



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΣΕΡΡΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΙΤΛΟΣ:

**ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΔΙΑΤΑΞΗΣ ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ
ΚΟΙΛΟΔΟΚΩΝ ΜΕ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΦΟΡΤΙΣΗ ΚΑΙ ΣΕ
ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΘΕΣΕΙΣ ΓΙΑ ΕΠΙΔΕΙΞΗΤΩΝ ΑΡΧΩΝ ΤΗΣ
ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΕ ΦΟΙΤΗΤΕΣ**

Εκπονητής: Τσατσαλίδης Δημήτριος

Επιβλέπων: Γεώργιος Μάλιαρης

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα εργασία αποτελεί τη Πτυχιακή μου Εργασία στα πλαίσια των σπουδών μου στο τμήμα Μηχανολόγίας του ΤΕΙ Σερρών υπό την επίβλεψη του καθηγητή του κου Μάλιαρη Γεώργιου, στον οποίο οφείλω ιδιαίτερες ευχαριστίες τόσο για την ανάθεση της εργασίας όσο και για τη γενικότερη συμβολή του στη μελλοντική μου επαγγελματική σταδιοδρομία.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

| | |
|------------------------------|----|
| 1. | Ε |
| ισαγωγή | 4 |
| 2. | Σ |
| κοπός της εργασίας | 5 |
| 3. | Θ |
| εωρία | 6 |
| 4. | Σ |
| χεδιομελέτη κατασκευής | 27 |
| 5. | Β |
| ιβλιογραφία | 34 |
| 6. | Π |
| αράρτημα | 35 |
| 7. | 1 |
|)Παραδείγματα | 36 |
| 8. | 2 |
|)Σχέδια | 43 |

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στον αιώνα που διανύσαμε, οι θετικές επιστήμες, λόγω της επίτευξης καινούριων μαθηματικών μοντέλων, αναπτύχθηκαν και εξελίχθηκαν με ραγδαίους ρυθμούς, πράγμα που δεν θα συνέβαινε χωρίς την ανάπτυξη στον τομέα της πληροφορικής.

Ο τομέας της αντοχής των υλικών και της μηχανικής στον κατασκευαστικό και βιομηχανικό τομέα επωφελήθηκε από περισσότερες από μια πηγές, η εξέλιξη των ηλεκτρονικών μικροσκοπιών και χημικών αναλύσεων έδωσε λύση για τη δομή των υλικών. Έτσι μπορούν να επιλεγθούν τα κατάλληλα υλικά για της κατάλληλες κατασκευές όπως και η βελτιστοποίηση των υλικών αυτών με διάφορες μεθόδους (με εμφάνιση κλπ.).

Η πληροφορική εισέβαλε στον κατασκευαστικό τομέα διευκολύνοντας τα προβλήματα, εκμηδενίζοντας τα κατασκευαστικά λάθη και απλουστεύοντας τα σχεδιαστικά και λειτουργικά προβλήματα με ευρέως διαδεδομένα προγράμματα όπως το MATLAB, AUTOCAD, SOLIDWORKS, ANSYS, LABVIEW και άλλα πολλά.

Ο σχεδιασμός, η ανάλυση και ο υπολογισμός των δυνάμεων μιας πειραματικής διάταξης είναι το κύριο θέμα μελέτης της πτυχιακής εργασίας.

ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Σαν απόφοιτος του τμήματος Μηχανολογίας του Τ.Ε.Ι Σερρών και γνωρίζοντας ότι η συγκεκριμένη σχολή ασχολείται με την έρευνα πάνω σε μηχανολογικά θέματα θεώρησα πρέπτον να αφήσω πίσω μου μια πτυχιακή εργασία, ένα εργαλείο για τους νεώτερους συναδέλφους μηχανολόγους της σχολής μας.

Σκοπός της εργασίας είναι η μεθοδολογία που θα ακολουθήσω για :

- α) να κατανοήσουμε το πρόβλημα
- β) να αναλύσουμε το πρόβλημα
- γ) να επιλύσουμε το πρόβλημα.

Γι αυτό το λόγω κατασκευάσαμε με τέτοιον τρόπο μια πειραματική διάταξη , η οποία καθιστά ικανό να επιβληθούν διάφορες φορτίσεις σε τυχαία σημεία του δοκιμίου μας .

Μ αυτόν τον τρόπο θα μπορεί ο κάθε νέος ενδιαφερόμενος σπουδαστής να κατανοήσει καλύτερα τον τρόπο επίλυσης των ασκήσεων στο μάθημα της μηχανικής.

Μέσω αυτής της εργασίας ο παρατηρητής θα βοηθηθεί στην κατανόηση των αντοχή και την καταπόνηση των διαφόρων υλικών και διατομών.

1. Στατική

Η Στατική, εξετάζει βασικά τις συνθήκες ισορροπίας των σωμάτων. Για τη μελέτη αυτή θεωρεί τα σώματα απαραμόρφωτα, δηλαδή ότι με την επίδραση εξωτερικών δυνάμεων επάνω τους, αυτά εξακολουθούν να διατηρούν το αρχικό τους σχήμα και τις διαστάσεις τους, δηλαδή δεν παραμορφώνονται.

1.1. Δυνάμεις

Η έννοια της δύναμης είναι θεμελιώδης και δεν υπάρχει ως εκ τούτου ορισμός για την περιγραφή της. Η δύναμη μπορεί να γίνει αισθητή μόνο από τα αποτελέσματά της, που είναι εφαρμογή έλξης ή άπωσης στα φυσικά σώματα. Αν έλξουμε ή ωθήσουμε ένα σώμα τότε δύο αποτελέσματα είναι δυνατό να συμβούν:

1. Το σώμα θα αρχίσει να κινείται προς τη διεύθυνση που ασκούμε τη δύναμη. Χειροπιαστό παράδειγμα είναι η ρυμούλκηση ενός οχήματος το οποίο είναι δεμένο σε προπορευόμενο όχημα. Το πίσω όχημα θα ακολουθήσει την πορεία του ρυμουλκού, δηλαδή της ελκτικής δύναμης που του ασκείται.

2. Το σώμα δεν θα μετατοπισθεί, αλλά θα παραμορφωθεί στην περιοχή που ασκείται η δύναμη. Αν σπρώξουμε ελαφρά ένα μαξιλάρι, εκείνο δεν θα μετατοπισθεί, αλλά θα δημιουργηθεί ένα βαθούλωμα στο σημείο που ασκούμε τη δύναμη. Το βαθούλωμα αυτό είναι μια τοπική παραμόρφωση. Με αύξηση της δύναμης θα έχουμε αύξηση της παραμόρφωσης. Περισσότερη αύξηση της δύναμης θα προκαλέσει έναρξη κίνησης του μαξιλαριού.

Η δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος, συνεπώς για την μέτρησή της χρειάζεται να γνωρίζουμε το μέτρο και τη διεύθυνσή της. Είναι, όμως, γνωστό ότι το αποτέλεσμα μιας δύναμης είναι διαφορετικό, αν δράσει σε διαφορετικό σημείο. Στο πιο πάνω παράδειγμα του μαξιλαριού η παραμόρφωση θα είναι διαφορετική αν η δύναμη ασκηθεί σε διαφορετικό σημείο. Γι' αυτό, στη Μηχανική, η δύναμη χαρακτηρίζεται σαν εφαρμοσμένο διάνυσμα, και για τον προσδιορισμό της απαιτείται επί πλέον το σημείο εφαρμογής της.

Όταν δύο υλικά σώματα βρίσκονται σε επαφή, αναπτύσσονται αμοιβαία μεταξύ τους δυνάμεις, με σημείο εφαρμογής το σημείο επαφής των σωμάτων. Οι δυνάμεις αυτές έχουν ίσα μέτρα και αντίθετες φορές, ονομάζονται δυνάμεις επαφής. Η επαφή δύο σωμάτων δεν είναι ποτέ σημειακή, με την μαθηματική έννοια. Πάντα δύο σώματα εφάπτονται σε μια, έστω και πολύ μικρή, επιφάνεια. Οι δυνάμεις επαφής ασκούνται κάθετα σε αυτή την επιφάνεια επαφής.

Μία από τις βασικότερες αρχές της Στατικής είναι η λεγόμενη αρχή της *δράσης - αντίδρασης* που διατυπώνεται λεκτικά με τη φράση: Όταν ένα σώμα Α ασκεί σε ένα άλλο σώμα Β μία δύναμη P_1 (δράση), τότε και το σώμα Β ασκεί στο σώμα Α (στο κοινό σημείο επαφής) μία δύναμη P_2 (αντίδραση), η οποία έχει το ίδιο μέτρο, τον ίδιο φορέα αλλά αντίθετη φορά από την P_1 .

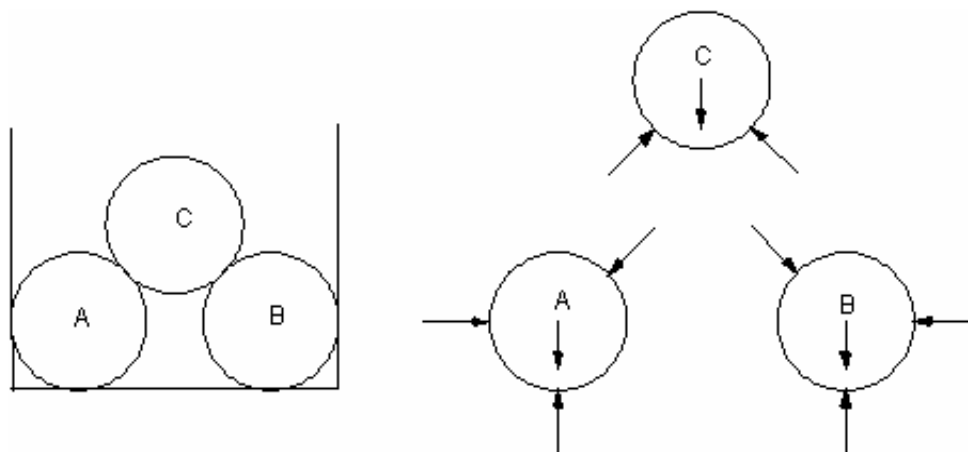
Ένα σύνολο δυνάμεων οι οποίες ασκούνται σε ένα ή περισσότερα σώματα, αποτελούν ένα σύστημα δυνάμεων.

Δυνάμεις ασκούνται επίσης σε σώματα που βρίσκονται μέσα σε ενεργά πεδία (βαρυτικό, ηλεκτρομαγνητικό κλπ), ανάλογα με τις ιδιότητες της ύλης τους. Οι δυνάμεις αυτές ονομάζονται δυνάμεις πεδίου. Στατική λέγεται το ειδικό κεφάλαιο της Μηχανικής που εξετάζει τα σώματα σαν απόλυτα στερεά δηλαδή απαραμόρφωτα.

1.2. Διάγραμμα Ελευθέρου Σώματος

Διάγραμμα Ελευθέρου Σώματος (Δ.Ε.Σ.) είναι το διάγραμμα, που θα προκύψει με την απομάκρυνση όλων των σωμάτων με τα οποία το μελετώμενο σώμα έρχεται σε επαφή και την αντικατάστασή τους με τις αντίστοιχες δυνάμεις επαφής, καθώς και την τοποθέτηση των δυνάμεων που προκαλούνται από πεδία.

Τελικά το Δ.Ε.Σ. είναι η σχεδίαση του σώματος με τις εφαρμοζόμενες σε αυτό δυνάμεις. Παράδειγμα ακολουθεί στο επόμενο σχήμα.



Σχήμα 1: Διάγραμμα ελευθέρου σώματος.

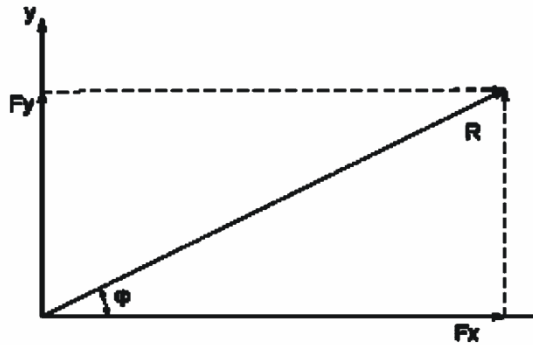
Σε ένα δοχείο τοποθετούνται τρεις σφαίρες A, B, C όπως φαίνεται αριστερά στο σχήμα. Δεξιά, βλέπετε τα Δ.Ε.Σ. των τριών σφαιρών: Η σφαίρα A δέχεται δύναμη από την επαφή της με τη σφαίρα C, από τις δύο επαφές της με τα τοιχώματα του δοχείου και από το βαρυτικό πεδίο της γης (το βάρος της). Συνολικά δηλαδή 4 δυνάμεις.

Η σφαίρα B δέχεται και αυτή 4 δυνάμεις, για τους ίδιους λόγους, που περιγράφηκαν για τη σφαίρα A.

Η σφαίρα C δέχεται δυνάμεις επαφής από τις σφαίρες A και B και τη δύναμη του βάρους της.

1.3. Ανάλυση Δυνάμεων

Η αντίθετη διαδικασία από τη σύνθεση λέγεται ανάλυση δυνάμεων: Όταν δίνεται μια δύναμη R και δύο άξονες x, y που συντρέχουν με το φορέα της δύναμης, τότε μπορούμε να αναλύσουμε τη δύναμη R σε δύο συνιστώσες F_x και F_y , που θα βρίσκονται πάνω στους δεδομένους άξονες. Η διαδικασία είναι ανάλογη με αυτή που περιγράφηκε για τη σύνθεση δυνάμεων με το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων. Οι δύο δυνάμεις που ισοδυναμούν με την R λέγονται συνιστώσες δυνάμεις.



Σχήμα 1: Ανάλυση μιας δύναμης.

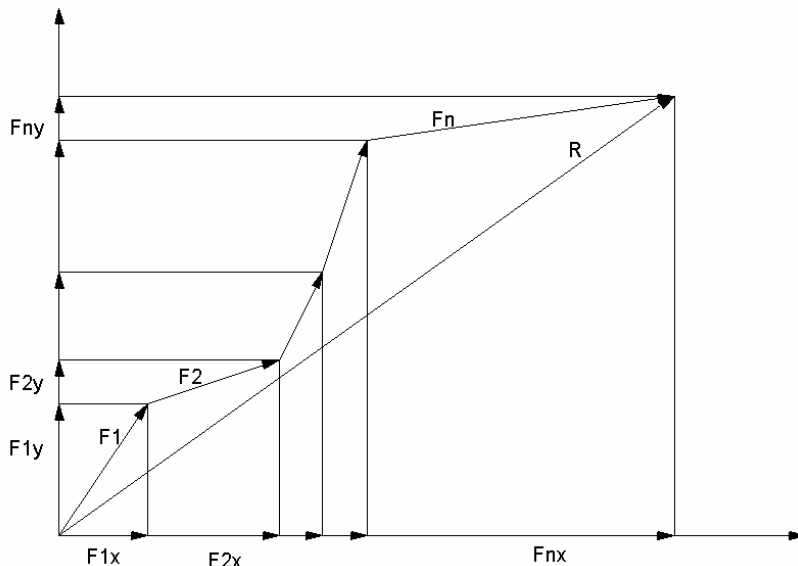
Αν οι άξονες, στους οποίους θα αναλύσουμε την R είναι κάθετοι μεταξύ τους, τότε οι δύο συνιστώσες λέγονται ορθογώνιες συνιστώσες. Στην περίπτωση αυτή, για τις δύο συνιστώσες έχουμε:

$$F_x = R \cdot \cos\phi$$

$$F_y = R \cdot \sin\phi$$

(1)

Η ανάλυση των δυνάμεων σε ορθογώνιες συνιστώσες βοηθά στον εύκολο αναλυτικό υπολογισμό της συνισταμένης πολλών δυνάμεων.



Σχήμα 2: Ανάλυση πολλών δυνάμεων.

Η διαδικασία, για δυνάμεις που δρουν σε ένα επίπεδο, είναι η εξής: Έστω ότι θέλουμε να βρούμε τη συνισταμένη των δυνάμεων F_1, F_2, \dots, F_n . Ορίζουμε σύστημα ορθογώνιων συντεταγμένων Oxy , ως προς το οποίο αναλύουμε τις δυνάμεις σε ορθογώνιες συνιστώσες,

ήτοι κατά τον άξονα Ox τις $F_{1x}, F_{2x}, \dots, F_{nx}$ και κατά τον άξονα y τις $F_{1y}, F_{2y}, \dots, F_{ny}$. Η συνισταμένη R των δυνάμεων θα έχει ορθογώνιες συνιστώσες $R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx}$ και $R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny}$. Και το μέτρο της θα είναι $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$.

Η διαδικασία για τυχούσες δυνάμεις του χώρου είναι παρόμοια, με ανάλυση σε ένα τρισσορθόγωνιο σύστημα συντεταγμένων.

1.4. Ισορροπία Δυνάμεων

Όταν σε ένα απόλυτο στερεό ασκείται ένα σύστημα δυνάμεων $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n$, το σώμα ισορροπεί μόνο αν το άθροισμα των δυνάμεων είναι μηδέν, δηλαδή:

$$\sum_{i=1}^n \vec{P}_i = 0 \quad (1)$$

Όταν σε ένα απόλυτο στερεό ασκούνται μόνο δύο δυνάμεις, τότε, για να ισορροπεί το σώμα, οι δυνάμεις πρέπει να έχουν ίσα μέτρα, τον ίδιο φορέα και αντίθετες διευθύνσεις.

Όταν σε ένα απόλυτο στερεό ασκούνται τρεις δυνάμεις, τότε για να ισορροπεί το σώμα, οι δυνάμεις πρέπει αφ' ενός να συντρέχουν και αφ' ετέρου, τοποθετούμενες επάλληλα, να ορίζουν τρίγωνο, (καλούμενο δυναμοτρίγωνο).

Κατ' επέκταση, για την ισορροπία στερεού υπό την επίδραση περισσοτέρων δυνάμεων, αυτές πρέπει να σχηματίζουν κλειστό δυναμοπολύγωνο.

Έστω ότι σε ένα απόλυτο στερεό ασκούνται n δυνάμεις: $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n$ εκφρασμένες με τις συνιστώσες τους (P_{ix}, P_{iy}, P_{iz}) , $i = 1 \dots n$, ως προς το σύστημα ορθογώνιων συντεταγμένων $Oxyz$. Τότε για την ισορροπία του σώματος, απαιτείται το άθροισμα των συνιστωσών κατά κάθε κύριο άξονα να είναι μηδέν, δηλαδή:

$$R_x = \sum_{i=1}^n P_{ix} = 0 \quad (2)$$

$$R_y = \sum_{i=1}^n P_{iy} = 0 \quad (3)$$

$$R_z = \sum_{i=1}^n P_{iz} = 0 \quad (4)$$

Οι σχέσεις αυτές αποτελούν αναγκαίες συνθήκες ισορροπίας του σώματος. Δεν είναι και ικανές, δηλαδή δεν αρκεί να ισχύουν για να ισορροπεί ένα σώμα. Οι αναγκαίες και ικανές συνθήκες θα αναπτυχθούν στο επόμενο κεφάλαιο.

1.5. Ισορροπία σώματος

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα μη συντρεχουσών δυνάμεων $P_1, P_2, \dots, P_i, \dots, P_n$ το οποίο βρίσκεται πάνω σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων Oxy . Σε αυτήν την περίπτωση αν

α') Μεταφέρουμε παράλληλα όλες τις δυνάμεις έτσι ώστε η αρχή τους να είναι στο σημείο O και

β') Προσθέσουμε τις ροπές όλων των δυνάμεων ως προς το σημείο O , τότε το νέο σύστημα δυνάμεων που σχηματίζεται είναι ισοδύναμο με το πρώτο.

Είναι αντιληπτό ότι προκειμένου να ισορροπεί το σύστημα δεν αρκεί να ισχύει μόνο $\sum P_{ix} = 0$ και $\sum P_{iy} = 0$ διότι παρόλο που οι σχέσεις αυτές μας εξασφαλίζουν το μηδενισμό της συνισταμένης δεν μας εξασφαλίζουν την απουσία ζεύγους δυνάμεων από το σύστημα, που θα του προκαλούσαν περιστροφή. Γι' αυτό το λόγο θα πρέπει και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών όλων των δυνάμεων ως προς την αρχή των αξόνων O , να είναι μηδέν. Δηλαδή $\sum M_o = 0$.

2. Αντοχή των Υλικών

Αντοχή των Υλικών λέγεται εκείνο το κεφάλαιο της Μηχανικής, που ασχολείται με την επίπτωση που έχουν τα φορτία στα υλικά σώματα. Η Αντοχή των Υλικών θεωρεί τα σώματα σαν παραμορφώσιμα, σε αντίθεση με τη Στατική.

Είναι γνωστό ότι, δύο *δομικά στοιχεία* από διαφορετικά υλικά π.χ από χάλυβα το ένα και από ξύλο το άλλο, με *ίδια γεωμετρική κατασκευή*, όταν τους επιβληθούν *ίσες εξωτερικές δυνάμεις*, αυτά παρουσιάζουν γενικά *διαφορετική συμπεριφορά*. Το ένα υλικό για παράδειγμα μπορεί να *αντέξει*, ενώ το άλλο να *σπάσει*, ή το ένα στοιχείο να *παραμορφωθεί* πολύ περισσότερο από το άλλο.

Γίνεται έτσι αντιληπτό ότι, τα διάφορα στερεά σώματα που χρησιμοποιούμε στις κατασκευές (μέταλλα, ξύλα κ.λ.π.), είναι πρακτικά χρήσιμα και εξυπηρετούν τον προορισμό τους, όταν αφ' ενός δεν θραύονται με την επενέργεια των εξωτερικών φορτίων αλλά ανθίστανται τόσο, ώστε αφετέρου, οι αναπόφευκτες *παραμορφώσεις* τους να μην υπερβαίνουν κάποια όρια, τα οποία προκύπτουν είτε από κατασκευαστικούς λόγους είτε από λόγους αισθητικής.

Για τους παραπάνω λόγους είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε μέχρι ποιου ορίου μας επιτρέπεται να φορτίζουμε τα διάφορα υλικά, έναντι των δύο κινδύνων που προαναφέραμε, δηλαδή έναντι του κινδύνου της θραύσης και έναντι της υπερβολικής παραμόρφωσης.

Έτσι, η *Αντοχή των Υλικών* από πρακτική άποψη, έχει σαν αντικείμενο:

ι. Να προσδιορίσει τα επικίνδυνα *όρια φόρτισης* των διαφόρων υλικών σε όλα τα είδη των καταπονήσεων και στη συνέχεια, να καθορίσει τα *επιτρεπτά όρια φόρτισης* για κάθε ένα είδος φόρτισης ξεχωριστά.

ii. Να καθορίσει το *πλέον κατάλληλο σχήμα των φορέων* και στη συνέχεια να *υπολογίσει τις διαστάσεις* τους, έτσι ώστε αυτοί να είναι σε θέση να παραλάβουν με ασφάλεια, (*έναντι του κινδύνου Θραύσης* αλλά και *έναντι της υπερβολικής παραμόρφωσης*) και συγχρόνως κατά τον οικονομικότερο δυνατό τρόπο τη φόρτιση, η οποία είναι δυνατόν να προέρχεται:

α') Από *εξωτερικές δυνάμεις*, τις οποίες προορίζονται να υποβαστάξουν και οι οποίες οφείλονται σε *μόνιμα ή σε κινητά φορτία*.

β') Από καταπονήσεις που προέρχονται από *Θερμοκρασιακές μεταβολές*, ή από *υποχωρήσεις στηρίξεων*, ή από *αυτεντατικές καταστάσεις* λόγω κατασκευαστικής ατέλειας, κ.λ.π.

γ') Από το ίδιο το βάρος του φορέα ή της κατασκευής.

iii. Να υπολογίσει το μέγιστο δυνατό φορτίο το οποίο μπορεί με ασφάλεια να αναλάβει ένας φορέας ή μία κατασκευή και να ελέγξει, κατά πόσο αυτός είναι ασφαλής έναντι *δεδομένης φόρτισης (στατικός έλεγχος)*, ή τέλος να ελέγξει κατά πόσο οι προκληθείσες

παραμορφώσεις βρίσκονται εντός των *παραδεκτών ορίων*.

Ο πρώτος από τους στόχους της *Αντοχής των Υλικών*, επιτυγχάνεται στα ειδικά *Εργαστήρια Αντοχής των Υλικών*. Οι δύο άλλοι επιτυγχάνονται με υπολογισμούς, οι οποίοι εξαρτώνται από το σχήμα των φορέων, από τον τρόπο που άρουν οι δυνάμεις επάνω τους από το υλικό τους, κ.ά.

Ανακεφαλαιώνοντας μπορούμε να πούμε ότι:

" Αντοχή Υλικών είναι η Επιστήμη που υποδεικνύει αναλυτικές μεθόδους για τον υπολογισμό της αντοχής, της ακαμψίας, και της ευστάθειας (είναι η ιδιότητα των σωμάτων να μη λυγίζουν) των μελών μίας κατασκευής με γνώμονα το κόστος να είναι το ελάχιστο δυνατό ".

Τα κατασκευαστικά μαθήματα ειδικότητας (π.χ. τα *Στοιχεία Μηχανών* για τους Μηχανολόγους, το *Οπλισμένο Σκυρόδεμα* για τους Πολιτικούς Μηχανικούς, κ.λ.π.), εφαρμόζουν τις μεθόδους που υποδεικνύει η Αντοχή των Υλικών για τον υπολογισμό των ειδικών κατασκευών, λαμβάνοντας επιπλέον υπόψη τους ισχύοντες κανονισμούς φόρτισης, τις κατασκευαστικές και λοιπές λεπτομέρειες του έργου, κ.λ.π.

2.1. Θεωρία Ελαστικότητας

Η θεωρία της Ελαστικότητας εξετάζει τα στερεά σώματα σαν απόλυτα ελαστικά. Δέχεται ότι, υπό την επίδραση συστήματος δυνάμεων, τα υλικά σώματα παραμορφώνονται ανάλογα με τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά τους, όπως η δομή των κρυστάλλων τους, η συνάφεια των μορίων τους, κλπ.

2.2. Παραμορφώσεις

Η Αντοχή των Υλικών παραδέχεται ότι με την επιβολή εξωτερικής φόρτισης σε ένα σώμα, αυτό παραμορφώνεται, δηλαδή μεταβάλλονται οι φυσικές του διαστάσεις. Τα είδη των παραμορφώσεων είναι:

Επιμήκυνση λέγεται η αύξηση μιας διάστασης του σώματος.

Επιβράχυνση λέγεται η μείωση μιας διάστασης του σώματος.

Στρέβλωση είναι η αλλαγή της ακτίνας καμπυλότητας μιας διάστασης του σώματος.

Η μέτρηση της παραμόρφωσης ενός σώματος σε κάθε διεύθυνση μετράται σαν το ποσοστό της επιμήκυνσης (ή βράχυνσης) του φορέα κατά τη διεύθυνση αυτή. Αν υποθέσουμε ότι ένα σώμα είχε

αρχικό μήκος s και μετά την παραμόρφωσή του έχει αυξηθεί το μήκος του κατά Δs , τότε η παραμόρφωση είναι:

$$\varepsilon = \frac{\Delta s}{s} \quad (1)$$

Η παραμόρφωση είναι καθαρός αριθμός, αφού είναι πηλίκο δύο μεγεθών με μονάδες μήκους.

2.3. Είδη καταπονήσεων

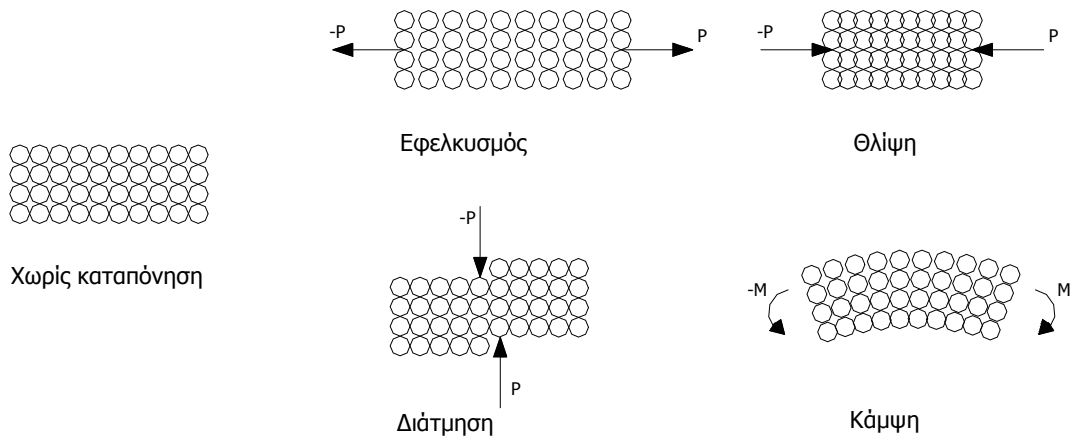
Καταπόνηση είναι η αιτία που προκαλεί παραμόρφωση σε ένα σώμα. Αιτία των καταπονήσεων είναι η επιβολή εξωτερικών φορτίων.

Τα φυσικά σώματα αποτελούνται από μικροσκοπικά σωματίδια που ονομάζονται άτομα. Για την περιγραφή των καταπονήσεων θα χρησιμοποιήσουμε αυτή τη μικροσκοπική θεώρηση των υλικών σωμάτων.

Η δράση εξωτερικών φορτίσεων (δυνάμεων και ροπών) σε ένα σώμα προκαλεί καταπονήσεις, οι οποίες διακρίνονται στα ακόλουθα κύρια είδη:

Εφελκυσμός είναι η καταπόνηση η οποία προκαλεί επιμήκυνση του φορέα, δηλαδή τείνει να απομακρύνει τα άτομα κατά μια ορισμένη διεύθυνση. Προκαλείται από δύο αντίθετες δυνάμεις που δρουν στο όριο του φορέα με φορά προς τα έξω.

Θλίψη είναι η καταπόνηση η οποία προκαλεί επιβράχυνση του φορέα, δηλαδή τείνει να συμπιέσει τα άτομα κατά μια ορισμένη διεύθυνση. Προκαλείται από δύο αντίθετες δυνάμεις που δρουν στο όριο του φορέα με φορά προς τα μέσα.



Σχήμα 1: Είδη καταπονήσεων.

Διάτμηση είναι η καταπόνηση η οποία τείνει να μετατοπίσει μια στιβάδα ατόμων σε σχέση με τη γειτονική της κατά μια ορισμένη διεύθυνση. Λόγω του τρόπου με τον οποίο ενεργεί ονομάζεται και ψαλιδισμός. Προκαλείται από ένα ζεύγος δυνάμεων σε πολύ μικρή απόσταση μεταξύ τους.

Κάμψη είναι η καταπόνηση η οποία τείνει να μετατρέψει την ορθογώνια θέση των στιβάδων σε πολική. Οι στιβάδες, δηλαδή, κατατάσσονται κατά μήκος των ακτινών ενός κύκλου και το σώμα στρεβλώνεται. Η κάμψη προκαλείται από την εφαρμογή ροπής (ή ζεύγους δυνάμεων) στο φορέα.

Στρέψη. Ένα σώμα καταπονείται σε στρέψη, όταν οι δυνάμεις αποτελούν ζεύγος με επίπεδο κάθετο στον άξονά του, το οποίο τείνουν να περιστρέψουν.

Λυγισμός. Ο λυγισμός από άποψη δράσης των δυνάμεων μοιάζει με τη θλίψη, ενώ από άποψη παραμορφώσεων μοιάζει με την κάμψη. Τελικά όμως διαφέρει αρκετά και από τις δύο προηγούμενες, αποτελώντας ιδιαίτερο τρόπο καταπόνησης, η οποία μάλιστα, είναι *πολύ επικίνδυνη* στις κατασκευές.

Σύνθετες καταπονήσεις. Ένα σώμα, είναι δυνατό να φορτίζεται με συνδυασμό δύο, ή και περισσότερων απλών καταπονήσεων, οπότε η προκύπτουσα καταπόνηση ονομάζεται *σύνθετα*.

Συχνά συναντώνται εφελκυσμός και κάμψη συγχρόνως, στρέψη και κάμψη, εφελκυσμός και διάτμηση, κ.λ.π., ή και συνδυασμός περισσότερων από δύο είδη καταπονήσεων. Ένα σώμα, εκτός από εξωτερικές δυνάμεις, μπορεί να καταπονείται και από άλλες αιτίες, όπως είναι η *Θερμοκρασιακή μεταβολή*, οι *γεωμετρικοί*

καταναγκασμοί που προέρχονται από κατασκευαστική ατέλεια, κ.λ.π.

Έτσι, αν εμποδίζεται η ελεύθερη διαστολή της ράβδου, λόγω αύξησης ($\Delta t > 0$) της θερμοκρασίας, αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, να αναπτύσσονται θλιπτικές δυνάμεις στις δύο στηρίξεις της, όπως θα δούμε αναλυτικά σε επόμενο κεφάλαιο.

2.4. Είδη φορτίων

Τα φορτία (δυνάμεις και ροπές), που καταπονούν ένα σώμα, κατατάσσονται στις παρακάτω ταξινομήσεις, ανάλογα με

α) τη χρονική συνάρτηση που τα περιγράφει

β) τον τρόπο δράσης τους και

γ) την έκταση της περιοχής δράσης τους:

Χρονική συνάρτηση

Σύμφωνα με αυτή την ταξινόμηση τα φορτία κατατάσσονται ως εξής:

Μόνιμα φορτία είναι εκείνα που καταπονούν ένα σώμα μόνιμα ή για μεγάλο χρονικό διάστημα. Π.χ. το βάρος ενός τοίχου, το χιόνι στη στέγη ενός σπιτιού κ.λπ.

Κρουστικά (ή στιγμιαία) φορτία είναι αυτά που επιβάλλονται για ελάχιστο χρονικό διάστημα. Π.χ. η δύναμη στους τροχούς ενός αεροπλάνου κατά την προσγείωση.

Εναλλασσόμενα (ή δυναμικά) είναι τα φορτία, που μεταβάλλονται χρονικά σύμφωνα με μια περιοδική συνάρτηση. Π.χ. σεισμικά φορτία, θαλάσσια κύματα.

Τρόπος δράσης

Υπ' αυτή τη θεώρηση παρατηρούμε δύο είδη φορτίων:

Επιφανειακά φορτία είναι εκείνα που δρουν στο όριο (επιφάνεια) του σώματος, λέγονται δε και φορτίσεις επαφής.

Καθολικά φορτία, είναι αυτά που ασκούνται σε κάθε μόνιο του σώματος, αλλιώς δε λέγονται φορτία πεδίου.

Περιοχή δράσης

Σύμφωνα με αυτή την κατάταξη υπάρχουν τα εξής είδη φορτίων:

Συγκεντρωμένα φορτία είναι αυτά που δρουν σε ένα υλικό σημείο του συνόρου του σώματος. Μια απειροελάχιστη, αμελητέα επιφάνεια θεωρείται υλικό σημείο, γι' αυτό τα φορτία αυτά ονομάζονται και **σημειακά φορτία**. Τέτοιου είδους δυνάμεις

προκύπτουν για παράδειγμα, από την πίεση του τροχού του τραίνου επάνω σε μια γραμμή (δοκό).

Γραμμικά κατανεμημένα φορτία είναι αυτά που ενεργούν πάνω σε μια γραμμή, στην επιφάνεια του σώματος. (Η γραμμή εδώ έχει την έννοια ενός συνόλου υλικών σημείων). Η κατανομή των φορτίων αυτών, μπορεί να είναι *ομοιόμορφη, τριγωνική, τραπεζοειδής* (που προκύπτει από άθροισμα της ομοιόμορφης και της τριγωνικής), *παραβολική*, κλπ. Ένα παράδειγμα της περίπτωσης αυτής, αποτελεί το *ίδιο το βάρος* μίας ευθύγραμμης δοκού με σταθερή διατομή, γιατί αποτελεί ένα *ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο* σε όλο της το μήκος.

Επιφανειακά κατανεμημένα φορτία όπως είναι το *ίδιο βάρος* των επιφανειών, το βάρος του χιονιού σε μία επιφάνεια κ.λ.π., καθώς επίσης και φορτία κατανεμημένα σε όλο τον όγκο (χώρο) του σώματος που χαρακτηρίζονται σαν *χωρικά κατανεμημένα φορτία*. Τέτοιο είδος είναι το ειδικό βάρος ενός *ομογενούς* σώματος. Εκτός από τα παραπάνω είδη φορτίων, ένα σώμα μπορεί επίσης να φορτίζεται και από *εξωτερική ροπή*, που συνήθως μετριέται σε Nm, tm. Στην πράξη πολλές φορές συνηθίζονται και τα πολλαπλάσια των μονάδων αυτών π.χ. KNm, MNm κ.λ.π.

Υπενθυμίζουμε ακόμη ότι, εκτός από τις εξωτερικές δυνάμεις και ροπές, ασκούνται επιπλέον στα σώματα και οι αντιδράσεις, που εξαρτώνται από τους διάφορους *τρόπους στήριξης* του σώματος.

Έτσι, όταν σε μία δοκό για παράδειγμα επενεργούν εξωτερικές δυνάμεις, αυτές μεταφέρονται στις στηρίξεις της. Αλλά τότε, σύμφωνα με την αρχή της *δράσης-αντίδρασης* και οι στηρίξεις θα ασκούν στην δοκό δυνάμεις *ίσες και αντίθετες*, που ονομάζονται *αντιδράσεις*. Σημειώνουμε ακόμη ότι με τη λέξη αντιδράσεις, εννοούμε τόσο δυνάμεις όσο και ροπές.

Οι εξωτερικές δυνάμεις διακρίνονται πολλές φορές και ανάλογα με το είδος της καταπόνησης που επιφέρουν στο σώμα. Έτσι, μια αξονική δύναμη χαρακτηρίζεται και σαν *εφελκυστική ή θλιπτική* αν καταπονεί το σώμα σε εφελκυσμό ή θλίψη αντίστοιχα, ενώ μία δύναμη που καταπονεί ένα σώμα σε διάτμηση χαρακτηρίζεται σαν *διατμητική δύναμη*. Επίσης, αν οι δυνάμεις τείνουν να περιστρέψουν το σώμα χαρακτηρίζονται σαν *στρεπτικές δυνάμεις*, ενώ αν καταπονούν ένα σώμα σε κάμψη αναφέρονται και σαν *καμπτικές δυνάμεις*.

2.5. Φορείς

Φορέας είναι κάθε κατασκευή, που μπορεί να παραλαμβάνει φορτία και να τα μεταβιβάζει με ασφαλή τρόπο, δηλαδή δεν μπορεί να μετατοπισθεί εξ αιτίας των φορτίων. Π.χ. οικοδομή, γέφυρα, τραπέζι.

Για να μπορεί να μεταβιβάσει τα φορτία που δέχεται, ο φορέας πρέπει να στηρίζεται με ασφάλεια. Κάθε στήριξη απαγορεύει κάποιες μετακινήσεις στο φορέα, άρα ασκεί στο φορέα αντιδράσεις στις αναπτυσσόμενες από το φορέα φορτίσεις. Οι τρόποι στήριξης αναπτύσσονται στην επόμενη παράγραφο.

Ανάλογα με τον τρόπο στήριξης των φορέων, διακρίνουμε τα εξής είδη:

Ισοστατικοί φορείς λέγονται αυτοί που από τις στηρίξεις τους υπάρχουν τόσες αντιδράσεις όσες και οι διατιθέμενες εξισώσεις ισορροπίας.

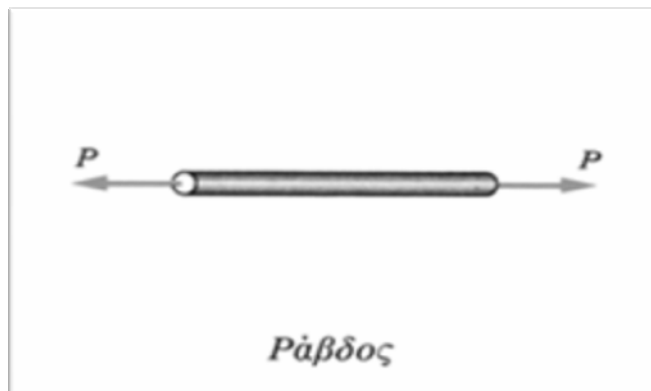
Υπερστατικοί λέγονται οι φορείς που λόγω στήριξης έχουν περισσότερες δεσμεύσεις κίνησης από τις εξισώσεις ισορροπίας.

Χαλαροί λέγονται οι φορείς που ο τρόπος στήριξής τους είναι τέτοιος, ώστε να μην εξασφαλίζει τη σταθερότητά τους, άρα οι αντιδράσεις των στηρίξεων είναι λιγότερες από τις εξισώσεις ισορροπίας.

2.6. Είδη φορέων

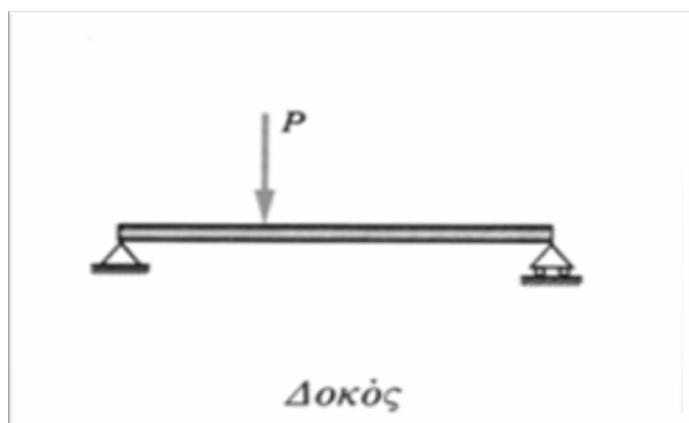
Φορέας λέγεται κάθε σώμα το οποίο φέρει εξωτερικά φορτία. Άξονας ενός φορέα λέγεται η γραμμή που συνδέει τα κέντρα βάρους των κάθετων τομών του κατά τη διεύθυνση της μεγαλύτερης διάστασής του. Στην Αντοχή των Υλικών διακρίνουμε τα ακόλουθα είδη φορέων:

Ράβδος είναι ένας φορέας, του οποίου η μια διάσταση είναι πολύ μεγαλύτερη από τις άλλες και καταπονείται μόνο από αξονικά φορτία, δηλαδή φορτία κατά τη διεύθυνση του άξονά της. Οι καταπονήσεις που μπορούν να υφίστανται οι ράβδοι είναι μόνο εφελκυσμός και θλίψη.



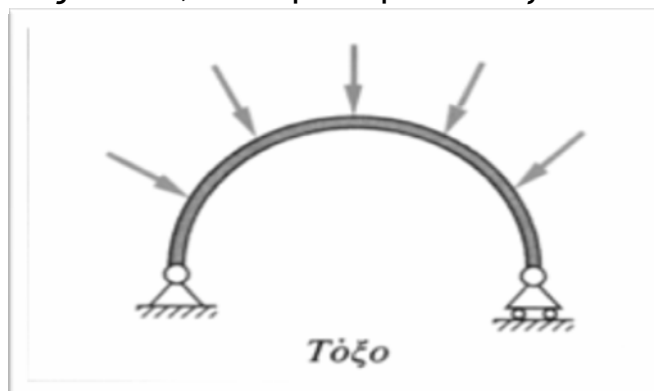
Σχήμα 1: Ράβδος.

Δοκός είναι ένας φορέας, του οποίου η μια διάσταση είναι πολύ μεγαλύτερη από τις άλλες και καταπονείται από κάθε είδος φορτίου. Οι δοκοί μπορούν να υφίστανται όλα τα είδη καταπόνησης.



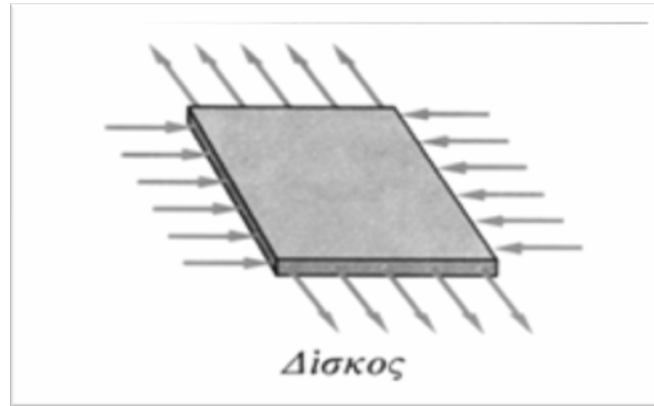
Σχήμα 2: Δοκός.

Τόξο είναι ένα είδος δοκού, αλλά με καμπύλο άξονα.



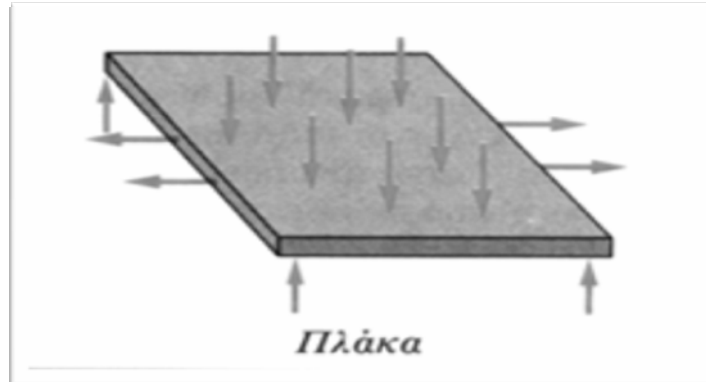
Σχήμα 3: Τόξο.

Δίσκος είναι ο φορέας εκείνος, του οποίου η μια διάσταση θεωρείται αμελητέα σε σχέση με τις άλλες δύο. Σύμφωνα με την περιγραφή του, ο δίσκος έχει δύο άξονες. Οι καταπονήσεις που μπορούν να υφίστανται οι δίσκοι είναι μόνο εφελκυσμός και θλίψη κατά μήκος των μεγάλων διαστάσεών τους.



Σχήμα 4: Δίσκος.

Πλάκα είναι ένας δίσκος, στον οποίο, όμως, εφαρμόζεται κάθε είδους καταπόνηση. Η πλάκα μπορεί να δεχθεί κάθε είδους φορτίσεις.



Σχήμα 5: Πλάκα.

2.7. Εσωτερικές τάσεις

Σύμφωνα με την προηγούμενη ανάλυση, διαπιστώνουμε ότι μπορούμε να υπολογίσουμε τις εσωτερικές φορτίσεις σε οποιοδήποτε σημείο ενός φορέα.

Αυτό, όμως, δεν είναι αρκετό για να γνωρίζουμε τις παραμορφώσεις του φορέα. Από την πείρα μας είναι γνωστό ότι

αν σε δύο φορείς με διαφορετικές διαστάσεις ασκηθεί η ίδια δύναμη, τότε θα προκληθούν διαφορετικές παραμορφώσεις. Συνεπώς εκείνο που μας ενδιαφέρει για τον υπολογισμό των παραμορφώσεων είναι το μέγεθος της εσωτερικής φόρτισης ανά μονάδα επιφάνειας της διατομής στην οποία ασκείται.

Τάση (σ) λέγεται το πηλίκο του μέτρου μιας δύναμης (P) προς την επιφάνεια (F) στην οποία ασκείται. Συμβολικά:

$$\sigma = \frac{P}{F} \quad (1)$$

Η τάση έχει μονάδα δύναμης ανά επιφάνεια. Συνήθης μονάδα μέτρησης της τάσης είναι το Pa(Πασκάλ) και ισχύει $1\text{Pa}=1\text{N/m}^2$.

Η Αντοχή των Υλικών ερευνά πειραματικά τα διάφορα υλικά και υπολογίζει την αντοχή τους σε διάφορες περιπτώσεις φόρτισης. Κατ' αυτό τον τρόπο συντάχθηκαν πίνακες στους οποίους καταγράφονται οι κρίσιμες τάσεις για τα διάφορα υλικά.

Κρίσιμες τάσεις είναι:

Όριο διαρροής λέγεται η τάση εκείνη για την οποία παρατηρείται δυσανάλογη παραμόρφωση του υλικού με μικρή μόνο αύξηση των τάσεων.

Όριο θραύσης λέγεται η τάση εκείνη για την οποία έχουμε αστοχία του υλικού και επέρχεται σπάσιμο των δεσμών των ατόμων.

2.8. Τρόποι στήριξης

Είναι γνωστό ότι μια φόρτιση (δύναμη ή ροπή) τείνει να κινήσει (να μετατοπίσει ή να περιστρέψει) το σώμα στο οποίο επιδρά. Επομένως οι στηρίξεις πρέπει να έχουν τέτοια κατασκευή, που να απαγορεύει τις κινήσεις που τείνουν να επιβάλουν οι φορτίσεις. Η απαγόρευση των κινήσεων επιτυγχάνεται με την επιβολή αντίθετων φορτίσεων (αντιδράσεων), στις φορτίσεις που δέχεται μια στήριξη.

Οι στηρίξεις κατατάσσονται ανάλογα με τις αναπτυσσόμενες αντιδράσεις στα ακόλουθα τρία είδη:

Έδραση (ή κύλιση) λέγεται η στήριξη εκείνη που αναπτύσσει αντίδραση μόνο κατά διεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια στήριξης. Επομένως επιτρέπει στο φορέα κάθε κίνηση εκτός από διεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια στήριξης. Π.χ. Στήριξη του τραπεζιού στο πάτωμα.

Άρθρωση λέγεται η στήριξη εκείνη που αναπτύσσει αντίδραση κατά οποιαδήποτε τυχούσα διεύθυνση. Η αντίδραση της άρθρωσης συνήθως αναλύεται σε δύο συνιστώσες: μια συνιστώσα κάθετη και μια παράλληλη στην επιφάνεια επαφής. Επομένως η άρθρωση απαγορεύει στο φορέα κάθε μετατόπιση, αλλά του επιτρέπει να στραφεί. Π.χ. στήριξη πόρτας στο κάσωμα.

Πάκτωση λέγεται η στήριξη εκείνη που αναπτύσσει αντίδραση κατά οποιαδήποτε τυχούσα διεύθυνση και ροπή αντίθετη με αυτή που δέχεται. Συνεπώς απαγορεύει κάθε κίνηση (μετατόπιση ή στροφή) στο φορέα. Π.χ. στήριξη δένδρου στο έδαφος.

2.9. Εξισώσεις ισορροπίας

Ανάλογα με το είδος του φορέα και των επιβαλλόμενων φορτίσεων, καταστρώνουμε τις εξισώσεις ισορροπίας :

Αν ο φορέας είναι γραμμικός με επίπεδη φόρτιση, καταστρώνουμε τις εξισώσεις ισορροπίας για επίπεδη φόρτιση, που είναι:

$$R_x = \sum_{i=1}^n P_{ix} = 0 \quad (1)$$

$$R_y = \sum_{i=1}^n P_{iy} = 0 \quad (2)$$

$$M_A = \sum_{i=1}^n r_{ix} P_{iy} - \sum_{i=1}^n r_{iy} P_{ix} = 0 \quad (3)$$

Αν ο φορέας είναι γραμμικός, αλλά η φόρτισή του είναι γενική, καταστρώνουμε τις γενικές εξισώσεις ισορροπίας στο χώρο, δηλαδή:

$$R_x = \sum_{i=1}^n P_{ix} = 0 \quad (4)$$

$$R_y = \sum_{i=1}^n P_{iy} = 0 \quad (5)$$

$$R_z = \sum_{i=1}^n P_{iz} = 0 \quad (6)$$

$$M_A = \sum_{i=1}^n r_{ix} P_{iy} - \sum_{i=1}^n r_{iy} P_{ix} + \sum_{i=1}^n r_{iz} P_{iy} - \sum_{i=1}^n r_{iy} P_{iz} = 0 \quad (7)$$

Η εξέταση επιφανειακών φορέων ξεφεύγει από τα όρια του μαθήματος και δεν θα αναπτυχθεί εδώ.

2.10. Υπολογισμός αντιδράσεων

Εάν είναι γνωστή η εξωτερική φόρτιση του φορέα, τότε υπάρχουν οι εξής περιπτώσεις:

Αν ο φορέας είναι ισοστατικός τότε το σύστημα των εξισώσεων ισορροπίας αρκεί για τον υπολογισμό των αντιδράσεων των στηρίξεων.

Αν ο φορέας είναι υπερστατικός τότε δεν υπάρχει επάρκεια εξισώσεων. Γι' αυτό χρησιμοποιούμε και εξισώσεις από την Αντοχή των Υλικών, θεωρώντας το φορέα σαν παραμορφώσιμο.

2.11. Διαγράμματα N, Q, M

Με αυτά που γνωρίσαμε μέχρι τώρα, είδαμε ότι όταν μιά δοκός φορτίζεται με κατακόρυφα φορτία, τόσο η τέμνουσα δύναμη Q, όσο και ροπή κάμψης M μεταβάλλονται γενικά με την απόσταση x , η οποία και ορίζει τη θέση της κάθε διατομής της. Για το λόγο αυτό, είναι χρήσιμο να σχεδιάζουμε τις γραφικές παραστάσεις των ποσοτήτων αυτών κατά μήκος της δοκού. Έτσι, στη μεν τετμημένη σχεδιάζουμε τη θέση x της διατομής της δοκού, στη δε τεταγμένη την αντίστοιχη τιμή της αξονικής δύναμης ή τέμνουσας δύναμης Q ή της ροπής κάμψης M.

Οι γραφικές αυτές παραστάσεις ονομάζονται *διαγράμματα αξονικών* (Δ.Α.Δ) ή *τέμνουσών δυνάμεων* (Δ.Τ.Δ.) και *ροπών κάμψης* (Δ.Ρ.Κ.).

Για την κατασκευή των διαγραμμάτων αυτών, είναι ιδιαίτερα χρήσιμοι μερικοί κανόνες, οι οποίοι απορρέουν από τις εξισώσεις που αποδείξαμε στις προηγούμενες παραγράφους, και οι οποίοι είναι:

ί. Σε αφόρτιστη περιοχή της δοκού (όπου $q=0$), η τέμνουσα δύναμη Q έχει σταθερή τιμή και παρίσταται από ευθεία που είναι παράλληλη με τον άξονα της δοκού. Η δε καμπτική ροπή M, μεταβάλλεται γραμμικά και παρίσταται από κεκλιμένη ευθεία με συντελεστή διεύθυνσης Q.

ίί. Σε περιοχή της δοκού που φορτίζεται ομοιόμορφα από κατανεμημένο φορτίο q , η Q μεταβάλλεται γραμμικά, παρίσταται δε

από ευθεία με κλίση $-q$. Η M μεταβάλλεται παραβολικά (καμπύλη δευτέρου βαθμού).

iii. Σε περιοχή της δοκού που φορτίζεται γραμμικά (τριγωνική ή τραπεζοειδής φόρτιση), δηλαδή το $q(x)$ είναι εξίσωση πρώτου βαθμού, η Q μεταβάλλεται παραβολικά σε συνάρτηση με το x , ενώ η M μεταβάλλεται κατά καμπύλη τρίτου βαθμού.

Γενικά, αν το εξωτερικό κατανεμημένο φορτίο $q(x)$ σε ένα τμήμα της δοκού είναι συνάρτηση n βαθμού, τότε η τέμνουσα δύναμη Q είναι βαθμού $n + 1$, ενώ η καμπτική ροπή M είναι $n + 2$.

iv. Η M παίρνει ακρότατες τιμές (μέγιστο ή ελάχιστο), εκεί όπου μηδενίζεται η τέμνουσα δύναμη.

v. Η τιμή της M σε κάποια διατομή μπορεί να βρεθεί, αν στην τιμή της καμπτικής ροπής άλλης διατομής, προσθέσουμε αλγεβρικά το εμβαδόν του διαγράμματος των τέμνουσών δυνάμεων που μεσολαβεί ανάμεσα στις δύο αυτές διατομές.

Πράγματι αν στη θέση x_1 η τιμή της καμπτικής ροπής είναι M_1 και στη θέση x_2 είναι M_2 , θα έχουμε:

$$dM = Q dx$$

Για την κατασκευή των (Δ.Τ.Δ.) και (Δ.Ρ.Κ.), χωρίζουμε τη δοκό σε τμήματα, με κριτήρια την εμφάνιση συγκεντρωμένης δύναμης για το διάγραμμα της Q ή συγκεντρωμένης ροπής για το διάγραμμα της M , και αρχής ή τέλους του άλματος στη συνεχή φόρτιση. Δηλαδή, θα πρέπει ο νόμος μεταβολής της εξωτερικής φόρτισης, να είναι ο ίδιος σε όλο το εξεταζόμενο τμήμα. Υπενθυμίζουμε ότι, για τα διαγράμματα της Q και M είναι απαραίτητη πρώτα η εύρεση των αντιδράσεων της δοκού, οι οποίες για ισοστατικές δοκούς βρίσκονται από τις εξισώσεις ισορροπίας που εφαρμόζονται στο διάγραμμα ελεύθερου σώματος αυτής.

Στη συνέχεια, θεωρούμε στα διαγράμματα τις θετικές τέμνουσες δυνάμεις Q προς τα επάνω, ενώ τις θετικές ροπές κάμψης (δεξιόστροφες) M προς τα κάτω, οπότε και κατασκευάζουμε τα διαγράμματα Q ή (Δ.Τ.Δ.) και M ή (Δ.Ρ.Κ.).

Για την κατασκευή του (Δ.Τ.Δ.), ξεκινάμε με αρχικό σημείο το αριστερό άκρο της δοκού, και ακολουθούμε επακριβώς τη φορά (προς τα επάνω ή προς τα κάτω) των εξωτερικών δυνάμεων αλλά και αντιδράσεων σύμφωνα με τους κανόνες που προαναφέραμε, οπότε τελικά το διάγραμμα πρέπει να κλίνει στο δεξιό άκρο της δοκού.

Για την κατασκευή του (Δ.Ρ.Κ.) ξεκινώντας και πάλι από αριστερά λαμβάνουμε αφενός μεν υπόψη τις εξωτερικές ροπές αλλά και τις ροπές πάκτωσης (αν υπάρχουν) και αφετέρου υπολογίζουμε το εμβαδό του (Δ.Τ.Δ.) αριστερά της κάθε εξεταζόμενης διατομής, το

οποίο προσθέτουμε (αλγεβρικά) στην προηγούμενη τιμή της M , κ.ο.κ. μέχρις ότου τελικά στο δεξιό άκρο της δοκού, το διάγραμμα να κλείσει.

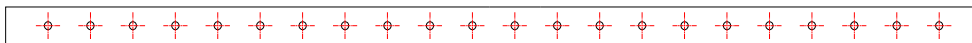
Διευκρινίζουμε επίσης, ότι για την κατασκευή του (Δ.Ρ.Κ.), θετικές θεωρούνται οι ροπές που είναι δεξιόστροφες, δηλαδή είναι σύμφωνες με τη φορά των δεικτών του ρολογιού, διαφορετικά θεωρούνται αρνητικές.

Αναφέρουμε επίσης ότι αν, οι θετικές Q και M σχεδιάζονται προς τα άνω ή προς τα κάτω είναι θέμα σύμβασης και μόνον. Θεωρούμε όμως, ότι με τον τρόπο που επιλέξαμε για τα θετικά Q (άνω), το (Δ.Τ.Δ.) κατασκευάζεται πολύ εύκολα, ακολουθώντας απλά τη φορά των δυνάμεων και των αντιδράσεων.

Διευκρινίζουμε ακόμη, ότι το *πρόσημο της ροπής κάμψης*, υποδηλώνει απλά αν αυτή είναι *δεξιόστροφη ή αριστερόστροφη*, ενώ στις τεχνικές εφαρμογές ενδιαφέρει σχεδόν αποκλειστικά η απόλυτη τιμή του μεγέθους της ροπής κάμψης $\sim M \sim$ και μόνον και σχεδόν καθόλου η φορά της.

3.ΣΧΕΔΙΟ-ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ

Το σύστημά μας αποτελείται από μία κοιλοδοκό 40x40x2 μήκους 1,150 m. Ανά πέντε εκατοστά γίνανε οπές 8 mm.



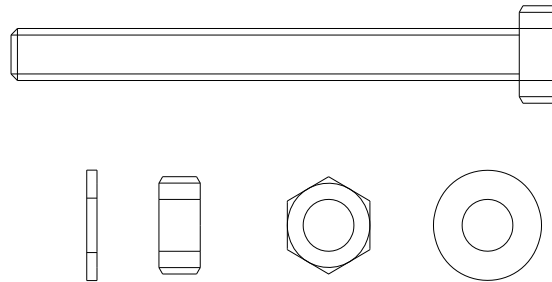
Σχήμα 1: Κοιλοδοκός 40X40X2.

Μετά πήραμε μία άλλη δοκό 60x60x3 την οποία αφού την κόψουμε έτσι ώστε να μπορούμε να την τοποθετήσουμε πάνω στην άλλη δοκό την οποία δοκό κάναμε πάλι οπές των 8 mm ανά πέντε εκατοστά.



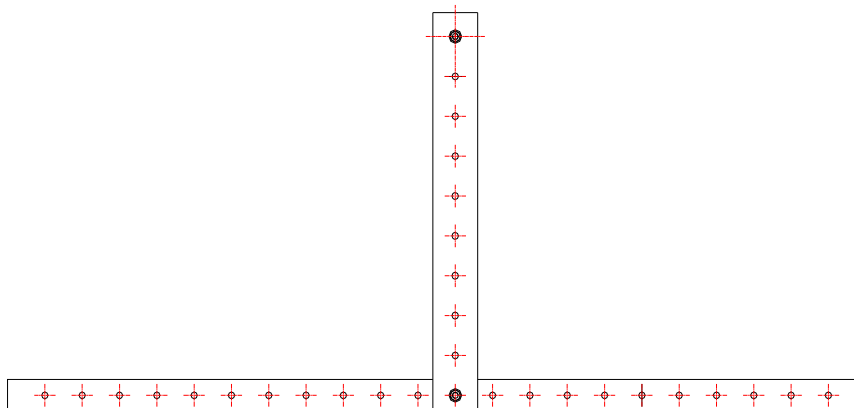
Σχήμα 2: Κοιλοδοκός 60X60X3.

Έτσι μπορούμε να τοποθετήσουμε την δοκό 60x60x3 πάνω στην δοκό 40x40x2 σε όποιο σημείο θέλουμε. Για την σύνδεσή τους χρησιμοποιήσαμε έναν κοχλία ISO4017 M8 x 80, ένα περικόχλιο εξαγωνικό ISO4032 M8 και δύο ροδέλες κοινές ISO887 D8mm.



Σχήμα 3: Κοχλίας ISO - 4017 M8 x 80
Περικόχλιο ISO - 4032 M8
Ροδέλα κοινή ISO887 D8mm.

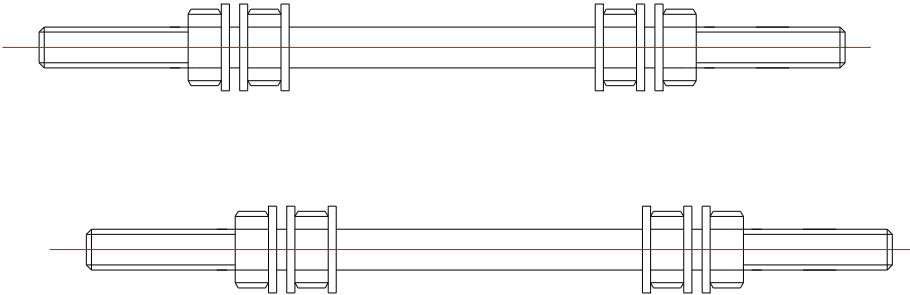
Κατόπιν τοποθετήσαμε σε τυχαίες οπές της δοκού 60x60x3 δύο ντίζες M8x155.



Σχήμα 4: Κοιλοδοκοί 60X60X3 και 40X40X2 (το δοκίμιο).

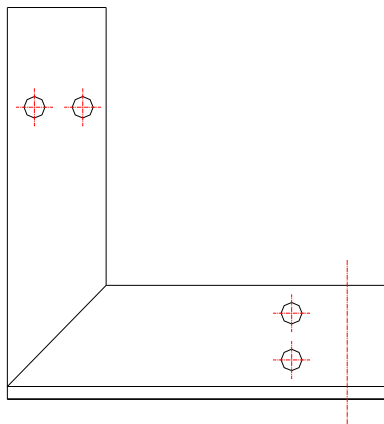
Στις ντίζες αυτές στην συνέχεια θα "δέσουμε" τέσσερα

συρματόσχοινα πάχους 2 mm.



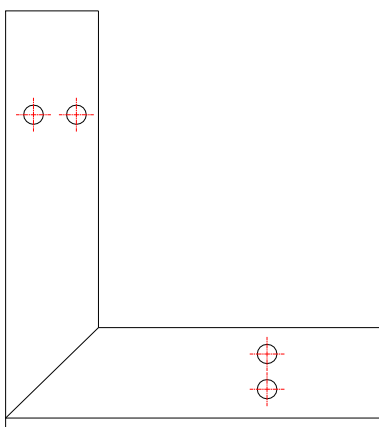
Σχήμα 4: Ντίζες M8 που θα τις χρησιμοποιήσουμε για να "δέσουμε" τα συρματόσχοινα.

Για να τα δέσουμε σωστά θα χρησιμοποιήσουμε τέσσερις κλέμες. Στα άλλα άκρα των συρματοσχοίνων θα δέσουμε δύο βαρίδια . Στις ντίζες αυτές έχουμε τοποθετήσει ροδέλες κοινές και περικόχλια έτσι ώστε να μην μπορούν τα συρματόσχοινα να κινούνται δεξιά ή αριστερά. Το σύστημα τις ντίζες με τα περικόχλια τις ροδέλες και τα συρματόσχοινα μπορούμε να το τοποθετήσουμε όπου θέλουμε στην κατασκευή. Επίσης έχουμε κατασκευάσει δύο ακόμη βάσεις τύπου Γ φτιαγμένες από δοκό 40x40x2. Στις δύο αυτές βάσεις έχουμε συγκολλήσει στο κάτω μέρος λαμαρίνα 60x5 . Στην μία βάση κάναμε μία 8 mm για να μπορούμε να την δέσουμε στο τραπέζι όπου εκεί θα πειραματιστούμε . Έτσι μ αυτήν την κατασκευή θεωρούμε την μία βάση σαν βάση άρθρωσης . Όπως γνωρίζουμε στην άρθρωση ασκούνται δυνάμεις στον άξονα x και στον άξονα ψ.



Σχήμα 5: Βάση άρθρωσης .

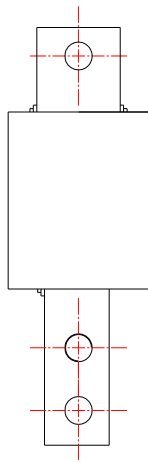
Γι αυτό και στην βάση αυτή κάναμε τέσσερις οπές των 8 mm στις οποίες μετά θα στερεώσουμε με την βοήθεια τεσσάρων κοχλιών M8x60 , δώδεκα ροδελών d8 και τεσσάρων περικοχλίων M8, δύο δυναμοκυψέλες . Η μία θα μετρά δυνάμεις στον άξονα x και η άλλη στον άξονα ψ. Οι δυναμοκυψέλες είναι στην συνέχεια συνδεδεμένες στον ηλεκτρονικό υπολογιστή για να μας δώσουν τα αποτελέσματα των μετρήσεων. Η άλλη βάση στο παράδειγμά μας θα χρησιμοποιηθεί σαν κύλιση.



Σχήμα 6: Βάση κύλισης.

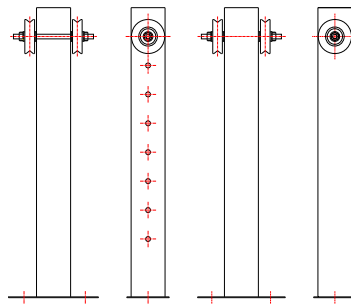
Στην κύλιση γνωρίζουμε ότι έχουμε δυνάμεις μόνο στον άξονα ψ.

Γι αυτό τον λόγο θα χρησιμοποιήσουμε μία δυναμοκυψέλη , δύο κοχλίες M8x60 έξι ροδέλες d8 και δύο περικόχλια M8 . Και αυτή συνδέεται με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή για τους ίδιους λόγους με τις δύο προηγούμενες. Οι δυναμοκυψέλες στο άλλο άκρο τους έχουν μια οπή. Στην άνω οπή των δυναμοκυψελών θα τοποθετήσουμε από μία ντίζα M8x155 (μία στο ζεύγος δυναμοκυψελών της άρθρωσης και η άλλη σ αυτήν της κύλισης) Μετά θα σφίξουμε τις ντίζες με τις δυναμοκυψέλες χρησιμοποιώντας περικόχλια και ροδέλες. Τις ντίζες θα τις τοποθετήσουμε στο σύστημά μας (ή στην δοκό 40x40x2 ή στην δοκό 60x60x3 ή και στις δύο).



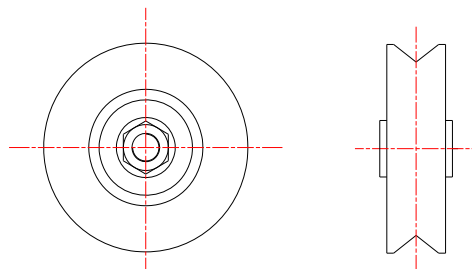
Σχήμα 7: Δυναμοκυψέλη .

Δεξιά και αριστερά του συστήματός μας θα τοποθετήσουμε άλλες δύο βάσεις (κολώνες) 60x60x3 ύψους 0,5m στις οποίες θα συγκολλήσουμε στην βάση τους λαμαρίνα πάχους 1,5mm. Σ αυτές τις λαμαρίνες θα κάνουμε οπές για να μπορέσουμε να τις βιδώσουμε στην έδρα. Στις δοκούς 60x60x3 ανά πέντε εκατοστά κάναμε οπές των 8 mm. Κατόπιν θα πειραματιστούμε χρησιμοποιώντας από μία ντίζα για την κάθε κολώνα στην οποία με περικόχλια και ροδέλες θα στερεώσουμε δύο τροχαλίες .



Σχήμα 8: Βάσεις .

Οι τροχαλίες έχουν ρουλμάν και αυλάκωση που θα μας χρησιμεύσουν στο να οδηγούν τα συρματόσχοινα και να μην μπερδεύονται μεταξύ τους.



Σχήμα 9: Τροχαλία.

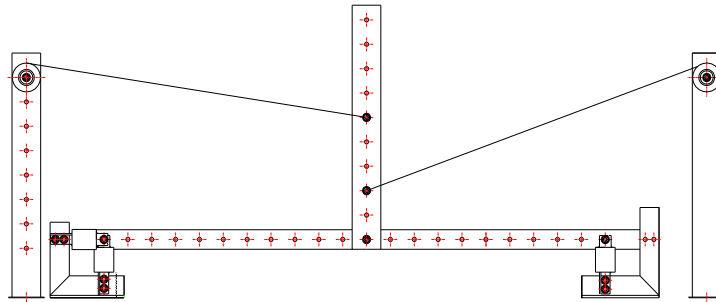
4. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- 4.1. Κ. Γούδα, Μηχανική, (τόμος Α , Β 1983)
- 4.2. Γ. Γαλάνη & Π. Ντόβα, Τεχνική Μηχανική
- 4.3. Π. Βουθούνη, Τεχνική Μηχανική (Αθήνα 2001)
- 4.4. Γ. Τσαμασφύρου, Μηχανική Παραμορφώσιμων Σωμάτων (Αθήνα 1991)

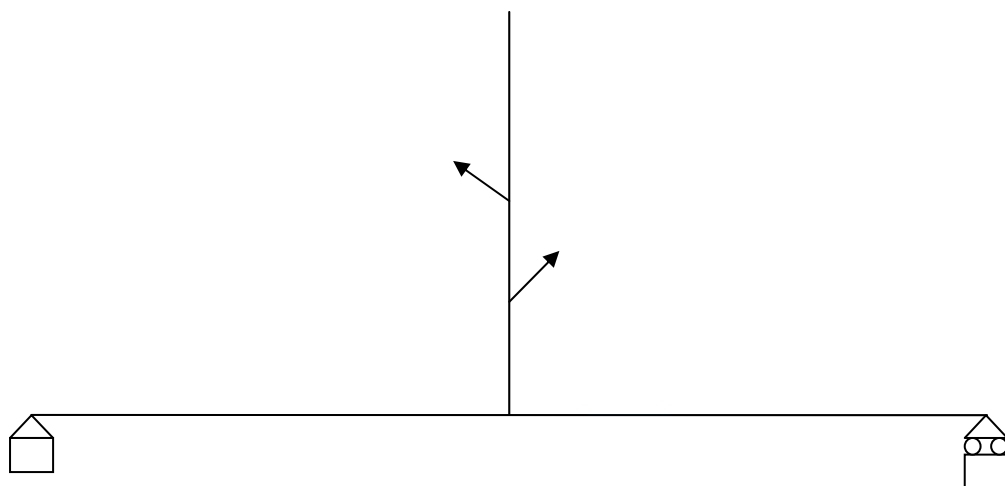
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

A.1 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 1°



Έστω ότι έχουμε αυτήν την πειραματική διάταξη .
Παρατηρούμε ότι ασκούνται και από τις δύο βάσεις δυνάμεις των 5
Kp στις συγκεκριμένες δύο θέσεις (στην δοκό 60x60x3).
οι δυνάμεις είναι η F1 και η F2 που πρέπει να τις αναλύσουμε :

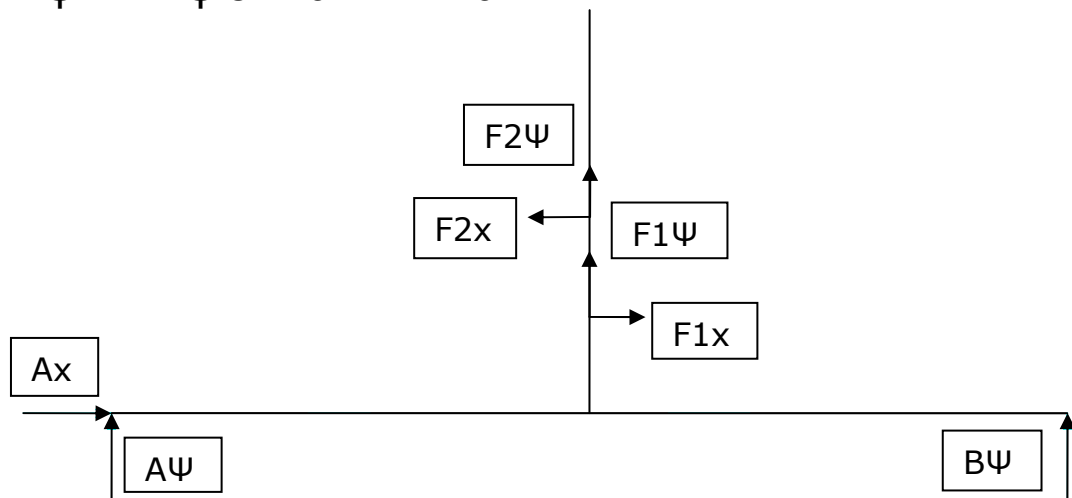


$$F1x = F1 \times \cos 9^\circ = 49.38 \text{ N}$$

$$F1\psi = F1 \times \sin 9^\circ = 7.821 \text{ N}$$

$$F2x = F2 \times \cos 20^\circ = 46.98 \text{ N}$$

$$F2\psi = F2 \psi \sin 20^\circ = 17.101 \text{ N}$$



ΟΠΟΤΕ

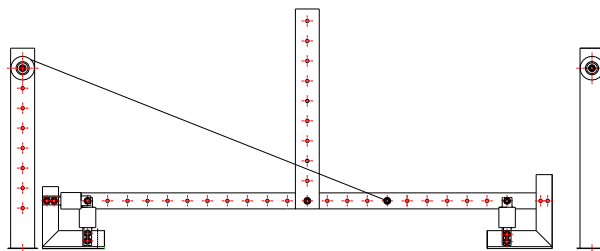
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F1x - F2x + Ax = 0 \Rightarrow Ax = - 2.4 \text{ N}$$

$$\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow F1\psi + F2\psi + A_\psi + B_\psi = 0 \Rightarrow$$

$$\Sigma M_a = 0 \Rightarrow F1x * 0.27 + F1\psi * 0,525 + F2\psi * 0,12 - F2x * 0,525 + B_\psi * 1,150 = 0 \Rightarrow B_\psi = 4,498 \text{ N}$$

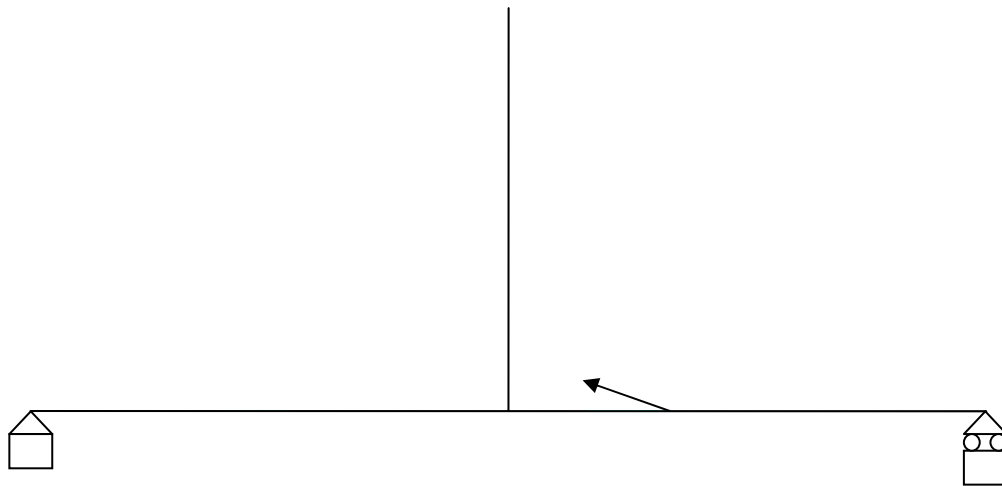
$$\text{Άρα η } A_\psi = - 29,42 \text{ N}$$

Παράδειγμα 2°



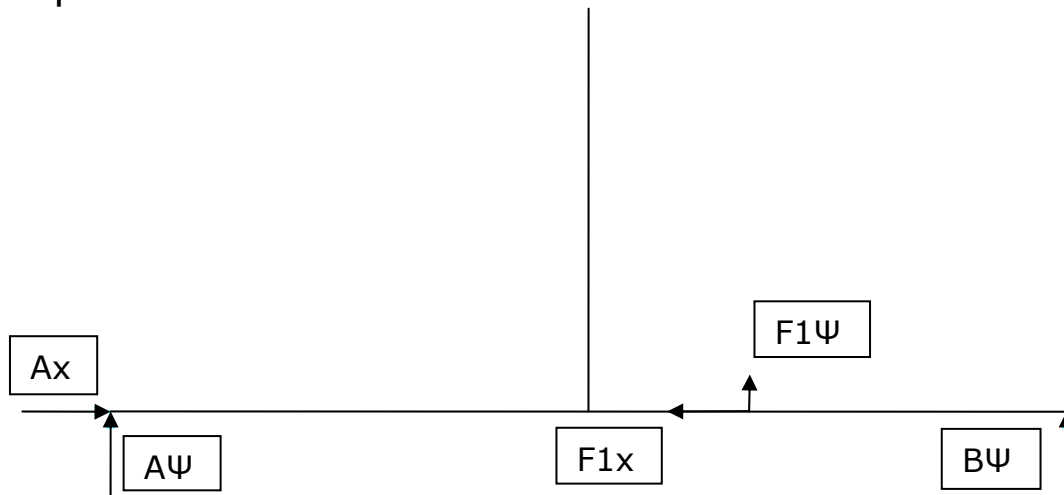
Έστω ότι έχουμε αυτήν την πειραματική διάταξη.

Παρατηρούμε ότι ασκούμε από την μία βάση δύναμη 10Kp σε μία θέση (στην δοκό 40x40x2)



$$F_{1x} = F_1 \times \cos 22^\circ = 92.718 \text{ N}$$

$$F_{1\psi} = F_1 \times \sin 22^\circ = 37.460 \text{ N}$$



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{1x} + A_x = 0 \Rightarrow A_x = -92.718 \text{ N}$$

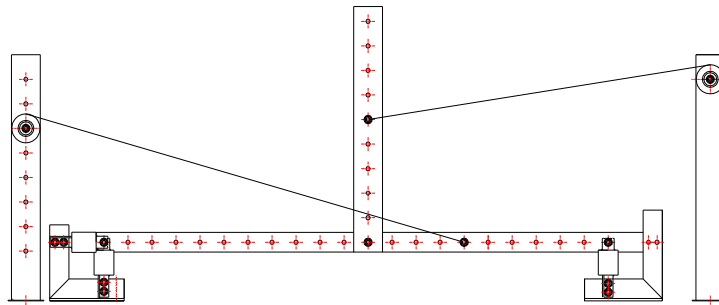
$$\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow F_{1\psi} + A_\psi + B_\psi = 0$$

$$\Sigma M_a = 0 \Rightarrow -F_{1x} \cdot 0 + F_{1\psi} \cdot 0,75 + B_\psi \cdot 1,15 = 0 \Rightarrow$$

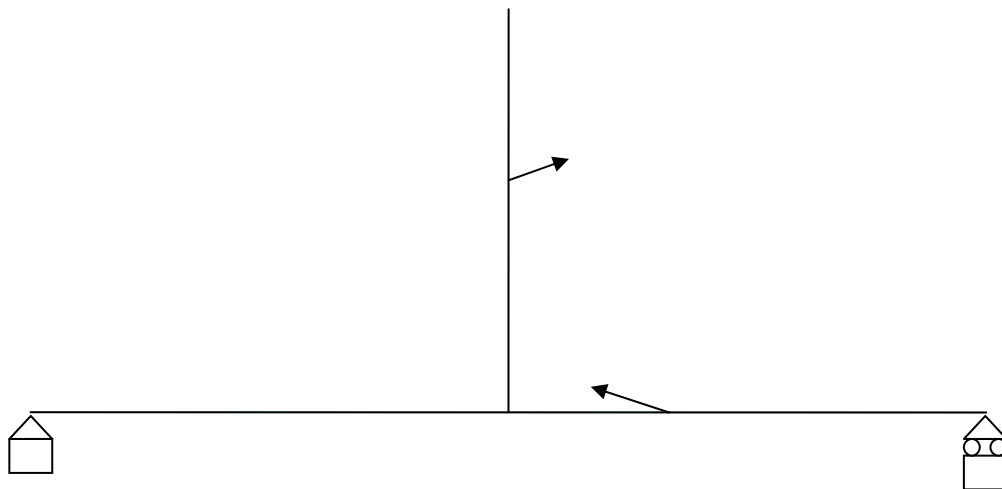
$$B_\psi = -24,430 \text{ N}$$

$$\text{Άρα η } A_\psi = -13,03 \text{ N}$$

Παράδειγμα 3°



Έστω ότι έχουμε αυτήν την πειραματική διάταξη .
Παρατηρούμε ότι ασκούμε και από τις δύο βάσεις δυνάμεις των 5Kp στις συγκεκριμένες δύο θέσεις (στην δοκό 60x60x3 και στην δοκό 40x40x2).
Οι δυνάμεις είναι η P1 και η P2 που πρέπει να τις αναλύσουμε:

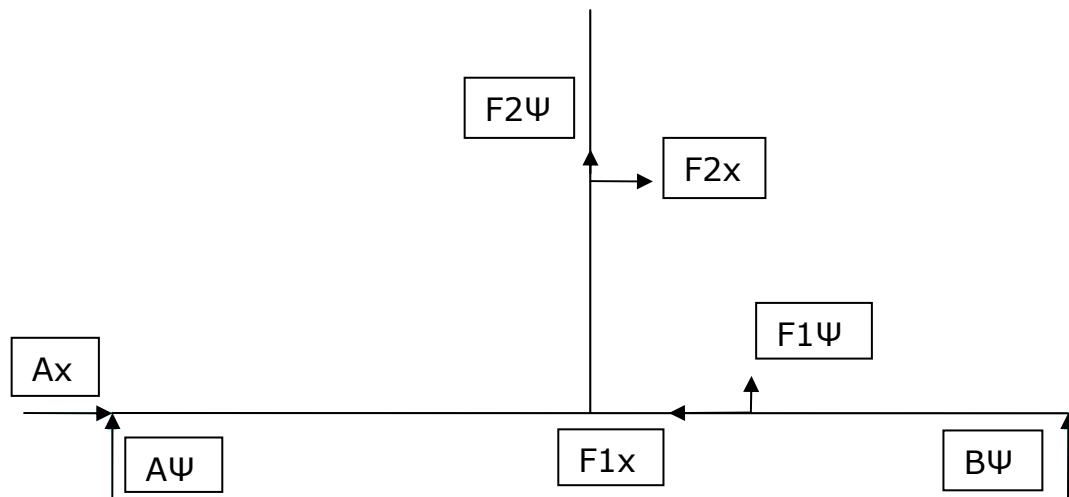


$$F1x = F1 \times \cos 16 = 48,063N$$

$$F1\psi = F1 \times \sin 16 = 13,781N$$

$$F2x = F2 \times \cos 9^\circ = 49,38N$$

$$F2\psi = F2 \times \sin 9^\circ = 7,821N$$



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -F_{1x} + F_{2x} + A_x = 0 \Rightarrow A_x = 1.317 \text{ N}$$

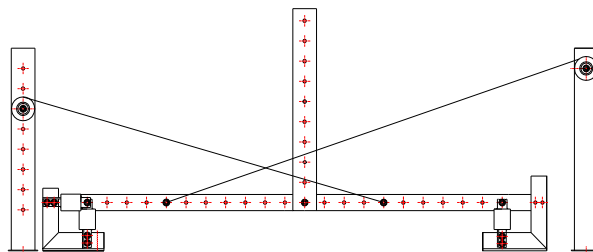
$$\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow F_{1\psi} + F_{2\psi} + A_\psi + B_\psi = 0 \Rightarrow$$

$$\Sigma M_a = 0 \Rightarrow -F_{1x} * 0 + F_{1\psi} * 0,75 + F_{2x} * 0,25 + F_{2\psi} * 0,525 + B_\psi * 1,15 = 0$$

$$B_\psi = -23,292 \text{ N}$$

$$\text{Άρα η } A_\psi = -1,69 \text{ N}$$

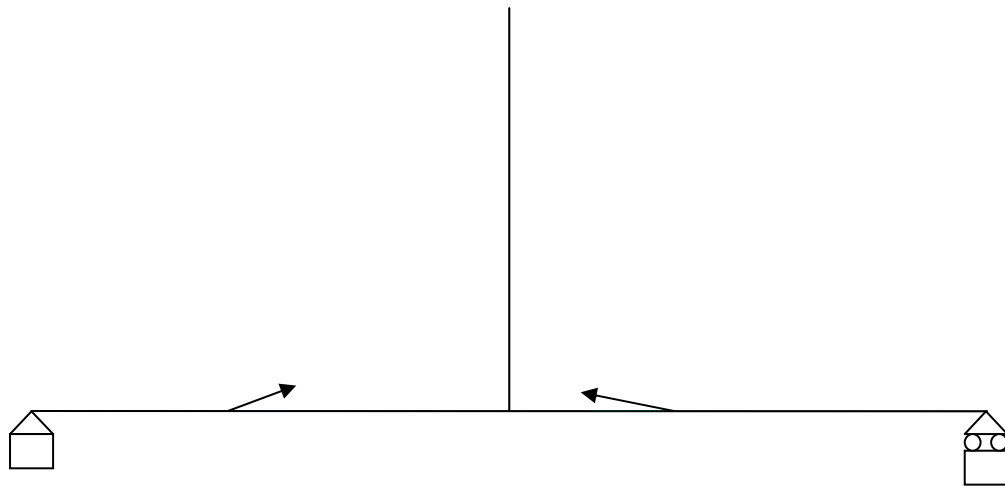
Παράδειγμα 4°



Έστω ότι έχουμε αυτήν την πειραματική διάταξη .

Παρατηρούμε ότι ασκούμε και από τις δύο βάσεις δυνάμεις των 5Κρ στις συγκεκριμένες δύο θέσεις (στην δοκό 40x40x2).

Οι δυνάμεις είναι η P1 και η P2 που πρέπει να τις αναλύσουμε:

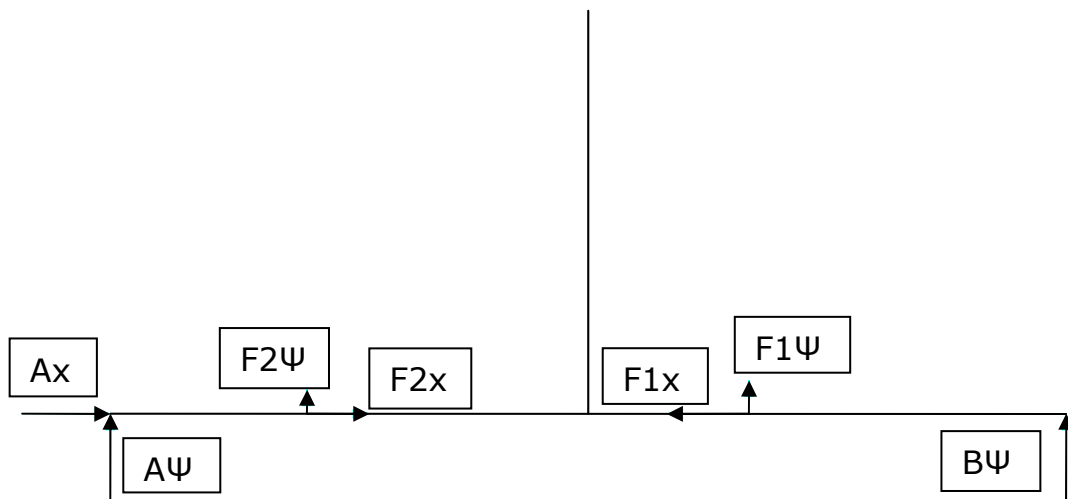


$$F_{1x} = F_1 \times \cos 16 = 48,063\text{N}$$

$$F_{1\psi} = F_1 \times \sin 16 = 13,781\text{N}$$

$$F_{2x} = F_2 \times \cos 21^\circ = 46,67\text{N}$$

$$F_{2\psi} = F_2 \times \sin 21^\circ = 17,918\text{N}$$



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -F_{1x} + F_{2x} + A_x = 0 \Rightarrow A_x = 1.393\text{ N}$$

$$\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow F_{1\psi} + F_{2\psi} + A_\psi + B_\psi = 0 \Rightarrow$$

$$\Sigma M_\alpha = 0 \Rightarrow -F_{1x} \cdot 0 + F_{1\psi} \cdot 0,75 + F_{2x} \cdot 0 + F_{2\psi} \cdot 0,2 + B_\psi \cdot 1,15 = 0$$

$$B_\psi = 12,103\text{N}$$

$$\text{Άρα η } A_\psi = -30,009\text{ N}$$

A.2 ΣΧΕΔΙΑ

- 1) 1.001.000 πειραματική διάταξη
 - α) 1.000.001 βάση άρθρωσης
 - β) 1.000.002 βάση κύλισης
 - γ) 1.000.003 βάση 3
 - δ) 1.000.004 βάση 4
 - ε) 1.000.005 δοκίμιο