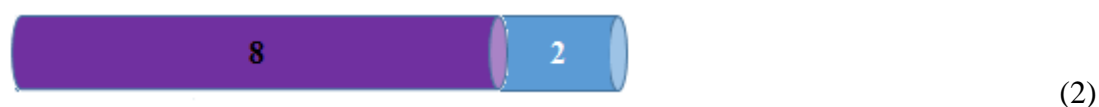
Συνεχίζεται η διαδικασία με την επόμενη ράβδο 10 μέτρων. (1)

Το κομμάτι των 3 μέτρων που δεν χώρεσε να κοπεί απ' την 3<sup>η</sup> ράβδο, ελέγχετε  $3 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 7 μέτρα.

Ακολουθεί η σύγκριση του επόμενου κομματιού των 8 μέτρων,  $8 \leq 7$  όπου δεν ισχύει (3), άρα δεν κόβεται από την παρούσα ράβδο.

Έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 4<sup>ης</sup> ράβδου, σημειώνεται η φύρα της ίση με 7 μέτρα και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

### Διαδικασία κοπής 5<sup>ης</sup> ράβδου



Συνεχίζεται η διαδικασία με την επόμενη ράβδο 10 μέτρων. (1)

Το κομμάτι των 3 μέτρων που δεν χώρεσε να κοπεί απ' την 3<sup>η</sup> ράβδο, ελέγχετε  $3 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 7 μέτρα.

Δεν ακολουθεί άλλο κομμάτι, άρα σημειώνεται η φύρα και ολοκληρώνετε η διαδικασία κοπής με συνολική φύρα 19 cm και σύνολο 5 χρησιμοποιηθέντων ράβδων.



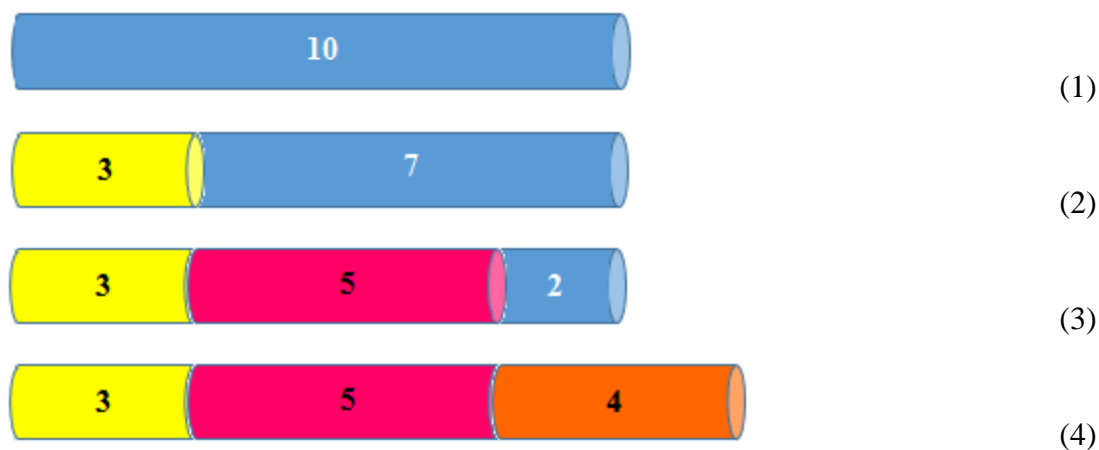
## 2.4 ΜΕΘΟΔΟΣ FIRST FIT

Η μέθοδος First Fit (FF), κατατάσσετε στις μη ταξινομημένες μεθόδους οι οποίες υλοποιούν τη δράση τους κάνοντας στα στοιχεία σειριακή προσπέλαση, χωρίς να έχει προηγηθεί η ταξινόμηση αυτών.

Σε αυτή τη μέθοδο, γίνεται προσπέλαση όλων των διαθέσιμων αντικειμένων, ακόμα και των ήδη χρησιμοποιημένων αντικειμένων και αναζητείται η πρώτη διαθέσιμη χωρητικότητα, για κάθε κομμάτι. Όπως αντιπροσωπεύει και το όνομα της μεθόδου, εφαρμόζει στον πρώτο διαθέσιμο χώρο των αντικειμένων το κομμάτι που είναι να κοπεί, και κόβεται από εκεί. Εάν ξεπερνά το δοσμένο όριο του αντικειμένου, το κομμάτι κόβεται από το επόμενο νέο αντικείμενο. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται η προσπέλαση και κοπή όλων των κομματιών.

Στα παρακάτω σχήματα αναλύεται η διαδικασία κοπής με την μέθοδο Next Fit.

Διαδικασία κοπής 1<sup>ης</sup> ράβδου



Δεν υπάρχει κάποια προηγούμενη ράβδος για να γίνει έλεγχος του πρώτου κομματιού αν χωράει από εκεί, οπότε ξεκινάει με την 1<sup>η</sup> ράβδο.

Το αρχικό μέγεθος της ράβδου είναι 10 μέτρα. (1)

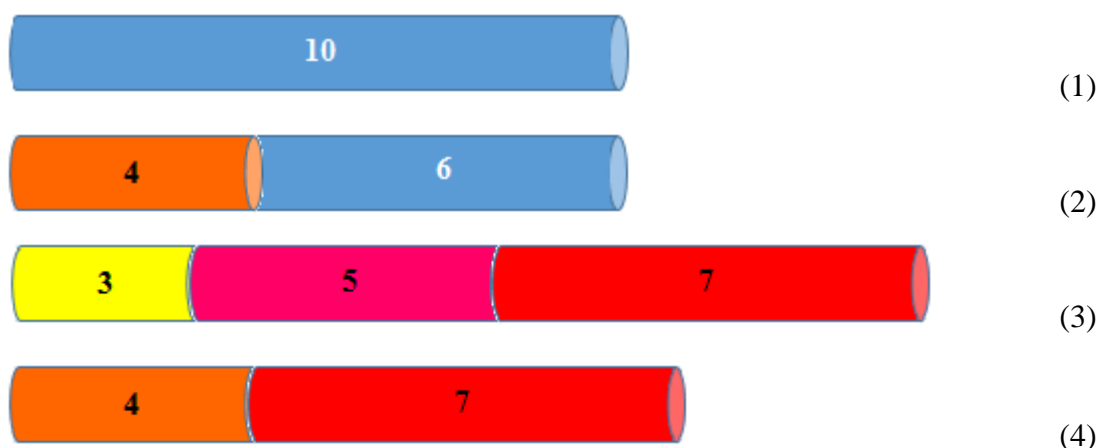
Το πρώτο κομμάτι προς κοπή είναι ένα κομμάτι 3 μέτρων. Γίνεται έλεγχος αν χωράει να κοπεί απ' την ράβδο, αν δηλαδή  $3 \leq 10$ , το οποίο ισχύει (2) και κόβεται από την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 7 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι 5 μέτρων ελέγχετε αν χωράει απ' το νέο μέγεθος της ράβδου,  $5 \leq 7$  ισχύει και κόβεται. Η ράβδος αποκτά πλέον μήκος 2 μέτρων. (3)

Το επόμενο κομμάτι μήκους 4 μέτρων, διαπιστώνεται στον έλεγχο ότι δεν χωράει να κοπεί από την ράβδο διότι  $4 \leq 2$  δεν ισχύει. (4)

Έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 1<sup>ης</sup> ράβδου, σημειώνεται η φύρα της ίση με 2 μέτρα και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

### Διαδικασία κοπής 2<sup>ης</sup> ράβδου



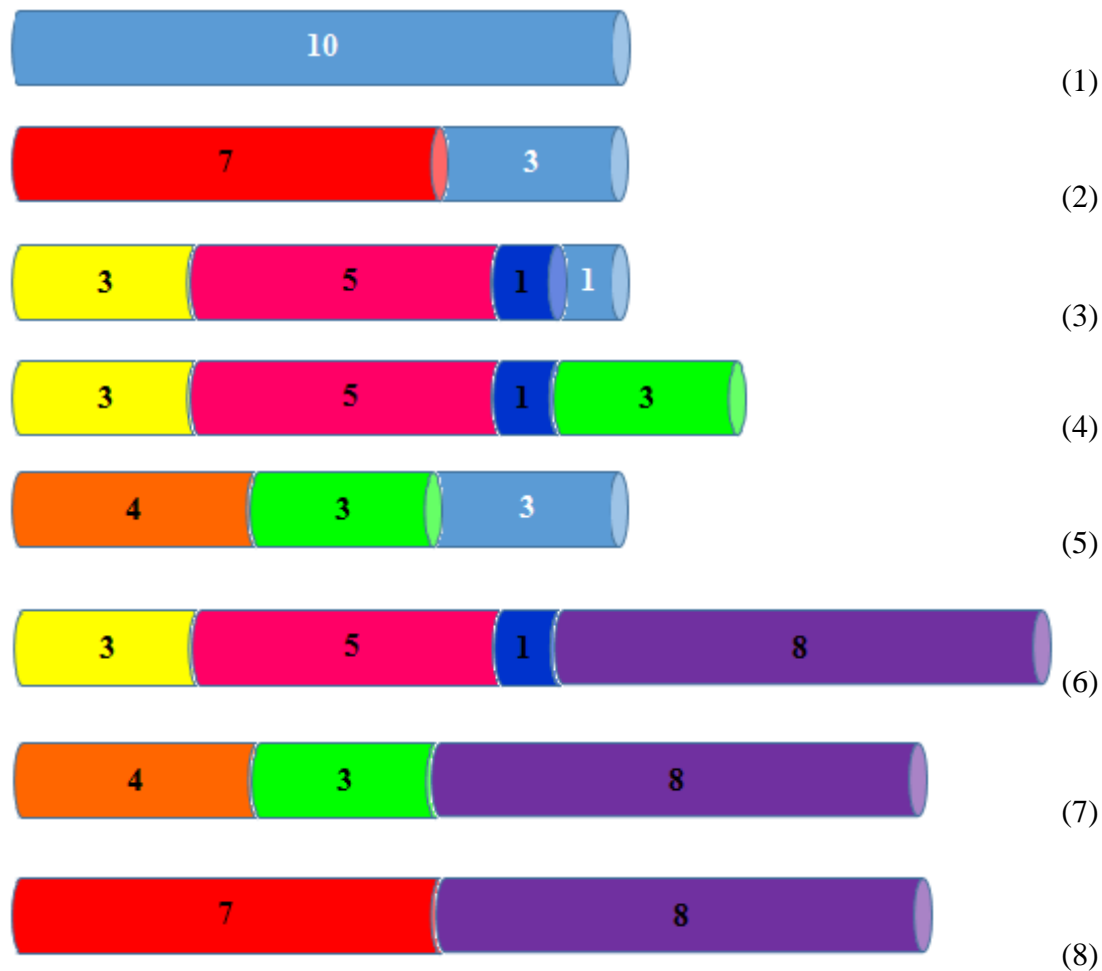
Συνεχίζεται η διαδικασία με την επόμενη ράβδο 10 μέτρων. (1)

Το κομμάτι που δεν χώρεσε να κοπεί απ' την 1<sup>η</sup> ράβδο, το κομμάτι των 4 μέτρων, ελέγχετε αν χωράει,  $4 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 6 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι 7 μέτρων, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $7 \leq 2$  δεν ισχύει (3), όποτε θα συγκριθεί με την παρούσα ράβδο όπου  $7 \leq 6$  επίσης δεν ισχύει (4) άρα δεν κόβεται και έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 2<sup>ης</sup> ράβδου.

Σημειώνεται η φύρα της ίση με 6 μέτρα και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

### Διαδικασία κοπής 3<sup>ης</sup> ράβδου



Συνεχίζεται η διαδικασία με την επόμενη ράβδο 10 μέτρων. (1)

Το κομμάτι των 7 μέτρων που δεν χώρεσε να κοπεί απ' τις προηγούμενες ράβδους, ελέγχετε αν χωράει,  $7 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 3 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι 1 μέτρου, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $1 \leq 2$  ισχύει (3), οπότε κόβεται απ' την 1<sup>η</sup> ράβδο και η νέα φύρα της γίνεται 1 μέτρο.

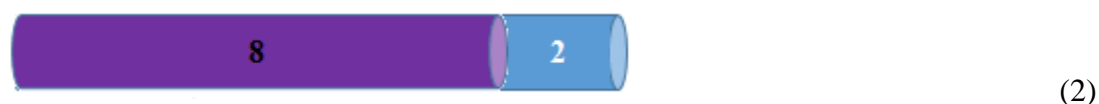
Το επόμενο κομμάτι 3 μέτρων, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $3 \leq 1$  δεν ισχύει (4).

Με την 2<sup>η</sup> ράβδο,  $3 \leq 6$  ισχύει (5), οπότε κόβεται απ' την 2<sup>η</sup> ράβδο και η νέα φύρα της γίνεται 3 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι 8 μέτρων, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $8 \leq 1$  δεν ισχύει (6), με την 2<sup>η</sup> ράβδο,  $8 \leq 3$  δεν ισχύει (7), όποτε θα συγκριθεί με την παρούσα ράβδο όπου  $8 \leq 3$  επίσης δεν ισχύει (8) άρα δεν κόβεται και έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 3<sup>ης</sup> ράβδου.

Σημειώνεται η φύρα της ίση με 3 μέτρα και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

Διαδικασία κοπής 4<sup>ης</sup> ράβδου



Ακολουθεί η επόμενη ράβδος 10 μέτρων. (1)

Το κομμάτι των 8 μέτρων που δεν χώρεσε να κοπεί απ' τις προηγούμενες ράβδους, ελέγχετε αν χωράει,  $8 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 2 μέτρα.

Δεν ακολουθεί άλλο κομμάτι, άρα σημειώνεται η φύρα και ολοκληρώνετε η διαδικασία κοπής με συνολική φύρα 9 cm και σύνολο 4 χρησιμοποιηθέντων ράβδων.

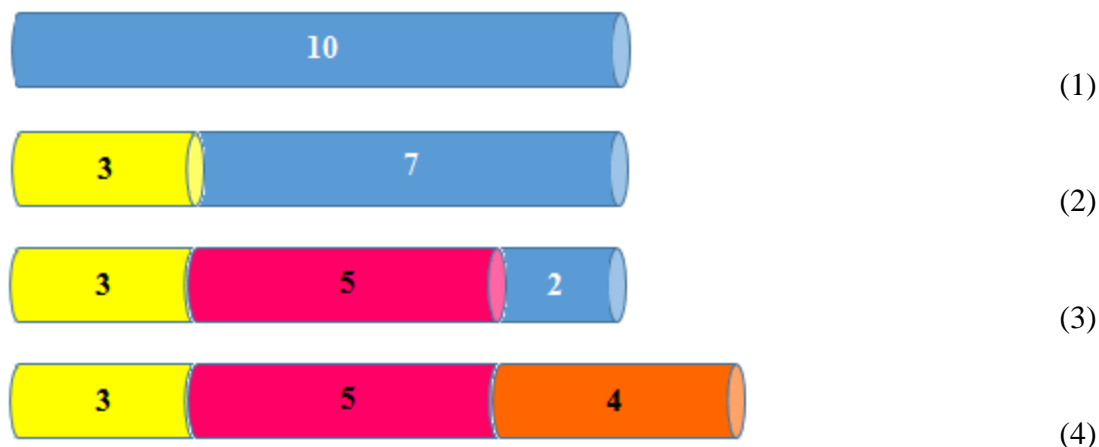
## 2.5 ΜΕΘΟΔΟΣ BEST FIT

Η μέθοδος Best Fit (BF), είναι η τελευταία απ' τις μη ταξινομημένες μεθόδους οι οποίες υλοποιούν τη δράση τους κάνοντας στα στοιχεία σειριακή προσπέλαση, χωρίς να έχει προηγηθεί η ταξινόμηση αυτών.

Σε αυτή τη μέθοδο, γίνεται προσπέλαση όλων των διαθέσιμων αντικειμένων, ακόμα και των ήδη χρησιμοποιημένων αντικειμένων και αναζητείται η πρώτη διαθέσιμη χωρητικότητα, για κάθε κομμάτι. Όπως αντιπροσωπεύει και το όνομα της μεθόδου, εφαρμόζει στον καλύτερο διαθέσιμο χώρο των αντικειμένων το κομμάτι που είναι να κοπεί, και κόβεται από εκεί. Βρίσκει δηλαδή όλα τα διαθέσιμα αντικείμενα που μπορεί να γίνει η κοπή και διαλέγει εκείνο το οποίο πλησιάζει πιο κοντά στο μέγεθος του αντικειμένου. Εάν ξεπερνά το δοσμένο όριο του αντικειμένου, το κομμάτι κόβεται από το επόμενο νέο αντικείμενο. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται η προσπέλαση και κοπή όλων των κομματιών.

Στα παρακάτω σχήματα αναλύεται η διαδικασία κοπής με την μέθοδο Next Fit.

Διαδικασία κοπής 1<sup>ης</sup> ράβδου



Δεν υπάρχει κάποια προηγούμενη ράβδος για να γίνει έλεγχος του πρώτου κομματιού αν χωράει από εκεί, οπότε ξεκινάει με την 1<sup>η</sup> ράβδο.

Το αρχικό μέγεθος της ράβδου είναι 10 μέτρα. (1)

Το πρώτο κομμάτι προς κοπή είναι ένα κομμάτι 3 μέτρων. Γίνεται έλεγχος αν χωράει να κοπεί απ' την ράβδο, αν δηλαδή  $3 \leq 10$ , το οποίο ισχύει (2) και κόβεται από την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 7 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι 5 μέτρων ελέγχετε αν χωράει απ' το νέο μέγεθος της ράβδου,  $5 \leq 7$  ισχύει και κόβεται. Η ράβδος αποκτά πλέον μήκος 2 μέτρων. (3)

Το επόμενο κομμάτι μήκους 4 μέτρων, διαπιστώνεται στον έλεγχο ότι δεν χωράει να κοπεί από την ράβδο διότι  $4 \leq 2$  δεν ισχύει. (4)

Έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 1<sup>ης</sup> ράβδου, σημειώνεται η φύρα της ίση με 2 μέτρα και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

#### Διαδικασία κοπής 2<sup>ης</sup> ράβδου



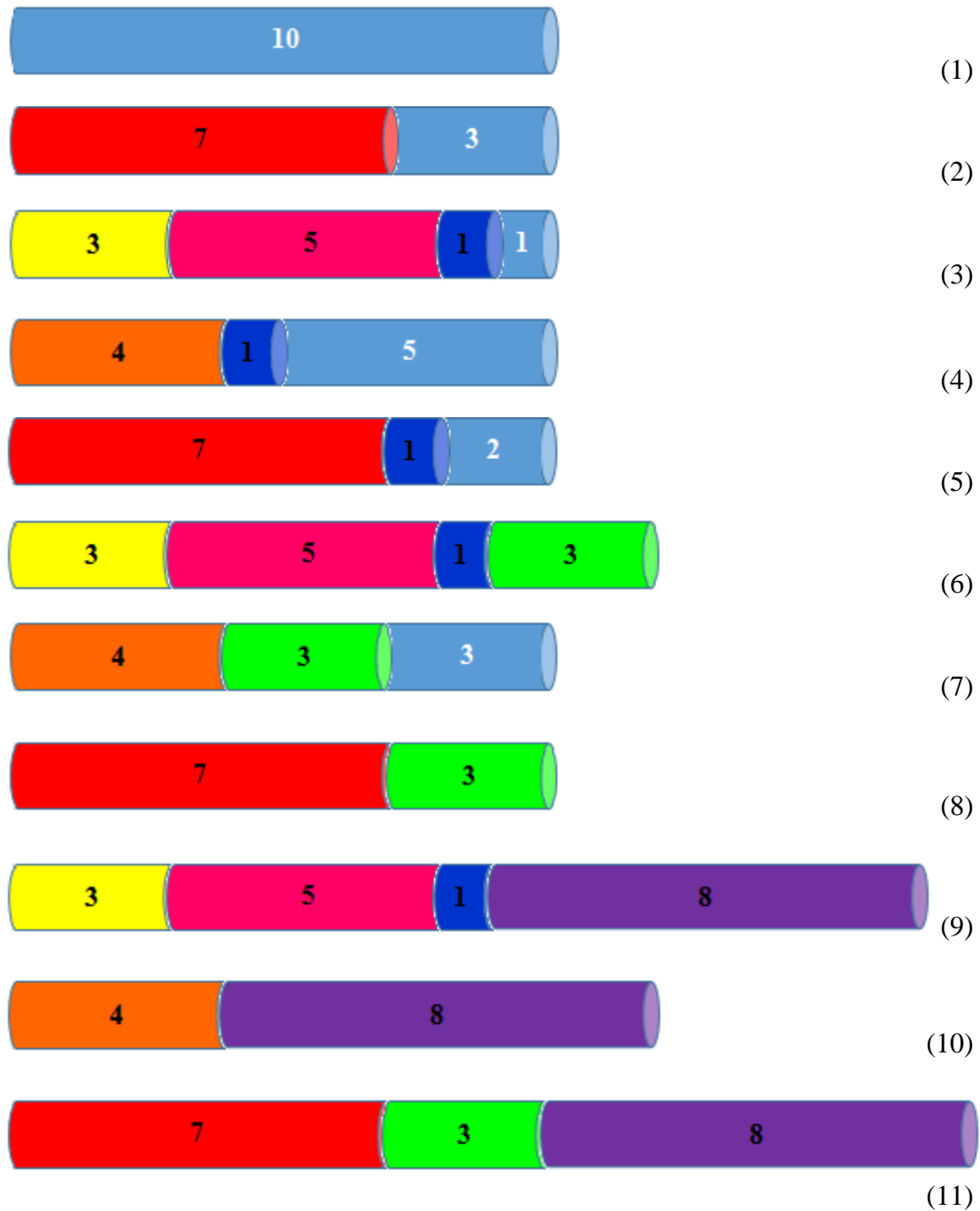
Συνεχίζεται η διαδικασία με την επόμενη ράβδο 10 μέτρων. (1)

Το κομμάτι που δεν χώρεσε να κοπεί απ' την 1<sup>η</sup> ράβδο, το κομμάτι των 4 μέτρων, ελέγχετε αν χωράει,  $4 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 6 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι 7 μέτρων, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $7 \leq 2$  δεν ισχύει (3), όποτε θα συγκριθεί με την παρούσα ράβδο όπου  $7 \leq 6$  επίσης δεν ισχύει (4) άρα δεν κόβεται και έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 2<sup>ης</sup> ράβδου.

Σημειώνεται η φύρα της ίση με 6 μέτρα και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

Διαδικασία κοπής 3<sup>ης</sup> ράβδου



Συνεχίζεται η διαδικασία με την επόμενη ράβδο 10 μέτρων. (1)

Το κομμάτι των 7 μέτρων που δεν χώρεσε να κοπεί απ' τις προηγούμενες ράβδους, ελέγχετε αν χωράει,  $7 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 3 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι 1 μέτρον, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $1 \leq 2$  ισχύει (3), με την 2<sup>η</sup> ράβδο,  $1 \leq 6$  ισχύει (4), καθώς

και με την παρούσα ράβδο όπου  $1 \leq 3$  ισχύει (5), όποτε συγκρίνονται οι ράβδοι που ισχύει με ποια δίνετε η καλύτερη, δηλαδή που είναι πιο κοντά στο να συμπληρωθεί κάποια ράβδος,  $2-1 < 6-1$  και  $2-1 < 7-1$  άρα κόβεται απ' την 1<sup>η</sup> ράβδο και η νέα φύρα της γίνεται 1 μέτρο.

Το επόμενο κομμάτι 3 μέτρων, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $3 \leq 1$  δεν ισχύει (6), με την 2<sup>η</sup> ράβδο,  $3 \leq 6$  ισχύει (7), καθώς και με την παρούσα ράβδο όπου  $3 \leq 3$  ισχύει (8), όποτε συγκρίνονται οι ράβδοι που ισχύει με ποια δίνετε η καλύτερη, δηλαδή που είναι πιο κοντά στο να συμπληρωθεί κάποια ράβδος,  $3-3 < 6-3$  άρα κόβεται απ' την παρούσα ράβδο και η νέα φύρα της γίνεται 0 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι 8 μέτρων, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $8 \leq 1$  δεν ισχύει (9), με την 2<sup>η</sup> ράβδο,  $9 \leq 6$  δεν ισχύει (10), καθώς και με την παρούσα ράβδο όπου  $8 \leq 0$  δεν ισχύει (11), άρα δεν κόβεται και έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 3<sup>ης</sup> ράβδου.

Σημειώνεται η φύρα της ίση με 0 μέτρα και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

#### Διαδικασία κοπής 4<sup>ης</sup> ράβδου



Ακολουθεί η επόμενη ράβδος 10 μέτρων. (1) Το κομμάτι των 8 μέτρων που δεν χώρεσε να κοπεί απ' τις προηγούμενες ράβδους, ελέγχετε αν χωράει,  $8 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 2 μέτρα.

Δεν ακολουθεί άλλο κομμάτι, άρα σημειώνεται η φύρα και ολοκληρώνετε η διαδικασία κοπής με συνολική φύρα 9 cm και σύνολο 4 χρησιμοποιηθέντων ράβδων.



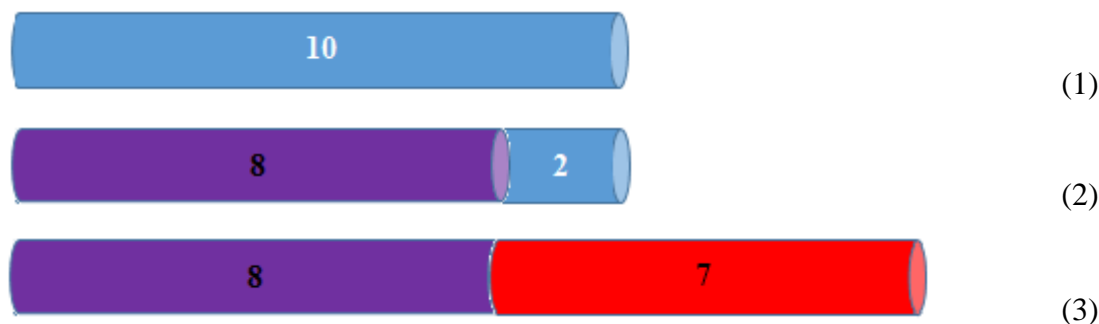
## 2.6 ΜΕΘΟΔΟΣ NEXT FIT DECREASING

Η μέθοδος Next Fit Decreasing (NFD), κατατάσσετε στις ταξινομημένες μεθόδους οι οποίες υλοποιούν τη δράση τους κάνοντας στα στοιχεία σειριακή προσπέλαση, αφού πρώτα έχει προηγηθεί η ταξινόμηση αυτών. Αφού ταξινομηθούν τα κομμάτια που πρόκειται να κοπούν, γίνεται και πάλι η προσπέλαση σειριακά.

Η μέθοδος NFD, εφαρμόζει το επόμενο κομμάτι που χωράει να κοπεί, και αν αυτό δεν ξεπερνά το μέγιστο επιτρεπτό όριο του δοθέντος αντικειμένου κόβεται από το παρών αντικείμενο. Εάν ξεπερνά αυτό το όριο, το κομμάτι κόβεται από το επόμενο αντικείμενο. Αν γίνει αλλαγή αντικειμένου, και συνεχιστεί η κοπή σε επόμενο αντικείμενο, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί κανένα από τα προηγούμενα χρησιμοποιημένα αντικείμενα στην διαδικασία της κοπής. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται η προσπέλαση και κοπή όλων των κομματιών.

Στα παρακάτω σχήματα αναλύεται η διαδικασία κοπής με την μέθοδο Next Fit Decreasing.

Διαδικασία κοπής 1<sup>ης</sup> ράβδου



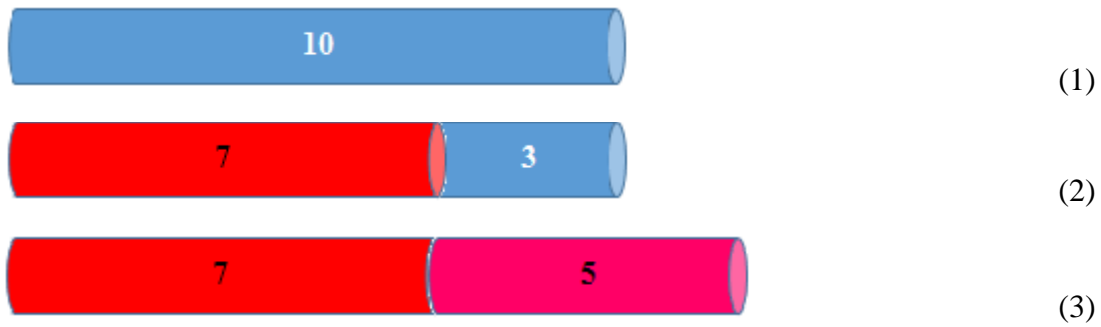
Το αρχικό μέγεθος της ράβδου είναι 10 μέτρα. (1)

Το πρώτο κομμάτι προς κοπή είναι ένα κομμάτι 8 μέτρων. Γίνεται έλεγχος αν χωράει να κοπεί απ' την ράβδο, αν δηλαδή  $8 \leq 10$ , το οποίο ισχύει (2) και κόβεται από την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 2 μέτρα.

Ακολουθεί το επόμενο κομμάτι μήκους 7 μέτρων, το οποίο διαπιστώνεται στον έλεγχο ότι δεν χωράει να κοπεί από την ράβδο διότι  $7 \leq 2$  δεν ισχύει. (3)

Έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 1<sup>ης</sup> ράβδου, σημειώνεται η φύρα της ίση με 2 μέτρα και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

### Διαδικασία κοπής 2<sup>ης</sup> ράβδου



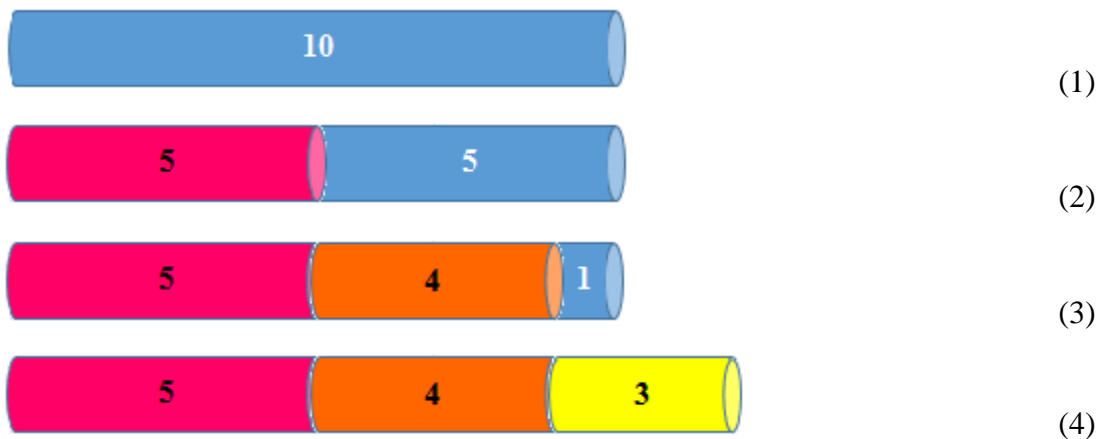
Συνεχίζεται η διαδικασία με την επόμενη ράβδο 10 μέτρων. (1)

Το κομμάτι που δεν χώρεσε να κοπεί απ' την 1<sup>η</sup> ράβδο, το κομμάτι των 7 μέτρων, ελέγχετε αν χωράει,  $7 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 3 μέτρα.

Ακολουθεί η σύγκριση του επόμενου κομματιού των 5 μέτρων,  $5 \leq 3$  όπου δεν ισχύει (3), άρα δεν κόβεται από την παρούσα ράβδο.

Έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 2<sup>ης</sup> ράβδου, σημειώνεται η φύρα της ίση με 3 μέτρα και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

### Διαδικασία κοπής 3<sup>ης</sup> ράβδου



Συνεχίζεται η διαδικασία με την επόμενη ράβδο 10 μέτρων. (1)

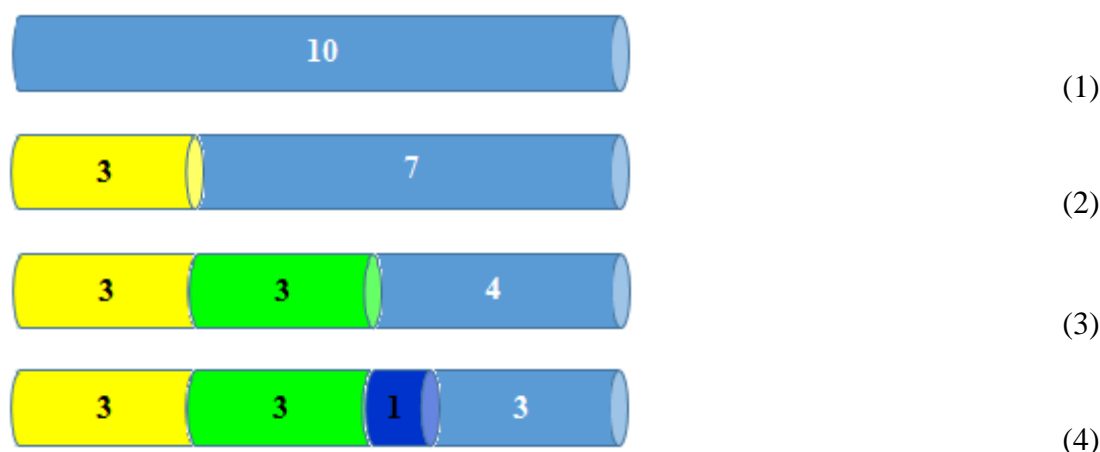
Το κομμάτι που δεν χώρεσε να κοπεί απ' την 2<sup>η</sup> ράβδο, το κομμάτι των 5 μέτρων, ελέγχετε αν χωράει,  $5 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 5 μέτρα.

Ακολουθεί η σύγκριση του επόμενου κομματιού των 4 μέτρων,  $4 \leq 5$  ισχύει (3) άρα κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 1 μέτρο.

Το επόμενο κομμάτι μήκους 3 μέτρων, διαπιστώνεται στον έλεγχο ότι δεν χωράει να κοπεί από την ράβδο διότι  $3 \leq 1$  δεν ισχύει. (4)

Έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 3<sup>ης</sup> ράβδου, σημειώνεται η φύρα της ίση με 1 μέτρο και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

#### Διαδικασία κοπής 4<sup>ης</sup> ράβδου



Συνεχίζεται η διαδικασία με την επόμενη ράβδο 10 μέτρων. (1)

Το κομμάτι των 3 μέτρων που δεν χώρεσε να κοπεί απ' την 3<sup>η</sup> ράβδο, ελέγχετε  $3 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 7 μέτρα.

Ακολουθεί η σύγκριση του επόμενου κομματιού των 3 μέτρων,  $3 \leq 7$  ισχύει (3) άρα κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 4 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι μήκους 1 μέτρου, ελέγχετε αν χωράει,  $1 \leq 4$  ισχύει (4) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 3 μέτρα.

Δεν ακολουθεί άλλο κομμάτι, άρα σημειώνεται η φύρα και ολοκληρώνετε η διαδικασία κοπής με συνολική φύρα 9 cm και σύνολο 4 χρησιμοποιηθέντων ράβδων.

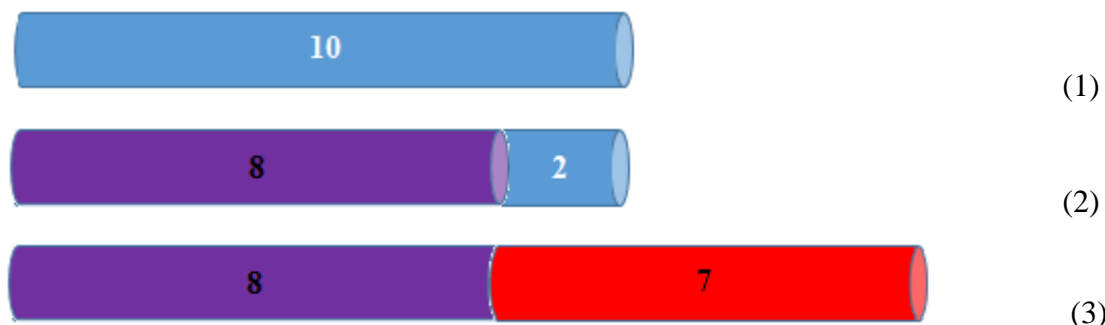
## 2.7 ΜΕΘΟΔΟΣ FIRST FIT DECREASING

Η μέθοδος First Fit Decreasing (FFD), κατατάσσετε στις ταξινομημένες μεθόδους οι οποίες υλοποιούν τη δράση τους κάνοντας στα στοιχεία σειριακή προσπέλαση, αφού πρώτα έχει προηγηθεί η ταξινόμηση αυτών. Αφού ταξινομηθούν τα κομμάτια που πρόκειται να κοπούν, γίνεται και πάλι η προσπέλαση σειριακά

Στη μέθοδο FFD, γίνεται προσπέλαση όλων των διαθέσιμων αντικειμένων, ακόμα και των ήδη χρησιμοποιημένων αντικειμένων και αναζητείται η πρώτη διαθέσιμη χωρητικότητα, για κάθε κομμάτι. Όπως αντιπροσωπεύει και το όνομα της μεθόδου, εφαρμόζει στον πρώτο διαθέσιμο χώρο των αντικειμένων το κομμάτι που είναι να κοπεί, και σαφώς κόβεται από εκεί. Εάν ξεπερνά το δοσμένο όριο του αντικειμένου, το κομμάτι κόβεται από το επόμενο νέο αντικείμενο. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται η προσπέλαση και κοπή όλων των κομματιών.

Στα παρακάτω σχήματα αναλύεται η διαδικασία κοπής με την μέθοδο First Fit Decreasing.

Διαδικασία κοπής 4<sup>ης</sup> ράβδου



Δεν υπάρχει κάποια προηγούμενη ράβδος για να γίνει έλεγχος του πρώτου κομματιού αν χωράει από εκεί, οπότε ξεκινάει με την 1<sup>η</sup> ράβδο.

Το αρχικό μέγεθος της ράβδου είναι 10 μέτρα. (1) Το πρώτο κομμάτι προς κοπή είναι ένα κομμάτι 8 μέτρων. Γίνεται έλεγχος αν χωράει να κοπεί απ' την ράβδο, αν δηλαδή  $8 \leq 10$ , το οποίο ισχύει (2) και κόβεται από την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 2 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι μήκους 7 μέτρων, διαπιστώνεται στον έλεγχο ότι δεν χωράει να κοπεί από την ράβδο διότι  $7 \leq 2$  δεν ισχύει. (3)

Έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 1<sup>ης</sup> ράβδου, σημειώνεται η φύρα της ίση με 2 μέτρα και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

Διαδικασία κοπής 3<sup>ης</sup> ράβδου



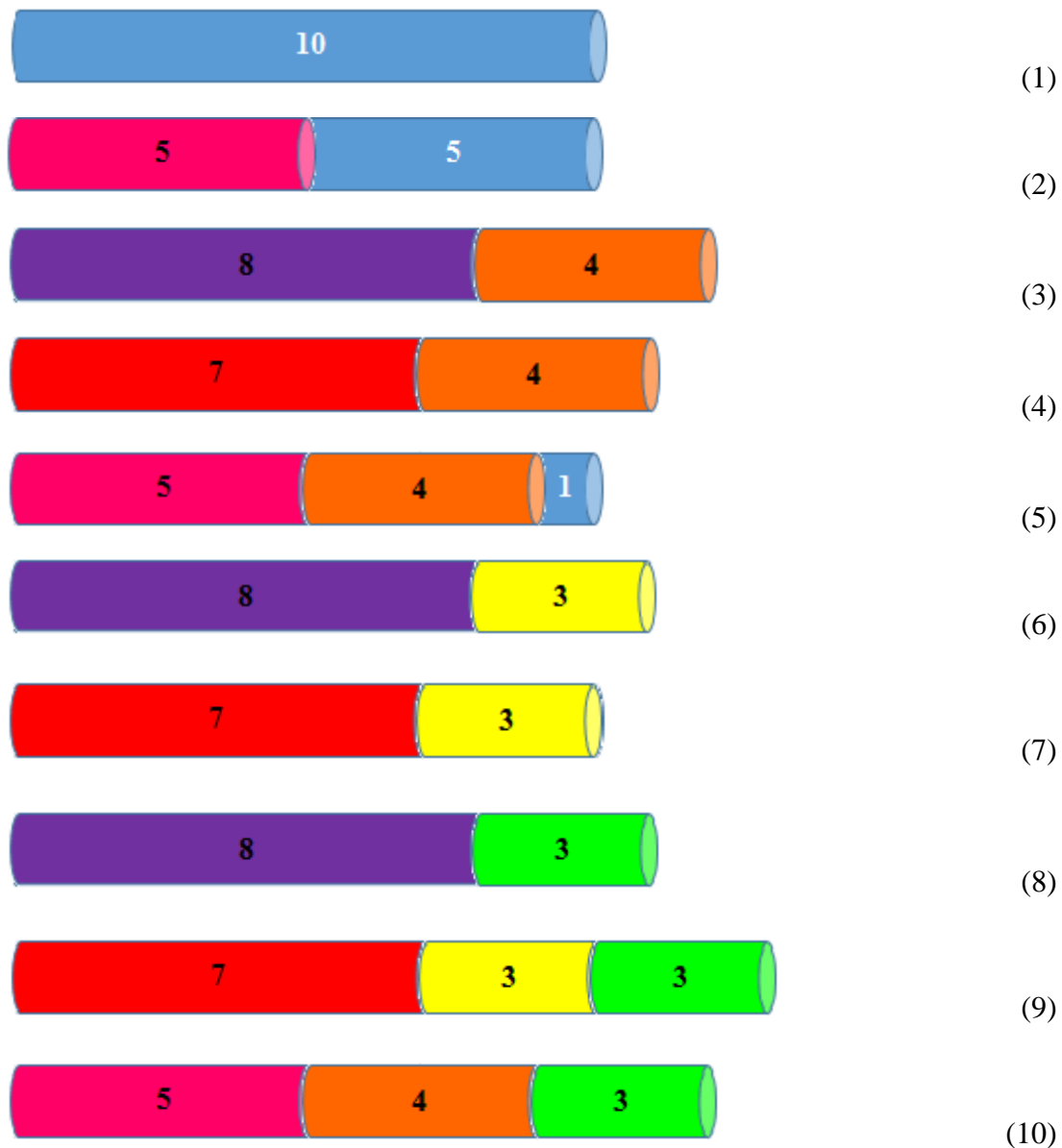
Συνεχίζεται η διαδικασία με την επόμενη ράβδο 10 μέτρων. (1)

Το κομμάτι που δεν χώρεσε να κοπεί απ' την 1<sup>η</sup> ράβδο, το κομμάτι των 7 μέτρων, ελέγχετε αν χωράει,  $7 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 3 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι 5 μέτρων, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $5 \leq 2$  δεν ισχύει (3), όποτε θα συγκριθεί με την παρούσα ράβδο όπου  $5 \leq 3$  επίσης δεν ισχύει (4) άρα δεν κόβεται και έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 2<sup>ης</sup> ράβδου.

Σημειώνεται η φύρα της ίση με 3 μέτρα και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

### Διαδικασία κοπής 3<sup>ης</sup> ράβδου



Συνεχίζεται η διαδικασία με την επόμενη ράβδο 10 μέτρων. (1)

Το κομμάτι των 5 μέτρων που δεν χώρεσε να κοπεί απ' τις προηγούμενες ράβδους, ελέγχετε αν χωράει,  $5 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 5 μέτρα.

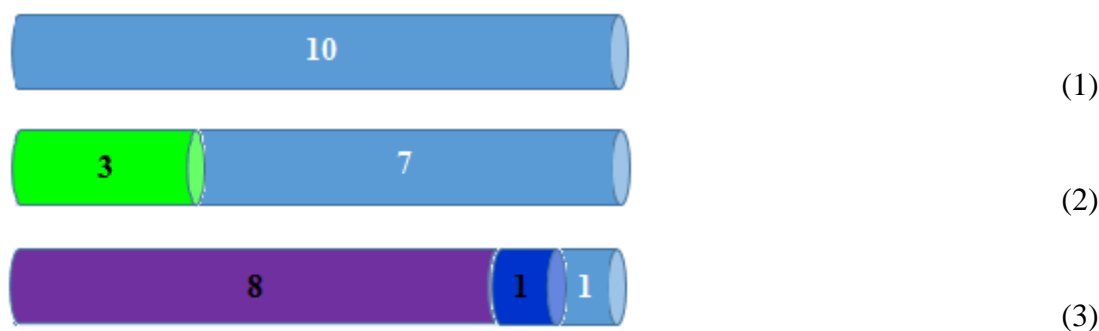
Το επόμενο κομμάτι 4 μέτρων, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $4 \leq 2$  δεν ισχύει (3), με την 2<sup>η</sup> ράβδο,  $4 \leq 3$  δεν ισχύει (4), όποτε θα συγκριθεί με την παρούσα ράβδο όπου  $4 \leq 5$  ισχύει (5), όποτε κόβεται απ' την παρούσα ράβδο και η νέα φύρα της γίνεται 1 μέτρο.

Το επόμενο κομμάτι 3 μέτρων, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $3 \leq 2$  δεν ισχύει (6), με την 2<sup>η</sup> ράβδο,  $3 \leq 3$  ισχύει (7), όποτε κόβεται απ' την 2<sup>η</sup> ράβδο και η νέα φύρα της γίνεται 0 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι επίσης 3 μέτρων, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $3 \leq 2$  δεν ισχύει (8), με την 2<sup>η</sup> ράβδο,  $3 \leq 0$  δεν ισχύει (9), όποτε θα συγκριθεί με την παρούσα ράβδο όπου  $3 \leq 1$  επίσης δεν ισχύει (10) άρα δεν κόβεται και έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 3<sup>ης</sup> ράβδου.

Σημειώνεται η φύρα της ίση με 1 μέτρο και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

#### Διαδικασία κοπής 4<sup>ης</sup> ράβδου



Ακολουθεί η επόμενη ράβδος 10 μέτρων. (1)

Το κομμάτι των 3 μέτρων που δεν χώρεσε να κοπεί απ' τις προηγούμενες ράβδους, ελέγχετε αν χωράει,  $3 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 7 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι 1 μέτρου, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $1 \leq 2$  ισχύει (3), όποτε κόβεται απ' την 1<sup>η</sup> ράβδο και η νέα φύρα της γίνεται 1 μέτρο.

Δεν ακολουθεί άλλο κομμάτι, άρα σημειώνεται η φύρα και ολοκληρώνετε η διαδικασία κοπής με συνολική φύρα 9 cm και σύνολο 4 χρησιμοποιηθέντων ράβδων.

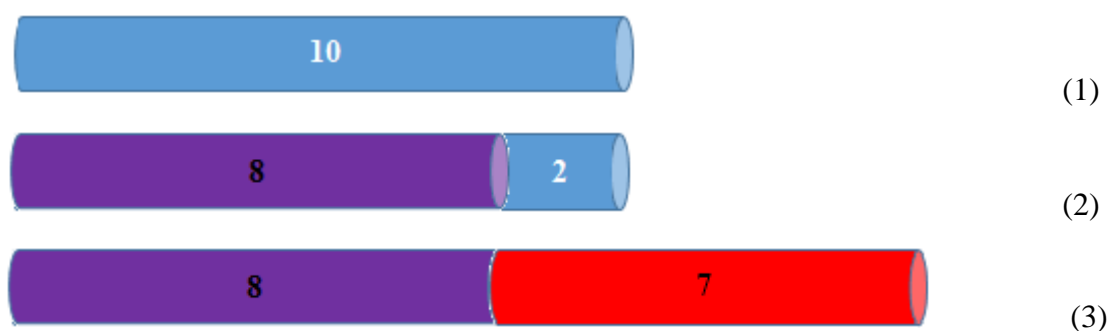
## 2.8 ΜΕΘΟΔΟΣ BEST FIT DECREASING

Η μέθοδος Best Fit Decreasing (BFD), είναι η τελευταία απ' τις μη ταξινομημένες μεθόδους οι οποίες υλοποιούν τη δράση τους κάνοντας στα στοιχεία σειριακή προσπέλαση, αφού πρώτα έχει προηγηθεί η ταξινόμηση αυτών. Αφού ταξινομηθούν τα κομμάτια που πρόκειται να κοπούν, γίνεται και πάλι η προσπέλαση σειριακά.

Στη μέθοδο BFD, γίνεται προσπέλαση όλων των διαθέσιμων αντικειμένων, ακόμα και των ήδη χρησιμοποιημένων αντικειμένων και αναζητείται η πρώτη διαθέσιμη χωρητικότητα, για κάθε κομμάτι. Όπως αντιπροσωπεύει και το όνομα της μεθόδου, εφαρμόζει στον καλύτερο διαθέσιμο χώρο των αντικειμένων το κομμάτι που είναι να κοπεί, και σαφώς κόβεται από εκεί. Βρίσκει δηλαδή όλες τα διαθέσιμα αντικείμενα που μπορεί να γίνει η κοπή και διαλέγει εκείνο το οποίο πλησιάζει πιο κοντά στο μέγεθος του αντικειμένου. Εάν ξεπερνά το δοσμένο όριο του αντικειμένου, το κομμάτι κόβεται από το επόμενο νέο αντικείμενο. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται η προσπέλαση και κοπή όλων των κομματιών.

Στα παρακάτω σχήματα αναλύεται η διαδικασία κοπής με την μέθοδο Best Fit Decreasing.

Διαδικασία κοπής 1<sup>ης</sup> ράβδου



Δεν υπάρχει κάποια προηγούμενη ράβδος για να γίνει έλεγχος του πρώτου κομματιού αν χωράει από εκεί, οπότε ξεκινάει με την 1<sup>η</sup> ράβδο.

Το αρχικό μέγεθος της ράβδου είναι 10 μέτρα. (1)

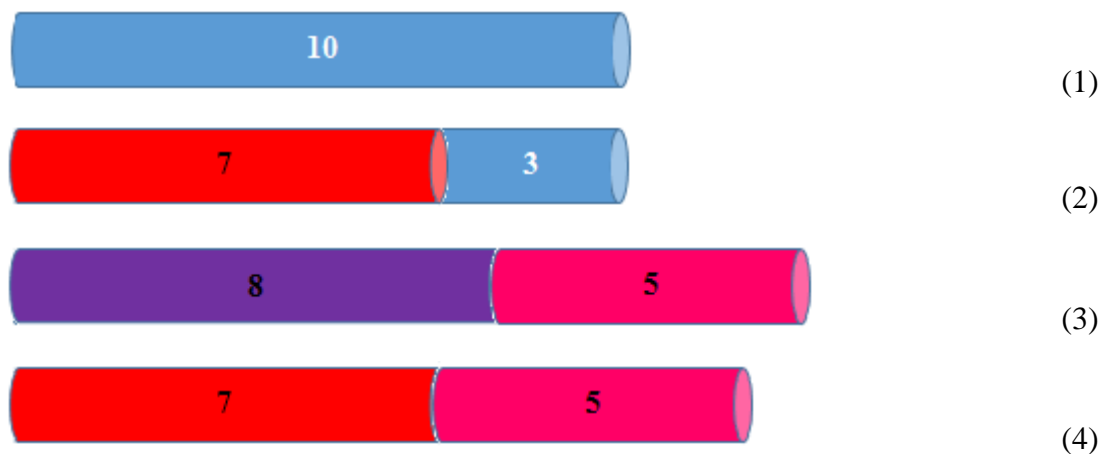


Το πρώτο κομμάτι προς κοπή είναι ένα κομμάτι 8 μέτρων. Γίνεται έλεγχος αν χωράει να κοπεί απ' την ράβδο, αν δηλαδή  $8 \leq 10$ , το οποίο ισχύει (2) και κόβεται από την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 2 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι μήκους 7 μέτρων, διαπιστώνεται στον έλεγχο ότι δεν χωράει να κοπεί από την ράβδο διότι  $7 \leq 3$  δεν ισχύει. (3)

Έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 1<sup>ης</sup> ράβδου, σημειώνεται η φύρα της ίση με 2 μέτρα και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

### Διαδικασία κοπής 2<sup>ης</sup> ράβδου

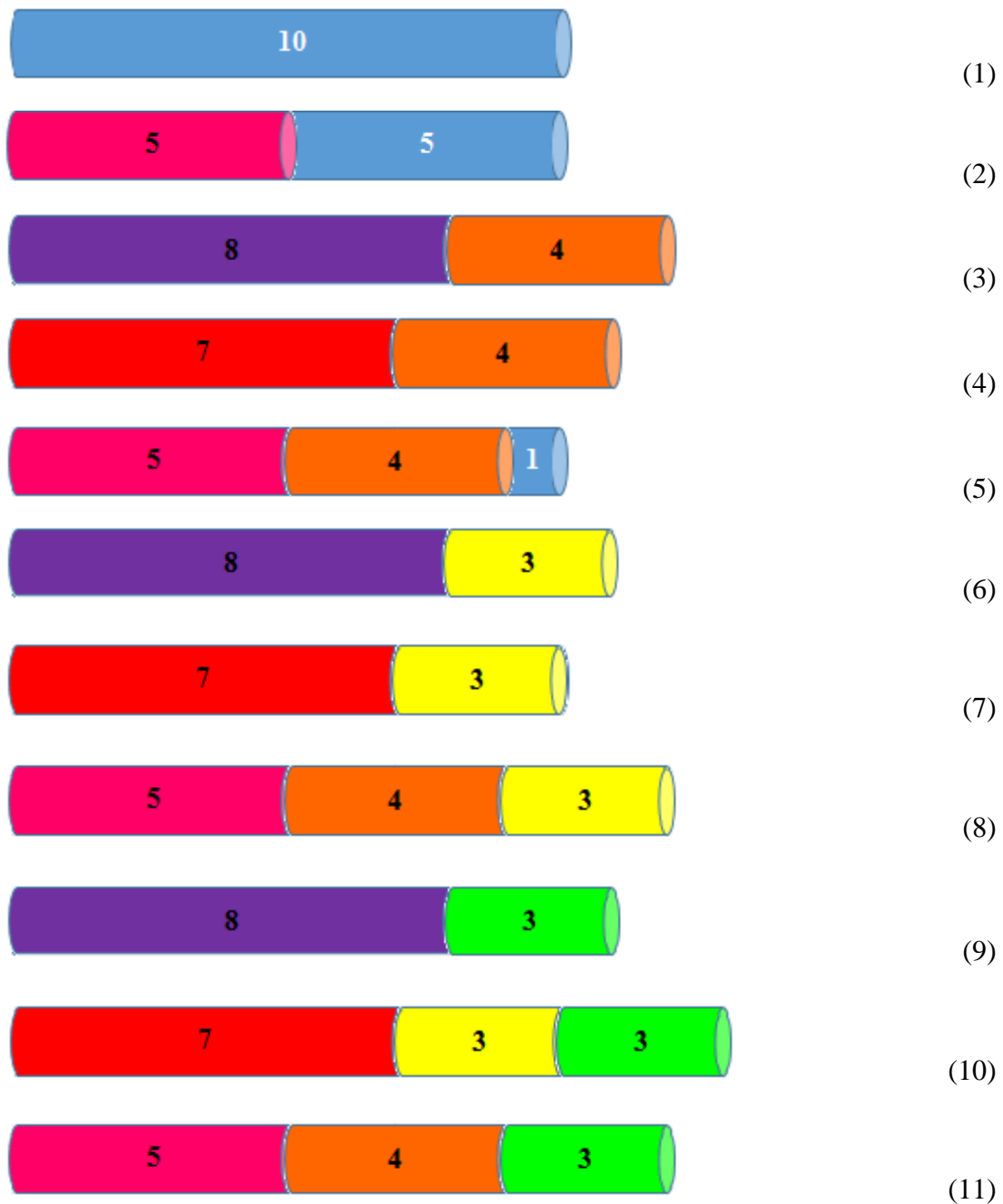


Συνεχίζεται η διαδικασία με την επόμενη ράβδο 10 μέτρων. (1) Το κομμάτι που δεν χώρεσε να κοπεί απ' την 1<sup>η</sup> ράβδο, το κομμάτι των 7 μέτρων, ελέγχεται αν χωράει,  $7 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 3 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι 5 μέτρων, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $5 \leq 2$  δεν ισχύει (3), όποτε θα συγκριθεί με την παρούσα ράβδο όπου  $5 \leq 3$  επίσης δεν ισχύει (4) άρα δεν κόβεται και έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 2<sup>ης</sup> ράβδου.

Σημειώνεται η φύρα της ίση με 3 μέτρα και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

### Διαδικασία κοπής 3<sup>ης</sup> ράβδου



Συνεχίζεται η διαδικασία με την επόμενη ράβδο 10 μέτρων. (1)

Το κομμάτι των 5 μέτρων που δεν χώρεσε να κοπεί απ' τις προηγούμενες ράβδους, ελέγχετε αν χωράει,  $5 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 5 μέτρα.

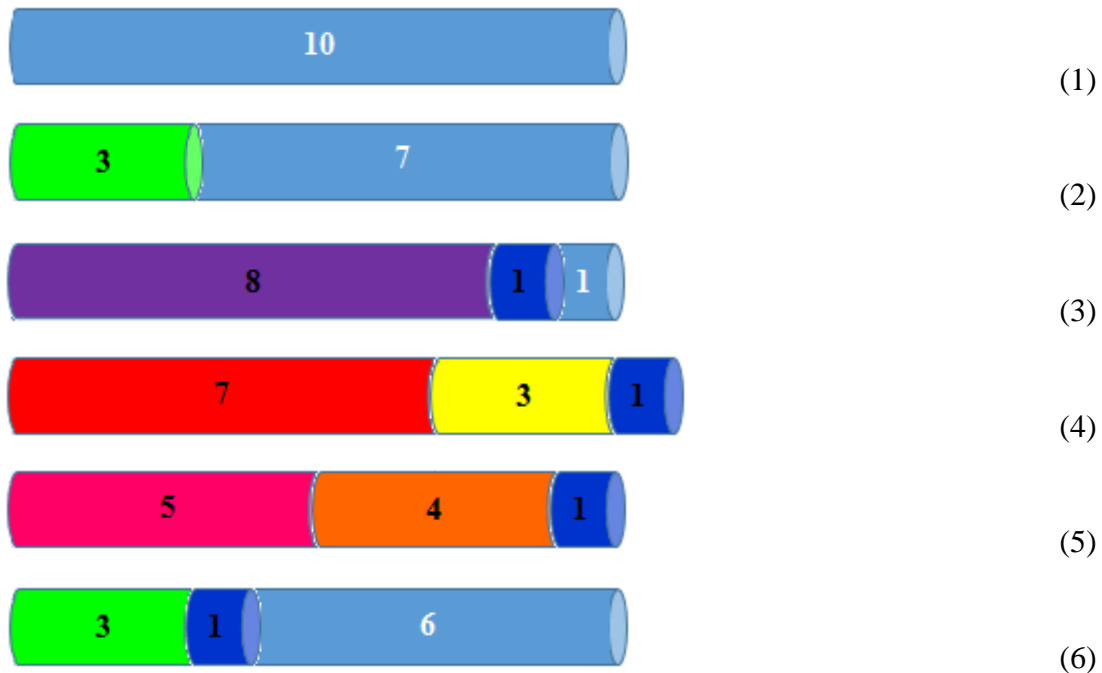
Το επόμενο κομμάτι 4 μέτρων, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $4 \leq 2$  δεν ισχύει (3), με την 2<sup>η</sup> ράβδο,  $4 \leq 3$  δεν ισχύει (4), όποτε θα συγκριθεί με την παρούσα ράβδο όπου  $4 \leq 5$  ισχύει (5), όποτε δεν χρειάζεται να γίνει σύγκριση των ράβδων αφού ισχύει μόνο στην παρούσα, όποτε κόβεται απ' την παρούσα ράβδο και η νέα φύρα της γίνεται 1 μέτρο.

Το επόμενο κομμάτι 3 μέτρων, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $3 \leq 2$  δεν ισχύει (6), με την 2<sup>η</sup> ράβδο,  $3 \leq 3$  ισχύει (7), καθώς και με την παρούσα ράβδο όπου  $3 \leq 1$  δεν ισχύει (8), όποτε δεν χρειάζεται να γίνει σύγκριση των ράβδων αφού ισχύει μόνο στην 2<sup>η</sup>, άρα κόβεται απ' την 2<sup>η</sup> ράβδο και η νέα φύρα της γίνεται 0 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι επίσης 3 μέτρων, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $3 \leq 2$  δεν ισχύει (8), με την 2<sup>η</sup> ράβδο,  $3 \leq 0$  δεν ισχύει (9), καθώς και με την παρούσα ράβδο όπου  $3 \leq 1$  επίσης δεν ισχύει (10) άρα δεν κόβεται και έτσι ολοκληρώνεται η διαδικασία κοπής της 3<sup>ης</sup> ράβδου.

Σημειώνεται η φύρα της ίση με 1 μέτρο και συνεχίζεται η κοπή στην επόμενη ράβδο.

### Διαδικασία κοπής 4<sup>ης</sup> ράβδου



Ακολουθεί η επόμενη ράβδος 10 μέτρων. (1)

Το κομμάτι των 3 μέτρων που δεν χώρεσε να κοπεί απ' τις προηγούμενες ράβδους, ελέγχετε αν χωράει,  $3 \leq 10$  ισχύει (2) και κόβεται από αυτήν την ράβδο. Το νέο μέγεθος της ράβδου γίνεται 7 μέτρα.

Το επόμενο κομμάτι 1 μέτρου, θα συγκριθεί πρώτα με τις προηγούμενες ράβδους. Με την 1<sup>η</sup> ράβδο,  $1 \leq 2$  ισχύει (3), με την 2<sup>η</sup> ράβδο,  $1 \leq 0$  δεν ισχύει (4), με την 3<sup>η</sup> ράβδο,  $1 \leq 1$  ισχύει (5), καθώς και με την παρούσα ράβδο όπου  $1 \leq 7$  ισχύει (6), όποτε συγκρίνονται οι ράβδοι που ισχύει με ποια δίνετε η καλύτερη, δηλαδή που είναι πιο κοντά στο να συμπληρωθεί κάποια ράβδος,  $1-1 < 2-1$  άρα κόβεται απ' την 3<sup>η</sup> ράβδο και η νέα φύρα της γίνεται 0 μέτρα.

Δεν ακολουθεί άλλο κομμάτι, άρα σημειώνεται η φύρα και ολοκληρώνετε η διαδικασία κοπής με συνολική φύρα 9 cm και σύνολο 4 χρησιμοποιηθέντων ράβδων.

## 2.9 ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΕΘΟΔΩΝ

Στους Πίνακες 1 και 2 φαίνονται συγκεντρωμένα τα αποτελέσματα των μεθόδων κατά τη διαδικασία κοπής που αναπτύχθηκαν στις ενότητες 2.3 έως 2.8.

Πίνακας 1

	<b>Μη ταξινομημένοι</b>												
	<i>Next Fit</i>					<i>First Fit</i>				<i>Best Fit</i>			
<i>Ράβδοι</i>	5					4				4			
<i>Φύρα ανά ράβδο</i>	2	6	2	7	1	3	3	2	1	6	0	2	
<i>Συνολική φύρα</i>	19					9				9			

Πίνακας 2

	<b>Ταξινομημένοι</b>											
	<i>Next Fit Decreasing</i>				<i>First Fit Decreasing</i>				<i>Best Fit Decreasing</i>			
<i>Ράβδοι</i>	5				4				4			
<i>Φύρα ανά ράβδο</i>	2	3	1	3	1	0	1	7	2	0	0	7
<i>Συνολική φύρα</i>	19				9				9			

# ΑΛΓΟΡΙΘΜΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ

## 3.1 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ NEXT FIT

```
clear;
tic
str=sprintf('-Next Fit Algorithm-\n-----\n');
disp(str);

size=60;
numberOfPieces=23;
i=1;
totalRods=0;
totalWastage=0;

[piece]=xlsread('dataSet1.xls','Sheet1');

while i<=numberOfPieces
    aluminumRod=0;
    while (aluminumRod<size && i<=numberOfPieces)
        if ((aluminumRod+piece(i))<=size)
            aluminumRod=aluminumRod+piece(i);
            i=i+1;
        else
            break
        end
    end
    totalRods=totalRods+1;
    wastage(totalRods)=size-aluminumRod;
end
str=sprintf('%d ', wastage);
disp(str)
for i=1:totalRods
    totalWastage=totalWastage+wastage(i);
end
str=sprintf('Total Wastage: %d cm', totalWastage);
disp(str)
str=sprintf('Total Aluminum Rods Used: %d', totalRods);
disp(str)
toc
```



### 3.2 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ FIRST FIT

```
clear;
tic
str=sprintf('\n-First Fit Algorithm-\n-----\n');
disp(str);

size=60;
numberOfPieces=23;
i=1;
totalRods=0;
totalWastage=0;

[piece]=xlsread('dataSet1.xls','Sheet1');

while i<=numberOfPieces
    aluminumRod=0;
    while(aluminumRod<size && i<=numberOfPieces)
        position=0;
        for j=totalRods:-1:1
            if wastage(j)-piece(i)>=0
                position=j;
            end
        end
        if position~=0 && wastage(position)~=0
            wastage(position)=wastage(position)-piece(i);
            i=i+1;
        else
            if aluminumRod+piece(i)<=size
                aluminumRod=aluminumRod+piece(i);
                i=i+1;
            else
                break
            end
        end
        end
        totalRods=totalRods+1;
        wastage(totalRods)=size-aluminumRod;
    end
    for i=1:totalRods
        totalWastage=totalWastage+wastage(i);
    end
    str=sprintf('Total Wastage: %d cm', totalWastage);
    disp(str)
    str=sprintf('Total Aluminum Rods Used: %d', totalRods);
    toc
```





### 3.3 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ BEST FIT

```
clear;
tic
str=sprintf('\n-Best Fit Algorithm-\n-----\n');
disp(str);

size=60;
numberOfPieces=23;
i=1;
totalRods=0;
totalWastage=0;

[piece]=xlsread('dataSet1.xls','Sheet1');

while i<=numberOfPieces
    aluminumRod=0;
    while(aluminumRod<size && i<=numberOfPieces)
        min=size;
        position=0;
        for j=totalRods:-1:1
            if wastage(j)-piece(i)>=0 && wastage(j)-piece(i)<min
                min=wastage(j)-piece(i);
                position=j;
            end
        end
        a=size-(aluminumRod+piece(i));
        if a>=0 && a<min
            position=0;
        end
        if position~=0 && wastage(position)~=0
            wastage(position)=wastage(position)-piece(i);
            i=i+1;
        else
            if aluminumRod+piece(i)<=size
                aluminumRod=aluminumRod+piece(i);
                i=i+1;
            else
                break
            end
        end
    end
    totalRods=totalRods+1;
    wastage(totalRods)=size-aluminumRod;
end
for i=1:totalRods
    totalWastage=totalWastage+wastage(i);
end
str=sprintf('Total Wastage: %d cm', totalWastage);
disp(str)
str=sprintf('Total Aluminum Rods Used: %d', totalRods);
disp(str)
toc
```



Οι τυχαίοι αριθμοί που χρησιμοποιήθηκαν από τους αλγορίθμους δημιουργήθηκαν με τη συνάρτηση “**randi([min,max])**” του εργαλείου Matlab και αποθηκεύτηκαν σε αρχείο excel μέσω της συνάρτησης “**xlwrite()**”.

Η μεταβλητή **piece**, δηλώνει το εκάστοτε κομμάτι προς κοπή και φορτώνει με δεδομένα μέσω της εντολής “**xlsread(...)**” τα οποία αντλεί μέσω ενός αρχείου του excel που δηλώνεται στις συντεταγμένες αυτής της εντολής.

Η ταξινόμηση των στοιχείων πραγματοποιείται με την εντολή “**sort**”, αμέσως μετά την φόρτωση των κομματιών προς κοπή.

Παρακάτω επεξηγούνται οι μεταβλητές που βρίσκονται στον κώδικα με τη σειρά που εμφανίζονται.

**size:** Το αρχικό μέγεθος της ράβδου.

**numberOfPieces:** Ο αριθμός των κομματιών προς κοπή.

**i:** Ο μετρητής του αριθμού κομματιών προς κοπή.

**totalRods:** Ο συνολικός αριθμός των ράβδων που χρησιμοποιούνται.

**totalWastage:** Η συνολική φύρα των ράβδων.

**aluminumRod:** Το μέγεθος της παρούσας ράβδου.

**wastage():** Η φύρα της θέσης που δείχνει ο εκάστοτε μετρητής που είναι εντός της παρένθεσης.

**position:** Η θέση που βρίσκεται η λιγότερη φύρα.

**j:** Ο μετρητής των ράβδων που χρησιμοποιούνται.

**min:** Η μικρότερη διαφορά μεταξύ φύρας και κομματιού.

### 3.4 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ NFDA, FFDA, BFDA

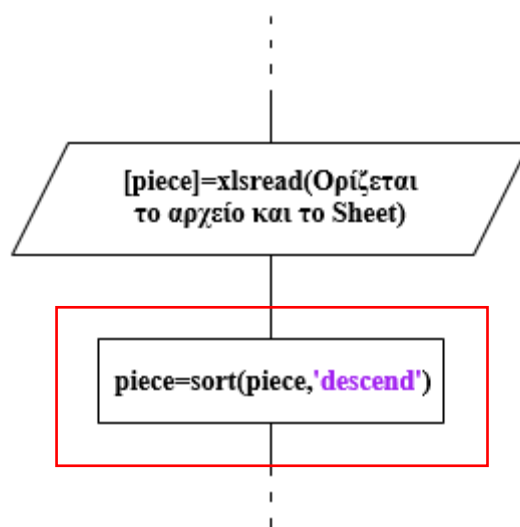
Οι Next Fit Decreasing Algorithm (NFDA), First Fit Decreasing Algorithm (FFDA), Best Fit Decreasing Algorithm (BFDA) ακολουθούν τα χαρακτηριστικά των αντίστοιχων μεθόδων NFD, FFD και BFD. Επομένως η λειτουργία των αλγορίθμων αυτών, ακολουθεί τον τρόπο λειτουργίας των αντίστοιχων μεθόδων τους όπως αναπτύχθηκαν στις αντίστοιχες ενότητες 2.6, 2.7 και 2.8.

Οι αλγόριθμοι και τα διαγράμματα ροής των NFD, FFD και BFD είναι όμοιοι με τους αντίστοιχους αλγορίθμους και διαγράμματα ροής των NF, FF και BF που βρίσκονται στα κεφάλαια 3.1, 3.2, 3.3 αντίστοιχα.

Οι διαφορές στους αλγορίθμους και στα διαγράμματα ροής είναι η προσθήκη της φθίνουσας ταξινόμησης των στοιχείων με τη βοήθεια της εντολής `sort(..., 'descend')`, αμέσως μετά την φόρτωση των κομματιών προς κοπή. Στο Σχήμα 3 και στο Σχήμα 4, φαίνεται η επιπλέον εντολή που χρειάζεται να προστεθεί στους αλγορίθμους και στα διαγράμματα ροής αντίστοιχα.

```
...  
[piece]=xlsread('dataSet1.xls', 'Sheet1');  
piece=sort(piece, 'descend');  
...
```

Σχήμα 3



Σχήμα 4

## ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΩΝ - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Οι αλγόριθμοι που αναπτύχθηκαν διαφοροποιούνται ως προς τον τρόπο διαχείρισης των κομματιών. Οι βασικές παράμετροι που διαφοροποιούν τα παραδείγματα είναι το μέγεθος της ράβδου (size), ο αριθμός των κομματιών προς κοπή (pieceOfAluminum) οι οποίοι δηλώνονται στην αρχή κάθε αλγορίθμου καθώς και το εύρος μεγέθους των κομματιών.

Μετά την εκτέλεση των αλγορίθμων στα τρία διαφορετικά παραδείγματα και στις υποπεριπτώσεις τους, εντοπίστηκαν τρία βασικά χαρακτηριστικά στα οποία επηρεάζονται τα αποτελέσματα τα οποία είναι η συνολική φύρα (totalWastage), το σύνολο των χρησιμοποιηθέντων ράβδων (totalRods), καθώς και ο χρόνος εκτέλεσης των αλγορίθμων.

### 4.1 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1<sup>ο</sup>

Στο 1<sup>ο</sup> παράδειγμα υπάρχουν τα εξής κομμάτια σε εκατοστά:

12, 16, 23, 31, 25, 27, 9, 11, 15, 7, 52, 48, 25, 43, 26, 4, 4, 5, 5, 7, 7, 34, 32.

Σκοπός τους να κοπούν από ράβδους μήκους 60 εκατοστών. Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα της κοπής με τις έξι διαφορετικές μεθόδους.

<b>-Next Fit Algorithm-</b>
Total Wastage: 193 cm
Total Aluminum Rods Used: 11
Elapsed time is 0.720144 seconds.

Rods wastage										
9	4	14	38	8	12	35	17	2	26	28

Στον Next Fit Algorithm καταγράφετε συνολική φύρα 193 εκατοστά με 11 ράβδους να έχουν χρησιμοποιηθεί. Φαίνεται επίσης ο χρόνος που έτρεξε ο αλγόριθμος καθώς και η φύρα κάθε ράβδου ξεχωριστά.

<b>-First Fit Algorithm-</b>
Total Wastage: 73 cm
Total Aluminum Rods Used: 9
Elapsed time is 0.721615 seconds.

Rods wastage									
1	0	0	4	2	2	10	26	28	

Στον First Fit Algorithm καταγράφετε συνολική φύρα 73 εκατοστά με δύο ράβδους λιγότερες να έχουν χρησιμοποιηθεί, άρα συνολικά 9 ράβδους. Φαίνεται επίσης ο χρόνος που έτρεξε ο αλγόριθμος να είναι μεγαλύτερος κατά λίγα milli seconds από τον NFA, καθώς και η φύρα κάθε ράβδου ξεχωριστά.

<b>-Best Fit Algorithm-</b>
Total Wastage: 73 cm
Total Aluminum Rods Used: 9
Elapsed time is 0.813886 seconds.

Rods wastage									
1	0	0	4	0	4	10	26	28	

Στον Best Fit Algorithm καταγράφετε συνολική φύρα μόλις 73 εκατοστά επίσης με 9 ράβδους να έχουν χρησιμοποιηθεί, αλλά διαφέρει η φύρα της κάθε ράβδου ξεχωριστά. Ο χρόνος που έτρεξε ο αλγόριθμος είναι επίσης κατά λίγα milli seconds μεγαλύτερος από τον FFA και NFA.

<b>-Next Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 133 cm
Total Aluminum Rods Used: 10
Elapsed time is 0.699123 seconds.

Rods wastage										
8	12	17	26	28	2	9	12	6	13	

Στον Next Fit Decreasing Algorithm καταγράφετε συνολική φύρα 133 εκατοστά, με 10 ράβδους να έχουν χρησιμοποιηθεί. Ο χρόνος που έτρεξε ο αλγόριθμος είναι λίγο μεγαλύτερος από τους χρόνους των μη ταξινομημένων αλγορίθμων και φαίνονται οι φύρες ανά ράβδο ξεχωριστά.

<b>-First Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 13 cm
Total Aluminum Rods Used: 8
Elapsed time is 0.707605 seconds.

Rods wastage							
0	0	1	0	1	0	1	10

Στον First Fit Decreasing Algorithm καταγράφετε συνολική φύρα μόλις 13 εκατοστά με μόλις 8 ράβδους να έχουν χρησιμοποιηθεί. Ο χρόνος που έτρεξε ο αλγόριθμος είναι λίγο μεγαλύτερος από τον χρόνο του NFDA. Επίσης φαίνονται οι φύρες ανά ράβδο ξεχωριστά.

<b>-Best Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 13 cm
Total Aluminum Rods Used: 8
Elapsed time is 0.746583 seconds.

Rods wastage							
0	1	1	0	1	0	0	10

Στον Best Fit Decreasing Algorithm καταγράφετε συνολική φύρα μόλις 13 εκατοστά επίσης με 8 ράβδους να έχουν χρησιμοποιηθεί, αλλά διαφέρει η φύρα της κάθε ράβδου ξεχωριστά. Ο χρόνος που έτρεξε ο αλγόριθμος είναι επίσης λίγο μεγαλύτερος από τον FFDA και NFDA.





## 4.2 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2<sup>ο</sup>

Στο 2<sup>ο</sup> παράδειγμα τα κομμάτια που χρησιμοποιούνται έχουν εύρος από 50 έως 300 εκατοστά. Για την καλύτερη εφαρμογή του παραδείγματος τα κομμάτια προέρχονται από μία γεννήτρια παραγωγής τυχαίων αριθμών και πιο αναλυτικά υπάρχουν τρία υποπαραδείγματα που διαφοροποιούνται στον αριθμό κομματιών που είναι προς κοπή, 1000, 5000 και 10000 κομμάτια.

Σκοπός τους να κοπούν από ράβδους μήκους 10 μέτρων ή αλλιώς 1000 εκατοστών. Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα της κοπής με τις έξι διαφορετικές μεθόδους.

### **A) Μέγεθος κομματιών από 50 cm έως 300 cm Αριθμός κομματιών 1000**

<b>-Next Fit Algorithm-</b>	<b>-Next Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 20435 cm	Total Wastage: 19435 cm
Total Aluminum Rods Used: 185	Total Aluminum Rods Used: 184
Elapsed time is 0.639969 seconds.	Elapsed time is 0.656247 seconds.
<b>-First Fit Algorithm-</b>	<b>-First Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 3435 cm	Total Wastage: 1435 cm
Total Aluminum Rods Used: 168	Total Aluminum Rods Used: 166
Elapsed time is 0.684936 seconds.	Elapsed time is 0.690541 seconds.
<b>-Best Fit Algorithm-</b>	<b>-Best Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 3435 cm	Total Wastage: 1435 cm
Total Aluminum Rods Used: 168	Total Aluminum Rods Used: 166
Elapsed time is 0.836660 seconds.	Elapsed time is 0.869531 seconds.

**Β) Μέγεθος κομματιών από 50 cm έως 300 cm  
Αριθμός κομματιών 5000**

<b>-Next Fit Algorithm-</b>	<b>-Next Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 98175 cm	Total Wastage: 95175 cm
Total Aluminum Rods Used: 921	Total Aluminum Rods Used: 918
Elapsed time is 0.763746 seconds.	Elapsed time is 0.790469 seconds.
<b>-First Fit Algorithm-</b>	<b>-First Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 17175 cm	Total Wastage: 4175 cm
Total Aluminum Rods Used: 840	Total Aluminum Rods Used: 827
Elapsed time is 0.885385 seconds.	Elapsed time is 0.891453 seconds.
<b>-Best Fit Algorithm-</b>	<b>-Best Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 16175 cm	Total Wastage: 4175 cm
Total Aluminum Rods Used: 839	Total Aluminum Rods Used: 827
Elapsed time is 3.704118 seconds.	Elapsed time is 4.410747 seconds.

**Γ) Μέγεθος κομματιών από 50 cm έως 300 cm  
Αριθμός κομματιών 10000**

<b>-Next Fit Algorithm-</b>	<b>-Next Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 195350 cm	Total Wastage: 189350 cm
Total Aluminum Rods Used: 1841	Total Aluminum Rods Used: 1835
Elapsed time is 0.863015 seconds.	Elapsed time is 0.893768 seconds.
<b>-First Fit Algorithm-</b>	<b>-First Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 34350 cm	Total Wastage: 8350 cm
Total Aluminum Rods Used: 1680	Total Aluminum Rods Used: 1654
Elapsed time is 1.081468 seconds.	Elapsed time is 1.121415 seconds.
<b>-Best Fit Algorithm-</b>	<b>-Best Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 31350 cm	Total Wastage: 8350 cm
Total Aluminum Rods Used: 1677	Total Aluminum Rods Used: 1654
Elapsed time is 12.654649 seconds.	Elapsed time is 15.604480 seconds.







### 4.3 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3<sup>ο</sup>

Στο 3<sup>ο</sup> παράδειγμα τα κομμάτια που χρησιμοποιούνται έχουν εύρος από 100 έως 800 εκατοστά. Για την καλύτερη εφαρμογή του παραδείγματος τα κομμάτια προέρχονται από μία γεννήτρια παραγωγής τυχαίων αριθμών και πιο αναλυτικά υπάρχουν τρία υποπαραδείγματα που διαφοροποιούνται στον αριθμό κομματιών που είναι προς κοπή, 1000, 5000 και 10000 κομμάτια.

Σκοπός τους να κοπούν από ράβδους μήκους 10 μέτρων ή αλλιώς 1000 εκατοστών. Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα της κοπής με τις έξι διαφορετικές μεθόδους.

#### A) Μέγεθος κομματιών από 100 cm έως 800 cm Αριθμός κομματιών 1000

<b>-Next Fit Algorithm-</b>	<b>-Next Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 184201 cm	Total Wastage: 178201 cm
Total Aluminum Rods Used: 651	Total Aluminum Rods Used: 645
Elapsed time is 0.760389 seconds.	Elapsed time is 0.800136 seconds.

<b>-First Fit Algorithm-</b>	<b>-First Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 22201 cm	Total Wastage: 6201 cm
Total Aluminum Rods Used: 489	Total Aluminum Rods Used: 473
Elapsed time is 0.832769 seconds.	Elapsed time is 0.840616 seconds.

<b>-Best Fit Algorithm-</b>	<b>-Best Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 16201 cm	Total Wastage: 6201 cm
Total Aluminum Rods Used: 483	Total Aluminum Rods Used: 473
Elapsed time is 1.308815 seconds.	Elapsed time is 1.436482 seconds.

**Β) Μέγεθος κομματιών από 100 cm έως 800 cm  
Αριθμός κομματιών 5000**

<b>-Next Fit Algorithm-</b>
Total Wastage: 822183 cm
Total Aluminum Rods Used: 3062
Elapsed time is 0.834992 seconds.

<b>-Next Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 888183 cm
Total Aluminum Rods Used: 3128
Elapsed time is 0.854335 seconds.

<b>-First Fit Algorithm-</b>
Total Wastage: 85183 cm
Total Aluminum Rods Used: 2325
Elapsed time is 1.020971 seconds.

<b>-First Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 7183 cm
Total Aluminum Rods Used: 2247
Elapsed time is 1.085238 seconds.

<b>-Best Fit Algorithm-</b>
Total Wastage: 70183 cm
Total Aluminum Rods Used: 2310
Elapsed time is 11.566788 seconds.

<b>-Best Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 7183 cm
Total Aluminum Rods Used: 2247
Elapsed time is 14.665585 seconds

**Γ) Μέγεθος κομματιών από 100 cm έως 800 cm  
Αριθμός κομματιών 10000**

<b>-Next Fit Algorithm-</b>
Total Wastage: 1644080 cm
Total Aluminum Rods Used: 6141
Elapsed time is 1.026047 seconds.

<b>-Next Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 1783080 cm
Total Aluminum Rods Used: 6280
Elapsed time is 1.003477 seconds.

<b>-First Fit Algorithm-</b>
Total Wastage: 162080 cm
Total Aluminum Rods Used: 4659
Elapsed time is 1.642693 seconds.

<b>-First Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 15080 cm
Total Aluminum Rods Used: 4512
Elapsed time is 1.945285 seconds.

<b>-Best Fit Algorithm-</b>
Total Wastage: 137080 cm
Total Aluminum Rods Used: 4634
Elapsed time is 42.247466 seconds.

<b>-Best Fit Decreasing Algorithm-</b>
Total Wastage: 15080 cm
Total Aluminum Rods Used: 4512
Elapsed time is 54.894604 seconds.









## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

### 5.1 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

Από την εφαρμογή των αλγορίθμων στα παραδείγματα και την μελέτη αυτών στις γραφικές παραστάσεις (Κεφάλαιο 4<sup>ο</sup>), προκύπτουν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

#### I. Με κριτήριο τη συνολική φύρα (totalWastage)

Οι αλγόριθμοι FFDA και BFDA είναι περισσότερο αποδοτικοί σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους, με βάση τη συνολική φύρα. Παρατηρείται μείωση περίπου 60% - 90% ανά περίπτωση, όπως φαίνεται και στα παραδείγματα, σε σχέση με τους αντίστοιχους μη ταξινομημένους FFA και BFA και περίπου 90% - 95% σε σύγκριση με όλους τους αλγορίθμους.

#### II. Με κριτήριο το σύνολο των χρησιμοποιηθέντων ράβδων (totalRods)

Οι αλγόριθμοι FFDA και BFDA είναι περισσότερο αποδοτικοί σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους, με βάση το σύνολο των χρησιμοποιηθέντων ράβδων. Τα ποσοστά των ράβδων, στους ταξινομημένους αλγόριθμους κυμαίνονται από 4% - 6% μείωση σε σχέση με τους μη ταξινομημένους FFA και BFA και περίπου 15% - 25% σε σύγκριση με όλους τους αλγορίθμους.

#### III. Με κριτήριο το χρόνο εκτέλεσης

Οι μη ταξινομημένοι αλγόριθμοι αποδεικνύονται γρηγορότεροι από τους ταξινομημένους. Προκύπτει λοιπόν ότι καλύτερους χρόνους έχουν οι NFA, FFA και BFA με καλύτερο τον NFA όντας πιο απλός στην επεξεργασία των κομματιών.

#### IV. Με κριτήριο την κατηγορία

Οι ταξινομημένοι αλγόριθμοι αποδείχθηκαν περισσότερο αποδοτικοί από τους μη ταξινομημένους. Στα Παραδείγματα 1 και 2 τα αποτελέσματα με

βάση τη συνολική φύρα και το σύνολο των χρησιμοποιηθέντων ράβδων είναι καλύτερα με τη χρήση των ταξινομημένων αλγορίθμων. Αντίθετα όμως στο Παράδειγμα 3 Β) και Γ), για τους αλγόριθμους NFA και NFDA παρατηρείται ότι πιο συμφέρουσα λύση είναι ο NFA, ο οποίος ανήκει στους μη ταξινομημένους αλγορίθμους. Ο βασικός λόγος που δεν είναι βέβαιο αν θα συνέφερε ο ταξινομημένος ή μη ταξινομημένος Next Fit αλγόριθμος, είναι ο τρόπος λειτουργίας του. Στους First Fit και Best Fit αλγορίθμους αυτό δεν είναι δυνατόν να συμβεί καθώς αλλάζει ο τρόπος προσπέλασης των στοιχείων και έτσι συμφέρουσα λύση προκύπτει πάντα αν έχει προηγηθεί η ταξινόμηση.

Ποια μέθοδος όμως αναδεικνύεται ως βέλτιστη; Θα μπορούσε να θεωρηθεί καλύτερη λύση η πιο γρήγορη, όμως αυτό πιθανόν δε θα συνέφερε από άποψη φύρας και αριθμό χρησιμοποιηθέντων ράβδων. Από άποψη χρόνου συμφέρουσα μοιάζει η χρήση του NFA, αλλά δεν είναι καθόλου συμφέρουσα από τις άλλες πλευρές. Εν κατακλείδι η βέλτιστη λύση αναδεικνύεται ανάλογα με τα ζητούμενα της επιχείρησης.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Βασιλείου Παναγιώτης - Χρήστος, Τσάντας Νίκος, “**Εισαγωγή στην επιχειρησιακή έρευνα**”

From Wikipedia, the free encyclopedia, “**Cutting stock problem**”,  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Cutting\\_stock\\_problem](http://en.wikipedia.org/wiki/Cutting_stock_problem)

P. C. Gilmore and R. E. Gomory, “**A Linear Programming Approach to the Cutting-Stock Problem**”,  
<http://or.journal.informs.org/content/9/6/849.short>

Sushil Prasad, “**Bin Packing Problem**”,  
<http://www.cs.gsu.edu/~cscskp/Algorithms/NP/node11.html>

Janne Karelaiti, “**Solving the cutting stock problem in the steel industry**”,  
<http://www.notasyon.com/blog/4.pdf>

Johsuke Toyoda and Kazuhiro Takeyasu, “**A Recursive Revised First Fit Algorithm for Cutting Stock Problem**”,  
[http://www.knu.edu.tw/ijislmpdf/Vol.4%20No.1\(2008.11\)/31-40.pdf](http://www.knu.edu.tw/ijislmpdf/Vol.4%20No.1(2008.11)/31-40.pdf)

Joseph Malkevitch, “**Bin Packing**”,  
<http://www.york.cuny.edu/~malk/tidbits/tidbit-bin-packing.html>

<http://www.mathworks.com/>