

ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΌΣ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΉΤΡΙΑΣ



Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Σέρρες Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών
Σπουδών (Π.Μ.Σ) Συστήματα
Αξιοποίησης Ανανεώσιμων Πηγών
Ενέργειας

Θεόφιλος Παπαδόπουλος
ΙΟΥΛΙΟΣ 2023

Περιεχόμενα

1.	Βελτιστοποίηση: Εισαγωγή και έννοιες	10
1.1.	Βελτιστοποίηση και ορολογία.....	10
1.2.	Έννοιες Βελτιστοποίησης και Ορισμοί.....	12
1.3.	Περιορισμός	13
1.4.	Πιθανές λύσεις	13
1.5.	Μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση.....	14
1.6.	Κανονικός τύπος της παράστασης βελτιστοποίησης	14
1.7.	Διαδικασία βελτιστοποίησης.....	15
1.8.	Ζητήματα που διαμορφώνουν τις διαδικασίες βελτιστοποίησης.....	15
1.9.	Αντίθετες τάσεις.....	16
1.10.	Αβεβαιότητα	16
1.11.	Υπέρ- και Υπό Καθορισμός σε Γραμμικές Εξισώσεις.....	18
1.12.	Υπέρ- και Υπό- Προσδιορισμός στην Βελτιστοποίηση	19
1.13.	Δοκιμή Συναρτήσεων	20
1.14.	Σημαντικές ημερομηνίες για τη βελτιστοποίηση	20
1.15.	Επαναλαμβανόμενες διαδικασίες	21
2.	Ποικιλία και Πολυπλοκότητα στην Εφαρμογή Βελτιστοποίησης.....	23
2.1.	Βελτιστοποίηση..... Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί σελιδοδείκτης.	
2.2.	Μη γραμμικότητα.....	23
2.3.	Ελάχιστος, Μέγιστος, Ελάχιστος-Μέγιστος, Μέγιστος-Ελάχιστος.....	24
2.4.	Ακέραιοι αριθμοί και Διακριτοποίηση.....	25
2.5.	Υποθέσεις και Ασυνέχειες: Γκρεμοί , Κορυφογραμμές/ Κοιλιάδες	26
2.6.	Διαδικασίες, όχι Εξισώσεις	Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί σελιδοδείκτης.
2.7.	Στατικά και Δυναμικά Μοντέλα	27
2.8.	Ολοκληρωμένη Διαδρομή.....	28
2.9.	Οικονομική βελτιστοποίηση και άλλες μη πρόσθετες Συναρτήσεις Κόστους 28	
2.10.	Αξιοπιστία	29
2.11.	Παλινδρόμηση	30
2.12.	Ντετερμινιστικό και Στοχαστικό Μοντέλο	32
2.13.	Πειραματική, δηλαδή Προσαρμοσμένη OF	34
2.14.	Μονές και Πολλαπλές Βέλτιστες Λύσεις.....	34
2.15.	Σαγματικά Σημεία.....	35
2.16.	Σημεία καμπής.....	36
2.17.	Συνεχείς και ασυνεχείς DVs.....	37
2.18.	Συνεχή και Ασυνεχή Μοντέλα	38

2.19.	Περιορισμοί και Συναρτήσεις ποινης.....	38
2.20.	Βαθμοί και Κατηγοριοποίηση: Ασυνεχείς OFs.....	40
2.21.	Υποπροσδιορισμένες OFs	42
3.	Τεχνικές Αναζήτησης Μονομεταβλητής	43
3.1.	Μονομεταβλητή (μοναδική DV).....	43
3.2.	Αναλυτική Μέθοδος Βελτιστοποίησης.....	44
3.2.1.	Ζητήματα με την Αναλυτική Προσέγγιση.....	45
3.3.	Αριθμητικές Επαναλαμβανόμενες Διαδικασίες.....	46
3.3.1.	Μέθοδοι Newton.....	46
3.3.2.	Διαδοχικό Δευτεροβάθμιο Μοντέλο (Ένα Υποκατάστατο Μοντέλο).....	51
3.4.	Προσεγγίσεις Άμεσης Αναζήτησης	53
3.4.1.	Μέθοδος Διχοτόμησης.....	53
3.4.2.	Μέθοδος Χρυσής Τομής.....	56
3.4.3.	Οπτική σε αυτό το σημείο.....	59
3.4.4.	Ευρετική Άμεση Αναζήτηση	59
3.4.5.	Leapfrogging.....	62
3.4.6.	LF για στοχαστικές συναρτήσεις.....	65
3.5.	Οπτικές σε Μεθόδους Αναζήτησης Μονομεταβλητής	68
3.6.	Αξιολόγηση Βελτιστοποιητών	71
3.7.	Περίληψη των Τεχνικών	72
3.7.1.	Αναλυτική Μέθοδος	72
3.7.2.	Newton (και παραλλαγές όπως η Μέθοδος Secant-Απομόνωσης).....	72
3.7.3.	Διαδοχική Δευτεροβάθμια	72
3.7.4.	Μέθοδος Χρυσής Τομής.....	73
3.7.5.	Ευρετική Άμεση.....	73
3.7.6.	Leapfrogging.....	73
4.	Ανάλυση Διαδρομής.....	75
4.1.	Εισαγωγή.....	75
4.2.	Παραδείγματα Διαδρομής.....	75
4.3.	Οπτική για τις Μεταβλητές.....	78
4.4.	Ολοκλήρωση Απόστασης Διαδρομής.....	79
4.5.	Συσώρευση κατά μήκος μίας διαδρομής	82
4.6.	Κλίση κατά μήκος μίας Διαδρομής.....	85
4.7.	Σημειογραφία Παραμετρικής Διαδρομής	87
5.	Κριτήρια Διακοπής και Σύγκλισης: Μονοδιάστατες Εφαρμογές.....	89
5.1.	Κριτήρια Διακοπής εναντίον Σύγκλισης.....	89
5.2.	Καθορισμός Σύγκλισης.....	89

5.2.1.	Όριο στην OF.....	89
5.2.2.	Όριο στην Αλλαγή στην OF	90
5.2.3.	Όριο στην Αλλαγή στην DV.....	90
5.2.4.	Όριο στη Σχετική Αλλαγή στην DV	91
5.2.5.	Όριο στη Σχετική Αλλαγή στην OF.....	91
5.2.6.	Όριο στην Επίπτωση της DV στην OF	91
5.2.7.	Σύγκλιση βασισμένη στην Αβεβαιότητα που προκαλείται από τα Δεδομένα.....	92
5.2.8.	Εύρος πολλών παικτών	92
5.2.9.	Σύγκλιση Σταθερής Κατάστασης	93
5.3.	Συνδυασμός Κριτηρίων Σύγκλισης.....	94
5.4.	Επιλογή Τιμών Ορίου Σύγκλισης.....	95
5.5.	Ακρίβεια.....	95
5.6.	Κριτήρια Τερματισμού για να σταματήσει μία Μάταιη Αναζήτηση.....	97
5.6.1.	Ν Όριο Επανάληψης.....	97
5.6.2.	Λάθος Εκτέλεσης.....	97
5.6.3.	Παραβίαση Περιορισμού	97
5.7.	Επιλογές Βελτιστοποιητών	97
6.	Εισαγωγή στην Πολυδιάστατη Εφαρμογή και η Μέθοδος Κλίσης.....	98
6.1.	Εισαγωγή.....	98
6.2.	Απεικόνιση της Επιφάνειας και των Όρων	100
6.3.	Ανάλυση Επιφάνειας.....	101
6.4.	Παραμετρική σημειογραφία.....	107
6.5.	Επέκταση σε υψηλότερη διάσταση.....	110
6.6.	Συμπέρασμα	111
7.	Βασικοί βελτιστοποιητές βασισμένοι στην κλίση	113
7.1.	Εισαγωγή.....	113
7.2.	Διαδοχική γραμμή αναζήτησης Cauchy.....	113
7.2.1.	CSLS με διαδοχικά τετράγωνα.....	116
7.2.2.	CSLS με Newton/Secant.....	116
7.2.3.	CSLS με Χρυσή Τομή	117
7.2.4.	CSLS με leapfrogging.....	117
7.2.5.	CSLS με ευρετική άμεση αναζήτηση	117
7.2.6.	Σχολιασμός/Περιγραφή CSLS.....	118
7.2.7.	CSLS Ψευδοκώδικας	119
7.2.8.	Κώδικας VBA για μία δισδιάστατη εφαρμογή.....	120
7.3.	Αυξητική Απότομη Κατάβαση	123

7.3.1.	Ψευδοκώδικας για την ISD Μέθοδο.....	123
7.3.2.	Βελτιωμένη ISD.....	125
7.3.3.	Κώδικας ISD.....	127
7.4.	Συμπέρασμα.....	129
8.	Βελτιστοποιητές Δεύτερου Βαθμού.....	0
8.1.	Εισαγωγή.....	0
8.2.	Διαδοχικός Τετραγωνικός.....	0
8.2.1.	Πολυμεταβλητή SQ.....	1
8.2.2.	SQ Ψευδοκώδικας.....	4
8.3.	Newton-Raphson.....	5
8.3.1.	NR ψευδοκώδικας.....	7
8.3.2.	Εξασθένηση του NR.....	8
8.3.3.	Quasi-Newton.....	10
8.4.	Προοπτική σε CSLS, ISD, SQ και NR.....	12
8.5.	Επιλέγοντας Μέγεθος Βήματος για Αριθμητικό Υπολογισμό των Παράγωγων.....	13
9.	Επιλύσεις Βελτιστοποιητή της Μεθόδου Διαβάθμισης LM, RLM, CG, BFGS, RG, και GRG.....	0
9.1.	Εισαγωγή.....	0
9.2.	Levenberg-Marquardt (LM).....	0
9.2.1.	Τροποποιημένη LM (RLM).....	1
9.2.2.	RLM Ψευδοκώδικας.....	3
9.3.	Μεταβλητές σε κλίμακα.....	4
9.4.	Μέθοδος συζυγών κλίσεων (CG).....	6
9.5.	Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS).....	7
9.6.	Μέθοδος Γενικευμένης Μειωμένης Κλίσης GRG.....	8
10.	Τεχνικές Άμεσης Αναζήτησης.....	0
10.1.	Εισαγωγή.....	0
10.2.	Κυκλική ευρετική άμεση (CHD) Αναζήτηση.....	0
10.2.1.	CHD Ψευδοκώδικας.....	1
10.3.	Hook-Jeeves (HJ).....	2
10.4.	Σύγκριση χαρακτηριστικών CHD και HJ: Περίληψη.....	6
10.5.	Nelder-Mead (NM) Simplex: Spendley, Hext, και Himsworth.....	7
10.6.	Αλγόριθμοι άμεσης αναζήτησης με πολλούς παίκτες.....	10
10.7.	Lepafrogging.....	10
10.7.1.	Κριτήρια Σύγκλισης.....	15
10.7.2.	Στοχαστικές Επιφάνειες.....	15

10.8.	Βελτιστοποίηση Σωματιδίων.....	16
10.8.1.	Ατομική Συμπεριφορά Σωματιδίου.....	16
10.8.2.	Βελτιστοποίηση Σωματιδίων	19
10.8.3.	PSO Ανάλυση Εξίσωσης.....	21
10.9.	Μέθοδος Complex (MC).....	21
11.	Γραμμικός Προγραμματισμός	22
11.1.	Εισαγωγή	22
11.2.	Οπτική Αναπαράσταση και Έννοιες	24
11.3.	Βασική LP διαδικασία	26
11.4.	Κανονική LP Παράσταση.....	27
11.5.	LP Αλγόριθμος	28
11.6.	Πίνακας Simplex	29
12.	Δυναμικός Προγραμματισμός.....	30
12.1.	Εισαγωγή	30
12.2.	Συνθήκες.....	34
12.3.	DP Έννοια.....	34
12.4.	Κάποιες Συμβουλές Υπολογισμού	38
13.	Γενετικοί Αλγόριθμοι και Εξελκτικός Υπολογισμός	39
13.1.	Εισαγωγή	39
13.2.	GA Διαδικασίες	39
13.3.	Ταίριασμα Επιλογής	41
14.	Ανάλυση Επιφάνειας II.....	0
14.1.	Εισαγωγή	0
15.	Κριτήρια Σύγκλισης 2 N-D εφαρμογές	0
15.1.	Εισαγωγή	0
15.2.	Καθορίζοντας μία επανάληψη.....	0
15.3.	Κριτήρια για Νομοτελειακές Διαδικασίες μονής TS	1
15.4.	Κριτήρια για Νομοτελειακές Διαδικασίες πολλαπλών παικτών	2
15.5.	Στοχαστικές Εφαρμογές	3
15.6.	Διάφορες Παρατηρήσεις.....	4
16.	Μεταβλητές υπό κλίμακα και διαστατή σταθερότητα.....	5
16.1.	Εισαγωγή	5
16.2.	Προσέγγιση Μεταβλητής υπό κλίμακα	7
16.3.	Δείγματα Ζητημάτων με Πρωτόγονες Μεταβλητές	8
16.4.	Γραμμικές Επιλογές Κλίμακας.....	10
16.5.	Μη γραμμική Κλίμακα	11
17.	Οικονομική Βελτιστοποίηση	0

17.1.	Ετήσια Ταμειακή Ροή.....	0
17.2.	Το Ρίσκο ως Ετήσιο Έξοδο	0
17.3.	Κεφάλαιο	3
17.4.	Συνδυάζοντας Κεφάλαιο και Ετήσια Ταμειακή Ροή.....	3
17.5.	Συνδυασμός Τιμής Χρόνου και Προγράμματος Κεφαλαίου και Ετήσιας Ταμειακής Ροής	4
17.6.	Παρούσα αξία.....	4
17.7.	Αβεβαιότητα.....	5
17.7.1.	Μοντέλα Αβεβαιότητας	7
17.7.2.	Μέθοδοι που συμπεριλαμβάνουν αβεβαιότητα σε μία βελτιστοποίηση	9
18.	Πολλαπλές OF και εφαρμογές περιορισμών	0
18.1.	Εισαγωγή	0
18.2.	Επίλυση 1. Προσθετικοί συνδυασμοί των συναρτήσεων.....	1
18.2.1.	Επίλυση 1a:Κλασσικοί παράγοντες στάθμισης	1
18.2.2.	Επίλυση 1b: Στάθμιση ίσης ανησυχία.....	2
18.2.3.	Επίλυση 1c: Μη γραμμική στάθμιση.....	4
18.3.	Επίλυση 2: Μη προσθετικοί OF συνδυασμοί.....	4
18.4.	Επίλυση 3: Το βέλτιστο κατά Pareto	5
19.	Περιορισμοί	8
19.1.	Περιορισμοί Ισότητας.....	8
19.1.1.	Ρητοί Περιορισμοί Ισότητας	8
19.1.2.	Έμμεσοι περιορισμοί ισότητας	9
19.2.	Περιορισμοί Ανισότητας	9
19.2.1.	Συνάρτηση ποινής: Ασυνεχής	11
19.2.2.	Συνάρτηση Ποινής: Ήπιος περιορισμός	12
19.2.3.	Περιορισμοί Ανισότητας: Μεταβλητές χαλάρωσης και πλεονάσματος	14
19.3.	Περιορισμοί: Κατηγορίες Επιτυχίας/Αποτυχίας	15
19.4.	Ισχυροί περιορισμοί μπορούν να μπλοκάρουν την πρόοδο	15
19.5.	Συμβουλές.....	16
19.6.	Περιορισμός-Ισοδύναμα χαρακτηριστικά	17
20.	Πολλαπλά Βέλτιστα.....	18
20.1.	Εισαγωγή	18
20.2.	Επίλυση: πολλαπλές ενάρξεις	19
20.2.1.	Μέθοδος a priori (εκ των προτέρων)	23
20.2.2.	Μέθοδος με γνώση που προέρχεται από την εμπειρία (a posteriori).25	
20.2.3.	Snyman και Fatti κριτήριο στην a posteriori μέθοδο.....	28

20.3.	Άλλες Επιλογές.....	31
21.	Στοχαστικές Αντικειμενικές Συναρτήσεις	33
21.1.	Εισαγωγή	33
21.2.	Μέθοδος Περίληψη για Στοχαστικές Συναρτήσεις Βελτιστοποίησης	34
21.2.1.	Βήμα 1: Αναπαράγετε τον εμφανή πιο καλό παίκτη	34
21.2.2.	Βήμα 2: Εντοπισμός σταθερής κατάστασης	35
21.3.	Τι τιμή να αναφερθεί;	35
21.4.	Παραδείγματα Εφαρμογής	36
21.4.1.	GMC Έλεγχος μείξης ζεστού και κρύου.....	36
21.4.2.	MBC Ανάμειξης ζεστού και κρύου.....	36
21.4.3.	Διαχείριση Αντίδρασης Παρτίδας.....	36
21.4.4.	Δεξαμενή και Στοχαστικό Αποτύπωμα.....	38
21.4.5.	Αποτελέσματα Βελτιστοποιητή	39
22.	Βελτιστοποίηση Πιθανών Αποτελεσμάτων και Χαρακτηριστικά Κατανομής...0	
22.1.	Εισαγωγή	0
22.2.	Η έννοια της Μοντελοποίησης Αβεβαιότητας	1
22.3.	Στοχαστική Προσέγγιση	2
23.	Διακριτές και Ακέραιες Μεταβλητές.....0	
23.1.	Εισαγωγή	0
23.2.	Επιλύσεις Βελτιστοποίησης	4
23.2.1.	Εξαντλητική Αναζήτηση.....	4
23.2.2.	Branch and Bound (διακριτά και συνδυαστικά προβλήματα βελτιστοποίησης)	4
23.2.3.	Κυκλική Ευρετική	5
23.2.4.	Lerafrogging ή άλλη Αναζήτηση Πολλαπλών Παικτών	5
23.3.	Σύγκλιση.....	5
24.	Κατηγορία Μεταβλητών	0
24.1.	Εισαγωγή	0
24.2.	Μέθοδος Τυχαίων Κλειδιών: Αλληλουχία	1
24.3.	Μέθοδος Τυχαίων Κλειδιών: Διχωτομικές Μεταβλητές.....	2
25.	Παλινδρόμηση	3
25.1.	Αντίληψη	3
25.2.	Μέθοδος των Ελάχιστων Τετραγώνων: Παραδοσιακή Άποψη στις Παραμέτρους Γραμμικού Μοντέλου	3
25.3.	Μοντέλα μη Γραμμικά στην DV	4
25.3.1.	Μοντέλα με μία Καθυστέρηση	5
25.4.	Μέγιστη Πιθανότητα	6

25.5.	Κριτήριο Σύγκλισης.....	14
25.6.	Βαθμός Μοντέλου ή Πολυπλοκότητα	19
25.7.	Bootstrapping για να αποκαλύψει την Αβεβαιότητα Μοντέλου	22
25.7.1.	Ερμηνεία Ανάλυσης Bootstrapping	24
26.	Συμπεράσματα	25

1. Βελτιστοποίηση: Εισαγωγή και έννοιες

1.1. Βελτιστοποίηση και ορολογία

Η βελτιστοποίηση είναι μία διαδικασία για την αναζήτηση των καλύτερων επιλογών και περιλαμβάνει κάποια βασικά στοιχεία. Πρώτον, πρέπει να οριστούν κριτήρια για την αξιολόγηση των επιλογών. Αυτό μπορεί εναλλακτικά να δηλωθεί ως μέθοδος για τον καθορισμό της τιμής του μέτρου για το καλό, τον υπολογισμό της τιμής για το πώς ένας άνθρωπος ισορροπεί το επιθυμητό και το ανεπιθύμητο. Κάποιος οφείλει να έχει το αξιολογήσιμο ή υπολογίσιμο μέτρο επιθυμίας για να μπορεί να επιλέξει το καλύτερο. Επίσης, πρέπει αν υπάρχει μία σχέση ανάμεσα στις επιλογές και στην αξιολόγηση του αποτελέσματος. Αυτή η σχέση μπορεί να είναι είτε ένα μοντέλο είτε ένα πείραμα.

Η διαδικασία (εξίσωση, αλγόριθμος, πειραματική μέθοδος) για τον καθορισμό της τιμής του επιθυμητού μέτρου ονομάζεται αντικειμενική συνάρτηση (OF). Οι επιλογές που μπορούν να μεταβληθούν για να βελτιωθεί η αξία της αντικειμενικής συνάρτησης ονομάζονται μεταβλητές απόφασης (DVs).

Η βελτιστοποίηση θα αναζητήσει τις τιμές για τις μεταβλητές απόφασης (DVs) που οδηγούν στο βέλτιστο, είτε ελάχιστο είτε μέγιστο.

Μία δοκιμαστική επίλυση (TS) είναι μία συγκεκριμένη επιλογή μεταβλητής απόφασης (DV). Μπορεί να μην είναι η βέλτιστη. Η βέλτιστη μπορεί να μην εμφανίζεται ως DV. Για απλές και ιδανικές εφαρμογές, κάποιος μπορεί να καθορίσει την ακριβή τιμή της DV. Αλλά για τις περισσότερες εφαρμογές, αυτό θεωρείται η ιδανική έννοια, όπως η τιμή του π .

Υπάρχουν συνήθως αρκετές αντίθετες έννοιες στην περιεκτική δήλωση μίας OF. Για παράδειγμα, κάποιος μπορεί να επιθυμεί να μειώσει το κόστος της τροφής, το οποίο οδηγεί στην προφανή λύση- να μην καταναλώνει καθόλου. Η αναγνώριση αυτής της υπερβολής αποκαλύπτει μια αντίθετη έννοια που χρειάζεται να θεωρηθεί ως περιεκτική δήλωση της επιθυμίας, η οποία αποκτά επαρκή τροφή. Περισσότερη σκέψη της κατάστασης μπορεί να οδηγήσει κάποιον να αναγνωρίσει ότι η ευχαρίστηση της τροφής είναι σημαντική και το να συμπεριλαμβάνει περιστασιακές λιχουδιές είναι μέρος της υγιεινής ζωής. Επομένως, τα αντίθετα ιδανικά μπορεί να είναι να ισορροπηθεί το κόστος με την τροφή και την ευχαρίστηση.

Όταν η εξίσωση δημιουργείται, είναι εύκολο να χρησιμοποιηθεί η βελτιστοποίηση για να καθοριστεί το βέλτιστο. Η δυσκολία στην βελτιστοποίηση σχετίζεται συνήθως στη δημιουργία της εξίσωσης η οποία παρέχει μία εκτεταμένη και ολοκληρωμένη δήλωση του γενικού πλαισίου.

Ως ένα επιπλέον παράδειγμα αντίθετων εννοιών μπορεί να θεωρηθεί το πόση μόνωση πρέπει να τοποθετηθεί σε ένα σπίτι. Μία έννοια θα είναι να μειωθεί το κόστος. Υπολογίζοντας το κόστος μόνωσης ως τιμή ανά όγκο επί εμβαδόν επί πάχος προκύπτει το αποτέλεσμα: $C=pAt$.

Εάν ο σκοπός είναι να καθοριστεί το πάχος που ελαχιστοποιεί το κόστος εγκατάστασης, η προφανής λύση είναι $t=0$. Έτσι προκύπτει η ανάγκη μη εγκατάστασης μόνωσης. Αυτή η υπερβολή, ωστόσο, μπορεί να αποκαλύψει ότι η μηδενική εγκατάσταση οδηγεί σε ενεργειακές απώλειες οι οποίες είναι επίσης σημαντικές.

Η ετήσια αξία της ενεργειακής απώλειας, ένα έξοδο μπορεί απλά να διαμορφωθεί ως $E= eA (T_{\text{σπίτι}} - T_{\text{εξωτερικό}}) / (r-kt)$, όπου k είναι ο συγκεκριμένος παράγοντας της μόνωσης, r είναι η χωρητικότητα μόνωσης στους τοίχους και e το κόστος μονάδας της μόνωσης. Προβλέποντας έναν χρονικό ορίζονται με N -έτος, το συνολικό κόστος

είναι το αρχικό κεφάλαιο και τα N ετήσια έξοδα. $J=C + NE=pAt + NeA (T_{\sigma\pi\iota\tau\iota} - T_{\epsilon\zeta\omega\tau\epsilon\rho\iota\kappa\acute{o}}) / (r-kt)$. Οι αντίθετες τάσεις είναι εμφανείς, αυξάνοντας το t αυξάνεται ο πρώτος όρος αλλά μειώνεται ο δεύτερος.

Η βελτιστοποίηση είναι μία δομημένη και λογική αναζήτηση διά του «διαστήματος» DV από μία αρχική TS προς μία DV. Αν και για απλές εφαρμογές η ξεκάθαρη λύση σε μία απλή εξίσωση μπορεί να παρέχει την DV απάντηση, η βελτιστοποίηση δεν είναι συνήθως ένα μαγικό άλμα στο βέλτιστο, αλλά μία επαναλαμβανόμενη εξέλιξη. Η τοποθεσία των δοκιμαστικών λύσεων διά του DV χώρου ονομάζεται διαδρομή. Η βελτιστοποίηση επιθυμεί να βρει DV με ελάχιστη υπολογιστική και πειραματική επιβάρυνση (ελάχιστος αριθμός TS αξιολογήσεων κατά μήκος της διαδρομής), ελάχιστη προηγούμενη γνώση και ανθρώπινη εμπλοκή και μέγιστη διασφάλιση ότι βρέθηκε η καθολική βέλτιστη λύση και ότι οι DV τιμές είναι σχετικά κοντά στην DV. Οι περιορισμοί επηρεάζουν και την DV τιμή και τη διαδρομή για να επιτευχθεί η βελτιστοποίηση. Ορισμένοι περιορισμοί είναι μαθηματικοί (όπως διαίρεση με το 0 ή η τετραγωνική ρίζα ενός αρνητικού αριθμού), κάποιιοι είναι υπολογιστικοί (πλεόνασμα, δείκτης εκτός περιοχής), άλλοι είναι φυσικοί (η σύνθεση δεν μπορεί να είναι >100% ή <0%, ή διατήρηση της θερμοκρασίας πάνω από το σημείο πήξης). Κάποιοι σχετίζονται με την ασφάλεια της περιβαλλοντικής υγείας και την έλλειψη πρόληψης (διατήρηση της σύνθεσης κάτω από το χαμηλότερο όριο έκρηξης, ή διατήρηση της πίεσης πάνω από το κενό αέρος ή αποφυγή υπερχειλίσης στη δεξαμενή), άλλοι είναι νομικοί/πολιτικοί (μην παραβιάσεις τις προδιαγραφές του συμβολαίου, ή μείνε κάτω από το όριο των off-shore για 200 μίλια). Κάποιοι περιορισμοί είναι «αυστηροί» που σημαίνει ότι δεν υπάρχει ανοχή και αποκλείεται να παραβιαστεί ο περιορισμός. Κάποιοι είναι «ήπιοι», όπου μικρές παραβιάσεις επιτρέπονται αλλά με κάποια ποινή. Οι αυστηροί περιορισμοί περιπλέκουν την ακολουθία της TS αναζήτησης. Οι ήπιοι δεν περιορίζουν τις TS τιμές, αλλά ο χρήστης θα πρέπει να εκτιμήσει το μέγεθος της ποινής σε σχέση με όλα τα ζητήματα της OF.

Η κανονική παράσταση μίας εφαρμογής βελτιστοποίησης είναι:

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \min_{\{DV\}} J &= OF(DV) \\ \text{S.T.:} & \quad g(DV) < 0 \end{aligned}$$

Εάν η OF είναι μία εξίσωση, για παράδειγμα $y=3-x+x^2$ και η DV είναι η μεταβλητή x και δεν υπάρχουν περιορισμοί, η παράσταση γίνεται

$$(1.2) \quad \min_{\{x\}} J = 3 - x - x^2$$

Η αναλυτική λύση είναι απλή. Θέτουμε $\frac{dJ}{dx}|_{x^*} = 0$

Ωστόσο, η OF δεν είναι συνήθως μία απλή εξίσωση, αλλά μία περίπλοκη διαδικασία (συχνά περιλαμβάνει βρόχους, πίνακες αναζήτησης και εύρεση εσωτερικής ρίζας) που συμπεριλαμβάνει μετρήσεις σχεδίου, οικονομικών και σταθερότητας.

1.2. Έννοιες Βελτιστοποίησης και Ορισμοί

Η βελτιστοποίηση οφείλει μια επιχείρηση. Αυτό μπορεί να αφορά τους εργαζόμενους, μία ομάδα εθελοντών. Καθένα από αυτά είναι μία συνάθροιση παραγόντων με διαφορετικές απόψεις για το επιθυμητό. Συχνά το άτομο που κάνει τη βελτιστοποίηση έχει περιορισμένη άποψη για το γενικό σύνολο και την αντίληψη που έχουν άλλοι πελάτες και τα ενδιαφερόμενα μέρη. Συνεπώς, η σαφήνεια της ορολογίας είναι απαραίτητη προκειμένου να διασφαλιστεί ότι το άτομο που θα εφαρμόσει τη βελτιστοποίηση κάνει επιλογές και υποθέσεις που είναι συμβατές στις ανάγκες της επιχείρησης. Παρακάτω αναφέρονται οι βασικές έννοιες της βελτιστοποίησης.

Στόχος: Ο δείκτης επιθυμίας: Το ποσό που πρόκειται να μεγιστοποιηθεί ή να ελαχιστοποιηθεί. Συνήθως υπάρχουν πολλαπλοί στόχοι. Ίσως η αποδοτικότητα, η διατήρηση πόρων, η ασφάλεια, η βιωσιμότητα, η συμμόρφωση στα συμβόλαια κ.τ.λ. Πιθανόν η υγεία, η δια βίου ικανοποίηση, η χρηματική αξία, το ρίσκο και η προσπάθεια. Παρόλο που αυτές οι έννοιες είναι κατανοητές, η αποδοτικότητα, η υγεία, η ασφάλεια, το ρίσκο, η ικανοποίηση και η προσπάθεια, είναι δυσδιάκριτες. Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να ερμηνευτούν αυτές οι αόριστες έννοιες. Ο χρήστης πρέπει να παρέχει λεπτομέρειες. Επιπλέον, είναι απαραίτητο ο στόχος να είναι περιεκτικός. Εάν αφορά ένα τμήμα μόνον από τα ζητήματα που θέτουν τα ενδιαφερόμενα μέρη δεν θα είναι αρκετά σωστός.

Αντικειμενική συνάρτηση (OF, J): Είναι η διαδικασία για να μετρηθεί το επιθυμητό ή ανεπιθύμητο σε σχέση με την μεταβλητή μεγιστοποίησης ή ελαχιστοποίησης.

Εάν ο στόχος είναι η αποδοτικότητα, τότε ίσως η προεξοφλημένη ταμειακή ροή (DCFRR) ή ο χρόνος απόσβεσης (PBT) ή η καθαρή παρούσα αξία (NPV) ή η μακροπρόθεσμη αποδοτικότητα ενεργητικού (LTROA) αποτελούν το μέτρο για να αξιολογήσεις την αποδοτικότητα. Καθένα από αυτά ισορροπεί το κέρδος και τα έξοδα με την επένδυση. Γιατί δεν υπάρχει ένα μέτρο για την αποδοτικότητα; Επειδή για καθένα στόχο υπάρχουν πολλοί πιθανοί τρόποι για να μετρήσεις την αποδοτικότητα και εξαρτάται και από την ίδια την επιχείρηση, δηλαδή ένας δείκτης αποδοτικότητας μπορεί να είναι πιο κατάλληλος από κάποιον άλλον. Η OF συχνά ονομάζεται «κόστος λειτουργίας» που σημαίνει ότι η ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης πηγών είναι ο μοναδικός στόχος. Το σύμβολο για την OF είναι το κεφαλαίο γράμμα J. Η OF πρέπει να είναι σαφής, να δίνει μία τιμή και να είναι μετρήσιμη.

Τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης (OF, J): Είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, δηλαδή τη βελτιστοποίηση που αναζητά να πετύχει στο μεγαλύτερο ή στο μικρότερο μέγεθος. Παραδείγματα τιμής της OF: LTROA είναι 23.7%, PBT είναι 1.7 έτη ή η κατανάλωση καυσίμων είναι 42.1 miles/gal.

Μεταβλητές απόφασης (DV): Αυτές είναι οι επιλογές, οι τιμές ή οι αποφάσεις για να επιτευχθεί το βέλτιστο J. Οι DVs είναι οι ανεξάρτητες μεταβλητές που μπορούν να αλλάξουν και η OF είναι η αντίδραση. Κάποιες τιμές δεν μπορούν να μεταβληθούν ή έστω έτσι φαίνεται εξ αρχής. Ωστόσο, μία δεύτερη ματιά στην εφαρμογή συχνά αποκαλύπτει εναλλακτικές μεταβλητές. Πρέπει να διακρινίζεται πάντα η διαφορά ανάμεσα στις δύο και να αναγνωρίζεται ο βαθμός ελευθερίας εντός της εφαρμογής.

Βέλτιστες Τιμές (DV*, OF*): Αυτές είναι οι τιμές DV οι οποίες είτε μεγιστοποιούν είτε ελαχιστοποιούν την OF. Οι βέλτιστες τιμές συμβολίζονται ως DV* και OF*.

Δοκιμαστική επίλυση (TS): Είναι μία πιθανή τιμή των DVs. Μπορεί να μην είναι η βέλτιστη τιμή. Συχνά είναι η επόμενη υπόθεση καθώς οι τιμές DVs αλλάζουν για να βελτιώσουν την OF.

Μοντέλο: Αυτή είναι η σχέση που επιτρέπει τον υπολογισμό της τιμής της OF από μία TS των DV τιμών. Η DV μπορεί να φαίνεται ή να μην φαίνεται αναλυτικά στην

OF. Είναι διαδικασία. Μερικές φορές τα πειραματικά αποτελέσματα θα χρησιμοποιηθούν για να καθορίσουν τις τιμές της OF παρά ένα μοντέλο.

Περιορισμοί: Αυτοί είναι οι περιορισμοί στις DV τιμές ή σε άλλες συνδεδεμένες μεταβλητές. Για παράδειγμα το πάχος της μόνωσης πρέπει να μην είναι αρνητική τιμή, $t \geq 0$. Ωστόσο, οι περιορισμοί μπορούν να είναι πιο περίπλοκοι. Για παράδειγμα, σε κατασκευαστικό επίπεδο, ένα ταβάνι μπορεί να κρατήσει μόνον ένα συγκεκριμένο βάρος, όπως $w_{At} < \text{limit}$. Οι περιορισμοί μπορεί να είναι στο ρυθμό μεταβολής, σε μία μελλοντική τιμή, σε μία εκτελέσιμη λειτουργία ή σε κάθε αριθμό εννοιών των μεταβλητών. Έστω η ανάγκη να ελαχιστοποιηθεί ο αριθμός των μετακινήσεων για να μεταφερθούν 5 gal νερού κατά πλάτος του δρόμου. Η απάντηση είναι μία μετακίνηση. Αλλά εάν ο κουβάς έχει χωρητικότητα 3 gal επιβάλλει έναν περιορισμό στην ποσότητα που μπορεί να κουβαληθεί σε μία μετακίνηση και η λύση είναι δύο μετακινήσεις. Οι περιορισμοί είναι το ίδιο σημαντικοί για την απάντηση όπως και η αντικειμενική συνάρτηση.

Μέθοδος: Είναι η διαδικασία που χρησιμοποιείται για να βρεθούν οι DV* τιμές. Πως θα μετακινηθεί από την αρχική TS προς την DV*; Πως θα προσδιοριστεί μία αρχική TS; Οι απαντήσεις σε αυτές τις ερωτήσεις είναι μέρος της μεθόδου βελτιστοποίησης.

Κριτήριο σύγκλισης: Η βελτιστοποίηση είναι μία επαναλαμβανόμενη διαδοχική διαδικασία που προοδευτικά μετακινεί την TS προς την DV*. Πιθανόν, ποτέ δεν φτάνει ακριβώς στην DV*. Όταν προσεγγίσει αρκετά, σταματά η αναζήτηση και ισχυρίζεται ότι βρέθηκε η DV*. Το κριτήριο για να καθοριστεί ότι ο βελτιστοποιητής βρήκε μία TS αρκετά κοντά στο βέλτιστο σχέδιο για να σταματήσει την αναζήτηση και να το ονομάσει DV* ονομάζεται κριτήριο σύγκλισης.

1.3. Περιορισμός

Πρόκειται για τιμές ή θέματα που δεν μπορούν να παραβιαστούν. Μπορεί να περιλαμβάνουν φυσικούς «νόμους», τεχνητούς νόμους ή διαδικασίες, ανέφικτους μαθηματικούς υπολογισμούς, διαδικαστικά βήματα, ή πολλά άλλα χαρακτηριστικά. Οι περιορισμοί μπορεί να είναι στην DV ή στην OF ή σε βοηθητικές (σχετιζόμενες αλλά δευτερεύουσες) μεταβλητές. Οι περιορισμοί μπορεί να τεθούν σε τιμές, ρυθμούς μεταβολής ή μετάβαση. Μπορεί να αφορούν μία τρέχουσα δραστηριότητα ή μελλοντικές επιπτώσεις μίας σημερινής δραστηριότητας. Οι περιορισμοί συχνά είναι η πιο σημαντική επιρροή στον καθορισμό των DV* τιμών.

Υπάρχει ποικιλία περιορισμών:

1. Περιορισμός στη μετάβαση
2. Περιορισμός στο ρυθμό μεταβολής
3. Περιορισμός στο DV
4. Περιορισμός σε δευτερεύουσες μεταβλητές
5. Περιορισμοί σε φυσικούς νόμους
6. Περιορισμοί σε τεχνητούς νόμους ή διαδικασίες
7. Περιορισμοί που αφορούν το μέλλον
8. Περιορισμοί αυστηροί ή ήπιοι.

1.4. Πιθανές λύσεις

Κάποιες ιδέες, όπως η διαρκής κίνηση είναι ανέφικτες. Παραβιάζουν αυστηρούς περιορισμούς όπως τον πρώτο και δεύτερο νόμο της διατήρησης της ενέργειας.

Εφικτές λύσεις είναι οι DV τιμές, οι οποίες δεν παραβιάζουν κανέναν από τους περιορισμούς της παραπάνω λίστας.

1.5. Μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση

Η ελαχιστοποίηση αναζητά το χαμηλότερο σημείο ή την μικρότερη τιμή. Η μεγιστοποίηση αναζητά το υψηλότερο ή μεγαλύτερο. Αλλά αυτά είναι μαθηματικά ισοδύναμα όταν η OF πολλαπλασιάζεται με αρνητική μονάδα. Γίνεται να μεγιστοποιηθεί μια μεταβλητή, αφού ελαχιστοποιηθεί το αρνητικό της OF και έτσι θα βρεθεί η ίδια τιμή DV*.

1.6. Κανονικός τύπος της παράστασης βελτιστοποίησης

Υπάρχει ένα συμβατικό στυλ στην παρουσίαση της εφαρμογής της βελτιστοποίησης και συνδέεται με στοιχεία. Για να εκκινήσει μια παράσταση, αρχικά δηλώνεται εάν ο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί (min) ή να μεγιστοποιηθεί (max) η OF. Κάτω από το min ή max γράφονται οι μεταβλητές απόφασης σε αγκύλες. Έτσι καθορίζεται η αντικειμενική συνάρτηση J. Μπορεί να είναι ένας απλός τύπος ή να παριστάνει μία διαδικασία όπως SSD, DCFRR ή το ρίσκο υπολογισμού. Στο σχεδιασμό ενός προϊόντος, μπορεί κάποιος να επιθυμεί να εκτιμήσει τη χειρότερη πιθανή κατάσταση αποτυχίας και να σχεδιάσει να ελαχιστοποιήσει το μέγιστο ρίσκο. Στο παρακάτω παράδειγμα απεικονίζονται τρία είδη περιορισμών - ένας για τις μεταβλητές απόφασης, ένας για τη λειτουργία των DVs και ένας για το ρυθμό μεταβολής.

$$\min_{\{DV\}} J = \text{εμείς καθορίζουμε αυτή τη σχέση}$$

$$\begin{aligned} \text{S.T.: } P_1 &= f(DV) \leq P_{10} \\ a &\leq DV_1 \leq b \\ \text{ρυθμός} &= \frac{dP_2}{dt} \leq \text{ρυθμό } e_o \end{aligned}$$

(1.3)

Αυτός ο κανονικός τύπος είναι μόνον ένα εργαλείο επικοινωνίας. Δεν είναι ούτε η λύση ούτε η μέθοδος για να βρεθεί η λύση. Μπορεί επίσης να είναι ατελής.. Εάν είναι, πρέπει να συμπεριληφθούν οι αναγκαίες υποστηρικτικές πληροφορίες. Για παράδειγμα, η OF υπολογίζεται πειραματικά ή από έναν προσομοιωτή; Σε κάθε περίπτωση ο αναγνώστης μπορεί να επιθυμεί να γνωρίζει τις βασικές λεπτομέρειες για το πειραματικό σχέδιο ή τις εξιδανικεύσεις και τη μεθοδολογία του μοντέλου προσομοιωτή.

Τα μαθηματικά βελτιστοποίησης είναι σχετικά εύκολα, συνήθη και ευρέως διαθέσιμα. Τα προβλήματα εφαρμογής σχετίζονται με:

- Τον χαρακτηρισμό της έγκυρης, κατάλληλης και περιεκτικής μέτρησης του καλύτερου αποτελέσματος, η OF.
- Η ταυτοποίηση των DVs (είναι τιμές, χρόνος ανάμεσα σε τιμές, διαδοχή λειτουργιών;)
- Ταυτοποίηση των περιορισμών
- Δημιουργία των μοντέλων έτσι ώστε η OF τιμή ή οι συνθήκες περιορισμού να μπορούν να υπολογιστούν δίνοντας τις DVs.
- Η επιλογή του αλγόριθμου βελτιστοποίησης που είναι σωστός για την εφαρμογή.

- Η επιλογή των ορίων και των παραμέτρων που σχετίζονται με τον αλγόριθμο στην αρχή, στη λειτουργία και στην προσέγγιση (σύγκλιση).

1.7. Διαδικασία βελτιστοποίησης

Υπάρχουν οκτώ βασικά στάδια στη διαδικασία βελτιστοποίησης:

1. Καθορισμός της OF ή της αντικειμενικής συνάρτησης
2. Δήλωση ελαχιστοποίησης ή μεγιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης
3. Καθορισμός των DVs ή των μεταβλητών απόφασης
4. Συνδιασμός της DV με όλα τα μέρη της OF
5. Καθορισμός των περιορισμών
6. Δήλωση της μεθόδου που θα χρησιμοποιηθεί για να βρεθεί η βέλτιστη λύση
Αυτή είναι η προσέγγιση βελτιστοποίησης, ο αλγόριθμος, η διαδικασία
7. Εκτέλεση της διαδικασίας
8. Έλεγχος του αποτελέσματος αυτής

1.8. Ζητήματα που διαμορφώνουν τις διαδικασίες βελτιστοποίησης

Όπως αναφέρθηκε στα προηγούμενα παραδείγματα η κλασική αναλυτική έννοια βελτιστοποίησης δεν είναι συχνά εφικτή. Σαν αποτέλεσμα, έχει αναπτυχθεί μία ποικιλία διαδικασιών βελτιστοποίησης προκειμένου να ξεπεραστούν τα προβλήματα. Υπάρχουν πολλοί λόγοι που κάνουν την ιδανική προσέγγιση ανεφάρμοστη. Ακολουθεί μία λίστα δυσκολιών σε πραγματικές εφαρμογές:

- Μη γραμμικότητα: η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να μην έχει ένα αναλυτικά διαχειρίσιμο παράγωγο. Εάν έχει, το παράγωγο μπορεί αν απαιτεί επαναλαμβανόμενη μη γραμμική ρίζα- βρίσκοντας διαδικασίες για να επιλύσει μία έμμεση μη γραμμική σχέση.
- Ασυνέχειες (χάσματα): Η OF ή τα παράγωγά της μπορεί να έχουν ασυνέχειες, χάσματα.
- Διαίρεση: Η μεταβλητή απόφασης μπορεί να παρουσιάζει ακέραιους αριθμούς (αριθμός γραμμών αναμονής, αριθμό παράλληλων συσκευών) ή διάκριτα μεγέθη (αγωγοί, αντιστάσεις σε διάκριτα μεγέθη). Επιπλέον, ο αριθμητικός χρόνος ή η χωροδιακριτοποίηση στο μοντέλο που χρησιμοποιείται για την OF θα δημιουργήσει βήματα ή ραβδώσεις για το τι μπορεί να θεωρηθεί ως μία ομαλή OF. Το κριτήριο σύγκλισης στις τεχνικές εύρεσης ρίζας που χρησιμοποιούνται μέσα στο μοντέλο μπορεί επίσης να προκαλέσει ραβδώσεις. Για αυτές τις ραβδώσεις αναλυτικές τεχνικές βελτιστοποίησης που αναπτύχθηκαν για συνεχείς αξιολογήσεις των OFs και DVs θα συγχέονται.
- Πολλαπλά βέλτιστα σχέδια: Πολλές αντικειμενικές συναρτήσεις έχουν τοπικά ελάχιστα όρια που θα παγιδεύσουν τη διαδικασία βελτιστοποίησης μέσα σε ένα τοπικό και όχι καθολικό βέλτιστο σχέδιο.
- Επίπεδα σημεία: Μερικά OFs έχουν μηδενική ή πρακτικά μηδενική αντίδραση στην DV στην περιοχή του κορεσμού ή της ανακολουθίας και εάν το παράγωγο είναι μηδέν δεν υπάρχει καθοδήγηση για το πώς να βελτιώσεις την DV επίλυση.
- Απρόβλεπτη αντίδραση: Όταν τα OF δεδομένα παράγονται πειραματικά υπάρχει θόρυβος (αβεβαιότητα, πειραματικό λάθος) στην OF τιμή. Ένα πείραμα αναπαραγωγής (προσπάθεια να εφαρμόσεις τις ίδιες DV τιμές) δεν θα παράξει ακριβώς την ίδια OF τιμή. Εδώ, εξαιτίας των πειραματικών παρεκκλίσεων, η μετακίνηση από το TS προς την πραγματική DV* τιμή

μπορεί να επιστρέψει μία χειρότερη και όχι καλύτερη OF τιμή, γεγονός που υποδηλώνει ότι το βέλτιστο σχέδιο είναι στη λάθος κατεύθυνση. Όταν οι προσομοιώσεις Monte Carlo χρησιμοποιούνται ως ενδεικτικοί δείκτες για πειράματα το αποτέλεσμα είναι ίδιο.

- Αβεβαιότητα: Υπάρχει αβεβαιότητα στα δεδομένα. Ατμοσφαιρική πίεση, θερμοκρασία, υγρασία και ταχύτητα του ανέμου συνεχώς αλλάζουν. Εάν σχεδιάσεις ένα φτερό αεροπλάνου για ένα σύνολο συνθηκών ποιο θα είναι το αποτέλεσμα με άλλα δεδομένα;
- Περιορισμοί: Τα είδη των περιορισμών περιγράφηκαν παραπάνω. Όταν οι περιορισμοί είναι αυστηροί (δεν μπορούν να παραβιαστούν) η διαδικασία βελτιστοποίησης χρειάζεται να τροποποιηθεί για να αλλάξει διαδρομή.

1.9. Αντίθετες τάσεις

Εάν η OF έχει μονότονη αντίδραση στην DV τότε το βέλτιστο σχέδιο είναι σε ακραίο.

Η λειτουργία μειώνεται μονότονα με x-τιμή και η ελάχιστη τιμή για J συμβαίνει στο $x^* = +\infty$, σε μία ακραία τιμή.

Εφόσον η τιμή του άπειρου δεν είναι πρακτική, η επίλυση βρίσκεται στη χρήση της μεγαλύτερης δυνατή x-τιμή. Κάποιες εφαρμογές βελτιστοποίησης θεμιτά στέλνουν το DV σε περιορισμό.

Για παράδειγμα «Με τι ταχύτητα θα πρέπει να ταξιδέψει κανείς για να φτάσει στον προορισμό X στον ελάχιστο χρόνο;». Η απάντηση είναι να οδηγήσει στην μέγιστη δυνατή ταχύτητα. Ωστόσο, συνήθως ένα αποτέλεσμα υποδηλώνει ότι ο χρήστης δεν έχει κατάλληλα συμπεριλάβει όλα τα σχετικά χαρακτηριστικά της OF. Σε ένα παράδειγμα ταχύτητας αυτοκινήτου, αυτές οι επιπρόσθετες σκέψεις μπορεί να περιλαμβάνουν την κατανάλωση καυσίμων, την φορά του οχήματος, τους κινδύνους που σχετίζονται με ένα ατύχημα, την σύλληψη.

Συνήθως υπάρχουν τουλάχιστον δύο αντίθετες αντιδράσεις που επηρεάζουν την OF και η βελτιστοποίηση αναζητά να βρει την καλύτερη ισορροπία των αντίθετων. Μία αντίδραση θα λειτουργήσει καλύτερα αυξάνοντας την DV τιμή και η άλλη θα λειτουργήσει χειρότερα. Αυτό μπορεί να απεικονιστεί ως προϊόν λειτουργιών.

Σε μία πραγματική εφαρμογή, οι αντίθετες επιρροές μπορεί να είναι ακόμη πιο περίπλοκες λειτουργίες όπως επαναλαμβανόμενες υπολογιστικές διαδικασίες. Αλλά προκειμένου να υπάρξει ένα βέλτιστο σχέδιο σε μία μη ακραία x-τιμή, σε μία ενδιάμεση x-τιμή, η OF πρέπει να παρουσιάζει μία ισορροπία των αντίθετων ιδεωδών.

Επιπλέον, ένα ιδεώδες πρέπει να κάνει μεγαλύτερες OF αλλαγές από τα άλλα όταν το x αλλάζει στον ρυθμό $x < x^*$ και αντιστρόφως $x > x^*$.

Τα αντίθετα ιδεώδη των συναρτήσεων είναι τα ίδια (το ένα αυξάνεται με το x, το άλλο μειώνεται), αλλά το σχετικό μέγεθος των δύο επιρροών δεν αλλάζει και η OF είναι μονότονη.

1.10. Αβεβαιότητα

Μία τυπική εφαρμογή βελτιστοποίησης σχετίζεται με πολλαπλές έννοιες αβεβαιότητας. Έστω μια απλή εφαρμογή: « Ποιο πάχος μόνωσης είναι ιδανικό για μία σωλήνα;» Η OF θα σχετίζεται με το ετήσιο κόστος που συνδέεται με τις ενεργειακές απώλειες και με την πεντάχρονη βιωσιμότητα της μόνωσης. Το κόστος της μόνωσης θα υπολογιστεί σε αναλογία με τον όγκο του υλικού

κάλυψης του σωλήνα μήκους L και ακτίνας r_p . Ο εξωτερικός όγκος της μόνωσης είναι r . Ένα κλασσικό μοντέλο για το ρυθμό μεταφοράς της θέρμανσης ανά επιφάνεια από μία μονωμένη σωλήνα (με μηδενική αντίσταση από την μεταλλική σωλήνα ή το εσωτερικό υγρό στη συναγωγή της σωλήνας) είναι:

$$\dot{q}^n = \frac{T_{surrounding} - T_{internal}}{\left[\frac{\ln\left(\frac{r}{r_p}\right)}{2pk} \right] + \left(\frac{1}{2prh}\right)} \quad (1.4)$$

Όπου k συμβολίζεται η θερμική αγωγιμότητα της μόνωσης και h είναι ο συντελεστής μεταφοράς της θέρμανσης ανάμεσα στην επιφάνεια μόνωσης και την περιβάλλουσα ατμόσφαιρα.

Ο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθούν τα ετήσια κόστη σε μία περίοδο πέντε ετών:

$$\min_{\{r\}} J = c_{insulation}\pi(r^2 - r_p^2)L + 5c_{energy}Y2\pi rL \frac{T_{surrounding} - T_{internal}}{\left[\frac{\ln\left(\frac{r}{r_p}\right)}{2pk} \right] + \left(\frac{1}{2prh}\right)}$$

(1.5)

Εδώ, οι c -τιμές αντιπροσωπεύουν την μόνωση και τα ενεργειακά κόστη ανά μονάδα, το Y είναι ο αριθμός των μονάδων χρόνου σε ένα έτος και L είναι το μήκος του σωλήνα.

Μπορεί ο τύπος να φαίνεται περίπλοκος και η εφαρμογή για τη μόνωση του σωλήνα να μην είναι οικεία σε πολλούς, αλλά θεωρείται μία σχετικά απλή εφαρμογή.

Πραγματοποιείται λοιπόν η ακόλουθη εφαρμογή:

Εισαγωγή των τιμών για τα γνωστά δεδομένα ($c_{μόνωση}$, r_p , $c_{ενέργεια}$, $T_{περιβάλλον}$, $T_{εσωτερικό}$, k , h κ.τ.λ.)

Εάν αυτά που δίνονται παραμένουν σταθερά τότε οποιοσδήποτε υπολογιστής που λύνει εξίσωση θα δώσει την ίδια τιμή για r^* ανεξάρτητα από την ημέρα ή τον χρήστη που εισάγει τα δεδομένα. Ωστόσο, αυτή η απάντηση μπορεί αν μην είναι σωστή. Έστω δύο έννοιες. Η μία είναι η αβεβαιότητα στα δεδομένα που δίνονται και η άλλη σχετίζεται με το μοντέλο.

1. Δεδομένα που δίνονται, γνωστά δεδομένα (givens): Η θερμοκρασία περιβάλλοντος θα παραμείνει στην τιμή $T_{surrounding}$ για μία πενταετία; Το ενεργειακό κόστος θα παραμείνει αμετάβλητο για την τιμή c_{energy} ; Μπορεί ο χρόνος και οι περιβαλλοντικές συνέπειες να μην αλλάξουν τη μόνωση στην k -τιμή από την εγκαθισταμένη τιμή; Τι θα επιλέξει ο προγραμματιστής να χρησιμοποιήσει για την τιμή του π ; Εφόσον κανένα από τα γνωστά δεδομένα δεν έχουν τιμές που είναι γνωστές με βεβαιότητα, αλλάζοντας αυτές τις τιμές σε άλλες λογικές τιμές θα μεταβληθεί η υπολογισμένη t^* (πάχος μόνωσης) ($t = r - r_p$) τιμή. Για παράδειγμα, εάν η βέλτιστη τιμή σε πλασματικές τιμές είναι $t^* = 2.54\text{cm}$,

μπορεί να μεταβληθεί ανάμεσα σε 2 και 3 cm για συνδυασμούς εναλλακτικών λογικών τιμών των γνωστών στοιχείων.

Σε κάθε περίπτωση, η ίδια διαδικασία βελτιστοποίησης θα αξιολογούσε την ίδια μέθοδο υπολογισμού της OF. Η διαδικασία βελτιστοποίησης δεν είναι ανεξάρτητη από τις τιμές των γνωστών στοιχείων, αλλά το αποτέλεσμα της OF* και της DV* είναι.

2. Μοντέλο: Δεν υπάρχει καθόλου εσωτερική αντίσταση στη μεταφορά της θέρμανσης (το υγρό προς το σωλήνα); Είναι ο συντελεστής της εξωτερικής μεταφοράς θερμότητας ή ομοιόμορφος κατά μήκος του μήκους του σωλήνα και στο κάτω και στο πάνω μέρος και στα πλευρικά σημεία; Ποιο είναι το σωστό μοντέλο για να υπολογίσουμε την h-τιμή; Εναλλακτικά μοντέλα για την πρόοδο μπορούν να οδηγήσουν σε t* τιμές που κυμαίνονται ανάμεσα στα 1.7 και 3.5 cm και σε συνδυασμό με την αβεβαιότητα στα γνωστά στοιχεία, το αποτέλεσμα μπορεί να μην είναι το ιδανικό t*= 2.54, αλλά ένα πιο ρεαλιστικό $1.3 < t^* < 3.8$ cm.

Η επιχειρηματική απόφαση δεν βασίζεται στο t*= 2.54. Για παράδειγμα, εάν ο βασικός εφοδιασμός είναι αρκετός, τότε η απόφαση μπορεί να είναι να χρησιμοποιήσουμε 3.8 cm πάχος. Αλλά εάν ο εφοδιασμός είναι λιγοστός, χρησιμοποιούμε 1.7 πάχος και εάν βρεθεί ότι είναι ανεπαρκές τότε προσθέτουμε περισσότερη μόνωση αργότερα. Η αναγνώριση της αβεβαιότητας στην DV* τιμή είναι τόσο σημαντική όσο και η DV* τιμή.

1.11. Υπέρ- και Υπό Καθορισμός σε Γραμμικές Εξισώσεις

Υπέρ-καθορισμένος σημαίνει ότι υπάρχουν περισσότερες ανεξάρτητες εξισώσεις από ανεξάρτητες μεταβλητές, περισσότεροι περιορισμοί από μεταβλητές. Σε αυτή την περίπτωση ο βαθμός ελευθερίας είναι <0. Μία ευθεία γραμμή μπορεί να περάσει από οποιαδήποτε δύο σημεία, αλλά εάν προστεθεί ένα τρίτο σημείο που δεν βρίσκεται στη γραμμή, η μονή γραμμή δεν μπορεί να περάσει ταυτόχρονα και από τα τρία σημεία.

Υπό-καθορισμένος σημαίνει ότι υπάρχουν λιγότερες εξισώσεις (περιορισμοί) από μεταβλητές και βαθμοί ελευθερίας >0. Για παράδειγμα, εάν υπάρχει μόνον ένα σημείο, τότε μπορούμε να επιλέξουμε την κλίση της γραμμής και πάλι να βρούμε μία γραμμή να περνάει από τη σημείο. Στην συγκεκριμένη περίπτωση εισάγεται έννοια του βαθμού ελευθερίας.

Ισορροπημένος σημαίνει ότι υπάρχει ο ίδιος αριθμός εξισώσεων και μεταβλητών: DoF= 0.

Από μία γραμμική εξίσωση σκεφτείτε τρεις εξισώσεις με τρεις αγνώστους {x, y, z}:

$$\begin{aligned}a_1x + b_1x + c_1z &= q_1 \\a_2x + b_2x + c_2z &= q_2 \\a_3x + b_3x + c_3z &= q_3\end{aligned}$$

(1.6)

Εάν οι εξισώσεις είναι γραμμικά ανεξάρτητες, υπάρχει μία μοναδική λύση για τις {x, y, z}τιμές. Η DoF= 0. Οι τρεις μπορούν να θεωρηθούν εξισώσεις ή προσδιορισμοί ή ενεργοί περιορισμοί και το σύνολο {x, y, z} μπορεί αν θεωρηθεί ότι είναι DVs. Οι εξισώσεις μπορούν να γραφούν σε μορφή διανυσμάτων:

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

(1.7)

Σε αυτή την οικεία αναπαράσταση, ο αριθμός των εξισώσεων μπορεί να μην αντιστοιχεί αναγκαστικά στον αριθμό των άγνωστων μεταβλητών. Εδώ οι βαθμοί ελευθερίας = αριθμό των DVs – αριθμό των προσδιορισμών (ενεργοί περιορισμοί).

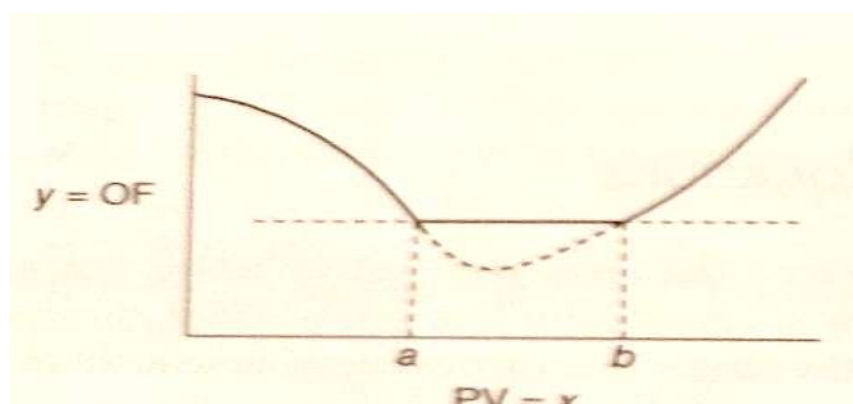
Υπό-καθορισμένος: Έστω 2 εξισώσεις και 5 αγνώστους. Εδώ DoF = 5-2 = 3. Αυτό σημαίνει ότι μπορεί να επιλεγεί οποιαδήποτε τιμή από τις τελικές και να βρεθεί η λύση βάσει αυτής. Η λύση δεν είναι μοναδική. Το πρόβλημα είναι υπό-καθορισμένο. Εάν γίνεται με ανθρώπινη παρέμβαση να επιλεγεί η βέλτιστη τιμή τότε χάνεται η έννοια της βελτιστοποίησης.

Ισορροπημένος: Έστω 3 εξισώσεις και τρεις αγνώστους. Εδώ DoF = 0. Αυτό σημαίνει ότι μπορούμε να βρούμε μία ακριβής και μοναδική λύση.

Υπέρ-καθορισμένος: Έστω 4 εξισώσεις και 3 αγνώστους. Εδώ DoF = -1. Αυτό σημαίνει ότι δεν ικανοποιούνται ταυτόχρονα όλες οι συνθήκες. Το πρόβλημα είναι περιορισμένο. Σε αυτή την περίπτωση γίνεται (i) να απαλειφθεί μία συνθήκη και να επιλυθούν οι άλλες ή (ii) να βρεθεί η πιο συμβιβαστική επίλυση με μία σταθμισμένη αντικειμενική συνάρτηση που περιλαμβάνει μία ποινή για κάθε απόκλιση της εξίσωσης από το μηδέν ως ένα OF όρο.

1.12. Υπέρ- και Υπό- Προσδιορισμός στην Βελτιστοποίηση

Στη βελτιστοποίηση υπάρχουν παραλληλισμοί. Παρακάτω απεικονίζεται μία υπό-καθορισμένη βελτιστοποίηση, για παράδειγμα:



$$\min_{\{r\}} J = y \begin{cases} = c & \text{εάν } \alpha \leq x \leq \beta \\ = 1 - e^{-(x-d)^2} & \text{σε κάθε άλλη περίπτωση} \end{cases} \quad (1.8)$$

Κάθε x στο φάσμα $[a, b]$ είναι ισοδύναμο με κάθε άλλη x -τιμή. Υπάρχει ευελιξία στην επίλυση. Υπάρχουν επιπλέον επιλογές. Αυτό επίσης μπορεί να προκύψει εάν υπάρχουν ξεχωριστές αλλά ταυτόσημες λύσεις. Για παράδειγμα,

$$\min_{\{x\}} J = (x^2 - 9)^2 \quad (1.9)$$

Εδώ υπάρχουν δύο ταυτόσημες λύσεις: $x = (3, -3)$. Σε αυτή την περίπτωση υπάρχουν πιθανόν λόγοι διαφορετικοί από αυτούς που εκφράστηκαν στη OF σχετικά με το γιατί μία x -τιμή είναι καλύτερη από μία άλλη.

Εναλλακτικά, υπό-προσδιορισμένο μπορεί να θεωρείται το αποτέλεσμα των πλεοναζόντων παραμέτρων.

Εάν υπάρχει υπέρ-προσδιορισμένη ή περιορισμένη εφαρμογή, τότε είτε

- (i) γίνεται χρήση ενός αυστηρού περιορισμού για να περιοριστούν οι τιμές δοκιμαστικής επίλυσης του βελτιστοποιητή ή είτε
- (ii) να προστεθεί ένας ήπιος περιορισμός για τον περιορισμό παραβίασης στο OF. Εάν η λύση βρίσκεται σε έναν περιορισμό και εάν ο περιορισμός καθορίζει την DV* τιμή, τότε ο περιορισμός είναι η κρίσιμη έννοια.

1.13. Δοκιμή Συναρτήσεων

Οποιαδήποτε πρακτική εφαρμογή δεν θα έχει μία απλή γραμμική εξίσωση όπως η OF. Ωστόσο, για τη διδασκαλία και για βολική δοκιμή, πολλοί άνθρωποι έχουν δημιουργήσει απλές γραμμικές εξισώσεις, εύκολα εκτελέσιμες. Πολλές από αυτές τις δοκιμές συναρτήσεων έχουν γίνει τα κύρια σημεία αναφοράς προβλημάτων που οι άνθρωποι τα χρησιμοποιούν για να αναπτύξουν και να συγκρίνουν βελτιστοποιητές. Το πρόβλημα είναι ότι όταν αυτές οι σχέσεις αποτελούν την πλειοψηφία των παραδειγμάτων για έναν αρχάριο, παρερμηνεύεται η πολυπλοκότητα της βελτιστοποίησης.

Παρακάτω παρουσιάζεται ένα σύνολο εφαρμογών που βασίζονται σε φυσικά, πραγματικά και ποικίλα ζητήματα εφαρμογής, αλλά σχετικά απλά για την εξερεύνηση των τεχνικών βελτιστοποίησης.

1.14. Σημαντικές ημερομηνίες για τη βελτιστοποίηση

Ορισμένες σημαντικές ημερομηνίες για την έννοια της βελτιστοποίησης ξεκινούν από το 1669. Παρακάτω δίνονται οι σημαντικότερες.

- 1669: Νεύτωνα-εύρεση της ρίζας (δεν είναι βελτιστοποίηση αλλά είναι κοινό στοιχείο σε πολλούς αλγόριθμους) (δεν δημοσιεύτηκε μέχρι το 1711).
- 1690: Ο Raphson (Ράφσον) απλοποίησε την μέθοδο του Νεύτωνα για την εύρεση της ρίζας.
- 1740: Ο Simpson επέκτεινε την μέθοδο του Νεύτωνα για την εύρεση της ρίζας στο παράγωγο (αναλυτική βελτιστοποίηση). Ίσως η εφαρμογή της βελτιστοποίησης θα πρέπει να ονομάζεται μέθοδος του Simpson.

- 1807: Ο Legendre παρουσίασε την μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων (υπήρξε παράλληλη ανάπτυξη από τον Gauss).
- 1847: Cauchy- διαδοχικής γραμμής αναζήτηση στην πιο ακραία ικανοποιητική γραμμή.
- 1939: οι von Neumann και O. Morgenstern έλυσαν προβλήματα διαδοχικής απόφασης χρησιμοποιώντας την ιδέα του δυναμικού προγραμματισμού (DP). Ο A. Wald (1947) έκανε παρόμοια έρευνα. Μία ακόμη πρόωμη εφαρμογή του δυναμικού προγραμματισμού παρουσιάστηκε από τον P. Masse (1944) για τη διαχείριση της δεξαμενής.

1.15. Επαναλαμβανόμενες διαδικασίες

Τα διάφορα παραδείγματα που παρουσιάστηκαν παραπάνω έχουν απλές εξισώσεις που επιτρέπουν το αναλυτικό παράγωγο και την λεπτομερή επίλυση για την DV*. Ωστόσο, οι εφαρμογές είναι αναλυτικά δύσκολες. Η εξίσωση που συνδέει την τιμή OF με την τιμή TS μπορεί να είναι πολύ περίπλοκη για να είναι σίγουρη ότι το παράγωγο διαμορφώνεται σωστά. Ή η τιμή OF μπορεί να υπολογιστεί από έναν αυτοματοποιημένο προσομοιωτή που δεν αποκαλύπτει εσωτερικές εξισώσεις. Ή η τιμή OF μπορεί να είναι το αποτέλεσμα του φυσικού πειραματισμού. Σε αυτές τις περιπτώσεις χρειαζόμαστε μία άλλη διαδικασία για να καθορίσουμε την DV*.

Ο όρος άμεση αναζήτηση έρχεται σε αντιδιαστολή με διαδικασίες που χρησιμοποιούν διαβαθμισμένες πληροφορίες (παράγωγο). Μία άμεση αναζήτηση χρησιμοποιεί μόνον την αξιολόγηση της συνάρτησης. Ο όρος ευρετικός σημαίνει ότι χρησιμοποιεί ευκολονόητες και δοκιμασμένες ανθρώπινες εμπειρίες, σε αντίθεση με έναν μαθηματικά διαμορφωμένο κανόνα.

Για την βαθύτερη κατανόηση της ευρετικής άμεσης αναζήτησης θεωρείται το εξής παράδειγμα:

Ένας σχοινοβάτης με δεμένα μάτια θα μπορούσε να βρει το κάτω μέρος του τεντωμένου σχοινού εάν είχε τοποθετηθεί τυχαία κατά μήκος του σχοινού. Ο κανόνας λέει να γίνει ένα βήμα προς μία κατεύθυνση. Εάν γίνει προς τα κάτω, το βήμα ήταν στη σωστή κατεύθυνση. Έτσι από αυτό το καλύτερο μέχρι τώρα σημείο ας γίνει το επόμενο βήμα στην ίδια κατεύθυνση. Εάν είναι προς τα πάνω το βήμα πιθανόν ήταν προς τη λάθος κατεύθυνση. Επομένως, γίνεται επιστροφή στο καλύτερο μέχρι τώρα σημείο και συνέχιση της διαδρομής προς το επόμενο βήμα στην άλλη κατεύθυνση.

Εδώ είναι ο αλγόριθμος για την ευρετική άμεση αναζήτηση:

1. Αρχή

Επιλογή την αρχικής εφικτής TS, της υπόθεσης βάσης DV.

Αξιολόγηση την τιμής OF, OF_{base} στην DV_{base}

Επιλογή του μεγέθους του βήματος, DV_{delta}

Επιλογή του κατώτατου σημείου σύγκλισης για το DV_{delta}

2. Δοκιμή ενός νέου TS

$TS = DV_{base} + DV_{delta}$

Αξιολόγηση της τιμής OF, OF_{TS} στην TS

Εάν η OF_{TS} είναι καλύτερη από την OF_{base} τότε:

Θέτω $OF_{base} = OF_{TS}$

Θέτω $DV_{base} = TS$

Θέτω $DV_{delta} = 1.2 * DV_{delta}$

ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ

$$\Theta\acute{\epsilon}\tau\omega DV_{\text{delta}} = -0.5 * DV_{\text{delta}}$$

ENDIF

IF $|DV_{\text{delta}}| <$ κατώτατο σημείο σύγκλισης ΕΞΟΔΟΣ

Επιστροφή σε ένα νέο TS

Ένα φάσμα παραγόντων εξασθένισης της DV_{delta} φαίνεται να λειτουργεί. Ο 1.2 παράγοντας επέκτασης θα μπορούσε να είναι από το 1.05 έως 1.25. Εάν είναι μεγαλύτερος από 1.25, φαίνεται να μεγεθύνει υπερβολικά το μέγεθος του βήματος όταν πηγαίνει προς τη σωστή κατεύθυνση, υπερβαίνοντας το ελάχιστο και απαιτώντας επιπρόσθετα βήματα προς τα πίσω για να μετριάσει την υπερβολή. Εναλλακτικά, ένας παράγοντας επέκτασης που είναι πιο κοντά στη μονάδα δεν επιταχύνει την πρόοδο μετά από μία συστολή. Μία τιμή του 1.1-1.2 φαίνεται να λειτουργεί καλά. Παρόμοια, υπάρχει ένα φάσμα καλών τιμών για τον παράγοντα συστολή. Εάν η νέα TS είναι κακή, τότε η συστολή θα πρέπει να είναι λιγότερη από 1/επέκταση ώστε το βήμα να μην πάει στην άλλη πλευρά του προηγούμενου καλύτερου. Ωστόσο, εάν ο παράγοντας συστολή είναι πολύ μικρός, για παράδειγμα, 0.1, τότε μετά από μία αναστροφή τα επόμενα βήματα στην σωστή κατεύθυνση είναι πολύ μικρά. Οι τιμές συστολής στο 0.5-0.8/επέκταση φαίνονται καλές.

Επιπρόσθετα με το να μην απαιτούνται αναλυτικά παράγωγα, αυτή η απλή διαδικασία είναι εύκολο να κατανοηθεί και να εφαρμοστεί, είναι ανθεκτική στους αυστηρούς περιορισμούς και στις ασυνέχειες επιφάνειας και εκτελείται ραγδαία.

Παρατηρείται ότι συγκρίνοντας την αναλυτική μέθοδο στα προηγούμενα παραδείγματα, αυτή η διαδικασία έξυπνα δεν εκτοξεύεται στο μηδενικό σημείο παράγωγου, όπου η DV^* υπολογίζεται από το αναλυτικό παράγωγο. Αυτή η επαναλαμβανόμενη διαδικασία σταδιακά μετακινεί το TS προς το κοντινό DV^* και σταματάει και ισχυρίζεται σύγκλιση, όταν οι σταδιακές αλλαγές είναι λιγότερες από μία τιμή σύγκλισης που καθορίζεται από τον χρήστη. Όπως στον σταδιακό υπολογισμό του επόμενου αριθμού στην άρρητη αξία του π , αυτή η διαδικασία προσεγγίζει προοδευτικά και σταματάει όταν ο χρήστης έχει καθορίσει ότι η TS είναι αρκετά κοντά- όταν $|DV_{\text{delta}}| <$ κατώτατο σημείο σύγκλισης.

Η επιλογή του χρήστη για το σημείο σύγκλισης καθορίζει την ακρίβεια της επίλυσης. Με κάποιον τρόπο ο χρήστης πρέπει να συσχετίσει τις επιπτώσεις του κατώτατου σημείου στα μη επιθυμητά. Εάν το κατώτατο σημείο είναι πολύ μεγάλο, η επίλυση δεν είναι πολύ ακριβής. Εάν είναι πολύ μικρή, η διαδικασία απαιτεί υπερβολικές επαναλήψεις.

2. Ποικιλία και Πολυπλοκότητα στην Εφαρμογή Βελτιστοποίησης

2.1. Γενικά

Η βελτιστοποίηση είναι μία διαδικασία, η οποία αναζητάει την καλύτερη λύση και σχετίζεται με ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών, αλλά χρησιμοποιεί μία απλή παράσταση:

$$\min_{(DV)} J = OF \quad (2.1)$$

Ωστόσο, υπάρχει μία ευρεία ποικιλία εφαρμογών που παρουσιάζει πλήθος χαρακτηριστικών, τα οποία πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όταν επιλέγεται ένας βελτιστοποιητής.

Πολλοί αλγόριθμοι έχουν μία κοινή προσέγγιση για να καθορίσουν τις τιμές DV*: Καθορίζεται το παράγωγο του OF αναφορικά με κάθε DV ίσο με το μηδέν, και επιλύεται το σύνολο των εξισώσεων για την τιμή DV*. Ωστόσο, τα χαρακτηριστικά των OF και DV συχνά δημιουργούν δυσκολίες (πολλαπλές λύσεις, μη γραμμικός τύπος, μη αναλυτική μέθοδος για να προκύψουν παράγωγα, διακριτές τιμές) που καθιστούν αυτή την προσέγγιση αδύνατη να εφαρμοστεί.

Το κεφάλαιο αυτό παρέχει μία σύνοψη της πολυπλοκότητας των εφαρμογών και αποκαλύπτει τα μοναδικά ζητήματα και τις δυσκολίες που σχετίζονται με αυτές.

2.2. Μη γραμμικότητα εξισώσεων

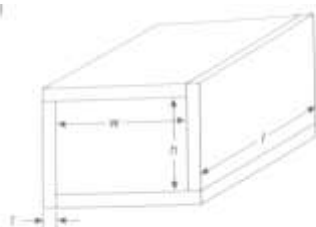
Έστω το απλό παράδειγμα καθορισμού των διαστάσεων ενός ορθογώνιου κουτιού ώστε να προκύψει ο επιθυμητός όγκος καθώς ελαχιστοποιείται το εμβαδόν. Εάν οι πλευρές έχουν διαστάσεις ύψους, πλάτους και μήκους αλλά όχι πυκνότητας και εάν οι πλευρές μπορούν να κατασκευαστούν από ιδανικά επίπεδα, τότε ο όγκος είναι $V = hwl$ και το εμβαδό είναι $S = 2wh + 2lw + 2hl$. Επειδή η επιλογή δύο διαστάσεων περιορίζουν την τρίτη να συναντήσει τον περιορισμό του όγκου, η παράσταση της βελτιστοποίησης είναι

$$\min_{(h,w)} J = S = 2hw + \frac{2V}{h} + \frac{2V}{w} \quad (2.2)$$

Επιλύοντας αναλυτικά, θέτοντας τα παράγωγα του OF αναφορικά με κάθε DV στο μηδέν, τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο παρακάτω σύνολο εξισώσεων:

$$\begin{aligned} 0 &= 2w - \frac{2V}{h^2} \\ 0 &= 2h - \frac{2V}{w^2} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Αυτές οι εξισώσεις είναι μη γραμμικές αλλά μπορούν εύκολα να αναδιαταχθούν και να επιλυθούν αναλυτικά για να δώσουν:



Σχήμα 2.1 Ένα κουτί.

Ωστόσο, τα κουτιά χρειάζεται να κατασκευαστούν από υλικό πεπερασμένης πυκνότητας, t . Ίσως, το κουτί να συναρμολογείται με τον τρόπο που δείχνει το Σχήμα 2.1 στο οποίο οι άκρες της μπροστινής και οπίσθιας πλευράς περικυκλώνονται από τις τέσσερις άλλες πλευρές, και κάθε μία από τις πλευρές επικαλύπτει την μία άκρη

από την άλλη. Οι μπροστινές και πίσω άκρες έχουν διαστάσεις h και w . Αλλά οι διαστάσεις ύψους και πλάτους των άλλων πλευρών είναι $h+t$ και $w+t$. Έτσι ώστε ο εσωτερικός όγκος είναι ο επιθυμητός και το μήκος των άλλων πλευρών πρέπει να είναι για την καθεμία $l = (V/hw) + 2t$. Το εμβαδό τώρα πρέπει να συμπεριλαμβάνει την πρόσοψη των έξι πλευρών όπως επίσης τις οκτώ εκτεθειμένες άκρες στις μπροστινές και πίσω άκρες και τις τέσσερις εκτεθειμένες άκρες στα πλάγια. Η παράσταση βελτιστοποίησης είναι

$$\min_{\{h,w\}} l = S = 2hw + 2(h+w+4t)\left(\frac{V}{hw} + 2t\right) + 4t(h+w+2t) \quad (2.4)$$

Αποτελεί πρόκληση το να προκύψουν τα λογιστικά παράγωγα χωρίς λάθος. Εάν αυτό τελικά γίνει, τότε η προσπάθεια επίλυσης του συστήματος των μη γραμμικών σχέσεων αποτελεί μία επόμενη πρόκληση.

Εάν η μαθηματική πολυπλοκότητα είναι το αποτέλεσμα των μη γραμμικών σχέσεων ή όχι, για ρεαλιστικές εκδοχές των ακόμη πιο απλών εφαρμογών, τότε τα μαθηματικά συχνά γίνονται δισεπίλυτα για έναν μηχανικό που δεν είναι ερασιτέχνης μαθηματικός.

2.3. Ελάχιστος, Μέγιστος, Ελάχιστος-Μέγιστος, Μέγιστος-Ελάχιστος

Η βελτιστοποίηση συχνά αναζητάει να βρει την τιμή DV που ελαχιστοποιεί ή μεγιστοποιεί μία τιμή OF. Αλλά δεν είναι ασυνήθιστο να αναζητάει την τιμή DV για να ελαχιστοποιεί μία μέγιστη τιμή. Έστω το παράδειγμα της τοποθεσίας ενός μονοπατιού πεζοπορίας μέσα στα βουνά. Εάν ο στόχος είναι η διαδρομή από το σημείο A στο σημείο B μέσα από τη συντομότερη διαδρομή, αυτό το συγκεκριμένο μονοπάτι μπορεί ο ταξιδιώτης να περάσει πάνω και κάτω σε απότομες πλαγιές, καθιστώντας τη διαδρομή δύσκολη για τον πεζοπόρο. Σε μία τέτοια περίπτωση, το καλύτερο μονοπάτι μπορεί να είναι αυτό που ελαχιστοποιεί την πιο απότομη πλαγιά επιπροσθέτως με το συνολικό μήκος του μονοπατιού. Η διαδικασία περιλαμβάνει να ερευνηθούν όλες οι πλαγιές κατά μήκος του μονοπατιού, να βρεθεί η μέγιστη και να αναζητηθεί ένα μονοπάτι που ελαχιστοποιεί τη μέγιστη.

Στην ανάπτυξη ενός επιχειρηματικού μοντέλου, ο στόχος σε αξία είναι να μεγιστοποιηθεί κάποιο μέτρο της αποδοτικότητας. Αλλά τα δεδομένα που σχετίζονται με τις προβλέψεις των πωλήσεων, των φορολογικών συντελεστών, του ενεργειακού κόστους, της διαθεσιμότητας πρώτων υλών, των τιμών, της συντήρησης κ.τ.λ. είναι όλα αβέβαια. Αντί να επιλεγούν τιμές DV για να μεγιστοποιηθεί ο δείκτης αποδοτικότητας στην πρόβλεψη σε ονομαστική αξία, ένας καλύτερος στόχος θα είναι η αναζήτηση πάνω από το φάσμα των τιμών εξωτερικής επίδρασης, έπειτα η αξιολόγηση του ποιο είναι το χειρότερο δυνατό (το ελάχιστο δυνατό) αποτέλεσμα και μετά η μεγιστοποίηση το ελαχίστου σε όλες τις καταστάσεις.

Στην τυπική μέθοδο παλινδρόμησης των ελάχιστων τετραγώνων ο στόχος είναι να καθοριστούν οι πρότυπες τιμές των συντελεστών για να ελαχιστοποιήσουν το σύνολο των τετραγωνικών αποκλίσεων ανάμεσα στο μοντέλο και τα δεδομένα. Αυτή είναι μία περίπτωση όπου περιορίζεται ο ευρύς στόχος, ο οποίος είναι να καθοριστούν οι πρότυπες τιμές συντελεστών που μεγιστοποιούν την πιθανότητα ότι το μοντέλο θα μπορούσε να παράγει τα δεδομένα. Έστω (y,x) ζεύγη δεδομένων και ένα μοντέλο $y=f(x)$. Εάν η αβεβαιότητα στις τιμές x - και y - είναι παρόμοια, τότε η μεγιστοποίηση της πιθανότητα τα δεδομένα να παράγονται από το μοντέλο είναι ίδια με την εύρεση των πρότυπων συντελεστών που κάνουν το μοντέλο να προσεγγίζει τα στοιχεία. Η μεθοδολογία λοιπόν αφορά:

- Την επιλογή πρότυπων τιμών συντελεστών και την αναζήτηση κατά μήκος της γραμμής προτύπων για να βρεθεί το σημείο στο μοντέλο που έχει την ελάχιστη απόσταση σε κάθε πειραματικό στοιχείο.

- Το άθροισμα των τετράγωνων των ελάχιστων αποστάσεων και την αναζήτηση των πρότυπων τιμών συντελεστών που ελαχιστοποιούν τα τετράγωνα των ελάχιστων αποστάσεων.

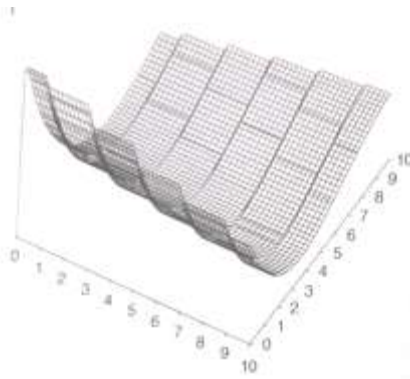
2.4. Ακέραιοι αριθμοί και Διακριτοποίηση

Συχνά η μεταβλητή απόφασης μπορεί να έχει μόνον τιμές ακέραιων αριθμών. Παρακάτω υπάρχουν κάποια παραδείγματα: Η επιχείρησή μπορεί να προσλάβει 1,2,3 ή 4 ανθρώπους ή μπορεί να αγοράσει 1,2,3 ή περισσότερα φορτηγά διανομής. Πολύ σωστά κάποιος θα μπορούσε να σκεφτεί την ισχύ φωτισμού ως μία μεταβλητή συνεχούς τιμής για να αντικαταστήσει τον αριθμό των φώτων ή ένα κοινόχρηστο φορτηγό ή εργαζόμενους μερικής απασχόλησης ώστε να παρέχει ένα αποσπασματικό τμήμα της χωρητικότητας μονάδας. Αλλά ακόμη κάποιος πρέπει να εγκαταστήσει έναν ακέραιο αριθμό φωτιστικών και παρόλο που μία επιχείρηση μπορεί να χρησιμοποιήσει ένα φορτηγό στο 37% του χρόνου δεν μπορεί να στείλει το 37% του φορτηγού ή να παρέχει χώρο παρκαρίσματος για το 37% του φορτηγού.

Όταν γίνεται αγορά υλικών, αυτό παραδίδεται σε μονάδες τενεκεδένιων κουτιών, βαρελιών, σάκων, βυτιοφόρων, πάκων κ.τ.λ. Τα πακέτα περιέχουν έναν ακέραιο αριθμό τεμαχίων. Πολύ σωστά, στην κλίμακα της μηχανικής/επιχειρήσεων, το βάρος είναι μία μεταβλητή συνεχούς τιμής και μπορείς να προμηθευτείς τσουβάλια κάθε βάρους, για παράδειγμα 26.83 lbs (λίβρες). Φυσικά, αληθεύει ότι η ποσότητα είναι συνεχής τιμή. Όταν κάποιος φτάνει στο όριο του μοριακού βάρους, το μισό ενός μορίου είναι ένα διαφορετικό υλικό. Πολλές εφαρμογές βελτιστοποίησης στην μοριακή φυσική και την χημεία πρέπει να σκέπτονται τις πτυχές του μεμονωμένου μορίου και της κβαντικής ενέργειας.

Αυτά ήταν παραδείγματα ακέραιων αριθμών. Επιπροσθέτως, μεταβλητές που θα μπορούσαν να θεωρηθούν συνεχούς τιμής συχνά διακριτοποιούνται. Ένα παράδειγμα: στην ανθρώπινη μακροκλίμακα ο χρόνος είναι συνεχής. Ωστόσο, σε μία δυναμική προσομοίωση ο χρόνος διακριτοποιείται σε Δt ποσότητες για αριθμητική ολοκλήρωση. Εάν γίνει αναζήτηση του βέλτιστου χρόνου για τη διαδικασία προσομοίωσης, οι τιμές DV μπορούν να έχουν μόνον ακέραιους αριθμούς στα πολλαπλάσια του Δt . Εάν βρεθεί η διαδικασία βελτιστοποίησης κάποιας άλλης μεταβλητής, τότε ο χρόνος διακριτοποίησης θα δημιουργήσει ασυνέχειες κορυφογραμμών (κυματοειδείς ραβδώσεις) στην επιφάνεια απόκρισης. Ένα άλλο παράδειγμα: το μήκος είναι συνεχής μεταβλητή, αλλά όταν ψάχνεις να παραγγείλεις μία σωλήνα, η διάμετρος υπάρχει σε συγκεκριμένα μεγέθη, ίσως διακριτοποιείται σε έναν ακέραιο αριθμό χιλιοστών.

Είτε η διακριτοποίηση γίνεται σε ακέραιους αριθμούς ολόκληρων τεμαχίων ή σε αποσπασματικά τμήματα μονάδας μάζας, μήκους ή χρόνου η επίδραση είναι ισοδύναμη. Πρώτον, εάν η DV περιορίζεται σε διακριτοποιημένες τιμές, τότε υπάρχει περιορισμός στις επιλογές του βελτιστοποιητή για την δοκιμαστική επίλυση. Ο περιορισμός μπορεί να είναι ότι οι τιμές περιορίζονται σε έναν ακέραιο αριθμό αποσπασματικών τμημάτων, $DV = N\Delta$. Ή θα μπορούσε να είναι ότι η DV περιορίζεται σε μία τιμή από ένα σύνολο, $DV = \{DV_1, DV_2, DV_3, \dots, DV_N\}$. Δεύτερον, εάν μία άλλη μεταβλητή στο υπόδειγμα διακριτοποιείται, τότε μία μεγεθυμένη άποψη της OF απόκρισης θα αποκαλύψει παράλογες κορυφογραμμές ή επίπεδα σημεία, τα οποία θα ανατρέψουν την αναζήτηση βελτιστοποιητή.



Σχήμα 2.2 Απεικόνιση κυματοειδών ραβδώσεων.

Το Σχήμα 2.2 δείχνει λεπτομερώς μία επιφάνεια 2-DV με κυματοειδείς ραβδώσεις εξαιτίας της διακριτοποίησης χρόνου. Είναι θεωρητικά μία συνεχής εφαρμογή και σε 70 χρόνια η επιφάνεια εμφανίζεται ομαλή, αλλά όταν ζουμάρεις σε έναν τοπικό τομέα οι ασυνέχειες είναι ορατές.

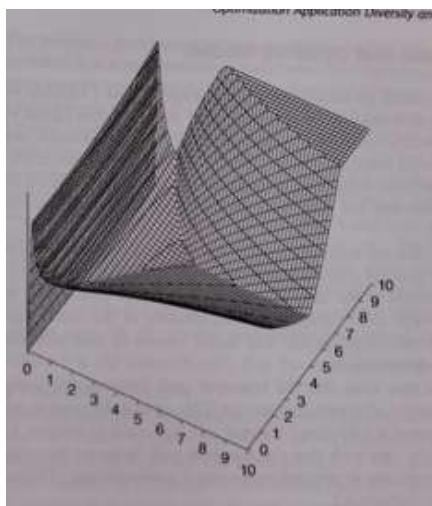
2.5. Υποθέσεις και Ασυνέχειες: Γκρεμοί , Κορυφογραμμές/ Κοιλιάδες

Τα μοντέλα συνήθως χρησιμοποιούν IF-THEN εντολές, οι οποίες είναι υποθετικές παραστάσεις στον προγραμματισμό.

Για παράδειγμα, *εάν ο αριθμός Reynold είναι μεγαλύτερος από 2100, χρησιμοποίησε ένα μοντέλο τυρβώδης ροής. Διαφορετικά, χρησιμοποίησε μοντέλο στρωτής ροής.* Ένα άλλο παράδειγμα, *εάν ένα φορτίο παράδοσης ξεπερνάει τον ένα τόνο, χρησιμοποίησε το επόμενο μεγαλύτερο φορτηγό.* Γίνεται χρήση υποθέσεων στην επιλογή θερμοδυναμικών μοντέλων, φορολογικών δομών, επιλογών εξοπλισμού, επιλογών ασφάλειας ή συμμόρφωσης και σε πολλά άλλα όπου χρησιμοποιούμε βελτιστοποίηση.

Οι υποθέσεις οδηγούν είτε σε γκρεμούς ή απότομες κοιλάδες/ασυνέχειες κορυφογραμμών στην OF απόκριση προς την DV. Αυτές ακυρώνουν την τοπική αξιολόγηση παραγώγων και ακυρώνουν τη βάση διαβάθμισης, τύπου Newton και υποκατάστατου μοντέλου βελτιστοποιητών που υποθέτουν επιφάνειες συνεχών τιμών.

Είτε με αλγόριθμους διαβάθμισης είτε άμεσης αναζήτησης, οι απότομες κοιλάδες τείνουν να κάνουν την δοκιμαστική επίλυση να ανεβαίνει απότομα προς τα πίσω και προς τα εμπρός από άκρη σε άκρη κάθετα στην κοιλάδα, παρά να την ακολουθεί κατηφορικά.



Σχήμα 2.3 Απεικόνιση απότομων κοιλάδων.

Το Σχήμα 2.3 φανερώνει μία εφαρμογή με απότομη κοιλάδα. Οι ασυνέχειες οφείλονται σε μία υπόθεση που παίρνει το μεγαλύτερο από αρκετές μεθόδους για να υπολογίσει τη διάμετρο της δεξαμενής. Κοντά στην κοιλάδα αλλά όχι στο βέλτιστο, οι τοπικές αναζητήσεις διαβάθμισης θα τείνουν να κατευθύνουν την επόμενη δοκιμαστική επίλυση κάθετα στην κοιλάδα, όχι κατηφορικά στο μέσο. Επιπλέον, οι μέθοδοι άμεσης αναζήτησης θα βρουν μία καλύτερη δοκιμαστική επίλυση μόνον εάν η πιθανότητα τοποθετήσει την επόμενη TS (δοκιμαστική επίλυση) στο V της τοπικής ισοϋψής καμπύλης.

2.6. Στατικά και Δυναμικά Μοντέλα

Τα δυναμικά μοντέλα είναι εξαρτώμενα από τον χρόνο και φανερώνουν πως μία μεταβλητή θα εξελιχθεί στον χρόνο. Συχνά ονομάζονται προσωρινά μοντέλα (transient models). Αντίθετα, τα στατικά μοντέλα συχνά ονομάζονται μοντέλα σταθερής κατάστασης (steady-state models) και φανερώνουν ποια θα είναι η τελική τιμή/αξία μόλις όλα τα προσωρινά εγκατασταθούν. Στις επεξεργασίες δέσμης, όπου δεν υπάρχει συνεχώς επιρροή εξωτερικά, η σταθερή κατάσταση είναι η θερμοδυναμική ισορροπία. Ωστόσο, εάν η δέσμη είναι συνεχώς επηρεαζόμενη, το αποτέλεσμα σταθερής κατάστασης μπορεί να είναι το αποτέλεσμα του δείκτη επίδρασης, ο οποίος ισορροπείται από το δείκτη χαλάρωσης, όπως σε έναν αντιδραστήρα συνεχούς ροής δέσμης, γνωστός ως αντιδραστήρας συνεχούς αναδεδυόμενης δεξαμενής (CSTR).

Τα στατικά μοντέλα συχνά χρησιμοποιούνται στο σχεδιασμό και την ανάλυση της διαδικασίας. Αλλά τα δυναμικά μοντέλα είναι απαραίτητα στον έλεγχο και προγραμματισμό της διαδικασίας, όπου ο στόχος είναι η κατανόηση και η διαμόρφωση του μονοπατιού από την μία κατάσταση στην άλλη. Εφόσον το δυναμικό μοντέλο θα εγκατασταθεί στην τιμή σταθερής κατάστασης, το δυναμικό μοντέλο πρέπει να περιέχει τη λειτουργικότητα του στατικού μοντέλου. Επιπροσθέτως, τα δυναμικά μοντέλα περιλαμβάνουν την εξάρτηση από τον χρόνο. Τα ζητήματα που σχετίζονται με το πως κάτι εξελίσσεται στον χρόνο προσθέτει αρκετές διαστάσεις για τη βελτιστοποίηση.

Πρώτον, μπορεί κάποιος να επιθυμεί η προσωρινή διαδρομή ανάμεσα στις αρχικές και τελικές καταστάσεις να ελαχιστοποιεί τον χρόνο, την ενέργεια, την απώλεια ή να μεγιστοποιεί την επίδραση. Αυτό φανερώνει την ανάγκη να συγκεντρώσει την τιμή OF στη διαδρομή, το οποίο ονομάζεται επικαμπύλιο ολοκλήρωμα (path integral ή line integral).

Δεύτερον, κάποιος μπορεί να επιθυμεί η προσωρινή διαδρομή ανάμεσα στις αρχικές και τελικές καταστάσεις να ελαχιστοποιεί τους περιορισμούς ή την χειρότερη πιθανή περίπτωση. Αυτό αποτελεί εφαρμογή ελάχιστου-μέγιστου.

Τρίτον, επειδή τα περισσότερα δυναμικά μοντέλα υπολογίζονται με αριθμητικές τεχνικές σε αντίθεση με τις αναλυτικές τεχνικές, η διακριτοποίηση αυξητικού χρόνου της αριθμητικής τεχνικής δημιουργεί χρονικά άλματα, μία ασυνεχής διαδρομή. Η ασυνέχεια μπορεί να μην είναι εύκολα ορατή στο Σχήμα αλλά στο επίπεδο του κριτηρίου σύγκλισης του βελτιστοποιητή οι ασυνέχειες στις κυματοειδείς ραβδώσεις μπορεί να έχει κάποια επίδραση.

2.7. Ολοκληρωμένη Διαδρομή

Όταν ο στόχος είναι να μεγιστοποιηθεί ή να ελαχιστοποιηθεί η συσσώρευση ή η κατανάλωση σε μία διαδρομή, υπάρχει ένα ολοκλήρωμα κατά μήκος της καμπύλης. Ίσως χρειάζεται να επιλεγεί ένα πρόγραμμα θέσης επιταχυντή αυτοκινήτου που ελαχιστοποιεί την κατανάλωση καυσίμων από το σημείο Α στο σημείο Β κατά μήκος του δρόμου. Ίσως χρειάζεται να επιλεγεί μία χρονική στιγμή μίας ημέρας για ταξίδι που ελαχιστοποιεί τον αριθμό των εντόμων που συγκεντρώνονται στο παρμπρίζ κατά μήκος ενός συγκεκριμένου δρόμου. Η διαδρομή δεν είναι απαραίτητο να είναι ένας δρόμος ή μία φυσική διαδρομή στο Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων (Kartesian space). Ο στόχος μπορεί να είναι να καθορίζεται η δράση ελέγχου για μία διαδικασία μετάβασης από ένα προϊόν σε ένα άλλο με ελάχιστη συνολική απώλεια. Εδώ η διαδρομή αφορά το πώς η κατάσταση διαδικασίας (θερμοκρασία, σύνθεση κ.τ.λ.) αλλάζει στον χρόνο.

2.8. Οικονομική βελτιστοποίηση και άλλες μη πρόσθετες Συναρτήσεις Κόστους

Στην βελτιστοποίηση πρέπει να υπάρχουν αντίθετες λειτουργικότητες, κάποιες διαστάσεις πρέπει να καλυτερεύουν, ενώ κάποιες να χειροτερεύουν καθώς η τιμή DV αλλάζει. Στην οικονομική βελτιστοποίηση αυτό τυπικά αναζητάει να ισορροπήσει το κέρδος με το αρχικό κόστος κεφαλαίου και τα μελλοντικά έξοδα. Τυπικά, κάποιος επιθυμεί να ελαχιστοποιήσει το κεφάλαιο επένδυσης (c) και να μεγιστοποιήσει την ετήσια ταμειακή ροή (F). Για παράδειγμα, η αγορά ενός φθηνού αυτοκινήτου σήμερα μπορεί να επιτρέπει έναν μαθητή να πληρώνεται για την παράδοση μίας πίτσας, αλλά μπορεί να αποτελέσει και ένα βάρος εξόδων συντήρησης ή λειτουργίας στο μέλλον. Αντίθετα, η αγορά ενός πιο ακριβού αυτοκινήτου σήμερα μπορεί να έχει υψηλότερη αξία μεταπώλησης και λιγότερα έξοδα λειτουργίας, αλλά θα χρειαστεί περισσότερο χρόνο αποπληρωμής και αποκόμισης εισοδήματος από τη διανομή. Υπάρχουν πολλές μέθοδοι για το συνδυασμό σταθερού αρχικού κεφαλαίου και ετήσιας ταμειακής ροής (εισόδημα με λιγότερα έξοδα). Ένας απλός δείκτης αποδοτικότητας είναι ο χρόνος επανάκτησης (PBT) όπου το αρχικό κεφάλαιο διαιρείται από το προσδοκώμενο ετήσιο εισόδημα με λιγότερα έξοδα, $PBT = C/(I-E)$, για να καθοριστεί ο αριθμός των ετών που θα χρειαστεί για να αποπληρωθεί η επένδυση από το κέρδος. Αυτό δεν υπολογίζεται είτε για τους φόρους είτε για την υποτίμηση. Η μακροπρόθεσμη αποδοτικότητα ενεργητικού (LTROAs) συμπεριλαμβάνει το εργασιακό κεφάλαιο και τη μέση αξία του σταθερού κεφαλαίου, $LTROA = (1-T) (I-E-D) / (0.5C+W)$. Αλλά ούτε η μακροπρόθεσμη αποδοτικότητα ενεργητικού (LTROA) ούτε ο χρόνος επανάκτησης (PBT) συμπεριλαμβάνουν την υπολειμματική αξία κατά το τέλος της ωφέλιμης ζωής ή της διαχρονικής αξίας. Η καθαρή παρούσα αξία (NPV) θέτει έκπτωση την ταμειακή ροή σε κάθε επόμενο έτος στην αξία που θα είχε το τρέχον

έτος και που θα ανατοκίζεται στην ισότιμη μελλοντική ταμειακή ροή. Η καθαρή παρούσα αξία (NPV) είναι το άθροισμα των παρόντων και μελλοντικών εκπτώτικων

$$NPV = -c_0 + \sum (F_i / (1+r)^i) + c_N,$$

ταμειακών ροών. όπου το r είναι ο ρυθμός πληθωρισμού, το F είναι η ταμειακή ροή κατά το i th έτος και το c αντιπροσωπεύει το κεφάλαιο ή την υπολειμματική αξία μετά από N έτη.

Γενικά, η ιδέα είναι να ισορροπήσει το κεφάλαιο και η ταμειακή ροή, αλλά κανένα από αυτά δεν είναι απλές προσθετικές σχέσεις των δύο αντίθετων αντικειμενικών συναρτήσεων. Η OF θα μπορούσε να προκύψει από $J = F - c$. Αλλά επειδή το F και c έχουν διαφορετικές μονάδες, πρέπει να υπάρχει ένα παράγοντας βάρους για να επιτρέψει το συνδυασμό, δηλαδή $J = F - \lambda c$. Εδώ η τιμή λ χρειάζεται να αντικατοπτρίζει την ισορροπία του αρχικού κεφαλαίου και της ετήσιας ταμειακής ροής. Στην επιστήμη της οικονομίας οι αντίθετες OFs δεν προστίθενται αλλά συνδυάζονται με έναν πιο περίπλοκο τρόπο που αντικατοπτρίζει την οικονομική πραγματικότητα.

Υπάρχουν άλλοι μη προσθετικοί τρόποι για να συνδυαστούν οι αντίθετες αντικειμενικές συναρτήσεις. Για παράδειγμα, στην επιλογή των αριθμών στη συσχέτιση παλινδρόμησης, ο χρήστης αναζητάει να ελαχιστοποιήσει την πολυπλοκότητα (να έχει λιγότερους αριθμούς και συντελεστές), ενώ παράλληλα βελτιώνει καλύτερα την εφαρμογή ανάμεσα στο μοντέλο και τα δεδομένα. Από αρκετές μετρήσεις με παρόμοια επίδραση κατώτατου ορίου, το τελικό λάθος πρόβλεψης (αρχικά προτάθηκε από τον Akaike και μετά από τον Ljung) καθορίζεται ως εξής: $FPE_m = ((N+m) / (N-m)) SSD_m$, όπου N είναι ο αριθμός των δεδομένων, m είναι ο αριθμός των συντελεστών στο μοντέλο και SSD είναι το άθροισμα των τετραγωνικών αποκλίσεων ανάμεσα στο μοντέλο και τα δεδομένα. Ο παράγοντας πολυπλοκότητας, $(N+m) / (N-m)$, ένα μέτρο μη επιθυμητής κατάστασης, πολλαπλασιάζεται με το SSD που είναι ένα άλλο μέτρο μη επιθυμητής κατάστασης.

2.9. Αξιοπιστία

Ένα παράδειγμα πρόκειται και στην προκειμένη παράγραφο να περιγράψει την έννοια της αξιοπιστίας μιας μεταβλητής. Μία λάμπα μπορεί να αποτύχει. Εάν υπάρχει μόνον μία λάμπα σε ένα δωμάτιο, όταν η λάμπα αποτύχει, το δωμάτιο σκοτεινιάζει. Έτσι το να εγκατασταθούν δύο λάμπες ώστε όταν η μία αποτύχει απομένει η άλλη για να καθιστά το δωμάτιο λειτουργικό και να παρέχει φως για να αλλαχτεί η άλλη λάμπα, φαίνεται η βολικότερη λύση. Αλλά η δεύτερη λάμπα μπορεί επίσης να αποτύχει πριν αλλαχτεί η πρώτη. Υπάρχουν διάφορα ερωτήματα που μπορούν να τεθούν. Ένα απλό ερώτημα είναι «Πόσες λάμπες χρειάζονται για να είναι το δωμάτιο λειτουργικό κατά 99.999%;». Η κατάσταση μπορεί να υποθέσει ότι η πιθανότητα μη λειτουργίας για κάθε λάμπα είναι ανεξάρτητη και ότι όταν η μία από όλες τις λάμπες λειτουργεί, το δωμάτιο είναι λειτουργικό. Τότε η πιθανότητα τουλάχιστον η μία από τις N λάμπες να είναι λειτουργική είναι η ίδια με την πιθανότητα είτε η 1 ή 2 ή 3 ή 4 ή N από τις N να είναι λειτουργικές, το οποίο είναι το ίδιο με τη συμπληρωματική πιθανότητα καμία να μην είναι λειτουργική. Χρησιμοποιούμε $p_{\text{individual}}$ ως πιθανότητα ότι μία λάμπα λειτουργεί όταν ζητηθεί

$$P_{\text{desired system reliability}} = P(n > 1 | N) = 1 - (1 - p_{\text{individual}})^N \quad (2.5)$$

Η λύση για τον αριθμό των λαμπών,

$$N = \frac{\ln(1 - P_{\text{desired for system}})}{\ln(1 - p_{\text{individual}})} \quad (2.6)$$

Αυτό είναι ένα απλό εισαγωγικό παράδειγμα πιθανότητας, το οποίο δεν χρειάζεται βελτιστοποίηση για να επιλυθεί για την τιμή DV, τον αριθμό των λαμπών.

Η βελτιστοποίηση μπορεί να στοχεύει στην εξισορρόπηση του συστήματος αξιοπιστίας με το κόστος. Εάν c_1 είναι η τιμή της μίας λάμπας, τότε $c_1 N$ είναι το κόστος των N λαμπών. Εάν c_2 το κόστος ευκαιρίας ενός μη λειτουργικού δωματίου, τότε το ρίσκο είναι $c_2 (1 - P_{\text{system functionality}})$. Η βελτιστοποίηση μπορεί να είναι να καθοριστεί το N για να ελαχιστοποιηθεί το αρχικό κόστος και το κόστος ευκαιρίας:

$$\min_{\{N\}} J = c_1 N + c_2 (1 - P_{\text{system functionality}}) = c_1 N + c_2 (1 - p_{\text{individual}})^N$$

(2.7)

Παρόλο που πρόκειται για μία απλή εφαρμογή, φανερώνει ότι η μεταβλητή απόφασης είναι ακέραιος αριθμός, το οποίο αποτελεί μία δυσκολία για πολλούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης.

Ένα άλλο πιο σύνθετο ερώτημα μπορεί να αναγνωρίζει ότι το δωμάτιο γίνεται όλο και λιγότερο λειτουργικό με κάθε λάμπα που αποτυγχάνει και το ερώτημα μπορεί να είναι «Πόσες λάμπες απαιτούνται για να εξασφαλιστεί να είναι τουλάχιστον 50% λειτουργικό στο 99.99% του χρόνου;». Το επόμενο επίπεδο πολυπλοκότητας μπορεί να αναγνωρίζει ότι η πιθανότητα αποτυχίας της λάμπας δεν είναι στιγμιαία, αλλά ότι πρόκειται για μία καμπύλη «μπανιέρας», υψηλή στην αρχή επειδή μπορεί να υπάρχουν ελαττώματα, να πέσει πολύ χαμηλά εάν δεν υπάρχουν ελαττώματα και έπειτα να ανέβει μετά από πολλές χρήσεις εξαιτίας της αρχαιότητας (ηλικία). Άλλες πολυπλοκότητες μπορεί να συμπεριλαμβάνουν μοντέλα αποτυχίας κοινής αιτίας- εάν μία λάμπα αποτύχει, τότε μπορεί να οφείλεται σε ένα εξωτερικό/περιβαλλοντικό χαρακτηριστικό το οποίο θα αυξήσει την πιθανότητα να αποτύχει και άλλη λάμπα. Αυτές οι συνθήκες δεν οδηγούν σε απλές εξισώσεις πιθανότητας που μπορεί να αποδέχονται μία αναλυτική επίλυση. Η πιθανότητα μπορεί ακόμη να υπολογιστεί από τις αριθμητικές τεχνικές Monte Carlo που προσθέτουν στοχαστική αβεβαιότητα στην υπολογιζόμενη τιμή OF.

2.10. Παλινδρόμηση

Ο στόχος είναι να καθοριστούν οι πρότυπες τιμές συντελεστών που καθιστούν το μοντέλο κατάλληλο να ταιριάζει με τον καλύτερο τρόπο με τα δεδομένα. Εδώ οι DVs είναι οι πρότυποι συντελεστές. Αντίθετα, στη βελτιστοποίηση για το σχεδιασμό ή τον έλεγχο των διαδικασιών, συσκευών ή προϊόντων, έχουμε το μοντέλο, έχουμε την μαθηματική περιγραφή για τη συμπεριφορά του αντικειμένου και η βελτιστοποίηση στοχεύει οι επιλογές σχεδιασμού (όπως οι αριθμοί των στοιχείων, το μέγεθος, το είδος της μόνωσης, τα χαρακτηριστικά της βαλβίδας) ή οι επιρροές (όπως η παροχή του αγωγού, η θερμοκρασία λειτουργίας και η πίεση) να κάνουν τη διαδικασία ή τη συσκευή να συμπεριφέρεται με επιθυμητό τρόπο. Οι επιρροές είναι οι επιλογές σχεδιασμού και οι συνέπειες είναι τα μέτρα καλυτέρευσης που σχετίζονται με μία διαδικασία ή προϊόν (κόστος, αξιοπιστία, λειτουργία κ.τ.λ.). Στη βελτιστοποίηση της διαδικασίας ή του προϊόντος, οι πρότυποι συντελεστές «δίνονται» και οι εισαγωγές

(επιρροές) και τα αποτελέσματα (συνέπειες, παραγόμενα προϊόντα) είναι οι μεταβλητές που ένας βελτιστοποιητής προσαρμόζει και παρατηρεί.

Ωστόσο, στην παλινδρόμηση οι πρότυποι συντελεστές είναι οι άγνωστοι, και τα αποτελέσματα και οι επιρροές είναι τα γνωστά. Στην παλινδρόμηση, ένα πείραμα φανερώνει πως η διαδικασία ή το προϊόν ανταποκρίνεται στις επιρροές και αυτές οι εισαγωγές και τα αποτελέσματα είναι τα δεδομένα. Αυτά τα σύνολα εισαγωγών και αποτελεσμάτων ονομάζονται δεδομένα. Οι πρότυποι συντελεστές προσαρμόζονται για να κάνουν την προσαρμοσμένη αντίδραση στις τιμές των δεδομένων που εισάγονται να αντιστοιχίσουν με τον καλύτερο τρόπο τις τιμές των πειραματικών δεδομένων εξαγωγής.

Ένα μοντέλο σταθερής κατάστασης μπορεί να παραστεί ως $\tilde{y} = f(c, x)$, στο οποίο η αντίδραση συμβολίζεται με τη μεταβλητή y και τα διανύσματα c και x αντιπροσωπεύουν τους πρότυπους συντελεστές και τις επιρροές. Το σήμα πάνω από την μεταβλητή y ρητά δείχνει ότι πρόκειται για την προσαρμοσμένη αντίδραση και όχι για την πειραματική. Για ένα συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων, δηλαδή το i th του N συνολικού αριθμού συνόλων δεδομένων, το μοντέλο είναι $\tilde{y}_i = f(c, x_i)$. Παρατηρείται ότι ο δείκτης στην αντίδραση του μοντέλου \tilde{y}_i και στις πειραματικές επιρροές x_i υποδηλώνει ένα συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων. Επίσης ότι δεν υπάρχει δείκτης στο διάνυσμα πρότυπου συντελεστή c , υποδηλώνοντας ότι οι τιμές c είναι καθολικές σε όλο το φάσμα των δεδομένων.

Ένα δυναμικό μοντέλο δείχνει πως κάποιες μεταβλητές αλλάζουν στον χρόνο. Πρόκειται για ένα χρονικά εξαρτώμενο ή ένα βραχύβιο μοντέλο, το οποίο συχνά μπορεί να παρασταθεί ως $d\tilde{y}/dt = g(\tilde{y}, c, x)$. Εδώ ο ρυθμός αλλαγής της αντίδρασης μπορεί να εξαρτάται από την αντίδραση. Για παράδειγμα, εάν η θερμοκρασία του αντιδραστήρα είναι υψηλή τότε ο ρυθμός αντίδρασης και ο ρυθμός αλλαγής της θερμοκρασίας θα είναι υψηλοί. Επίσης, εάν το επίπεδο σε μία δεξαμενή αποστράγγισης είναι υψηλό τότε ο ρυθμός αλλαγής του επιπέδου θα είναι επίσης υψηλός. Επομένως, η μεταβλητή αντίδρασης ρητά δηλώνεται στη συνάρτηση RHS. Παρόμοια, η αντίδραση και οι επιρροές δεν καταγράφονται συνεχόμενα στο χρόνο, αλλά καταγράφονται ψηφιακά σε δείγματα διακριτού χρόνου. Το μοντέλο είναι έγκυρο σε οποιοδήποτε δείγμα συγκεκριμένου χρόνου j που υποδηλώνεται ως $(d\tilde{y}/dt)_j = g(\tilde{y}, c, x)_j$. Κατά τον ίδιο τρόπο, η δυναμική αντίδραση δεν μπορεί να επιλυθεί με αναλυτικές μεθόδους αλλά μπορεί να επιτευχθεί κατά προσέγγιση με την μέθοδο πεπερασμένης διαφοράς, $d\tilde{y}/dt = \Delta\tilde{y}/\Delta t = (\tilde{y}_{j+1} - \tilde{y}_j)/\Delta t$, στην οποία ο δείκτης j αναπαριστά έναν δείκτη μέτρησης χρόνου. Έπειτα, το μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να επιλύσει τη νέα τιμή y - που δίνει τις επιρροές και την τιμή y - από το δείγμα προηγούμενου χρόνου. Χρησιμοποιώντας την αναλυτική μέθοδο Euler (πεπερασμένη διαφορά προς τα μπροστά),

$$\tilde{y}_{j+1} = \tilde{y}_j + \Delta t g(\tilde{y}_j, c_j, x_j) \quad (2.8)$$

Με ένα μοντέλο σταθερής κατάστασης και τα δεδομένα, η σειρά καταχώρησης των πειραματικών δεδομένων είναι άσχετη. Ωστόσο, για ένα μοντέλο εξαρτώμενο από τον χρόνο, όπου κάθε τιμή εξαρτάται από την προηγούμενη τιμή, η καταχώρηση των δεδομένων και το μοντέλο πρέπει να διατηρούν τη χρονολογική σειρά.

Σημείωση: σε σταθερή κατάσταση ο ρυθμός αλλαγής της μεταβλητής αντίδρασης είναι μηδέν $(d\tilde{y}/dt)_{ss} = 0 = g(\tilde{y}, c, x)_{ss}$. Εάν προσθέσουμε \tilde{y}_{ss} και στις δύο πλευρές έχουμε $\tilde{y}_{ss} = \tilde{y}_{ss} + g(\tilde{y}, c, x)_{ss}$. Έπειτα, δείχνοντας ότι το στατικό μοντέλο είναι έγκυρο σε σταθερή κατάσταση $\tilde{y}_{ss} = f(c, x_{ss})$, προκύπτει ότι το δυναμικό μοντέλο $g(\tilde{y}, c, x)$ πρέπει να περιέχει την ίδια λειτουργικότητα όπως και το μοντέλο σταθερής κατάστασης $f(c, x)$, $f(c, x_{ss}) = \tilde{y}_{ss} + g(\tilde{y}, c, x)_{ss}$.

Στην παλινδρόμηση, ο στόχος είναι να κάνεις το μοντέλο να ταιριάζει (αντιστοιχίσει) με τα δεδομένα. Επιθυμητά, $\tilde{y}_i = y$ για όλα τα i (ή ο δείκτης j εάν πρόκειται για δυναμικό μοντέλο). Ωστόσο, δύο διαστάσεις το κάνουν αδύνατο. Πρώτον είναι η πειραματική αβεβαιότητα (λάθος) και στα δύο δεδομένα y και x . Δεύτερον είναι ο αταίριαστος συνδυασμός διαδικασίας-μοντέλου (το μοντέλο δεν θα αποθηκεύσει όλες τις μικροδιαφορές της διαδικασίας). Κατά συνέπεια, μία ρεαλιστική επιθυμία είναι να ελαχιστοποιηθεί η απόκλιση ανάμεσα στις ανταποκρίσεις που εκδηλώνονται και σε αυτές των δεδομένων, $d_i = y_i - \tilde{y}_i$. Ωστόσο, εάν οι προσαρμοσμένες τιμές ήταν περίεργα μεγάλες (κακές τιμές), κάνοντας αυτές μεγαλύτερες (χειρότερες) θα προκαλούσε σε μεγάλο βαθμό αρνητικές d - τιμές, ελαχιστοποιώντας αυτές. Επομένως, η ιδέα δεν είναι να γίνουν αρνητικές όσο το δυνατόν περισσότερο, αλλά να γίνει το μέγεθός τους όσο το δυνατόν μικρότερο. Κάποιοι ερμηνεύουν αυτό ως ελαχιστοποίηση των απόλυτων τιμών όλων των αποκλίσεων. Όμως, η απόλυτη τιμή έχει διακεκομμένα παράγωγα στην τιμή $d_i = 0$, το οποίο οδηγεί σε μη αναλυτικές ανταποκρίσεις της OF. Επίσης, η ανθρώπινη εμπειρία θέτει μία ποινή για μία απόκλιση από το επιθυμητό, η οποία περίπου με το τετράγωνο της απόκλισης δεν είναι ανάλογη με το μέγεθος. Τέλος, η θεωρητική ανάλυση της φυσιολογικής στατιστικής απόκλισης φανερώνει ότι η ιδανική ποινή θα πρέπει να είναι αναλογική με το τετράγωνο της απόκλισης. Επομένως, στην παλινδρόμηση ο κοινά αποδεκτός στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί το άθροισμα των τετραγωνικών αποκλίσεων (SSD). Για ένα στατικό μοντέλο

$$\min_{\{c\}} J = \text{SSD} = \sum_{i=1}^N (d_i)^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - \tilde{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - f(c, x_i))^2 \quad (2.9)$$

Για ένα δυναμικό μοντέλο

$$\min_{\{c\}} J = \text{SSD} = \sum_{i=1}^N (d_i)^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - \tilde{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - (\tilde{y}_{i-1} + \Delta t g(\tilde{y}_{i-1}, c, x_{i-1})))^2 \quad (2.10)$$

2.11. Ντετερμινιστικό και Στοχαστικό Μοντέλο

Ένα ντετερμινιστικό μοντέλο επιστρέφει μία τιμή για ένα σύνολο δεδομένων (συντελεστές και επιρροές). Για παράδειγμα, όταν χρησιμοποιείς την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για να υπολογίσεις την πίεση ενός αερίου $P = nRT/V$. Με δεδομένα μία ποσότητα, την θερμοκρασία και τον όγκο, η υπολογισμένη τιμή της P είναι ακριβώς η ίδια άσχετα με το ποιος το κάνει, με τον υπολογιστή που χρησιμοποιείς ή με το πότε αποφασίζεις να γίνει ο υπολογισμός.

Αντίθετα, τα στοχαστικά μοντέλα δεν επιστρέφουν την ακριβώς ίδια τιμή κάθε φορά. Σκεφτείτε το παιχνίδι με τα ζάρια. Η τιμή κάθε φορά είναι 1, 2, ..., ή 6. η μέση τιμή μπορεί να είναι 3.5 αλλά η μέση τιμή των 10 φορών που ρίχνονται τα ζάρια μπορεί να είναι 3.3 ή 3.7 ή 3.4. Κάθε πιθανή τιμή είναι πιθανή αντίδραση. Αυτή η διακύμανση παράγεται σε ένα μοντέλο με την τεχνική Monte Carlo. Υπάρχουν πολλοί τρόποι να βάλουμε έναν υπολογιστή να επιστρέψει μία στοχαστική τιμή, πολύ συχνά βασιζόμενοι σε ένα σύστημα τυχαίων αριθμών που παρέχουν μία ομοιόμορφα κατανομημένη τιμή r , στο 0-1 μεσοδιάστημα $0 \leq r < 1$. Υπάρχει μία πιθανότητα 1/6 ότι η τιμή της r στο $0 \leq r < 1/6$ μεσοδιάστημα ή στο $1/6 \leq r < 2/6$ μεσοδιάστημα, ώστε ο αριθμός που εμφανίζεται σε ένα ζάρι μπορεί να προσομοιωθεί ως:

$$n = 1 + \text{INT}(6r) \quad (2.11)$$

Τέτοια διακύμανση στο αποτέλεσμα αποτελεί πρόβλημα για έναν βελτιστοποιητή. Εάν, για παράδειγμα, μετακινεί την DV στη σωστή κατεύθυνση, αλλά μία στατιστική διαταραχή προκαλεί την εμφάνιση μίας χειρότερης τιμής, ο βελτιστοποιητής μπορεί

να θεωρήσει καλύτερη την άλλη (τη χειρότερη) κατεύθυνση. Σε μία στοχαστική διαδικασία, οι βελτιστοποιητές τείνουν να αναζητούν ένα φανταστικό ελάχιστο, ένα το οποίο εμφανίζεται να είναι το καλύτερο απλά εξαιτίας των ιδιοτροπιών των στατιστικών διαταραχών.

Μερικές φορές, σε πολύ ιδανικές καταστάσεις μπορούμε να πάρουμε τη μέση ή στατιστική προσδοκία. Ωστόσο, σε περίπλοκες εφαρμογές (όπως σε ένα παιχνίδι ή επιχειρηματική πρόβλεψη όπου το αποτέλεσμα υπόκειται σε πολλούς κανόνες, επιρροές και υποθετικές εισαγωγές) ένας αναλυτικός μέσος όρος δεν είναι δυνατόν να προκύψει. Μία άλλη προσέγγιση για να ταυτοποιήσεις την προσδοκία είναι να αυξήσεις τον αριθμό των πραγματώσεων και να ισορροπήσει τα αποτελέσματα. Αλλά, αν και η διακύμανση μειώνεται, δεν εξαλείφεται. Το θεώρημα κεντρικού ορίου δείχνει ότι το εύρος στη μεταβλητή πέφτει με την τετραγωνική ρίζα του αριθμού των πραγματώσεων.

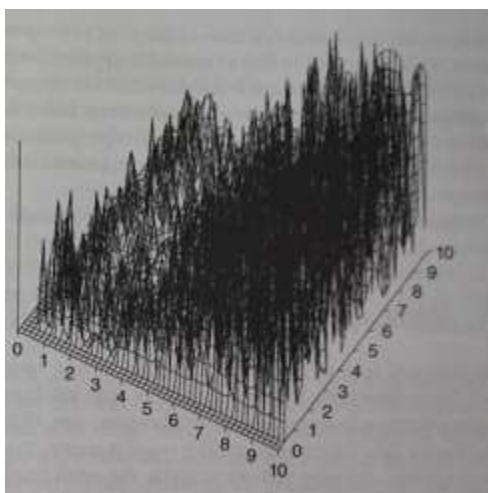
Στην κατασκευή μίας επιχείρησης, για παράδειγμα, μπορεί να προβλέψουμε πιθανά αποτελέσματα λαμβάνοντας υπόψη προβλήματα των πιθανών μελλοντικών φορολογικών αλλαγών, των πρώτων υλών και του ενεργειακού κόστους, των απαιτήσεων των πελατών κ.τ.λ. για να δούμε το αποτέλεσμα των επιχειρησιακών επιλογών μας. μπορεί να έχουν χίλιες πιθανές πραγματώσεις και να κοιτούμε είτε τον μέσο όρο είτε το 95% πιθανό χειρότερο αποτέλεσμα. Σε κάθε περίπτωση, η τιμή για 1000 προσομοιώσεις δεν είναι το βέβαιο, έχει στατιστικά προβλήματα. Στο σχεδιασμό μίας δεξαμενής, για παράδειγμα, μπορεί να λάβουμε υπόψη τα προβλήματα από τη βροχόπτωση ή και τη χρήση νερού σε μία προσομοίωση 100 ετών για να εξετάσουμε το αποτέλεσμα των επιλογών στην τοποθεσία και στο ύψος του φράγματος. Στο σχεδιασμό ενός αεροπλάνου κάποιος μπορεί να διαμορφώσει την αντίδραση σε 1000 πιθανές ρυθμίσεις για την κατανομή αποσκευών και το βάρος, τις θέσεις των επιβατών, το βάρος των καυσίμων, τις ιδιότητες του αέρα (υγρασία, θερμοκρασία, πυκνότητα), τον άνεμο, τις αλλαγές των αεροδιαδρόμων και την αντίδραση του πιλότου.

Εάν σκεφτείς να ελαχιστοποιήσεις το 95% της χειρότερης περίπτωσης (όχι το χειρότερο δυνατόν, αλλά από όλα τα πιθανά αποτελέσματα το ένα που συμβαίνει μόνον κατά 5% πιθανότητα) και να αξιοποιήσεις ένα σχέδιο για να μεγιστοποιήσεις την τιμή του, η παράσταση της βελτιστοποίησης εμφανίζεται ως

$$\max_{\{DV\}} J = OF_{0.05}$$

(2.12)

Το Σχήμα 2.4 δείχνει μία στοχαστική επιφάνεια από την Μελέτη Περίπτωσης 9, μία μελέτη τεχνητής γονιμοποίησης. Ο κάθετος άξονας αντιπροσωπεύει αρκετές μη επιθυμητές διαστάσεις και ο χαμηλότερος αριστερός άξονας είναι ο αριθμός των αυγών που θα γονιμοποιηθούν στην πρώτη διαδικασία. Εάν δεν υπάρξει επιτυχία, ο χαμηλότερος δεξιός άξονας αντιπροσωπεύει τον αριθμό που θα γονιμοποιηθεί στην επόμενη διαδικασία. Η στοχαστική φύση είναι το αποτέλεσμα της άγνωστης πιθανότητας στη διαδικασία επιτυχίας.



Σχήμα 2.4 Απεικόνιση στοχαστικής συνάρτησης

2.12. Πειραματική, δηλαδή Προσαρμοσμένη OF

Τα μοντέλα έχουν ποικίλους βαθμούς ακρίβειας στη φύση. Κάποια ταιριάζουν (προβλέπουν) πολύ καλά, αλλά κατά τη γνώμη μου κανένα δεν είναι τέλειο. Βελτιωμένοι αισθητήρες, καλύτερες πειραματικές τεχνικές και περισσότερα δεδομένα πάντα εμφανίζονται και φανερώνουν κάποια αδυναμία στο μοντέλο. Εάν υπάρχει ισχυρή άποψη ότι το μοντέλο είναι μία ικανοποιητική αναπαράσταση της φύσης, τότε τα μοντέλα χρησιμοποιούνται ως υποκατάστατο για τον πειραματισμό ώστε να οδηγήσουν στη βελτιστοποίηση.

Ωστόσο, συχνά τα μοντέλα δεν είναι διαθέσιμα, ή όταν ένα μοντέλο υπάρχει, δεν ταιριάζει στα δεδομένα μη την επιθυμητή ακρίβεια ώστε να προκύψουν από τη χρήση του αξιόπιστα αποτελέσματα. Σε τέτοιες περιπτώσεις μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα πειραματικά αποτελέσματα για να παρέχουμε την αντίδραση της OF στις DVs.

Ωστόσο, ο πειραματισμός είναι χρονοβόρος και ακριβός και παράγει ρίσκο. Έτσι, ελαχιστοποιώντας τον αριθμό δοκιμαστικών επιλύσεων για να βρεθεί μία λογική προσέγγιση στην DV είναι περισσότερο σημαντικό στην πειραματική εργασία από όταν υπάρχει ένα μοντέλο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε προσομοίωση στον υπολογιστή.

Επιπροσθέτως, τα πειραματικά δεδομένα περιέχουν αβεβαιότητα (πειραματικό λάθος) και στην εισαγωγή και στις τιμές αντίδρασης. Τα στατιστικά προβλήματα του πειραματισμού επιστρέφουν μία στοχαστική OF αντίδραση στην TS. Και όπως οι προσομοιωτές Monte Carlo, η στοχαστική φύση της OF είναι σημαντική στην επιλογή του αλγόριθμου βελτιστοποίησης.

Η απεικόνιση του αποτελέσματος είναι παρόμοια με την στοχαστική αντίδραση στο Σχήμα 2.4.

2.13. Μονές και Πολλαπλές Βέλτιστες Λύσεις

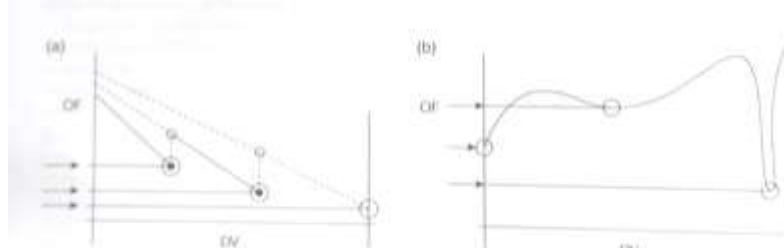
Το Σχήμα 2.5a και b φανερώνει τις αντικειμενικές συναρτήσεις μίας μεταβλητής με αρκετές βέλτιστες λύσεις.

Κάθε σχήμα απεικονίζει τρία τοπικά ελάχιστα σημεία. Το αριστερό σχήμα δείχνει το κόστος παράδοσης για μία μεταφορική εταιρία καθώς το κόστος αλλάζει με το μέγεθος της εταιρίας. Όταν είναι μικρή εταιρία, αγοράζει μικρό φορτηγό. Το αριστερό τμήμα του Γραφήματος 2.5a δείχνει αυτό. Όσο περισσότερο μεταφέρεις, τόσο μικρότερο είναι το κόστος του φορτηγού για κάθε παράδοση. Ωστόσο, όταν ο

όγκος των μεταφορών υπερβαίνει τη χωρητικότητα του μικρού φορτηγού, χρειάζεται είτε να το ανταλλάξει με ένα μεγαλύτερο φορτηγό είτε να αγοράσει ένα δεύτερο μικρό φορτηγό. Αυτό το επιπλέον κεφάλαιο αυξάνει το κόστος ανά παράδοση αλλά σου επιτρέπει μεγαλύτερους όγκους.

Αυτές είναι τοπικές βέλτιστες λύσεις με ασυνέχειες. Αντίθετα, το Σχήμα 2.5b δείχνει μία OF ως συνεχή συνάρτηση με πολλαπλές βέλτιστες λύσεις. Σε κάθε περίπτωση, μία βέλτιστη λύση είναι ξεκάθαρα το καλύτερο. Αυτό ονομάζεται καθολική βέλτιστη λύση. Οι υπόλοιπες είναι τοπικές βέλτιστες λύσεις. Θέλουμε ο βελτιστοποιητής να βρει τη συνολικά καθολική καλύτερη λύση.

Το ζήτημα που τίθεται είναι ότι ανάλογα με το από πού κάποιος ξεκινάει στην αρχική επίλυση δοκιμής, η αναζήτηση του βελτιστοποιητή μπορεί να οδηγήσει σε μία τοπική βέλτιστη λύση και όχι σε καθολική. Για συγκεκριμένες κατηγορίες αντικειμενικών συναρτήσεων, μία συγκεκριμένη τεχνική βελτιστοποίησης θα βρει την καθολική καλύτερη, αλλά γενικά δεν υπάρχει εγγύηση ότι ο βελτιστοποιητής θα το βρει. Ωστόσο, υπάρχουν κάποια πράγματα που μπορεί να κάνει ο χρήστης για να βελτιώσει την πιθανότητα να βρεθεί η καθολική καλύτερη. Κάποιες τεχνικές περιλαμβάνουν πολλαπλούς αλγόριθμους και πολλαπλές δοκιμές βελτιστοποίησης από την τυχαία αρχικοποίηση.



Σχήμα 2.5 Απεικονίσεις πολλαπλών βέλτιστων: (a) ασυνεχείς, (b) συνεχείς

2.14. Σαγματικά Σημεία

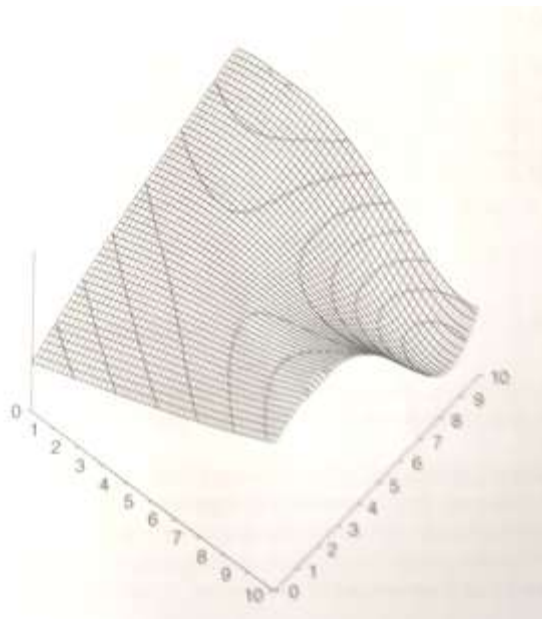
Το Σχήμα 2.6 δείχνει ένα σαγματικό σημείο σε μία δισδιάστατη εφαρμογή και πήρε το όνομά του από το σχήμα μίας σέλας αναβάτη σε άλογο. Οι τιμές των δύο DV τιμών αναγράφονται στο κάτω μέρος της απεικόνισης και η OF είναι η κάθετη διάσταση. Οι ισοϋψείς καμπύλες (της στιγμιαίας τιμής OF) φαίνονται στην επιφάνεια του δίχτυ (πλέγμα). Το κατώτερο σημείο αποτυπώνεται ως η κυκλική καμπύλη στα δεξιά, κοντά στις τιμές DV (9,8). Αυτή είναι η βέλτιστη λύση.

Το σαγματικό σημείο είναι στο κέντρο της απεικόνισης. Κινούμενος από τα αριστερά προς τα δεξιά, από το ζεύγος DV (0,0) προς την τοποθεσία (10,10), οι τιμές OF αυξάνονται και μετά μειώνονται. Ωστόσο, το ζεύγος DV κινούμενο από μπροστά (10, 0) προς τα πίσω (0,10) η OF πέφτει και μετά ανεβαίνει. Το σαγματικό σημείο είναι στο ζεύγος DV (5,5). Πηγαίνοντας κατά πλάτος στη σέλα (από τα αριστερά στα δεξιά στην απεικόνιση), η OF ανεβαίνει και μετά πέφτει. Ωστόσο, πηγαίνοντας από μπροστά προς τα πίσω, η OF πέφτει και μετά ανεβαίνει.

Στο σαγματικό σημείο, τα παράγωγα της OF, δηλαδή κάθε DV είναι μηδέν. Αυτό δημιουργεί ένα πρόβλημα για τους βελτιστοποιητές που αναζητούν να βρουν το σημείο στο οποίο τα παράγωγα είναι μηδέν. Είτε είναι μία μονοδιάστατη αναζήτηση με ένα μόνο DV, μία δισδιάστατη αναζήτηση, ή μία με περισσότερες DVs, οι βελτιστοποιητές που χρησιμοποιούν τη λογική «βρες το σημείο όπου τα παράγωγα είναι όλα μηδέν», εσφαλμένα θα δείξουν ότι ένα σαγματικό σημείο είναι η επίλυση. Αυτή η λογική μαθηματικά παρουσιάζεται από τα στοιχεία του διανύσματος κλίσης, τα οποία όλα έχουν μία τιμή μηδέν:

$$\nabla f = 0$$

(2.13)



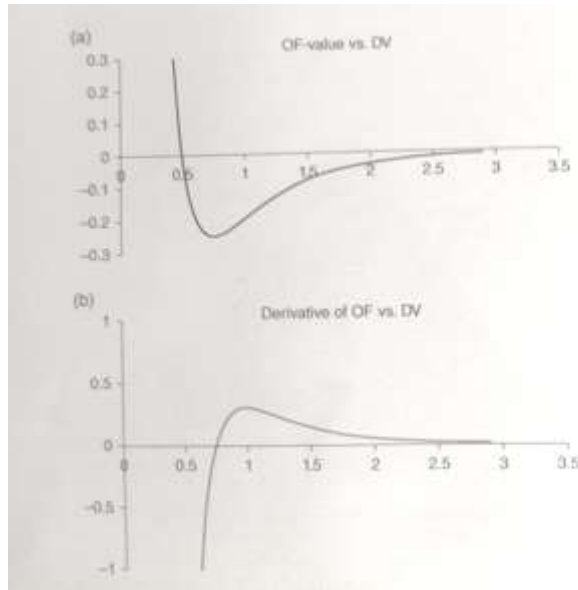
Σχήμα 2.6 Απεικόνιση ενός σαγματικού σημείου

2.15. Σημεία καμπής

Καμπή είναι το σημείο στο οποίο ένα δεύτερο παράγωγο αλλάζει ένδειξη, όταν η καμπύλη αλλάζει από κυρτή σε κοίλη. Όπως με τα σαγματικά σημεία, αυτό σχετίζεται με κάθε διάσταση, αλλά μία απεικόνιση μόνης μεταβλητής είναι βολική σχέση.

Τα Γραφήματα 2.7a και b δείχνουν ένα δυναμικό Lennard-Jones 6-12. Το ελάχιστο σημείο είναι σε απόσταση τιμής περίπου 0.75. Θα φαινόταν ότι κάθε απλός βελτιστοποιητής θα μπορούσε να βρει αυτό το σημείο. Αλλά κάποιοι βελτιστοποιητές χρησιμοποιούν παράγωγες πληροφορίες και μπορεί να κατευθυνθούν λανθασμένα από αυτό. Το παράγωγο της συνάρτησης αποτυπώνεται στο Σχήμα 2.7b. Στην γύρω περιοχή της DV η συνάρτηση της OF είναι κυρτή (καμπύλη προς τα πάνω). Σε αυτή την περιοχή το δεύτερο παράγωγο έχει μία θετική τιμή. Ωστόσο, στα δεξιά του σημείου καμπής, η OF είναι κοίλη (καμπύλη προς τα κάτω). Σε αυτή την περιοχή το δεύτερο παράγωγο έχει μία αρνητική τιμή.

Κάθε ένας από τους βελτιστοποιητές της μεθόδου Newton αναζητούν τη ρίζα του παράγωγου. Ξεκινούν από την τιμή DV των 1.5 και η εύρεση της ρίζας στο παράγωγο θα στείλει μία αναζήτηση προς υψηλότερες τιμές DV, όχι πίσω στη βέλτιστη. Γενικά, για τους αλγόριθμους τύπου Newton, εάν η επίλυση δοκιμής είναι σε άλλη πλευρά του σημείου καμπής από τη βέλτιστη, τότε η αναζήτηση θα απομακρυνθεί περισσότερο από τη βέλτιστη και δεν θα πλησιάσει προς αυτή. Η σύγκλιση δεν θα σημαίνει απαραίτητα ότι η βέλτιστη έχει βρεθεί εάν ένας βελτιστοποιητής απομακρύνεται σε λάθος κατεύθυνση.



Σχήμα 2.7 (a) μια συνάρτηση και (b) το παράγωγό της.

2.16. Συνεχείς και ασυνεχείς DVs

Από εννοιολογική άποψη, οι τιμές της μεταβλητής απόφασης μπορούν να είναι με συνεχή αξία. Για παράδειγμα, θα μπορούσε να επιλέξεις τις διαστάσεις ενός κύβου να είναι 1.2345678910111213..... μέτρα. Ή ένας βελτιστοποιητής όπως για παράδειγμα ποιες διαστάσεις του κουτιού ελαχιστοποιούν την επιφάνεια ενώ επιτρέπεται ένας όγκος των 5ft^3 ,

$$\min_{\{h,w\}} J = S = 2hw + \frac{10}{h} + \frac{10}{w} \quad (2.14)$$

Δείχνει $h = w = l = \sqrt[3]{5} = 1\text{ft}$ και 8.5197113.....μέσα. Αν και η απάντηση είναι συνεχής αξία, η πραγματικότητα είναι ότι οι διαστάσεις θα διακριτοποιηθούν σε πιο λογικά και διαχειρίσιμα μεγέθη, όπως $1/32^{\text{nd}}$ inch, 1 ft, 8 και $17/32$ in.

Ή ίσως ένας βελτιστοποιητής δείχνει ότι η βέλτιστη διάμετρος σωλήνα είναι 3.718293in., αλλά όταν πηγαίνεις να αγοράσεις μία σωλήνα, βλέπεις ότι τα μεγέθη είναι διακριτοποιημένα και ότι η ακριβής τιμή δεν υπάρχει ως επιλογή.

Σε αυτά τα παραδείγματα οι πραγματικές DV τιμές είναι διακριτοποιημένες, αν και η ιδέα είναι συνεχής αξία. Ωστόσο, σε πολλές εφαρμογές η DV είναι ακέραιος αριθμός. Για παράδειγμα, πόσες βίδες χρειάζονται για να φτιαχτεί έναν φράκτη με πασσάλους; Όσοι περισσότεροι χρησιμοποιηθούν τόσο περισσότερο θα αντέξει στον δυνατό αέρα ή στα χτυπήματα από παιδιά που παίζουν. Αλλά η υπερβολική χρήση δεσμών αυξάνει το κόστος υλικών και την προσπάθεια συναρμολόγησης και επίσης πολλές τρύπες μπορεί να αποδυναμώσουν το ξύλο. Ένα άλλο παράδειγμα θα μπορούσε να είναι η αξιοπιστία σύμφωνα με την οποία η αύξηση του αριθμού των εφεδρικών υλικών βελτιώνει την πιθανότητα ότι η συσκευή θα λειτουργήσει. Σε αυτά τα παραδείγματα η τιμή DV μπορεί να είναι μόνον ακέραιος αριθμός, μία μορφή διακριτοποίησης.

Ο βελτιστοποιητής δεν μπορεί να επιλέξει κάθε πιθανή τιμή, αλλά μόνον εκείνες που είναι έγκυρες για την διακριτοποίηση. Σε αυτά τα παραδείγματα οι τιμές DV διατηρούν μία αναλογία ιδιότητας. Τα έξι μέτρα είναι το διπλό των τριών μέτρων. Οι

10 δέστρες είναι διπλές από τις 5. Αυτοί ήταν τακτικοί αριθμοί. Πιο ευρέως, ωστόσο, η DV μπορεί να είναι μεταβλητή κατηγορίας. Μπορεί να είναι μία επιλογή ανάμεσα σε μία φυγόκεντρη ή τουρμπίνα αντλία, ανάμεσα σε μία προπέλα ή προώθηση με εκτόξευση νερού για μία βάρκα ή ανάμεσα στην επίσκεψη της πόλης A πριν ή μετά την πόλη B. σε αυτές τις περιπτώσεις η DV έχει πλασματική τιμή. Είναι μία μεταβλητή συμβολοσειράς (η κειμένου). Και η έννοια του παράγωγου δεν είναι δυνατή.

2.17. Συνεχή και Ασυνεχή Μοντέλα

Τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται για εφαρμογές βελτιστοποίησης δεν είναι συνήθως απλές εξισώσεις μίας γραμμής. Ενώ αυτά θα μπορούσαν να είναι διδακτικά ως εργαλεία μάθησης, οι εφαρμογές είναι συνήθως από περίπλοκα μοντέλα όπου υπάρχουν αρκετές διαστάσεις που δημιουργούν ασυνέχειες.

Οι OFs που απαιτούν λύση σε διαφοροποιημένες εξισώσεις ή σε άλλες μορφές ενσωμάτωσης συναρτήσεων είναι πιθανόν να επιλυθούν με αριθμητική τεχνική. Είτε είναι κανόνας του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου, του τραπέζιου, του Simpson, της παρέκτασης Richardson, του Euler, Runge-Kutta, της ορθογώνιας ταξιδεσίας, της αριθμητικής διακριτοποίησης μπορεί να οδηγήσει σε ασυνέχειες τύπου ραβδώσεων που επηρεάζουν την μικρή κλίμακα μίας DV που σχετίζεται με τον χρόνο ενσωμάτωσης ή την χωρική διάσταση του μοντέλου.

Πολλές OF απαιτούν κάποιου είδους μέθοδο εύρεσης της ρίζας για να επιλύσουν για εσωτερικές μεταβλητές, όπως αυτές που σχετίζονται με θερμοδυναμική. Είτε είναι η μέθοδος Newton είτε της διχοτόμησης, η αριθμητική μέθοδος πρέπει να έχει ένα κριτήριο σύγκλισης για να καθορίζει πότε η επίλυση δοκιμής για την ρίζα είναι ικανοποιητικά κοντά στην πραγματική τιμή. Η μέθοδος πάντα σταματάει πριν την εύρεση της απόλυτης, πραγματικής τιμής και το αριθμητικό λάθος μπορεί να προκαλέσει μικρής κλίμακας διακοπές στην αντίδραση της OF στις επιλογές της DV. Μερικά μοντέλα αλλάζουν από τον έναν κανόνα στον άλλον. Ίσως για να κερδίσουν στον προγραμματισμό των ελεγκτών ή στους κανόνες της ασαφής λογικής (ευρετικοί κανόνες ή ένας κανόνας Takagi-Sugeno-Kang) ή αλλάζουν σε ένα θερμοδυναμικό μοντέλο καθώς οι καταστάσεις κάνουν τον έναν κανόνα πιο κατάλληλο από τον άλλον. Οι μεταβάσεις στους κανόνες μπορούν να οδηγήσουν σε τοπικές ασυνέχειες της τιμής OF.

Σε κάθε μία από αυτές τις περιπτώσεις, η εννοιολογική προσδοκία μπορεί να είναι ότι η OF είναι συνεχής και εύκολη αντίδραση στην DV, αλλά η πραγματικότητα είναι ότι η επιφάνεια μπορεί να έχει ασυνέχειες, γκρεμούς ή κορυφογραμμές από την αριθμητική μέθοδο. Και αυτά θα καθοδηγήσουν λανθασμένα πολλούς βελτιστοποιητές που μπορεί να ακολουθήσουν μία τοπική κορυφογραμμή, το τεχνητό σφάλμα μίας αριθμητικής μεθόδου, σε ένα λανθασμένο ελάχιστο.

2.18. Περιορισμοί και Συναρτήσεις ποινής

Αυστηροί περιορισμοί είναι τιμές ή γεγονότα που δεν μπορούν να γίνουν αποδεκτά. Μπορεί να είναι σε μία τιμή DV, που για την φυσική εκτέλεση πρέπει να είναι μία θετική και μη σύνθετη τιμή. Ή ο περιορισμός μπορεί να είναι σε μία δευτερογενή συνέπεια μίας DV επιλογής που συμβαίνει σχεδόν αμέσως (παραβιάζει ένα εκρηκτικό όριο) ή στο μέλλον (η δεξαμενή δεν μπορεί να υπερχειλίσει ή η ταμειακή ροή πρέπει να παραμείνει θετική). Αυτά αποτυπώνονται ως το υποκείμενο στο (ST) μέρος αυτής της γενικής παράστασης βελτιστοποίησης:

$$\begin{aligned} \min_{\{x\}} J &= f(x) \\ \text{S.T.: } a &< x_3 < b \\ g(x) &> c \end{aligned}$$

(2.15)

Εναλλακτικά, ο περιορισμός μπορεί να είναι σε έναν υπολογισμό μέσα στο μοντέλο που μπορεί να οδηγήσει σε μία διαίρεση με το μηδέν, σε μία καταγραφή ενός αρνητικού αριθμού, σε έναν δείκτη εκτός εύρους κ.τ.λ. Οι εφικτές επιλογές DV δεν μπορούν να οδηγήσουν σε λάθη εκτέλεσης του υπολογιστή. Συνήθως δεν υπάρχει πρώτου βαθμού σχέση από τις διαφορετικές καταστάσεις περιορισμού που θα φανερώσουν ένα πρώτου βαθμού εύρος εφαρμοσιμότητας. Επομένως, τι συμβαίνει εάν ο βελτιστοποιητής κάνει τους υπολογισμούς του για να καθορίσει τις τιμές “TS” και μετά ανακαλύπτει ότι η επίλυση παραβιάζει περιορισμούς; Οποιαδήποτε επαναπροσπάθεια των υπολογισμών θα έχει ως αποτέλεσμα τις ίδιες παραβιάσεις περιορισμού “TS”.

Υπάρχουν πολλές επιλύσεις. Εάν οι περιορισμοί μπορούν να αποτυπωθούν μαθηματικά ως μία σχέση ισότητας ανάμεσα στις DV, τότε κάθε περιορισμός ισότητας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μειώσει τον αριθμό των DV κατά μία. Ο βελτιστοποιητής επιλέγει επιλύσεις δοκιμής για $N - 1$ DVs και ο περιορισμός χρησιμοποιείται για να υπολογίσει την N th. Οι βελτιστοποιητές με τέτοια λογική ονομάζονται τύποι μειωμένης κλίσης. Η λογική της εκτέλεσης δεν είναι απλή και μπορεί να μπερδευτεί εάν άλλοι περιορισμοί διαδοχικά συναντηθούν. Και μπορεί να μην υπάρχει ένας πιθανός τρόπος να πάρουμε την N th τιμή της DV από τους περιορισμούς που δεν επιτρέπουν αναλυτική αντιστροφή.

Υπάρχουν άλλες πιθανές λύσεις για να διαχειριστείς αυστηρούς περιορισμούς, αλλά μία κοινή προσέγγιση είναι να τους μετατρέψεις σε μία συνάρτηση ποινής και να προσθέσεις την ποινή για μία παραβίαση περιορισμού της OF.

Ένας ήπιος περιορισμός αναγνωρίζει ότι υπάρχει ποινή για την παραβίαση του κανόνα, αλλά αυτή η παραβίαση του κανόνα δεν είναι καταστροφική. Φυσιολογικά, η τιμή της ποινής είναι αναλογική στο τετράγωνο της παραβίασης του περιορισμού και τοποθετείται σε κλίμακα από έναν συντελεστή για να δημιουργήσει μία λογική ισορροπία με τα άλλα στοιχεία στην αντικειμενική συνάρτηση.

Στο προηγούμενο παράδειγμα, ένας περιορισμός είναι $g(x) > c$. Εάν ο περιορισμός παραβιάζεται τότε η ποσότητα της παραβίασης είναι $\varepsilon = c - g(x)$. Διαφορετικά, το μέγεθος της παραβίασης είναι μηδέν:

$$\text{Εάν } g(x) \leq c \text{ τότε } \varepsilon = c - g(x)$$

$$\text{Εάν } g(x) > c \text{ τότε } \varepsilon = 0$$

(2.16)

Η ποινή προστίθεται στην OF, όπου λ είναι ο παράγοντας για εξισορρόπηση της σημασίας της παραβίασης του περιορισμού στην αρχική OF:

$$\begin{aligned} \min_{\{x\}} J &= f(x) + \lambda \varepsilon^2 \\ \text{S.T.: } a &< x_3 < b \end{aligned}$$

(2.17)

Προκύπτει ότι ο περιορισμός $g(x) > c$ δεν υποδηλώνεται πλέον στη λίστα ST. Είναι τώρα μέρος του υπολογισμού της OF.

Οι ήπιες ποινές συχνά επιτρέπουν μικρή παραβίαση του περιορισμού και ονομάζονται «ήπιοι περιορισμοί» επειδή η OF μπορεί να συμπεριλαμβάνει μικρή παραβίαση περιορισμού στο ελάχιστο. Το Σχήμα 2.8 απεικονίζει αυτό. Υπάρχει ένας περιορισμός στο DV που θα πρέπει να τον κρατήσει εκτός της περιοχής, αλλά αυτό

βρίσκεται εκεί που η OF είναι μία ελάχιστη τιμή, όπως δείχνει η διακεκομμένη γραμμή. Εάν δεν υπήρχε περιορισμός, η DV* θα ήταν η τιμή x- στο ελάχιστο της διακεκομμένης καμπύλης. Η αύξηση του λ κάνει την ποινή μεγαλύτερη και οι τρεις σταθερές καμπύλες φανερώνουν τρεις λ επιλογές. Εάν το λ είναι πολύ μικρό, η προσθήκη ποινής επιτρέπει μία σημαντική παραβίαση περιορισμού. Οι μεγαλύτερες τιμές λ θα μετακινήσουν τη βέλτιστη πίσω προς την πιθανή περιοχή αλλά ακόμη επιτρέπουν την παραβίαση σε μικρότερο βαθμό.

Εάν υπάρχουν πολλαπλοί περιορισμοί, ο καθένας μπορεί να μετατραπεί σε επιπρόσθετες συναρτήσεις ποινής.

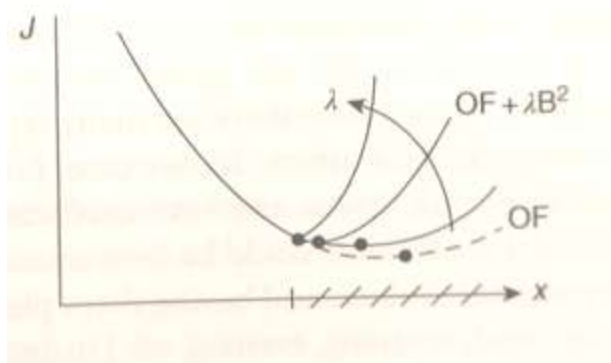
Η επιλογή των σωστών τιμών λ που παρέχουν την κατάλληλη ισορροπία ποινής για παραβίαση δηλαδή η επιθυμητή τιμή της OF μπορεί να είναι μία πρόκληση για τον χρήστη, ειδικά όταν περιλαμβάνονται αρκετοί ήπιοι περιορισμοί. Συχνά οι χρήστες αναζητούν να ισορροπήσουν την \$-τιμή της παραβίασης με την \$-τιμή της OF, αλλά η ερμηνεία της \$-τιμής είναι δύσκολη. Ως προτεινόμενη προσέγγιση θεωρείται η εύρεση ενός επιπέδου ενδιαφέροντος που σχετίζεται με την OF και την ποινή και να εισαχθούν σε κλίμακα και τα δύο με ίσους παράγοντες προβληματισμού.

Τα πλεονεκτήματα αυτής της προσέγγισης είναι τα ακόλουθα:

- (i) Η OF δηλαδή η επιφάνεια DV παραμένει αναλυτική, συνεχής και διαφοροποιήσιμη. Μετατρέπει την ασυνέχεια του αυστηρού περιορισμού σε κάτι που μπορούν να το διαχειριστούν οι βελτιστοποιητές που βασίζονται σε κλίσεις.
- (ii) Οι αυστηροί περιορισμοί μπλοκάρουν τους βελτιστοποιητές και αυτή η εξουσιοδότηση μικρής παραβίασης επιταχύνει την αναζήτηση της DV*.
- (iii) Όταν υπάρχουν πολλαπλοί στόχοι μπορούν να συνδυαστούν με αυτό τον τρόπο.

Τα μειονεκτήματα αυτής της προσέγγισης είναι:

- (iv) Επιτρέπεται μία μικρή παραβίαση.
- (v) Εξαρτάται από την επιλογή που κάνει ο χρήστης για να τοποθετήσει σε κλίμακα του παράγοντες.
- (vi) Δεν μπορεί να εκτελεστεί εκτός εάν υπάρχει ένα μέτρο του μεγέθους της παραβίασης περιορισμού.



Σχήμα 2.8 Απεικόνιση της συνάρτησης ποινής, ένας ήπιος περιορισμός

2.19. Βαθμοί και Κατηγοριοποίηση: Ασυνεχείς OFs

Εάν οι δρομείς έρχονται στην 1^η, 2^η και 3^η θέση σε έναν αγώνα, έχουν σειρές κατάταξης του 1, 2 και 3. Η σειρά κατάταξης 1 είναι καλύτερη από την σειρά 2. Αλλά οι τιμές των σειρών κατάταξης (ή οι τιμές της κατηγορίας) δεν δείχνουν πόσο ανώτερος είναι ο ένας από τον άλλον. Ο 1^{ος} θα μπορούσε να είναι γρηγορότερος από τον 2^ο στο κλάσμα του δευτερολέπτου, και οι δύο αυτοί θα μπορούσαν να είναι ένα

λεπτό γρηγορότεροι από την απόσταση του 3^{00} . Η θα μπορούσε να ισχύει ότι ο 1^{05} ήταν πολύ γρηγορότερος από τον 2^0 και 3^0 , οι οποίοι θα μπορούσαν να είναι ουσιαστικά το ίδιο. Ο χρόνος του αγώνα είναι μία συνεχής μεταβλητή, αλλά η σειρά κατάταξης είναι μία ξεχωριστή κατηγορία, μία κατηγοριοποίηση, που είτε εκφράζεται με ακέραιο αριθμό (1,2 και 3) ή ως ονομαστική κατηγοριοποίηση (πρώτος, δεύτερος και τρίτος). Εάν ο χρόνος για τον δρομέα Α είναι 3 λεπτά και 24 δευτερόλεπτα ($3'24''$) και για τον C ήταν $4'17''$, και εάν ο χρόνος για τον Β είναι ο οποιοσδήποτε αριθμός ανάμεσα στο $3'24''$ και στο $4'17''$, τότε η σειρά κατάταξης για τον Β δεν αλλάζει. Εάν ο χρόνος τερματισμού για τον C ήταν $3'24.1''$, ο C είναι 2^{05} . Αλλά εάν ο C-χρόνος πέσει σε ένα κλάσμα του δευτερολέπτου στο $3'23.9''$, τότε η σειρά κατάταξης για τον C απότομα αλλάζει στον 1^0 . Η σειρά κατάταξης είναι μία ασυνεχής αντίδραση στην επίδοση.

Η κατάταξη είναι μία σημαντική κατηγορία των εφαρμογών βελτιστοποίησης. Για παράδειγμα, μία εφαρμογή μπορεί να αναπτύσσει ένα μοντέλο για να προβλέψει πόσο καλή επίδοση έχει ένας παίκτης τένις σε έναν διαγωνισμό (ή ο οποιοσδήποτε ανεξάρτητος παίκτης, δότης, ιππέας, παίκτης γκολφ, δρομέας ταχύτητας). Γιατί γίνεται αυτό; Ίσως χρειάζεσαι μία μέθοδο να προσκαλέσεις ανθρώπους να γίνουν μέλη της σχολικής ομάδας σου και πρέπει να ξέρεις ποιος έχει την καλύτερη δυναμική να αναπτυχθεί σε νικητή σε επίπεδο σχολικής ομάδας. Ίσως χρειάζεται να ξέρεις εάν το εξάχρονο παιδί σου έχει ταλέντο και εάν πρέπει να επενδύσεις χρόνο και χρήμα στην ανάπτυξη αυτού για μία πιθανή θέση στην Ολυμπιακή ομάδα. Ίσως θέλεις να στοιχηματίσεις σε αγώνες τένις.

Η ελπίδα είναι ότι υπάρχουν βασικά χαρακτηριστικά των ατόμων που υποδηλώνει την αγωνιστική τους φυσική κατάσταση. Για παράδειγμα, ο βαθμός αντανakλαστικών μπορεί εύκολα να μετρηθεί σε ένα εργαστήριο εξετάζοντας την καθυστέρηση του ατόμου στην αντίδραση του χεριού σε ορατά σημάδια. Αυτός ο βαθμός αντανakλαστικών φαίνεται ότι είναι μία σχετική μέθοδος μέτρησης που συνεπάγεται γρήγορες αντιδράσεις σε ένα γήπεδο και φαίνεται σημαντικό για τη νίκη. Ένα άλλο μετρήσιμο χαρακτηριστικό μπορεί να είναι πόσο μακριά ένα άτομο μπορεί να φτάσει όταν στέκεται. Υπάρχουν αρκετά τέτοια χαρακτηριστικά και η ελπίδα είναι ότι ένα μοντέλο συνολικής φυσικής κατάστασης για το παιχνίδι μπορεί να αναπτυχθεί για μετρήσιμα χαρακτηριστικά.

Ίσως η συνολική φυσική κατάσταση μπορεί να προβλεφθεί με μία κλασική συνάρτηση κατανομής δύναμης $F=f_1^a f_2^b f_3^c \dots$, όπου το F είναι η συνολική φυσική κατάσταση του παίκτη για το παιχνίδι, f_i είναι τα χαρακτηριστικά που μετριοούνται στο εργαστήριο και οι συντελεστές a, b, c,προσαρμοσμένες παράμετροι του μοντέλου (είναι οι DVs στη βελτιστοποίηση). Αυτό το μοντέλο δείχνει ότι εάν ένας παράγοντας είναι πολύ χαμηλός (ίσως $f_2 = 0.02$) και δύο είναι πολύ υψηλοί (ίσως $f_1 = 0.93$ και $f_3 = 0.89$), τότε ο παίκτης δεν είναι και σε τόσο καλή φυσική κατάσταση για το παιχνίδι όπως ο ένας με τις μέτριες τιμές για όλα τα χαρακτηριστικά (ίσως $f_1 = f_2 = f_3 = 0.7$). υπάρχουν πολλοί τύποι μοντέλων που χρησιμοποιούνται στην κατάταξη, που περιλαμβάνουν ασαφή λογική, νευρωνικά δίκτυα και άλλα. Σε κάθε περίπτωση, ωστόσο, τα μοντέλα πρέπει να επεξεργάζονται τις τιμές του χαρακτηριστικού για να φτάσουν στη συνολική φυσική κατάσταση και να έχουν συντελεστές που καθορίζουν την επεξεργασία.

Οι συντελεστές μοντέλου μπορούν να καθοριστούν παίρνοντας το N αριθμό των παικτών υψηλού επιπέδου, εξετάζοντας αυτούς για τις τιμές των χαρακτηριστικών τους και βάζοντας αυτούς να παίξουν σε τουρνουά κάτω από ποικίλες συνθήκες (εσωτερικός χώρος, εξωτερικός χώρος, γήπεδο με χόμα, πρωί, βράδυ, κ.τ.λ.). το μοντέλο θα προσαρμοστεί έτσι ώστε η κατάταξη που προβλέπεται από τη συνολική

φυσική κατάσταση ταιριάζει καλύτερα με τη μέση σειρά κατάταξης που βρέθηκε από τα τουρνουά. Ίσως ο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί η τετραγωνική απόκλιση ανάμεσα στη σειρά κατάταξης του μοντέλου και τη σειρά κατάταξης του παίκτη στο σύνολο των παικτών και των τουρνουά:

$$\min_{\{a,b,c,d,\dots\}} J = \sum_{\text{all tournaments}} \left[\sum_{\text{all players}} (r_{i,j} - \tilde{r}_i)^2 \right] \quad (2.18)$$

Άσχετα με τις λεπτομέρειες ενός μοντέλου, η σειρά κατάταξης είναι μίας ασυνεχής αντίδραση στις συνεχείς τιμές συντελεστών του μοντέλου. Έτσι, η OF θα έχει επίπεδα σημεία, δηλαδή DV περιοχές όπου η τιμή OF δεν θα αλλάξει καθώς ο βελτιστοποιητής αλλάζει τις τιμές DV.

Η σειρά κατάταξης είναι μία ασυνεχής αντίδραση και είναι μία γενική κλάση κατηγοριοποίησης που οδηγεί σε επίπεδα σημεία στην αντίδραση της OF. Σε πολλές εφαρμογές αναζητούμε να αναπτύξουμε μία κατηγοριοποίηση ή μία επιλογή αλγόριθμου που χρησιμοποιεί βασικά χαρακτηριστικά μίας εικόνας ή ενός σχεδίου και ψάχνει να επιστρέψει την κατηγορία. Η οπτική αναγνώριση χαρακτήρων κοιτάζει χαρακτηριστικά των συμβόλων για να καθορίσει ποιο γράμμα ή αριθμό αντιπροσωπεύει. Η αναγνώριση ομιλίας στοχεύει να μεταφράσει ανθρώπινα φωνητικά σύνολα σε κείμενο. Αλγόριθμοι άμυνας εργάζονται για να ταυτοποιήσουν το αεροπλάνο από την προβολή του σχήματος του. Σε όλες αυτές τις εφαρμογές, η OF κάνει ασυνεχή άλματα σε επίπεδα σημεία καθώς οι τιμές DV αλλάζουν.

2.20. Υποπροσδιορισμένες OFs

Εάν η εφαρμογή βελτιστοποίησης είναι υποπροσδιορισμένη, θα υπάρχουν πολλαπλές τιμές DV με την ίδια OF. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει η επιλογή στην τιμή DV. Θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί η μεγάλη ή η μικρή τιμή; Εάν μπορεί να γίνει αυτή η επιλογή, τότε κάτι καθιστά τη μία επιλογή καλύτερη από την άλλη.

Μία κοινή περίπτωση στη δημιουργία μοντέλων για παλινδρόμηση είναι να κατασκευάσεις ένα μοντέλο με πλεονάζοντες συντελεστές. Για παράδειγμα, μπορεί να φαίνεται ότι αυτοί οι τρεις συντελεστές {a, b, c} είναι ανεξάρτητοι σε ένα μοντέλο της μορφής $y=f(x)=(a+bx)/c$. Ωστόσο, διαιρώντας κάθε όρο με το συντελεστή c φανερώνει ότι υπάρχουν μόνον δύο συντελεστές: $y=f(x)=(a/c)+(b/c)x=a+bx$. Εάν υπάρχει ένα μοναδικό σύνολο {α,β}, τότε υπάρχει ένας άπειρος αριθμός {a,b,c} συνόλων που είναι ισότιμα και οι τιμές για αυτά θα συσχετιστούν. Στην περίπτωση της συσχέτισης παραμέτρου, αφάιρεσε την παράμετρο και επαναδιατύπωσε το μοντέλο.

Κάποιες εφαρμογές είναι αποτελεσματικά υποπροσδιορισμένες. Αντί το ελάχιστο να είναι ταυτόσιμο για ένα φάσμα τιμών DV, η OF εμφανίζεται ως κοιλάδα με μικρή κλίση ανάμεσα σε απότομους τοίχους.

3. Τεχνικές Αναζήτησης Μονομεταβλητής

3.1. Μονομεταβλητή (μοναδική DV)

Ο όρος «αναζήτηση γραμμής» συχνά σημαίνει ότι η εφαρμογή βελτιστοποίησης έχει μία μοναδική μεταβλητή απόφασης. Χρησιμοποιείται ο όρος μονομεταβλητή (univariate), μία μεταβλητή, για να δηλωθεί μία μοναδική DV:

$$\min_{\{x\}} J = f(x) \quad (3.1)$$

Η μεταβλητή x θα μπορούσε να είναι μία αρχική, θεμελιώδη μεταβλητή, όπως αυτή που μπορεί να παρουσιαστεί σε ένα Σχήμα με μία $f(x)$, δηλαδή η παρουσίαση του x . Ωστόσο, η μεταβλητή απόφασης μπορεί να είναι απόσταση κατά μήκος μίας γραμμής που πηγαίνει διά μέσου του διαστήματος και ο στόχος μπορεί να είναι να βρεθεί το σημείο κατά μήκος της γραμμής για να μεγιστοποιήσει την εγγύτητα (ελαχιστοποιεί την απόσταση) για έναν πλανήτη. Χρησιμοποιείται γενικά μία παραμετρική εξίσωση για μία γραμμή για να υπολογιστεί η (x, y, z) θέση ως συνάρτηση της παραμέτρου “ s ” από την αρχή:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + as \\ y &= y_0 + bs \\ z &= z_0 + cs \end{aligned} \quad (3.2)$$

Σημείωση: Σε κάποια θέση (x, y, z) η απόσταση κατά μήκος της γραμμής από την αρχή $(x_0 + y_0 + z_0)$ είναι S , όχι s :

$$S = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2} = \sqrt{(as)^2 + (bs)^2 + (cs)^2} = s\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \quad (3.3)$$

Ωστόσο, εδώ ο στόχος δεν είναι η ελαχιστοποίηση της απόστασης κατά μήκος της γραμμής, αλλά της απόστασης από την γραμμή στο σημείο. Έπειτα, με την OF να ελαχιστοποιεί την απόσταση σε έναν πλανήτη, το σημείο αντικειμένων, στο $(x_p + y_p + z_p)$, η παράσταση βελτιστοποίησης γίνεται:

$$\min_{\{s\}} J = \sqrt{(x(s)-x_p)^2 + (y(s)-y_p)^2 + (z(s)-z_p)^2} \quad (3.4)$$

Εδώ η DV δεν είναι απόσταση κατά μήκος ενός άξονα στο Καρτεσιανό χώρο, ή ακόμη απόσταση κατά μήκος της γραμμής, αλλά μία παράμετρος που αναπαριστά την απόσταση κατά μήκος μίας γραμμής.

Αν και αυτό είναι μία τρισδιάστατη εφαρμογή, υπάρχει μία μοναδική DV που σχετίζεται με την απόσταση κατά μήκος μίας γραμμής υποστηρίζοντας την ορολογία «γραμμή αναζήτησης».

Εναλλακτικά, η διαδρομή μπορεί να μην είναι μία ευθεία γραμμή. Μπορεί να είναι μία καμπύλη. Έστω μία διαδρομή στα βουνά ενός Καρτεσιανού χάρτη στο (x,y) χώρο, όπου το ύψος είναι η συνάρτηση x - y θέση, $z(x,y)$. Η μεταβλητή απόφασης μπορεί να είναι η απόσταση κατά μήκος της διαδρομής και ο στόχος μπορεί να είναι να βρεθεί από το σημείο εκκίνησης έως σημείο όπου συμβαίνει η μέγιστη κλίση:

$$\min_{\{S\}} J = \frac{dz(x,y)}{dS} \quad (3.5)$$

Εδώ, ο βαθμός αλλαγής του z -ύψους δηλαδή της απόστασης διαδρομής, S , είναι ο στόχος και το ύψος εξαρτάται από την (x, y) θέση, που εξαρτάται από την απόσταση κατά μήκος της διαδρομής. Αν και αυτή η διαδρομή δια μέσου του (x, y, z) χώρου

μπορεί να είναι καμπύλη (όχι ευθεία γραμμή) και αν και η διαδρομή μπορεί να αλλάξει σε τρεις διαστάσεις, είναι ακόμη μία μοναδική DV αναζήτηση.

Ο όρος αναζήτηση γραμμής σημαίνει μία μοναδική DV αναζήτηση, είτε η διαδρομή αναζήτησης είναι κατά μήκος ενός άξονα, κατά μήκος μίας γραμμής, κατά μήκος μίας καμπυλωτής διαδρομής σε ένα φυσικό χώρο, κατά μήκος μίας ευθείας ή μίας καμπυλωτής διαδρομής σε N-διάστατο DV χώρο ή περιγραφόμενη από μία σχετική παράμετρο. Ωστόσο, η μοναδική διαδρομή πρέπει να έχει τιμές επιρροής μοναδικού μοντέλου για την μοναδική DV τιμή.

3.2. Αναλυτική Μέθοδος Βελτιστοποίησης

Έστω μία συνεχούς τιμής συνάρτηση μίας μεταβλητής, που επίσης έχει συνεχή παράγωγα. Στο ελάχιστο σημείο, κάθε DV απόκλιση από την DV* σε κάθε κατεύθυνση αυξάνει την OF. Στην μία πλευρά της DV*, η κλίση είναι θετική, και στην άλλη πλευρά η κλίση είναι αρνητική. Στην DV* η κλίση είναι μηδέν. Η κλασική μέθοδος βελτιστοποίησης αναζητά την τιμή DV* που κάνει το παράγωγο της OF να είναι μηδέν. Αυτό ονομάζεται σταθερό σημείο. Για να λυθεί η παράσταση βελτιστοποίησης,

$$\min_{\{x\}} J = f(x)$$

(3.6)

Χρειάζεται καθορισμός του x^* που κάνει $df/dx/x^* = 0$

Παράδειγμα 1 Δευτεροβάθμια Συνάρτηση

Ποια είναι η τιμή του x^* , εάν $y = a+bx+cx^2$? ($c=5$)

Έστω το παράγωγο στο μηδέν, $0 = b+2cx^*$, και για $x^* = -b/2c$

Ωστόσο, αυτή η τεχνική μπορεί να καθορίσει ένα μέγιστο, όχι ελάχιστο. Έστω το Σχήμα της συνάρτησης εάν $c = -5$. Έτσι, είτε πριν είτε μετά την χρήση της αναλυτικής μεθόδου, ελέγξτε να δείτε ότι η συνάρτηση είναι σε ένα ελάχιστο. Αυτό μπορεί να γίνει από ένα Σχήμα της συνάρτησης ή από τον υπολογισμό του δεύτερου παραγώγου της DV* τιμής. Εάν η συνάρτηση συνεχίσει τιμές του δεύτερου παραγώγου, τότε είναι ένα ελάχιστο εάν $d^2f/dx^2/x^* > 0$. Εναλλακτικά, εάν $d^2f/dx^2/x^* < 0$ το σημείο είναι σε ένα μέγιστο, και εάν $d^2f/dx^2/x^* = 0$, το σημείο είναι είτε ένα σαγματικό σημείο ή ένα επίπεδο σημείο στη συνάρτηση.

Παράδειγμα 2 Συνάρτηση Ακτινικής Βάσης

Ποια είναι η τιμή του x^* , εάν $y = e^{-(x-c)/s}$?

Θεωρείται το παράγωγο στο μηδέν, $0 = -2((x^*-c)/s)e^{-((x^*-c)/s)}$, και δίνεται λύση για $x^* = c$

Ο αναγνώστης θα πρέπει να κοιτάζει το δεύτερο παράγωγο (ή το Σχήμα της συνάρτησης) για να δει ότι $x^* = c$ καθορίζει ένα μέγιστο, όχι ελάχιστο.

Επιπλέον, αυτή η αναλυτική τεχνική μπορεί να βρει ένα σαγματικό σημείο, ένα τοπικό σημείο στο οποίο το παράγωγο είναι μηδέν σε μία μονότονα συνάρτηση αύξησης.

Παράδειγμα 3 Συνάρτηση Σαγματικού Σημείου

Ποια είναι η τιμή του x^* , εάν $y = a+bx+cx^2+dx^3$? ($b=12, c=-6, d=1$)

Θεωρείται το παράγωγο στο μηδέν, $0 = b+2cx^*+3dx^{*2}$, και δίνεται λύση για $x^* = 2$. Ο αναγνώστης θα πρέπει να επαληθεύσει: ίσως να χρειαστεί Σχήμα της συνάρτησης και επίσης να χρησιμοποιηθεί το δεύτερο παράγωγο για να προκύψει ότι η απάντηση δεν είναι το ελάχιστο, αλλά ένα σαγματικό σημείο.

Συνεπώς, χρειάζεται μία μέθοδος για να καθορίσει εάν το σταθερό σημείο, η επίλυση της $df/dx/x^* = 0$ είναι μέγιστο, ελάχιστο ή σαγματικό σημείο. Η αναλυτική μέθοδος είναι να χρησιμοποιήσει την τιμή του δεύτερου παραγώγου. Εάν η συνάρτηση έχει ένα ελάχιστο, τότε ξεκινώντας σε μία DV τιμή μικρότερη από την DV^* έχει μία μεγαλύτερη OF τιμή από την OF^* , και αυξάνοντας την DV τιμή προς την DV^* μειώνεται η OF προς την OF^* . Επιπλέον αύξηση της DV τιμής πάνω από την DV^* αυξάνει την OF τιμή. Έτσι, κάτω από την DV^* το παράγωγο της OF δηλαδή η DV είναι αρνητική, και πάνω από την DV^* το παράγωγο είναι θετικό. Η αλλαγή του παραγώγου είναι το δεύτερο παράγωγο:

$$\frac{\text{slope}(DV^+ + \Delta) - \text{slope}(DV^+ - \Delta)}{2\Delta} \cong \frac{d}{dDV} \frac{dOF}{dDV} = \frac{d^2OF}{dDV^2} \quad (3.7)$$

Εάν $d^2f/dx^2/x^* > 0$, τότε ένα ελάχιστο έχει βρεθεί. Χρησιμοποιώντας παρόμοια λογική, εάν $d^2f/dx^2/x^* < 0$, τότε ένα μέγιστο έχει βρεθεί. Παρόμοια, εάν $d^2f/dx^2/x^* = 0$, τότε ένα σαγματικό σημείο έχει βρεθεί.

3.2.1. Ζητήματα με την Αναλυτική Προσέγγιση

Δυστυχώς, η αναλυτική μέθοδος μπορεί να οδηγήσει σε μία εξίσωση για το σταθερό σημείο που είναι μη γραμμική και δεν επιτρέπει μία αναλυτική επίλυση. Παρακάτω δίνονται παραδείγματα, όπου θα μπορούσαν να αναλύσουν τη συγκεκριμένα θεωρία.

Παράδειγμα 4 Μη γραμμική Συνάρτηση

Ποια είναι η τιμή του x^* , εάν $y = a + b\sqrt{x} + c^{x^*}$?

Τοποθετούμε το παράγωγο στο μηδέν, και μετά την αναδιάταξη για να

απομονώσουμε την DV^* , $\sqrt{x^*}c^{x^*} = -b/(2 \ln(c))$. Λύνουμε για x^* ?

Μία μέθοδος για να λύσουμε αυτή τη μη γραμμική σχέση είναι να χρησιμοποιήσουμε κάποια μορφή εύρεσης της ρίζας, όπως η μέθοδος Newton. Καθορίζουμε

$$g(x^*) = \sqrt{x^*}c^{x^*} + \frac{b}{2 \ln(c)} = 0 \quad (3.8)$$

Έπειτα, επαναλαμβανόμενα υπολογίζουμε την τιμή του x^* από

$$x_{k+1}^* = x_k^* - \frac{g(x_k^*)}{dg/dx|_{x_k^*}} \quad (3.9)$$

όπου το k αντιπροσωπεύει τον αριθμό επανάληψης και x_{k+1}^* δηλώνει τον διαδοχικό υπολογισμό του x^* .

Εάν αυτή η αναλυτική διαδικασία για να καθοριστεί το σταθερό σημείο απαιτεί μία ενσωματωμένη αριθμητικά επαναλαμβανόμενη επίλυση (που πρέπει να έχει μία αρχική τιμή για $k=0$ δοκιμή και επίσης ένα κριτήριο σύγκλισης και μία τιμή αντίστοιχου ορίου για να σταματήσει τις επαναλήψεις), τότε ίσως είναι καλύτερο να ξεκινήσουμε με μία αριθμητική διαδικασία για να καθορίσουμε τη βέλτιστη.

Επιπλέον, επειδή οι τεχνικές αναζήτησης ρίζας της μεθόδου Newton μπορούν να στείλουν την επίλυση στη λάθος κατεύθυνση εάν η αρχική υπόθεση είναι πέρα από το

σημείο καμπής ή μπορεί να απαιτήσει υπερβολικές επαναλήψεις για συναρτήσεις μορφής s , μία πιο πρωτόγονη μέθοδος, όπως η μέθοδος διχοτόμησης, μπορεί να είναι πιο ισχυρή, αξιόπιστη και να έχει έναν εγγυημένο αριθμό επαναλήψεων για να συγκλίνει.

Τέλος, μπορεί να μην υπάρχει μοναδική βέλτιστη. Μία πολυωνυμική συνάρτηση μπορεί να έχει δύο ελάχιστα (και ένα μέγιστο). Εάν βρείτε την DV^* τιμή, μπορεί να μην είναι η καθολικά καλύτερη τιμή.

Αυτά τα ζητήματα είναι για προβληματισμό, εάν μπορείτε να καθορίσετε μία αναλυτική παράσταση για το παράγωγο της OF δηλαδή την DV. Όπου η OF είναι μία απλή εξίσωση μίας γραμμής, αυτό είναι πιθανό, αλλά κατά τη γνώμη μου, σε πραγματικές εφαρμογές, η συνάρτηση είναι μία διαδικασία χωρίς πιθανότητα υπολογισμού ενός αναλυτικού παραγώγου.

Συνεπώς, η προτίμησή μου είναι να χρησιμοποιούμε διαδικασίες αριθμητικής βελτιστοποίησης εκτός φυσικά εάν συναντήσουμε (σπάνιο) ή εάν παιδαγωγικά επινοήσουμε απλές συσχετίσεις που επιτρέπουν την αναλυτική προσέγγιση.

3.3. Αριθμητικές Επαναλαμβανόμενες Διαδικασίες

Οι πιο πρακτικές τεχνικές βελτιστοποίησης είναι οι επαναλαμβανόμενες αριθμητικές διαδικασίες, σε αντίθεση με την αναλυτική επίλυση. Υπάρχει μία μεγάλη ποικιλία τέτοιων επαναλαμβανόμενων αριθμητικών τεχνικών.

3.3.1. Μέθοδοι Newton

Υπάρχουν αρκετοί τρόποι για να αναπτύξουμε μία επαναληπτική μέθοδο Newton για βελτιστοποίηση με μία μοναδική DV. Οι μέθοδοι παρέχουν μία κοινή συνάρτηση, αλλά φανερώνουν την πιθανότητα για ευέλικτες τιμές συντελεστών. Σαν μία πρώτη πηγή, επιλέγεται ένα σημείο x_0 , κοντά στο x^* , και χρησιμοποιείται ένα Taylor δευτεροβάθμιο ανάπτυγμα για την τιμή f στο x^* . Εξαλείφοντας τους όρους υψηλής εντολής καθώς έχουν αμελητέα επίδραση προκύπτουν οι x -τιμές που είναι κοντά στο x^* . (Αυτό το βήμα βασίζεται στην τιμή του x_0 που είναι επαρκώς κοντά στο x^* , ώστε η δευτεροβάθμια προσέγγιση να είναι τοπικά έγκυρη).

$$f(x^*) \cong f(x_0) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} (x^* - x_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2f}{dx^2} \right|_{x_0} (x^* - x_0)^2 \quad (3.10)$$

Στο x^* , στο ελάχιστο, η κλίση $df/dx|_{x^*}$ είναι μηδέν. (Σημείωση: Αυτή είναι μία αναλυτική άποψη που υποθέτει ότι η συνάρτηση έχει συνεχή τιμή και επίσης πρώτα και δεύτερα παράγωγα στην περιοχή του x^* και x_0). Έπειτα κρίσιμο θεωρείται να αναδιαταχθεί το μειωμένο μοντέλο Taylor σειράς της συνάρτησης για να προσεγγιστεί το παράγωγο στο x_0 με μία προς τα πίσω πεπερασμένη διαφορά. (Αφαίρεση $f(x_0)$ και από τα δύο μέρη της εξίσωσης και μετά διαίρεση με $(x^* - x_0)$).

$$0 = \left. \frac{df}{dx} \right|_{x^*} \cong \frac{f(x^*) - f(x_0)}{x^* - x_0} \cong \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2f}{dx^2} \right|_{x_0} (x^* - x_0) \quad (3.11)$$

Παρατηρείται ότι ο συντελεστής στο δεύτερο παράγωγο είναι $1/2$, το οποίο παράγει 2 όταν η εξίσωση (4.11) αναδιατάσσεται για να επιλύσει για x^* :

$$x^* \cong x_0 - 2 \frac{df/dx|_{x_0}}{d^2f/dx^2|_{x_0}} \quad (3.12)$$

Προκύπτει ότι x^* είναι απλά η επόμενη προσέγγιση. Έτσι χρησιμοποιείται ο τύπος επαναλαμβανόμενα:

$$x_{k+1} = x_k - 2 \frac{df/dx|_{x_k}}{d^2f/dx^2|_{x_k}} \quad (3.13)$$

Αυτό είναι μία εκδοχή της αναλυτικής μεθόδου Newton. Μία εναλλακτική έγκυρη σχέση μπορεί να παραχθεί από μία παρόμοια ανάλυση. Επαναλαμβάνοντας το δευτεροβάθμιο ανάπτυγμα Taylor για το x_0 , με την υπόθεση του $f(x)$, όχι $f(x^*)$:

$$f(x) \cong f(x_0) + \frac{df}{dx}\bigg|_{x_0} (x-x_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2f}{dx^2}\bigg|_{x_0} (x-x_0)^2 \quad (3.14)$$

Με το παράγωγο του $f(x)$:

$$\frac{df}{dx} \cong \frac{d}{dx} \left(f(x_0) + \frac{df}{dx}\bigg|_{x_0} (x-x_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2f}{dx^2}\bigg|_{x_0} (x-x_0)^2 \right) = 0 + \frac{df}{dx}\bigg|_{x_0} + \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{d^2f}{dx^2}\bigg|_{x_0} (x-x_0) \quad (4.15)$$

Παρατηρείται ότι ο συντελεστής του $\frac{1}{2}$ ομαλοποιείται από τον συντελεστή του 2.

Στο ελάχιστο, στο $x=x^*$, το παράγωγο είναι μηδέν:

$$\frac{df}{dx}\bigg|_{x^*} \cong 0 = \frac{df}{dx}\bigg|_{x_0} + \frac{d^2f}{dx^2}\bigg|_{x_0} (x^* - x_0) \quad (3.16)$$

Το οποίο μπορεί να αναδιαταχθεί για να επιλύσει για x^*

$$x^* \cong x_0 - \frac{df/dx|_{x_0}}{d^2f/dx^2|_{x_0}} \quad (3.17)$$

Ο τύπος αναδρομής είναι

$$x_{k+1} = x_k - \frac{df/dx|_{x_k}}{d^2f/dx^2|_{x_k}} \quad (3.18)$$

Αυτή είναι η συνήθης μέθοδος Newton για βελτιστοποίηση. Ξανά, είναι μία αναδρομική, διαδοχική μέθοδος προσέγγισης.

Σημείωση: Σε αυτή τη δεύτερη παραγωγή, η τιμή του συντελεστή είναι 1, όχι 2, η συνέπεια της επιλογής του σημείου βάσης. Και οι δύο εξισώσεις (3.13) και (3.18) είναι έγκυρες επιλογές. Και οι δύο είναι μαθηματικά τέλειες στην παραγωγή τους. Αλλά και οι δύο είναι ανακριβείς μέθοδοι επειδή περικόπτουν το ανάπτυγμα Taylor στους δευτεροβάθμιους όρους και μοντελοποιούν την συνάρτηση ως δευτεροβάθμια. Αυτό μπορεί να ονομαστεί υποκατάστατο μοντέλο, μία μειωμένης εντολής τοπική προσέγγιση. Έτσι, η τιμή συντελεστή του 2 είναι το ίδιο σωστή με την τιμή 1. επιπλέον, και οι δύο τεχνικές είναι προσεγγίσεις. Δεν φτάνουν στην αληθινή απάντηση, αλλά επαναληπτικά την προσεγγίζουν. Για να μπορέσεις να πετύχεις

ευελιξία στην επιλογή της τιμής συντελεστή, ίσως το 1.5 είναι μία έγκυρη τιμή συντελεστή ή ίσως θα έπρεπε τιμή να είναι 0.732648.

Παρακάτω παρατίθενται κάποιες ιδέες που σχετίζονται με την αρχικοποίηση, την εργασία υπολογιστή και την σύγκλιση:

1) Ο χρήστης πρέπει να ξεκινήσει την πρώτη επίλυση δοκιμής x -τιμής, την τιμή του x_0 .

2) Έπειτα, σε κάθε επανάληψη ο υπολογιστής θα πρέπει να αξιολογήσει δύο συναρτήσεις, τα πρώτα και δεύτερα αναλυτικά παράγωγα. Ωστόσο, πρέπει επίσης να παρατηρήσω την τιμή της συνάρτησης καθώς εξελίσσεται με την επανάληψη και ως προτίμηση σε κάθε επανάληψη ο υπολογιστής πρέπει να εκτελέσει τρεις υπολογισμούς συνάρτησης.

3) Κάποια κριτήρια πρέπει να χρησιμοποιηθούν για να αποφασιστεί πότε η επαναληπτική διαδικασία πρέπει να σταματήσει. Κάποιος μπορεί να ισχυριστεί σύγκλιση και να σταματήσει την επαναληπτική διαδικασία, όταν από δοκιμή σε δοκιμή οι υπολογισμοί του x^* είναι κοντά μεταξύ τους. Ο χρήστης επίσης πρέπει να καθορίσει το όριο. Ωστόσο, εάν η διαδικασία είναι αποκλίνουσα ή συγκλίνουσα σε ένα μέγιστο ή σαγαστικό σημείο, τότε η διαδικασία θα πρέπει να σταματήσει. Επιπλέον, εάν η διαδικασία προσεγγίζει μία αδύνατη τιμή για x^* , ίσως μία που οδηγεί σε λάθος εκτέλεσης, τότε η διαδικασία πρέπει να σταματήσει. Γενικά, χρειάζεται να υπάρχει επιτήρηση που καθορίζει πότε η διαδικασία θα σταματήσει ή θα συνεχίσει.

Η μέθοδος Newton για τη βελτιστοποίηση μπορεί να θεωρηθεί ως εύρεση της ρίζας στο παράγωγο, το οποίο προσθέτει γνώση για πιο λόγο μπορεί να αποκλίνει σε έναν λάθος υπολογισμό για το x^* . Το Σχήμα 3.1a και b δείχνει μία συνάρτηση $f(x)$ με ένα ελάχιστο και το παράγωγο της συνάρτησης, $g(x)$. Το παράγωγο έχει την τιμή μηδέν στο βέλτιστο. Έτσι, η αναζήτηση της τιμής της ρίζας του παραγώγου καθορίζει την ίδια τιμή με την αναζήτηση του x^* για να βελτιστοποιήσει $f(x)$.

Προσέξτε ότι η συνάρτηση και τα σχέδια των παραγώγων στο Σχήμα 3.1 είναι σε συμφωνία. Δεν είναι απλά αφηρημένα σημάδια. Το παράγωγο έχει τιμή μηδέν στο ίδιο σημείο με το βέλτιστο της συνάρτησης. Όπου η κλίση της συνάρτησης είναι αρνητική, η τιμή του παραγώγου είναι αρνητική και αντίστροφα. Όπου η κλίση της συνάρτησης είναι υψηλή, η συνάρτηση παραγώγου είναι μακριά από το μηδέν.

Η αναλυτική εκδοχή της τεχνικής Newton για την εύρεση της ρίζας στην συνάρτηση $g(x)$ είναι

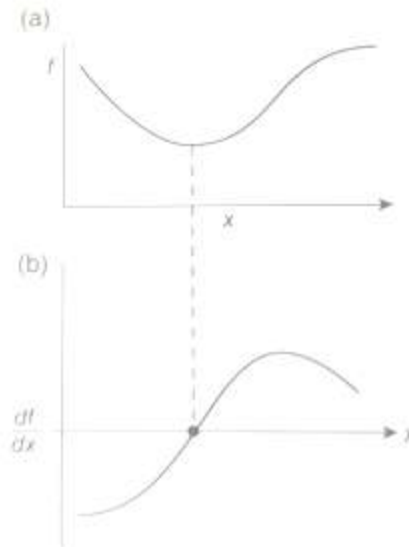
$$x^* \cong x_0 - \frac{g}{dg/dx} \Big|_{x_0} \quad (3.19)$$

Με df/dx κατανεμημένο για $g(x)$, είναι ταυτόσημο:

$$x^* \cong x_0 - \frac{g}{dg/dx} \Big|_{x_0} = x_0 - \frac{df/dx}{d^2f/dx^2} \Big|_{x_0} \quad (3.20)$$

Σημείωση: Στην απεικόνιση στο Σχήμα 4.1, υπάρχει ένα σημείο καμπής στη συνάρτηση, που συμφωνεί με τη μέγιστη τιμή του παραγώγου. Σε ένα σημείο καμπής το δεύτερο παράγωγο αλλάζει σημείο, και η συνάρτηση αλλάζει από κυρτή σε κοίλη. Αυτό είναι το σημείο του μέγιστου βαθμού αλλαγής και της κλίσης της συνάρτησης.

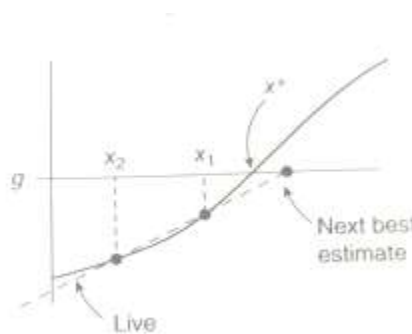
Με μία αρχική δοκιμή επίλυσης, με x^* εγγύτητα του σημείου καμπής, η μέθοδος Newton για την εύρεση της ρίζας στο παράγωγο, η επιθυμία να φτάσει το παράγωγο πιο κοντά στο μηδέν, θα μετακινηθεί προς το x^* . Ωστόσο, από την άλλη πλευρά του σημείου καμπής η καθοδική τάση του παράγωγου δείχνει ότι η μετακίνηση πιο μακριά οδηγεί σε g -τιμές που μπορεί να πλησιάσουν το μηδέν.



Σχήμα 3.1 (a) Μία συνεχής συνάρτηση μία μοναδικής μεταβλητής και (b) το παράγωγό της.

Κάθε βήμα μακρύτερα προς τα δεξιά δηλώνει ότι η λύση είναι ακόμη πιο μακριά. Η μέθοδος Newton για τη βελτιστοποίηση είναι αντίστοιχη με την μέθοδο Newton για την εύρεση ρίζας στο παράγωγο της συνάρτησης, και αυτή η συζήτηση φανερώνει ότι εάν η αρχική λύση δοκιμής είναι πέρα από το σημείο καμπής από το x^* , οι επαναλήψεις της μεθόδου Newton θα αποκλίνουν από το βέλτιστο.

Εναλλακτικά μία γεωμετρική ή απομόνωσης εκδοχή εύρεσης ρίζας μπορεί να εφαρμοστεί στο παράγωγο, χρησιμοποιώντας το Σχήμα 3.2 ως οδηγό στην ονοματολογία.



Σχήμα 3.2 Μέθοδος απομόνωσης για εύρεση ρίζας σε ένα παράγωγο

Οποιαδήποτε δύο σημεία στη συνάρτηση μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να καθορίσουν τη γραμμή δια μέσου αυτών, και από τη γραμμή της εξίσωσης, κάθε g -τιμή κατά μήκος της γραμμής:

$$g(x) = g_1 + \frac{g_2 - g_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

(3.21)

Ο στόχος είναι να καθορισθεί η x -τιμή που κάνει $g=0$. Αναδιατάσσοντας την εξίσωση (4.21)

$$x^* \cong x_1 - \frac{g_1}{(g_2 - g_1)/(x_2 - x_1)} \quad (3.22)$$

Αυτό παράγει μία αναπαράσταση πεπερασμένης διαφοράς. Σε έναν τύπο αναδρομής

$$x_{k+1} = x_k - \frac{g_k}{(g_k - g_{k-1})/(x_k - x_{k-1})} \quad (3.23)$$

Δεν απαιτεί ένα αναλυτικό δεύτερο παράγωγο, και είναι σχετικά ισχυρό. Εδώ, ο χρήστης προσδιορίζει τις πρώτες δύο x -τιμές, αλλά ο υπολογιστής εκτελεί μόνον δύο υπολογισμούς συνάρτησης σε κάθε επανάληψη (το παράγωγο συνάρτησης και το αναλυτικό).

Ακόμη καλύτερα, η g_k μπορεί να υπολογιστεί αριθμητικά, χρησιμοποιώντας είτε μία προς τα μπροστά προσέγγιση διαφοράς:

$$g_k \cong \frac{f(x_k + \delta) - f_k}{\delta} \quad (3.24)$$

Ή μία προς τα πίσω προσέγγιση διαφοράς:

$$g_k \cong \frac{f_k - f(x_k - \delta)}{\delta} \quad (3.25)$$

όπου το δ αναπαριστά μία μικρή αυξητική αλλαγή στην x -τιμή. Το πλεονέκτημα αυτής της προσέγγισης είναι ότι δεν χρειάζεται μία αναλυτική παράσταση για το παράγωγο. Το μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι σε κάθε x_k τιμή, και τα δύο $f_k = f(x_k)$ και $f(x_k - \delta)$ χρειάζεται να υπολογιστεί – δύο υπολογισμούς συνάρτησης σε κάθε επανάληψη.

Εναλλακτικά, εάν οι διαδοχικές αλλαγές στο x_k είναι αρκετά μικρές για το παράγωγο να υπολογιστεί από την προς τα πίσω διαφορά:

$$g_k \cong \frac{f_k - f_{k-1}}{x_k - x_{k-1}} \quad (3.26)$$

Έπειτα, η σχέση αναδρομής για το x_k γίνεται

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f_k - f_{k-1}}{[(f_k - f_{k-1})/(x_k - x_{k-1})] - [(f_{k-1} - f_{k-2})/(x_{k-1} - x_{k-2})]} \quad (3.27)$$

Για να ξεκινήσει αυτό χρειάζεται τρεις αρχικές x -τιμές, αλλά όταν ξεκινήσει, απαιτείται μόνον μία παράσταση συνάρτησης για κάθε επανάληψη.

Αυτές οι μεταβολές στη μέθοδο Newton παρέχουν διαδοχικούς υπολογισμούς. Κάθε νέος υπολογισμός είναι καλύτερος από τον προηγούμενο υπολογισμό και παρέχουν ένα καλύτερο σημείο βάσης για τον επόμενο υπολογισμό. Αυτοί είναι διαδοχικοί ή επαναλαμβανόμενοι. Ένας τύπος αναδρομής δίνει την επόμενη τιμή από τις προηγούμενες τιμές και ενώ οι τιμές μπορεί να αλλάξουν, ο τύπος είναι αμετάβλητος. Κάθε μία από αυτές τις τεχνικές Newton βασίζονται στο γεγονός ότι η επίλυση δοκιμής είναι επαρκώς κοντά στην x -τιμή έτσι ώστε η δευτεροβάθμια αποκοπή Taylor να είναι έγκυρη. Εναλλακτικά, η γραμμική παρέκταση του παράγωγου

διαδοχικά οδηγεί σε καλύτερες x_k -τιμές. Υποθέτουμε ότι η συνάρτηση και τα παράγωγά της είναι συνεχή στην περιοχή του x^* . Εάν αυτές οι συνθήκες δεν είναι έγκυρες, τότε η μέθοδος μπορεί να στείλει την ακολουθία των επιλύσεων δοκιμής προς παράδοξες τιμές. Απλά επειδή μία μέθοδος βασίζεται σε επιλεγμένες μαθηματικές αρχές δεν σημαίνει ότι θα λειτουργήσει. Η φύση δεν είναι απαραίτητο να συμμορφώνεται με τα ανθρώπινα τεχνάσματα.

Πόσες επαναλήψεις να εφαρμόσω; Μία μέθοδος για να ισχυριστεί σύγκλιση χρειάζεται να αποφασίσει σε μία Δ_x τιμή (ϵ , a ακρίβεια) για την οποία κάθε x -τιμή είναι αρκετά κοντά στην πραγματική (αλλά άγνωστη) τιμή του x^* . Εάν η επαναληπτική διαδικασία εναλλάσσεται πίσω και μπροστά από την πραγματική αλλά άγνωστη x^* , τότε όταν οι διαφορές στις x -τιμές επανάληψη στην επανάληψη είναι μικρότερες από την ϵ , η πιο πρόσφατη x_k είναι μέσα στην ϵ του x^* . Ωστόσο, η διαδικασία μπορεί να εμφανίζεται αυξητικά στην x^* τιμή από τη μία πλευρά. Εάν αυτή είναι η κατάσταση, τότε ακόμη και αν $|\Delta_x| < \epsilon$, η πιο πρόσφατη x -τιμή μπορεί να μην είναι στην επιθυμητή εγγύτητα του x^* . Συνεπώς, όταν διαδοχικοί υπολογισμοί είναι πιο κοντά από το ένα δέκατο της επιθυμητής ακρίβειας, ισχυριζόμαστε ότι η τελευταία υπολογισμένη τιμή είναι αρκετά κοντά στο x^* . Εάν $|x_k - x_{k-1}| < 0.1 \epsilon$, τότε $x_k \approx x^*$. Αυτό είναι ένα κριτήριο σύγκλισης. Πρόκειται για ένα από τα πολλά κριτήρια που θα συζητηθούν.

Υπάρχει όριο στον αριθμό των επαναλήψεων για να συγκλίνουν. Συνήθως δεν υπάρχουν τόσες πολλές, εάν η μέθοδος συγκλίνει στον x^* . Αλλά κάποιες συναρτήσεις s -μορφής το κάνουν υπερβολικά δύσκολο για μία μέθοδο Newton να συγκλίνει. Και πολλές συναρτήσεις έχουν χαρακτηριστικά διακύμανσης που κάνουν τις μεθόδους Newton να αποκλίνουν.

Εάν συγκλίνει, τότε βρέθηκε ένα μέγιστο, ελάχιστο ή σαγαστικό σημείο; Για επιβεβαίωση, ερευνήστε το δεύτερο παράγωγο της συνάρτησης δηλαδή DV στο x^* .

Οι μέθοδοι τύπου Newton ονομάζονται μέθοδοι δεύτερου βαθμού. Η σειρά Taylor σχετίζεται με δευτεροβάθμιους όρους. Η εξίσωση χρειάζεται τρεις αρχικές υποθέσεις, που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για να καθοριστεί ένα δευτεροβάθμιο υποκατάστατο μοντέλο της συνάρτησης.

3.3.2. Διαδοχικό Δευτεροβάθμιο Μοντέλο (Ένα Υποκατάστατο Μοντέλο)

Αυτή η τεχνική αναζητάει να προσεγγίσει την τοπική περιοχή με ένα δευτεροβάθμιο μοντέλο, ένα υποκατάστατο μοντέλο, που προσεγγίζει την αληθινή $f(x)$ σχέση. Αυτό είναι επίσης μία προσέγγιση που βασίζεται σε δευτεροβάθμιο μοντέλο.

Η έννοια απεικονίζεται στο Σχήμα 4.3, στο οποίο x_1 , x_2 , και x_3 είναι επιλύσεις δοκιμής, αρχικές τιμές καθορισμένες από τον χρήστη, και αισιόδοξα κοντά στην x^* τιμή.

Η μέθοδος ξεκινάει με τρία $(x, f(x))$ ζεύγη και τα εφαρμόζει με έναν δευτεροβάθμιο υπολογισμό της συνάρτησης. Το μοντέλο, απεικονίζεται ως διακεκομμένη γραμμή, θα πρέπει τέλεια να εφαρμόσει τα τρία σημεία δεδομένων, αλλά το μοντέλο είναι

$$f(x) \cong \tilde{f}(x) = a + bx + cx^2.$$

απλά μία προσέγγιση στη

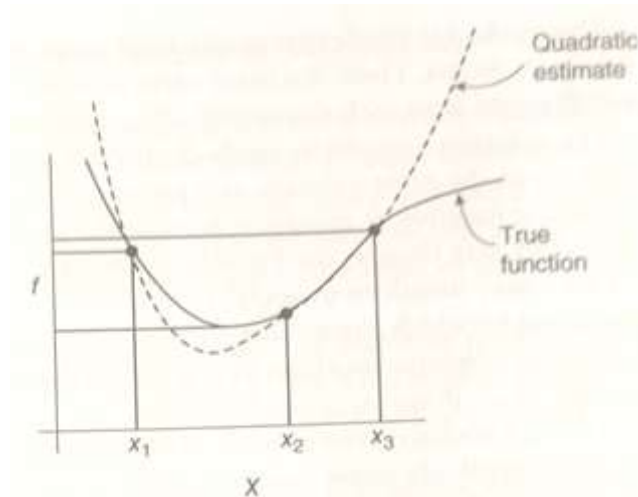
Πως κάποιος αποκτά τις τιμές a , b , c στο μοντέλο; Το υποκατάστατο μοντέλο είναι έγκυρο για κάθε ένα από τα τρία ζεύγη δεδομένων, το οποίο αποδίδει τρεις εξισώσεις γραμμικές στους τρεις συντελεστές μοντέλου αγνώστων τιμών (a , b , c):

$$f_1 = a + bx_1 + cx_1^2$$

$$f_2 = a + bx_2 + cx_2^2$$

$$f_3 = a + bx_3 + cx_3^2$$

(3.28)



Σχήμα 3.3 Απεικόνιση του δευτεροβάθμιου υποκατάστατου μοντέλου.

Αυτό το γραμμικό αλγεβρικό πρόβλημα καθορισμού των τιμών συντελεστή μπορεί να τοποθετηθεί σε έναν τύπο μήτρα-διάνυσμα:

$$M\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \mathbf{f} \quad (3.29)$$

Αφού επιλυθεί για τις τιμές των συντελεστών (a, b, c) (μία μέθοδος είναι η απαλοιφή Gauss), χρησιμοποιείται η αναλυτική προσέγγιση για να οριστικοποιηθεί το x^* για την προσεγγιστική συνάρτηση (το υποκατάστατο μοντέλο):

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_{\text{function}}} \cong \left. \frac{d\tilde{f}}{dx} \right|_{x_{\text{estimate}}} = 0 = \left. \frac{d}{dx} (a + bx + cx^2) \right|_{x^*} = b + 2cx^* \quad (3.30)$$

το οποίο καθορίζει

$$x^* \cong -\frac{b}{2c} \quad (3.31)$$

Εφόσον η τιμή του συντελεστή a δεν χρειάζεται στον υπολογισμό x^* , το τελικό βήμα στο στάδιο επίλυσης προς τα πίσω του αλγόριθμου απαλοιφής Gauss δεν είναι απαραίτητο.

Εφόσον αυτό δίνει την τιμή για x^* για το υποκατάστατο μοντέλο, το οποίο δεν είναι απαραίτητα x^* για τη συνάρτηση, η διαδικασία χρειάζεται να επαναληφθεί. Η ανάδρομη σχέση είναι

$$x_{k+1} = -\frac{b_k}{2c_k} \quad (3.32)$$

Κάποιος ξεκινάει τη διαδικασία με τρεις επιλύσεις δοκιμής. Η διαδοχική δευτεροβάθμια (SQ) διαδικασία οδηγεί σε μία $4^{\text{η}}$ x-τιμή, μετά μία $5^{\text{η}}$ κ.ο.κ. ποια τρία από τα προηγούμενα $N(x, f(x))$ ζεύγη πρέπει να χρησιμοποιηθούν στον καθορισμό του επόμενου υποκατάστατου μοντέλου; Ένας καλός κανόνας είναι να χρησιμοποιηθεί το καινούριο σημείο και τα δύο πιο πρόσφατα σημεία. Θεωρείται καλός κανόνας επειδή λειτουργεί και είναι εύκολα εφαρμόσιμος. Εναλλακτικά, κανόνες που είναι λίγο πιο δύσκολοι, αλλά που συγκλίνουν γρηγορότερα, χρησιμοποιούν το καινούριο σημείο και i) τα δύο τελευταία σημεία με τις πιο

κοντινές x -τιμές στο καινούριο ή ii) τα τελευταία δύο σημεία με τις χαμηλότερες OF τιμές. Άσχετα με το κανόνα επιλογής, κάθε επανάληψη απαιτεί i) μία καινούρια παράσταση συνάρτησης και ii) επίλυση των γραμμικών εξισώσεων.

Η μέθοδος βασίζεται στο τοπικό σχήμα της συνάρτησης, το οποίο επαρκώς προσεγγίζεται από ένα δευτεροβάθμιο μοντέλο. Υπάρχουν πολλές περιπτώσεις στις οποίες αυτό δεν είναι έγκυρο. Όπως μία ασυνεχής συνάρτηση που μπορεί να προκύπτει διακριτές DVs, περιορισμούς, συνθήκες, κ.τ.λ.

Η διαδοχική δευτεροβάθμια μέθοδος παρέχει διαδοχικούς υπολογισμούς. Αισιόδοξα, κάθε νέος υπολογισμός είναι καλύτερος από τον προηγούμενο υπολογισμό, και παρέχει ένα καλύτερο σημείο βάσης για τον επόμενο υπολογισμό. Αυτοί είναι διαδοχικοί ή επαναλαμβανόμενοι. Ένας τύπος αναδρομής δίνει την επόμενη τιμή από τις προηγούμενες τιμές και ενώ οι τιμές μπορεί να αλλάξουν, ο τύπος είναι αμετάβλητος.

Πόσες επαναλήψεις εφαρμόζονται; Μία μέθοδος για να ισχυριστεί σύγκλιση χρειάζεται να αποφασίσει σε μία Δ_x τιμή (ϵ , a ακρίβεια) για την οποία κάθε x -τιμή είναι αρκετά κοντά στην πραγματική (αλλά άγνωστη) τιμή του x^* . Τότε, όταν διαδοχικοί υπολογισμοί είναι πιο κοντά από το ένα δέκατο αυτής της ακρίβειας, θεωρείται ότι η τελευταία υπολογισμένη τιμή είναι αρκετά κοντά στο x^* . Εάν

$|x_k - x_{k-1}| < 0.1\epsilon$, τότε

$$x_k \approx x^*$$

Υπάρχει όριο στον αριθμό των επαναλήψεων για να συγκλίνουν. Συνήθως δεν υπάρχουν τόσες πολλές, αλλά σαν τις μεθόδους Newton μερικές συναρτήσεις το κάνουν υπερβολικά δύσκολο για την SQ να συγκλίνουν και μπορεί να αποκλίνουν εάν οι αρχικές επιλύσεις δοκιμής είναι πέρα από τη διακύμανση από το x^* .

Βρέθηκε ένα μέγιστο, ελάχιστο ή σαγαστικό σημείο; Επίσης, όπως στις μεθόδους Newton, η SQ αναζητάει το σημείο της μηδενικής κλίσης στο παράγωγο, το οποίο μπορεί να είναι μέγιστο, ελάχιστο ή σαγαστικό σημείο. Για επιβεβαίωση, ερευνήστε το δεύτερο παράγωγο της συνάρτησης δηλαδή DV στο x^* .

3.4. Προσεγγίσεις Άμεσης Αναζήτησης

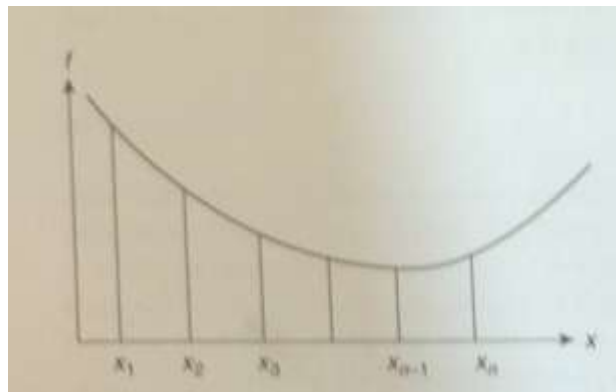
Η αναλυτική μέθοδος και η επαναλαμβανόμενη του Newton και οι μέθοδοι SQ, όλες βασίζονται στο γεγονός ότι η συνάρτηση είναι συνεχής και είτε αναλυτικά διαφοροποιήσιμη ή αναλυτικά δευτεροβάθμια στην κοντινή περιοχή του βέλτιστου. Μερικές συναρτήσεις είναι, αλλά κάποιες με γκρεμούς, επίπεδα σημεία ή κορυφογραμμές δεν είναι. Επίσης, το αποτέλεσμα της διαδικασίας βελτιστοποίησης εξαρτάται από τις αρχικές επιλύσεις δοκιμής που τοποθετούνται στην περιοχή διακύμανσης της DV^* και εφόσον μπορεί να αναζητούν μέγιστα, ελάχιστα ή σαγαστικά σημεία, ο τύπος της επίλυσης πρέπει να επιβεβαιωθεί μετά τη σύγκλιση σε κοντινή απόσταση με το x^* . Αντιπαραβάλλοντας τις μεθόδους που βασίζονται σε παράγωγα και υποκατάστατα μοντέλα, οι μέθοδοι άμεσης αναζήτησης μόνον χρησιμοποιούν την τιμή της συνάρτησης.

3.4.1. Μέθοδος Διχοτόμησης

Η μέθοδος διχοτόμησης δεν βασίζεται σε μοντέλα ή σε υποθετική συμπεριφορά επιφάνειας. Σαν αποτέλεσμα είναι πιο γενικά εφαρμόσιμη από τις αναλυτικές ή δευτεροβάθμιες μεθόδους, αλλά δεν είναι απαραίτητα τόσο γρήγορη ή αποτελεσματική στο να κάνει άλμα προς το βέλτιστο.

Η μέθοδος διχοτόμησης είναι μία διαδικασία δύο σταδίων. Πρώτα, προσδιορίζεται η περιοχή του βέλτιστου με μία μέθοδο γρήγορης πορείας και έπειτα πλησιάζει στο

βέλτιστο με την διχοτόμηση. Το στάδιο της μεθόδου γρήγορης πορείας απεικονίζεται στο Σχήμα 4.4.



Σχήμα 3.4 Στάδιο 1 αναζήτησης με διχοτόμηση-γρήγορη πορεία.

Τα παρακάτω βήματα αφορούν τις ενέργειες που απαιτούνται από τον χρήστη:

- Πρώτα ξεκινήστε με μία τιμή επίλυσης δοκιμής που μπορεί να είναι ακραία, ίσως την λιγότερο ακραία, με μία τιμή του $x=x_1$.
- Υπολογίστε $df/dx|_{x_1}$. Εάν η $df/dx|_{x_1}$ είναι αρνητική, τότε η αύξηση της τιμής του x είναι μία κίνηση προς το ελάχιστο. Αύξηση στο x_2 , όπου $x_2 = x_1 + \Delta x$.
- Υπολογίστε $df/dx|_{x_2}$. Συνεχίστε μέχρι το df/dx να αλλάξει σημείο. Εάν $df/dx|_{x_{n-1}} > 0$ και $df/dx|_{x_n} < 0$, τότε οι τιμές του x_n και x_{n-1} καθορίζουν το ελάχιστο.

Σημείωση: Εάν μία αναλυτική εξίσωση για το παράγωγο δεν είναι διαθέσιμη, το παράγωγο μπορεί να υπολογιστεί αριθμητικά,

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_k} = g_k \cong \frac{f(x_k + \delta) - f(x_k)}{\delta}.$$

Ωστόσο, οι ακριβείς τιμές παραγώγου

δεν είναι απαραίτητες. Χρειάζεται απλά το σημείο για να κατευθύνει την αναζήτηση. Έτσι, δικαιολογείται ένα υπολογισμός παραγώγου κατά προσέγγιση.

Χρησιμοποιώντας το $g_k \cong \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{\Delta x}$ είναι πλήρως επαρκές και αποφεύγεται ένας επιπρόσθετος υπολογισμός συνάρτησης.

Σημείωση: Εάν η τιμή για το Δx είναι πολύ μικρή, μπορεί να χρειαστεί έναν υπερβολικό αριθμό επαναλήψεων γρήγορης πορείας (και υπολογισμούς συνάρτησης συνεπώς και υπολογιστικό χρόνο) για να καθορίσει το βέλτιστο. Αλλά, εάν η τιμή για Δx είναι πολύ μεγάλη, η μέθοδος γρήγορης πορείας μπορεί να παραλείψει ένα σημαντικό χαρακτηριστικό. Η σωστή τιμή για το Δx τυπικά έχει ένα μεγάλο εύρος αλλά απαιτεί ο χρήστης να κατανοήσει την εφαρμογή.

Σημείωση: Η μέθοδος γρήγορης πορείας θα μπορούσε να σταματήσει παρατηρώντας τους υπολογισμούς της συνάρτησης, όχι του παραγώγου. Αυτό περιορίζει τον αριθμό των υπολογισμών της συνάρτησης στο μισό. Παρατηρήστε την $f(x_j)$. Εφόσον $f(x_j) < f(x_{j-1})$, η αναζήτηση προσεγγίζει το ελάχιστο. Αλλά σε αυτή την περίπτωση, όταν $f(x_n) < f(x_{n-1})$, το ελάχιστο δεν είναι απαραίτητα ανάμεσα στο x_n και x_{n-1} . Μπορεί να είναι ανάμεσα στο x_{n-1} και x_{n-2} . Έτσι, ξεκινήστε το επόμενο στάδιο με όρια του x_n και x_{n-2} .

Το δεύτερο στάδιο είναι να χρησιμοποιηθεί μία προσέγγιση διχοτόμησης στην περιοχή ανάμεσα x_n και x_{n-1} για να βρείτε το x^* . Οι τιμές των x_n και x_{n-1} καθορίζουν τις αρχικές τιμές αριστερά και δεξιά (χαμηλές και υψηλές) σαν το εύρος το οποίο περιλαμβάνει την τιμή x^* . Το Σχήμα 4.5 απεικονίζει τη διαδικασία.

- Επιλέξτε μία μέση τιμή στο εύρος. $x_M = (x_L + x_R)/2$. Εάν η κλίση στο x_M έχει το ίδιο σημείο όπως η κλίση στο x_L , τότε απορρίψτε το x_L στην x_M περιοχή και θέστε x_M όπως x_L .

Επίσης, κάντε τα επιπρόσθετα: Με τις καινούριες x-τιμές των πιο δεξιών και αριστερών ορίων, επαναυπολογίστε το καινούριο μέσο $x_M = (x_L + x_R)/2$. Επαναλάβετε μέχρι το x-μεσοδιάστημα να είναι αρκετά μικρό για να ισχυριστείτε ότι το μέσο είναι αρκετά κοντά στο βέλτιστο και ότι το x^* είναι κοντά στο μέσο του μεσοδιαστήματος. Εάν $|x_L - x_R| < \epsilon$, τότε $x^* = (x_L + x_R)/2$.

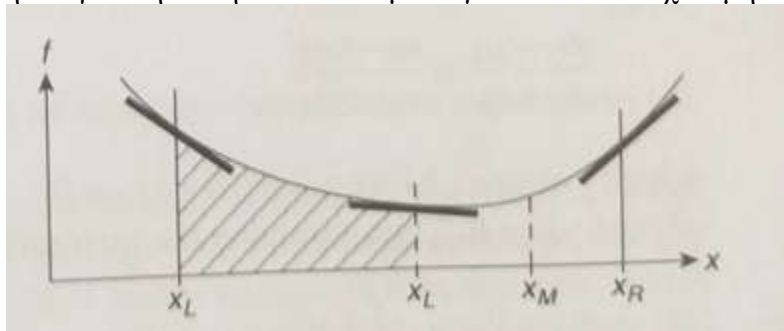
Η διχοτόμηση απορρίπτει το 50% του εύρους DV σε κάθε στάδιο στις επαναλήψεις. Εάν υπάρχει μία αναλυτική εξίσωση για το παράγωγο, τότε κάθε επανάληψη απαιτεί μόνον έναν υπολογισμό συνάρτησης, αλλά επίσης θα ήθελα να παρατηρήσω την τιμή της συνάρτησης όπως και του παράγωγου, έτσι θα ήθελα δύο υπολογισμούς συνάρτησης για κάθε επανάληψη. Αλλά, εάν δεν υπάρχει αναλυτικό παράγωγο, χρειάζεται δύο υπολογισμούς συνάρτησης σε κάθε x_M για να καθοριστεί η κλίση. Επειδή, δύο υπολογισμοί συνάρτησης μειώνουν το x-εύρος κατά 50%, αυτό σημαίνει ένα 25% μείωση εύρους ανά υπολογισμό συνάρτησης.

Εάν η μέθοδος γρήγορης πορείας Δx καθορίζει το αρχικό εύρος για τη διχοτόμηση, και κάθε επανάληψη περιορίζει το εύρος στο μισό, τότε μετά από N επαναλήψεις διχοτόμησης $|x_L - x_R| = \Delta x (1/2)^N$. Εάν η σύγκλιση βασίζεται στο $|x_L - x_R| < \epsilon$, τότε Δx

$(1/2)^N < \epsilon$, και επιλύουμε για $N, N \cong \ln(\epsilon/\Delta x)/\ln(1/2)$. Το κατά προσέγγιση ίσο σημείο δείχνει ότι το N πρέπει να είναι ακέραιος αριθμός, η στρογγυλοποιημένη τιμή του $\ln(\epsilon/\Delta x)/\ln(1/2)$. Αυτό δείχνει ότι το στάδιο διχοτόμησης της βελτιστοποίησης εγγυάται να βρει το βέλτιστο σε τουλάχιστον N επαναλήψεις, αλλά ο αριθμός των δοκιμών στο στάδιο γρήγορης πορείας δεν μπορεί να προβλεφτεί.

Για την μέθοδο διχοτόμησης, ο χρήστης πρέπει να διευκρινίσει

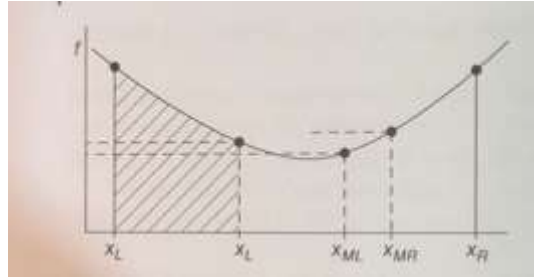
- την αρχική x-τιμή,
- την Δx τιμή για τη μέθοδο γρήγορης πορείας (το σημείο στο Δx μπορεί να καθοριστεί από τον υπολογιστή με τον υπολογισμό του παράγωγου στην αρχική x-τιμή), και
- την σύγκλιση και/ή το ισοδύναμο N για το στάδιο διχοτόμησης.



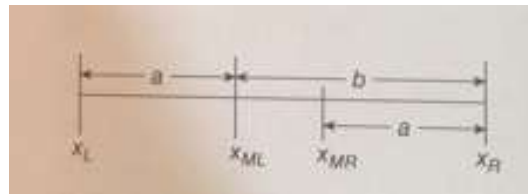
Σχήμα 3.5 Απεικόνιση της μεθόδου διχοτόμησης.

Αυτή η μέθοδος λειτουργεί εάν υπάρχει ένα μοναδικό ελάχιστο. Εάν το καθολικό ελάχιστο είναι αλλού, η τοπική αναζήτηση μπορεί να μην το βρει. Αυτή η μέθοδος επίσης είναι προβλεπόμενη στον υπολογισμό του παράγωγου, παρέχοντας έγκυρες πληροφορίες, αποκλείοντας χαρακτηριστικά συνάρτησης όπως μία ασυνέχεια.

3.4.2. Μέθοδος Χρυσής Τομής



Σχήμα 3.6 Μέθοδος χρυσής τομής.



Σχήμα 3.7 Κατανομή χρυσής τομής

Υπάρχουν ισχυρές ομοιότητες ανάμεσα στην Μέθοδο Χρυσής Τομής (GS) και στη μέθοδο διχοτόμησης, αλλά η GS είναι πιο αποτελεσματική όταν υπολογίσουμε (i) το τμήμα του x -εύρους που έχει απορριφθεί ανά υπολογισμό συνάρτησης και την ανθεκτικότητα των ασυνεχειών. Η GS επίσης είναι απλούστερη στο πρόγραμμα επειδή δεν είναι δύο σταδίων διαδικασία.

Εάν ο χρήστης γνωρίζει το x -εύρος που οριοθετεί το βέλτιστο, ξεκινάει με αυτές τις τιμές. Διαφορετικά χρησιμοποιεί μία μέθοδο γρήγορης πορείας για να βρει τις ανώτερες και κατώτερες x -τιμές που οριοθετούν το βέλτιστο. Το Σχήμα 3.6 απεικονίζει μία συνάρτηση με ένα ελάχιστο και με ανώτερες και κατώτερες x -τιμές που βάζουν σε παρένθεση το ελάχιστο.

Η Μέθοδος Χρυσής Τομής ξεκινάει με τέσσερις x -τιμές, μία αριστερά ακραία, μία δεξιά ακραία και δύο εσωτερικές τοποθεσίες στα μέσα αριστερά και στα μέσα δεξιά. (Τα εσωτερικά σημεία δεν χωρίζουν ισότιμα το DV εύρος. Δεν είναι στο ένα τρίτο και στα δύο τρίτα των τιμών. Έστω f σε κάθε σημείο. Θεωρείται η εξωτερική περιοχή με τις χαμηλότερες από όλες τις τέσσερις f -τιμές. Σε αυτή την περίπτωση το x_{MR} έχει την χαμηλότερη OF τιμή, έτσι η ακραία στα δεξιά διατηρείται. Απορρίψτε την άλλη εξωτερική περιοχή, αυτή που σκιάζεται. Σε αυτή την περίπτωση, το σημείο x_L απορρίπτεται και τα τρία σημεία x_{ML} , x_{MR} και x_R διατηρούνται. Τοποθετήστε το καινούριο τέταρτο σημείο, x_{new} , για να διατηρηθεί το αρχικό σχέδιο διάταξης, μετονομάστε τα δύο σημεία που άλλαξαν σχετικές θέσεις και ονομάστε το καινούριο σημείο κατάλληλα. Σε αυτή την περίπτωση, το x_{ML} γίνεται x_L , το x_{MR} γίνεται x_{ML} , και το x_{new} γίνεται x_{MR} . Εάν, $|x_L - x_R| < \epsilon$, τότε ολοκληρώνεται ο αλγόριθμος και αναφέρεται $x^* = (x_L + x_R)/2$.

Σημείωση: Ο κανόνας είναι για να κρατήσει την ακραία περιοχή που περιέχει την κατώτατη από τις τέσσερις OF τιμές, όχι για να απορρίψει την περιοχή που περιέχει την χειρότερη OF τιμή.

Το κόλπο με την GS είναι να κάνεις το κάθε καινούριο σημείο να διατηρήσει το σχέδιο μέσα στη διάταξη των τεσσάρων σημείων. Το Σχήμα 4.7 απεικονίζει τα

σημεία και χρησιμοποιεί $a + b$ για να δείξει το συνολικό εύρος και τις σχετικές θέσεις των σημείων.

Η επιθυμία είναι ότι όταν το αριστερό τμήμα του DV εύρους εξαιρείται και ένα καινούριο σημείο τοποθετείται στο υπόλοιπο DV εύρος, ότι το καινούριο $a+b$ αναλογικά διατηρείται:

$$\frac{x_R - x_{ML}}{x_R - x_L} = \frac{x_R - x_{MR}}{x_R - x_{ML}} \quad (3.33)$$

το οποίο σημαίνει $b/\text{range} = b/(a+b) = a/b$, το οποίο μπορεί να αναδιαταχθεί στην τετραγωνική μορφή, $a^2 + ab - b^2 = 0$. Τότε, εφαρμόζοντας τον τετραγωνικό τύπο, η αναλογία του b στο εύρος ή η αναλογία του a στο b είναι

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a+b} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (3.34)$$

Επειδή μόνον η “+” ρίζα είναι σημαντική

$$\frac{a}{b} = 0.6180339888... = \gamma \quad (3.35)$$

Το γάμα, γ , ονομάζεται η χρυσή αναλογία.

Όταν οι τιμές x_R και x_L επιλέγονται, καθορίζεται επίσης το αρχικό x_{MR} και τις x_{MR} τιμές από αυτές τις ισοδύναμες σχέσεις:

$$x_{MR} = x_L + \gamma(x_R - x_L) = x_L(1 - \gamma) + \gamma x_R \quad (3.36a)$$

$$x_{ML} = x_R - \gamma(x_R - x_L) = x_R(1 - \gamma) + \gamma x_L \quad (3.36b)$$

Έπειτα, κάθε φορά που μία περιοχή απορρίπτεται και καινούριες τιμές x_R και x_L επικαιροποιούνται, καθορίστε το καινούριο σημείο:

$$x_{MR} = x_L + \gamma(x_R - x_L) \quad \text{εάν η δεξιά απορρίπτεται, ή} \quad (3.37a)$$

$$x_{ML} = x_R - \gamma(x_R - x_L) \quad \text{εάν η αριστερή απορρίπτεται} \quad (3.37b)$$

Αυτή η διαδικασία διατηρεί το σχέδιο στα σημεία με μόνον ένα σημείο να προστίθεται σε κάθε επανάληψη.

Κάθε καινούριο σημείο απαιτεί ένα νέο υπολογισμό συνάρτησης (η συνάρτηση f , όχι το παράγωγό της df/dx) και απορρίπτει $(1-\gamma)=0.381966$ μέρος της περιοχής. Αυτό είναι 38.2% μείωση του εύρους ανά υπολογισμό συνάρτησης. Η GS (στο 38.2% μείωσης DV εύρους ανά υπολογισμό συνάρτησης) είναι πιο αποτελεσματική στην απόρριψη χώρου από την διχοτόμηση (στο 25% ανά υπολογισμό συνάρτησης).

Επιπλέον, υπάρχει μόνον μία επαναλαμβανόμενη διαδικασία στην προσέγγιση GS, αντιπαραβάλλοντας τα δύο στάδια στην προσέγγιση της διχοτόμησης. Η GS είναι απλούστερη στον προγραμματισμό.

Επιπροσθέτως, η GS δεν εξαρτάται από τις πληροφορίες του παράγωγου, καθιστώντας αυτήν πιο ανθεκτική στις αποκλίσεις επιφάνειας.

Μετά από N επαναλήψεις η GS μειώνει την DV περιοχή από έναν παράγοντα, τον γ^N . Εάν το όριο σύγκλισης, ϵ , βασίζεται στο υπολειπόμενο DV εύρος, τότε η σχέση ανάμεσα στο αρχικό εύρος, R , N , και στο όριο σύγκλισης ϵ είναι

$$N = 1 + \text{RoundUp} \left[\frac{\ln(\epsilon/R)}{\ln(\gamma)} \right] \quad (3.38)$$

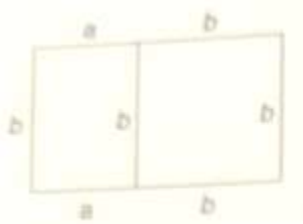
Το 1 αναπαριστά την πρώτη επανάληψη για να αρχικοποιήσει τις τέσσερις DV. Η συνάρτηση RoundUp παίρνει μία μη ακέραια τιμή στον επόμενο υψηλότερο ακέραιο αριθμό. Επειδή υπάρχουν τέσσερις υπολογισμοί συνάρτησης στην πρώτη αρχικοποίηση, και μία για κάθε υπολειπόμενη επανάληψη, ο αριθμός των υπολογισμών συνάρτησης για την GS είναι

$$\text{NOFE} = 4 + \text{Int} \left[1 + \frac{\ln(\epsilon/R)}{\ln(\gamma)} \right] \quad (3.39)$$

Η Μέθοδος Χρυσής Τομής είναι αποτελεσματική, και ο αριθμός των επαναλήψεων ή των υπολογισμών συνάρτησης για σύγκλιση σε αυτή την ενός κανόνα και ενός σταδίου διαδικασία είναι εγγυημένος.

Αλλά, η GS δεν είναι τέλεια. Εάν το αρχικό x_R στο x_L εύρος δεν συμπεριλαμβάνει το βέλτιστο, τότε θα συγκλίνει είτε στην αρχική x_R είτε στην αρχική x_L τιμή. Επιπλέον, εάν το εύρος συμπεριλαμβάνει ένα τοπικό βέλτιστο, όχι το καθολικό, θα βρει το τοπικό. Επίσης, εάν το βέλτιστο είναι μικροσκοπικό σημείο σε μία ακραία υψηλή πλευρά συνάρτησης, τότε θα μπορούσε να είναι στην απορριπτέα περιοχή. Τέλος, η GS δεν είναι επεκτάσιμη σε υψηλότερες διαστάσεις. Είναι μόνον για μοναδικές DV αναζητήσεις.

3.4.2.1 Υποσημείωση για το γ



Σχήμα 3.8 Τετραγωνίζοντας το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

Η χρυσή αναλογία είναι μία τιμή, η οποία συχνά εμφανίζεται στην γεωμετρία, στα μαθηματικά, στην τέχνη και στην λαογραφία.

Το αρχικό ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει μικρού μήκους και μεγάλου μήκους πλευρά, διαστάσεις a και b . Όταν ένα τετράγωνο τοποθετείται στην μεγάλου μήκους πλευρά b , οι καινούριες διαστάσεις του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου είναι η μεγάλου μήκους πλευρά $(a+b)$ και η μικρού μήκους πλευρά b .

Προσδιορίστε ότι $a/b = b/(a+b)$ οδηγεί στο $a/b = 0.6180339888\dots$

Αναλογιστείτε την ακολουθία Fibonacci: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21στην οποία ο τύπος αναδρομής είναι

$$\text{Term}_N = \text{Term}_{N-1} + \text{Term}_{N-2} \quad (4.40)$$

Στο όριο ενός μεγάλου N $\text{Term}_{N-1}/\text{Term}_N = \gamma$

3.4.3. Οπτική σε αυτό το σημείο

Υπάρχουν αρκετά ζητήματα με τις προηγούμενες τεχνικές: Η αναλυτική τεχνική βασίζεται στο παράγωγο της συνάρτησης που είναι αναλυτικά ευκολοδιαχειρίσιμο. Συχνά δεν είναι, και η διαδικασία μπορεί να αναγνωρίσει το ελάχιστο, μέγιστο ή σαγαστικό σημείο.

Από την άλλη πλευρά της διακύμανσης, οι μέθοδοι SQ και Newton στέλνουν την επίλυση δοκιμής στη λάθος κατεύθυνση. Συχνά το αναλυτικό παράγωγο δεν είναι δυνατόν, απαιτώντας κάποια μορφή αριθμητικού υπολογισμού. Μετακινούν σε ένα ελάχιστο, μέγιστο ή σαγαστικό και έτσι η επίλυση πρέπει να ελεγχθεί. Εάν η επίλυση δοκιμής παραβιάζει έναν περιορισμό, τι γίνεται; Ένας επαναυπολογισμός δίνει το ίδιο κακό αποτέλεσμα. Οι μέθοδοι υποθέτουν ότι δεν υπάρχει ασυνέχεια ή επίπεδα σημεία. Η GS είναι μία σπουδαία τεχνική, αλλά δεν είναι επεκτάσιμη σε υψηλότερες DV διαστάσεις. Η διχοτόμηση είναι λιγότερο αποτελεσματική.

Θα θέλαμε μία άμεση τεχνική αναζήτησης (μόνον τιμή συνάρτησης, όχι παραγώγων) που είναι αποτελεσματική (βρίσκει το βέλτιστο λογικά γρήγορα), ανθεκτική (στις ασυνέχειες, επίπεδα σημεία, περιορισμούς έκπληξη ή στοχαστικά χαρακτηριστικά στη συνάρτηση ή στα παράγωγά της) και επεκτάσιμη (ο ίδιος αλγόριθμος είναι εφαρμόσιμος σε υψηλότερες DV διαστάσεις).

Οι δύο αλγόριθμοι που ακολουθούν, η ευρετική άμεση αναζήτηση και το leapfrogging συναντούν αυτά τα επιθυμητά χαρακτηριστικά.

3.4.4. Ευρετική Άμεση Αναζήτηση

Μία άμεση αναζήτηση χρησιμοποιεί μόνον τιμές συνάρτησης. Δεν χρησιμοποιεί παράγωγα. “ΑΠΟΤΥΧΙΑ” (“FAIL”) μπορεί να είναι μία τιμή συνάρτησης. Αυτή η έννοια κάνει τον χειρισμό των περιορισμών εύκολο.

Η ευρετική αναζήτηση πηγαίνει μόνον προς τα κάτω (ή προς τα πάνω εάν θέλει να μεγιστοποιήσει). Δεν αναζητάει ένα μηδενικό παράγωγο, έτσι δεν ανατρέπεται από μία διακύμανση και δεν σύρεται σε ένα σαγαστικό ή μέγιστο.

Το Σχήμα 4.9 δείχνει ένα παράδειγμα μονομεταβλητής αναζήτησης. Η γραφική παράσταση είναι J (OF ή y) δηλαδή DV (ή x). Η αρχική επίλυση δοκιμής είναι x_{base} , και η περιοχή με σκίαση αναπαριστά ένα απαγορευμένο εύρος x -τιμών.

Παρακάτω δίνονται οι εντολές επεξεργασίας του αλγορίθμου:

Για την ευρετική άμεση αναζήτηση, ξεκινήστε επιλέγοντας $x_{initial}$ (η αρχική τιμή) και Δx (η αρχική κατεύθυνση αναζήτησης και το μέγεθος). Θέστε $x_{base} = x_{initial}$ και υπολογίστε $J(x_{base})$ και αντιστοιχήστε αυτή την τιμή στο J_{base} . Έπειτα, καθορίστε μία καινούρια επίλυση δοκιμής ως $x_{new} = x_{base} + \Delta x$. Υπολογίστε $J(x_{new})$ και αντιστοιχήστε την τιμή στο J_{new} . Εάν το J_{new} ή x_{new} ή οποιαδήποτε άλλη έννοια του υπολογισμού παραβιάζει έναν περιορισμό, βάλτε την τιμή J_{new} ως “ΑΠΟΤΥΧΙΑ” (“FAIL”).

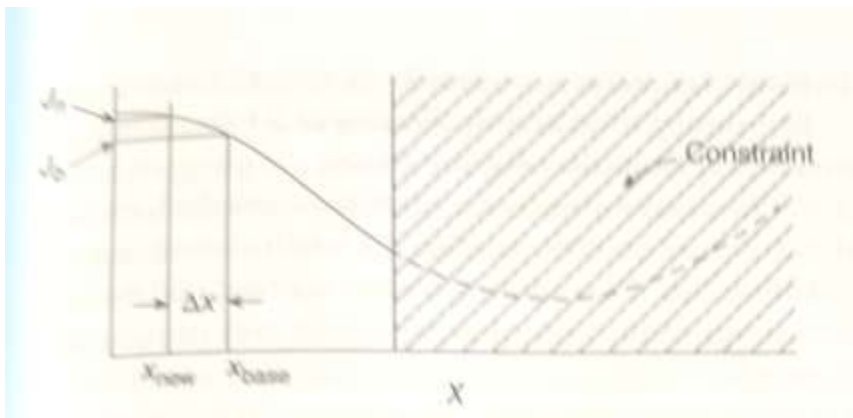
Τώρα υπάρχουν δύο πιθανά αποτελέσματα: είτε το J_{new} δηλώνει ότι το x_{new} είναι καλύτερη επίλυση δοκιμής, ή ότι δεν είναι. Το ότι δεν είναι θα μπορούσε να σημαίνει ότι η OF είναι είτε χειρότερη είτε ισοδύναμη, ή ότι η TS παραβιάζει περιορισμό. Εάν η επίλυση δοκιμής δεν είναι καλύτερη, θα μπορούσε να σημαίνει ότι η αναζήτηση ήταν σε λάθος κατεύθυνση (προς τα πάνω) και ότι οδηγεί σε παραβίαση περιορισμού, ή ότι είναι σε ένα επίπεδο σημείο και δεν υπήρχε βελτίωση στην OF. Εάν συμβαίνει αυτό, αντιστρέψτε την κατεύθυνση αναζήτησης. Εάν $J_{new} = \text{“ΑΠΟΤΥΧΙΑ”}$ ή $J_{new} \geq J_{base}$, τότε $\Delta x = - \text{contract} \cdot \Delta x$. Διαφορετικά, δεν ήταν χειρότερη. Η x_{new} ήταν ένα βήμα στη σωστή κατεύθυνση και βρήκε ένα καλύτερο σημείο. Εάν συμβαίνει αυτό, βάλτε τις νέες συνθήκες στην βασική περίπτωση, $J_{base} = J_{new}$, $x_{base} = x_{new}$, και με αυτοπεποίθηση ότι κινείστε στη σωστή κατεύθυνση επεκτείνετε το μέγεθος του βήματος αναζήτησης $\Delta x = \Delta x \cdot \text{expand}$.

Επαναλάβετε μέχρι τη σύγκλιση, ίσως βασιζόμενοι στον παράγοντα μεγέθους βήματος $IF |\Delta x| < \epsilon$ ΤΟΤΕ σταματήστε και ισχυρισθείτε ότι $x^* = x_{base}$.

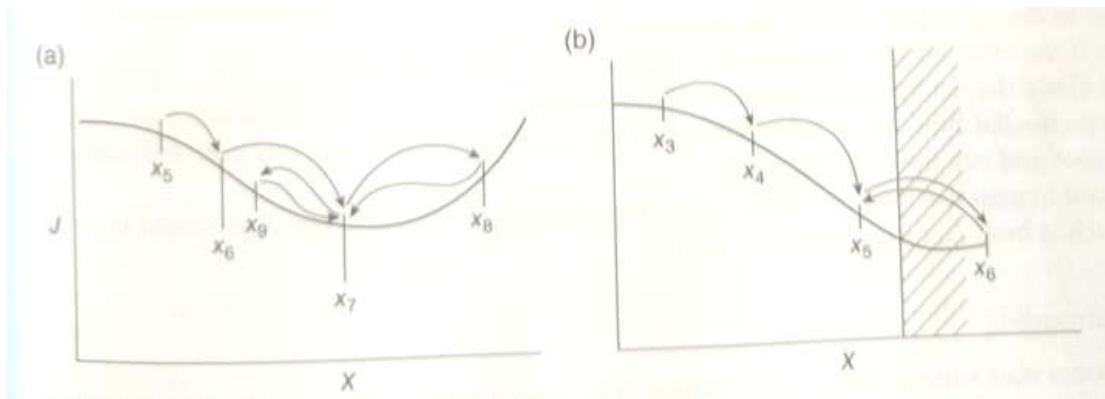
Το Σχήμα 4.10a και b δηλώνει τη ακολουθία για τις πρώτες δύο επαναλήψεις απεριορίστων και περιορισμένων αναζητήσεων.

Ο παράγοντας ανάπτυγμα κάνει το Δx μεγαλύτερο εφόσον το J συνεχίζει να βελτιώνεται. Ίσως κάνει «ανάπτυξη» = 1.2, 20% μεγαλύτερη. (Το 1.05 λειτουργεί και δημιουργεί ένα πιο προσεκτικό ανάπτυγμα, το 1.25 λειτουργεί και κάνει μία πιο επιθετική αναζήτηση.....).

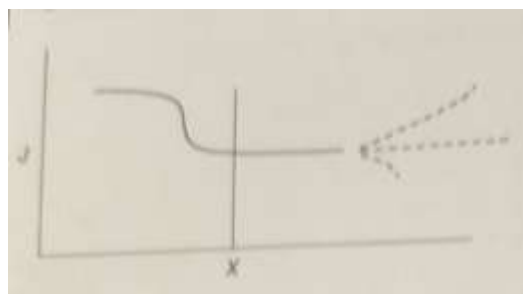
Μέσα σε αυτό το λογικό εύρος, η τιμή του παράγοντα ανάπτυγμα δεν είναι κρίσιμη για την αναζήτηση. Εάν η τιμή είναι πολύ μικρή, η αναζήτηση δεν επιταχύνει όταν πηγαίνει προς τη σωστή κατεύθυνση. Με μία πολύ μεγάλη τιμή ανάπτυγματος, το Δx γίνεται μεγάλο, και όταν βρίσκεται κοντά στο βέλτιστο, χρειάζεται πολλές επαναλήψεις για να το μειώσει σε μία μικρή τιμή για την τοπική αναζήτηση ακριβής προσαρμογής. Μία τιμή του 1.1 φαίνεται να λειτουργεί καλά, ισορροπώντας τα ζητήματα.



Σχήμα 3.9 Απεικόνιση της ευρετικής άμεσης αναζήτησης.



Σχήμα 3.10 Απεικόνιση της ευρετικής άμεσης αναζήτησης. (a) απεριορίστη και (b) περιορισμένη.



Σχήμα 3.11 Απεικόνιση του διλλήματος στα επίπεδα σημεία της OF.

Ο παράγοντας συστολής κάνει το Δx μικρότερο. Ίσως το Δx θα έπρεπε να είναι 20% μικρότερο εάν η επίλυση δοκιμής δεν ήταν καλύτερη. Αλλά εάν το προηγούμενο βήμα ήταν επιτυχημένο και αυτό το βήμα δεν ήταν, αυτό σημαίνει ότι το Δx για αυτό το αποτυχημένο βήμα έχει διασταλεί. Έτσι, εάν θέλετε μία μείωση 20% στο μέγεθος αναζήτησης βήματος, χρησιμοποιείτε συστολή= 0.8:ανάπτυγμα. Εάν ο η τιμή του παράγοντα συστολής είναι πολύ μικρή, λίγο μη καλύτερες τιμές OF θα μειώσουν σημαντικά το μέγεθος αναζήτησης βήματος, και θα χρειαστούν περισσότερο να μετακινηθούν στο βέλτιστο. Εναλλακτικά, ένας παράγοντας συστολής κοντά στη μονάδα χρειάζεται πολλές επαναλήψεις για να μειώσει το Δx για την τοπική τελικού σταδίου αναζήτηση. Ξανά, η τιμή δεν είναι κρίσιμη, και οι τιμές εντός του λογικού εύρους $0.5 \leq$ συστολή ≤ 0.9 :ανάπτυγμα λειτουργεί. Η τιμή του 0.5 για τον παράγοντα συστολή φαίνεται να λειτουργεί καλά.

Αυτό είναι μία απλή έννοια και είναι εύκολο να εφαρμοστεί είτε με κώδικα είτε ως ποιοτικά άμεση αναζήτηση (κατευθυνόμενη από τον άνθρωπο). Ο αλγόριθμος αναζήτησης ευρετικός, που σημαίνει ότι ακολουθεί ανθρώπινους διαισθητικούς κανόνες παρά μαθηματικές παραγωγίσεις – είναι κατανοητό και βολικό. Είναι ισχυρό στους περιορισμούς και σε αποκλίσεις επιφάνειας (ασυνέχειες). Είναι επεκτάσιμο σε υψηλότερες διαστάσεις. Αν και η ευρετική άμεση αναζήτηση δεν είναι τόσο αποτελεσματική όσο οι προσεγγίσεις που βασίζονται στην κλίση (σε συναρτήσεις που συμπεριφέρονται καλά) για την απλότητα, την αποτελεσματικότητα και την ισχύ. Είναι μία από τις πιο αγαπημένες μου ως γενικός βελτιστοποιητής.

Το leapfrogging είναι η αγαπημένη μου μέθοδος άμεσης αναζήτησης. Είναι λίγο πιο περίπλοκη, αλλά εκτελείται καλύτερα.

Θα έπρεπε τα κριτήρια για τη συστολή της αναζήτησης να βασίζονται στο εάν το J_{new} είναι χειρότερο ή όχι καλύτερο; Εάν τα κριτήρια είναι το χειρότερο, η λογική είναι $EAN J_{new} = \text{“ΑΠΟΤΥΧΙΑ”}$ Ή $J_{new} > J_{base}$ TOTE συστέλλουμε. Εναλλακτικά, εάν τα κριτήρια είναι το μη καλύτερο, η λογική είναι $EAN J_{new} = \text{“ΑΠΟΤΥΧΙΑ”}$ Ή $J_{new} \geq J_{base}$, TOTE συστέλλουμε. Σκεφτείτε τι συμβαίνει σε ένα επίπεδο «πάτωμα», όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 3.11, και η τρέχουσα επίλυση δοκιμής είναι όπως φαίνεται και η αναζήτηση ήρθε από τα αριστερά. Οι OF τιμές στα δεξιά είναι ακόμη άγνωστες, όπως φαίνεται από τις διακεκομμένες γραμμές. Εάν η OF ανεβαίνει ή παραμένει επίπεδη, τότε το τοπικό σημείο είναι σε ένα ισοδύναμο ελάχιστο σε οποιοδήποτε άλλο μέρος και ο βελτιστοποιητής θα έπρεπε να σταματήσει. Εάν το κριτήριο για τη συστολή είναι «χειρότερο» ($EAN J_{new} = \text{“ΑΠΟΤΥΧΙΑ”}$ Ή $J_{new} > J_{base}$ TOTE συστέλλουμε), τότε η αναζήτηση επιταχύνει κατά μήκος του επίπεδου σημείου, χωρίς ποτέ να βρει ένα καλύτερο σημείο και όταν συναντήσει μία άνοδο στην OF, η αναζήτηση αντιστρέφεται και τρέχει πίσω στο σημείο που δείχνει, όπου θα συναντήσει μία χειρότερη OF, θα αντιστραφεί και θα τρέξει προς τα εμπρός ξανά. Αλλά εάν η τιμή της συνάρτησης πέσει, αυτή η λογική θα κινηθεί κατά μήκος του επίπεδου σημείου στο σημείο που έπεσε και θα αναζητήσει το βέλτιστο λανθασμένα στα δεξιά.

Ωστόσο, εάν το κριτήριο για τη συστολή είναι «μη καλύτερο» ($EAN J_{new} = \text{“ΑΠΟΤΥΧΙΑ”}$ Ή $J_{new} \geq J_{base}$, TOTE συστέλλουμε), τότε κατά μήκος του επίπεδου σημείου η αναζήτηση αλλάζει κατεύθυνση, προοδευτικά συστέλλοντας και ραγδαία συγκλίνοντας στο επίπεδο σημείο. Αλλά, εάν είναι μακριά στα δεξιά, η συνάρτηση βελτιώνεται και αυτή η λογική θα συγκλίνει στο επίπεδο σημείο και δεν θα βρει ένα καλύτερο σημείο.

Θέλετε να είστε σε επίπεδο για πάντα, να βρείτε εάν ανεβαίνει ή να βρείτε μία νέα κλίση προς τα κάτω; Είναι δική σας επιλογή. Ποιο είναι καλύτερο, $J_{\text{new}} > J_{\text{base}}$ ή $J_{\text{new}} \geq J_{\text{base}}$;

3.4.5. Leapfrogging

Οι περισσότεροι βελτιστοποιητές ξεκινούν με μία αρχική επίλυση δοκιμής, ή ίσως ένα εύρος, μέσα στο οποίο τα σημεία τοποθετούνται για να υπολογίσουν ένα υποκατάστατο μοντέλο, παράγωγα ή για να απαλείψουν περιοχή. Αντίθετα, πολλοί από τους πιο πρόσφατα ανεπτυγμένους αλγόριθμους βελτιστοποίησης είναι με πολλαπλούς παίκτες και χρησιμοποιούν μόνον τιμές συνάρτησης (όχι παράγωγα). Οι πολλαπλοί βελτιστοποιητές έχουν υψηλότερη πιθανότητα να βρουν το καθολικό και να μην κολλήσουν στο τοπικό βέλτιστο.

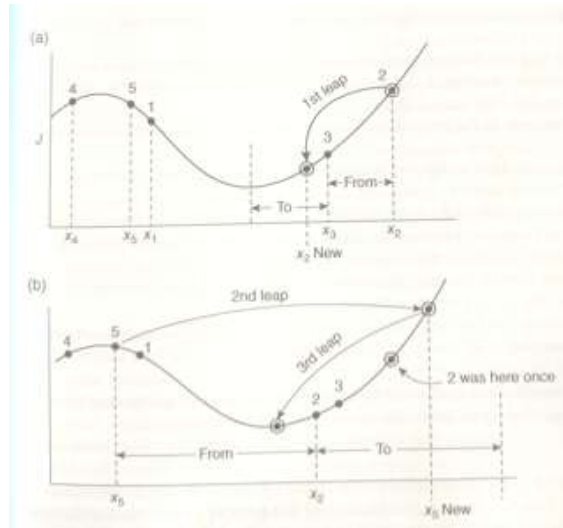
Το Leapfrogging είναι μία απλή και αποτελεσματική πολλαπλών παικτών άμεση αναζήτηση. Ξεκινήστε επιλέγοντας αρκετές (περίπου 10) ανεξάρτητες επιλύσεις δοκιμής, τυχαία διασκορπισμένες μέσα σε ένα DV εφικτό εύρος. Σκεφτείτε αυτές ως παίκτες σε μία επιφάνεια. Υπάρχει ο χειρότερος παίκτης (η υψηλότερη OF τιμή εάν ψάχνετε ένα ελάχιστο) και ο καλύτερος (η χαμηλότερη OF τιμή). Εάν υπάρχει ένας δεσμός για τον καλύτερο (ίσως υπάρχουν επίπεδα σημεία στην επιφάνεια), απλά πάρτε τον πρώτο στην λίστα δεικτών των παικτών για να αναπαραστήσετε καλύτερα. Στο Leapfrogging, ο χειρότερος κάνει άλμα πάνω από τον καλύτερο, και ο παίκτης που κάνει το άλμα προσγειώνεται σε ένα τυχαίο σημείο στην άλλη πλευρά του καλύτερου. Για απλότητα, το πλαίσιο όπου γίνεται το άλμα είναι ίσο σε απόσταση από αυτό που βρίσκεται ανάμεσα στο χειρότερο και καλύτερο. Η θέση για τον παίκτη που κάνει το άλμα, η καινούρια DV τιμή, υπολογίζεται ως

$$x_{w,\text{new}} = x_b + \Gamma (x_b - x_{w,\text{old}}) \quad (3.41)$$

όπου το Γ είναι ένας τυχαίος αριθμός (ομοιόμορφα και ανεξάρτητα διανεμημένο στο διάστημα 0-1, UID [0,1]) και οι δείκτες b και w αναπαριστούν τις x -τιμές του καλύτερου και χειρότερου παίκτη.

Εάν η θέση του νέου παίκτη είναι καλύτερη από την προηγούμενη καλύτερη, ΕΑΝ $J(x_{w,\text{new}}) < J(x_b)$, και δεν συναντήθηκαν περιορισμοί με την $x_{w,\text{new}}$ - τιμή, αυτός ο παίκτης γίνεται ο καλύτερος και ο χειρότερος από τους άλλους παίκτες κάνει άλμα πάνω από αυτή τη θέση. Εάν η θέση (από το άλμα) δεν είναι η καλύτερη, βρίσκεται ο χειρότερος από την υπόλοιπη ομάδα των παικτών, και κάνει άλμα πάνω από τον καλύτερο. Εάν η θέση άλματος παραβιάζει έναν περιορισμό, τότε είναι η χειρότερη και κάνει άλμα από το ανέφικτο σημείο πίσω πάνω από το καλύτερο.

Το Σχήμα 4.12 απεικονίζει αρκετές καταστάσεις. Για να είναι απλό παρουσιάζονται μόνον πέντε παίκτες. Η αρχικοποίηση φαίνεται στο Σχήμα 4.12a, όπου οι DV τιμές του παίκτη δηλώνονται στο άξονα x δηλώνονται ως x_1, x_2, \dots, x_5 , και η θέση του παίκτη πάνω στην επιφάνεια δηλώνεται από τον δείκτη παίκτη 1, 2, ..., 5. Παρατηρήστε ότι ο δείκτης δεν είναι η σειρά είτε στην DV είτε στην OF τιμή, είναι η χρονολογική σειρά της αρχικής τυχαίας τοποθέτησης παίκτη στο παιχνίδι. Επίσης, παρατηρήστε ότι ο Παίκτης 4 είναι σε ένα τμήμα της συνάρτησης που κλίνει προς την κατεύθυνση μακριά από το καθολικό βέλτιστο προς ένα τοπικό βέλτιστο στην αριστερή πλευρά του εφικτού εύρους.



Σχήμα 3.12 Απεικόνιση του leapfrogging: (a) πρώτο άλμα (b) δεύτερο και τρίτο άλμα.

Μετά την αρχικοποίηση, ο Παίκτης 3 είναι ο καλύτερος, επειδή έχει την χαμηλότερη OF τιμή, ενώ ο Παίκτης 2 είναι ο χειρότερος. Έτσι ο 2 κάνει άλμα πάνω από τον 3. Το Σχήμα 3.12a επίσης δείχνει την απόσταση από το άλμα και το πλαίσιο μέσα στο οποίο είναι το άλμα. Ο Παίκτης 2 κινείται σε μία τυχαία θέση στην τοποθεσία άλματος DV και έχει μία OF τιμή που υποδηλώνεται από τον ανοιχτό κύκλο στο Σχήμα. Αυτή η θέση θα κάνει τον Παίκτη 2 τον καλύτερο.

Το Σχήμα 3.12b απεικονίζει το δεύτερο και τρίτο άλμα. Για το δεύτερο άλμα, ο Παίκτης 2 είναι ο καλύτερος, ενώ ο 5 είναι ο χειρότερος, έτσι ο 5 κάνει άλμα πάνω από τον 2, και ο 5 συμβαίνει να προσγειώνεται σε μία DV τιμή που έχει ωστόσο μία χειρότερη OF τιμή. Έτσι, ο Παίκτης 5 παραμένει ο χειρότερος, και στο Άλμα 3 ξανά κάνει άλμα πάνω από τον Παίκτη 2. Όπως φαίνεται, ο 5 γίνεται ο καινούριος καλύτερος.

Σημείωση: το κάθε άλμα δεν οδηγεί σε ένα καλύτερο σημείο, αλλά στην κίνηση προς το καλύτερο τοπικό, υπάρχει μία γενική τάση να βρίσκει το βέλτιστο.

Σημείωση: Τελικά, ο Παίκτης 4 θα αναγνωριστεί ως ο χειρότερος, και θα κάνει άλμα έξω από την εγγύτητα του τοπικού βέλτιστου μέσα στην περιοχή του καθολικού βέλτιστου.

Σημείωση: κατά μέσο όρο κάθε άλμα περιορίζει την απόσταση ανάμεσα στο χειρότερο και στο καλύτερο στη μέση. Αλλά η απεικόνιση δείχνει ότι ορισμένα άλματα είναι μέσα στην μακρινή πλευρά στο πλαίσιο του άλματος και κάποια στην κοντινή πλευρά. Η στοχαστική φύση του UID r υπερσχύει μίας νομοτελειακής διαδρομής.

Σημείωση: η τυχαία τοποθέτηση του αρχικού παίκτη μπορεί να φαίνεται λιγότερο αποτελεσματική από την ομοιόμορφη τοποθέτηση για να χαρακτηρίσει την επιφάνεια. Σε τυχαία τοποθέτηση ορισμένες περιοχές θα είναι σχετικά ανεξερεύνητες και άλλες περισσότερο πυκνά χαρακτηρισμένες. Επιπλέον, η απλή τοποθέτηση σε ένα πλέγμα θα είναι υπολογιστικά πιο αποτελεσματικό από τη ζήτηση της συνάρτησης γεννήτριας τυχαίου αριθμού. Ωστόσο, η φύση συχνά αναπτύσσει σχέδια που θα εξέπλητταν έναν άνθρωπο σχεδιαστή ή την ανθρώπινη βολικότητα και η ανακάλυψη ξεφεύγει. Μου αρέσει να χρησιμοποιώ την τυχαία αρχικοποίηση.

Σημείωση: για παρόμοιους λόγους, θεωρώ ότι το άλμα εντός μίας τυχαίας τοποθεσίας είναι καλύτερο από υπολογιστικά απλούστερο νομοτελειακά άλμα, όπως η αντικατάσταση της Εξίσωσης με $x_{w,new} = x_b + 0.7(x_b - x_{w,old})$.

Κάθε άλμα είναι ένας ολοκληρωμένος κύκλος της διαδικασίας. Υπάρχει μόνον ένας καινούριος υπολογισμός συνάρτησης σε κάθε άλμα.

Ωστόσο, θα καθορίσω μία επανάληψη ως N αριθμό αλμάτων, όπου N είναι η DV διάσταση. Αυτό κάνει μία LF επανάληψη να έχει παρόμοια εξερεύνηση επιφάνειας με άλλες τεχνικές.

Εάν αρχικά όλοι οι παίκτες είχαν τοποθετηθεί στο δεξιό τμήμα του DV χώρου, στην πλευρά ενός λόφου, το DV εύρος της ομάδας θα επεκταθεί καθώς ο τελευταίος παίκτης θα κάνει άλμα μία μεγάλη απόσταση πάνω από τον πρώτο. Στην περιοχή ενός λόφου, η συσσώρευση της ομάδας θα επεκταθεί επιταχύνοντας τη διαδρομή στο κάτω μέρος. Αντίθετα, σε ένα βέλτιστο, ο καλύτερος συγκεντρώνει όλους τους παίκτες, μειώνοντας την απόσταση στο μισό (κατά μέσο όρο) σε κάθε άλμα, οδηγώντας σε σύγκλιση των παικτών της ομάδας στην περιοχή κοντά στο βέλτιστο.

Η σύγκλιση θα μπορούσε να βασιστεί στο DV εύρος της συσσώρευσης. Εναλλακτικά, η σύγκλιση θα μπορούσε να βασιστεί στο OF εύρος ανάμεσα στο καλύτερο και χειρότερο. Στη σύγκλιση το DV του καλύτερου παίκτη θα πρέπει να αναφέρεται ως DV*.

Οι αποκλίσεις επιφάνειας (γκρεμοί, ασυνέχειες κλίσης, επίπεδα σημεία και μη εφικτές περιοχές) είναι ασήμαντες. Η εφαρμόσιμη περιοχή μπορεί να χωριστεί από ένα μη εφαρμόσιμο διάστημα ή διαφορετικά μη κυρτό.

Η διαδικασία είναι επεκτάσιμη σε N-D καταστάσεις και η LF μπορεί να χειριστεί στοχαστικές συναρτήσεις.

Εάν αρχικά όλοι οι παίκτες τοποθετούνται στην τοπική περιοχή κοντά στο τοπικό βέλτιστο (στην απομακρυσμένη αριστερή πλευρά του Γραφήματος 3.12a όπου βρίσκεται ο Παίκτης 4), τότε είναι πιθανόν ότι το τοπικό καλύτερο θα παρασύρει όλους τους παίκτες προς το ελάχιστο στο απομακρυσμένο αριστερό. Έτσι, οι παίκτες θα πρέπει να αρχικοποιηθούν σε όλο το εφαρμόσιμο DV διάστημα.

Μία σύνοψη (ψευδοκώδικας) της διαδικασίας ακολουθεί παρακάτω:

- 1) Αρχικοποιείτε 10 παίκτες σε εφικτές θέσεις – τυχαία τοποθετείστε TS τιμές από μέσα από το εύρος των πιθανών DV τιμών, και υπολογίστε την OF για την καθεμία.
- 2) Βρείτε τον καλύτερο και χειρότερο παίκτη από τους 10.
- 3) Περάστε τον χειρότερο πάνω από τον καλύτερο σε μία τυχαία τοποθεσία χρησιμοποιώντας $x_{w,new} = x_b + r(x_b - x_{w,old})$.
- 4) Εάν η DV θέση είναι περιορισμένη, τότε επαναλάβετε το Βήμα 3, περνώντας από την καινούρια περιορισμένη DV τιμή πίσω πάνω από τον καλύτερο παίκτη.
- 5) Εάν η καινούρια θέση δεν είναι περιορισμένη, υπολογίστε την OF στην καινούρια DV τοποθεσία.
- 6) Εάν ο υπολογισμός της καινούριας OF δείχνει έναν περιορισμό, επαναλάβετε το Βήμα 3, περνώντας πάνω από την καινούρια θέση πίσω από τον καλύτερο παίκτη.
- 7) Εάν η καινούρια OF είναι καλύτερη από την προηγούμενη καλύτερη, τότε ο καινούριος παίκτης γίνεται ο καλύτερος. Διαφορετικά, ο καλύτερος παραμένει χωρίς να αλλάξει. (Σε κάθε περίπτωση δεν χρειάζεται αναζήτηση σε όλους τους παίκτες για τον καλύτερο).
- 8) Αλλιώς, εάν η καινούρια OF είναι ίση ή χειρότερη από την παλιά χειρότερη, τότε παραμένει η χειρότερη. (Δεν χρειάζεται αναζήτηση σε όλους τους παίκτες για τον χειρότερο).

- 9) Ωστόσο, εάν η καινούρια OF είναι ανάμεσα στην προηγούμενη καλύτερη και χειρότερη, τότε αναζητήστε σε όλους τους παίκτες για να βρείτε τον καινούριο χειρότερο.
- 10) Ελέγξτε για σύγκλιση. Εάν δεν υπάρχει σύγκλιση επιστρέψτε στο Βήμα 3.

3.4.6. LF για στοχαστικές συναρτήσεις

Μία νομοτελειακή συνάρτηση επιστρέφει την ίδια OF τιμή όταν δίνεται η ίδια DV τιμή. Άσχετα με το πότε, που, πως, ποιος ή τι προσθέτει $7 + 3$, η απάντηση είναι 10 (στη βάση των 10 αριθμών). Ωστόσο, κάποιες συναρτήσεις είναι στοχαστικές, και δεν επιστρέφουν ακριβώς την ίδια τιμή. Παράδειγμα: Σκεφτείτε μία αποβάθρα σε μία λίμνη. Υπάρχουν κύματα στην επιφάνεια του νερού, και οι κυματισμοί που εμφανίζονται από την ακτή και την αποβάθρα. Εάν μετρούσατε το ύψος του νερού σε μία αποβάθρα, θα είχατε μία συνεχώς κυμαινόμενη τιμή, ακόμη και εάν ποτέ δεν αλλάζατε την τοποθεσία μέτρησης, και ακόμη και εάν λαμβάνατε τις μετρήσεις μετά από ένα μικρό χρονικό μεσοδιάστημα, όταν το βασικό επίπεδο δεν είχε αλλάξει. Αυτή είναι μία στοχαστική αντίδραση. Υπάρχει μία σταθερή μέση OF τιμή, αλλά η τιμή κάθε μέτρησης ταραάζεται από πολλές τυχαίες διακυμάνσεις.

Η σταθερή απόκλιση θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για να υπολογίσει την μεταβλητότητα της OF τιμής. Κάποιος θα μπορούσε να αναζητήσει να καθορίσει το μέσο επίπεδο νερού, υπολογίζοντας κατά μέσο όρο μία ακολουθία μετρήσεων, αλλά ο υπολογισμός κατά μέσο όρο δεν εξαλείφει την μεταβλητότητα, απλά την μειώνει. Το Θεώρημα Κεντρικού Ορίου δείχνει ότι η αβεβαιότητα στο μέσο όρο κλιμακώνεται με την τετραγωνική ρίζα του αριθμού των δειγμάτων:

$$\sigma_{\text{average of } N} = \frac{\sigma_{\text{individual measurements}}}{\sqrt{N}} \quad (3.42)$$

Οι στοχαστικές συναρτήσεις δεν επιστρέφουν μία σταθερή ίδια τιμή ως αντίδραση σε κάθε συγκεκριμένη DV. Αντίθετα, επιστρέφουν μια OF τιμή η οποία διαταράσσεται από τυχαίες διακυμάνσεις. Η αβεβαιότητα της πραγματικής (σταθερή, μέση, παρελθοντικής) OF τιμής, μπορεί να μειωθεί με τον υπολογισμό κατά μέσο όρο, αλλά η μεταβλητότητα δεν μπορεί να εξαλειφθεί.

Αν και το 100% της μεταπτυχιακής εκπαίδευσης σχετίζεται με νομοτελειακές συναρτήσεις, σημαντικές εφαρμογές βελτιστοποίησης συχνά ασχολούνται με στοχαστικά φαινόμενα. Ο τζόγος και η οικονομική πρόβλεψη είναι δύο κοινά κατανοητές εφαρμογές. Στον τζόγο, κάποιος θέτει τους κανόνες του παιχνιδιού, όπως ότι ο οικοδεσπότης κερδίζει κατά μέσο όρο, αλλά ο παίκτης κερδίζει αρκετά για να ενθαρρύνεται να παίζει. Τέτοια παιχνίδια εξαρτώνται από το τυχαίο αποτέλεσμα ενός ζαριού, ενός τροχού ή του ανακατέματος της τράπουλας. Το αποτέλεσμα του καθενός που παίζει είναι στοχαστικό. Εξαρτάται από τους αριθμούς που η πιθανότητα παρουσιάζει σε αυτόν που παίζει.

Εξαιτίας της προέλευσης των στοχαστικών συναρτήσεων στην προσομοίωση και βελτιστοποίηση των παιχνιδιών, αυτές συχνά ονομάζονται Monte Carlo μέθοδοι. Αλλά η εφαρμογή των στοχαστικών διαδικασιών είναι πολύ πιο παλιά από την ανάλυση των παιχνιδιών.

Στην πρόβλεψη επιχειρήσεων, επιχειρούμε να υπολογίσουμε την αποδοτικότητα μίας απόφασης τα επόμενα N χρόνια και να στηρίξουμε το μελλοντικό εισόδημα και έξοδα στους προβλεπόμενους φορολογικούς συντελεστές, στις πρώτες ύλες και στο κόστος εργασίας, στην τιμολόγηση του προϊόντος και τη ζήτηση κ.τ.λ. Παρόλο που μπορεί

να γνωρίζουμε αυτές τις τιμές σήμερα, δεν μπορούμε να είμαστε σίγουροι για καμία από αυτές τις τιμές το N-έτος στο μέλλον. Έτσι, μία τεχνική οικονομική πρόβλεψη στις επιχειρήσεις είναι να χρησιμοποιήσεις την Monte Carlo. Τυχαία πάρτε ως δείγμα μία πιθανή τιμή από κάθε αβέβαιη μεταβλητή και χρησιμοποιήστε αυτήν ως το «δεδομένο» στην OF για να επιστρέψει την αντίδραση σε μία συγκεκριμένη DV. Εναλλακτικά, κάθε τιμή μπορεί να ακολουθήσει μία τυχαία διαδρομή μέσα στο N-έτος στο μέλλον. Αυτό ονομάζεται μία πραγμάτωση και οδηγεί σε ένα πιθανό OF αποτέλεσμα. Δεν είναι ο μέσος όρος. Επειδή οι διακυμάνσεις μπορεί να τείνουν να κάνουν υψηλές τιμές πέρα από τον μέσο όρο που βρίσκονται οι χαμηλές τιμές, η μέση OF τιμή δεν είναι η τιμή στη μέση τιμή των δεδομένων. Επιπλέον, ο στόχος μπορεί να μην είναι να μεγιστοποιήσει κάποιο μέσο μέτρο αποδοτικότητας, επειδή αυτό μπορεί να κάνει το εγχείρημα ευάλωτο σε καταστροφική αποτυχία κάτω από μία συγκεκριμένη συγκέντρωση μελλοντικών «δεδομένων», κάτω από ένα φάσμα πραγματώσεων. Έτσι, ο στόχος μπορεί να είναι να μεγιστοποιήσει το 95% του χειρότερου πιθανού αποτελέσματος. Σε κάθε περίπτωση, η OF τιμή είναι στοχαστική. Όταν οι πειραματικές δοκιμές χρησιμοποιούνται για να καθορίσουν την OF, το αποτέλεσμα είναι στοχαστικό. Κάθε αποτέλεσμα δοκιμής εξαρτάται από τυχαία, ανεξέλεγκτη μεταβολή.

Η κατάσταση μπορεί να μοντελοποιηθεί με πολλούς τρόπους. Ένας απλός τρόπος για να μετατραπεί μία ιδανική νομοτελειακή OF σε μία στοχαστική, η οποία μπορεί να αναπαραστήσει πειραματικά αποτελέσματα, είναι να προσθέσετε Gaussian κατανομημένο θόρυβο. Εάν χρησιμοποιήσετε την Box-Muller τεχνική,

$$OF_{\text{stochastic}} = OF_{\text{deterministic}} + \sigma \sqrt{-2\ln(r_1)} \sin(2\pi r_2)$$

(3.43)

Εδώ, οι μεταβλητές r_1 και r_2 αναπαριστούν ομοιόμορφα κατανομημένους τυχαίους αριθμούς στο εύρος από 0 έως την μονάδα, $0 < r \leq 1$, το συμπλήρωμα στον σταθερό ψευδο-τυχαίο αριθμό. Οι τιμές τους θα καθορίζονταν εκ νέου κάθε φορά που η OF συνάρτηση θα υπολογίζονταν. Και το σ αναπαριστά τη σταθερή απόκλιση στον OF θόρυβο.

Εάν ο συντελεστής μοντέλου a έχει μία σταθερή τιμή του a_0 και ένα προσδοκώμενο εύρος του $\pm \varepsilon_a$, τότε σε κάθε ζήτηση συνάρτησης, η τιμή συντελεστή μπορεί να είναι μία πραγμάτωση, ομοιόμορφα κατανομημένη, δοκιμασμένη στο εύρος:

$$a = a_0 + 2\varepsilon_a (r - 0.5) \quad (3.44)$$

Εάν, για παράδειγμα, η νομοτελειακή OF είναι μία απλή δευτεροβάθμια, $OF_{\text{deterministic}} = a + bx + cx^2$, τότε το στοχαστικό μοντέλο, εξαιτίας της αβεβαιότητας στους συντελεστές θα μπορούσε να υπολογιστεί ως

$$\begin{aligned} \min_{\{x\}} J &= OF_{\text{stochastic}} = a + bx + cx^2 \\ a &= a_0 + 2\varepsilon_a (r - 0.5) \\ b &= b_0 + 2\varepsilon_b (r - 0.5) \\ c &= c_0 + 2\varepsilon_c (r - 0.5) \end{aligned}$$

(3.45)

Αυτό θα έκανε τις πραγματώσεις των τιμών συντελεστή ανομοιόμορφα κατανομημένες. Εναλλακτικά, η εφαρμογή σας μπορεί να δείξει ότι φυσιολογικά

κατανομημένες, Poisson κατανομημένες, λογαριθμικά κανονικά κατανομημένες ή άλλο μοντέλο διακύμανσης είναι περισσότερο κατάλληλο. Επιπλέον, η εφαρμογή μπορεί να δείξει ότι η διασταυρούμενη συσχέτιση ανάμεσα στις τιμές συντελεστών ή αυτοσυσχέτιση ανάμεσα στις διαδοχικές τιμές ενός συντελεστή είναι κατάλληλες.

Η στοχαστική φύση μίας OF, η συνεχής διακύμανση, η παραποίηση της OF, είναι πρόβλημα για τους βελτιστοποιητές. Ένας βελτιστοποιητής μπορεί να κολλήσει σε μία εκτός βέλτιστου DV τιμή, για την οποία η πιθανότητα επέστρεψε μία μοναδική, απίθανη, ακραία, φανταστική εμφανίσιμη OF τιμή.

Εναλλακτικά, οι διακυμάνσεις πιθανότητας μπορούν συνολικά να κατευθύνουν λανθασμένα την αναζήτηση, εμφανίζοντας ότι η DV μετακινείται στη λάθος κατεύθυνση. Έστω ότι ο βελτιστοποιητής είναι σε ένα σημείο στην αποβάθρα που κλίνει προς τα πάνω και οδηγεί σε ένα πιο επιθυμητό σημείο, αλλά ένα κύμα κάνει την μέτρηση του ύψους μικρότερη. Μετά ο βελτιστοποιητής μπορεί να ανατρέψει την κατεύθυνση αναζήτησης και να κοιτάξει προς τη λάθος κατεύθυνση.

Μία μέθοδος για να ελέγξει για σύγκλιση της στοχαστικής διαδικασίας είναι να αναγνωριστεί πότε τα πράγματα τακτοποιούνται σε μία θορυβώδης σταθερή κατάσταση. Παρατηρήστε την OF τιμή του χειρότερου παίκτη. Στην αρχή των επαναλήψεων, καθώς η ομάδα τυχαία διασκορπίζεται σε όλο το DV εύρος, η OF του χειρότερου παίκτη θα είναι υψηλή. Καθώς η ομάδα συγκλίνει στη περιοχή κοντά από το βέλτιστο, η OF του χειρότερου παίκτη θα πέσει. Η ταυτότητα του παίκτη με την χειρότερη OF τιμή θα συνεχίσει να αλλάζει, καθώς περνάει σε ένα καλύτερο σημείο, κάνοντας έναν άλλο παίκτη τον χειρότερο. Στο τέλος, όταν η ομάδα τυχαία κινείται εντός της περιοχής του βέλτιστου, η OF του χειρότερου παίκτη θα είναι μία κυμαινόμενη τιμή με ένα σταθερό μέσο. Παρατηρώντας την OF του χειρότερου παίκτη με επανάληψη, θα δείξει ότι ένα θορυβώδες σήμα το οποίο χαλαρώνει σε μία θορυβώδης σταθερή κατάσταση. Σε σταθερή κατάσταση, δεν υπάρχει βελτίωση της OF δηλαδή επανάληψη, έτσι ισχυριστείτε σύγκλιση. Υπάρχουν πολλές μέθοδοι για να αναγνωρίσετε σταθερή κατάσταση σε ένα θορυβώδες σήμα.

Μια απλή και λειτουργικά εύκολη μέθοδος είναι αυτή των Cao και Rhinehart. Η μέθοδος εξετάζει μία αναλογία δύο αποκλίσεων. Η απόκλιση αριθμητή που είναι συμβατικά υπολογισμένη με παρέκκλιση από τον μέσο, και η απόκλιση παρονομαστή που υπολογίζετε από διαφορές σε διαδοχικά δεδομένα. Στο SS, όταν ο μέσος είναι αμετάβλητος, η προσδοκία για την αναλογία των αποκλίσεων είναι μονάδα. Ωστόσο, εάν δεν είναι στο SS, ορισμένα δεδομένα παρεκκλίνουν σημαντικά από το μέσο, η απόκλιση αριθμητή είναι μεγάλη, και η αναλογία θα είναι μεγαλύτερη από μονάδα.

Για υπολογιστική αποτελεσματικότητα, η μέθοδος χρησιμοποιεί μία απόκλιση εκθετικά επιβαρυνμένης κίνησης και ένα μέσο εκθετικά επιβαρυνμένης κίνησης. Αυτά εναλλακτικά ονομάζονται φίλτρα πρώτης εντολής.

Επειδή ένα στατιστικό στοιχείο αναλογίας είναι μία στοχαστική μεταβλητή, στο SS δεν κρατάει μία νομοτελειακή τιμή μονάδας, αλλά έχει ένα εύρος από περίπου 0.75 έως 1.5. Επίσης, όταν μία διαδικασία είναι κοντά αλλά όχι αρκετά στο SS, η σταθερή αναλογία τιμής μπορεί αν είναι μέσα στο εύρος 0.9-2.3. Συνεπώς, απαιτείται η SS όταν η αναλογία έχει μία τιμή που δεν θα προερχόταν από μία κοντινή SS κατάσταση, όπως 0.9, αλλά έχει μία τιμή που αναπαριστά μία που θα μπορούσε μόνον να συναντηθεί στο SS, ίσως 0.85.

Οι εξισώσεις και ο κώδικας VBA για τη διαδικασία είναι:

```

nu2f = l2 * (OF_worst - xf) ^ 2 + c12 * nu2f      'estimate of numerator
variance
xf = l1 * OF_worst + c11 * xf                    'estimate of average value
delta2f = l3 * (OF_worst - OF_worst_old) ^ 2 + c13 * delta2f
'denominator
OF_worst_old = OF_worst                        'reset just past value
R = (2 - l1) * nu2f / delta2f                  'calculate the ratio of variances
IF R < 0.85 THEN SS = 'YES'

```

Οι συντελεστές 11, 12 και 13 αναπαριστούν τις τρεις τιμές φίλτρου λάμδα. Προτεινόμενες τιμές για καθεμία είναι 0.1, ουσιαστικά δείχνοντας ότι τα πιο πρόσφατα 10 δείγματα συμπεριλαμβάνονται στην ανάλυση. Οι συντελεστές c11, c12 και c13 αναπαριστούν τις συμπληρωματικές τιμές $(1-\lambda) = 0.9$.

Σημείωση: στην σύγκλιση, ένας παίκτης στην ομάδα θα έχει την καλύτερη OF τιμή, αλλά αυτό δεν είναι η μοναδική λύση, είναι το τυχαίο καλύτερο στην ομάδα σε αυτή την επανάληψη. Το εύρος των πρώτων παικτών στην περιοχή που είναι κοντά στο βέλτιστο δηλώνει την γενική εγγύτητα και το εύρος αβεβαιότητας της. Αναφέροντας την μοναδική καλύτερη τιμή παίκτη θα κατευθύνει λάθος την εφαρμογή. Συνεπώς, αναφέρετε το εύρος της DV* τιμής.

3.5. Οπτικές σε Μεθόδους Αναζήτησης Μονομεταβλητής

Αυτή η αναλυτική μέθοδος είναι απλή από εννοιολογική άποψη, αλλά απαιτεί μία αναλυτικά εύκολα διαχειρίσιμη παράσταση- έναν τύπο που επιτρέπει να αποκτηθεί ένα αναλυτικό παράγωγο. Έπειτα, η εξίσωση παραγώγου επιτρέπει μία σαφή επίλυση για την DV*. Ένα πλεονέκτημα αυτής είναι ότι η εξίσωση για την DV* μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να δείξει την εξάρτηση της συνάρτησης της DV* εξαιτίας άλλων μεταβλητών. Ωστόσο, εξαρτώντας από πολυπλοκότητες, η λύση για x^* μπορεί να χρειάζεται έναν αριθμητικό αλγόριθμο εύρεσης της ρίζας. Επιπλέον, η διαδικασία μπορεί να βρει ένα μέγιστο ή ένα σαγαστικό σημείο, εφόσον $df/dx = 0$.

Χρησιμοποιείστε το δεύτερο παράγωγο για να καθορίσετε εάν το σημείο μηδενικής κλίσης είναι ένα μέγιστο, ελάχιστο ή σαγαστικό σημείο. Εάν ένα ελάχιστο στο x^* , τότε $d^2f/dx^2|_{x^*} > 0$, το οποίο ονομάζεται «θετικός καθορισμένος». Εάν ένα μέγιστο στο x^* , τότε $d^2f/dx^2|_{x^*} < 0$, το οποίο ονομάζεται «αρνητικός καθορισμένος». Εάν $d^2f/dx^2|_{x^*} = 0$, είναι ένα «σαγαστικό σημείο» ή τοπικά «επίπεδο».

Όλες οι άλλες μέθοδοι είναι επαναλαμβανόμενες.

Οι μέθοδοι εξάλειψης περιοχής (διχοτόμησης και Χρυσής Αναζήτησης) είναι ισχυρές σε πολλά σχήματα συναρτήσεων και δίνουν εγγυημένο DV εύρος μετά από N επαναλήψεις:

$$DV \text{ Final Range} = DV \text{ Initial Range} \left\{ \begin{array}{l} 0.5^N \\ 0.618 \dots^N \end{array} \right\} \quad (3.46)$$

Σύμφωνα με τους κανόνες, βρίσκουν είτε το ελάχιστο είτε το μέγιστο όπως είναι επιθυμητό από τον χρήστη, όχι ένα σημείο που μπορεί να είναι είτε ελάχιστο, μέγιστο ή σαγαστικό. Αλλά έχουν μία κάπως περίπλοκη λογική.

Οι μέθοδοι τύπου Newton και η διαδοχική δευτεροβάθμια (δευτεροβάθμιες, επαναλαμβανόμενες προσεγγίσεις) μπορεί να στείλουν την επόμενη πρόβλεψη σε ακραία όταν η κλίση του πρώτου παράγωγου (η τιμή του δεύτερου παράγωγου) είναι κοντά στο μηδέν όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.13.

Μπορεί να αναγνωρισθεί αυτή η κατάσταση παρατηρώντας τις Δx τιμές. Αυτές θα εναλλάσσουν σημείο, στέλνοντας την επίλυση δοκιμής πολύ μακριά στα δεξιά και έπειτα πολύ μακριά στα αριστερά. Μπορεί να αμβλυνθεί αυτό το πρόβλημα περιορίζοντας το Δx σε ένα μέγιστο μέγεθος ή προσθέτοντας έναν αποσβεστικό

συντελεστή, α , στον επαναλαμβανόμενο κανόνα. Ίσως $\alpha = 0.1$. Εάν ένας αλγόριθμος τύπου Newton, ο αποσβεστικός συντελεστής μπορεί να πολλαπλασιάσει τον υπολογισμό Δx :

$$x_N = x_{N-1} - \alpha \frac{dy/dx|_{x_{N-1}}}{d^2f/dx^2|_{x_{N-1}}}$$

(3.47)

Συνεπώς, οι επαναλαμβανόμενες προσεγγίσεις τύπου Newton μπορούν πολύ αργά να αυξηθούν στο βέλτιστο.

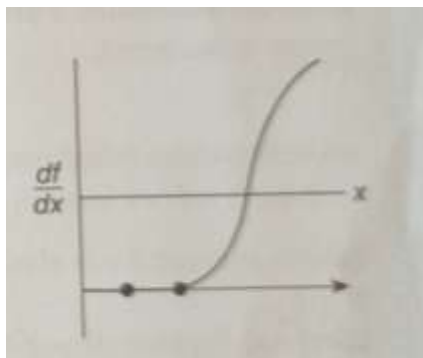
Μπορείτε να αναγνωρίσετε αυτή την κατάσταση παρατηρώντας τις Δx τιμές. Θα κρατήσουν στο ίδιο σημείο. Μπορείς να επιταχύνεις την αναζήτηση για το βέλτιστο κάνοντας τον συντελεστή να έχει μεγαλύτερη τιμή, ίσως $\alpha = 2$:

$$x_N = x_{N-1} - \alpha \frac{dy/dx|_{x_{N-1}}}{d^2f/dx^2|_{x_{N-1}}}$$

(3.48)

Με τις αναλυτικές παραστάσεις για τα πρώτα και δεύτερα παράγωγα, οι αλγόριθμοι τύπου Newton είναι εύκολο να προγραμματιστούν. Με αριθμητικούς υπολογισμούς των πρώτων και δεύτερων παραγώγων, απαιτώντας επιλογές του χρήστη για την μέθοδο (προς τα εμπρός, πίσω, κεντρικά) και για την Δx προσαύξηση που χρησιμοποιείται για να υπολογίσει τα παράγωγα, αυτοί οι τύποι είναι λίγο πιο περίπλοκοι από την Χρυσή Τομή.

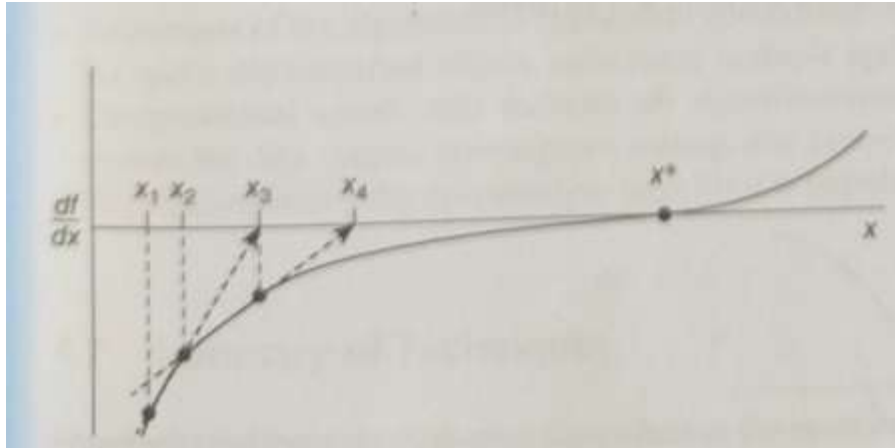
Για καλά-συμπεριφερόμενες συναρτήσεις (συνεχείς τιμές με συνεχή παράγωγα), ειδικά αυτές με ένα σχήμα σαν δευτεροβάθμιες, οι μέθοδοι τύπου Newton ραγδαία θα κάνουν άλμα στην κοντινή περιοχή στο βέλτιστο και ραγδαία θα πλησιάσουν στην DV^* τιμή.



Σχήμα 3.13 Απεικόνιση μίας υπέρβασης όταν το δεύτερο παράγωγο έχει μία χαμηλή τιμή.

Οι αλγόριθμοι τύπου Newton θα μετακινηθούν σε ένα μέγιστο, ελάχιστο ή σαγαστικό σημείο, απαιτώντας έναν έλεγχο στο δεύτερο παραγώγου σε μία επίλυση.

Αυτοί αναζητούν ένα τοπικό βέλτιστο, έναν ελκυστή στο αρχικό TS, όχι ένα καθολικό βέλτιστο από ένα εύρος. Συγχαρητήρια σε εσάς, εάν γνωρίζετε είτε από προηγούμενη εμπειρία είτε από τη λειτουργικότητα των συναρτήσεων ότι υπάρχει μόνον ένα βέλτιστο για την εφαρμογή. Εάν δεν το γνωρίζεται, τότε δημιουργήστε το Σχήμα της συνάρτησης για να δείξετε το σχήμα του, ή αρχικοποιήστε τον βελτιστοποιητή από αντίθετα σημεία για να δείτε εάν όλες οι αρχικοποιήσεις οδηγούν στην ίδια DV^* τιμή.



Σχήμα 3.14 Όταν το παράγωγο ασυμπτωτικά προσεγγίζει το μηδέν.

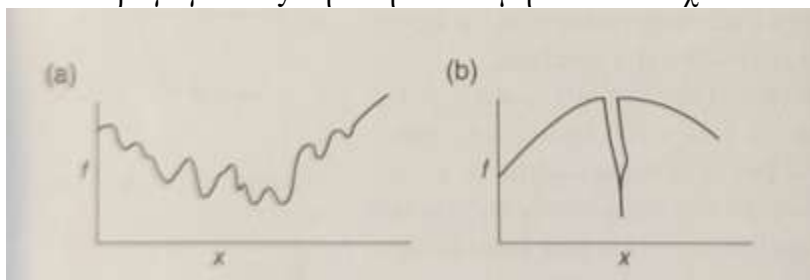
Η διαδοχική δευτερεύουσα είναι κάπως πιο περίπλοκες να προγραμματιστούν, αλλά σαν τους αλγόριθμους τύπου Newton, είναι γρήγορη και σχετικά ισχυρή στην εγγύτητα του x^* για καλά-συμπεριφερόμενες συναρτήσεις. Το κριτήριο σύγκλισης χρειάζεται να την σταματήσει πριν τα πιο πρόσφατα τρία DV σημεία είναι πολύ κοντά στο x^* , επειδή σημαντικά ταυτόσημες διαδοχικές τιμές του x^* και f οδηγούν σε έναν ακατάλληλο πίνακα (αριθμητική αστάθεια). Σαν την μέθοδο Newton, η διαδοχική δευτεροβάθμια θα αναζητήσει ένα μέγιστο, ελάχιστο ή σαγαστικό σημείο. Εκτός των σημείων διακύμανσης από ένα ελάχιστο, αναζητούν το μέγιστο. Είναι χρήσιμες μόνον κοντά (μέσα στην κοίλη κοντινή περιοχή) στο ελάχιστο.

Όλες οι μέθοδοι υποθέτουν καλά-συμπεριφερόμενες συναρτήσεις όχι καταστάσεις που απεικονίζονται στο Σχήμα 3.15 μίας επιφάνειας με πολλαπλά βέλτιστα (εναλλακτικά ένα που είναι στοχαστικό) ή ένα με πιθανότητα να του λείπουν πολύ μικρά βέλτιστα.

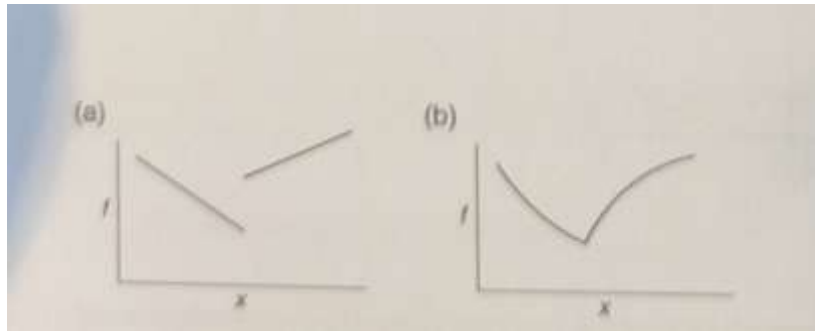
Αν και οι αναλυτικές μέθοδοι (αναλυτική, υποκατάστατο μοντέλο, τύπου Newton) δεν μπορούν να αντιμετωπίσουν τις ασυνέχειες όπως αυτές απεικονίζονται στο Σχήμα 3.16, οι αλγόριθμοι άμεσης αναζήτησης μπορούν.

Οι μέθοδοι άμεσης αναζήτησης αναζητούν ένα ελάχιστο. Δεν σύρονται στα μέγιστα ή στα σαγαστικά σημεία. Ωστόσο, μπορούν να προγραμματιστούν να βρουν ένα μέγιστο, για παράδειγμα, εάν η Δx έχει το ίδιο σημείο κλίσης σε ένα επίπεδο διχοτόμησης, εάν η ακραία περιοχή με το «πιο χαμηλό» αντικατασταθεί με το «πιο υψηλό» στο GS, ή εάν οι άλλες άμεσες αναζητήσεις καθορίσουν καλύτερα εάν $f_{\text{new}} > f_{\text{base}}$ σε αντίθεση με το να χρησιμοποιηθεί $f_{\text{new}} < f_{\text{base}}$.

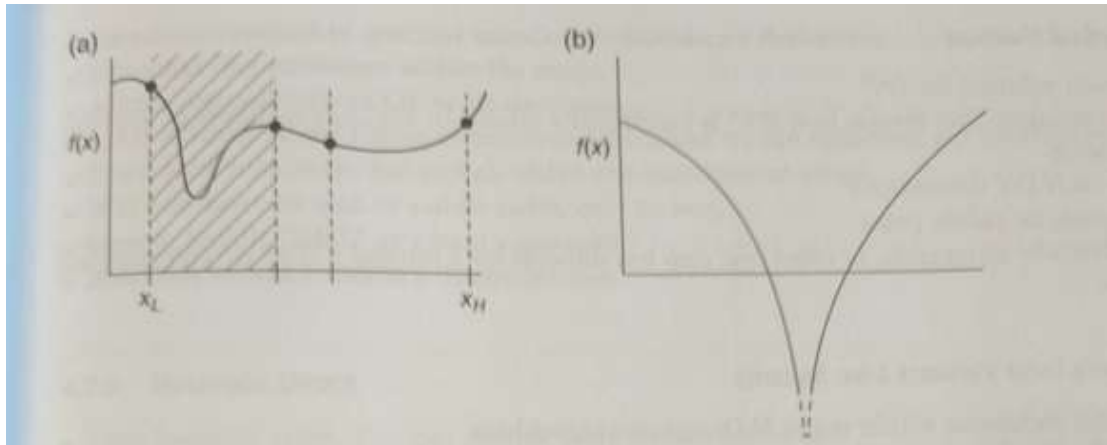
Καμία από τις μεθόδους δεν είναι καθολικά τέλεια. Στο Σχήμα 3.17a, για παράδειγμα, εάν $y = 10 + 2 [2/(x-5)]^2$ στον Newton, η Secant Newton, και η διαδοχική δευτερεύουσα όλες απομακρύνονται από το ελάχιστο. Επιπλέον, ακόμη και η υπόθεση ότι το παράγωγο του y δηλαδή x είναι μηδέν στο ελάχιστο είναι λάθος.



Σχήμα 3.15 Απεικόνιση ακατάλληλων OF αντιδράσεων (a)στοχαστικές και (b) σπής.



Σχήμα 3.16 Απεικόνιση (a) μίας ασυνέχειας συνάρτησης και (b) ασυνέχειας κλίσης.



Σχήμα 3.17 Δύο δύσκολες περιπτώσεις βελτιστοποίησης: (a) υπέρβαση ελάχιστου και (b) αιτίες απόκλισης σε δευτεροβάθμιες μεθόδους.

3.6. Αξιολόγηση Βελτιστοποιητών

Η βελτιστοποίηση αναζητάει το καλύτερο. Μπορεί να εφαρμοστεί για να καθορίσει ποιος αλγόριθμος βελτιστοποίησης είναι ο καλύτερος; Εδώ είναι η παράσταση:

$$\max_{\{AM, N, SQ, HD, LF\}} J = \text{Desirable Attributes} \quad (3.49)$$

Για να γίνει αυτό, κάποιος θα πρέπει να αποφασίσει τι να συμπεριλάβει ως επιθυμητά και ανεπιθύμητα χαρακτηριστικά ενός βελτιστοποιητή. Ακολουθεί μία λίστα των χαρακτηριστικών που οδήγησε στις επιλογές μου στο να αποφασίσω τι θα παρουσιάσω σε αυτό το κεφάλαιο:

- NOFE – αριθμός υπολογισμών συνάρτησης για να αναγνωριστεί η DV*. Αυτό συμπεριλαμβάνει τις συναρτήσεις που χρειάζονται για να υπολογιστούν τα παράγωγα, είτε αναλυτικά είτε αριθμητικά.
- p-Global – η πιθανότητα εύρεσης του καθολικού βέλτιστου σε μία εφαρμογή με πολλαπλά βέλτιστα.
- Δεν ανακατευθύνεται στο μέγιστο ή σαγαστικό εάν αναζητάει το ελάχιστο.
- Απλότητα αλγορίθμου – για κατανόηση και επίλυση προβλήματος.
- Απλότητα στη χρήση – όπως αρχικοποίηση της TS και επιλογές για συντελεστές αλγόριθμου.
- Δύναμη του αλγόριθμου – σε λάθη εκτέλεσης και σε λανθασμένης κατεύθυνσης διαδρομές.
- Δύναμη του αλγόριθμου σε αποκλίσεις εφαρμογής – ασυνέχειες στην OF τιμή ή στα παράγωγα, επίπεδα σημεία, αποτελέσματα διακριτοποίησης, διακυμάνσεις, πολλαπλά βέλτιστα, περιορισμένες περιοχές κ.τ.λ.

- Υπολογιστική ταχύτητα – αυτό συμπεριλαμβάνει όλες τις έννοιες του αλγόριθμου, αλλά αποκλείει τις επιλογές του χρήστη για αποτέλεσμα δεδομένων, έλεγχο της σύγκλισης και διαδικασίες για να καθοριστούν οι τιμές συνάρτησης.
- Ευρεία αποδοχή – ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης είναι δημοφιλής, οικείος, χρησιμοποιημένος κ.τ.λ.

3.7. Περίληψη των Τεχνικών

Οι παρακάτω έξι αλγόριθμοι βελτιστοποιητή θεωρούνται ως οι πιο σημαντικοί για να του κεφαλαίου μονομεταβλητής αναζήτησης για τους ακόλουθους λόγους:

3.7.1. Αναλυτική Μέθοδος

- Παρέχει ακριβή λύση για DV*.
- Παρέχει μία εξίσωση που δείχνει πως η DV* είναι λειτουργικά σχετική με βοηθητικές μεταβλητές ή συντελεστές εφαρμογής.
- Επεκτάσιμη σε N DV διαστάσεις.
- Αναζητάει ελάχιστο, μέγιστο ή σαγαστικό σημείο.
- Μπορεί να είναι αναλυτικά δύσκολη, ή συχνά ένα βήμα πιο δύσκολη για ένα φυσιολογικό STEM άτομο που εφαρμόζει βελτιστοποίηση.

3.7.2. Newton (και παραλλαγές όπως η Μέθοδος Secant-Απομόνωσης)

- Θεμελιώδης τεχνική μέσα σε πολλούς N-διάστασης αλγόριθμους.
- Παίρνει ένα τοπικό δευτεροβάθμιο μοντέλο της OF απέναντι στην DV και κάνει άλμα στο πρότυπο ελάχιστο.
- Επεκτάσιμη σε N DV διαστάσεις.
- Υποθέτει μία κυρτή συνάρτηση στην οποία $d^2OF/dDV^2 > 0$ παντού (όταν αναζητάει ένα ελάχιστο).
- Υποθέτει μία συνεχή OF με συνεχείς πρώτα παράγωγα παντού.
- Μπορεί να κάνει άλμα σε παράλογους χώρους εάν οι συνθήκες δεν είναι έγκυρες, όπως στις διακυμάνσεις.
- Χρειάζεται να έχει τιμές για τα πρώτα και δεύτερα (ανάμεικτα) παράγωγα, τα οποία μπορεί να χρειάζονται να γίνουν αριθμητικά, απαιτώντας επιπρόσθετους υπολογισμούς συνάρτησης για κάθε άλμα προς την επανάληψη.
- Θα μετακινηθεί στο ελάχιστο, μέγιστο ή σαγαστικό σημείο.
- Βρίσκει τοπικό ελάχιστο, όχι καθολικό.
- Δεν μπορεί να διαχειριστεί το “FAIL” ως έναν αυστηρό περιορισμό.
- Γρήγορη και αποτελεσματική όταν η επιφάνεια είναι σαν τετραγωνική.

3.7.3. Διαδοχική Δευτεροβάθμια

- Παίρνει ένα τοπικό δευτεροβάθμιο μοντέλο (υποκατάστατο μοντέλο) της OF δηλαδή DV επιφάνεια και μετά κάνει άλμα στο πρότυπο ελάχιστο.
- Επεκτάσιμη σε N DV διαστάσεις.
- Υποθέτει μία κυρτή συνάρτηση στην οποία $d^2OF/dDV^2 > 0$ παντού.
- Υποθέτει μία συνεχή OF με συνεχείς πρώτα παράγωγα παντού.
- Μπορεί να κάνει άλμα σε παράλογους χώρους εάν οι συνθήκες δεν είναι έγκυρες.
- Δεν χρειάζεται να υπολογίσει παράγωγα ή δεύτερα παράγωγα, αλλά χρειάζεται να λύσει την γραμμική N x N εξίσωση για τους πρότυπους συντελεστές (Gaussian εξάλειψη).

- Απαιτεί διάφορους υπολογισμούς συνάρτησης σε κάθε επανάληψη για να πάρει τον πιο απλό τύπο μοντέλου και περισσότερους για ένα μοντέλο με διανυσματικό γινόμενο.
- Θα μετακινηθεί στο ελάχιστο, μέγιστο ή σαγαστικό σημείο.
- Βρίσκει τοπικό ελάχιστο, όχι καθολικό.
- Δεν μπορεί να διαχειριστεί το “FAIL” ως έναν αυστηρό περιορισμό.
- Γρήγορη και αποτελεσματική όταν η επιφάνεια είναι σαν τετραγωνική.
- Δείχνει την εφαρμογή των υποκατάστατων μοντέλων. Υπάρχουν πολλά εναλλακτικά μοντέλα που μπορούν να χρησιμοποιηθούν.

3.7.4. Μέθοδος Χρυσής Τομής

- Περιορισμένη σε μία αναζήτηση μονομεταβλητής. Δεν μπορεί να επεκταθεί σε N-D.
- Η «γραμμή» αναζήτησης μπορεί να είναι κατά μήκος μίας κοίλης σε ένα N-D διάστημα.
- Άμεση (σε αντίθεση με βασισμένες στην κλίση) – χωρίς μοντέλα, χωρίς παράγωγα.
- Υποθέτει ένα ελάχιστο εντός του εύρους.
- Επιτρέπει ασυνέχεια της OF ή των παραγώγων της.
- Πιο αποτελεσματική από τους αλγόριθμους εξάλειψης περιοχής (μείωση εύρους ανά υπολογισμό συνάρτησης).
- Βρίσκει τοπικό ελάχιστο, όχι καθολικό, μέσα στο εύρος αρχικοποίησης.
- Δεν θα μετακινηθεί στο μέγιστο ή σαγαστικό σημείο, μόνον στο ελάχιστο.
- Δεν μπορεί να διαχειριστεί το “FAIL” ως έναν αυστηρό περιορισμό.
- Σχετικά ισχυρό σε ασυνέχειες επιφάνειας.

3.7.5. Ευρετική Άμεση

- Χρειάζεται ευρετικούς κανόνες. Μπορείς να τους αλλάξεις για να ταιριάζουν στη λογική σου.
- Επεκτάσιμη στο N-D.
- Άμεση (σε αντίθεση με βασισμένη στην κλίση), χωρίς παράγωγα, χωρίς μοντέλα.
- Υποθέτει απουσία άλματος πάνω από το καλύτερο (στενή κοιλάδα) σε μία γενική διαδρομή προς τα κάτω.
- Επιτρέπει ασυνέχεια συναρτήσεων και κλίσης.
- Μπορεί να διαχειριστεί το “FAIL” ως ισχυρό περιορισμό μίας συνάρτησης ή αντίδρασης σε λάθος παγιδευμένη στην εκτέλεση κώδικα.
- Απλό να κατανοηθεί και να εφαρμοστεί.
- Βρίσκει τοπικό ελάχιστο, κατηφοριά από την αρχικοποίηση, όχι καθολικό.
- Δεν θα μετακινηθεί στο μέγιστο ή σαγαστικό σημείο, μόνον στο ελάχιστο.
- Διαισθητική.
- Σχετικά δυνατή σε αποκλίσεις επιφάνειας.

3.7.6. Leapfrogging

- Επεκτάσιμη σε N-D.
- Άμεση (σε αντίθεση με βασισμένη στην κλίση), χωρίς παράγωγα, χωρίς μοντέλα.
- Επιτρέπει ασυνέχεια συναρτήσεων και κλίσης.
- Επιτρέπει τα επίπεδα σημεία.

- Μπορεί να διαχειριστεί το “FAIL” ως ισχυρό περιορισμό της αντίδρασης της συνάρτησης.
- Απλό να κατανοηθεί και να εφαρμοστεί.
- Τάση να βρει καθολικό ελάχιστο, αλλά όχι εγγυημένο.
- Δεν θα μετακινηθεί στο μέγιστο ή σαγαστικό σημείο, μόνον στο ελάχιστο.
- Ένας OF υπολογισμός ανά επανάληψη (σε 1-D).
- Μπορεί να εφαρμοστεί σε στοχαστικές εφαρμογές.
- Πολυπαίκτες

4. Ανάλυση Διαδρομής

4.1. Εισαγωγή

Συχνά χρειάζεται να υπολογίσουμε συμβάντα σε μία κατάσταση κατά μήκος μίας διαδρομής και να χρησιμοποιήσουμε είτε το σύνολο των συμβάντων είτε τον ρυθμό αλλαγής της αντικειμενικής συνάρτησης. Αυτό το κεφάλαιο δείχνει κάποια παραδείγματα και τις μαθηματικές μεθόδους για τον υπολογισμό της OF.

Πολλοί άνθρωποι χρησιμοποιούν τον όρο γραμμικό ολοκλήρωμα, αλλά για να μπορέσει να εξαλειφθεί το μπέρδεμα στον όρο γραμμική αναζήτηση και να αποδειχθεί ότι η διαδρομή για συσσώρευση δεν χρειάζεται να είναι μία ευθεία γραμμή, θα χρησιμοποιηθεί η ολοκλήρωση διαδρομής.

4.2. Παραδείγματα Διαδρομής

Ακολουθούν πέντε παραδείγματα για να δείξουν τις έννοιες της ανάλυσης διαδρομής:

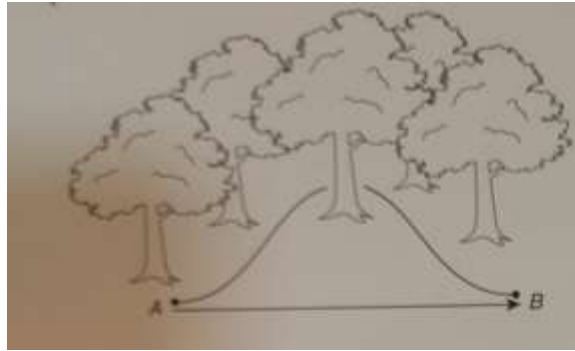
Παράδειγμα 1: Τι διαδρομή θα έπρεπε να ακολουθηθεί για την εύρεση της διαδρομής από το σημείο A στο σημείο B; Το Σχήμα 4.1 δείχνει δύο διαδρομές: μία ευθεία και μία κάνοντας ελιγμούς ανάμεσα στα δέντρα. Εάν αρχίσει ελαφρώς να βρέχει και το να βρέχεται είναι ανεπιθύμητο, τότε η πιο μακρινή διαδρομή κάτω από την προστασία των δέντρων μπορεί να είναι καλύτερη. Πως κάποιος υπολογίζει την ποσότητα βροχής που συναντιέται σε κάθε διαδρομή για να αποφασίσει ποια είναι καλύτερη; Εάν μία διαδρομή περιγραφόταν από μία συνάρτηση $y = f(x)$ όπως $y = a + bx + cx^2$, όπου x και y αναπαριστούν τις συντεταγμένες του χάρτη, και η ταχύτητα βαδίσματος ήταν $v = dS/dt$ όπου S είναι η απόσταση κατά μήκος της διαδρομής, τότε η ανάλυση διαδρομής παρέχει τον χρόνο στο τμήμα της διαδρομής ΔS σε οποιοδήποτε συγκεκριμένο σημείο $[x(t), y(t)]$. Εάν ο ρυθμός της βροχής είναι γνωστός, $r = g(x, y)$, τότε μία τεχνική ολοκλήρωσης διαδρομής θα παρέχει την απάντηση.

Σε αυτό το παράδειγμα, τα σημεία A και B περιορίζουν την εξίσωση διαδρομής. Όταν $x = x_A$, τότε η σχέση $y = a + bx_A + cx_A^2$ πρέπει να επιστρέψει την τιμή του y_A . Παρόμοια, $y_B = a + bx_B + cx_B^2$. Αυτοί οι περιορισμοί σημαίνουν ότι από τους τρεις συντελεστές (a , b , c) μόνον ένας μπορεί να επιλεγεί από τον βελτιστοποιητή για να καθορίσει την καλύτερη διαδρομή. Όταν ο ένας επιλεγεί από τον βελτιστοποιητή, οι άλλοι δύο καθορίζονται από δύο σχέσεις ισοδυναμίας. Σαν αποτέλεσμα, αυτό είναι μία μοναδική DV βελτιστοποίηση.

$$\min_{(c)} J = \int_A^B r(x, y) dS$$

(4.1)

Στην βελτιστοποίηση, αυτό συχνά ονομάζεται γραμμική αναζήτηση, επειδή έχει μία μοναδική DV. Ωστόσο, η ολοκλήρωση είναι επίσης πάνω σε μία γραμμή (μία διαδρομή). Η κοινή ορολογία για την «γραμμή» έχει δύο πολύ ξεχωριστές σημασίες. Στη μία σημασία, η μεταβλητή c , ένας συντελεστής στη σχέση της διαδρομής. Στην άλλη, είναι η απόσταση από το σημείο A στο σημείο B. όπως αναφέρθηκε πριν, για να αποφευχθεί η σύγχυση, θα χρησιμοποιήσω την ορολογία της ολοκλήρωσης διαδρομής ή συνάρτησης διαδρομής για να συσχετίσουμε τη διαδικασία κατά μήκος της διαδρομής (ή γραμμής).



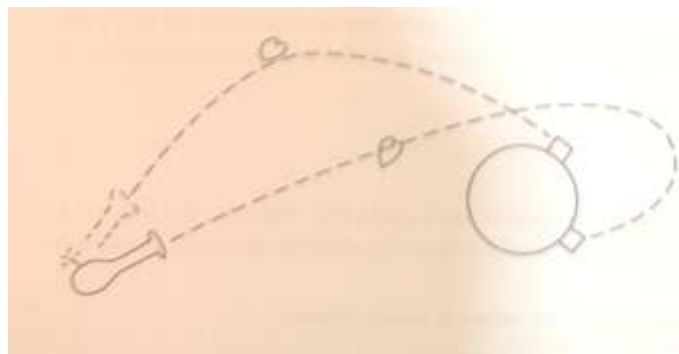
Σχήμα 4.1 Διαδρομή από το A στο B.

Παράδειγμα 2: Εδώ παρουσιάζεται ένα άλλο παράδειγμα ολοκληρωμένης διατύπωσης διαδρομής: Που στοχεύει και τι αρχική ταχύτητα του βλήματος θα μεγιστοποιήσει τα συσσωρευμένα σημεία (Σχήμα 4.2); Ο καλύτερος συνδυασμός θα οδηγήσει στα πιο συσσωρευμένα σημεία κατά μήκος της διαδρομής και σε έναν στόχο πάνω στον πλανήτη. Οι εξισώσεις κίνησης ενός στέρεου σωματιδίου μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να περιγράψουν τη θέση της διαδρομής (x, y) στον χρόνο. Αλλά ως καθορίζεται η συγκέντρωση των σημείων; Σε μία ολοκλήρωση, η τεχνική συγκέντρωσης σημείων κατά μήκος μίας διαδρομής είναι η απάντηση. Αυτό είναι ένα αρχικό πρόβλημα τιμής. Όταν η γωνία και η ταχύτητα αποφασιστούν, η δυναμική της διαδρομής (θέση και ταχύτητα, χρόνος στην κοντινή περιοχή) καθορίζονται από ελεύθερης πτώσης εξισώσεις κίνησης. Ο βελτιστοποιητής έχει δύο DVs, αλλά η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης ακόμη καθορίζεται από την ολοκλήρωση διαδρομής.

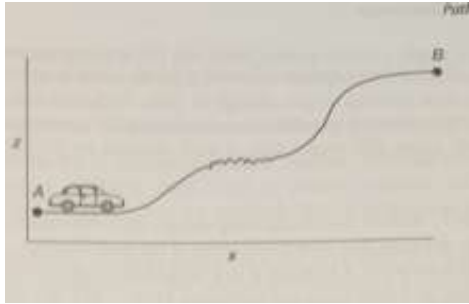
Παράδειγμα 3: Σε αυτό το τρίτο παράδειγμα ολοκλήρωσης διαδρομής, ένας οδηγός θέλει να οδηγήσει το αυτοκίνητο από το σημείο A στο σημείο B μέσα σε έναν χρονικό περιορισμό, για να ελαχιστοποιήσει την κατανάλωση καυσίμων. Στο Σχήμα 4.3, υπάρχουν επίπεδα και ανηφορικά τμήματα του δρόμου και ένα τραχύ τμήμα. Η λογική μπορεί να είναι να πέσει ο επιταχυντής μέχρι ένα συγκεκριμένο χρόνο και μετά να κυλήσει στη γραμμή τερματισμού:

$p = 100\%$, εάν $t < \tau$

$$p = 0\%, \quad \text{εάν} \quad t \geq \tau \quad (4.2)$$



Σχήμα 4.2 Κύλιση σε διάστημα.



Σχήμα 4.3 Προφίλ καλύτερης ταχύτητας από το A στο B.

Εδώ ο βελτιστοποιητής θα αναζητήσει την τιμή του τ για να ελαχιστοποιήσει την κατανάλωση καυσίμων με τον περιορισμό να φτάσει στο σημείο B μέσα στο χρονικό όριο. Εναλλακτικά, η θέση του επιταχυντή θα μπορούσε να προγραμματιστεί να αλλάξει από 100 σε 0% με ύψος ή απόσταση κατά μήκος του δρόμου αντί για τον χρόνο. Έπειτα, με δεδομένο μία συγκεκριμένη τ επίλυση δοκιμής, το μοντέλο ώθησης μηχανής (ως συνάρτηση ταχύτητας και θέση επιταχυντή) και οι εξισώσεις κίνησης για το αυτοκίνητο μπορούν να δώσουν τη θέση του δρόμου, την ταχύτητα, και την κατανάλωση καυσίμων σε οποιοδήποτε σημείο στον χρόνο. Ενσωματώνοντας την κατανάλωση καυσίμων στο 100% του χρόνου θα δώσει την κατανάλωση καυσίμων. Εδώ, η μοναδική μεταβλητή απόφασης είναι ο χρόνος για να ξεκινήσει η κύλιση, τ , και η ολοκλήρωση διαδρομής μπορεί να είναι πάνω από το χρόνο, από το 0 έως το τ .

$$\min_{(\tau)} J = \int_{t=0}^{\tau} F(t, v, z) dt$$

(4.3)

Εδώ, η μοναδική DV είναι η ίδια με το όριο ολοκλήρωσης, προσθέτοντας τη σύγκυση όταν ξεχωρίζει η γραμμή αναζήτησης DV από το ακέραιο όρισμα. Έτσι, μην χρησιμοποιείται την ορολογία γραμμή αναζήτησης. Χρησιμοποιήστε μονομεταβλητή (μοναδική DV) αναζήτηση. Και μην χρησιμοποιείται την ορολογία γραμμή ολοκλήρωσης. Χρησιμοποιήστε διαδρομή ολοκλήρωσης.

Παράδειγμα 4: Στην τεχνική μέγιστης πιθανοφάνειας εφαρμογής της καμπύλης στα δεδομένα, ο στόχος είναι να καθοριστούν οι τιμές συντελεστών του μοντέλου που φέρνουν το μοντέλο πιο κοντά στα σημεία των δεδομένων. Η μέθοδος των ελάχιστων τετραγώνων, ελαχιστοποιώντας το άθροισμα των κάθετων τετράγωνων αποκλίσεων, είναι μία ιδανική εκδοχή. Σκεφτείτε μία απλή κατάσταση μονής εισόδου μονής εξόδου, $\tilde{y} = f(x)$. Το κλασικό άθροισμα των τετράγωνων αποκλίσεων, SSD, η

$$J = \sum (y_i - \tilde{y}_i)^2$$

αντικειμενική συνάρτηση είναι Στην μέγιστη πιθανοφάνεια, ωστόσο, η «απόσταση» ανάμεσα στο μοντέλο και τα δεδομένα σχετίζεται και με την y - και με την x - απόκλιση, και η καθεμία είναι επεκτάσιμη από την αβεβαιότητά της. Η πιθανοφάνεια σχετίζεται με την πιθανότητα που το μοντέλο θα μπορούσε να έχει παράγει τα δεδομένα. Έστω μία φυσιολογική Gaussian πιθανότητα κατανομής, για το i σημείο δεδομένων,

$$L_i = (1/2\pi\sqrt{\sigma_x\sigma_y})e^{-(1/2)\left\{\left[\frac{(x_i - \tilde{x})}{\sigma_x}\right]^2 + \left[\frac{(y_i - f(\tilde{x}))}{\sigma_y}\right]^2\right\}}$$

Ένα στάδιο στη διαδικασία είναι να βρεθεί το σημείο στην καμπύλη που είναι πιο κοντά στο σημείο δεδομένων, όπου το κοντά σχετίζεται με το μέγιστο της κοινής πιθανότητας ότι η καμπύλη θα μπορούσε να έχει παράγει τα δεδομένα. Έχοντας την

επίλυση δοκιμής των τιμών συντελεστή σε μία μοντελοποιημένη καμπύλη, για κάθε σημείο δεδομένων, αναζητήστε στο μοντέλο να βρείτε την x- τιμή που μεγιστοποιεί το L_i .

$$\max_{\{\tilde{x}\}} J = L_i = \frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma_x\sigma_y}} e^{-\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\tilde{x}_i - \tilde{x}}{\sigma_x} \right)^2 + \left(\frac{y_i - f(\tilde{x})}{\sigma_y} \right)^2 \right]}$$

(4.4)

Αυτό είναι μία αναζήτηση μοναδικής μεταβλητής. Εδώ, η DV αναπαραστάθηκε από την x- μεταβλητή, \tilde{x} , αλλά θα μπορούσε να είναι και η μεταβλητή αντίδρασης, \tilde{y} , ή απόστασης κατά μήκος της καμπύλης, ή κάποια παραμετρική σχέση όπως Πως η θέση μπορεί να αλλάξει στον χρόνο. Παρόλο, που αυτό είναι μία βελτιστοποίηση μοναδικής DV, είναι ένα στάδιο βελτιστοποίησης που ενσωματώνεται πολυμεταβλητό μοντέλο βελτιστοποίησης συντελεστή. Ο στόχος είναι να αναζητηθεί κατά μήκος της γραμμής, μία διαδρομή που καθορίζεται από $\tilde{y} = f(\tilde{x})$, για να βρει κάθε σημείο $(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i)$ που μεγιστοποιούν το L_i .

Παράδειγμα 5: Αντί να γίνεται η ολοκλήρωση κατά μήκος μίας διαδρομής που καθορίζεται από μία μοναδική μεταβλητή (χρόνος ή θέση) εδώ είναι ένα παράδειγμα που χρησιμοποιεί ένα παράγωγο της συνάρτησης διαδρομής. Ο στόχος είναι να καθοριστεί μία διαδρομή πεζοπορίας από το σημείο A στο B σε μία οροσειρά. Ίσως η x-y διαδρομή περιγράφεται από ένα μοντέλο από το A στο C στο B με τετραγωνικά τμήματα. Από το A στο C η διαδρομή είναι $y = f_1(x)$, όπως $y = a_1 + b_1x + c_1x^2$. Και από το C στο B $y = f_2(x)$, όπως $y = a_2 + b_2x + c_2x^2$. Ο στόχος δεν είναι μόνον να καθοριστεί η διαδρομή με την ελάχιστη απόσταση (που θα ήταν μία ολοκλήρωση διαδρομής) αλλά επίσης να διατηρηθεί η κλίση σε οποιοδήποτε σημείο λιγότερο από κάποια μέγιστη τιμή για την προστασία και την άνεση των πεζοπόρων και την διάβρωση από την βροχή των πετρών στη διαδρομή. Εδώ, η κλίση είναι ο ρυθμός αλλαγής του υψομέτρου δηλαδή η απόσταση κατά μήκος του μονοπατιού. Εάν η x- θέση είναι επιλεγμένη, τότε το μοντέλο διαδρομής δίνει την y- θέση. Εάν το υψόμετρο ήταν μοντελοποιημένο ως συνάρτηση, $z = h(x, y)$, τότε η κλίση της διαδρομής είναι dz/dS όπου S είναι η απόσταση κατά μήκος της διαδρομής (και στις τρεις κατευθύνσεις).

Η παράσταση βελτιστοποίησης θα μπορούσε να είναι να καθοριστούν οι τιμές για την τοποθεσία του σημείου C και των εξισώσεων διαδρομής από το A στο C και μετά από το C στο B το οποίο ελαχιστοποιεί την πιο απότομη κλίση παντού κατά μήκος της διαδρομής:

$$\min_{\{x_C, y_C, c_1, c_2\}} J = \max \left[\frac{dz}{dS} \right], \forall S \quad (4.5)$$

4.3. Οπτική για τις Μεταβλητές

Σε πολλά από αυτά τα παραδείγματα, η θέση της διαδρομής ήταν χωροταξική με (x, y, z) συντεταγμένες. Η θέση θα μπορούσε να είναι η συνέπεια μίας από τις

ανεξάρτητες μεταβλητές, όπως η x- θέση, χρόνος, S-απόσταση κατά μήκος της διαδρομής, ή θέση επιταχυντή που προγραμματίζεται με απόσταση ή χρόνο. Και η αντίδραση θέσης και η τοπική συσσώρευση επιθυμητών μορφών (για να μεγιστοποιηθούν) ή ανεπιθύμητων (για να ελαχιστοποιηθούν) είναι οι εξαρτημένες μεταβλητές, και αυτές είναι σε απάντηση στην επιλεγμένη ανεξάρτητη μεταβλητή για τον υπολογισμό της διαδρομής:

Σημείωση: Ούτε η εξαρτημένη ούτε η ανεξάρτητη μεταβλητή στον υπολογισμό της διαδρομής είναι οι μεταβλητές απόφασης του βελτιστοποιητή. Οι DVs θα είναι οι τιμές συντελεστή (α, b, c, τ, κ.τ.λ) στις σχέσεις προγραμματισμού, οι αρχικές τιμές (γωνίας και αρχικής βαλλιστικής ταχύτητας) σε ένα δυναμικό σύστημα αντίδρασης ή τιμές συντελεστή μοντέλου (όπως στην μέγιστη πιθανοφάνεια εφαρμογής καμπύλης).

Σημείωση: Η διαδρομή δεν χρειάζεται να είναι χωροταξική. Θα μπορούσε, για παράδειγμα, να είναι πως η θερμοκρασία αλλάζει στον χρόνο ή πως οι οικονομικές αποφάσεις και αποτελέσματα αλλάζουν στον χρόνο.

Σημείωση: Η ανεξάρτητη μεταβλητή που καθορίζει την θέση διαδρομής δεν χρειάζεται να είναι είτε χρόνος είτε χωροταξική θέση. Θα μπορούσε να είναι μία εναλλακτική παραμετρική σχέση.

Κοινώς σε ένα μοντέλο, υπάρχει μία εξαρτημένη μεταβλητή που είναι μία αντίδραση μίας ανεξάρτητης μεταβλητής. Για παράδειγμα, $v_{\text{dependent}} = f(v_{\text{dependent}})$. Και η συγκέντρωση είναι η ολοκλήρωση κάποιου χαρακτηριστικού, c, πάνω στην

$$J = \int_A^B c(v_d) dv_d$$

εξαρτημένη μεταβλητή. όπου A και B είναι τα όρια εξαρτημένης μεταβλητής. Αυτό φυσικά μπορεί να μετατραπεί σε μία ολοκλήρωση δηλαδή η

$$J = \int_C^D c(f(v_i))(df/dv_i) dv_i$$

ανεξάρτητη μεταβλητή. όπου C και D είναι τα συσχετισμένα όρια για την ανεξάρτητη μεταβλητή. Επίσης, αν και η ιδέα της βελτιστοποίησης αναπαρίσταται από μία ολοκλήρωση, πιθανόν δεν υπάρχει μία αναλυτική λύση και η OF τιμή θα υπολογιστεί από μία αριθμητική διαδικασία (όπως ο κανόνας μέσου σημείου, η Gaussian διαδικασία προσδιορισμού περιοχής, ο κανόνας Simpson, κ.τ.λ.).

Παρομοίως, ο ρυθμός αλλαγής κάποιας συνάρτησης, h, μπορεί να γραφεί σε παράσταση όπως το παράγωγο. Εάν h είναι μία συνάρτηση της ανεξάρτητης μεταβλητής, τότε ο ρυθμός αλλαγής δηλαδή η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι $r = dh/dv_i$. Ωστόσο, αυτό μπορεί να μετατραπεί μαθηματικά με μία ποικιλία τρόπων. Για παράδειγμα, εάν h είναι μία συνάρτηση του v_d και ο ρυθμός αλλαγής είναι μία μεταβλητή $S(v_i)$, τότε $r = (dh/dv_d) (dv_d/dv_i) (dS/dv_i)$. Ξανά, είναι απίθανο ότι οι συναρτήσεις είναι βολικές για τον καθορισμό των αναλυτικών παραγώγων, και οι αριθμητικές διαδικασίες θα χρησιμοποιούνταν για να υπολογίσουν τις τιμές του παράγωγου.

4.4. Ολοκλήρωση Απόστασης Διαδρομής

Μία πρώτη ερώτηση που πρέπει να ρωτήσει κάποιος είναι «Ποια είναι η απόσταση κατά μήκος μίας καμπύλης, $y = f(x)$, από x_1 σε x_2 ;». Το Σχήμα 4.4a απεικονίζει μία καμπύλη και δηλώνει ότι το S είναι η απόσταση κατά μήκος της διαδρομής από το αρχικό σημείο στο x_0 . Συχνά αυτό ονομάζεται μία γραμμή ολοκλήρωσης, αν και η καμπύλη δεν είναι μία ευθεία γραμμή.

Αυτή η ανάλυση υποθέτει ότι τα x και y έχουν τις ίδιες μονάδες. Εάν δεν έχουν, τότε θα μπορούσατε να αυξήσετε τα y και x από τους αντίστοιχους ρυθμούς τους, να

αναπαραστήσετε την έννοια στην σημειογραφία αδιάστατης, εκεκτάσιμης μεταβλητής.

Χρησιμοποιώντας $S = \sum \Delta s$ στοιχεία κατά μήκος της καμπύλης. Για μικρές αυξήσεις, Δs , η αυξητική απόσταση κατά μήκος της καμπύλης μπορεί να

προσεγγιστεί χρησιμοποιώντας την Πυθαγόρεια σχέση: $\Delta s = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$. Αυτό απεικονίζεται στο Σχήμα 5.4b.

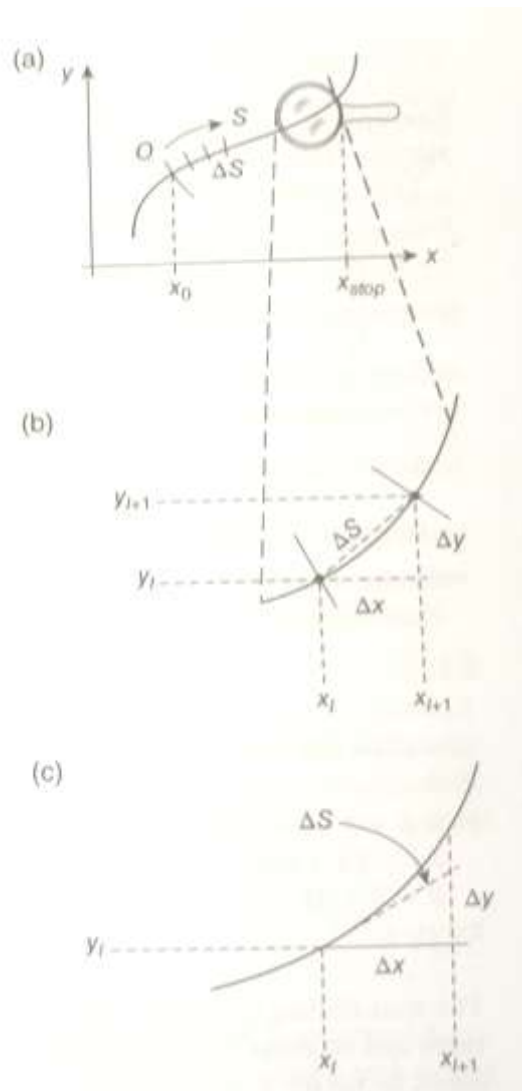
Ωστόσο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.4c, για μικρή Δx , το Δs στοιχείο μπορεί επίσης να προσεγγιστεί ως απόσταση κατά μήκος της εφαπτομένης στην καμπύλη στο x_i . Έτσι, η κλίση του Δs στοιχείου είναι περίπου $dy/dx|_{x_i}$. Τότε, $\Delta y \approx dy/dx|_{x_i} \Delta x$.

Χρησιμοποιώντας την Πυθαγόρεια σχέση, $\Delta s = \sqrt{\Delta x^2 + \left(\frac{dy}{dx}|_{x_i}\right)^2 \Delta x^2}$, και

αποκλείοντας το κοινό Δx , $\Delta s = \Delta x \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}|_{x_i}\right)^2}$. Τότε, εάν αθροιστούν τα στοιχεία,

$$S = \sum \Delta s = \sum \left(1 + \left(\frac{dy}{dx} \Big|_{x_i} \right)^2 \right)^{1/2} \Delta x$$

(4.6)



Σχήμα 4.4 Απόσταση διαδρομής: (a) συνολική, (b) Πυθαγόρεια και (c) εφαπτόμενη.

Αυτός είναι ο κανόνας μέσου σημείου. Στο όριο όπως $\Delta x \rightarrow 0$, παριστάνεται όπως μία ολοκλήρωση:

$$S = \int_{x_0}^x \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{1/2} dx$$

(4.7)

Με δεδομένα x_0 και x και μία σχέση για τη συνάρτηση $y = f(x)$, αναλυτικά υπολογίστε S από την ολοκλήρωση. Εάν είστε τυχεροί θα μπορείτε να χρησιμοποιείτε μία απλή αναλυτική παράσταση. Εάν όχι, χρησιμοποιείτε μία αριθμητική μέθοδο.

Η προσέγγιση μπορεί να επεκταθεί σε μία πολυμεταβλητή κατάσταση, εάν κάθε μεταβλητή μπορεί να σχετίζεται με το ένα. Για παράδειγμα, εάν η διαδρομή πηγαίνει διά μέσου των βουνών, τότε το z - υψόμετρο εξαρτάται από τις θέσεις x - πλάτος και y - μήκος της διαδρομής σε έναν χάρτη. Εάν $y = f(x)$ και $z = h(x, y)$ και y και z έχουν μοναδικές τιμές για όλες τις x - τιμές και τα παράγωγα υπάρχουν, τότε

$$S = \int_{x_0}^x \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{1/2} dx$$

(4.8)

Παράδειγμα 6: Τι (x, y) τοποθεσία είναι 37.3 μονάδες κατά μήκος της διαδρομής, που περιγράφεται από τη σχέση $y = 2x^3$ και ξεκινάει από $x = 3$ μονάδες;

Αυτό το παράδειγμα χρησιμοποιεί το αντίστροφο της Εξίσωσης. Αντί να καθοριστεί η τιμή του S που δίνει την τιμή για x, η διαδικασία χρειάζεται να καθορίσει x από S. Το παράγωγο από την σχέση διαδρομής είναι $\dot{y} = dy/dx = 6x^2$, και με τις συγκεκριμένες

$$37.2 = \int_3^x \sqrt{1+36x^4} dx.$$

συνθήκες, η σχέση ολοκλήρωσης διαδρομής γίνεται . Το άγνωστο είναι το ανώτερο όριο ολοκλήρωσης x. Ίσως μία αναλυτική διαδικασία μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε αυτό το παράδειγμα. Αλλά γενικά οι σχέσεις μπορεί να μην είναι τόσο απλές. Συνεπώς, προτείνω αριθμητικές προσεγγίσεις. Εδώ, θα είναι μία διαδικασία εύρεσης ρίζας. Βρείτε την τιμή του x για να κάνετε την τιμή του

$$g(x) = 37.2 - \int_3^x \sqrt{1+36x^4} dx = 0.$$

. Χρησιμοποιώντας τον κανόνα μέσου σημείου, η διαδικασία είναι να βρείτε την τιμή του x για να κάνετε την τιμή του

$$g(x) = 37.2 - \Delta x \sum_{i=1}^N \sqrt{1+36x_i^4} = 0.$$

. Δίνοντας μία τιμή για τον x, και μία επιλογή N αυξήσεων, $\Delta x = (x - x_0)/n$, και $x_i = x_0 + i\Delta x$, όπου $x_0 = 3$.

Αριθμητικά, στον VBA κώδικα η ολοκλήρωση είναι όπως φαίνεται παρακάτω:

X0=3

Xi=X0

dX= (Xf-X0)/n

S=0

Για i=1 προς N

Xi=Xi+dX

S= S+dX * (1+36*X^0.5

Επόμενο i

Η διαδικασία εύρεσης ρίζας θα υποθέσει σε μία x- τιμή και μετά αριθμητικά θα υπολογίσει την προκύπτουσα S-τιμή και θα ξαναυποθέσει τις x-τιμές μέχρι η επακόλουθη S- τιμή είναι αρκετά κοντά στον στόχο S. Ο χρήστης χρειάζεται να αποφασίσει μία διαδικασία εύρεσης ρίζας – νομίζω η διχοτόμηση ή η μέθοδος Secant του Newton είναι καλές. Ο χρήστης επίσης χρειάζεται να προσδιορίσει ένα κριτήριο σύγκλισης για να καθορίσει πότε η S είναι αρκετά κοντά στον στόχο. Επειδή ο στόχος είναι 37.2, υπονοώντας ότι υπάρχουν επιθυμητά τρία σημαντικά ψηφία, μία συμβατική σύγκλιση θα ήταν μία ή δύο σειρές μεγέθους μικρότερη, ίσως να ισχυριστείτε σύγκλιση όταν $Abs(S-37.2) < .001$. Όπως σε κάθε αριθμητική ολοκλήρωση, η ακρίβεια βελτιώνεται με μικρότερες Δ τιμές καθώς οι πεπερασμένοι υπολογισμοί στοιχείου στην αύξηση καλύτερα προσεγγίζουν πραγματικές απειροελάχιστες αυξήσεις. Πως κάποιος επιλέγει το N; Ένας κανόνας δείκτη είναι αρχικά να επιλέξετε 30 για κάθε περιοχή διακύμανσης στην καμπύλη. Για αυτή τη συνάρτηση, για $x > 3$ με $y = 2x^3$, υπάρχει μόνον μία κοίλη περιοχή, έτσι ξεκινήστε με $N=30$ και πάρτε την x- τιμή. Έπειτα διπλασιάστε την τιμή του N και επανυπολογίστε την x-τιμή. Εάν το αποτέλεσμα είναι το ίδιο, τότε η N τιμή είναι επαρκής. Εάν η 2N τιμή δίνει μία σημαντικά διαφορετική x- τιμή, τότε προοδευτικά διπλασιάστε την N τιμή μέχρι να μην υπάρχει αλλαγή στην προκύπτουσα x- τιμή.

4.5. Συσσώρευση κατά μήκος μίας διαδρομής

Εάν τα σημεία συσσωρεύονται κατά μήκος (ή σταγόνες βροχής, ή χαρά ή κατανάλωση καυσίμων) και ο ρυθμός συσσώρευσης (ή κατανάλωσης) εξαρτάται από την τοποθεσία της διαδρομής και ίσως από τη διάρκεια σε οποιαδήποτε τοποθεσία

κατά μήκος της διαδρομής, πως υπολογίζεται το πλέγμα συσσώρευσης; Ο δείκτης συσσώρευσης μπορεί να εξαρτάται όχι μόνο από τη θέση αλλά επίσης και από τον χρόνο σε μία συγκεκριμένη τοποθεσία και την ταχύτητα, δείκτης $r = (x,y,z,v,t)$. Ο δείκτης θα μπορούσε να γραφεί σε παράσταση ως συσσώρευση ανά χρόνο ή ως συσσώρευση ανά απόσταση διαδρομής. Εάν υπάρχει σχέση διαδρομής $y = f(x)$ και μία z -θέση εξάρτησης στις x - και y -θέσεις (όπως το υψόμετρο εξαρτάται από το μήκος και πλάτος) $z = g(x,y)$ και ο δείκτης συσσώρευσης βασίζεται στην απόσταση κατά μήκος της διαδρομής, τότε η ποσότητα συσσώρευσης σε ένα Δs στοιχείο είναι $\Delta Q = r\Delta s$. Και η συνολική ποσότητα συσσωρευμένων πάνω από ολόκληρη τη διαδρομή είναι

$$Q = \sum \Delta Q = \sum_{s=0}^S r \Delta s = \sum_{i=1}^N r_i \Delta s_i$$

(4.9)

Στο όριο των απειροελάχιστων Δs τιμών, ο κανόνας μέσου ορίου μπορεί να γραφεί σε παράσταση όπως μία ολοκλήρωση:

$$Q = \int_0^S r(x,y,z,v,t) ds$$

(4.10)

Υπάρχουν δεκάδες πιθανές μετατροπές αυτής της σχέσης, που μπορεί να δηλώνει πως η συσσώρευση εξαρτάται από την απόσταση κατά μήκος της διαδρομής. Ωστόσο, για παράδειγμα, εάν η αυξανόμενη απόσταση υπολογίζεται από την ταχύτητα και τον αυξανόμενο χρόνο, τότε η αντίστοιχη σχέση δηλώνει πως η συσσώρευση είναι εξαρτώμενη από τον χρόνο:

$$Q = \int_0^t r(x,y,z,v,t) v(x,y,z,t) dt$$

(4.11)

Κάποιος μπορεί είτε να χρησιμοποιήσει μαθηματικές μετατροπές μεταβλητής ή να επιστρέψει στο αρχικό αυξανόμενο άθροισμα συσσώρευσης για να παράγει την επιθυμητή αναπαράσταση. Για παράδειγμα, η συσσώρευση κατά μήκος μίας διαδρομής θα εξαρτάται από την πυκνότητα, ή πιθανότητα, ή τον δείκτη συσσώρευσης και τη διάρκεια σε αυτό το Δs μεσοδιάστημα. Εάν είναι ένα απλό σαρωτικό μοντέλο στο οποίο όλα τα συσσωρευμένα στοιχεία συσσωρεύονται ενώ κινείται κατά μήκος της διαδρομής και η πυκνότητα του στοιχείου ανά γραμμική απόσταση είναι $\rho(x,y)$, τότε $\Delta p = \rho \Delta s$. Τότε, το συνολικό συσσωρευμένο, m , είναι

$$m = \int_{x_0}^x \rho(x,f(x)) \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{1/2} dx$$

(4.12)

Παράδειγμα 7: Συσσώρευση Διαδρομής

Αυτό το παράδειγμα συσσώρευσης διαδρομής είναι ένα απλό πρόβλημα Goddard. Ένας πύραυλος εκτοξεύεται από το επίπεδο θάλασσας και η ώθηση ξεκινάει στο 100% και έπειτα η ώθηση προγραμματίζεται σε ευθεία με υψόμετρο. Όταν όλα τα καύσιμα καταναλωθούν, ο πύραυλος κυλάει, μέχρι η βαρύτητα και η αντίσταση του αέρα να τον επιβραδύνει μέχρι να σταματήσει, και έπειτα κάνει ελεύθερη πτώση προς τα πίσω στη Γη. Ένα σύνολο απλών μοντέλων χρησιμοποιούνται για να δείξουν την έννοια. Ο νόμος του Newton για ένα στέρεο σώμα:

$$\sum F = ma/g_c = (m/g_c)(dv/dt).$$

Ο τετραγωνικός άνεμος σέρνει $F_D = A c_D \rho (1/2) v^2$ με την πυκνότητα του αέρα εκθετικά να πέφτει με υψόμετρο $\rho(h) = \rho_0 e^{-\alpha h}$. Η δύναμη της βαρύτητας $F_G = GMm/r^2$, όπου $r = r_0 + h$, και η μάζα του πυραύλου είναι αυτή του πυραύλου και των καυσίμων, $m = m_R + m_F$. Τα καύσιμα καταναλώνεται με έναν ρυθμό που είναι αναλογικός με τον δείκτη, που είναι αναλογικός με το υψόμετρο $dm_F/dt = \beta T = \beta(1 - \gamma h)$. Και τελικά, το υψόμετρο εξαρτάται από την ταχύτητα $dh/dt = v$. Ο μέγιστος δείκτης είναι ισοδύναμος με $2g$'s κάτω από τις αρχικές συνθήκες $T_{max} = 2(GMm_0/r_0^2)$.

Ο στόχος της βελτιστοποίησης είναι να καθορίσει την τιμή του συντελεστή γ , το οποίο καθορίζει πως ο δείκτης προγραμματίζεται με το υψόμετρο, και να μεγιστοποιήσει το ύψος δίνοντας μία αρχική ποσότητα καυσίμων. Κάνοντας αυτό έχουμε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης μοναδικής DV (μονομεταβλητή):

$$\max_{\{\gamma\}} J = h(t|v=0, m_F=0)$$

(4.13)

Και το μοντέλο απαιτεί μία διαδρομή ολοκλήρωσης για να αιτιολογήσει την κατανάλωση καυσίμων.

Έχω περιγράψει τις μεταβλητές δηλαδή τον χρόνο. Αριθμητικά, διαφοροποιημένες εξισώσεις για ταχύτητα, θέση και ποσότητα καυσίμων μπορούν να επιλυθούν με μία απλή σαφή προσέγγιση πεπερασμένης διαφοράς Euler, και έπειτα ο δείκτης, η έλξη βαρύτητας, και η επιβράδυνση του αέρα θα υπολογιστούν για κάθε Δt αύξηση. Μετά από κατάλληλες αρχικοποιήσεις μεταβλητής, μία VBA ρουτίνα για το επιδιωκόμενο ύψος μπορεί να είναι:

```

Κάνε μέχρι v <= 0 και mF = 0
T = Tmax * (1 - gamma * h)
mF = mF - dt * beta * T ' μέγιστο καύσιμο στο τέλος του βήματος χρόνου
εάν mF < 0 τότε
mF = 0
T = 0
Και εάν
mR = m0 + mF + dt * beta * T / 2 ' μέγιστη μάζα πάνω από βήμα χρόνου
dens = rho0 * exp (-alpha * h)
Force = T - G * M * mR / (r0 + h)^2 - alpha * A * dens * v^2
V = v + gc * Force * dt / mR
H = h + v * dt
simtime = simtime + dt
Loop

```

Σημείωση 1: Ο κώδικας που παρουσιάστηκε νωρίτερα είναι το μοντέλο που επιστρέφει την OF τιμή. Ο κώδικας βελτιστοποιητή, που μπορεί να είναι Χρυσής Τομής, leapfrogging του Newton, κ.τ.λ., δεν παρουσιάζεται. Ο βελτιστοποιητής επιλέγει μία τιμή του γ και καλεί το προαναφερθέν μοντέλο να καθορίσει το υψόμετρο, την OF τιμή. Ποιον βελτιστοποιητή θα διαλέγατε;

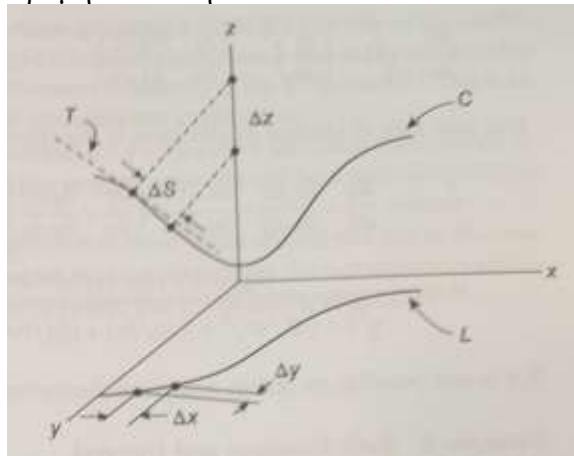
Σημείωση 2: Αυτό είναι ένα πολύ απλοποιημένο σύνολο μοντέλων που αναπαριστούν βαρύτητα, δείκτη/καύσιμα, επιβράδυνση αέρα, κ.τ.λ., το οποίο δεν είναι ένα πρόβλημα Goddard. Σκοπός είναι να χρησιμοποιηθεί μία όχι πολύ περίπλοκη έννοια για να εμφανίσει τη διαδικασία. Βλέποντας τη συγκέντρωση των κομματιών, ένα άτομο μπορεί να κάνει το καθένα σύνθετο.

Σημείωση 3: Προγραμματίζοντας τον δείκτη γραμμικά με το υψόμετρο δεν είναι η καλύτερη στρατηγική. Μία κοινά αποδεκτή, ιδανική λύση στο πρόβλημα προγραμματισμού δείκτη είναι να ελαχιστοποιήσει τα καύσιμα, με δεδομένο ένα επιθυμητό ύψος (ή να μεγιστοποιήσει το ύψος με δεδομένο τα καύσιμα) που έχει ο πύραυλος σε πλήρη δείκτη μέχρι να φτάσει την τελική ταχύτητα και μετά να προγραμματίσει τον δείκτη να διατηρήσει την τελική ταχύτητα.

4.6. Κλίση κατά μήκος μίας Διαδρομής

Εδώ, το ερώτημα είναι «Ποια είναι η κλίση επιφάνειας στην κατεύθυνση της διαδρομής;». Σκεφτείτε ένα μονοπάτι πεζοπορίας κατά μήκος μίας διαδρομής στο βουνό και μία επιθυμία να διατηρηθεί η κλίση της διαδρομής σε ένα όριο. Σε έναν χάρτη, η διαδρομή θα έχει x και y συντεταγμένες, που αντιπροσωπεύουν το πλάτος και μήκος στην επιφάνεια της Γης. Ωστόσο, η διαδρομή έχει επίσης υψόμετρο z . Έτσι, η αυξανόμενη απόσταση κατά μήκος της διαδρομής, Δs , εξαρτάται από τα αυξανόμενα Δx , Δy και Δz στοιχεία. Η κλίση της διαδρομής θα είναι η αλλαγή στο υψόμετρο δηλαδή η απόσταση διαδρομής, $\Delta z/\Delta s$.

Το Σχήμα 4.5 δείχνει αυτές τις έννοιες. Ο κάθετος άξονας, z , αντιπροσωπεύει το υψόμετρο. Η διαδρομή είναι η καμπύλη με το όνομα C , και η προβολή της διαδρομής στην x - y επιφάνεια είναι η γραμμή L . Η διαδρομή ξεκινάει στο ανώτερο αριστερά και πηγαίνει κάτω σε υψόμετρο καθώς κινείται μακριά στα πίσω δεξιά της θέας. Η διαδρομή είναι η διασταύρωση της $z(x,y)$ επιφάνειας πάνω από την x - y καμπύλη στον χάρτη. Η κλίση της διαδρομής σε ένα μέσο σημείο δηλώνεται ως η εφαπτόμενη γραμμή, T_a , στη διαδρομή. Η κλίση είναι $\Delta z/\Delta s$.



Σχήμα 4.5 Απεικόνιση κλίσης κατά μήκος της διαδρομής.

Σημείωση: Σε πεπερασμένες αυξήσεις η απόσταση κατά μήκος της x - y γραμμής L (η προβολή στο x - y επίπεδο) σχετίζεται με τις αλλαγές στις δύο διαστάσεις.

$$\Delta s = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}.$$

Ωστόσο, έχοντας υπόψη το υψόμετρο, η αύξηση της διαδρομής είναι

$$\Delta s = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

(4.14)

Ο καθορισμός της x - y σχέσης προβολής ως $y=f(x)$ και την αντίδραση υψόμετρου ως $z=g(x,y)$ επιτρέπει να υπολογιστεί το Δy από $\Delta x, \Delta y=(dy/dx)\Delta x=(df/dx)\Delta x$. Επιπλέον, το Δz μπορεί να υπολογιστεί από

$\Delta x: \Delta z = (\partial z/\partial x)\Delta x + (\partial z/\partial y)\Delta y = ((\partial g/\partial x) + (\partial g/\partial y)(df/dx))\Delta x$. Τότε η αύξηση της διαδρομής μπορεί να σχετιστεί στην x αύξηση. Στο όριο του μικρού Δx ,

$$\frac{dS}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{df}{dx}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{df}{dx}\right)^2} \quad (4.15)$$

Ο ρυθμός αλλαγής της διαδρομής στο υψόμετρο είναι η κλίση κατά μήκος του 3-D (τριδιάστατου) μήκους διαδρομής:

$$\text{slope} = \frac{dz}{dS} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dS} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dS} = \left(\frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{df}{dx}\right) \frac{dx}{dS} = \frac{(\partial g/\partial x) + (\partial g/\partial y)(df/dx)}{dS/dx}$$

(5.16)

$$\text{slope} = \frac{(\partial g/\partial x) + (\partial g/\partial y)(df/dx)}{\sqrt{1 + (df/dx)^2 + [(\partial g/\partial x) + (\partial g/\partial y)(df/dx)]^2}} \quad (4.17)$$

Εάν δεν είναι δυνατόν να αποκτηθούν αναλυτικά παράγωγα, αυτό μπορεί να υπολογιστεί αριθμητικά.

Παράδειγμα 8: Κλίση και Ολοκλήρωση Διαδρομής

Για έναν δρόμο, βρείτε την (x,y) διαδρομή (τις διαδρομές ανατολή-δύση και βορράς-νότος σε έναν δυδιάστατο χάρτη) διά μέσου των βουνών που ελαχιστοποιεί την απόσταση ανάμεσα στα σημεία A και B και επίσης αποφεύγει περιορισμούς στην μεγάλη κλίση του δρόμου (dz/ds). Μία τετραγωνική διαδρομή, $y = a + bx + cx^2$, είναι μία άνεση, και όχι αναγκαιότητα. Η παράσταση εφαρμογής είναι

$$\begin{aligned} \min_{\{a,b,c\}} J &= \int_A^B ds \\ \text{S.T.: } \left| \frac{dz}{ds} \right| &\leq \epsilon \end{aligned} \quad (4.18)$$

Εφόσον η διαδρομή πρέπει να περάσει μέσα από τα σημεία A και B, υπάρχουν επιπρόσθετοι περιορισμοί στις $\{a, b, c\}$ τιμές.

$$y_A = a + bx_A + cx_A^2 \quad (4.19a)$$

$$y_B = a + bx_B + cx_B^2 \quad (4.19b)$$

Έτσι, με την τιμή ενός συντελεστή a που επιλέγεται από τον βελτιστοποιητή, οι τιμές για b και c είναι σταθερές από τους περιορισμούς διαδρομής των αρχικών και τελικών τοποθεσιών.

Ο βελτιστοποιητής πρέπει να βρει την τιμή του συντελεστή a που ελαχιστοποιεί την απόσταση, υποτελή στους περιορισμούς ότι η διαδρομή πηγαίνει μέσα από τα σημεία A και B, και όχι πολύ απότομο:

$$\min_{(a)} J = S_A^B = \sum_{i=0}^{i=N} \Delta s_i$$

$$\text{S.T.: } y_A = a + bx_A + cx_A^2$$

$$y_B = a + bx_B + cx_B^2$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_i} < \epsilon \quad \forall i$$

(4.20)

Σημείωση 1: Αυτό είναι μία μοναδική DV εφαρμογή όχι μόνον με ολοκλήρωση διαδρομής αλλά επίσης με μία ανάλυση κλίσης κατά μήκος της διαδρομής.

Σημείωση 2: Θα μπορούσες να χρησιμοποιήσεις είτε a , b ή c ως την DV. Αφού επιλέξετε μία τιμή για κάθε ένα από τους συντελεστές, οι περιορισμοί ισότητας εφαρμόζουν στους άλλους. Μπορεί αν σκεφτείτε ποια επιλογή κάνει την επίλυση για τους άλλους πιο απλή ή πιο ακριβής. Ποια επιλογή ελαχιστοποιεί ευαισθησία της TS στην OF; αυτό είναι μια βελτιστοποίηση των επιλογών εντός της μαθηματικής εφαρμογής βελτιστοποιητή.

Σημείωση 3: Εάν το μοντέλο διαδρομής ήταν υψηλότερης σειράς, για παράδειγμα, $y_A = a + bx + cx^2 + dx^3$, τότε θα υπήρχαν δύο DVs. Παρόλο που δεν θα είναι μία μονοδιάστατη αναζήτηση (αναζήτηση γραμμής), και πάλι θα είναι εφαρμογή ολοκλήρωσης διαδρομής.

Σημείωση 4: Περισσότερες επιλογές. Ποιος αλγόριθμος μονομεταβλητής αναζήτησης είναι ο καλύτερος; Τι θα πρέπει να χρησιμοποιήσεις ως κριτήριο σύγκλισης και ορίου; Εάν μία επιλογή είναι καλύτερη από μία άλλη, τότε η διαδικασία βελτιστοποίησης μπορεί να βελτιστοποιηθεί.

4.7. Σημειογραφία Παραμετρικής Διαδρομής

Ένα βλήμα κινείται διά μέσου τρισδιάστατου χώρου στον χρόνο, και οι x, y και z θέσεις συχνά δηλώνονται ως συναρτήσεις του χρόνου. Στο κλασσικό μοντέλο Φυσικής 1 μίας μπάλας κανονιού ή βλήματος, σε μία επίπεδη Γη χωρίς επιβράδυνση αέρα, οι οριζόντιες και κάθετες θέσεις μαθηματικά περιγράφονται ως

$$x(t) = x_0 + v_{x,0}t \tag{4.21a}$$

$$y(t) = y_0 + v_{y,0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

(4.21b)

Γενικά εάν τρεις διαστάσεις λαμβάνονται υπόψη και η γεωμετρία περιλαμβάνει καμπυλωτό πλανήτη και επιβράδυνση αέρα που ήταν εξαρτώμενος και από την ταχύτητα του βλήματος και την πυκνότητα του αέρα, οι σχέσεις θα είναι λίγο πιο περίπλοκες αλλά και πάλι θα μπορούσαν να παριστάνονται ως συναρτήσεις χρόνου:

$x(t)$

$y(t)$

$z(t)$

Συνεπώς, ένα πολικό σύστημα συντεταγμένων θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί:

$r(t)$

$\theta(t)$

$\varphi(t)$

Αυτό ονομάζεται παραμετρικό μοντέλο, όπου η κάθε τιμή μεταβλητής αντίδρασης εξαρτάται από την ίδια παράμετρο. Σε αυτή την περίπτωση η παράμετρος είναι ο χρόνος. Ωστόσο, κάποιος θα μπορούσε να αλλάξει την αντίληψη και να συσχετίσει τον χρόνο με την x -θέση, $t=f^{-1}(x)$, και μετά να παραστήσει το μοντέλο ως

x
 $y(x)$
 $z(x)$

Και πάλι είναι παραμετρικό μοντέλο.

Η παράμετρος μπορεί να είναι η απόσταση κατά μήκος της καμπύλης, η ατμοσφαιρική πίεση, η θερμοκρασία, ποσότητα υλικού που παράγεται, κ.τ.λ. Επίσης, οι μεταβλητές αντίδρασης δεν χρειάζονται να αναπαριστούν χωροταξικές θέσεις. Οι μεταβλητές αντίδρασης θα μπορούσαν να είναι θερμοκρασία και η σύνθεση αρκετών μεταβλητών σε έναν αντιδραστήρα, ανταποκρινόμενοι στην ένταση του καταλυτικού φωτός στους αντιδρώντες.

$T(t, I)$
 $c_1(t, I)$
 $c_2(t, I)$
 $c_3(t, I)$
 $c_4(t, I)$

.

Είναι ακόμη ένα παραμετρικό μοντέλο. Εάν η ένταση του φωτός αναπαριστά την μοναδική DV και ο στόχος είναι να μεγιστοποιηθεί η συγκέντρωση του τρίτου συστατικού μετά από 20 λεπτά, μεγιστοποιήστε την $c_3(20, I)$ ενώ ελαχιστοποιείτε το κόστος της παρεχόμενης ενέργειας $\min I \cdot 20$, τότε η παράσταση είναι

$$\min_{\{I\}} J = \lambda 20I - c_3(t = 20, I) \quad (4.22)$$

Στην Εξίσωση (4.22), το λ ισορροπεί τη σχετική σημαντικότητα των δύο όρων.

5. Κριτήρια Διακοπής και Σύγκλισης: Μονοδιάστατες Εφαρμογές

5.1. Κριτήρια Διακοπής εναντίον Σύγκλισης

Οι αναζητήσεις βελτιστοποίησης είναι επαναλαμβανόμενες. Αυτές προοδευτικά μετακινούν την επίλυση δοκιμής στην περιοχή κοντά στο βέλτιστο, και όταν είναι αρκετά κοντά στο x^* , σταματούν και αναφέρουν την x^* τιμή τους.

Ωστόσο, μπορεί ο αλγόριθμος να απομακρύνεται από το βέλτιστο, να αμφιταλαντεύεται για αυτό, να ανεβαίνει πολύ αργά, και μετά από ακραίες επαναλήψεις ακόμη να μην έχει έρθει αρκετά κοντά. Ή μπορεί τα κριτήρια σύγκλισης να έχουν τεθεί τόσο «αυστηρά» από έναν χρήστη προσδοκώντας πάρα πολύ ακρίβεια, και μπορεί να χρειαστεί ακραίες επαναλήψεις να έρθει αρκετά κοντά στο x^* . Ή μπορεί κάθε επίλυση δοκιμής να είναι ανέφικτη και επαναλαμβανόμενα να προσπαθεί να βρει μία καλύτερη επίλυση και απλά να συνεχίζει να επεκτείνεται σε μία ανέφικτη περιοχή. Ή μπορεί ο αλγόριθμος να έχει συναντήσει ένα λάθος εκτέλεσης και να μην του έχει δοθεί μία εναλλακτική λογική να το αντιμετωπίσει. Σε τέτοιες περιπτώσεις η επαναλαμβανόμενη διαδικασία θα πρέπει να σταματήσει και να αναφέρει «Πιθανή αποτυχία να βρεθεί επίλυση. Εγκατάλειψη της αναζήτησης». Αυτό θα αναγνώριζε ότι η συνέχιση της αναζήτησης για ένα βέλτιστο φαίνεται μάταιη, με αυτές τις συγκεκριμένες επιλογές για βελτιστοποιητή και την αρχικοποίησή του, τους συντελεστές, τα όρια, κ.τ.λ.

Αντίθετα, εάν η αναζήτηση ήταν επιτυχημένη και η εγγύτητα στο x^* είναι αρκετά κοντά, τότε σταματάει και ισχυρίζεται «Μία λύση έχει βρεθεί. Έχει συγκλίνει».

Ο βελτιστοποιητής χρειάζεται και τα κριτήρια σύγκλισης να δείξουν ότι η επίλυση δοκιμής είναι σε μία επιθυμητή εγγύτητα σε ένα βέλτιστο και κριτήρια διακοπής για να εμποδίσουν ακραίες επαναλήψεις, όταν η αναζήτηση φαίνεται μάταιη. Τα κριτήρια για τη διακοπή και τη σύγκλιση είναι ξεχωριστά, έτσι οι μετρήσεις για το καθένα είναι διαφορετικά.

5.2. Καθορισμός Σύγκλισης

Η βελτιστοποίηση είναι συχνά μία επαναλαμβανόμενη διαδικασία που χρησιμοποιεί μία αυξητική προσέγγιση στην προσαρμογή επιλύσεων δοκιμής για να βρουν μία ελάχιστη OF τιμή. Γενικά, η προσέγγιση μπορεί να παρασταθεί ως

$$x_k = x_{k-1} + \Delta x_{k-1} \quad (5.1)$$

όπου το x_k αναπαριστά την k δοκιμή και k είναι ο αριθμός επανάληψης (εναλλακτικά ονομάζεται αριθμός επιπέδου ή εποχικός αριθμός).

Το ερώτημα τώρα είναι «Πότε να ισχυριστούμε σύγκλιση και να σταματήσουμε επαναλήψεις;» Εδώ, υπάρχουν κάποια στάνταρντ, συμβατικά, δημοφιλή κριτήρια για μονομετάβλητες (μοναδική επίλυση δοκιμής) διαδικασίες.

5.2.1. Όριο στην OF

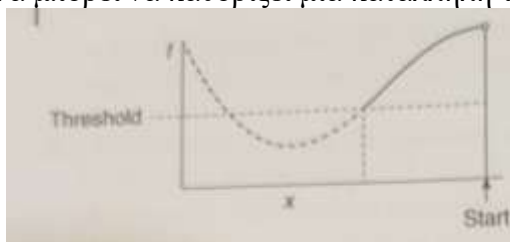
Σταματήστε όταν η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι αρκετά χαμηλή.

$$f_k < \text{όριο} \quad (5.2)$$

Το Σχήμα 6.1 απεικονίζει αυτό. Τα προβλήματα είναι τα εξής: εάν το όριο είναι πολύ υψηλό, δεν θα σταματήσεις κοντά στο βέλτιστο. Εάν το όριο είναι πολύ χαμηλό, δεν θα σταματήσεις ποτέ.

Ωστόσο, σε κάποιες εφαρμογές κάποιος γνωρίζει ότι η ελάχιστη OF τιμή είναι 0 και μπορεί να καθορίσει ένα όριο που αντιπροσωπεύει την κατάσταση όταν η OF τιμή είναι αρκετά κοντά στο μηδέν.

Σε κάθε περίπτωση, ο χρήστης χρειάζεται να ξέρει τι μπορεί να προσδοκάται λογικά από την OF* τιμή για να μπορεί να καθορίζει μία κατάλληλη τιμή ορίου στην OF.



Σχήμα 5.1 Απεικόνιση του κριτηρίου σύγκλισης στο OF όριο.

5.2.2. Όριο στην Αλλαγή στην OF

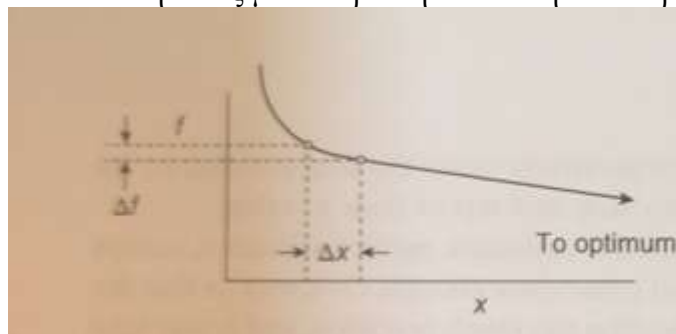
Αυτό το κριτήριο ισχυρίζεται σύγκλιση και σταματάει την εκτέλεση όταν η αυξητική αλλαγή στην OF είναι μικρή.

$$|f_k - f_{k-1}| < \text{όριο} \quad (5.3)$$

Ιδανικά, το απόλυτο σημείο τιμής δεν χρειάζεται, επειδή κάθε OF τιμή θα πρέπει να είναι μικρότερη από την τιμή που προκύπτει, αλλά εάν μεγιστοποιηθεί, τα σημεία μπορεί να αντιστραφούν.

Η μέτρηση είναι επίσης ατελής. (i) μία μικρή τιμή επανάληψης της επίλυσης δοκιμής Δx σχετιζόμενη με την Δf θα μπορούσε να σταματήσει μακριά από το βέλτιστο (όπως δείχνει το Σχήμα 6.2). (ii) εάν η OF ασυμπτωτικά προσεγγίζει το ελάχιστο καθώς το x πηγαίνει στο άπειρο, η DV θα προσεγγίσει μία μη εφαρμόσιμη ακραία τιμή. (iii) εξαρτάται από την κλίμακα. Για την ίδια ΔT θερμοκρασία, $1^\circ \text{C} = 2^\circ \text{F}$. Εάν έχεις ΔT να τίθεται για 0.002, μπορεί να χρειάζεται να αλλάξει στο 0.001, εάν ο χρήστης αλλάζει τις μονάδες.

Μία κοινή λύση είναι να θέσετε το όριο είναι δύο σειρές μεγέθους μικρότερο από αυτό που μπορεί να κατανοηθεί ως μία επιτρεπτή απόκλιση από το βέλτιστο.



Σχήμα 5.2 Απεικόνιση των ζητημάτων με την σύγκλιση στη Δf .

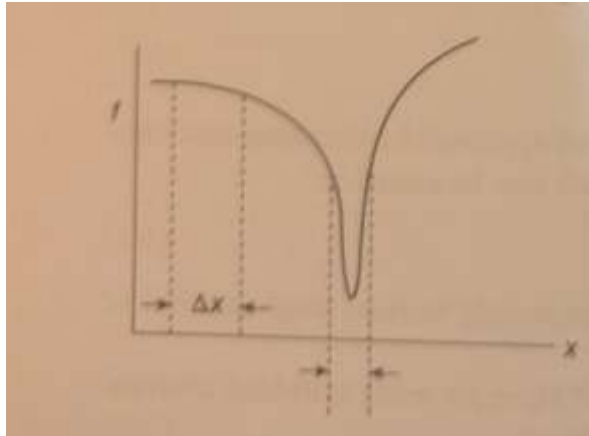
5.2.3. Όριο στην Αλλαγή στην DV

Αυτό το κριτήριο ισχυρίζεται σύγκλιση και σταματάει την εκτέλεση όταν Δx είναι μικρή. Παρατηρήστε ότι η απόλυτη τιμή απαιτείται επειδή η DV θα μπορούσε να είναι είτε αυξητικά αυξανόμενη είτε μειωμένη.

$$|\Delta x| < \text{όριο} \quad (5.4)$$

Εδώ επίσης υπάρχει ένα ζήτημα: μία απότομη OF αντίδραση (μία που είναι πολύ ευαίσθητη στην τιμή της DV κοντά στο βέλτιστο) θα μπορούσε να σημαίνει ότι η επίλυση είναι ακόμη μακριά από το βέλτιστο (σε μία OF θέα) όταν το Δx κριτήριο είναι ικανοποιημένο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.3.

Μία κοινή λύση είναι να θέσετε το όριο είναι δύο σειρές μεγέθους μικρότερο από αυτό που μπορεί να κατανοηθεί ως μία απόκλιση από το βέλτιστο.



Σχήμα 5.3 Απεικόνιση των ζητημάτων με την σύγκλιση στο Δx .

5.2.4. Όριο στη Σχετική Αλλαγή στην DV

(όπου *threshold*= όριο)

Αυτό το κριτήριο ισχυρίζεται σύγκλιση βασισμένο στη σχετική αλλαγή στην DV:

$$\frac{|\Delta x|}{x} < \text{threshold}$$

(5.5)

Αυτό καθορίζει όλα τα DV όρια, αλλά με επεκτάσιμους όρους. Ακόμη, αυτό έχει το πρόβλημα της επιλογής ορίου. Πολύ μεγάλο και χάνει το βέλτιστο. Πολύ μικρό και προκαλεί ακραίες επαναλήψεις. Στην πιθανότητα το x να έχει μία τιμή κοντά στο μηδέν, επαναδιατυπώστε το κριτήριο για να αποφύγετε μία πιθανή διαίρεση με το μηδέν και χρησιμοποιήστε ΕΑΝ $|\Delta x| < x^*$ όριο ΤΟΤΕ ΣΤΑΜΑΤΑ

5.2.5. Όριο στη Σχετική Αλλαγή στην OF

Αυτό το κριτήριο ισχυρίζεται σύγκλιση βασισμένο στη σχετική αλλαγή στην OF:

$$\frac{|\Delta f|}{f} < \text{threshold}$$

(5.6)

Αυτός ο τύπος συχνά είναι μία βοήθεια σε έναν χρήστη που μπορεί να μην ξέρει τι OF τιμή να προσδοκά αλλά θα γνωρίζει ότι οι αλλαγές του 1/1000 της τιμής είναι ασήμαντες. Στην πιθανότητα που το f θα μπορούσε να έχει μία τιμή κοντά στο μηδέν, απαναδιατυπώστε το κριτήριο για να αποφύγετε μία πιθανή διαίρεση με το μηδέν και χρησιμοποιήστε ΕΑΝ $|\Delta f| < f^*$ όριο ΤΟΤΕ ΣΤΑΜΑΤΑ.

5.2.6. Όριο στην Επίπτωση της DV στην OF

Αυτό το κριτήριο ισχυρίζεται σύγκλιση και σταματάει την εκτέλεση όταν η επίδραση που η Δx έχει στην τιμή OF είναι μικρή:

$$\left| \frac{df}{dx} \Delta x \right| < \text{threshold}$$

(5.7)

Αυτό πολλαπλασιάζει την τοπική ευαισθησία της OF στην DV από την επαναλαμβανόμενη αλλαγή στην DV για να υπολογίσει την επίδραση που η Δx έχει στην OF. Ξανά, προσδιορίστε ένα όριο που είναι δύο σειρές μεγέθους μικρότερο από αυτό που μπορεί να είναι ελάχιστα ανεπιθύμητο (ή ανιχνεύσιμο από τον χρήστη) ως μία απόκλιση από την OF^* .

5.2.7. Σύγκλιση βασισμένη στην Αβεβαιότητα που προκαλείται από τα Δεδομένα
 Αυτό το κριτήριο αναγνωρίζει την αβεβαιότητα των «δεδομένων» (οι συντελεστές μοντέλου και άλλες επιδράσεις) σε μια εφαρμογή και ισχυρίζεται σύγκλιση όταν η αλλαγή στην OF τιμή είναι μικρή σε σχέση με τον root-mean-square πολλαπλασιασμό της αβεβαιότητας που τα «δεδομένα» έχουν πάνω στην OF.

$$|\Delta f| < 0.01 \sqrt{\frac{1}{N} \sum_c \left(\frac{\partial f}{\partial c} e_c \right)^2}$$

(5.8)

Τα «δεδομένα» είναι η βάση για την βελτιστοποίηση και συμπεριλαμβάνουν επιρροές όπως φορολογικός συντελεστής, υγρασία, ώρες λειτουργίας ανά έτος, κόστος ηλεκτρισμού, παράγοντας καθαρισμού, συντελεστής εκπομπής, πυκνότητα, και συντελεστές μοντέλου. Αυτά όλα αναπαρίστανται από το σύμβολο c . Αυτή η μέθοδος πολλαπλασιάζει την ευαισθησία της OF στο δεδομένο από την αβεβαιότητα στο c για να υπολογίσει μία πιθανή αβεβαιότητα που αυτά έχουν στην OF. Σταματάει τις επαναλήψεις βελτιστοποίησης όταν η αλλαγή στην OF είναι δύο σειρές μεγέθους μικρότερη από την προσδοκώμενη βεβαιότητα στην εφαρμογή.

5.2.8. Εύρος πολλών παικτών

Τα προηγούμενα κριτήρια σύγκλισης ήταν κατάλληλα για βελτιστοποιητές με μία μοναδική TS. Ωστόσο, οι αλγόριθμοι πολλών παικτών έχουν πολλές «ταυτόχρονες» επιλύσεις δοκιμής και τις OF τιμές αντίδρασης για την καθεμία. Ο έλεγχος σύγκλισης θα μπορούσε να συσχετιστεί με την διακύμανση στις DV τιμές ή στις OF τιμές. Η διακύμανση θα μπορούσε απλά να είναι τα εύρη

$$R_{DV} = DV_{\text{highest}} - DV_{\text{lowest}} \quad (5.9)$$

$$R_{OF} = OF_{\text{highest}} - OF_{\text{lowest}} \quad (5.10)$$

όπου οι δείκτες highest (πιο υψηλός) και lowest (πιο χαμηλός) αναπαριστούν τις ακραίες τιμές στον DV ή OF άξονα. Θα μπορούσα να έχω χρησιμοποιήσει την ορολογία maximum (μέγιστες) και minimum (ελάχιστες) τιμές, αλλά αυτό μπορεί να δημιουργήσει σύγχυση με την βελτιστοποίηση.

Στο leapfrogging υπάρχει ένας καλύτερος παίκτης και ένας χειρότερος, όπως φαίνεται από τις OF τιμές. Εδώ, το OF εύρος είναι το ίδιο όπως $R_{OF} = OF_{\text{worst player}} - OF_{\text{best player}}$. Ωστόσο, ο χειρότερος παίκτης μπορεί να είναι κοντά (στο DV χώρο) στον καλύτερο παίκτη, έτσι το DV εύρος δεν είναι η DV διαφορά ανάμεσα στον χειρότερο και καλύτερο παίκτη $R_{DV} \neq DV_{\text{worst player}} - DV_{\text{best player}}$.

Αν και σχετικά απλό, όταν το εύρος ανάμεσα σε όλους τους παίκτες είναι μικρό, το εύρος ανάμεσα στους παίκτες που είναι στην περιοχή κοντά στο βέλτιστο είναι ακόμη μικρότερο. Συνεπώς, μία εναλλακτική ένδειξη του εύρους ανάμεσα στους παίκτες μπορεί να είναι καλύτερο για έναν χρήστη να προσδιοριστεί. Η rms απόκλιση από τον καλύτερο παίκτη είναι μία τέτοια μέτρηση που χρησιμοποιεί όλους τους παίκτες, όχι μόνον τους δύο καλύτερους ως μία συνολική ένδειξη.

$$rms_{DV^*} = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (DV^* - DV_i)^2}$$

(5.11)

$$\text{rms}_{OF} = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (OF^* - OF_i)^2}$$

(5.12)

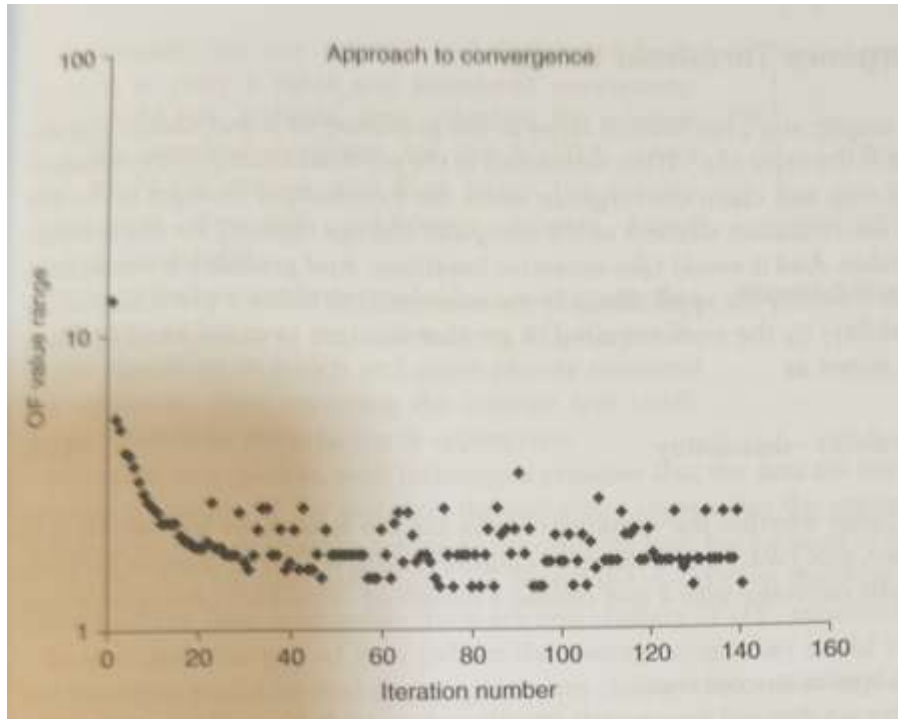
Εδώ, το M είναι ο αριθμός των παικτών. Επειδή ένας παίκτης είναι ο καλύτερος, υπάρχουν μόνον $M-1$ όροι στο άθροισμα. Συνεπώς, η rms τιμή είναι επεκτάσιμη από $M-1$ όχι M . Ωστόσο, είναι ασήμαντο είτε η rms είναι επεκτάσιμη είτε από M ή $M-1$. Με $M=10$, η διαφορά είναι 5%, το οποίο είναι πιθανόν πολύ μικρότερο από την αβεβαιότητα που σχετίζεται με την ανθρώπινη επιλογή να προσδιορίσει ένα όριο σύγκλισης.

5.2.9. Σύγκλιση Σταθερής Κατάστασης

Υπάρχουν δύο διαφορετικές κατηγορίες βελτιστοποίησης που οδηγούν σε τυχαία διαταραγμένες OF τιμές. Στην μία κατηγορία, ο αλγόριθμος της αναζήτησης είναι στοχαστικός, που συνεχώς αναστατώνει τις επιλύσεις δοκιμής. Ένα παράδειγμα είναι η βελτιστοποίηση σωματιδίων. Ακόμη και εάν η OF αντίδραση είναι νομοτελειακή και ακόμη και στην κοντινή περιοχή του βέλτιστου, η θέση των σωματιδίων (άτομα, παίκτες) είναι τυχαία διαταραγμένη σε κάθε επανάληψη. Αυτό σημαίνει ότι η OF που προκύπτει για κάθε παίκτη ποικίλει συνεχώς με μία τυχαία φύση.

Στην αντίθετη κατηγορία, η OF είναι στοχαστική, και ακόμη και με έναν νομοτελειακό αλγόριθμο αναζήτησης, αντίγραφες επιλύσεις δοκιμής (στην ίδια DV τιμή) θα επιστρέψουν τυχαία διαταραγμένες OF τιμές για μία πλασματική αξία. Προτείνω τους αλγόριθμους πολλαπλών παικτών όταν βελτιστοποιούνται στοχαστικές συναρτήσεις, επειδή οι μοναδικοί TS αλγόριθμοι μπορούν να γίνουν εντελώς διαταραγμένοι.

Σε κάθε κατηγορία, ή στη συνδυασμένη περίπτωση της στοχαστικής αναζήτησης με μία στοχαστική συνάρτηση, η OF τιμή κάθε συγκεκριμένου παίκτη θα διακυμανθεί ακόμη και αν οι TS τιμές είναι αμετάβλητες. Σκεφτείτε έναν παίκτη που δεν ξεκινάει στο βέλτιστο και διαγράφεται στο Σχήμα η OF τιμή ως επανάληψη. Η OF τιμή θα πάρει μία θορυβώδη διαδρομή από το αρχικά υψηλή, εκτός βέλτιστου τιμή σε μία θορυβώδη σταθερή κατάσταση στη βέλτιστη τιμή.



Σχήμα 5.4 Απεικόνιση κριτηρίου σύγκλισης σταθερής κατάστασης.

Ο αρχικός χειρότερος παίκτης μπορεί να συμβεί να συγκλίνει νωρίς, αφήνοντας τους άλλους παίκτες «στους λόφους» και να αργήσουν να μπουν στην ομάδα για το βέλτιστο. Συνεπώς, κάποιος δεν θα πρέπει να παρακολουθεί έναν συγκεκριμένο παίκτη. Αντίθετα, να παρατηρεί τον OF χειρότερο από όλους τους παίκτες που χαλαρώνει σε σταθερή κατάσταση δηλαδή επανάληψη. Το Σχήμα θα είναι παρόμοιο με το Σχήμα 5.4, το οποίο δείχνει πως το OF εύρος (χειρότερο προς καλύτερο) χαλαρώνει δηλαδή επανάληψη. Το Σχήμα δείχνει την OF σε μία λογαριθμική κλίμακα για άνεση όταν υπάρχουν πολύ μεγάλες αλλαγές στην τιμή. Η σταθερή κατάσταση ήταν αποδεκτή στο αριθμό επανάληψης 43, στον χρόνο που ισχυρίστηκε σύγκλιση.

Πολλές τεχνικές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να δείξουν πότε ένα σημείο είναι σε μία θορυβώδη σταθερή κατάσταση. Μία απλή τεχνική είναι, σε κάθε επανάληψη να κοιτάς τα δεδομένα στο πιο πρόσφατο παρελθόν N δεδομένα, ίσως $N=10$. αυτή η οπτική ονομάζεται κινούμενο παράθυρο μήκους N . Εάν η κλίση του OF χειρότερου (ή του εύρους της OF ομάδας) δηλαδή επανάληψη στο παράθυρο είναι στατιστικά μη διακριτή από το μηδέν, τότε αποδεχτείτε ότι η τάση είναι στο SS. Η αντίρρησή μου σε αυτό και σε τέτοιες συμβατικές προσεγγίσεις, είναι ότι η υπολογιστική εργασία απαιτείται σε κάθε επανάληψη.

5.3. Συνδυασμός Κριτηρίων Σύγκλισης

Καμία μοναδική μέτρηση δεν είναι τέλεια, λεπτομερής ή καθολική. Συνεπώς, μπορείτε να επιλέξετε να χρησιμοποιήσετε έναν απλό συνδυασμό δύο. Για παράδειγμα, σταματήστε τις επαναλήψεις και ισχυριστείτε σύγκλιση όταν $|\Delta f|/f < \epsilon_f$ και $|\Delta x_i|/x_i < \epsilon_{DV}$ για κάθε DV.

5.4. Επιλογή Τιμών Ορίου Σύγκλισης

Ένας βελτιστοποιητής δεν σταματάει ακριβώς στο x^* , αλλά αντίθετα σταματάει στην περιοχή κοντά του και ισχυρίζεται ότι η πιο πρόσφατη καλύτερη επίλυση δοκιμής είναι η τιμή του x^* . Εάν τα όρια στα προηγούμενα κριτήρια επιλέχθηκαν να είναι μηδέν, ο βελτιστοποιητής θα μπορούσε να σταματήσει και να ισχυριστεί σύγκλιση όταν οι αυξητικές αλλαγές στην DV ήταν λιγότερες από το αριθμητικό στοιχείο διακριτοποίησης της χωρητικότητας αποθήκευσης του υπολογιστή για την μεταβλητή. Και πιθανόν θα έχει μεγαλύτερη ακρίβεια από την δικαιολογημένη από την εφαρμογή. Έτσι, ο χρήστης χρειάζεται να ισορροπήσει την τελειότητα της επίλυσης (μία μέτρηση επιθυμιότητας) από την εργασία που απαιτείται για να πάρει αυτή την επίλυση (μία μέτρηση μη επιθυμιότητας). Αυτός παριστάνεται ως

$$\min_{\{\text{threshold}\}} J = \text{undesirability} - \text{desirability}$$

(5.13)

Ο προτεινόμενος τρόπος για να κρίνετε εάν τα κριτήρια τερματισμού είναι πολύ επιεική, ή πολύ αυστηρά, είναι να παρατηρήσετε τα αποτελέσματα. Για παράδειγμα, σενάριο J δηλαδή k (μετρητής επανάληψης) και x_i δηλαδή k για να παρατηρήσετε την πρόοδο ή τη διαδικασία και για να δείτε εάν και τα δύο συγκλίνουν με k και να επιλέξετε ένα όριο τιμής για τη σύγκλιση με αυτούς τους στόχους στο μυαλό:

- 1) Κάνει την OF και DV να εμφανίζονται να συγκλίνουν
- 2) Και τα δύο x_i και J αποτελεσματικά παραμένουν αμετάβλητα για αρκετές επαναλήψεις για να καθιερώσουν αξιοπιστία ότι έχουν συγκλίνει.
- 3) Η τιμή του k δεν δείχνει ακραίες επαναλήψεις αφού καθιερώθηκε εμπιστοσύνη στην σύγκλιση.

Η επιλογή των σωστών τιμών για οποιοδήποτε όριο ή όρια εξαρτάται από την κλίμακα, τα χαρακτηριστικά της τοπογραφίας της συνάρτησης, και την χρησιμότητα ή την ανάγκη του χρήστη για το αποτέλεσμα. Η επιλογή των σωστών τιμών απαιτεί ο χρήστης να έχει γνώση εκ των προτέρων.

Σημείωση: Τα όρια στην ΔOF και ΔDV είναι πολύ κοινά. Δυστυχώς, οι όροι όπως ακρίβεια και ανοχή δεν δείχνουν ποιο είναι τι, και η αυξητική αλλαγή δεν σχετίζεται απαραίτητα με την ακρίβεια. Βεβαιωθείτε πως το λογισμικό σας καθορίζει τους όρους.

5.5. Ακρίβεια

Όταν υπάρχει ισχυρισμός σύγκλισης, ο βελτιστοποιητής είναι αρκετά κοντά στην πραγματική DV* τιμή για να ικανοποιήσει του χρήστη το κριτήριο σύγκλισης. Σε αντίγραφες δοκιμές, σε επαναλαμβανόμενες δοκιμές βελτιστοποιητή με τυχαίο TS ή αρχικοποιήσεις παίκτη, και ίσως ακόμη και σε επαναλαμβανόμενους συντελεστές βελτιστοποιητή, ο βελτιστοποιητής θα πρέπει να συγκλίνει στην περιοχή κοντά στο ίδιο βέλτιστο, αλλά δεν θα τελειώσει ακριβώς στο ίδιο σημείο. Αποκλίσεις δοκιμή στην δοκιμή θα μπορούσαν να παρατηρηθούν είτε στις DV* είτε στις OF* τιμές. Και οι δύο θα ποικίλουν από δοκιμή σε δοκιμή.

Εάν η συνάρτηση είναι νομοτελειακή, τότε η καλύτερη OF* (και συσχετιζόμενη DV*) των αντίγραφων δοκιμών θα αντιπροσωπεύουν την καλύτερη βελτιστοποιημένη τιμή των N δοκιμών. Παρόλο που θα είναι κοντά στο πραγματικό βέλτιστο δεν θα είναι πιθανόν να είναι το απόλυτο πραγματικό καλύτερο. Ωστόσο, για μία στοχαστική συνάρτηση, η καλύτερη των N δοκιμών απλά θα είναι η τυχαία καλύτερη των N στοχαστικών δοκιμών και δεν θα αντιπροσωπεύει το πραγματικό συνολικό ή μακροπρόθεσμα βέλτιστο. Σε κάθε περίπτωση θα θέλαμε να

ποσοτικοποιήσουμε και να αναφέρουμε την τιμή και την συσχετιζόμενη αβεβαιότητα της επίλυσης.

Κοινώς, χρησιμοποιούμε μέσο όρο και 95% μεσοδιάστημα εμπιστοσύνης για να μεταφέρουμε μία τιμή και μία συσχετιζόμενη αβεβαιότητα. Κάποιος θα μπορούσε να κάνει N δοκιμές, μετά να υπολογίσει την μέση και στάνταρντ απόκλιση για τις N DV^* τιμές και τις N OF^* τιμές, και μετά να αναφέρει την μέση τιμή και το 95%

μεσοδιάστημα εμπιστοσύνης που βασίζεται $t_{0.05, N-1} \sigma / \sqrt{N}$.

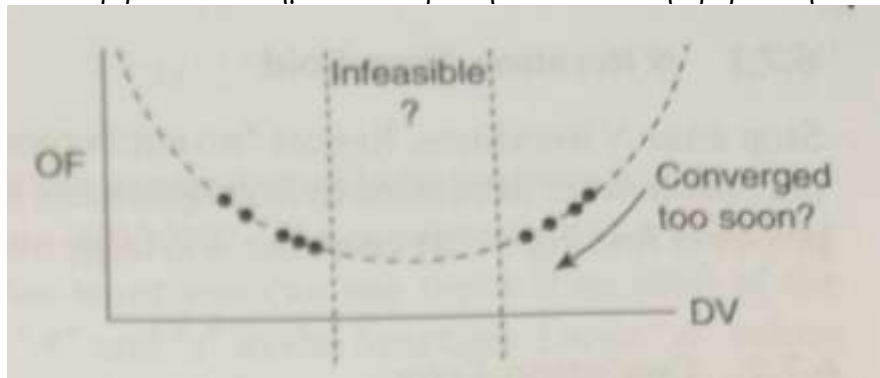
Εάν ο βελτιστοποιητής στέλνει την επίλυση δοκιμής σε μία διαδρομή που κάνει άλματα μπρος πίσω από το βέλτιστο ή εάν είναι ένας αλγόριθμος πολλαπλών παικτών στον οποίο οι παίκτες τελικού σταδίου περικυκλώνουν το βέλτιστο, τότε η αναφορά του μέσου και του μεσοδιαστήματος εμπιστοσύνης της επίλυσης είναι απαραίτητη.

Ωστόσο, ως προειδοποίηση, τέτοιες τεχνικές υποθέτουν ότι τα δεδομένα είναι φυσιολογικά κατανομημένα και ότι ο μέσος είναι εφικτός. Εάν, για παράδειγμα, ο βελτιστοποιητής πλησιάζει το βέλτιστο από οποιαδήποτε πλευρά αλλά υπάρχει ισχυρισμός σύγκλισης πριν φτάσει στο τελικό καλύτερο, η τοποθεσία των N επιλύσεων πρέπει να εμφανιστεί όπως στο Σχήμα 6.5. Αυτή η κατάσταση μπορεί επίσης να εγείρει εάν η ενδιάμεση περιοχή είναι περιορισμένη και ανέφικτη. Όπως εμφανίζονται τα δεδομένα είναι διτροπικό. Υπάρχουν δύο συμπλέγματα DV^* επιλύσεων.

Στην μία περίπτωση, το χάσμα των δεδομένων (όπου μπορεί να βρίσκεται ο μέσος) θα μπορούσε να αντικατοπτρίζει το πραγματικό βέλτιστο και η κατάσταση θα μπορούσε να είναι ότι υπήρχε ισχυρισμός σύγκλισης πολύ νωρίς. Σε αυτή την περίπτωση η στάνταρντ απόκλιση του εύρους δεν θα αντικατοπτρίζει αβεβαιότητα στο μέσο. Επίσης, ο χρήστης θα πρέπει να σκεφτεί να κάνει πιο αυστηρά να κριτήρια σύγκλισης για να συγκλίνουν πιο κοντά στο βέλτιστο. Συνεπώς, εάν τα διτροπικά συμπλέγματα είναι το αποτέλεσμα μίας ανέφικτης εσωτερικής περιοχής, τότε η μέση DV τιμή από τις επιλύσεις είναι ανέφικτη.

Γνωρίστε την κατάσταση. Παρατηρήστε την κατανομή των επιλύσεων. Ελέγξτε ότι η μέση DV^* είναι μία εφικτή επίλυση.

Σημείωση: Το όριο σύγκλισης στην DV και OF , αναφέρεται σε αυτό το βιβλίο ως ϵ , δεν είναι το 95% όριο εμπιστοσύνης. Το εύρος των DV δεδομένων στο Σχήμα 5.5 είναι πολύ πιο μεγάλο από το όριο σύγκλισης ϵ . Σε απεριόριστες εφαρμογές, φαίνεται λογικό ότι μικρότερες τιμές για όρια σύγκλισης θα έχουν ως αποτέλεσμα μικρότερη μεταβολή στις DV^* τιμές (σε καλύτερη ακρίβεια). Σε περιορισμένες εφαρμογές, μπορεί να μην υπάρχει καμία σχέση. Δυστυχώς, σε κάποια λογισμικά οι όροι ακρίβεια και ανοχή συχνά χρησιμοποιούνται για να σημαίνουν την τιμή του ορίου σύγκλισης ϵ . Ο χρήστης χρειάζεται να γνωρίζει ότι εισάγοντας μία τιμή στο πεδίο που ονομάζεται «ακρίβεια» δεν σημαίνει απαραίτητα στατιστική αβεβαιότητα.



Σχήμα 5.5 Απεικόνιση της ακρίβειας σύγκλισης.

5.6. Κριτήρια Τερματισμού για να σταματήσει μία Μάταιη Αναζήτηση
Κάτι πρέπει να σταματήσει τον βελτιστοποιητή εάν η πρόοδος φαίνεται μάταιη.

5.6.1. Ν Όριο Επανάληψης

Σταματήστε μετά από Ν επαναλήψεις. Αναφέρετε «Καμία σύγκλιση μετά από Ν επαναλήψεις». Τα προβλήματα είναι τα ακόλουθα: Η αναζήτηση μπορεί να χρειάζεται περισσότερες επαναλήψεις για να βρει το βέλτιστο. Μπορεί να είναι στη σωστή διαδρομή, αλλά πολύ μικρές προσδιορισμένες Ν από τον χρήστη εμποδίζουν την εύρεση του x^* . Αντίθετα, πολύ μεγάλη Ν χρησιμοποιεί ακραίο χρόνο. Χρειάζεται να επιλέξετε την τιμή του Ν.

5.6.2. Λάθος Εκτέλεσης

Σταματήστε όταν βιώσετε ένα λάθος εκτέλεσης. Η διαδικασία επίλυσης μπορεί επαναλαμβανόμενα να μετακινήσει την DV σε ένα μέρος που θα δώσει μία διαίρεση με το μηδέν, τετραγωνική ρίζα ενός αρνητικού αριθμού, λογάριθμο ενός μη θετικού αριθμού, δείκτη εκτός εύρους, κ.τ.λ. Αναφέρετε «Η αναζήτηση οδήγησε την DV σε ένα σημείο όπου ένα λάθος εκτέλεσης θα συμβεί».

5.6.3. Παραβίαση Περιορισμού

Σταματήστε όταν βιώσετε επίμονη παραβίαση περιορισμού. Ο βελτιστοποιητής μπορεί αν είναι στο εφικτό όριο ενός περιορισμού και κάθε υπολογισμός δείχνει ότι η καινούρια επίλυση δοκιμής θα πρέπει να είναι στην άλλη πλευρά του περιορισμού. Αναφέρετε «Η αναζήτηση οδήγησε σε ένα σημείο όπου συνέβη παραβίαση περιορισμού».

5.7. Επιλογές Βελτιστοποιητών

Κάθε βελτιστοποιητής μπορεί να χρησιμοποιήσει οποιαδήποτε από τα κριτήρια σύγκλισης. Εάν υπάρχουν 7 αλγόριθμοι βελτιστοποίησης για να επιλέξεις και 10 κριτήρια σύγκλισης, τότε υπάρχουν 70 επιλογές. Αλλά πρέπει επίσης να διαλέξεις ένα όριο τιμής για το κριτήριο σύγκλισης. Εάν λάβετε υπόψη σας τρεις τιμές, μεγάλο, μεσαίο και μικρό όριο, τότε το 70 γίνεται 210 πιθανότητες. Είναι ασυνήθιστο να εξερευνάται μία εφαρμογή με ένα μεγάλο όριο, για μία αρχική κατανόηση, με λιγότερους υπολογισμούς συνάρτησης, το οποίο σημαίνει λιγότερος υπολογιστικός ή εμπειρικός χρόνος και κόστος. Έπειτα, όταν επιβεβαιωθείτε ότι επιλέγηκε η σωστή OF για την κατάσταση εφαρμογής και η σωστή διαδικασία για την βελτιστοποίηση εφαρμογής, χρησιμοποιείστε μικρότερες τιμές ορίων για να πάρετε μία DV* με κατάλληλη ακρίβεια.

Επίσης, σκεφτείτε ότι η επιλογή των DV και OF είναι επιλογές χρήστη. Σε μία οικονομική βελτιστοποίηση, για παράδειγμα, η OF θα μπορούσε να είναι έξοδα κεφαλαίου, κάποιος συνδυασμός όπως χρόνος απόσβεσης ή καθαρή παρούσα αξία, ή μακροπρόθεσμη επιστροφή στην επένδυση.

6. Εισαγωγή στην Πολυδιάστατη Εφαρμογή και η Μέθοδος Κλίσης

6.1. Εισαγωγή

Πολλές εφαρμογές βελτιστοποίησης έχουν δύο ή περισσότερες μεταβλητές απόφασης. Τα προηγούμενα κεφάλαια εστίασαν σε εφαρμογές μονομεταβλητής, μίας DV, μονοδιάστες. Παρόλο που οι N-DV εφαρμογές συναντιούνται περισσότερο συχνά, οι αναζητήσεις μονομεταβλητής είναι σημαντικές, και δείχνουν ζητήματα κλειδιά σε σχετικά μη περίπλοκες καταστάσεις. Υπάρχουν καινούρια ζητήματα και τεχνικές που σχετίζονται με δισδιάστατες και υψηλότερης διάστασης εφαρμογές, και αυτό το κεφάλαιο ξεκινάει με εφαρμογές δισδιάστατες, δύο αποφάσεων μεταβλητή και N-DV. Κάθε τμήμα αυτού του κεφαλαίου για τους αλγόριθμους βελτιστοποίησης εισάγει τεχνικές με δισδιάστατα παραδείγματα και μετά επεκτείνει τις τεχνικές βελτιστοποίησης σε N-DV εφαρμογές. Στις δισδιάστατες, έχουμε ακόμη την γενική έννοια της βελτιστοποίησης για μεγιστοποίηση:

$$\max_{\{x_1, x_2\}} J = \sum \text{desirables} - \sum \text{undesirables} \quad (6.1)$$

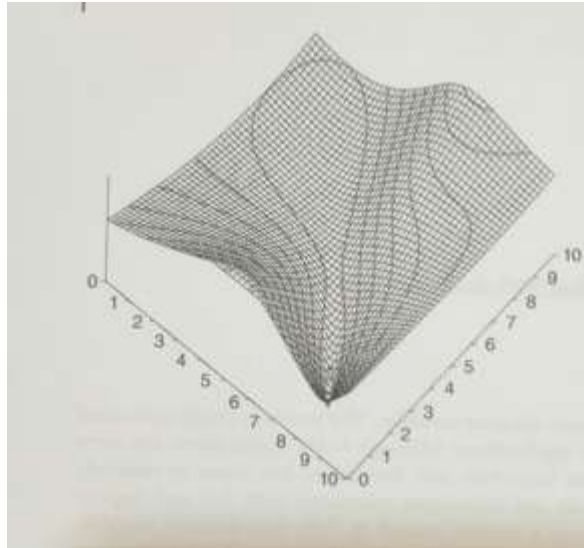
στο οποίο οι δύο DVs, x_1 και x_2 αναλυτικά φαίνονται. Συνεπώς, θα μπορούσε να παρασταθεί ως μία ελαχιστοποίηση της αρνητικής της OF και/ή χρησιμοποιώντας το σύμβολο διάνυσμα για τη σειρά DV:

$$\min_{\{x\}} J = \sum \text{undesirables} - \sum \text{desirables} \quad (6.2)$$

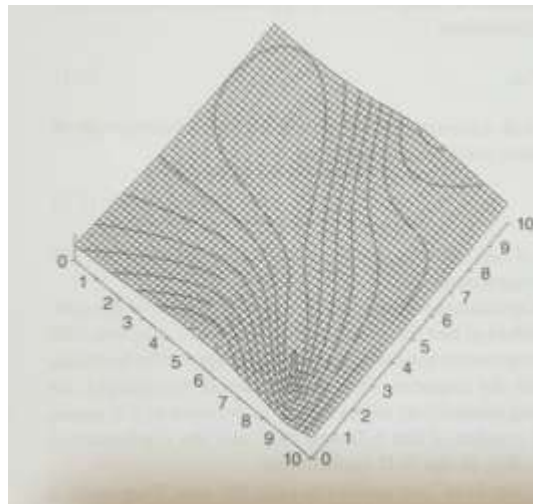
Σε μία κατάσταση των δύο DV, η OF είναι μία αντίδραση των δύο μεταβλητών, $J = f(x_1, x_2)$, το οποίο σημαίνει ότι η OF τιμή μπορεί να σχεδιαστεί ως η τρισδιάστατη αντίδραση στις δύο DV τιμές.

Το Σχήμα 6.1 απεικονίζει τη Συνάρτηση στον φάκελο δυσδιάστατων Παραδειγμάτων Βελτιστοποίησης, μία εξερεύνηση της μεθόδου κάθετων (ή φυσιολογικών, ή συνολικών) ελάχιστων τετραγώνων για την καλύτερη αντιστοίχιση της ευθείας γραμμής στα δεδομένα. Οι δύο DVs είναι η κλίση και η διακοπή της γραμμής. Το δάπεδο αναπαριστά τις δύο DVs, και το ύψος της συνάρτησης, τον κάθετο άξονα. Η τρίτη διάσταση αναπαριστά την αντίδραση. Αυτό δείχνει την τοπογραφία της επιφάνειας, μία πλευρά της μαθηματικής ανάλυσης που έχει ισχυρή σύνδεση με την ανθρώπινη εμπειρία σε τρισδιάστατο χώρο, γης ή άλλων επιφανειών. Η οικειότητα και η άνεση αυτής της τρισδιάστατης όψης διευκολύνει την μαθηματική ανάλυση που χρειάζεται για την βελτιστοποίηση και κατανόηση στις N-D εφαρμογές.

Παρατηρήστε δύο πλευρές αυτής της τρισδιάστατης απεικόνισης. Οι γραμμές πλέγματος τρέχουν παράλληλα σε κάθε DV άξονα. Το κάνουν και φαίνεται σαν ένα υφασμένο πλέγμα, ένα δίκτυο ψαρέματος, ή κάποιου είδους υφασμένο δίκτυο κρεμάστηκε πάνω στα στοιχεία. Οι γραμμές του πλέγματος αναπαριστούν την διαδρομή ενός τρένου σε λούνα παρκ, εάν κάποιος ταξίδευε στην επιφάνεια σε μία DV κατεύθυνση, κρατώντας την άλλη DV σταθερή. Εάν συσχετίσετε αυτό με λόφους και κοιλάδες στη γη, οι γραμμές πλέγματος θα είναι το μήκος και το πλάτος σε ένα τοπικό Cartesian τμήμα. Ωστόσο, σε αυτή την περιστρεφόμενη θέα εμφανίζονται στη διαγώνιο όχι κάθετα ή οριζόντια. Σε αυτή την πανοραμική θέα από ένα αεροπλάνο, οι επόμενες γραμμές είναι καμπυλωτές. Ωστόσο, κοιτώντας ευθεία κάτω στην επιφάνεια από μακριά στον OF άξονα, σαν από δορυφόρο, οι γραμμές πλέγματος είναι ευθείες, σαν τετραγωνισμένο χαρτί. Στο Σχήμα 6.2, οι γραμμές πλέγματος είναι σχεδόν ευθείες.



Σχήμα 6.1 Απεικόνιση τρισδιάστατης επιφάνειας.



Σχήμα 6.2 Ισοϋψείς καμπύλες.

Το άλλο ζήτημα για να παρατηρήσετε είναι οι ισοϋψείς καμπύλες. Αυτές είναι οι καμπύλες που δείχνουν το σταθερό ύψος επιφάνειας ή OF τιμή. Κοιτώντας ευθεία κάτω στην επιφάνεια από μακριά στον OF άξονα, κάποιος βλέπει τις ισοϋψείς καμπύλες γύρω από χαρακτηριστικά. Αυτό είναι αντίστοιχο με ένα χάρτη ισοϋψών καμπύλων ενός τοπικού τμήματος στην Γη. Το Σχήμα 6.3 είναι μία άποψη της τοποθεσίας μου.

Παρατηρήστε ότι η Λεωφόρος W 44 διασχίζει ευθεία ανατολικά-δυτικά, μία ευθεία γραμμή, χωρίς καμπύλες στον χάρτη. Ωστόσο, εάν οδηγούσες κατά μήκος της Λεωφόρου W 44, δεν θα ήσουν στο επίπεδο της θάλασσας, αλλά θα ήσουν κατά μέσο όρο 950 ft πάνω από το επίπεδο της θάλασσας, και θα πήγαινες ανηφορικά και κατηφορικά από 1000 έως 900 ft και προς τα πίσω.

Στην βελτιστοποίηση χρειάζεται να καταλάβουμε την αλλαγή στην OF, που παριστάνεται εδώ ως το επίπεδο της θάλασσας, καθώς η DV τοποθεσία αλλάζει. Αυτό το κεφάλαιο ξεκινάει την απαραίτητη υποστηρικτική μαθηματική ανάλυση.



Σχήμα 6.3 Χάρτης ισοψών καμπύλων κοντά στο Stillwater, OK. Πηγή: Από την ιστοσελίδα US Geological Survey, www.usgs.gov

Επιπλέον, σκεφτείτε ότι σταματάτε το αυτοκίνητό σας στο δρόμο κοντά στο A στην Λεωφόρο W 44 σε υψόμετρο 950 ft και μετά τοποθετείται το όχημα στο κενό και το αφήνετε να κατέβει τον δρόμο. Θα μετακινηθεί ανατολικά στον δρόμο, κατηφορικά στην κοιλάδα των 920 ft, μετά θα κυλίσει προς τα πάνω λίγο, θα κυλίσει προς τα πίσω, και τελικά θα σταματήσει στο τέλος της κατηφόρας στον δρόμο. Αντίθετα, εάν απελευθερώσετε μία μεγάλη, βαριά μπάλα κοντά στην ίδια αρχική τοποθεσία, δεν θα μείνει στον δρόμο. Η βαρύτητα θα την τραβήξει κάτω, μετακινώντας αυτήν σε βορειοανατολική κατεύθυνση στο βάθος της κοιλάδας, και μετά θα συνεχίσει να κυλάει προς τα κάτω βορειοδυτικά προς τα 900 ft ισοψή καμπύλη, και έπειτα σε χαμηλότερα υψόμετρα, ίσως όπως το νερό της βροχής κάνει ένα προσωρινό ρυάκι στην κοιλάδα.

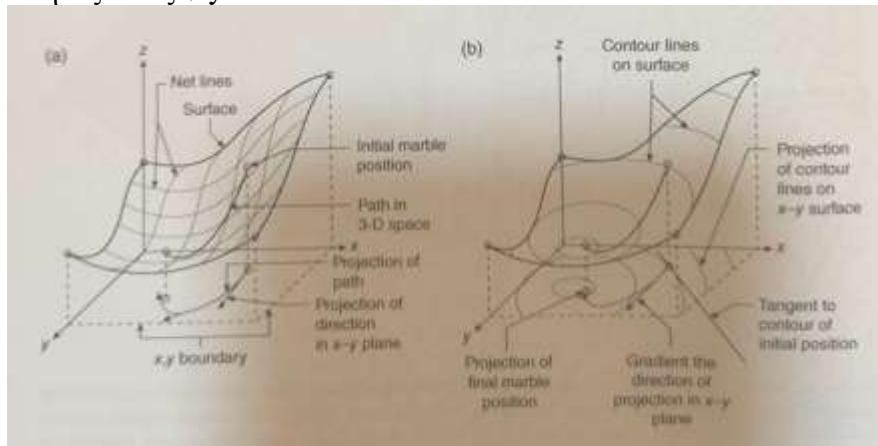
Υπάρχουν δύο απόψεις εδώ. Μία είναι η προβολή της θέσης στο διδιάστατο Cartesian χάρτη, και η άλλη είναι το σημάδι της θέσης στον τρισδιάστατο χώρο. Για την κατανόηση της βελτιστοποίησης, η μαθηματική ανάλυση και των δύο αντιλήψεων είναι σημαντική.

6.2. Απεικόνιση της Επιφάνειας και των Όρων

Το Σχήμα 6.4 απεικονίζει μία επιφάνεια στο x, y, z διάστημα. Το αριστερό τμήμα στο πλέγμα της επιφάνειας, και το δεξιό τμήμα είναι η ισοψή γραμμή. Η μεταβλητή $z=f(x,y)$ είναι η αντίδραση, η OF, και οι μεταβλητές x και y είναι οι ανεξάρτητες μεταβλητές, οι DVs. Οι γραμμές πλέγματος είναι μίας σταθερής DV τιμής όταν η άλλη DV τιμή αλλάζει. Δείχνουν πως τα κάθετα επίπεδα κάνουν τομή στην επιφάνεια. Οι ισοψείς καμπύλες είναι της σταθερής OF τιμής. Δείχνουν πως τα οριζόντια επίπεδα κάνουν τομή στην επιφάνεια.

Παρόλο που είναι βολικό να σκεφτείτε τα x, y, z ως οικείες χωροταξικές αποστάσεις, θα μπορούσαν να αναπαριστούν εντελώς διαφορετικές έννοιες. Για παράδειγμα, στην οικονομική βελτιστοποίηση μίας ομαδικής αντίδρασης, η DV- x θα μπορούσε να είναι

η θερμοκρασία με μονάδες Κελσίου, η DV-y θα μπορούσε να είναι χρόνος μαγειρέματος με μονάδες λεπτών και η OF-z θα μπορούσε να είναι μία μέτρηση αποδοτικότητας όπως \$/yr.



Σχήμα 6.4 (a) Γραμμές πλέγματος και (b) ισοϋψείς γραμμές.

Η προβολή των γραμμών πλέγματος και των ισοϋψών στο x-y επίπεδο επίσης απεικονίζονται. Η στερεά τελεία στην επιφάνεια απεικονίζει την αρχική τοποθεσία μίας μπάλας ή ενός σβόλου τοποθετημένο στην επιφάνεια, και η γραμμή που περιελίσσεται στο βάθος της επιφάνειας, το ελάχιστο υψόμετρο, αναπαριστά τη διαδρομή που μπορεί να κυλήσει. Ο σβόλος αρχικά ταξιδεύει στην τοπική πιο απότομη ικανοποιητική κατεύθυνση. Συνεπώς, ο σβόλος κάνει καμπύλη προς το ελάχιστο καθώς κινείται. Η προβολή της διαδρομής στο δισδιάστατο DV επίπεδο επίσης φαίνεται.

Η πιο απότομη ικανοποιητική κατεύθυνση στη δισδιάστατη προβολή καθορίζεται από την αρνητική κλίση της επιφάνειας:

$$-\nabla z, \text{ where } \nabla = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Επίσης, θα δείξει ότι η κατεύθυνση της πιο απότομης, ικανοποιητικής, $-\nabla z$, είναι \perp (κάθετη) στην προβολή ισοϋψούς γραμμής.

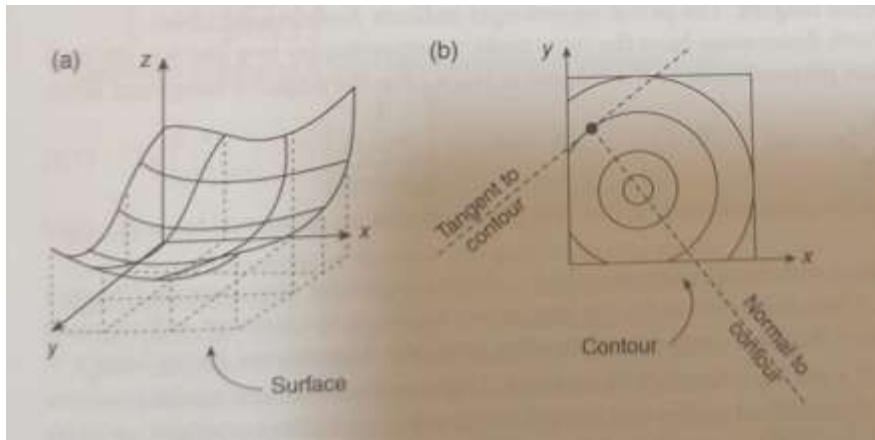
6.3. Ανάλυση Επιφάνειας

Σκεφτείτε $z=f(x,y)$, για παράδειγμα, υψόμετρο = f (NS και EW απόσταση). Και φανταστείτε μία προβολή χάρτη ισοϋψών καμπύλων της επιφάνειας. Το Σχήμα 6.5 απεικονίζει και τα δύο. Ο χάρτης ισοϋψών καμπύλων δείχνει γραμμές της σταθερής z- τιμής αντιστοιχώντας στη διασταύρωση και στα επίπεδα παράλληλα με το x-y επίπεδο. Σε κάθε σημείο (x_0, y_0) υπάρχει μία αντίστοιχη z-τιμή και μία γραμμή ισοϋψούς καμπύλης στην z-τιμή. Η εφαπτόμενη στην ισοϋψούς καμπύλη μπορεί να καθοριστεί με τουλάχιστον δύο τρόπους.

Μέθοδος 1: Ξεκινήστε με μία σειρά Προσέγγισης Taylor της $z(x,y)$ συνάρτησης:

$$z(x, y) = z(x_0, y_0) + \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_0 (x - x_0) + \left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_0 (y - y_0) + O(2)$$

(6.3)



Σχήμα 6.5 (a) τρισδιάστατη άποψη και (b) χάρτης ισοϋψών καμπύλων

Απορρίψτε όρους της σειράς 2 και υψηλότερους για να δημιουργήσετε μία γραμμική προσέγγιση, που είναι μόνο μία έγκυρη αναπαράσταση της συνάρτησης κοντά στο (x_0, y_0) σημείο,

$$0 = \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_0 (x - x_0) + \left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_0 (y - y_0)$$

(6.4)

Η εφαπτόμενη γραμμή στην ισοϋψή καμπύλη είναι μία τοπικά γραμμική σχέση ανάμεσα στο x και y , το οποίο φαίνεται επιλύοντας για y ως συνάρτηση του x :

$$y = y_0 - \frac{\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_0}{\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_0} (x - x_0) = a + bx$$

(6.5)

Μέθοδος 2: Ξεκινήστε με έναν συνολικό καθορισμό παράγωγου από τον λογισμό:

$$dz = \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_0 dx + \left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_0 dy$$

(6.6)

(που είναι απλά μία Taylor πρωτοβάθμια προσέγγιση).

Στην ισοϋψή καμπύλη $dz=0$. Προσεγγίζοντας τις διαφοροποιήσεις με πεπερασμένες διαφορές $dx=\Delta x=(x-x_0)$, $dy=\Delta y=(y-y_0)$, τότε το συνολικό παράγωγο γίνεται

$$y = y_0 - \frac{\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_0}{\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_0} (x - x_0)$$

(6.7)

το οποίο είναι η ίδια σχέση για την εφαπτόμενη στην ισοϋψή καμπύλη.

Η εφαπτόμενη γραμμή L_{T_0} διά μέσου (x_0, y_0) μπορεί να περιγραφεί ως το διάνυσμα των (x, y) αποκλίσεων από το βασικό σημείο (x_0, y_0) :

$$L_{T_0} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y_0 - \frac{\partial z / \partial x|_0}{\partial z / \partial y|_0} (x - x_0) - y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{\partial z / \partial x|_0}{\partial z / \partial y|_0} \end{bmatrix} (x - x_0)$$

(6.8)

Ο δείκτης T αναπαριστά την εφαπτόμενη. Οι πρώτοι εκθέτες δείχνουν τις μεταβλητές απόκλισης.

Σε δισδιάστατο διάστημα στο οποίο και οι δύο διαστάσεις έχουν τις ίδιες μονάδες, μία κάθετος σε μία ευθεία έχει την αρνητική αμοιβαία κλίση. Μία κάθετη γραμμή στην εφαπτόμενη στο (x_0, y_0) έχει την αρνητική αμοιβαία κλίση:

$$(y_1 - y_0) = + \frac{\partial z / \partial y|_0}{\partial z / \partial x|_0} (x_1 - x_0)$$

(6.9)

Το σύμβολο \perp αναπαριστά την κάθετη, σε αυτή την περίπτωση κάθετη, ή φυσιολογική ή σε μία σωστή γωνία από την ισοϋψή καμπύλη.

Σημείωση: Για καθαρά μαθηματικά με αδιάστατες μεταβλητές, αυτό είναι OK, αλλά για τους μηχανικούς οι DV μονάδες δεν θα είναι συχνά ταυτόσιμες. Αυτή η σχέση για την κάθετη ευθεία στην ισοϋψή καμπύλη δεν θα κάνει διαστατή αίσθηση. Ωστόσο, οι μηχανικοί και επιστήμονες συχνά παραβλέπουν διαστατή ασυνέπεια σε πολλές

εφαρμογές, όπως $F = ma$, $Q = C_v \sqrt{\Delta P / G}$, or $\ln |x|$. Υπάρχουν δύο λύσεις σε αυτό το πρόβλημα: (i) συμπεριλάβετε διαστατό ενοποιητή μονάδας και (ii) χρησιμοποιήστε αδιάστατες μεταβλητές για x και y.

Η κάθετη ευθεία στην ισοϋψή καμπύλη στο σημείο βάσης μπορεί επίσης να παρασταθεί με τον συμβολισμό του δείκτη, τον φυσιολογικό δείκτη:

$$L_{\perp 0} = \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y_0 + \frac{\partial z / \partial y|_0}{\partial z / \partial x|_0} (x - x_0) - y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{\partial z / \partial y|_0}{\partial z / \partial x|_0} \end{bmatrix} (x - x_0)$$

(6.10)

Η κλίση του z είναι ο δείκτης των μερικών παραγώγων του z δηλαδή κάθε DV. Είναι η λίστα των τοπικών ευαισθησιών:

$$\nabla z = \begin{bmatrix} \frac{\partial z}{\partial x} \\ \frac{\partial z}{\partial y} \end{bmatrix}$$

(6.11)

Εάν η κλίση σε ένα σημείο (x_0, y_0) , ∇z_0 , είναι φυσιολογική στην εφαπτόμενη γραμμή L_{T_0} , τότε το εσωτερικό γινόμενο των δύο δεικτών είναι μηδέν:

$$\nabla z|_0 \cdot \Delta L_{T_0} = 0$$

(6.12)

Αντικαθιστώντας τους όρους

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial z}{\partial x}|_0 \\ \frac{\partial z}{\partial y}|_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{\partial z/\partial x|_0}{\partial z/\partial y|_0} \end{bmatrix} \cdot (x-x_0) = \left(\frac{\partial z}{\partial x}|_0 - \frac{\partial z}{\partial x}|_0 \right) \cdot (x-x_0) = 0$$

(6.13)

βρίσκουμε ότι είναι μηδέν.

Επίσης, εάν η κλίση στο σημείο βάσης είναι παράλληλο στην $L_{\perp 0}$, τότε τα στοιχεία τους είναι ίδια, ή είναι γραμμικά εξαρτημένα (μπορούν να κλιμακωθούν από την ίδια ποσότητα για να είναι ίδια). Εδώ, η κλίση πολλαπλασιάζεται από ένα βαθμωτό μέγεθος:

$$\left\{ \nabla z|_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial z}{\partial x}|_0 \\ \frac{\partial z}{\partial y}|_0 \end{bmatrix} \right\} \cdot \left(\frac{x-x_0}{\partial z/\partial x|_0} \right)$$

(6.14)

Και όταν επεκτείνεται φαίνεται ως η κάθετη ευθεία:

$$\nabla z|_0 \left(\frac{x-x_0}{\partial z/\partial x|_0} \right) = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{\partial z/\partial y|_0}{\partial z/\partial x|_0} \end{bmatrix} \cdot (x-x_0) = L_{\perp 0}$$

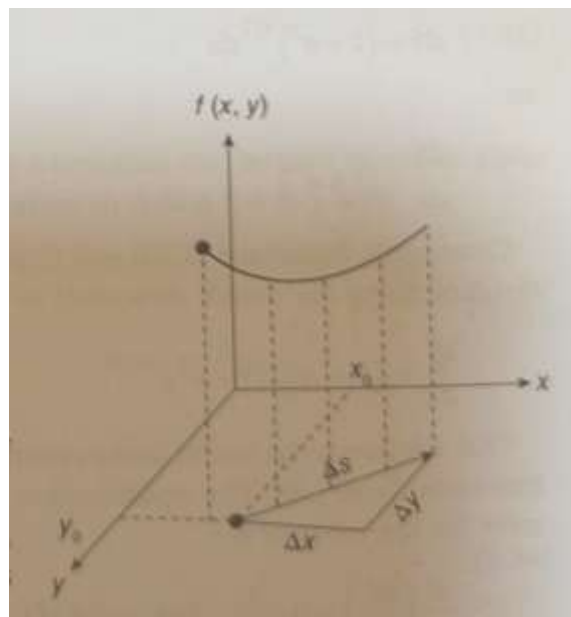
(6.15)

Έτσι, $-\nabla_z$, είναι μία κατεύθυνση κατηφορική και κάθετη στην εφαπτόμενη στην ισοϋψή καμπύλη, αλλά ακόμη δεν φαίνεται ως η κατεύθυνση της πιο απότομης κατάβασης. Ποια είναι η κατεύθυνση της πιο απότομης κατάβασης;

Ξανά, σκεφτείτε μία συνάρτηση με δύο μεταβλητές. Η εξίσωση $z=f(x,y)$ είναι η αντίδραση επιφάνειας σε ανεξάρτητες μεταβλητές (x,y) . Όπως δείχνει το Σχήμα 7.6, το S είναι η γραμμή στο $x-y$ επίπεδο, που περνάει δια μέσου του σημείου βάσης (x_0, y_0) . Έχει την σχέση

$$(y-y_0) = \alpha (x-x_0)$$

(6.16)



Σχήμα 6.6 Απεικόνιση της Εξίσωσης (6.16).

Το ερώτημα είναι, «Τι τιμή του a (τι κλίση γραμμής, τι κατεύθυνση γραμμής στο x - y επίπεδο) μεγιστοποιεί df/dS την κλίση (ρυθμός κατάβασης ή ανόδου) κατά μήκος της δισδιάστατης γραμμής στο (x,y) επίπεδο (όχι απαραίτητα κατά μήκος κάθε ατομικής (x,y) κατεύθυνσης;» Αυτή η παράσταση βελτιστοποίησης είναι

$$\max_{\{a\}} J = \text{slope along } s = \frac{df}{dS} \quad (6.17)$$

Εφαρμόστε τον κανόνα της αλυσίδας λογισμού στην κλίση της συνάρτησης κατά μήκος της S σε τρεις διαστάσεις για να την συσχετίσετε με τις DVs:

$$\frac{df}{dS} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dS} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dS} = f_x \frac{dx}{dS} + f_y \frac{dy}{dS} \quad (6.18)$$

Όπου f_x συντομογραφία για df/dx .

Η προβολή της τρισδιάστατης γραμμής κατάβασης στο x,y επίπεδο σε δύο διαστάσεις είναι:

$$y = y_0 + a(x - x_0) \quad (6.19)$$

από το οποίο η κλίση είναι $dy/dx = a$

Συνδυάζοντας διάφορες προηγούμενες σχέσεις έχει ως αποτέλεσμα

$$\frac{df}{dS} = f_x \frac{dx}{dS} + f_y \frac{dy}{dx} \frac{dx}{dS} = (f_x + a f_y) \frac{dx}{dS} \quad (6.20)$$

Εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο θεώρημα για να συσχετίσετε την απόσταση κατά μήκος της γραμμής στο αυξητικό x και y αλλάξει και συσχετίζοντας την αλλαγή στο y με την αλλαγή στο x ,

$$\Delta S^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 = \Delta x^2 + a^2 \Delta x^2 = (1 + a^2) \Delta x^2 \quad (6.21)$$

Παίρνοντας την τετραγωνική ρίζα για να μετατρέψετε σε αποστάσεις,

$$\Delta S = (1 + a^2)^{1/2} \Delta x \quad (6.22)$$

Στο όριο πολύ μικρών αλλαγών, η διαφοροποίησης αναπαράσταση είναι

$$dS = (1 + a^2)^{1/2} dx \quad (6.23)$$

ή

$$\frac{dS}{dx} = (1 + a^2)^{1/2} \quad (6.24)$$

Ο συνδυασμός των Εξισώσεων (6.20) και (6.24) παρέχει μία σχέση για το ρυθμό κατάβασης (αλλαγή στην f δηλαδή απόσταση κατά μήκος της κατεύθυνσης αναζήτησης) ως μία συνάρτηση του συντελεστή κατεύθυνσης, a :

$$\frac{df}{dS} = (f_x + a f_y) (1 + a^2)^{-1/2} \quad (6.25)$$

Αυτή η σχέση είναι το μοντέλο στην εφαρμογή βελτιστοποίησης και ο στόχος είναι να βρείτε την τιμή του a για να μεγιστοποιήσετε $J = df/dS$. Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης θα είναι η αναλυτική μέθοδος: θέστε $dJ/da = 0$ και λύστε για την τιμή του a :

$$\frac{d}{da} \left(\frac{df}{dS} \right) = 0 = \left[f_y - (af_x + a^2 f_y) (1 + a^2)^{-1} \right] \left[(1 + a^2)^{-1/2} \right]$$

(6.26)

Αυτό είναι ένα προϊόν δύο όρων. Εάν το καθένα είναι 0, έχουμε επίλυση. Μπορεί ο δεύτερος όρος να έχει μία τιμή του μηδέν; Αλλά μόνον εάν $a = \infty$, το οποίο δεν είναι πραγματοποιήσιμο. Μπορεί ο πρώτος όρος να έχει μία τιμή του μηδέν; Εάν ναι,

$$0 = [f_y - (af_x + a^2 f_y) (1 + a^2)^{-1}] \quad (6.27)$$

Επειδή ο όρος $(1 + a^2)^{-1}$ δεν μπορεί να είναι μηδέν, πολλαπλασιάστε με αυτό και επανακαθορίστε

$$f_y (1 + a^2) = af_x + a^2 f_y \quad (6.28)$$

το οποίο δείχνει ότι η τιμή της κλίσης είναι

$$a = \frac{f_y}{f_x}$$

(6.29)

$a = f_y / f_x$ μεγιστοποιεί df/ds . Αυτή είναι η ίδια κατεύθυνση που καθορίζεται από $+\nabla_f$ και από την γραμμή \perp που είναι εφαπτόμενη στην ισοϋψή καμπύλη.

Επομένως, $-\nabla_f$ καθορίζει την προβολή στο δισδιάστατο επίπεδο της τοπικής γραμμής της πιο απότομης κατάβασης, η οποία είναι επίσης η γραμμή \perp στην τοπική προβολή της ισοϋψούς καμπύλης.

Συνοψίζοντας, για να βρείτε της εξίσωση μίας γραμμής της πιο απότομης κατάβασης με δεδομένο $z = f(x, y)$, μία γραμμή καθορίζεται από μία γραμμική σχέση ανάμεσα στο x και y .

$$L = \begin{vmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x - x_0 \\ a(x - x_0) \end{vmatrix}$$

(6.30)

Η αρνητική κλίση είναι

$$-\nabla f = - \begin{vmatrix} \frac{\partial z}{\partial x} \\ \frac{\partial z}{\partial y} \end{vmatrix}$$

(6.31)

Για την γραμμή που θα είναι συγγραμική με την αρνητική κλίση,

$$L = \begin{vmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{vmatrix} = -a \begin{vmatrix} \frac{\partial z}{\partial x} \\ \frac{\partial z}{\partial y} \end{vmatrix}$$

(6.32)

Αυτό αναπαριστά δύο εξισώσεις, μία για το x και μία για το y . Η x εξίσωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να καθορίσει άλφα από δέλτα x , και τότε αυτό που χρησιμοποιήθηκε για το άλφα στην δέλτα y εξίσωση για να καθορίσει την x - y γραμμή:

$$\Delta y = \frac{\frac{\partial z}{\partial x} \Delta x}{\frac{\partial z}{\partial y}}$$

(6.33)

ή

$$y = y_0 + \frac{\frac{\partial x_0}{\partial z} (x - x_0)}{\frac{\partial y_0}{\partial z}}$$

(6.34)

Παράδειγμα 1: Για την απλή συνάρτηση $J=1+2x_1+3x_2+4x_1^2+5x_2^2+6x_1x_2$. Ποια είναι η εφαπτόμενη στην ισοϋψή καμπύλη και η γραμμή της πιο απότομης κατάβασης στο σημείο $x_1=2, x_2=-2$;

$$\frac{\partial J}{\partial x_1} = J_1 = 2 + 8x_1 + 6x_2$$

(6.35a)

$$\frac{\partial J}{\partial x_2} = J_2 = 3 + 10x_1 + 6x_2$$

(6.35b)

Στο σημείο βάσης (2, -2)

$$J_1 = 6 \quad (6.36a)$$

$$J_2 = 35 \quad (6.36b)$$

Η προβολή της εφαπτόμενης στην ισοϋψή καμπύλη, στο x-y επίπεδο, στο σημείο βάσης είναι

$$x_2 = (-2) - \frac{6}{35}(x_1 - 2) \cong -0.171x_1 - 1.657$$

(6.37)

Η προβολή της γραμμής της πιο απότομης κατάβασης, στο x-y επίπεδο, στο σημείο βάσης είναι

$$x_2 = (-2) + \frac{35}{6}(x_1 - 2) \cong 5.83x_1 - 13.67$$

(6.38)

6.4. Παραμετρική σημειογραφία

Σκεφτείτε την συνάρτηση που αναπαρίσταται ως $y=f(x_1, x_2)$, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 6.7.

Σκεφτείτε ένα επίπεδο \perp στο (x_1, x_2) επίπεδο με μία κατεύθυνση της πιο απότομης κατάβασης της συνάρτησης στο σημείο (x_{10}, x_{20}) . Η καμπύλη στο \perp επίπεδο δείχνει πως η f αλλάζει με εκείνη τη συγκεκριμένη (x_1, x_2) σχέση. Δεν είναι μία σταθερή ισοϋψή καμπύλη.

Στην παραμετρική σημειογραφία, η τοποθεσία κατά μήκος της γραμμής, S , στο (x_1, x_2) επίπεδο μπορεί να παρασταθεί σε ότι αφορά μία κοινή παράμετρο «απόστασης», a :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1(\alpha) = x_{10} - \frac{\partial f}{\partial x_1} \Big|_0 \cdot \alpha \\ x_2(\alpha) = x_{20} - \frac{\partial f}{\partial x_2} \Big|_0 \cdot \alpha \end{array} \right\} = \mathbf{x}(\alpha) = \mathbf{x}_0 - \alpha \nabla f|_0$$

(6.39)

Στις μεταβλητές απόκλισης

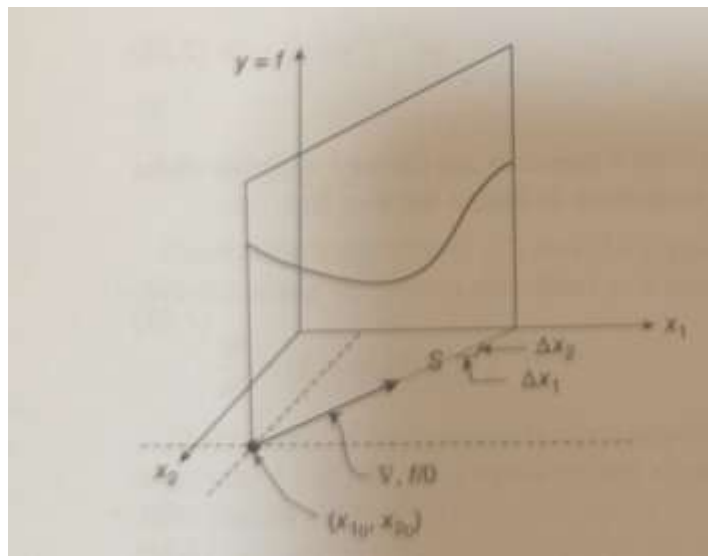
$$\mathbf{x}'(\alpha) = -\alpha \nabla f|_0$$

(6.40)

Αυτό ονομάζεται ένα παραμετρικό μοντέλο. Οι τιμές των μεταβλητών απόφασης (x_1, x_2) εξαρτώνται από την τιμή της παραμέτρου α . Η τιμή της α δεν είναι η αυξητική απόσταση κατά μήκος της γραμμής, αλλά συσχετίζεται με αυτήν:

$$\Delta S = \sqrt{\sum \Delta x_i^2} = \sqrt{\sum x_i'^2} = \alpha \sqrt{\sum \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Big|_0 \right)^2} = \alpha \sqrt{\nabla f|_0 \cdot \nabla f|_0}$$

(6.41)



Σχήμα 6.7 Απεικόνιση μίας τάσης συνάρτησης δηλαδή μία DV γραμμής της πιο απότομης κατάβασης.

Παρατηρήστε ότι αυτός ο υπολογισμός απόστασης υποθέτει ότι οι μονάδες σε κάθε x_i είναι σωρευτικές.

Η χρήση του χρόνου ως παραμετρικό συντελεστή είναι μία συνήθης άποψη. Έτσι, εδώ υπάρχει μία μικρή εκτροπή στο κλασικό βαλλιστικό παράδειγμα στην πορεία ενός σφαιρικού βλήματος κανονιού. Μοντελοποιούμε το ύψος και την απόσταση του βλήματος ως $x(t) = x_0 + v_{x,0}t$ και $y(t) = y_0 + v_{y,0}t - (1/2)gt^2$. Εδώ, t , ο χρόνος είναι παράμετρος και οι δύο μεταβλητές x και y είναι συναρτήσεις του χρόνου. Ωστόσο, μπορούν να συσχετίζονται η μία με την άλλη επιλύοντας μία εξίσωση για τον χρόνο και εισάγοντας στην άλλη:

$$t = \frac{x - x_0}{v_{x,0}}$$

(6.42)

$$y(x) = y_0 + \frac{v_{y,0}(x-x_0)}{v_{x,0}} - \frac{1}{2}g \left(\frac{x-x_0}{v_{x,0}} \right)^2 \quad (6.43)$$

Επιστρέφοντας στην παραμετρική αναπαράσταση στη δισδιάστατη ποιες είναι οι μονάδες στο α ; παρατηρήστε ότι η κλίση της γραμμής στο (x_1, x_2) επίπεδο είναι

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{\partial f / \partial x_2 |_0}{\partial f / \partial x_1 |_0} \quad (6.44)$$

Υποκαθιστώντας για Δx και επανακαθορίζοντας,

$$x_2 = x_{2_0} + \frac{\partial f / \partial x_2 |_0}{\partial f / \partial x_1 |_0} (x_1 - x_{1_0}) \quad (6.45)$$

Έτσι η κατεύθυνση της κατάβασης από (x_{1_0}, x_{2_0}) ,

$$y = f(x_1, x_2) = f \left(x_1, x_{2_0} + \frac{\partial f / \partial x_2 |_0}{\partial f / \partial x_1 |_0} (x_1 - x_{1_0}) \right) = f(x_1) \quad (6.46)$$

Το παραμετρικό μοντέλο έχει σαν αποτέλεσμα την ίδια σχέση όπως η ανάλυση δείκτη.

Συνεπώς, τα x_1 και x_2 μπορούν να θεωρηθούν ως συναρτήσεις της απόστασης S μαζί με την γραμμή κατάβασης:

$$S = \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2} = \sqrt{\left[\alpha \frac{\partial f}{\partial x_1} \right]^2 + \left[\alpha \frac{\partial f}{\partial x_2} \right]^2} = \alpha \sqrt{\left[\frac{\partial f}{\partial x_1} \right]^2 + \left[\frac{\partial f}{\partial x_2} \right]^2} \quad (6.47)$$

Μετά

$$y = f(x_1, x_2) = f \left(x_{1_0} + \alpha \frac{\partial f}{\partial x_1} \Big|_0, x_{2_0} + \alpha \frac{\partial f}{\partial x_2} \Big|_0 \right) = f(S) \quad (6.48)$$

όπου

$$\alpha = \frac{S}{\sqrt{(\partial f / \partial x_1)^2 + (\partial f / \partial x_2)^2}} \quad (6.49)$$

Είτε η εφαρμογή είναι δισδιάστατη, τρισδιάστατη, ..., N-D ή είτε προσδιορίζει την απόσταση από το αρχικό σημείο ως S ή την παράμετρο α είτε προσδιορίζει μία DV και υπολογίζει τις άλλες από εκείνη την τιμή, η πιο απότομη κατάβαση είναι η DV κατεύθυνση και δηλώνεται με την αρνητική κλίση $-\nabla_f$.

6.5. Επέκταση σε υψηλότερη διάσταση

Μία τρισδιάστατη συνάρτηση των χωροταξικών μεταβλητών θα μπορούσε να παραστήσει οποιοδήποτε αριθμό οικείων καταστάσεων:

- Πυκνότητα ομίχλης στο x-y-z διάστημα
- Μέγεθος σταγόνας μέσα στο σύννεφο βροχής
- Κατανομή θερμοκρασίας εντός δωματίου
- Κατανομή δισοσμία γύρω από μία νεκρή νυφίτσα
- Φορτίο σε ένα ηλεκτρόνιο
- Βαρύτητα στο διάστημα

Επιπλέον, οι μεταβλητές απόφασης δεν χρειάζεται να αναπαριστούν χωροταξική διάσταση. Εάν κάποιος αναζητεί καριέρα και επενδύσεις για να μεγιστοποιήσει την ευχαρίστησή του στη ζωή του, μπορεί να χρησιμοποιήσει αυτές τις τρεις DVs: τμήμα μισθού για να επενδύσει σε ένα ταμείο συνταξιοδότησης, τμήμα επένδυσης διατίθεται για ανάπτυξη ή για να διασφαλίσει επενδύσεις, και ηλικία συνταξιοδότησης η τρίτη. Εδώ, $J=f(p_{\text{salary}}, p_{\text{portfolio}}, \text{age}_{\text{retirement}})$, δείχνοντας και μη χωροταξικές DVs και DVs με διαφορετικές διαστάσεις.

Τώρα, η συνάρτηση $C=f(x,y,z)$ έχει επιφάνειες σταθερής τιμής ισοϋψών καμπύλων σε 3-DV χώρο, όχι γραμμές στο 2-DV επίπεδο. Ένα κρεμμύδι έχει ένα περίβλημα σταθερού χρώματος. Μέσα υπάρχουν στρώματα ποικίλης υγρασίας. Εδώ, $-\nabla_z$ είναι καθοδική (προς χαμηλότερες T, %RH, σκόνη, δυσσομία, κ.τ.λ. τιμές) και είναι κάθετη στην εφαπτόμενη της ισοϋψούς καμπύλης.

Ακολουθώντας την δισδιάστατη διαδικασία ανάλυσης παραπάνω, αλλά σε τρεις διαστάσεις, με $C=f(x,y,z)$, το συνολικό παράγωγο είναι

$$dC = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 dx + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0 dy + \left. \frac{\partial f}{\partial z} \right|_0 dz \quad (6.50)$$

Ο δείκτης 0 σημαίνει στο σημείο (x_0, y_0, z_0) .

Σε μία επιφάνεια σταθερής C τιμής, $dC=0$. Με αυτό και χρησιμοποιώντας πεπερασμένες διαφορές για το λογισμό των διαφοροποιήσεων (που είναι τοπικά έγκυρες για αρκετά μικρές αποκλίσεις),

$$0 = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 (x-x_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0 (y-y_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial z} \right|_0 (z-z_0) \quad (6.51)$$

Αναδιατάξτε για να επιλύσετε με z απόκλιση

$$(z-z_0) = -\frac{\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0}{\left. \frac{\partial f}{\partial z} \right|_0} (x-x_0) - \frac{\left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0}{\left. \frac{\partial f}{\partial z} \right|_0} (y-y_0) \quad (6.52)$$

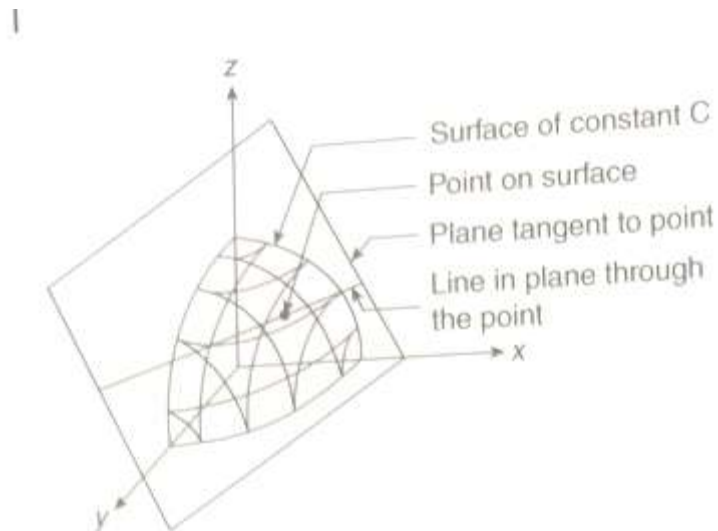
Και ο συνδυασμός σταθερών όρων έχει σαν αποτέλεσμα

$$z = a_0 + b_0 x + c_0 y \quad (6.53)$$

εδώ οι δείκτες στους συντελεστές δείχνουν ότι είναι υπολογισμένοι στο σημείο (x_0, y_0, z_0) .

Αυτό είναι μία γραμμική σχέση του z προς το x και y. Είναι η εξίσωση ενός επιπέδου εφαπτομένης στην επιφάνεια του σταθερού C στο σημείο (x_0, y_0, z_0) .

Οι τρεις διαστάσεις μπορούν να απεικονιστούν όπως το Σχήμα 6.8 στο οποίο η σφαιρική σταθερή C επιφάνεια αναπαρίσταται από την απεικόνιση του πλέγματος. Παρατηρήστε ότι οι γραμμές πλέγματος είναι τώρα σε όλες τις τρεις διαστάσεις. Το (x_0, y_0, z_0) σημείο φαίνεται, σαν να είναι το επίπεδο εφαπτομένης στην επιφάνεια στο σημείο.



Σχήμα 6.8 Απεικόνιση μίας γραμμής στο επίπεδο εφαπτομένης διά μέσου του σημείου επαφής.

Οποιαδήποτε γραμμή μπορεί να σχεδιαστεί στο επίπεδο εφαπτομένης δια μέσου του σημείου βάσης, και αυτή η γραμμή έχει μία προβολή το x-y επίπεδο. Η $(y-y_0)=a(x-x_0)$ καθορίζει οποιαδήποτε γραμμή διά μέσου του ζεύγους (x_0, y_0) στο x-y επίπεδο:

$$L_{\text{Tangent}} = \begin{bmatrix} x-x_0 \\ y-y_0 \\ z-z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ a \\ -\frac{\partial f/\partial x|_0}{\partial f/\partial z|_0} - a\frac{\partial f/\partial y|_0}{\partial f/\partial z|_0} \end{bmatrix} (x-x_0) \quad (6.54)$$

Επειδή $\nabla C \cdot L_T = 0$, ξανά $-\nabla C$ είναι η κατεύθυνση της \perp στην ισοϋψή καμπύλη, και μία κατάβαση προς χαμηλότερες C τιμές.

$$\nabla C = \begin{bmatrix} \frac{\partial C}{\partial x} \\ \frac{\partial C}{\partial y} \\ \frac{\partial C}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (6.55)$$

6.6. Συμπέρασμα

Η αρνητική κλίση είναι η κατεύθυνση της πιο απότομης κατάβασης. Είναι μία γραμμή είτε η βελτιστοποίηση είναι δισδιάστατη, τρισδιάστατη, ..., N-D. Η γραμμή της πιο απότομης κατάβασης μπορεί να παρασταθεί με έναν δείκτη, ή ως μία αλγεβρική σχέση στην οποία μία DV είναι συνάρτηση μίας άλλης, ή σε παραμετρική σημειογραφία. Στην παραμετρική περιγραφή, η παράμετρος μπορεί να αναπαριστά την απόσταση μαζί με τη γραμμή στην προβολή στον N-DV χώρο, χρόνο πτήσης,

βαθμωτό μέγεθος που πολλαπλασιάζει κάθε στοιχείο κλίσης, ή οποιοδήποτε αριθμό εναλλακτικών.

Όταν η OF αντίδραση συμπεριλαμβάνεται σε δισδιάστατες εφαρμογές, παράγει μία τρισδιάστατη αναπαράσταση, που μπορεί να οπτικοποιηθεί εξαιτίας της οικειότητας νε τρισδιάστατο χώρο. Η επίδραση των χαρακτηριστικών επιφάνειας, όπως λόφοι, σύνορα και επίπεδα σημεία στην τρισδιάστατη ζωή μας μπορούν να κατανοηθούν, και μεταφράζουν άμεσα σε δισδιάστατη βελτιστοποίηση. Παρόλο που μπορεί να μην έχουμε τη δυνατότητα να οπτικοποιήσουμε τέτοια χαρακτηριστικά επιφάνειας σε N-D εφαρμογές, τα ζητήματα και οι επιλύσεις μπορούν να κατανοηθούν σε δισδιάστατες εφαρμογές.

Παρόλο που μπορεί να συναντήστε κυρίως N-DV εφαρμογές, η αναπτυσσόμενη κατανόηση των 2-DV παραδειγμάτων είναι σημαντική.

7. Βασικοί βελτιστοποιητές βασισμένοι στην κλίση

7.1. Εισαγωγή

Άσχετα με την DV διάσταση, η αρνητική κλίση δείχνει την κατεύθυνση της πιο απότομης κατάβασης, η οποία είναι μία λογική κατεύθυνση για να ξεκινήσει η αναζήτηση. Αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζει δύο αναζητήσεις βασισμένες στην κλίση: την Cauchy διαδοχική γραμμή αναζήτησης (CSLS) και την αυξητική πιο απότομη κατάβαση (ISD). Αν και οι ασκήσεις θα είναι αρχικά σε δισδιάστατες εφαρμογές, αυτές είναι εφαρμόσιμες σε N-D καταστάσεις. Η παράσταση βελτιστοποίησης είναι

$$\min_{\{x_1, x_2, x_3, \dots\}} J = f(x_1, x_2, x_3, \dots)$$

(7.1)

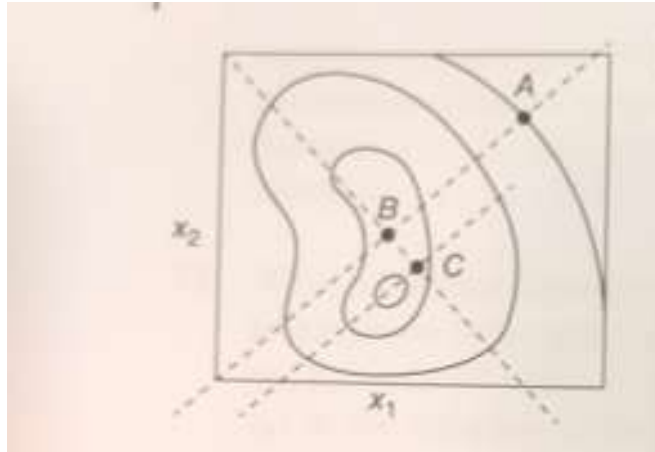
7.2. Διαδοχική γραμμή αναζήτησης Cauchy

Παρόλο που ο στόχος είναι να βρείτε την πραγματική ελάχιστη σε μία πολλαπλών DV εφαρμογή, η Cauchy διαδοχική γραμμή αναζήτησης (CSLS) θα εφαρμοστεί σε DV μονομεταβλητής αναζήτησης κατά μήκος μίας ευθείας γραμμής της απότομης κατάβασης δια μέσου του πολυδιάστατου DV χώρου. Στο ελάχιστο κατά μήκος μίας γραμμής, η κλίση επαναυπολογίζεται, και μία καινούρια κατεύθυνση της απότομης κατάβασης καθορίζεται. Αυτή η διαδοχική μονομεταβλητή αναζήτηση κατά μήκος μίας γραμμής επαναλαμβάνεται μέχρι την σύγκλιση.

Αυτό είναι μία ένθετη βελτιστοποίηση. Σε κάθε επίπεδο, αναζητήστε κατά μήκος της γραμμής για να βρεθεί το ελάχιστο κατά μήκος της γραμμής. Αυτό είναι βελτιστοποίηση. Αλλά αυτές οι τοπικές αναζητήσεις γραμμής συνεχίζουν μέχρι οι καινούριες κατευθύνσεις αναζήτησης να μην βελτιώνουν την OF.

Πρώτα ξεκινήστε σε μία αρχική επίλυση δοκιμής, και χρησιμοποιήστε την αρνητική κλίση της συνάρτησης για να καθορίσετε την γραμμή της απότομης κατάβασης. Χρησιμοποιήστε οποιοδήποτε από τους διάφορους μονοδιάστατους αλγόριθμους για να αναζητήσετε το βέλτιστο κατά μήκος της γραμμής. Αυτό απαιτεί ένα κριτήριο σύγκλισης για μία μονοδιάστατη αναζήτηση κατά μήκος της γραμμής. Στο ελάχιστο, ένα καινούριο σημείο βάσης, ένα κεντρικό σημείο, επαναυπολογίστε την κλίση για να καθορίσετε μία καινούρια γραμμή απότομης κατάβασης και εφαρμόστε την βελτιστοποίηση μεταβλητής μέχρι να συγκλίνει. Τελικά, στην περιοχή κοντά στο βέλτιστο, διαδοχικές μονοδιάστατες αναζητήσεις θα επιφέρουν πολύ μικρές αλλαγές στα διαδοχικά κεντρικά σημεία και σε αυτή την περίπτωση ισχυρίζεστε σύγκλιση.

Το Σχήμα 7.1 απεικονίζει μία δισδιάστατη εφαρμογή. Ξεκινήστε στο σημείο A. αναζητήστε κατά μήκος της γραμμής απότομης κατάβασης στο ελάχιστο κατά μήκος της γραμμής, σημείο B. Κάντε επανεκκίνηση στο B και μετακινηθείτε στο επόμενο ελάχιστο, σημείο C.



Σχήμα 7.1 Απεικόνιση της Cauchy διαδοχικής γραμμής αναζήτησης.

Σημείωση: όλες οι γραμμές αναζήτησης είναι αμοιβαία κάθετες όταν οι DVs έχουν την ίδια κλίμακα γραφήματος (φυσική απόσταση στο Σχήμα ανά DV μονάδα). Το ελάχιστο κατά μήκος της γραμμής πρέπει να σταματήσει στο επαπτόμενο σημείο στην ελάχιστη ισοϋψή καμπύλη. Εάν, για παράδειγμα, ένα σημείο στην γραμμή, το οποίο υποθέτεται ότι είναι ένα ελάχιστο, δεν είναι επαπτόμενο σε μία ισοϋψή καμπύλη αυτής της τιμής, τότε αυτή η ισοϋψής καμπύλη διασχίζει την γραμμή αναζήτησης. Έπειτα, μετακινούμενη λίγο κατά μήκος η γραμμή διασχίζει την ισοϋψή καμπύλη σε μία χαμηλότερη OF τιμή. Έτσι, το τοπικό σημείο δεν ήταν το ελάχιστο. Συνεπώς, η τωρινή γραμμή αναζήτησης της απότομης κατάβασης είναι η επαπτόμενη στην ελάχιστη ισοϋψή καμπύλη που αγγίζει. Μετά, επειδή η καινούρια γραμμή απότομης κατάβασης είναι κάθετη στην επαπτόμενη της ισοϋψούς καμπύλης, είναι κάθετη στην προηγούμενη γραμμή απότομης κατάβασης. Αυτή η προσδοκία μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως έλεγχος ότι η τεχνική ολοκληρώνεται κατάλληλα.

Σημείωση: εάν ένας αριθμητικός αλγόριθμος χρησιμοποιείται για την αναζήτηση γραμμής (GS, NR, HD, SQ, κ.τ.λ.), η αναζήτηση δεν θα σταματήσει ακριβώς στο ελάχιστο, αλλά σε κοντινή απόσταση σε αυτό. Έτσι, οι διαδοχικές γραμμές δεν θα είναι ακριβώς κάθετες. Σκεφτείτε να κάνετε πιο αυστηρό το όριο κριτηρίου σύγκλισης για την μονομετάβλητη αναζήτηση. Χρειάζεται να ισορροπήσετε με τελειότητα. Όσο πιο αυστηρό το κριτήριο αναζήτησης τόσο περισσότεροι υπολογισμοί συνάρτησης απαιτούνται για να προσαρμόσουν με ακρίβεια το βέλτιστο. Αλλά η ιδανική πραγματική διαδρομή από μία τυχαία αρχική επίλυσης δοκιμής προς το βέλτιστο δεν είναι αυτό που χρειάζεται, και δύσκολες διαδρομές οδηγούν στο βέλτιστο με λιγότερη υπολογιστική εργασία.

Κάθε στάδιο μονομεταβλητής αναζήτησης (η αναζήτηση κατά μήκος των διαδοχικών γραμμών της απότομης κατάβασης) μπορεί να καθοριστεί από μία παραμετρική σχέση:

$$\min_{\{a\}} J = f(a, \text{line defined by gradient}) \quad (7.2)$$

όπου στην δισδιάστατη γραμμή απότομης κατάβασης καθορίζεται ως

$$\begin{bmatrix} x_{1, \text{new}} \\ x_{2, \text{new}} \end{bmatrix} = \mathbf{x} - \alpha \nabla f|_0 = \mathbf{x}_0 - \alpha \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f}{\partial x_2} \end{bmatrix}_0 \quad (7.3)$$

Αυτό κλιμακώνεται στην N-D. Ο x- δείκτης είναι η λίστα των DV στοιχείων. Το άλφα είναι ο παράγοντας που καθορίζει την απόσταση κατά μήκος της γραμμής, αλλά α δεν είναι η απόσταση. Χρησιμοποιώντας το ΔS ως η απόσταση στην DV προβολή,

$$\Delta S = \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2 + \dots + \Delta x_N^2} \quad (7.4)$$

$$\Delta S = \sqrt{\left(\alpha \frac{\partial f}{\partial x_1}\bigg|_0\right)^2 + \left(\alpha \frac{\partial f}{\partial x_2}\bigg|_0\right)^2 + \dots + \left(\alpha \frac{\partial f}{\partial x_N}\bigg|_0\right)^2} \quad (7.5)$$

$$\Delta S = \alpha \sqrt{\sum \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\bigg|_0\right)^2} = \alpha \sqrt{\sum (g|_0)^2} = \alpha \sqrt{\sum (f'|_0)^2} = \alpha \sqrt{\nabla f|_0 \cdot \nabla f|_0} \quad (7.6)$$

Έτσι, χρησιμοποιώντας στοιχεία κλίσης στο σημείο βάσης, το ΔS μπορεί να καθορίσει το α ή αντίστροφα.

Σημείωση: και η παραμετρική σχέση και το ΔS είναι διαστατά σταθερά μόνον εάν οι μονάδες σε κάθε DV είναι οι ίδιες. Μαθηματικά, δεν υπάρχει ζήτημα, και είτε οι DV μονάδες είναι ίδιες ή όχι, η μέθοδος λειτουργεί. Ωστόσο, εάν οι DVs δεν έχουν ταυτόσιμες μονάδες για να ικανοποιήσουν την μηχανική ευαισθησία, μία λύση θα ήταν να μετατρέψουν τις DVs σε κλιμακούμενες μεταβλητές και μετά σε αδιάστατες μεταβλητές.

Εάν οι DVs ήταν κλιμακούμενες από ένα εύρος για την καθεμία, για παράδειγμα, $x_i' = x_i/R_i$, τότε τα μερικά παράγωγα στην κλίση θα γίνουν $(1/R_i) (df/d x_i')$ και η αυξητική αλλαγή στην DV θα γίνει $\Delta x_i' = \Delta x_i \cdot R_i$. Τότε η παραμετρική αναζήτηση θα καθορίσει τις κλιμακούμενες DV τιμές από

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1' \\ \Delta x_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1^2 & 0 \\ 0 & R_2^2 \end{bmatrix} \alpha \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1'} \\ \frac{\partial f}{\partial x_2'} \end{bmatrix}_0 \quad (7.7)$$

Και έπειτα οι πραγματικές DV τιμές για τον υπολογισμό της OF θα είναι οι μη κλιμακούμενες τιμές:

$$x_i = x_{i0} + R_i \Delta x_i' \quad (7.8)$$

Σε αυτή την μονομεταβλητή αναζήτηση κατά μήκος της γραμμής απότομης κατάβασης διά μέσου του N- διαστατού DV χώρου, η μοναδική DV είναι η ΔS (ή αντίστοιχα ο παράγοντας κλίμακας α). Η μονομεταβλητή αναζήτηση μπορεί να επιλέξει την θέση κατά μήκος της γραμμής (η τιμή του α, ή ΔS ή οποιαδήποτε DV) με οποιοδήποτε τρόπο από τους πολλούς.

Ομοίως, οι τιμές του στοιχείου κλίσης θα καθοριστούν αριθμητικά, με μία πεπερασμένη διαφορά προσέγγισης. Εδώ, ένα στοιχείο κλίσης παριστάνεται ως προς τα εμπρός πεπερασμένη διαφορά:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (7.9)$$

Αλλά ποια κατεύθυνση είναι προς τα εμπρός; Εάν η αναζήτηση κινείται προς μεγαλύτερες x- τιμές, τότε χρησιμοποιήστε μία θετική Δx τιμή για να εξερευνήσετε την επιφάνεια στην προς τα εμπρός κατεύθυνση. Ωστόσο, εάν η αναζήτηση κινείται προς μικρότερες x- τιμές, τότε χρησιμοποιήστε μία αρνητική Δx τιμή για να εξερευνήσετε την επιφάνεια στην προς τα εμπρός κατεύθυνση.

Σε κάθε περίπτωση, κάποιος πρέπει να επιλέξει την τιμή του Δx. Χρειάζεται να είναι αρκετά μεγάλη για να αποφευχθεί σφάλμα περικοπής στον υπολογισμό του στοιχείου

κλίσης. Ωστόσο, στο τελικό στάδιο, όταν είστε πολύ κοντά στο βέλτιστο, ένας μονόπλευρος υπολογισμός της κλίσης μπορεί να παρουσιάσει ψευδώς της τοπική επιφάνεια. Συνεπώς, η τιμή του Δx για τον υπολογισμό του παράγωγου θα πρέπει να είναι μικρότερη από την τιμή του Δx που χρησιμοποιείται για σύγκλιση. Επίσης, ίσως μία κεντρική διαφορά θα είναι πιο κατάλληλη από έναν μονόπλευρο υπολογισμό ως μέτρηση της τοπικής κλίσης όταν είναι στην κοντινή περιοχή του βέλτιστου, αλλά διπλασιάζει τον αριθμό των υπολογισμών συνάρτησης για να βρει την κλίση. Οποιοσδήποτε αριθμός αναζητήσεων μονομεταβλητής θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί εντός της CSLS μεθόδου.

7.2.1. CSLS με διαδοχικά τετράγωνα

Για κάθε διαδοχική γραμμή αναζήτησης, επιλέξτε τρεις τιμές άλφα και υπολογίστε τη συνάρτηση σε καθεμία:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 0 \quad x = x_0 \quad f_0 \\ \alpha_1 &= \text{small} \quad x_1 \quad f_1 \\ \alpha_2 &= \text{another} \quad x_2 \quad f_2 \end{aligned} \tag{7.10}$$

Έπειτα εφαρμόστε τις f -τιμές σε ένα τετραγωνικό μοντέλο στο α :

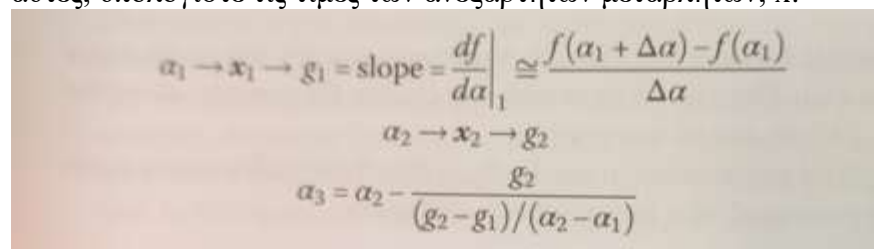
$$f = a + ba + ca^2 \tag{7.11}$$

Έπειτα βρείτε $\alpha^* = -b/2c$

Ισχυριστείτε σύγκλιση όταν διαδοχικές α^* τιμές συναντούν κριτήρια ορίου. Οι αρχικές τιμές του α που καθορίζουν την απόσταση αναζήτησης κατά μήκος της γραμμής α_1 και α_2 , θα πρέπει να είναι αρκετά μεγάλες αρχικά για να εξερευνήσουν κάποια απόσταση κατά μήκος της γραμμής. Αλλά μετά στο τελικό στάδιο, αυτές μπορεί να αναπαριστούν μεγάλα βήματα μακριά από το βέλτιστο, μεγάλα βήματα ψηλά στους λόφους, που δεν θα αναπαριστούν την τοπική επιφάνεια κοντά στο βέλτιστο. Έτσι, θα πρέπει να υπάρχει κάποιος κανόνας που προσαρμόζει τις α_1 και α_2 τιμές στις διαδικασίες αναζήτησης. Ίσως να κάνετε τις διαδοχικές τιμές ένα κλάσμα της απόστασης ανάμεσα των προηγούμενων δύο κεντριών σημείων. Αναφερθείτε στο Σχήμα 8.1. στην αναζήτηση από το κεντρικό σημείο B για να βρείτε το C, μία λογική απόσταση για το μεσοδιάστημα στα SQ σημεία είναι το $\frac{1}{2}$ της απόστασης από το σημείο A στο B.

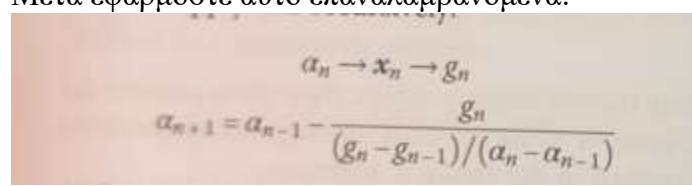
7.2.2. CSLS με Newton/Secant

Αυτό θα χρησιμοποιήσει το ρυθμό της αλλαγής της συνάρτησης δηλαδή την αναζήτηση DV, αλλά κατά μήκος της γραμμής της απότομης κατάβασης. Εάν η αναζήτηση DV είναι η παράμετρος απόσταση α , επιλέξτε δύο τιμές για το α . από αυτές, υπολογίστε τις τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών, x :



$$\begin{aligned} \alpha_1 \rightarrow x_1 \rightarrow g_1 = \text{slope} &= \frac{df}{d\alpha} \Big|_{\alpha_1} \cong \frac{f(\alpha_1 + \Delta\alpha) - f(\alpha_1)}{\Delta\alpha} \\ \alpha_2 \rightarrow x_2 \rightarrow g_2 \\ \alpha_3 &= \alpha_2 - \frac{g_2}{(g_2 - g_1) / (\alpha_2 - \alpha_1)} \end{aligned} \tag{7.12}$$

Μετά εφαρμόστε αυτό επαναλαμβανόμενα:



$$\begin{aligned} \alpha_n \rightarrow x_n \rightarrow g_n \\ \alpha_{n+1} &= \alpha_{n-1} - \frac{g_n}{(g_n - g_{n-1}) / (\alpha_n - \alpha_{n-1})} \end{aligned} \tag{7.13}$$

Όταν η σύγκλιση αποφασίζεται σε μία γραμμή, επαναυπολογίστε την κλίση και επαναλάβετε.

Υπάρχουν, φυσικά, πολλές παραλλαγές σε αυτού του είδους τεχνική του Newton. Κάποιες παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 4.

Ξανά, το βέλτιστο προσεγγίζεται, θα υπάρξουν μικρές διαφορές ανάμεσα στα διαδοχικά κεντρικά σημεία, και οι τιμές για το a που χρησιμοποιούνται για να αρχικοποιήσουν την αναζήτηση θα πρέπει να τεθούν υπό κλίμακα ως κλάσμα της πρόσφατης προηγούμενης απόστασης ανάμεσα στα κεντρικά σημεία.

7.2.3. CSLS με Χρυσή Τομή

Σκεφτείτε μια αναζήτηση κατά μήκος του a . Τι να χρησιμοποιήσετε ως όρια; Εάν η γραμμή δείχνει την κατεύθυνση της κατάβασης, τότε το σημείο βάσης, $a=0$, θα είναι υψηλό και θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ως έναν τερματισμό της GS αναζήτησης. Αλλά πόσο μακριά κάτω στην γραμμή θα πρέπει να τοποθετηθεί ο άλλος τερματισμός; Επειδή η GS είναι βασίζεται στην δέσμευση του βέλτιστου, και αυτή η πληροφορία πιθανόν δεν είναι διαθέσιμη, ίσως δεν είναι ο πιο κατάλληλος αλγόριθμος για CSLS. Η κατάσταση είναι η ίδια είτε η παράμετρος αναζήτησης είναι a , ΔS ή μία DV.

7.2.4. CSLS με leapfrogging

Αρχικοποιήστε τους παίκτες εντός κάποιου λογικού μεσοδιαστήματος κατά μήκος της καινούριας γραμμής. Για την πρώτη μονομεταβλητή αναζήτηση κατά μήκος μίας γραμμής, αυτό μπορεί να είναι το μισό του DV εύρους. Στη συνέχεια, μπορεί να είναι ισοδύναμο με την απόσταση ανάμεσα στα πιο πρόσφατα κεντρικά σημεία. Το πλεονέκτημα της LF έναντι της SQ και των ναζητήσεων τύπου Newton είναι ότι δεν θα κατευθυνθούν λάθος από σημεία διακύμανσης και έχει υψηλότερη πιθανότητα να βρει το καθολικό σε μία αναζήτηση πολλαπλών βέλτιστων. Το πλεονέκτημα της LF έναντι της GS είναι ότι η LF εξερεύνηση δεν δεσμεύεται από το εύρος αρχικοποίησης.

7.2.5. CSLS με ευρετική άμεση αναζήτηση

Αυτή είναι η επιλογή μου στην CSLS αναζήτηση και είναι ότι κωδικοποίησα στα Παραδείγματα δισδιάστατης βελτιστοποίησης στα προγράμματα VBA. Δεν κατευθύνεται λάθος από σημεία διακύμανσης κατά μήκος της γραμμής, μπορεί να διαχειριστεί περιορισμούς, δεν απαιτεί ένα εύρος αρχικοποίησης, και είναι πολύ απλή να κατανοηθεί. Παρόλο που η HD θα μετακινηθεί προς τα κ κάτω στο πρώτο ελάχιστο, και ίσως χάσει το καθολικό σε μία αναζήτηση πολλαπλών βέλτιστων, την προτιμώ από την LF εντός του CSLS εξαιτίας της απλότητας ολοκλήρωσης.

Όταν το ελάχιστο βρεθεί κατά μήκος της γραμμής, θέστε αυτό ως καινούρια επίλυση δοκιμής (το σημείο βάσης), μετά επαναυπολογίστε την κλίση στο καινούριο σημείο βάσης, και ξανακάντε την μονομεταβλητή αναζήτηση στην καινούρια γραμμή για να αναζητήσετε το νέο ελάχιστο. Επαναλάβετε μέχρι να συναντήσετε τα κριτήρια τερματισμού.

Εάν η μονομεταβλητή DV είναι a , τότε πρέπει να προσδιορίσετε μία αρχική Δa τιμή. Καθώς η αναζήτηση κατά μήκος της γραμμής συγκλίνει, η Δa αύξηση προοδευτικά θα συσταλεί. Η έναρξη της επόμενης αναζήτησης με τιμή που έχει φτάσει σε σύγκλιση θα προκαλέσει να πραγματοποιηθούν πολύ μικρά βήματα αναζήτησης. Έτσι, ξανά-αρχικοποιήστε την Δa τιμή. Δεν υπάρχει λόγος να χρησιμοποιήσετε μία

υπερβολικά μεγάλη τιμή. Έτσι, εγώ αρχικοποιώ αυτήν χρησιμοποιώντας την Εξίσωση (8.6) ως τμήμα της ΔS που αναπαριστάται από τα δύο πιο πρόσφατα σημεία βάσης.

7.2.6. Σχολιασμός/Περιγραφή CSLS

Η γραμμή απότομης κατάβασης είναι κάθετη στην εφαπτόμενη της ισοϋψούς καμπύλης. Από μία επίλυση δοκιμής, η γραμμή αναζήτησης μετακινείται κάθετη στην ισοϋψή καμπύλη στην κατεύθυνση της απότομης κατάβασης. Στο ελάχιστο κατά μήκος της γραμμής, η γραμμή είναι εφαπτόμενη στην καινούρια ισοϋψή καμπύλη. Εάν δεν είναι έτσι, η γραμμή αναζήτησης θα διασχίσει την κατώτατη ισοϋψή καμπύλη, σημαίνοντας ότι υπάρχει μία χαμηλότερη OF τιμή μπροστά ή πίσω. Έτσι, επειδή η καινούρια κατεύθυνση της απότομης κατάβασης είναι κάθετη στην καινούρια ισοϋψή καμπύλη, και η καινούρια ισοϋψή καμπύλη είναι εφαπτόμενη στην παλιά γραμμή, κάθε διαδοχική γραμμή αναζήτησης είναι κάθετη στην προηγούμενη γραμμή. Για να παρατηρήσετε αυτό σε μία επίδειξη, η φυσική κλίμακα των αξόνων (απόσταση ανά DV μονάδα) χρειάζεται να είναι η ίδια για όλες τις DVs.

Άσχετα με την DV διάσταση της OF, η CSLS είναι μία αναζήτηση κατά μήκος της γραμμής. Υπάρχει μία μόνο DV για την μονομεταβλητή αναζήτηση, που σχετίζεται με την απόσταση κατά μήκος της γραμμής.

Η προσέγγιση διαδοχικής γραμμής αναζήτησης Cauchy αναγνωρίζει την κατεύθυνση της απότομης κατάβασης. Αλλά αυτό δεν στοχεύει απαραίτητα στο ελάχιστο. Και δεν δείχνει πόσο μακριά να ταξιδέψει κατά μήκος της κατεύθυνσης.

Μπορεί να κάνει ζιγκ-ζαγκ από τοίχο σε τοίχο όταν βρίσκεται σε μία μακριά στενή κοιλάδα. Αυτό κάνει την πρόοδο κάτω στην κοιλάδα αργή, απαιτώντας υπερβολικούς υπολογισμούς συνάρτησης. Η μέθοδος συζυγούς κλίσης (Κεφάλαιο 10) είναι η λύση για τέτοια ζιγκ-ζαγκ κίνηση.

Η τιμή του α στον τύπο δεν είναι το μέγεθος του βήματος. Κοιτώντας κάθε στοιχείο στην σημειολογία του δείκτη,

$$\Delta x_i = \alpha \frac{\partial f}{\partial x_i} = \alpha g_i$$

(7.14)

Εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο θεώρημα (προϋποθέτοντας κλιμακούμενες μεταβλητές),

$$\text{step size} = \alpha \sqrt{\sum g_i^2}$$

(7.15)

Η διαδοχική γραμμή αναζήτησης Cauchy επιτρέπει το βέλτιστο να είναι σε ένα όριο. Αυτό είναι καλό.

Κάθε διαδικασία μονομεταβλητής αναζήτησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί εντός της CSLS μεθόδου. Εάν η αναλυτική προσέγγιση είναι εφικτή, τότε πιθανόν θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί στην αρχική εφαρμογή αντί για την CSLS. Οι SQ και τύπου Newton αναζητήσεις είναι αποδοτικές για καλά συμπεριφερόμενες συναρτήσεις. Αλλά μπορούν σημαντικά να κατευθύνουν λάθος, εάν υπάρχουν διακυμάνσεις, να διαταραχθούν εάν υπάρχουν περιορισμοί και θα αναζητήσουν το τοπικό βέλτιστο. Η LF λειτουργεί καλά, αλλά μου αρέσει η HD για την συνολική της απόδοση-απλότητα, αποτελεσματικότητα, ταχύτητα, δυναμική, κ.τ.λ.

Τι θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί ως ΔS τιμή ξεκινώντας κάθε γραμμή αναζήτησης; Η πρώτη γραμμή αναζητάει να διανύσει μία σημαντική απόσταση. Η τελευταία γραμμή αναζητάει να την βελτιώσει στο ελάχιστο περίπου και μόνον αποστάσεις σε μικρά

μήκη. Εάν χρησιμοποιήσεις μία μεγάλη ΔS , η κίνηση κατά μήκος των αρχικών γραμμών θα είναι γρήγορη, αλλά το αρχικό βήμα θα είναι πιο μεγάλο για τις γραμμές τελικού σταδίου. Συνεπώς, εάν χρησιμοποιήσεις μικρές ΔS τιμές για τις γραμμές τελικού σταδίου, δεν θα χάσουν χρόνο ξεκινώντας κατά μήκος της γραμμής, αλλά μετά θα χρειαστεί πολλούς υπολογισμούς συνάρτησης για να σημειωθεί πρόοδος κατά μήκος των αρχικών γραμμών. Εδώ είναι μία περιγραφή όσων συμπεριέλαβα στον VBA κώδικα. Κάντε την πρώτη αναζήτηση γραμμής ΔS μία σχετικά μεγάλη τιμή, $\Delta S=1$ (το οποίο είναι $1/10^0$ του DV εύρους). Έπειτα, σε κάθε διαδοχική γραμμή, κάνε την ΔS να σχετίζεται με την τελευταία απόσταση που διανύεται κατά μήκος μίας γραμμής. Επέλεξα την αρχική ΔS να είναι το ένα τρίτο του μήκους της τελευταίας γραμμής. Βρήκα ότι αυτή η βελτίωση σχεδόν μειώνει στο μισό την NOFE σε μία ποικιλία συναρτήσεων. Επίσης, βρήκα ότι το τμήμα είναι σχετικά ασήμαντο αντί του ενός τρίτου και οι αριθμοί 0.2-0.5 ήταν ισοδύναμοι.

7.2.7. CSLS Ψευδοκώδικας

Ψευδοκώδικας, μία περίληψη της CSLS με HD αναζήτηση, είναι:

- 1) Αρχικοποιήστε την DV με μία εφικτή επίλυση δοκιμής, υπολογίστε την OF και θέστε την DV ως το πρώτο κεντρικό σημείο.
- 2) Επιλέξτε ένα κριτήριο σύγκλισης και το αντίστοιχο όριο και για την μονομεταβλητή αναζήτηση και για τις διαδοχικές αναζητήσεις γραμμής. Αυτά θα μπορούσαν να είναι τα ίδια.
- 3) Αρχικοποιήστε το ΔS για να χρησιμοποιηθεί για την πρώτη αναζήτηση γραμμής. Ίσως κάντε το $1/10^0$ της DV.
- 4) Καθορίστε την τοπική κλίση. Αυτό μπορεί να είναι είτε αναλυτικό ή αριθμητικό. Εάν είναι αριθμητικό, η ΔDV χρειάζεται να αρχικοποιηθεί και θα πρέπει να είναι μικρή σε σχέση με την ΔS .
- 5) Ξεκινήστε μία μονομεταβλητή αναζήτηση κατά μήκος της γραμμής καθορισμένη από την αρνητική κλίση στο κεντρικό σημείο.
 - 5.1) Χρησιμοποιείστε την ΔS και τα στοιχεία κλίσης για να καθορίσετε το α .
 - 5.2) Χρησιμοποιείστε το α για να καθορίσετε την επόμενη επίλυση δοκιμής κατά μήκος της γραμμής.
 - 5.3) Υπολογίστε την OF τιμή στην TS.
 - 5.3.1) Εάν η OF τιμή είναι χειρότερη ή περιορισμένη, συστέλλετε την ΔS .
 - 5.3.2) Εάν η OF τιμή είναι καλύτερη, αναπτύξτε την ΔS και θέστε την επίλυση δοκιμής ως το σημείο βάσης.
 - 5.4) Ελέγξτε ως το τέλος την μονομεταβλητή αναζήτηση. Εάν υπερβολικές επαναλήψεις, βγείτε και αναφέρετε.
 - 5.5) Ελέγξτε για σύγκλιση της μονομεταβλητής αναζήτησης.
 - 5.5.1) Εάν η σύγκλιση δεν γίνει, επιστρέψτε στο Βήμα 5.1.
 - 5.5.2) Εάν η σύγκλιση γίνει, συνεχίστε στο βήμα 6.
- 6) Υπολογίστε την ΔS ως κλάσμα των δύο προηγούμενων κεντριών σημείων. Ίσως,

$$\Delta S = \sqrt{\sum (x_{i,j} - x_{i,j-1})^2}$$

, όπου ο δείκτης i αναπαριστά την DV διάσταση και j αναπαριστά την τιμή του προηγούμενου κεντρικού σημείου.

- 7) Ελέγξτε για τα κριτήρια διακοπής. Εάν είναι υπερβολικός αριθμός διαδοχικών γραμμών χωρίς σύγκλιση, βγείτε με αναφορά.
- 8) Ελέγξτε για σύγκλιση διαδοχικών γραμμών.
 - 8.1) Εάν συγκλίνει, βγείτε με μήνυμα.

8.2) Διαφορετικά, συνεχίστε και επιστρέψτε στο Βήμα 4.

7.2.8. Κώδικας VBA για μία δισδιάστατη εφαρμογή

Αντικαταστήστε Cauchy_Ευρετική ()

' Οι Cauchy αναζητήσεις διαδοχικής γραμμής αναζητούν κατά μήκος της γραμμής απότομης κατάβασης

' Κάθε αναζήτηση γραμμής στην απότομη κατεύθυνση χρησιμοποιεί κανόνες R3 Άμεσης αναζήτησης

' Σε κάθε επανάληψη, υπολογίστε i, καθορίστε κλίση, μετά αναζητήστε κατά μήκος της ίδιας γραμμής για το ελάχιστο. kk είναι ο μετρητής αναζήτησης γραμμής.

' Βελτιώνω την αποδοτικότητα της αναζήτησης γραμμής έχοντας το αρχικό δέλτα-S βασισμένο στην προηγούμενη επανάληψη για την απόσταση επανάληψης. Στην αρχή, οι γραμμές παίρνουν την λύση μακριά. Στο τελικό στάδιο, οι γραμμές κάνουν μόνον μικρές αλλαγές στις DVs. Το Q είναι αυτό που θα έπρεπε να είναι το δέλτα-S για να ξεκινήσει κάθε αναζήτηση γραμμής. Βρήκα ότι 2 φορές η προηγούμενη επανάληψη σε επανάληψη.

' Η DV αλλαγή είναι καλύτερη από το να χρησιμοποιήσεις μία σταθερή τιμή.

Εάν i=0 Τότε ' αρχικοποίηση

περιορισμός= "Μη Εκτιμώμενος"

Κάνε Μέχρι περιορισμός= "OK"

για μεθόδους μοναδικού παίκτη

x1o =10* Rnd ()

αρχική DV1 τιμή

x2o =10* Rnd ()

αρχική DV2 τιμή

OF_Τιμή_Παλιά=f_of_x (Fεπιλογή, x1o, x2o)

συνάρτησης

Loop

x1προηγούμενη=x1o

x2προηγούμενη=x2o

Φύλλο εργασίας ("Διαδρομή_Δεδομένα"). Κελιά (3,1)=i

Φύλλο εργασίας ("Διαδρομή_Δεδομένα"). Κελιά (3,2)=x1o

Φύλλο εργασίας ("Διαδρομή_Δεδομένα"). Κελιά (3,3)=x2o

OF_Τιμή_Παλιά=f_of_x (Fεπιλογή, x1o, x2o)

Κελιά (33,12)= OF_Τιμή_Παλιά

OF_Τιμή= OF_Τιμή_Παλιά

ανάπτυγμα=Κελιά (6,12)

συστολή=Κελιά (7,12)

αναζήτησης γραμμής

ds=0.01

Διαφορετικά

Κελιά (25,12)=i

' Καθορίστε την κατεύθυνση της απότομης κατάβασης

g1v=g1 (Fεπιλογή, x1o, x2o)

g2v=g2 (Fεπιλογή, x1o, x2o)

' Ξεκινήστε επανάληψη αναζήτησης γραμμής

so=0

Εάν i=1 Τότε

' αρχικοποιήστε το αρχικό μέγεθος βήματος που βασισμένο σε

προηγούμενες αλλαγές επανάληψης

' Βρες μία εφικτή αρχική επίλυση δοκιμής

' Εφαρμόστε τυχαιοποίηση για την

' Εφαρμόστε τυχαιοποίηση για την

' Καθορίστε την αρχική τιμή

' Ξεκινήστε επανάληψη

' Ξεκινήστε επαναλήψεις i=1,2,3,4 κ.τ.λ.

' κεντρική διαφορά

' απόσταση από την βάση

$ds=1$ ' αρχική αύξηση απόστασης, μεγάλη αλλά όχι υπερβολική
 Διαφορετικά
 $ds=0.3 * \text{Sqr} (x1_0-x1_{\text{προηγούμενο}})^2+(x2_0-x2_{\text{προηγούμενο}})^2)$ ' οποιοσδήποτε αριθμός ανάμεσα .2 και .5 φαίνεται ισοδύναμος
 Και Εάν
 $x1_{\text{προηγούμενη}}=x1_0$
 $x2_{\text{προηγούμενη}}=x2_0$
 Για $kk=1$ προς 100 ' όριο των 100 μονάδων κατά μήκος της γραμμής
 ' θέστε επίλυση δοκιμής
 $s=s_0+ds$
 Εάν $(g1v^2 + g2v^2) > 0$ Τότε
 $x1=x1_0-g1v*s / \text{Sqr} (g1v^2 + g2v^2)$
 $x2=x2_0-g2v*s / \text{Sqr} (g1v^2 + g2v^2)$
 Διαφορετικά
 $x1=x1_0$
 $x2=x2_0$
 Και Εάν
 $dx1=x1-x1_0$
 $dx2=x2-x2_0$
 $OF_Τιμή = f_of_x$ (Fεπιλογή, $x1_0$, $x2_0$)
 ' αναζήτηση λογικής για αναζήτηση γραμμής- ευρετική άμεση
 Εάν $OF_Τιμή > OF_Τιμή_Παλιά$ ή περιορισμός = "ΑΠΟΤΥΧΙΑ" Τότε
 $ds = - \text{συστολή} * ds$
 $OF_Τιμή_Παλιά = OF_Τιμή$
 $s=s$
 Και Εάν
 ' Σύγκλιση στο τμήμα της αναζήτησης γραμμής, χρειάζεται να είναι μικρότερη από το έλεγχο γραμμής προς γραμμή
 Εάν $\text{Abs} (ds) < \text{Κελιά} (14,12) / 10$ Τότε βγείτε για
 Επόμενη kk
 ' αναβαθμίστε $x1$ και $x2$ με τις καλύτερες τιμές
 Εάν $(g1v^2 + g2v^2) > 0$ Τότε
 $x1=x1_0-g1v*s / \text{Sqr} (g1v^2 + g2v^2)$
 $x2=x2_0-g2v*s / \text{Sqr} (g1v^2 + g2v^2)$
 Διαφορετικά
 $x1=x1_0$
 $x2=x2_0$
 Και Εάν
 $x1=x1_0$
 $x2=x2_0$
 Και Εάν

Τέλος αντικατάστασης

Παράδειγμα 1 CSLS

Εδώ είναι μία απλή διδιάστατη εφαρμογή:

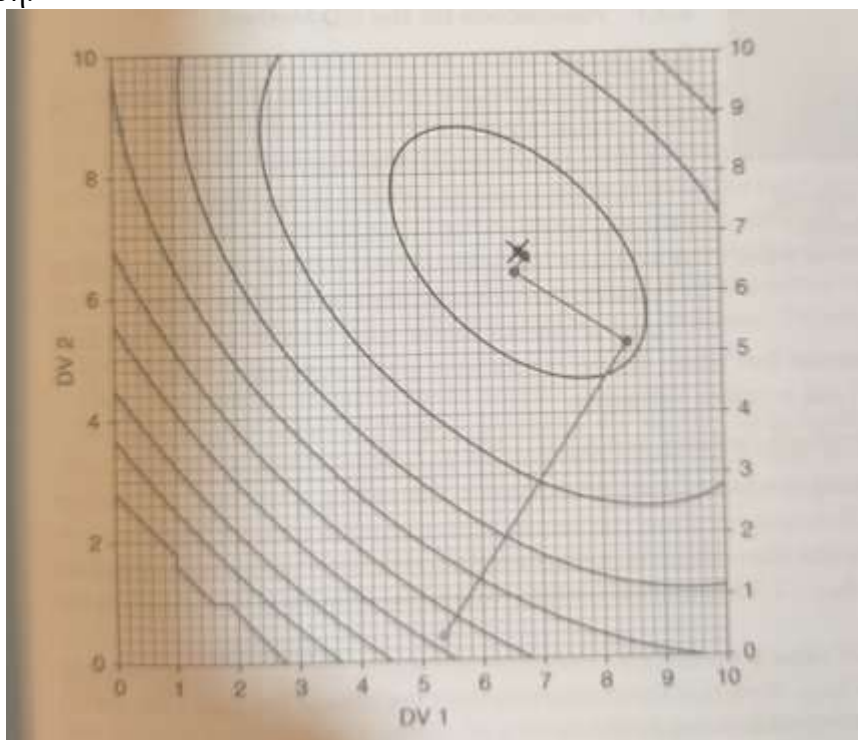
$$\min_{\{x_1, x_2\}} f = 15 - 2x_1 - 2x_2 + 0.1x_1^2 + 0.1x_2^2 + x_1x_2$$

(7.16)

Η ισούψης καμπύλη και η CSLS διαδρομή ολοκληρώνονται στο Excell VBA πρόγραμμα «Παραδείγματα διδιάστατης βελτιστοποίησης» στην ιστοσελίδα

www.r3eda.com. Το Σχήμα 7.2 δείχνει και τα δύο. Η ισοϋψής καμπύλη είναι μία ήπια έλλειψη. Η αρχική επίλυση δοκιμής βρίσκεται περίπου στο σημείο (5.2, 0.2). Η κάθετη στην τοπική ισοϋψή καμπύλη κατεύθυνε την πρώτη αναζήτηση κατά μήκος μία γραμμής στα πάνω δεξιά. Η μονομεταβλητή αναζήτηση κατά μήκος αυτής της γραμμής βρήκε το ελάχιστο περίπου στο σημείο (8.5, 5). Παρατηρήστε ότι είναι εφαπτόμενη σε μία ισοϋψή καμπύλη που μπορεί να φαντάζεστε να είναι ανάμεσα στις ισοϋψείς καμπύλες που απεικονίζονται. Διαδοχικές αναζητήσεις κατά μήκος τοπικών γραμμών οδηγούν στο βέλτιστο. Τα κεντρικά σημεία απεικονίζονται ως τελείες στις ασυνέχειες γραμμής. Παρατηρήστε ότι οι διαδοχικές γραμμές είναι αμοιβαία κάθετες. Εδώ η σύγκλιση της μονομεταβλητής αναζήτησης κατά μήκος κάθε γραμμής βασίζεται σε $\Delta S < 0.001$, και η σύγκλιση της συνολικής μεθόδου βασίζεται στην απόσταση ανάμεσα στα διαδοχικά κεντρικά σημεία επίσης ως $\Delta S < 0.001$. Η κεντρική πεπερασμένη διαφορά χρησιμοποιείται για να αποκτήσει αριθμητικούς υπολογισμούς των παραγώγων.

Παρατηρήστε ότι μόνον περίπου τέσσερις γραμμές είναι ορατές. Στην πραγματικότητα υπάρχουν επτά γραμμές από το αρχικό σημείο στο συγκλινόμενο X. Κάθε γραμμή αναπαριστά μία επανάληψη. Μία πρώτη ανάλυση μπορεί να θεωρήσει ότι κάθε τελεία στο Σχήμα αναπαριστά έναν υπολογισμό συνάρτησης και χρησιμοποιώντας την κεντρική διαφορά για να υπολογίσει τα παράγωγα θα απαιτούσε δύο για κάθε DV για κάθε γραμμή. Έτσι, εάν κάθε τελεία αναπαριστά 5 υπολογισμούς συνάρτησης, και υπάρχουν 7 γραμμές, μια θα μπορούσε να συμπεράνει ότι η μέθοδος συγκλίνει με 35 υπολογισμούς συνάρτησης. Ωστόσο, ανάμεσα στις τελείες, κάθε βήμα στην μονομεταβλητή αναζήτηση γραμμής απαιτεί έναν διαφορετικό υπολογισμό συνάρτησης. Συνολικά, η αναζήτηση που απεικονίζεται χρειάστηκε 145 υπολογισμούς συνάρτησης, περίπου 16 για κάθε μονομεταβλητή αναζήτηση.



Σχήμα 7.2 Παράδειγμα CSLS

7.3. Αυξητική Απότομη Κατάβαση

Η Cauchy διαδοχική αναζήτηση γραμμής αρχικοποιεί την γραμμή της απότομης κατάβασης και μετά αναζητάει κατά μήκος αυτής της γραμμής. Αλλά ακόμη κι αν η κλίση επιφάνειας αλλάζει κατά μήκος της γραμμής, η CSLS συνεχίζει κατά μήκος της αρχικής γραμμής. Ίσως μία καλύτερη μέθοδος θα είναι να κάνει ένα αυξητικό βήμα κατά μήκος της γραμμής, μετά να επαναυπολογίσει την τοπική κλίση και να κάνει το επόμενο βήμα στην κατεύθυνση τοπικής απότομης κατάβασης.

Αυτή η λογική για συνεχή κίνηση προς τα κάτω είναι παρόμοια με το νερό που βρίσκει μία διαδρομή-ρυάκι προς τα κάτω, όπως δείχνει η εικόνα 7.3. Είχα ποτίσει φυτά σε γλάστρες. Το επιπλέον νερό πρώτα υπερχείλισε προς τα αριστερά στο μπροστινό μέρος της φωτογραφίας, και έπειτα καθώς συνάντησε μία καινούρια κλίση στον δρόμο, το νερό τελικά άλλαξε κατεύθυνση για να κινηθεί μπροστά προς τα δεξιά. Κατά τον ίδιο τρόπο, η αυξητική απότομη κατάβαση (ISD) θα μπορούσε να ονομαστή ένας μιμητικός αλγόριθμος, ένας που εφαρμόζει μία λογική που οι άνθρωποι μπορεί να αποδίδουν σε κάποια φυσική συμπεριφορά, μία λογική που μιμείται μία «ευφυΐα» εντός της φύσης. Το νερό φαίνεται αρκετά έξυπνο για να βρει το δρόμο του προς τα κάτω.



Εικόνα 7.3 Νερό που ακολουθεί μία αυξητική διαδρομή απότομης κατάβασης.

7.3.1. Ψευδοκώδικας για την ISD Μέθοδο

1) Αρχικοποιήστε

1.1) Επιλέξτε την πρώτη επίλυση δοκιμής και θέστε όπως το σημείο βάσης

- 1.2) Επιλέξτε κριτήριο σύγκλισης
- 1.3) Επιλέξτε το αρχικό αυξητικό μέγεθος βήματος ΔS
- 2) Υπολογίστε την OF στην αρχική TS
- 3) Υπολογίστε την κλίση, ∇f . Επέλεξα να χρησιμοποιήσω αριθμητικές μεθόδους για να προσαρμόσω δισεπίλυτες συναρτήσεις. Εφόσον το ΔS βήμα είναι μεγάλο σχετικά με το DV εύρος χρησιμοποιώ μία προς τα μπροστά πεπερασμένη διαφορά, αλλά όταν το ΔS είναι σχετικά μικρό, υποθέτοντας ότι η ISD βρίσκεται στην περιοχή κοντά σε ένα βέλτιστο, χρησιμοποιώ μία κεντρική διαφορά.
- 4) Θέστε α σε μία τιμή χρησιμοποιώντας τα στοιχεία κλίσης και

$$\Delta S, \alpha = \Delta S / \sqrt{\sum g_i^2}$$

- 5) Μετακινείτε ένα αυξητικό ΔS κατά μήκος της γραμμής απότομης κατάβασης $x = x_0 - \alpha \nabla f_0$

- 6) Υπολογίστε την OF
 - 6.1) Εάν η καινούρια OF τιμή είναι καλύτερη από την προηγούμενη, κινείστε στην σωστή κατεύθυνση, βελτιώστε την ΔS (ή α) κατά 10% (ή τόσο). $\Delta S_{\text{new}} = 1.1 \Delta S_{\text{prior}}$. Και θέστε την τρέχουσα επίλυση δοκιμής (DV και OF) στις τιμές βάσης.
 - 6.2) Συνεπώς, εάν η καινούρια OF τιμή είναι χειρότερη, ή εάν ένας περιορισμός παραβιάζεται, τότε συστέλλεται την ΔS (ή α) κατά 50% ή τόσο. $\Delta S_{\text{new}} = 0.5 \Delta S_{\text{prior}}$. Παρατηρήστε ότι η συστολή δεν αλλάζει το σημείο. Κάποιος πάντα θέλει να αναζητάει στην κατεύθυνση απότομης κατάβασης.
- 7) Ελέγξτε για τα κριτήρια διακοπής, όπως υπερβολικές επαναλήψεις, και βγείτε με αναφορά μίας αποτυχημένης αναζήτησης.
- 8) Ελέγξτε για σύγκλιση
 - 8.1) Εάν συγκλίνει, βγείτε με αναφορά
 - 8.2) Διαφορετικά επιστρέψτε στο Βήμα 3

Παρατηρήστε ότι χρησιμοποίησα ευρετικούς κανόνες για την προσαρμογή της ΔS (ή α), που είναι ίδιοι με αυτούς που βρήκα αποτελεσματικούς στην ευρετική άμεση αναζήτηση.

Αυτός ο αλγόριθμος καθορίζει μία διαδρομή που είναι παρόμοια με το ρυάκι νερού που ρέει προς τα κάτω, ή με έναν σβόλο που κυλάει κάτω στον λόφο, ή με ένα παγάκι που γλιστράει κάτω (αλλά χωρίς ορμή/δύναμη ή ιξώδη δύναμη απόσβεσης). Παρόλο που ήταν απολαυστικό για εμένα να προσθέτω δύναμη/ορμή και διασκορπισμό τριβής στη διαδρομή που ένα αντικείμενο μπορεί να ακολουθήσει και ήταν διασκεδαστικό να το βλέπω να επιταχύνει όταν πήγαινε προς τα κάτω, μετά κυλούσε και επιβράδυνε όταν κινούνταν προς τα πάνω στην άλλη πλευρά του λόφου, τέτοιοι μηχανισμοί είναι λιγότερο αποτελεσματικοί από τα απλά αυξητικά βήματα προς τα κάτω.

Η ISD τεχνική πρέπει να υπολογίσει την κλίση όπως επίσης την τιμή της συνάρτησης σε κάθε βήμα. Σε μία 2-DV εφαρμογή αυτό σημαίνει τρεις υπολογισμούς συνάρτησης σε κάθε βήμα. Αντίθετα, η CSLS χρησιμοποιεί μόνον έναν υπολογισμό συνάρτησης σε κάθε επίλυση δοκιμής όταν η γραμμή έχει τεθεί, που θα φαινόταν καλύτερο, αλλά η CSLS ακολουθεί την αρχική γραμμή παρά τις πληροφορίες ανακατεύθυνσης στην τοπική κλίση. Η CSLS μπορεί να μετακινηθεί σε λάθος κατεύθυνση.

Μου αρέσει η ISD. Στις εξερευνήσεις μου αυτή γενικά είχε λιγότερους υπολογισμούς συνάρτησης από την CSLS.

Παράδειγμα 2 ISD

Εδώ είναι η ίδια απλή 2-DV εφαρμογή που παρουσιάζεται για την CSLS:

$$\min_{\{x_1, x_2\}} J = 15 - 2x_1 - 2x_2 + 0.1x_1^2 + 0.1x_2^2 + x_1x_2$$

(7.17)

Η ισοϋψής καμπύλη και η IDS διαδρομή ολοκληρώνονται στο Excel VBA πρόγραμμα «Παραδείγματα διδιάστατης βελτιστοποίησης» στην ιστοσελίδα www.r3eda.com. Το Σχήμα 8.4 δείχνει και τα δύο. Ξανά, η ισοϋψής καμπύλη είναι μία ήπια έλλειψη και η αρχική επίλυση δοκιμής βρίσκεται περίπου στο σημείο (5.2, 0.2). Το πρώτο βήμα είναι ένα μήκος περίπου 2-DV μονάδων και κινείται κάθετα στην τοπική ισοϋψή καμπύλη προς τα πάνω δεξιά. Το βήμα ήταν επιτυχία έτσι το επόμενο μέγεθος βήματος είναι λίγο μεγαλύτερο και κινείται στην τοπική κατεύθυνση απότομης κατάβασης. Ήταν μία επιτυχία. Η τέταρτη επίλυση δοκιμής, μέσα στην χαμηλότερη ισοϋψή καμπύλη, δείχνει ότι η καινούρια κατεύθυνση είναι προς τα αριστερά και η προηγούμενη επιτυχία θα έδειχνε ένα μεγαλύτερο μέγεθος βήματος. Ωστόσο, ένα μεγάλο μέγεθος βήματος στα αριστερά μετακίνησε την επίλυση δοκιμής πάνω στην άλλη πλευρά του λόφου, έτσι το βήμα μειώθηκε κατά το ήμισυ, οδηγώντας στην Πέμπτη επιτυχημένη επίλυση δοκιμής. Τελικά, η ακολουθία βρίσκει το ελάχιστο.

Εδώ η σύγκλιση βασίζεται στο $\Delta S < 0.001$.

Παρατηρήστε ότι περίπου οκτώ επιλύσεις δοκιμής είναι ορατές. Στην πραγματικότητα υπάρχουν 28 επιτυχημένες επιλύσεις δοκιμής και ένας καλός αριθμός ανεπιτυχών. Κάθε επίλυση δοκιμής απαιτεί έναν καινούριο υπολογισμό συνάρτησης, και κάθε επιτυχημένη επίλυση απαιτεί τον υπολογισμό κλίσης (δύο επιπλέον υπολογισμούς συνάρτησης εάν υπάρχει προς τα εμπρός διαφορά, τέσσερις εάν υπάρχει κεντρική). Συνολικά, η αναζήτηση που απεικονίζεται χρειάστηκε 101 υπολογισμούς συνάρτησης, περίπου τα δύο τρίτα από αυτά που χρειάστηκαν στην CSLS.

7.3.2. Βελτιωμένη ISD

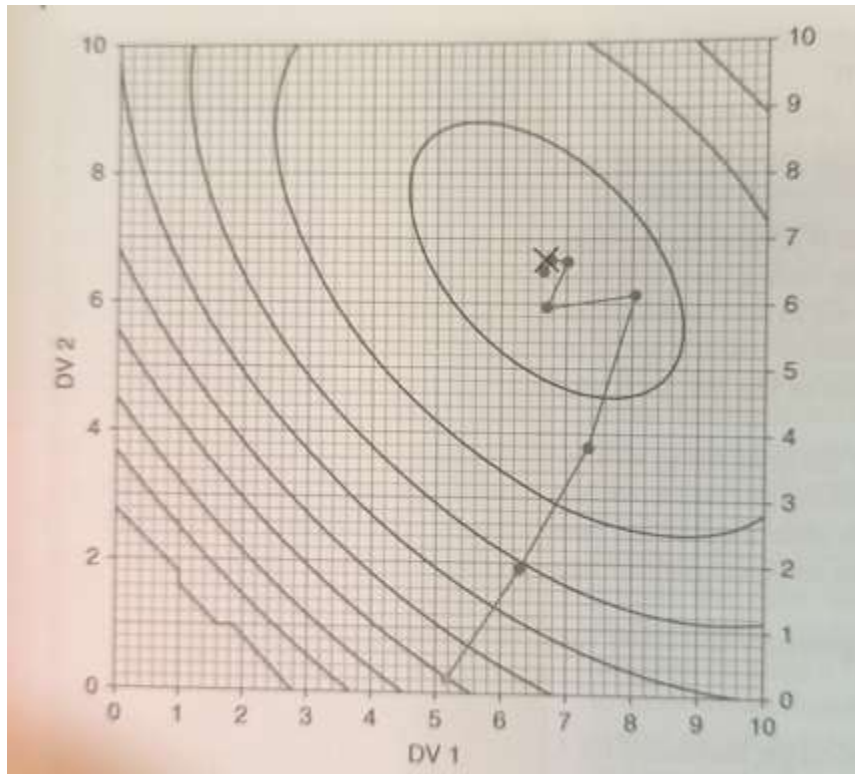
Αλλά τίποτε δεν είναι τέλειο. Σε μία κοιλάδα με ένα έδαφος με ελαφριά κλίση και απότομες άκρες, τα ISD ζιγκ-ζαγκ διασχίζουν το έδαφος, από άκρη σε άκρη, καθώς αναζητάει μία διαδρομή προς τα κάτω. Το ζήτημα είναι ότι εάν δεν είναι στο πολύ τοπικό ελάχιστο της κοιλάδας (εάν είναι κοντά στο έδαφος της κοιλάδας αλλά πάνω σε μία άκρη), η κατεύθυνση της απότομης κατάβασης είναι κάθετα στην κοιλάδα, όχι κάτω κατά μήκος του κάτω μέρους. Το Σχήμα 7.5 απεικονίζει αυτό στη Συνάρτηση 11 στο πρόγραμμα Παραδειγμάτων 2-DV βελτιστοποίησης. Η αρχική επίλυση δοκιμής είναι στο σημείο (4,3) και κινείται προς τα κάτω προς το τοπικό βέλτιστο περίπου στο (3.5, 8). Αλλά αυτό το βέλτιστο είναι μία μακριά κοιλάδα με απότομες άκρες σχετική με την κλίση στο έδαφος. Έτσι, η ISD αναζήτηση ταλαντεύεται μπρος πίσω και η διαδρομή κάνει ζιγκ-ζαγκ κατά πλάτος στην κοιλάδα.

Σε μία βελτίωση (βασισμένη στην ιδέα ότι οδηγεί σε τεχνικές συζυγούς κλίσης), αποφάσισα να υπολογίσω τον μέσο όρο πρόσφατων στοιχείων κλίσης. Εάν μία κλίση δείχνει την αναζήτηση προς ανατολικά από νοτιοανατολικά και όταν πηγαίνει εκεί η κλίση δείχνει δυτικά από νοτιοδυτικά, η μέση κλίση δείχνει νότια. Σε αντίθεση με έναν κλασικό μέσο όρο, για διευκόλυνση αποφάσισα να χρησιμοποιήσω έναν εκθετικά σταθμισμένο κινητό μέσο όρο, εναλλακτικά τον ονομάζουν φίλτρο πρώτου βαθμού:

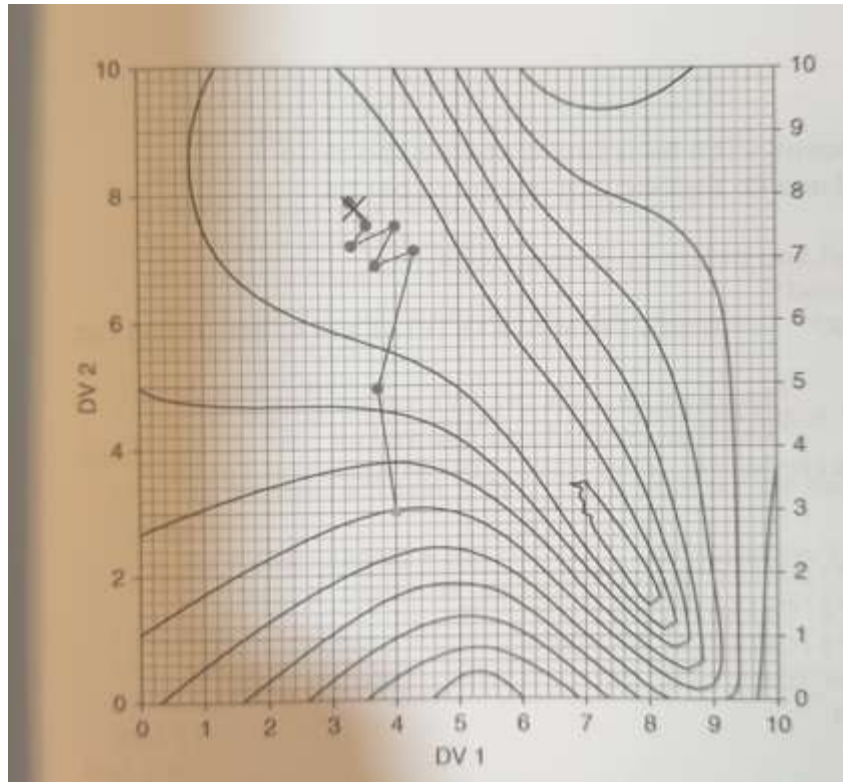
$$g_{f,i} = \lambda g_{f,i-1} + (1-\lambda)g_i \quad (7.18)$$

Εδώ το g αναπαριστά το στοιχείο κλίσης, το f σημαίνει φιλτραρισμένη τιμή, το i είναι ο μετρητής επανάληψης και λ είναι ένας συντελεστής φίλτρου. Χωρίς εκτεταμένη

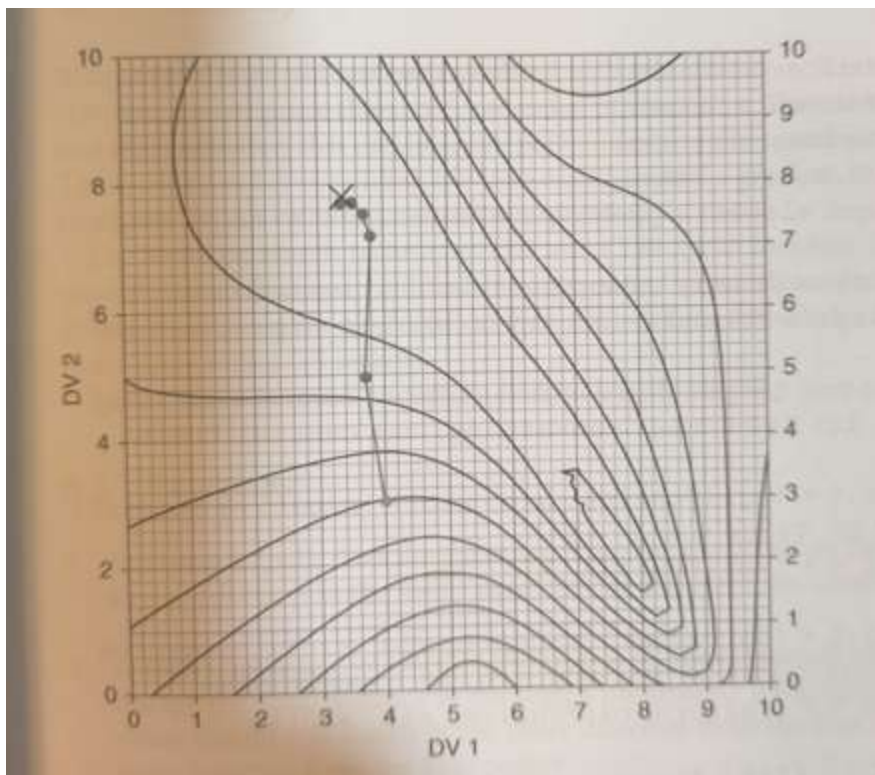
εξερεύνηση για το τι μπορεί να είναι μία σωστή τιμή, $\lambda=0.5$ δίνει καλά αποτελέσματα. Με $\lambda=0.5$, οι παλιές τιμές της κλίσης δεν έχουν μία μακροπρόθεσμη επιρροή, οι ανατροπές στην κατεύθυνση μειώνονται σε μεγάλο βαθμό, η φιλτραρισμένη κλίση ραγδαία προσαρμόζεται στην καινούρια τυπολογία. Το Σχήμα 8.6 δείχνει την ISD αναζήτηση με τιμές φιλτραρισμένης κλίσης στην ίδια συνάρτηση και από το ίδιο σημείο έναρξης όπως στο Σχήμα 7.5. Τώρα, η διαδρομή δεν κάνει ζιγκ-ζάγκ κατά πλάτος της κοιλάδας, και το βέλτιστο προσεγγίζεται με λιγότερους υπολογισμούς συνάρτησης.



Σχήμα 7.4 Απεικόνιση μίας ISD προσέγγισης στο βέλτιστο.



Σχήμα 7.5 Ζίγκ-ζάγκ προσέγγιση στο βέλτιστο.



Σχήμα 7.6 Φιλτραρισμένη κλίση πρώτου βαθμού (προσέγγιση συζυγούς κλίσης).

7.3.3. Κώδικας ISD

Αντικαταστήστε ISD ()

' Αυξητική απότομη κατάβαση με ευρετικό κανόνα βήμα βήμα

' Και φιλτραρισμένες τιμές κλίσης για να μετριάσετε διαδρομές ζίγκ ζαγκ

```

Εάν i=0 Τότε ' αρχικοποίηση πριν από επαναλήψεις
περιορισμός= "Μη Εκτιμώμενος"
Κάνε Μέχρι περιορισμός= "OK"          ' Βρες μία εφικτή αρχική επίλυση δοκιμής
για μεθόδους μοναδικού παίκτη
x1o =10* Rnd ( )                        ' Εφαρμόστε τυχαιοποίηση για την
αρχική DV1 τιμή
x2o =10* Rnd ( )                        ' Εφαρμόστε τυχαιοποίηση για την
αρχική DV2 τιμή
OF_Τιμή_Παλιά=f_of_x (Φεπιλογή, x1o, x2o) ' Καθορίστε την αρχική τιμή
συνάρτησης
Loop
Φύλλο εργασίας ("Διαδρομή_Δεδομένα"). Κελιά (3,1)=i
Φύλλο εργασίας ("Διαδρομή_Δεδομένα"). Κελιά (3,2)=x1o
Φύλλο εργασίας ("Διαδρομή_Δεδομένα"). Κελιά (3,3)=x2o
Κελιά (3,12)= OF_Τιμή_Παλιά
άλφα= κελιά (6,12)
βήτα= κελιά (7,12)
ανάπτυγμα =άλφα
συστολή =βήτα
ds=2
eISD = -g1προς τα εμπρός (Φεπιλογή, x1o, x2o)          ' αρνητικό στοιχείο Κλίσης
πρώτο μέρος της OF_Τιμή δηλαδή x1
fISD =-g2προς τα εμπρός (Φεπιλογή, x1o, x2o)
Διαφορετικά          ' επαναλήψεις i=1,2,3,4 κ.τ.λ.
' το φιλτράρισμα των στοιχείων κλίσης σε μεγάλο βαθμό μειώνει το ζίγκ-ζάγκ όταν
βρίσκεται σε απότομες κοιλάδες
' πάρα πολύ φιλτράρισμα το κάνει και βασίζεται σε προηγούμενες τιμές παραγώγων
' το 0.5 είναι μία καλή τιμή. 0.75 και 0.25 φαίνονται να αντέχουν σε προηγούμενες
τιμές πάρα πολύ
' 0.75 και 0.25 φαίνονται να μην μετριάζουν τις διακυμάνσεις
Εάν ds < 10* Κελιά (14,12) Τότε ' κοντά στην σύγκλιση, χρησιμοποιήσετε κεντρική
πεπερασμένη διαφορά
eISD = 0.5* eISD + 0.5 (-g1 (Φεπιλογή, x1o, x2o) )          ' αρνητικό στοιχείο Κλίσης,
πρώτο μέρος της OF_Τιμή δηλαδή x1
fISD = 0.5* fISD + 0.5 (-g2 (Φεπιλογή, x1o, x2o) )
Διαφορετικά
eISD = 0.5* eISD + 0.5 (-g1προς τα εμπρός(Φεπιλογή, x1o, x2o) )          ' αρνητικό
στοιχείο Κλίσης, πρώτο μέρος της OF_Τιμή δηλαδή x1
fISD = 0.5* fISD + 0.5 (-g2προς τα εμπρός(Φεπιλογή, x1o, x2o) )
Και εάν
Κλίση = Sqr (eISD^2 + fISD^2)
Εάν Κλίση = 0 Τότε
dx1 = 0
dx2 = 0
Κάντε έξοδος από την αντικατάσταση
Και εάν
coeff = ds/ Sqr (eISD^2 + fISD^2)
x1=x1o + coeff * eISD
x2=x2o + coeff * eISD
OF_Τιμή =f_of_x (Φεπιλογή, x1, x2)

```

$$dx1 = x1 - x1o$$

$$dx2 = x2 - x2o$$

Εάν OF_Τιμή > OF_Τιμή_Παλιά ή περιορισμός = "ΑΠΟΤΥΧΙΑ" Τότε ' Βήμα
Couchy πολύ μεγάλο;

$$ds = \text{συστολή} * ds$$

' Κάντε την ds μικρότερη

Διαφορετικά

$$ds = \text{ανάπτυγμα} * ds$$

' Κάντε το βήμα μεγαλύτερο

$$OF_Τιμή_Παλιά = OF_Τιμή$$

$$x1o = x1$$

$$x2o = x2$$

Και Εάν

Και Εάν

Τέλος αντικατάστασης

7.4. Συμπέρασμα

Πολλές επιλογές σχετίζονται με κάθε βελτιστοποιητή. Είναι πολλά περισσότερα από απλά το κριτήριο σύγκλισης, το όριο σύγκλισης και την αρχική επίλυση δοκιμής. Υπάρχουν επιλογές για το μέγεθος βήματος αρχικοποίησης και επαν-αρχικοποίησης που μπορούν να βελτιώσουν την επίδοση καθώς η αναζήτηση προοδεύει από το αρχικό στο τελικό στάδιο. Υπάρχουν κανόνες για υπέρβαση του υπολογισμού βάσης μίας κλίσης ή για την αλλαγή σε κεντρική διαφορά ή για την αλλαγή των Δx τιμών σε αριθμητικούς υπολογισμούς.

Οι τεχνικές ευρετικής αναζήτησης ISD και CLSL είναι πιο ισχυρές στις αποκλίσεις επιφάνειας (διακυμάνσεις, σαγαστικό, ασυνέχειες, περιορισμοί, κ.τ.λ) από ότι οι άλλες CLSL επιλογές (Newton, διαδοχικές τετράγωνες) και δεν προϋποθέτουν γνώση του εύρους της αναζήτησης DV (όπως κάνει η CSLS με μία GS αναζήτηση).

8. Βελτιστοποιητές Δεύτερου Βαθμού

SQ και NR

8.1. Εισαγωγή

Αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζει δύο αλγόριθμους αναζήτησης που χρησιμοποιούν μοντέλα δεύτερου βαθμού: διαδοχικός τετραγωνικός προγραμματισμός (SQ) και η μέθοδος Newton-Raphson (NR). Υποθέτουν περισσότερο σχετικά με την επιφάνεια από τους βελτιστοποιητές που βασίζονται στην κλίση. Συνεπώς αυτοί είναι γρηγορότεροι όταν η επιφάνεια είναι συμβατή με τις έννοιες του αλγόριθμου, οι οποίες περιλαμβάνουν συνεχείς νομοτελειακές επιφάνειες, χωρίς επίπεδα σημεία, και μία αρχική επίλυση δοκιμής στην γύρω περιοχή του βέλτιστου. Αυτές οι προσεγγίσεις βελτιστοποίησης συχνά γίνονται αποδεκτές ως οι πρώτες μέθοδοι βελτιστοποίησης, και αποτελούν τα δομικά συστατικά στους επόμενου επιπέδου βελτιστοποιητές που βασίζονται στην κλίση. Επομένως, χρειάζεται να παρουσιαστούν, παρόλο που θεωρώ ότι είναι εντελώς ακατάλληλοι για πολλές εφαρμογές, που έχουν χαρακτηριστικά που είναι ασύμφωνα με τις έννοιες στις οποίες αυτοί οι αλγόριθμοι βασίζονται.

Αν και τα παραδείγματα και η ανάλυση θα είναι αρχικά σε διδιάστατες εφαρμογές, οι SQ και NR είναι εφαρμόσιμες σε N-διάστατες καταστάσεις. Ο αντικειμενικός σκοπός είναι

$$\min_{\{x_1, x_2, x_3, \dots\}} J = f(x_1, x_2, x_3, \dots)$$

(8.1)

8.2. Διαδοχικός Τετραγωνικός

Αυτό είναι μία άμεση επέκταση της SQ παρουσίασης στο Κεφάλαιο 4 και συχνά φέρει τον όρο μέθοδος υποκατάστατου μοντέλου. Σε αυτή την περίπτωση το υποκατάστατο μοντέλο σχετικά με το πώς η συνάρτηση εξαρτάται από τις DV τιμές είναι μία τετραγωνική σχέση. Το μοντέλο χρησιμοποιείται για να προσεγγίσει τη συνάρτηση, και ο επόμενος υπολογισμός της DV* βασίζεται στο μοντέλο, όχι στη συνάρτηση. Είναι πολύ εύκολο να αποκτήσετε DV* τιμές από ένα τετραγωνικό μοντέλο. Και εάν το μοντέλο ταιριάζει στη συνάρτηση, οι μοντελοποιημένες DV* τιμές θα είναι μία κοντινή προσέγγιση στις πραγματικές DV* τιμές. Σε κάθε υπολογισμό των DV* τιμών, η συνάρτηση χρησιμοποιείται για να παράγει δεδομένα για να αποκτήσει ένα υποκατάστατο μοντέλο, το οποίο σταδιακά είναι πιο αντιπροσωπευτικό της τοπικής επιφάνειας στο βέλτιστο. Όταν οι συνεχείς DV* τιμές συναντούν τα κριτήρια σύγκλισης, ισχυριζόμαστε σύγκλιση.

Υπάρχει μία ποικιλία από τύπους μοντέλων που χρησιμοποιούν οι άνθρωποι για τα υποκατάστατα μοντέλα. Κάποια είναι ακτινικής βάσης συναρτήσεις, τα οποία σταδιακά προσαρμόζονται σε κάθε νέα επίλυση δοκιμής που προστίθεται. Σε πολλές ενσωματώσεις, τα παλιά σημεία δεν απορρίπτονται εντελώς, αλλά συνεχίζουν να διαμορφώνουν το καθολικό μοντέλο. Εδώ η έννοια θα παρουσιαστεί με τετραγωνικά μοντέλα.

Άσχετα με τον τύπο του υποκατάστατου μοντέλου ή τον αλγόριθμο που καθορίζει το βέλτιστο του υποκατάστατου μοντέλου, αυτό είναι μία επαναλαμβανόμενη διαδικασία με δύο στάδια σε κάθε επανάληψη. Στο πρώτο στάδιο, παράγονται δεδομένα συνάρτησης σε μία περιοχή ενδιαφέροντος και παράγεται ένα μοντέλο για

να αντιστοιχίσει τα δεδομένα. Στο δεύτερο στάδιο, καθορίζονται οι DV* τιμές του υποκατάστατου μοντέλου.

8.2.1. Πολυμεταβλητή SQ

Μοντελοποιήστε την OF επιφάνεια με ένα τετραγωνικό μοντέλο, ένα υποκατάστατο μοντέλο. Ένα παράδειγμα:

$$\text{Τύπος 1} \left\{ \begin{array}{l} Y = \alpha + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + \dots\dots\dots \\ \quad + c_{11}X_1^2 + c_{22}X_2^2 + c_{33}X_3^2 + \dots\dots\dots \\ \quad + c_{12}X_1 X_2 + c_{13}X_1 X_3 + \dots\dots\dots + c_{23}X_2 X_3 + \dots\dots \end{array} \right. \quad (8.2)$$

Η πρώτη γραμμή στον Τύπο 1 έχει γραμμικούς όρους μόνον, και η δεύτερη γραμμή τετραγωνικούς όρους, αλλά καμία αλληλεπίδραση. Η τρίτη γραμμή προσθέτει τους διαδραστικούς τετραγωνικούς όρους. Οι συντελεστές του μοντέλου είναι οι {α, b, c} τιμές και οι μεταβλητές απόφασης για την εφαρμογή είναι οι {x₁} όροι.

Η ίδια σχέση μπορεί να διατυπωθεί μαθηματικά με ποικίλους τρόπους. Ο Τύπος 2 παρουσιάζει το τετραγωνικό μοντέλο σε διανυσματικό συμβολισμό.

$$\text{Τύπος 2} \left\{ \begin{array}{l} Y = \alpha + b^T X + X^T (CX) \\ X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \cdot \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \cdot \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ 0 & c_{22} & c_{23} \\ 0 & 0 & c_{33} \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \quad (8,3) \end{array} \right.$$

Και ο Τύπος 3 παρουσιάζει το τετραγωνικό μοντέλο σε συμβολισμό σειράς:

$$\text{Τύπος 3} \left\{ \begin{array}{l} Y = \alpha + \sum_{i=1}^n b_i X_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} X_i X_j \end{array} \right. \quad (8.4)$$

Πρώτα, υποθέτουμε ότι το υποκατάστατο μοντέλο έχει ταυτοποιηθεί -υποθέτουμε ότι οι τιμές συντελεστών έχουν καθοριστεί. Το Στάδιο 2 στο SQ είναι για να καθορίσει τις βέλτιστες DV* τιμές του υποκατάστατου μοντέλου. Εάν οι τιμές συντελεστών του μοντέλου είναι γνωστές, τότε η αναλυτική μέθοδος παρέχει N γραμμικές εξισώσεις για να λύσει για N x*₁ του υποκατάστατου μοντέλου, για κάθε DV,

$$\frac{\partial Y}{\partial X_i} \Big|_{x^*} = 0 \quad (8.5)$$

$$\begin{aligned} \text{Χρησιμοποιώντας τον Τύπο 3 και θέτοντας το παράγωγο δηλαδή κάθε } x_1 \text{ στο } 0, \\ 0 = b_1 + 2c_{11}X^*_1 + 2c_{12}X^*_2 + c_{13}X^*_3 + c_{14}X^*_4 + \dots\dots\dots \\ 0 = b_2 + c_{12}X^*_1 + 2c_{22}X^*_2 + c_{23}X^*_3 + c_{24}X^*_4 + \dots\dots\dots \\ 0 = b_3 + c_{13}X^*_1 + c_{23}X^*_2 + 2c_{33}X^*_3 + c_{34}X^*_4 + \dots\dots\dots \\ 0 = \dots\dots\dots \end{aligned} \quad (8.6)$$

Παρατηρήστε ότι αυτά τα αποτελέσματα σε N εξισώσεις, καθεμία από τις οποίες είναι γραμμική στις N άγνωστες x*_i τιμές. Οι τιμές συντελεστών είναι γνωστές από την αρχική εφαρμογή του υποκατάστατου μοντέλου στη συνάρτηση.

Σημειώστε ότι c_{ij} = c_{ji}

Αυτό το σύστημα γραμμικών εξισώσεων μπορεί να δηλωθεί σε παράσταση με την κλασική μορφή δυναυσματικού συμβολισμού:

$$DX^* = -b \quad (8.7)$$

Όπου

$$D = \begin{pmatrix} 2c_{1,1} & c_{1,2} & c_{1,3} & c_{1,4} & \dots \\ c_{2,1} & 2c_{2,2} & c_{2,3} & c_{2,4} & \dots \\ c_{3,1} & c_{3,2} & 2c_{3,3} & c_{3,4} & \dots \\ c_{4,1} & c_{4,2} & 2c_{4,3} & 2c_{4,4} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Υπάρχουν πολλοί γραμμικοί αλγόριθμοι άλγεβρας που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να λύσουμε για τις άγνωστες x^*_i τιμές. Η Gauss απαλοιφή είναι ένας τέτοιος αλγόριθμος.

Αυτή η ανάπτυξη χρησιμοποιεί την αναλυτική μέθοδο για να βρει το βέλτιστο του τετραγωνικού υποκατάστατου μοντέλου. Υπάρχουν και άλλοι μέθοδοι. Κάποιος θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει τα ISD και CSLS για παράδειγμα, ή οποιονδήποτε αλγόριθμο. Αλλά το τετραγωνικό μοντέλο είναι δεκτικό στην αναλυτική μέθοδο, και η γραμμική αλγεβρική επίλυση στο σύνολο των εξισώσεων παραγώγων είναι υπολογιστικά σχετικά γρήγορη και είναι μία νομοτελειακά ξεκάθαρη διαδικασία με εγγυημένη επίλυση εντός ενός νομοτελειακού αριθμού διαδικασιών του υπολογιστή. Αλλά πρώτα, θα πρέπει το μοντέλο να ταυτοποιηθεί, το οποίο αποτελεί το Στάδιο 1. Υπάρχουν πολλές επιλογές, συμπεριλαμβανομένου τη δομή του μοντέλου. Μόλις επιλεγεί, υπάρχουν επιπρόσθετες επιλογές του χρήστη που σχετίζονται με το πώς να αποκτηθούν οι τιμές των συντελεστών.

Θα μπορούσατε να χρησιμοποιήσετε μία δομή που δεν μοντελοποιεί τους όρους αλληλεπίδρασης. Αυτό το απλούστερο μοντέλο είναι ευκολότερο να ταυτοποιηθεί και να χρησιμοποιηθεί, αλλά δεν είναι τόσο ρεαλιστικό στην επιφάνεια, όπως ένα μοντέλο με όρους αλληλεπίδρασης. Ωστόσο, εκτός από κάποιες ιδανικές περιπτώσεις, κανένα υποκατάστατο μοντέλο δεν είναι ακριβώς αληθές σε ολόκληρη την επιφάνεια.

$$Y = \alpha + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + \dots + c_1X_1^2 + c_2X_2^2 + c_3X_3^2 + \dots \quad (8.8)$$

Εναλλακτικά,

$$Y = \alpha + b^T X + X^T (CX) \quad (8.9)$$

Όπου

$$C = \begin{pmatrix} c_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & c_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & c_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Υπάρχουν $1+N+(N+1)N/2=(N+1)(N+2)/2$ αριθμοί συντελεστών στο πρώτο διαδραστικό μοντέλο της Εξίσωσης (8.2). Υπάρχουν $1+N+N=2N+1$ συντελεστές στο απλούστερο μοντέλο της Εξίσωσης (8.8). Για να καθορίσετε τις $(N+1)(N+2)/2$ (ή $(2N+1)$) τιμές συντελεστή, πρέπει να υπολογίσετε ότι τόσες πολλές τιμές της συνάρτησης και να επιλύσετε ένα γραμμικό αλγεβρικό σύνολο εξισώσεων τόσο μεγάλο:

$$\begin{bmatrix}
 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{i-1} & x_1 x_2 & x_1 x_2 x_3 & \dots \\
 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{i-1} & x_2 x_3 & x_2 x_3 x_4 & \dots \\
 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^{i-1} & x_3 x_4 & x_3 x_4 x_5 & \dots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 1 & x_{i-1} & x_{i-1}^2 & \dots & x_{i-1}^{i-1} & x_{i-1} x_i & x_{i-1} x_i x_{i+1} & \dots \\
 1 & x_i & x_i^2 & \dots & x_i^{i-1} & x_i x_{i+1} & x_i x_{i+1} x_{i+2} & \dots \\
 1 & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 a \\
 b_1 \\
 b_2 \\
 \vdots \\
 c_{i1} \\
 c_{i2} \\
 c_{i3} \\
 \vdots
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 y_1 \\
 y_2 \\
 y_3 \\
 \vdots \\
 y_i \\
 y_{i+1} \\
 y_{i+2} \\
 \vdots
 \end{bmatrix}$$

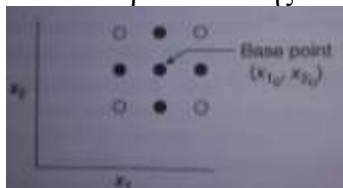
(8.10)

Η τοποθέτηση των $(X_1 X_2 X_3 \dots)$ συνόλων χρειάζεται να διασφαλίσει ότι ο πίνακας είναι αναστρέψιμος και ότι όλες οι σειρές είναι γραμμικά ανεξάρτητες. Τα σχήματα 8.1 και 8.2 δείχνουν πιθανά σχήματα σε μία δισδιάστατη και τρισδιάστατη εφαρμογή. Οι σταθερές τελείες αντιπροσωπεύουν βασικά σημεία για το μοντέλο είτε με όρους αλληλεπίδρασης είτε όχι. Οι ανοιχτοί κύκλοι είναι επιπρόσθετα σημεία εάν χρησιμοποιηθούν οι όροι αλληλεπίδρασης. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν και άλλα μοτίβα, όπως περιστρεφόμενοι κύβοι, κυκλικό, αστέρι ή ακόμη και τυχαία μοτίβα. Για να αναπτύξετε κώδικα στον υπολογιστή, το πιο κοινό είναι το σχέδιο ευθυγράμμισης με άξονα. Σε κάθε περίπτωση, ο χρήστης πρέπει να επιλέξει το εύρος για κάθε DV ή κάποιο μέτρο που να σχετίζεται με το εύρος εξερεύνησης.

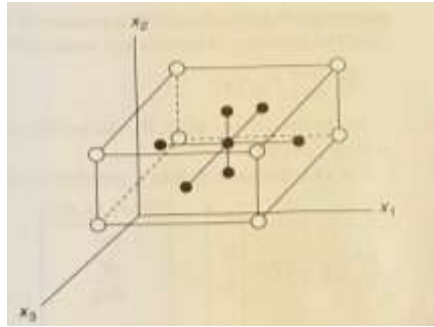
Δεν είναι απαραίτητα όλα τα σημεία γωνίας για το μοντέλο του διανυσματικού γινομένου. Κάθε αριθμός εναλλακτικών μοτίβων χρησιμοποιείται. Ωστόσο, το μοτίβο πρέπει να επιτρέπει τον γραμμικό αλγεβρικό υπολογισμό των τιμών συντελεστή του υποκατάστατου μοντέλου.

Χρειάζεται να καθοριστεί το εύρος κάθε $X_1 X_2 X_3 \dots$ διαστάσεων κύβου. Εάν το εύρος είναι πολύ μικρό, το μοντέλο δεν αντιλαμβάνεται όλη την επιφάνεια. Εφόσον προβάλλει την τοπική τάση σε όλη την επιφάνεια, αυτό θα αποτελούσε προβληματισμό στα αρχικά επαναλαμβανόμενα στάδια. Ωστόσο, εάν το εύρος του δείγματος είναι πολύ μεγάλο, το μοντέλο μπορεί να μην εντοπίσει σημαντικά τοπικά χαρακτηριστικά. Αυτός είναι προβληματισμός τελικού σταδίου.

Αλλά εάν η επιφάνεια δεν είναι ιδανικά τετραγωνική και είναι ταυτόσημη με το μοντέλο, το μοντέλο θα είναι λάθος και οι υπολογισμοί X^* θα είναι λάθος. Αλλά, ας ελπίσουμε ότι ο X^* θα είναι κοντά στο βέλτιστο της συνάρτησης.

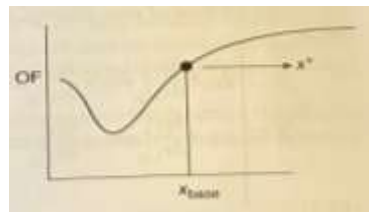


Σχήμα 8.1. απεικόνιση δισδιάστατης τοποθέτησης σημείων για να αξιολογηθεί η υποκατάσταση τετραγωνική επιφάνεια.



Σχήμα 8.2. Απεικόνιση τρισδιάστατης τοποθέτησης σημείων για να αξιολογηθεί η υποκατάσταση τετραγωνική επιφάνεια.

Εάν η επιφάνεια είναι κυρτή, η διαδοχική τετραγωνική εξίσωση θα στείλει το X^* προς το μέγιστο. Εάν η επιφάνεια του μοντέλου αναπτύσσεται πέρα από το σημείο κλίσης από ένα ελάχιστο, η SQ θα μετακινηθεί σε λάθος κατεύθυνση, όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.3.



Σχήμα 8.3. SQ απόκλιση όταν εκτός σημείου καμψής

Η διαδοχική τετραγωνική εξίσωση αναζητάει το σημείο στο οποίο το παράγωγο του υποκατάστατου μοντέλου είναι μηδέν, το οποίο θα μπορούσε να είναι ένα ελάχιστο, μέγιστο, ή σαγματικό σημείο. Συνεπώς, στο βέλτιστο τσεκάρει τα δεύτερα παράγωγα για να δει τι έχει βρει. Εάν όλα είναι δεύτερα παράγωγα είναι μεγαλύτερα από το μηδέν, τότε έχει βρεθεί ένα ελάχιστο. Εάν όλα είναι μικρότερα από το μηδέν, έχει βρεθεί ένα μέγιστο. Εάν είναι ανάμεικτα, έχει βρεθεί ένα σαγματικό σημείο. Ο N αριθμός των δεύτερων παραγώγων του μη-διαδραστικού τετραγωνικού υποκατάστατου μοντέλου είναι

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_i^2} = 2c_{ij} \quad (8.11)$$

Ο επιπρόσθετος $N(N-1)/2$ αριθμός των όρων δεύτερου παράγωγου στο διαδραστικό υποκατάστατο μοντέλο είναι

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_i \partial x_j} = c_{ij} \quad (8.12)$$

Με την αναλυτική μέθοδο επίλυσης, ο πίνακας πρέπει να είναι αναστρέψιμος. Εάν η επιφάνεια έχει επίπεδους τομείς, τότε οι συντελεστές με μηδενικές τιμές μπορεί να εμποδίσουν την γραμμική άλγεβρα από τον καθορισμό DV^* επιλύσεων.

Η μέθοδος υποθέτει ότι η επιφάνεια προσεγγίζεται αρκετά από το τετραγωνικό μοντέλο. Εάν η επιφάνεια έχει ασυνέχειες, επίπεδα σημεία ή στοχαστική συμπεριφορά, τότε η SQ προσέγγιση μπορεί να μη λειτουργεί.

8.2.2. SQ Ψευδοκώδικας

Εδώ είναι ο ψευδοκώδικας για διαδοχικό τετραγωνικό:

1. Επιλέξτε μία αρχική δοκιμή επίλυσης, και υπολογίστε την OF.
2. Υπολογίστε την OF σε επαρκή περιβάλλοντα σημεία για να καθορίσετε τις παραμέτρους του μοντέλου. $X_p = y$. Αρχικά χρησιμοποιήστε όλο το εύρος DV για δείγμα. Καθώς οι X^* τιμές συγκλίνουν μειώστε το εύρος δείγματος στην τοπική περιοχή.

3. Εάν D είναι θετικό συνεχίστε. Αλλιώς ξεκινήστε πάλι από το Βήμα 1.
4. Χρησιμοποιήστε $Dx^* = -b$ για να υπολογίσετε την επόμενη επίλυση δοκιμής, το νέο βασικό σημείο.
5. Τσεκάρετε για κριτήρια σύγκλισης/τερματισμού. Σταματήστε ή επαναλάβετε από το Βήμα 2.

8.3. Newton-Raphson

Η μέθοδος βελτιστοποίησης Newton-Raphson είναι η μέθοδος Newton για την εύρεση ρίζας που εφαρμόζεται στην κλίση της συνάρτησης. Συχνά φέρει την ονομασία η μέθοδος Newton. Είναι μία διαδικασία δεύτερου βαθμού που υποθέτει ότι η συνάρτηση είναι αποτελεσματικά μοντελοποιημένη ως μία τετραγωνική αντίδραση στις DVs ή αντίστοιχα ότι τα στοιχεία κλίσης είναι βασικά γραμμικά εξαρτημένα από τις DV τιμές. Το κριτήριο είναι

$$\min_{\{x\}} J = f(x) \quad (8.13)$$

Στο ελάχιστο, στο x^* , το παράγωγο της συνάρτησης δηλαδή κάθε DV είναι μηδέν: $\partial f / \partial x_1 = 0, \partial f / \partial x_2 = 0, \dots$ και $\partial f / \partial x_n = 0$.

Προς διευκόλυνση καθορίστε ένα g -διάνυσμα για να δηλώσετε τα στοιχεία κλίσης:

$$g = \nabla f = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (8.14)$$

Αναγνωρίστε ότι g_i είναι μία συνάρτηση των τοπικών x_1, x_2, x_3 τιμών. Η μέθοδος είναι να καθορίσει τις x τιμές που κάνουν όλα τα g στοιχεία να έχουν μία μηδενική τιμή. Ακολουθώντας την μέθοδο Newton για την εύρεση ρίζας, χρησιμοποιήστε έναν λογισμό συνολικού παραγώγου ή την γραμμική προσέγγιση Taylor Series για το g :

$$g = \begin{bmatrix} g_{1_0} + \left. \frac{\partial g_1}{\partial x_1} \right|_0 dx_1 + \left. \frac{\partial g_1}{\partial x_2} \right|_0 dx_2 + \left. \frac{\partial g_1}{\partial x_3} \right|_0 dx_3 + \dots \\ g_{2_0} + \left. \frac{\partial g_2}{\partial x_1} \right|_0 dx_1 + \left. \frac{\partial g_2}{\partial x_2} \right|_0 dx_2 + \left. \frac{\partial g_2}{\partial x_3} \right|_0 dx_3 + \dots \end{bmatrix} \quad (8.15)$$

Αναδιοργανώνοντας όρους και αναπαριστώντας τα διαφορικά με μία πεπερασμένη διαφορά,

$$g = \begin{bmatrix} g_{1_0} \\ g_{2_0} \\ g_{3_0} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial g_1}{\partial x_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial g_1}{\partial x_2} \right|_0 & \left. \frac{\partial g_1}{\partial x_3} \right|_0 & \dots \\ \left. \frac{\partial g_2}{\partial x_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial g_2}{\partial x_2} \right|_0 & \left. \frac{\partial g_2}{\partial x_3} \right|_0 & \dots \\ \left. \frac{\partial g_3}{\partial x_1} \right|_0 & \vdots & \vdots & \ddots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (8.16)$$

Στο ελάχιστο $g=0$:

$$0 = g_0 + \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial g_1}{\partial x_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial g_1}{\partial x_2} \right|_0 & \left. \frac{\partial g_1}{\partial x_3} \right|_0 & \cdots \\ \left. \frac{\partial g_2}{\partial x_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial g_2}{\partial x_2} \right|_0 & \left. \frac{\partial g_2}{\partial x_3} \right|_0 & \cdots \\ \left. \frac{\partial g_3}{\partial x_1} \right|_0 & & & \ddots \\ \vdots & & & \end{bmatrix} \Delta x \quad (8.17)$$

Επιλύστε για Δx , τον τοπικό υπολογισμό σχετικά με το που να μετακινηθείς για να προσεγγίσεις το βέλτιστο. Πρώτα θα αντικαταστήσω το g σύμβολο με το παράγωγο του στη συνάρτηση:

$$0 = \nabla f|_0 + \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial}{\partial x_3} \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_0 & \cdots \\ \left. \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|_0 & \left. \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|_0 & \left. \frac{\partial}{\partial x_3} \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|_0 & \cdots \\ \left. \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial x_3} \right|_0 & \vdots & \vdots & \\ \vdots & & & \end{bmatrix} \nabla x \quad (8.18)$$

Το g -διάνυσμα είναι η οικεία κλίση και άσχετα με τον αριθμό των Dvs, ο πίνακας στην Εξίσωση (8.18) γίνεται ένας δισδιάστατος πίνακας από δεύτερα παράγωγα, που ονομάζεται Hessian πίνακας. Κατά μήκος της διαγωνίου τα στοιχεία είναι τα κλασσικά δεύτερα παράγωγα δηλαδή μία μεταβλητή. Ωστόσο, στοιχεία εκτός διαγωνίου είναι τα ανάμεικτα δεύτερα παράγωγα. Ο πίνακας είναι τετράγωνος και η διάστασή του, ο αριθμός των γραμμών και στηλών, είναι ο αριθμός των Dvs. Άσχετα με τον αριθμό των Dvs, ο Hessian πίνακας είναι πάντα δισδιάστατος.

Σε ότι αφορά τον τελεστή κλίσης των πρώτων παραγώγων, που χρειάζεται να έχει η συνάρτηση, ο πίνακας Hessian είναι ένας τελεστής δεύτερων παραγώγων και επίσης χρειάζεται να εμφανιστεί ο τελεστής. Σημειογραφικά, η παράσταση είναι

$$0 = \nabla f|_0 + Hf|_0 \Delta x \quad (8.19)$$

Αυτό θα μπορούσε να αναγνωριστεί ως μία γραμμική αλγεβρική εφαρμογή. Εάν οι τιμές των $\partial f / \partial x_i|_0$ και $(\partial / \partial x_i)(\partial f / \partial x_j)|_0$. Έχουν καθοριστεί, τότε αυτές είναι απλά τιμές συντελεστή στην εξίσωση, που μπορεί να επιλυθεί για Δx , και η επόμενη δοκιμή επίλυσης θα είναι

$$X_{k+1} = x_k + \Delta x_k \quad (8.20)$$

Παρατηρήστε ότι εάν η συνάρτηση είναι συνεχώς διαφοροποιήσιμη, τότε $(\partial / \partial x_2)(\partial f / \partial x_1)|_0 = (\partial / \partial x_1)(\partial f / \partial x_2)|_0$, και ο πίνακας είναι συμμετρικός για την κύρια διαγώνιο. Τότε αντί να χρειάζεται να επιλύσετε για N^2 Hessian στοιχεία, μόνον $N + N(N-1)/2 = (N^2 + N)/2$ στοιχεία χρειάζονται. Εάν αναλυτικές παραστάσεις είναι διαθέσιμες, τότε κάθε Hessian υπολογισμός απαιτεί τόσες πολλές συναρτήσεις. Ωστόσο, πιθανώς κάποιος θα χρησιμοποιήσει αριθμητικές διαδικασίες για να διαχειριστεί τα γενικώς δισεπίλυτα παράγωγα. Οι προσεγγίσεις πεπερασμένης διαφοράς για ομογενή δεύτερα παράγωγα απαιτεί δύο επιπλέον υπολογισμούς συνάρτησης το καθένα. Και τα ανάμεικτα δεύτερα παράγωγα απαιτούν τέσσερις το καθένα. Κάθε υπολογισμός Hessian απαιτεί ένα ελάχιστο $(N^2 + N)$ επιπλέον υπολογισμούς συνάρτησης.

Ο αλγόριθμος χρειάζεται να καθορίσει το εύρος των αποκλίσεων που χρησιμοποιούνται για να καθοριστούν οι τιμές του παράγωγου. Εάν μία απόκλιση είναι πολύ μεγάλη, οι κλίσεις και τα Hessian στοιχεία θα μπορούσαν να παραποιήσουν την τοπική επιφάνεια κοντά στο βέλτιστο. Μία πολύ μικρή απόκλιση

θα μπορούσε να οδηγήσει σε ένα σφάλμα αποκοπής. Ίσως οι αποκλίσεις για τον υπολογισμό των παραγώγων θα μπορούσαν να είναι μία τάξη μεγέθους μικρότερη από τα DV κριτήρια σύγκλισης ή από τις τελευταίες DV αλλαγές ανάμεσα στις επαναλήψεις.

Η Εξίσωση (8.19) μπορεί να οργανωθεί ξανά σε μία γραμμική αλγεβρική δομή για να αναπαραστήσει τη διαδικασία. Για να επιλύσετε για την καινούργια επίλυση δοκιμής, θα χρησιμοποιήσετε μία γραμμική αλγεβρική διαδικασία όπως η Απαλοιφή Gauss:

$$\mathbf{H}f|_0 \cdot \Delta \mathbf{x} = -\nabla f|_0 \quad (8.21)$$

Παρατηρήστε ότι το δεξί μέρος είναι η αρνητική κλίση, η κατεύθυνση της πιο απότομης κατάβασης.

Μπορούμε να αναπαραστήσουμε τη μέθοδο επιλύοντας άμεσα για $\Delta \mathbf{x}$:

$$\Delta \mathbf{x} = -\mathbf{H}f|_0^{-1} \cdot \nabla f|_0 \quad (8.22)$$

Εναλλακτικά

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 - \mathbf{H}f|_0^{-1} \cdot \nabla f|_0 \quad (8.23)$$

Ωστόσο, αν και αυτό φαίνεται σαν άμεσος υπολογισμός, η αντιστροφή Hessiana και το προϊόν της τελείας με την κλίση είναι γραμμικές αλγεβρικές διαδικασίες.

Ως σύγκριση στο NR, το ISD επιλύει για $\Delta \mathbf{x} = -a \nabla f|_0$. Φέρνοντας αυτό σε αντίθεση με την Εξίσωση (8.22) φαίνεται ότι το αντίστροφο του Hessiana παίζει ρόλο στην άμβλυνση της αρνητικής κλίσης. Το NR H έχει ένα ρόλο όμοιο με το a στο ISD. Ωστόσο, το H δεν είναι ένα μονό βαθμωτό μέγεθος, αλλά ένας πίνακας στοιχείων που χρησιμοποιεί δευτερογενή πληροφορίες για να προσαρμόσει κάθε $\Delta \mathbf{x}$ στοιχείο.

Οι μέθοδοι τύπου Newton μπορούν να συνεχίσουν αργά ή μπορούν να ταλαντεύονται για την DV* (σε αυτή την περίπτωση η ρίζα της κλίσης, η DV* τιμή). Έτσι, είναι επιτρεπτό να αμβλύνει ή να επιταχύνει το μέγεθος της κίνησης με έναν παράγοντα a :

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 - a \mathbf{H}f|_0^{-1} \cdot \nabla f|_0 \quad (8.24)$$

Παραδοσιακά $a=1$. Ωστόσο, εάν η κλίση της επιφάνειας δεν είναι γραμμική, τότε διαδοχικές επιλύσεις δοκιμής θα μπορούσαν διαδοχικά να προσεγγίσουν αργά το βέλτιστο, ή θα μπορούσαν να προσπεράσουν ή να ταλαντεύονται για το ελάχιστο. Η τιμή του a θα μπορούσε να προσαρμοστεί στην αναγνώριση του μοτίβου στο σημείο των προηγούμενων επιλύσεων δοκιμής. Εάν ταλαντεύονται, μειώστε το a στο 0.5. εάν κινούνται στην ίδια γενικά κατεύθυνση, αυξήστε το a περίπου στο 2.

Αυτό είναι μία σχέση επανάληψης. Από την αρχική επίλυση δοκιμής, υπολογίστε που είναι το βέλτιστο. Μετακινηθείτε εκεί και κάντε το ξανά.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - a \mathbf{H}f|_k^{-1} \cdot \nabla f|_k \quad (8.25)$$

8.3.1. NR ψευδοκώδικας

1. Επιλέξτε έναν παράγοντα ύφεσης, α .
2. Αρχικοποιήστε με μία επίλυση δοκιμής, μία αρχική τιμή για κάθε DV.
3. Υπολογίστε τα στοιχεία κλίσης στην επίλυση δοκιμής.
4. Υπολογίστε τα Hessiana στοιχεία στην επίλυση δοκιμής.
5. Υπολογίστε την επόμενη επίλυση δοκιμής με $\mathbf{x}_{k+1} - a \mathbf{H}f|_k^{-1} \cdot \nabla f|_k$.
6. Εάν οι \mathbf{x}_k τιμές εμφανίζονται να ταλαντεύονται, μειώστε την τιμή του a . εναλλακτικά, εάν οι τιμές εμφανίζονται να συνεχίζουν στην ίδια κατεύθυνση, αυξήστε την τιμή του a .
7. Καθορίστε την OF τιμή στο \mathbf{x}_{k+1} .
8. Ελέγξτε για σύγκλιση.

9. Εάν δεν υπάρχει σύγκλιση επιστρέψτε στο Βήμα 3, αλλιώς κάντε έξοδο.

Παράδειγμα 1 Κάνε την NR να ταλαντεύεται

Αυτό είναι ένα τέχνασμα, μία συνάρτηση που αναπαριστά μία υπερβολική συνθήκη που κάνει το NR να ταλαντεύεται. Είναι η Συνάρτηση 32 στον δισδιάστατο φάκελο Παραδειγμάτων Βελτιστοποίησης, ένα άθροισμα δύο ίδιων συναρτήσεων. Ως μία αναζήτηση μονομεταβλητής, επίσης κάνει το NR να ταλαντεύεται.

$$f(x) = b + \frac{a}{2}x^2 + (ac + 1)x + \frac{2}{s}\ln[1 + e^{s(x-c)}] \quad (8.26)$$

Ο κώδικας VBA είναι

```

ca32 = 1
cb33 = 4
cc32 = 5
cs32 = 10
fofx321 = cb32 + (ca32 / 2) * x1 ^ 2 - (ca32 * cc32 + 1) * x1 + (2 / cs32) * Log(1 +
Exp(cs32 * (x1 - cc32)))
fofx322 = cb32 + (ca32 / 2) * x2 ^ 2 - (ca32 * cc32 + 1) * x2 + (2 / cs32) * Log(1 +
Exp(cs32 * (x2 - cc32)))
f_of_x = fofx321 + fofx322
f_of_x = 10 * (f_of_x + 37) / 35

```

Σε μία τρισδιάστατη όψη του Σχήματος 8.4 η συνάρτηση φαίνεται να συμπεριφέρεται σχετικά καλά.

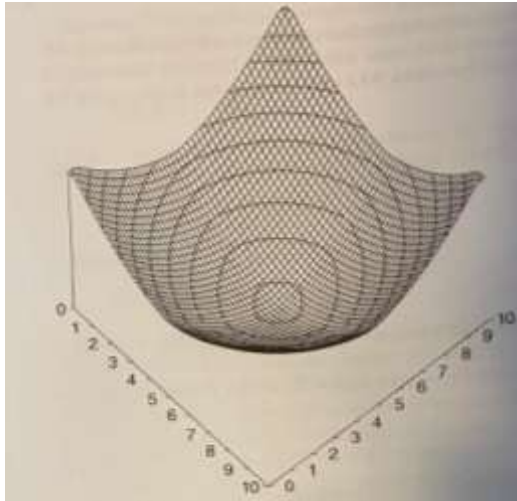
Αλλά άσχετα με την αρχική θέση, το NR θα ταλαντεύεται ανάμεσα σε λύσεις. Στο Σχήμα 8.5 η αρχική επίλυση δοκιμής ήταν κοντά στο ανώτερο κέντρο και η NR κατεύθυνε την επόμενη επίλυση δοκιμής περίπου στο (4.5, 4), το οποίο το έστειλε στο (6, 6), το οποίο το έστειλε στο (4, 4) και μετά στο (6, 6) και οι ταλαντεύσεις συνεχίζονταν.

8.3.2. Εξασθένηση του NR

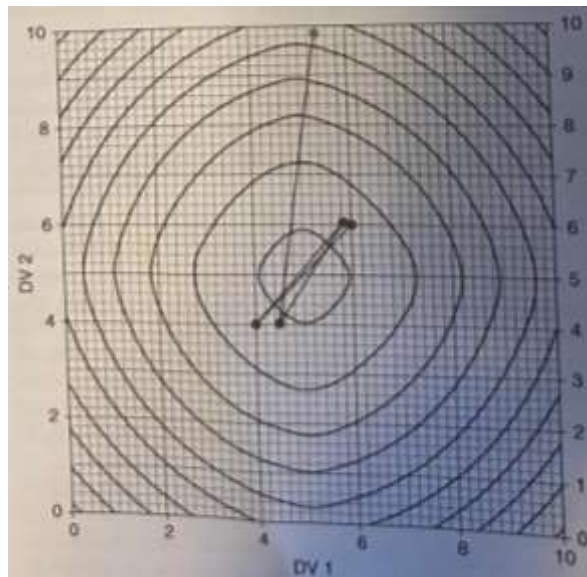
Ο παράγοντας εξασθένησης α στην Εξίσωση 8.25 μπορεί να προσαρμοστεί είτε για να επιταχύνει την σύγκλιση ή να αμβλύνει τις ταλαντεύσεις που μπορεί το NR να αποκτήσει.

Το Σχήμα 8.6a δείχνει μία συνάρτηση μονομεταβλητής που φαίνεται να συμπεριφέρεται καλά, με ένα ελάχιστο που μπορεί εύκολα να βρει και το Σχήμα 8.6b δείχνει το παράγωγό της. Θυμηθείτε ότι η βελτιστοποίηση NR είναι αντίστοιχη με την μέθοδο Newton εύρεσης ρίζας στο παράγωγο. Από τις αριστερές x τιμές, η τιμή της συνάρτησης πέφτει και η κλίση της είναι αρνητική, αλλά η κλίση προοδευτικά μειώνεται στο μηδέν. Η αριστερή πλευρά στο Σχήμα 8.6b δείχνει αυτό. Η δεξιά πλευρά της συνάρτησης σταδιακά υψώνεται και όπως φαίνεται από το παράγωγο η κλίση είναι θετική αλλά προσεγγίζει μία σταθερή τιμή. Παρατηρήστε επίσης ότι το γράφημα του παράγωγου δεν είναι γραμμικό αλλά κυρτό και θυμηθείτε ότι η μέθοδος Newton συνάγει την τοπική κλίση από μία επίλυση δοκιμής για να προβάλει την επόμενη επίλυση δοκιμής στο μηδέν του y άξονα. Επιλύσεις δοκιμής μακριά στα αριστερά προκαλούν αυξητικές αλλαγές και κίνηση προς τη ρίζα. Αυτό έχει ονομασία Σχήμα A στο . Αντίθετα η TS στα δεξιά, στο Σχήμα B, κινείται μακριά προς τα αριστερά.

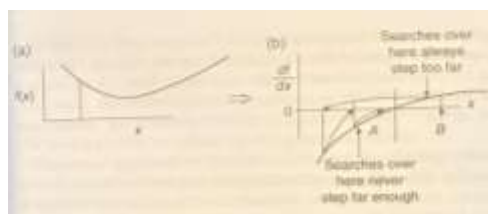
Το Σχήμα 8.7 δείχνει τέσσερις πιθανούς συνδυασμούς των A και B. Εάν ισχύει ο B-B συνδυασμός όπως το χαρακτηριστικό των εφαρμογών βελτιστοποίησης pH, η επίλυση ταλαντεύεται. Εδώ ο παράγοντας εξασθένησης 0.5 μπορεί να αμβλύνει τις κινήσεις. Αντίθετα, ο ισχύει συνδυασμός A-A, άσχετα με την TS, η επίλυση κινείται προς τα επάνω στην επίλυση. Εδώ, ο παράγοντας εξασθένησης 2 μπορεί να επιταχύνει τις κινήσεις.



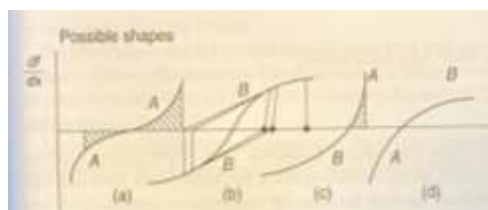
Σχήμα 8.4 Κάνει την ταλάντευση του Newton



Σχήμα 8.5 Μία NR διαδρομή στη συνάρτηση 32



Σχήμα 8.6 (α) Μία συνάρτηση και (β) το παράγωγό της



Σχήμα 8.7 Συνδυασμοί των σχημάτων παράγωγου κοντά στη ρίζα: (α) A-A, (β) B-B, (c) B-A και (d) A-B

Ένας κανόνας που είναι χρήσιμος στην άμβλυνση του NR είναι να παρατηρούνται οι αυξητικές τιμές στις DV για να δείξουν ποιο είναι το σχήμα.

Εάν $\Delta X \cdot \Delta X_{\text{παρελθόν}} > 0$, είναι πιθανόν Σχήμα Α. Κάντε το άλφα μεγαλύτερο.
 Εάν $\Delta X \cdot \Delta X_{\text{παρελθόν}} < 0$, είναι πιθανόν Σχήμα Β. Κάντε το άλφα μικρότερο.
 Για μία εφαρμογή πολυμεταβλητών, αυτό θα έπρεπε να γίνει για κάθε DV:

$$\mathbf{H}\Delta\mathbf{X} = -(\mathbf{I}\mathbf{A})\nabla f \quad (8.27)$$

Εάν μία τρισδιάστατη εφαρμογή

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8.28)$$

Ίσως 0.25 είναι μικρό βήμα όσο χρειάζεται, αλλά ίσως και όχι. Το Σχήμα 8.8 δείχνει ένα ακραίο Α-Α σχήμα.

Ίσως το 4 είναι τόσο μεγάλο όσο χρειάζεται να είναι ο παράγοντας επιτάχυνση, αλλά ίσως και όχι. Το Σχήμα 8.9 δείχνει ένα ακραίο Β σχήμα.

Αντί να κινούμαστε στην ακραία άλφα τιμή που βασίζεται σε μία επανάληψη, προτιμώ να προσεγγίσω τα όρια. Εδώ είναι ένας απλός κανόνας να μετακινήσετε το άλφα προς το 0.25 ή το 4.



Σχήμα 8.8 Ένα ακραίο Α σχήμα



Σχήμα 8.9 Ένα ακραίο Β σχήμα

```

If ΔX · ΔXπαρ > 0 Then 'Shape A, approaching slowly
  If α < 1 Then 'formerly thought to be in Shape B
    α = 1 'return to the nominal α -value
  Else 'still in Shape A
    α = 0.2 * 4 + 0.8 * α 'incrementally move toward α =4
  End if
Else 'Shape B, oscillating
  If α > 1 Then 'formerly thought to be in Shape A
    α = 1 'return to the nominal α -value
  Else 'still in Shape B
    α = 0.2 * 0.25 + 0.8 * α 'incrementally move toward α =0.25
  End if
End if

Use this rule for each DV. (What other rules make sense?)
    
```

8.3.3. Quasi-Newton

Ένα ζήτημα με το Hessian είναι ο υπολογισμός των δεύτερων παραγώγων. Για να το κάνεις με αναλυτικές παραστάσεις πρέπει να πάρεις τα ανάμεικτα παράγωγα των συναρτήσεων, το οποίο οδηγεί σε υψηλή πιθανότητα λάθους. Τότε ο υπολογιστής θα πρέπει να υπολογίσει την τιμή για κάθε Hessian στοιχείο, το οποίο μπορεί να είναι υπολογιστικό φόρτος όπως ο υπολογισμός της OF. Και για να το κάνεις αναλυτικά, πρέπει να υπάρχει μία αναλυτική παράσταση της OF, το οποίο δεν θα ήταν δυνατό εάν ο καθορισμός αυτής της OF τιμής απαιτεί μία διαδικασία εύρεσης ρίζας, προσομοίωση Monte Carlo ή πειραματικά δεδομένα.

Για να καθορίσετε τις τιμές των Hessian στοιχείων αριθμητικά απαιτούνται επιπρόσθετοι OF υπολογισμοί. Για μία N-διάστατη εφαρμογή, η Hessian είναι ένας NxN πίνακας. Υπάρχουν N ομογενή δεύτερα παράγωγα μαζί με τα κύρια διαγώνια και N²-N μη διαγώνια ανάμεικτα δεύτερα παράγωγα. Αλλά εάν η OF είναι συνεχής,

τότε η σειρά του παράγωγου είναι ασυνεχής, τα συμμετρικά στοιχεία είναι ίδια και υπάρχουν μόνον μισά $N(N-1)/2$ για να υπολογιστούν.

Εάν υπάρχει κεντρική διαφορά για ένα ανάμεικτο παράγωγο, ο αριθμητικός υπολογισμός είναι

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \cong \frac{f_{+,+} - f_{+,-} - f_{-,+} + f_{-,-}}{4\Delta x_i \Delta x_j} \quad (8.29)$$

Εδώ $f_{+,+}$ δείχνει ότι η OF τιμή υπολογίζεται στην βασική περίπτωση των $+\Delta x_i$ και $+\Delta x_j$ τιμών.

Η βασική περίπτωση f_0 , θα έχει υπολογιστεί ως επίλυση δοκιμής. Εάν οι κεντρικές διαφορές χρησιμοποιούνται για τα στοιχεία κλίσης (Jacobean), τότε το παράγωγο υπολογίζεται από

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \cong \frac{f_+ - f_-}{2\Delta x_i} \quad (8.30)$$

Και μετά τα ομογενή δεύτερα παράγωγα μπορούν να υπολογιστούν από

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \cong \frac{f_+ - f_-}{\Delta x_i^2} \quad (8.31)$$

Έτσι η βασική περίπτωση απαιτεί 1 OF υπολογισμό, και τα στοιχεία κλίσης απαιτούν $2N$ περισσότερους. Αυτές οι OF τιμές μπορούν να παρέχουν τα κύρια διαγώνια Hessian στοιχεία, αλλά τα μη διαγώνια στοιχεία απαιτούν 4 OF υπολογισμούς για καθένα από τα $N(N-1)/2$ στοιχεία.

Συνολικά, μία N -δισδιάστατη τύπου Newton επανάληψη απαιτεί $1+2N+4N(N-1)/2=1+2N^2$ OF υπολογισμούς.

Θα ήταν καλό να μειωθεί το υπολογιστικό φόρτος.

Η μέθοδος απομόνωσης στη μέθοδο Newton εύρεσης ρίζας μειώνει το υπολογιστικό φόρτο χρησιμοποιώντας τη διαφορά ανάμεσα στις παρελθοντικές και τωρινές επαναλήψεις για να υπολογίσει την κλίση του παράγωγου:

$$g = \frac{df}{dx} \cong \frac{f_k - f_{k-1}}{x_k - x_{k-1}} \quad (8.32)$$

Όπου k είναι η μέτρηση της επανάληψης.

Το πλεονέκτημα είναι ότι οι f τιμές είναι γνωστές από προηγούμενες αναζητήσεις. Δεν χρειάζεται νέες τιμές συνάρτησης για να υπολογιστεί το παράγωγο. Το μειονέκτημα είναι ο κατά προσέγγιση υπολογισμός του παράγωγου. Αλλά πόσο σημαντική είναι η ακρίβεια, όταν η βάση της μεθόδου είναι η υπόθεση ότι η επιφάνεια είναι ένα απλό τετραγωνικό;

Εφαρμόζοντας αυτή την διαδοχική μέθοδο απομόνωσης στα Hessian στοιχεία αλλάζει δηλαδή η i th DV, πρώτα με μία προς τα πίσω διαφορά υπολογισμού που βασίζεται σε αλλαγές από επανάληψη σε επανάληψη:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \cong \frac{\partial f / \partial x_j|_k - \partial f / \partial x_j|_{k-1}}{x_i|_k - x_i|_{k-1}} \quad (8.33)$$

Αναγνωρίζοντας ότι $\partial f / \partial x_j|_k = g_j|_k$, το στοιχείο κλίσης για j έχει ήδη υπολογιστεί για την k th επανάληψη. Επομένως, μην επαναυπολογίσετε τις τιμές των f παραγώγων. Χρησιμοποιήστε τα γνωστά στοιχεία κλίσης:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \cong \frac{\partial f / \partial x_j|_k - \partial f / \partial x_j|_{k-1}}{x_i|_k - x_i|_{k-1}} \cong \frac{g_{i|k} - g_{i|k-1}}{x_i|_k - x_i|_{k-1}} \quad (8.34)$$

Ή θα μπορούσε να βασιστεί στην j th DV, επίσης ως προς τα πίσω διαφορά και τα ήδη υπολογισμένα στοιχεία κλίσης για x_i :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \cong \frac{\partial f / \partial x_i|_k - \partial f / \partial x_i|_{k-1}}{x_j|_k - x_j|_{k-1}} \cong \frac{g_{i|k} - g_{i|k-1}}{x_j|_k - x_j|_{k-1}} \quad (8.35)$$

Εφόσον η προσδοκία είναι ότι τα H στοιχεία είναι συμμετρικά, χρησιμοποιήστε έναν μέσο όρο και των δύο υπολογισμών:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} \cong \frac{1}{2} \left[\frac{g_{j|_k} - g_{j|_{k-1}}}{x_{i|_k} - x_{i|_{k-1}}} + \frac{g_{i|_k} - g_{i|_{k-1}}}{x_{j|_k} - x_{j|_{k-1}}} \right] \quad (8.36)$$

Στο πρόγραμμά μου των Δισδιάστατων Παραδειγμάτων Βελτιστοποίησης, τα Jacobean στοιχεία είναι “α” και “β”. Οι προηγούμενες αλλαγές στο x_1 και x_2 είναι “dx1” και “dx2”. Έτσι, το ένα quasi-Newton Hessian στοιχείο είναι

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} \cong \frac{1}{2} \left[\frac{b_{new} - b_{old}}{dx_1} + \frac{a_{new} - a_{old}}{dx_2} \right] \quad (8.37)$$

Για τις τιμές στοιχείου Hessian, αυτό χρησιμοποιεί μόνον τα αριθμητικά στοιχεία από το τρέχον Jacobean και αυτά από τον προηγούμενο υπολογισμό επίλυσης δοκιμής. Αυτό περιορίζει την ανάγκη για $4N(N-1)/2$ υπολογισμούς συνάρτησης. Μόνον $1+2N$ υπολογισμοί συνάρτησης απαιτούνται για κάθε επανάληψη, μειώνοντας την επανάληψη προς επανάληψη NOFE σε μία αναλογία $(1+2N)/(1+2N^2)$, το οποίο πλησιάζει μία μείωση στην εργασία από έναν παράγοντα $1/N$ για μεγάλη διάσταση. Αυτό μπορεί να είναι σημαντικό όταν ο OF υπολογισμός είναι σύνθετος.

Κάποια εμπορικά πακέτα μόνον επικαιροποιούν τα Hessian στοιχεία κάθε δεύτερη ή Τρίτη επανάληψη. Αυτό γλιτώνει επιπρόσθετη υπολογιστική εργασία. Εάν η επίλυση δοκιμής είναι κοντά στο βέλτιστο, τότε τα Hessian στοιχεία δεν θα πρέπει να αλλάζουν και δεν θα χρειάζονται συχνές επικαιροποιήσεις. Εάν η επίλυση δοκιμής είναι μακριά από το βέλτιστο, το βάρος θα πρέπει να δίνεται στο αυξητικό πιο απότομο τμήμα κατάβασης του αλγόριθμου, και οι H τιμές δεν είναι και τόσο σημαντικές.

Η μέθοδος quasi-Newton στην Hessian προσέγγιση οδηγεί σε λιγότερο ακριβείς υπολογισμούς του δεύτερου παράγωγου και προσθέτει επαναλήψεις. Ωστόσο, η μείωση στην NOFE ανά επανάληψη περισσότερο αντισταθμίζει την ακρίβεια.

Επομένως, είναι λιγότερο ακριβής και λίγο πιο περίεργη αλλά έχει λιγότερο υπολογιστικό φόρτο.

8.4. Προοπτική σε CSLS, ISD, SQ και NR

Η μέθοδος ακολουθίας Cauchy είναι μία αναζήτηση γραμμής στην κατεύθυνση της πιο απότομης τοπικής κατάβασης. Στην μέθοδο CSLS δεν καθορίζεται ούτε πού να πας ούτε πόσο μακριά.

Η αυξητική πιο απότομη κατάβαση επαναυπολογίζει την κλίση της επιφάνειας μετά από κάθε αυξητικό βήμα προς τα κάτω. Δεν κολλάει στην αρχική κατεύθυνση.

Παρόλο που και οι δύο CSLS και ISD έχουν τη σύγκρουση των μονάδων, όταν οι DVs έχουν διαφορετικές μονάδες, οι NR και SQ είναι σταθερές σε διάσταση.

Και ο διαδοχικός τετραγωνικός προγραμματισμός (SQ) και η μέθοδος Newton-Raphson χρησιμοποιούν τοπικές πληροφορίες για να χαρακτηρίσουν την επιφάνεια και μετά χρησιμοποιούν αυτόν τον χαρακτηρισμό για να καθορίσουν το βέλτιστο.

Η CSLS «κινείται αδέξια» με διαδοχικές αναζητήσεις γραμμής όταν είναι κοντά σε ένα βέλτιστο. Αλλά το σημείο CSLS και ISD είναι στη σωστή κατεύθυνση όταν είναι μακριά. Πάντα κινούνται προς τα κάτω. Αντίθετα οι SQ και NR έλκονται στο μέγιστο ή στο σαγαστικό και αποκλίνουν από το ελάχιστο όταν αρχικοποιούνται πέρα από το σημείο καμψής.

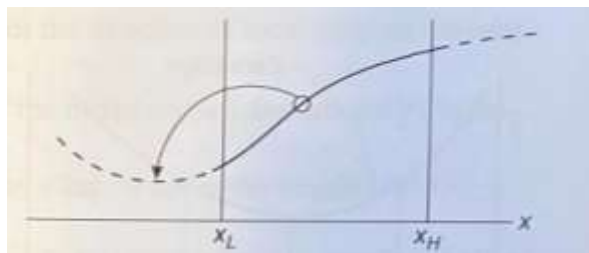
Η Μέθοδος NR μπορεί να κάνει υπερβολικά και φτωχά άλματα όταν $\det(\mathbf{H}) \sim 0$ όταν $dg/dx \sim 0$. Το οποίο μπορεί να συμβαίνει συχνά μακριά από ένα βέλτιστο. Αλλά έχει πολύ ραγδαία σύγκλιση κοντά σε ένα βέλτιστο.

Η NR μέθοδος κάνει άλματα πάνω από όρια όταν είναι εκτός περιοχής καμπής για το ελάχιστο. Επιπλέον, ανάλογα με τα χαρακτηριστικά της επιφάνειας, η NR μπορεί να ταλαντεύεται κατά πλάτος του βέλτιστου ή να το προσεγγίζει πολύ αργά.

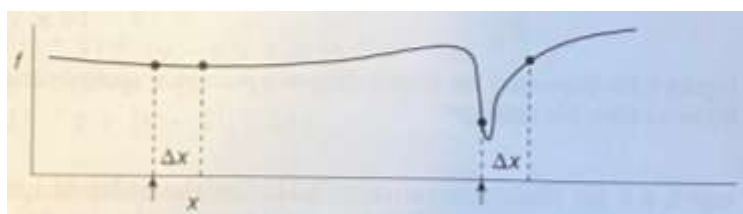
Όπως και το διαδοχικό τετραγωνικό, ο πίνακας Hessian πρέπει να είναι ορισμένο θετικό ώστε το Newton να παρέχει μία λογική νέα επίλυση δοκιμής.

Η NR μέθοδος απαιτεί πρώτα και δεύτερα παράγωγα και αντιστροφή του H πίνακα για υπολογισμό του Δx .

Στη NR ο απαιτούμενος αριθμός για υπολογισμούς συνάρτησης που χρειάζονται για να υπολογίσουν όλα τα στοιχεία Jacobean και Hessian πίνακα για την N-διάστατη αναζήτηση μπορεί να είναι υπερβολικοί. Και η NR υποθέτει ότι τα δεύτερα παράγωγα υπάρχουν.



Σχήμα 8.10 Οι NR ή SQ συναντούν ένα περιορισμό



Σχήμα 8.11 Απεικόνιση πολύ μεγάλων και πολύ μικρών αυξήσεων για αριθμητικό υπολογισμό παράγωγου

Στην αυξητική πιο απότομη κατάβαση, $\Delta x = \Delta x = -a \nabla f_0$ το δεξί βαθμωτό μέγεθος τιμής “α” δεν είναι γνωστό, αλλά τα $-\nabla f$ σημεία στην πιο απότομη κατάβαση. Στη NR, $\Delta x = -\mathbf{H}_{f_0}^{-1} \cdot \nabla f_0$, ο \mathbf{H}^{-1} κάνει δύο πράγματα: προσαρμόζει την κατεύθυνση της πιο απότομης κατάβασης με στόχο το ελάχιστο και καθορίζει το δεξιό μέγεθος βήματος, Δs , για να κάνει άλμα στο ελάχιστο.

Και η SQ και η NR θα θέλουν να κάνουν άλμα σε μία νέα θέση. Εάν βρίσκονται σε μία ανέφικτη θέση, όπως στο Σχήμα 8.10, τι θα συμβεί; Μία επανάληψη θα υπολογίσει το ίδιο σημείο.

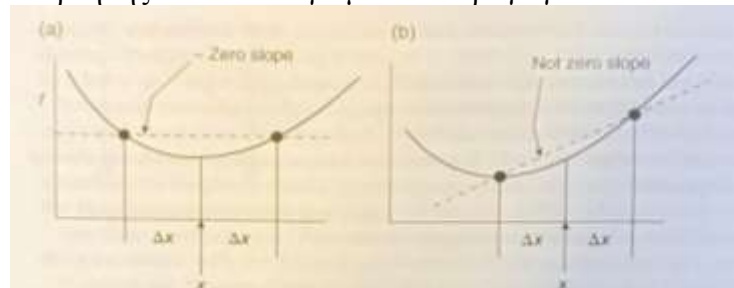
8.5. Επιλέγοντας Μέγεθος Βήματος για Αριθμητικό Υπολογισμό των Παράγωγων

Πώς να καθορίσεις την τιμή του Δx για να υπολογίσεις αριθμητικά παράγωγα; Το Σχήμα 8.11 δείχνει δύο περιπτώσεις—μία όπου η συνάρτηση είναι σχετικά επίπεδη στην περιοχή της επίλυσης δοκιμής και μία άλλη όπου η επίλυση δοκιμής είναι στην περιοχή ενός απότομου βέλτιστου.

Η τιμή της Δx είναι η ίδια και στις δύο περιπτώσεις του σχήματος. Στο αριστερό παράδειγμα, η Δx είναι πολύ μικρή επειδή το Δf είναι πολύ μικρό. Το σφάλμα περικοπής μπορεί να είναι πολύ σημαντικό. Για παράδειγμα, εάν $f_1 = 5.00000001$ και $f_2 = 5.00000002$ (διαφέρουν στο ένατο ψηφίο), αλλά οι τιμές περικόπτονται στο πέμπτο ψηφίο, τότε $f_1 = 5.0000$ και $f_2 = 5.0000$ κάνοντας τη διαφορά να εμφανίζεται μηδέν $\Delta f = 0$.

Αντίθετα, στο δεξί παράδειγμα, η Δx είναι πολύ μεγάλη, επειδή η αριθμητική προσέγγιση στην κλίση έχει το λάθος σήμα.

Παρόλο που αυτά απεικονίζονται με προς τα μπροστά πεπερασμένη διαφορά, οι κεντρικές ή προς τα πίσω διαφορές μπορούν να δώσουν επίσης λανθασμένη προσέγγιση. Ωστόσο, η κεντρική πεπερασμένη διαφορά είναι το καλύτερο κοντά σε ένα βέλτιστο, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 8.12, αν και διπλασιάζει τον αριθμό υπολογισμών συνάρτησης στον υπολογισμό του παράγωγου.



Σχήμα 8.12 Απεικόνιση της αριθμητικής προσέγγισης της κεντρικής διαφοράς στη τοπική κλίση: (a) κοντά στο βέλτιστο και (b) μακριά από το βέλτιστο

Η γνώση της αντίδρασης της συνάρτησης σε κάθε X_i απαιτείται για την επιλογή της ΔX_i που είναι κατάλληλη για τον υπολογισμό των στοιχείων ∇f και H_f .

Ωστόσο, εάν ξέρατε πως μοιάζει η επιφάνεια, θα ξέρατε που είναι το βέλτιστο και δεν θα χρειαζόσασταν έναν βελτιστοποιητή.

Παρακάτω ακολουθεί μία επίλυση για καθορισμό των αριθμητικών παραγώγων.

Ξεκινήστε με $\Delta X_i = O(0.01)$. Χρησιμοποιήστε μία προς τα εμπρός προσέγγιση διαφοράς. Στο τελικό στάδιο, κοντά στο βέλτιστο, επιλέξτε ΔX για πεπερασμένη διαφορά $\cong O(0.1)$ της ΔX επίλυσης δοκιμής και χρησιμοποιήστε προσέγγιση κεντρικής διαφοράς. Αυτό κρατάει τον υπολογισμό της ∇ και H σε κλίμακα με άλματα προς το βέλτιστο. Το τελικό στάδιο (κοντά στο βέλτιστο) μπορεί να αναγνωρισθεί όταν οι ΔDV τιμές είναι μικρές (κοντά στη σύγκλιση).

Θα πρέπει να υπάρχει επίσης παράκαμψη σε περίπτωση που το άλμα βελτιστοποιητή είναι πολύ μεγάλο ή πολύ μικρό:

```

dXi = (0.1) ΔXi
If dXi < ε then dXi = ε
If dXi > 0.01 Rangei then dXi = 0.01 Ri
    
```


9. Επιλύσεις Βελτιστοποιητή της Μεθόδου Διαβάθμισης LM, RLM, CG, BFGS, RG, και GRG

9.1. Εισαγωγή

Τα χαρακτηριστικά μίας συγκεκριμένης εφαρμογής (περιορισμοί, σημεία καμπής, απότομες κοιλάδες) παρέχουν δυσκολία για την SQ και την NR, που είναι βελτιστοποιητές βασισμένοι σε μοντέλο δεύτερου βαθμού. Σε αυτό το κεφάλαιο καλύπτονται αρκετές επιλύσεις που αντιπροσωπεύουν χιλιάδες παρόμοιων τροποποιήσεων των βασικών προσεγγίσεων αυξητικής απότομης κατάβασης και τύπου Newton.

9.2. Levenberg-Marquardt (LM)

Για τις πρώτες επαναλήψεις χρησιμοποιείται η αυξητική απότομη κατάβαση. Αυτό διασφαλίζει ότι η TS κινείται προς μία κατηφορική ακολουθία. Καθώς πλησιάζετε το βέλτιστο και είναι περισσότερο πιθανόν να βρεθείτε σε μία τοπικά τετραγωνικής καμπύλης περιοχή της συνάρτησης, αλλάζτε σε Newton-Raphson. Η αλλαγή θα είναι σταδιακή, όχι απότομη. Υπάρχουν πολλές εκδοχές της αυξητικής αναζήτησης διαβάθμισης και του Newton. Άρα υπάρχουν πολλές εκδόσεις για την LM. Παρακάτω βρίσκεται μία.

Για να αναπτύξετε την LM μέθοδο, δομήστε την ISD σχέση παρόμοια με την NR. Στην NR

$$[\mathbf{H}_k(f)] \cdot \Delta x_k = -\nabla f_k \quad (9.1)$$

Διαιρέστε και τα δύο μέρη της ISD σχέσης με την παράμετρο μεγέθους βήματος, και παραστήστε την ISD ως

$$\left[\frac{1}{\alpha}\right] \cdot \Delta x_k = [\lambda_k I] \cdot \Delta x_k = -\nabla f_k \quad (9.2)$$

Όπου $\lambda=1/\alpha$. Και για τις δύο παραστάσεις, ο δείκτης k δείχνει την επανάληψη. Προσθέτοντας τον δείκτη k στο λ_k φανερώνει ότι η τιμή της ISD παραμέτρου μεγέθους βήματος θα αλλάξει με την επανάληψη. Το βαθμωτό μέγεθος λ που χρονομετράει τον πίνακα ταυτότητας δεν αλλάζει τη συνάρτησή του, αλλά αντιπροσωπεύει τον Δk_x συντελεστή σε μία σημειογραφία πίνακα που πηγαίνει παράλληλα με την NR. Εκτός από τον όρο σε παρενθέσεις και εκτός από τις τιμές συντελεστή στο $\mathbf{H}_k(f)$ και $\lambda_k I$, οι NR και ISD εξισώσεις είναι ίδιες.

Προσθέστε τους συντελεστές σε παρενθέσεις και η μέθοδος παριστάνεται είτε ως

$$[\mathbf{H}_k(f) + \lambda_k \mathbf{I}] \cdot \Delta x_k = -\nabla f_k \quad (9.3)$$

είτε ως

$$\Delta x_k = -[\mathbf{H}_k(f) + \lambda_k \mathbf{I}]^{-1} \cdot \nabla f_k \quad (9.4)$$

Τα προαναφερόμενα είναι απλές γραμμικές αλγεβρικές παραστάσεις ενός συνδυασμού των ISD και Newton. Αλλά η Δk_x επίλυση χρειάζεται αριθμητικές διαδικασίες για να υπολογίσει τα Hessian στοιχεία, και έπειτα γραμμικές αλγεβρικές διαδικασίες για να επιλύσει για τις τιμές του στοιχείου δέλτα-x.

Η τιμή του της παραμέτρου λ καθορίζει μία απαλή σταδιακή αλλαγή ανάμεσα στην ISD και NR. Εάν η τιμή του λ είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτές των H στοιχείων, τότε ο κανόνας είναι βασικά ISD με παράμετρο μεγέθους βήματος $\alpha=1/\lambda$.

Διαφορετικά, εάν η λ έχει μία μικρή τιμή συγκριτικά με τα H στοιχεία, τότε ο κανόνας είναι βασικά NR. Η μέθοδος αρχίζει με μία μεγάλη τιμή του λ και αυξητικά τη μειώνει σε κάθε επανάληψη, αλλάζοντας την αναζήτηση από αρχικά ISD σε NR στο τελικό στάδιο.

Η Wikipedia αναφέρει αυτό ως αρχική ιδέα του Levenberg το 1944, το οποίο φαίνεται ότι είχε προβλεφθεί και το έφερε στην επιφάνεια ο Marquardt το 1963.

Σε μία δισδιάστατη εφαρμογή, αναπαριστώντας τα Hessian στοιχεία ως a, b, c , και d και τα Jacobean στοιχεία ως e και f , η μέθοδος είναι

$$\begin{vmatrix} a + \lambda & c \\ b & d + \lambda \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} e \\ f \end{vmatrix} \quad (10.5)$$

το οποίο αναλυτικά επιλύεται εύκολα σε δισδιάστατη μορφή ως

$$\Delta x_1 = \frac{(d+\lambda)e - cf}{(a+\lambda)(d+\lambda) - bc} \quad (9.6)$$

Και

$$\Delta x_2 = \frac{(d+\lambda)e - be}{(a+\lambda)(d+\lambda) - bc} \quad (9.7)$$

Σε αυτή τη μέθοδο, ξεκινάμε με μία πολύ μεγάλη τιμή του λ . Αλλά τι εννοούμε μεγάλη; Μία συμβατική τιμή είναι $\sim 10^4$. Τότε εάν οι τιμές των Hessian στοιχείων είναι μικρά συγκριτικά, $H \sim 10^4 I \sim 10^4 I$ και

$$\Delta x \sim -10^{-4} I^{-1} \nabla f = -10^{-4} \nabla f = -\frac{1}{\lambda} \nabla f \quad (9.8)$$

Αυτό είναι αυξητική απότομη κατάβαση, αλλά με ένα πολύ μικρό μέγεθος βήματος. Ίσως $\alpha = 0.0001$ είναι μικρό. Ωστόσο, αυτό που θεωρείται ως μικρό εξαρτάται από τις μονάδες που χρησιμοποιούνται στις OF και DV τιμές και στην απότομη κλίση της επιφάνειας.

Εδώ $\alpha = 1/\lambda$. Έτσι, το αρχικό ISD μέγεθος βημάτων είναι $\Delta s = (1/\lambda) \sqrt{\sum (df/dx_i)^2}$

Καθώς η πληροφορία εξελίσσεται, αυξήστε ή μειώστε το λ κατάλληλα. Εάν $f_{\text{νέα}} < f_{\text{παλιά}}$, εσείς μετακινηθείτε στη δεξιά κατεύθυνση, με αλλαγή προς την NR, και θέστε $\lambda_{k+1} = (1/2)\lambda_k$, και έπειτα συνεχίστε. Διαφορετικά, το μέγεθος βήματος είναι πολύ μεγάλο ή η επίδραση Newton πολύ μεγάλη. Έπειτα θέστε $\lambda_{k+1} = 2\lambda_k$ και επαναλάβετε από το προηγούμενο καλύτερο $x = x_{\text{παλιό}}$. Υπάρχουν πολλές παραλλαγές στους ευρετικούς κανόνες για να προσαρμόσετε το λ .

Όταν το λ είναι μικρό, το άλλο ακραίο μετά από μία ακολουθία επιτυχημένων επιλύσεων δοκιμής είναι

$$\mathbf{H} + \lambda \mathbf{I} \sim \mathbf{H} \quad (9.9)$$

και

$$\Delta \mathbf{x} \cong -\mathbf{H}_f^{-1} \nabla f \quad (10.10)$$

Που είναι η τεχνική Newton-Raphson.

Η Levenberg-Marquardt είναι μία από τις πιο αποδεκτές, είναι ευρέως χρησιμοποιημένη και θεωρείται ισορροπημένος βελτιστοποιητής.

9.2.1. Τροποποιημένη LM (RLM)

Η μέθοδος Levenberg-Marquardt δεν είναι τέλεια. Η επιλογή $\lambda_{k=1} = 10^4$ είναι βαθμωτό ανεξάρτητο. Μπορεί να είναι πολύ μικρό εάν τα H στοιχεία είναι $O(10^{16})$ όπως $4.2 \times 10^8 \text{ ft/h}^2$ που χρησιμοποιείται για 32.2 ft/s^2 . Ή μπορεί να είναι οι εντολές του

μεγέθους πολύ μεγάλες, εάν, για παράδειγμα, η επιλογή των μονάδων παράγει μία ίδια τιμή του 6.1×10^{-3} miles/s².

Εάν το λ είναι υπερβολικά μεγάλο, τα αρχικά βήματα στην αναζήτηση της αυξητικής απότομης κατάβασης θα είναι υπερβολικά μικρά, και η καθοδική πρόοδος προς το ελάχιστο θα είναι αργή. Η αναζήτηση μπορεί ακόμη να συναντήσει τα κριτήρια σύγκλισης στην πρώτη TS και να σταματήσει. Αντίθετα, εάν η λ είναι αρκετά μεγάλη, η προσέγγιση Newton θα έχει μία πολύ μεγάλη αρχική επίδραση, που θα μπορούσε να οδηγήσει προς μέγιστα, σαγαστικά σημεία ή σε σημεία εκτός.

Η επιλογή μίας σωστής αρχικής τιμής για το λ στην LM εξαρτάται από το μέγεθος των δευτέρων παραγώγων, τα οποία δεν φαίνονται εύκολα.

Εδώ είναι μία πιθανή λύση σε αυτά τα ζητήματα, μία τροποποίηση της προσέγγισης Levenberg-Marquardt. Ξανά αναγνωρίστε τις μαθηματικές παράλληλες στις δομές της αυξητικής απότομης κατάβασης και της Newton-Raphson:

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{x} = -a \nabla f \\ \Delta \mathbf{x} = -\mathbf{H}^{-1} \cdot \nabla f \end{cases} \quad (9.11)$$

Όπως πριν, μορφοποιήστε και τα δύο με έναν παράλληλο τρόπο:

$$\begin{cases} \frac{1}{a} \mathbf{I} \Delta \mathbf{x} = -\nabla f \\ \mathbf{H} \Delta \mathbf{x} = -\nabla f \end{cases} \quad (9.12)$$

Εδώ $a = \Delta s / \sqrt{\sum (\partial f / \partial x_i)^2}$ όπου Δs είναι η απότομη απόσταση κατά μήκος της γραμμής απότομης κατάβασης.

Υπολογίστε την αυξητική διαβάθμιση (ig) με λ και την Newton-Raphson (nr) με την συμπληρωματική τιμή $(1-\lambda)$ όπου $0 \leq \lambda \leq 1$. Πολλαπλασιάστε και τα δύο μέρη της εξίσωσης αυξητικής διαβάθμισης με το λ και τη εξίσωση Newton-Raphson με $(1-\lambda)$:

$$\lambda \frac{1}{a} \mathbf{I} \Delta \mathbf{x} = -\lambda \nabla f \quad (10.13a)$$

$$(1 - \lambda) \mathbf{H} \Delta \mathbf{x} = -(1 - \lambda) \nabla f \quad (9.13b)$$

Αθροίστε τις δύο εξισώσεις, και το RHS γίνεται η αρνητική κλίση

$$\left((1 - \lambda_k) H_k + \lambda_k \frac{1}{a_k} \mathbf{I} \right) \Delta \mathbf{x}_{k+1} = -\nabla f_k \quad (9.14)$$

Αν και αυτό παραστάθηκε με τον ISD συντελεστή a_k , χρησιμοποιώ το ΔS_k επειδή μπορώ να σχετίσω στο σύνθετο DV μέγεθος βήματος και να επιλέξω μία αρχική τιμή για ΔS_0 που είναι ταιριαστή με το όριο σύγκλισης. Καθορίστε την τιμή για $a_k = \sqrt{\sum (\partial f / \partial x_i)^2}$:

$$\left((1 - \lambda_k) H_k + \lambda_k \frac{\sqrt{\sum (\partial f / \partial x_i)^2}}{\Delta S_k} \mathbf{I} \right) \Delta \mathbf{x}_{k+1} = -\nabla f_k \quad (9.15)$$

Τώρα υπάρχουν δύο συντελεστές αλγορίθμου (α, λ) ή αντίστοιχα ($\Delta S, \lambda$). Ο δείκτης επανάληψης αναγνωρίζει ότι οι τιμές τους θα αλλάξουν με την επανάληψη, και χρειαζόμαστε έναν κανόνα για να οδηγήσουμε την εξέλιξη των τιμών. Εξερεύνησα ποικίλες εκδοχές του κανόνα και ο παρακάτω είναι ο καλύτερος.

Χρησιμοποιήστε την Εξίσωση 10.15, $ignr$, για να καθορίσετε την TS και καθορίστε την τελική OF τιμή. Εάν είναι καλύτερη ή ίση με την περίπτωση βάσης, τότε αποδεχτείτε το $ignr$ αποτέλεσμα ως τη νέα βάση, και κάντε το λ μικρότερο για να αλλάξει προς το nr . Αυτό είναι μία LM λογική. Ωστόσο, εάν το $ignr$ είναι χειρότερο, τότε αυξήστε το λ για να αλλάξει τον αλγόριθμο περισσότερο προς το ig . Επίσης, ελέγξτε την ig επίλυση δοκιμής. Εάν η ig TS είναι καλύτερη από την βάση, επεκτείνετε ΔS . Εάν είναι χειρότερη ή υπάρχει παραβίαση περιορισμού, συρρικνώστε την ΔS . Αυτό είναι ISD λογική. Επίσης, παρατηρήστε ότι η ig ελέγχεται μόνον εάν η $ignr$ δεν ήταν καλή. Οι τιμές επέκτασης και συρρίκνωσης για τη ΔS είναι αυτές που χρησιμοποιούνται στην ISD. Η αλλαγή στο λ είναι μία ευρετική έκδοση μίας ασυμπτωτικής προσέγγισης είτε στην ακραία τιμή $\lambda=0$ είτε $\lambda=1$.

9.2.2. RLM Ψευδοκώδικας

1. Επιλέξτε μία επίλυση δοκιμής που να είναι εφικτή. Επιλέξτε ΔS , ένα αρχικό ig μέγεθος βήματος, ένα κατάλληλο για την DV εύρος. Θέστε $\lambda=1$ για να ξεκινήσετε με αυξητική διαβάθμιση. Υπολογίστε την OF σε αυτή την αρχική επίλυση δοκιμής.
2. Υπολογίστε τα στοιχεία διαβάθμισης και Hessian.
3. Χρησιμοποιήστε την $ignr$ σχέση για να καθορίσετε την επόμενη επίλυση δοκιμής και υπολογίστε την OF.
4. Εάν το αποτέλεσμα είναι καλύτερο (καλύτερη OF και χωρίς περιορισμούς) τότε μειώστε το λ για να κινηθεί προς την nr . $\lambda_{k+1} = 0.85\lambda_k$. Αποδεχτείτε την νέα επίλυση δοκιμής και την OF ως περίπτωση βάσης. Πήγαινε στο Βήμα 6.
5. Ωστόσο, εάν το αποτέλεσμα είναι χειρότερο (χειρότερη OF τιμή ή παραβίαση περιορισμού) τότε κάντε δύο πράγματα:
 - a. Αυξήστε το λ για να κινηθεί προς την ig . $\lambda_{k+1} = 0.5 + 0.5\lambda_k$
 - b. Εξερευνήστε την ISD επίλυση. Καθορίστε μία επίλυση δοκιμής από την ISD και υπολογίστε την OF.
 - i. Εάν είναι καλύτερη τότε αποδεχτείτε την νέα επίλυση δοκιμής ως βάση και αυξήστε το ISD μέγεθος βήματος $\Delta S_{k+1} = 1.1\Delta S_k$.
 - ii. Εάν είναι χειρότερη τότε μειώστε το ISD μέγεθος βήματος $\Delta S_{k+1} = 0.5\Delta S_k$.
6. Ελέγξτε για κριτήρια τερματισμού (υπερβολικές επαναλήψεις ή σύγκλιση). Σταματήστε ή συνεχίστε.
7. Πηγαίνετε στο Βήμα 2.

Οι ευρετικοί κανόνες για προσαρμογή των τιμών $\Delta S, \lambda$ φαίνονται να είναι ισχυροί σε μία ποικιλία τύπων κανόνα και τιμών συντελεστή.

Αυτή η μέθοδος κάνει λίγο περισσότερη δουλειά ανά επανάληψη από την παραδοσιακή Levenberg=Marquardt επειδή υπολογίζει το α από το ΔS και τις τιμές δείκτη και μπορεί πιθανόν να υπολογίσει την ISD επίλυση ανεξάρτητα. Εφόσον, η NR μέθοδος χρειάζεται τα στοιχεία διαβάθμισης και Hessian, δεν υπάρχει επιπλέον δουλειά στη λήψη των πληροφοριών διαβάθμισης για τον υπολογισμό της α . Η ISD δοκιμή που θα χρειαστεί να γίνει στο Βήμα 5 θα προσθέσει έναν νέο υπολογισμό της συνάρτησης. Ωστόσο, σε σύγκριση με την γραμμική αλγεβρική επίλυση της LM επίλυσης δοκιμής και των πολλαπλών OF υπολογισμών που απαιτούνται για τον

καθορισμό των διαβαθμισμένων και Hessian στοιχείων στην παραδοσιακή LM, αυτή η επιπλέον εργασία είναι μικρή.

Στις έρευνές μου η ταχύτητα εύρεσης του βέλτιστου (χρόνος υπολογισμού, αριθμός σταδίων στην πρόοδο για το βέλτιστο ή αριθμός υπολογισμών συνάρτησης) είναι γρηγορότερη από την παραδοσιακή LM, και επίσης η επιπλέον υπολογιστική δουλειά ανά επανάληψη εξισορροπείται καλά από τις λιγότερες επαναλήψεις.

Σίγουρα οι τεχνικές quasi-Newton θα μπορούσαν επίσης να χρησιμοποιηθούν να διευκολύνουν τον υπολογιστικό φόρτο υπολογισμού των τιμών Hessian στοιχείων.

9.3. Μεταβλητές σε κλίμακα

Σε έναν βελτιστοποιητή με τη λογική $\Delta x = -a\nabla f$, ένα ζήτημα είναι ότι οι μονάδες μπορεί να μην αντιστοιχούν όταν τα x-στοιχεία έχουν διαφορετικές μονάδες.

Οι μονάδες μπορούν να γίνουν αδιάστατες βάζοντας τις DVs σε κλίμακα με ένα πλασματικό προσδοκώμενο εύρος. Εδώ είναι μία από τις πολλές δομές για μεταβλητές σε κλίμακα:

$$x' = \frac{(x-x_{min})}{(x_{max}-x_{min})} = \frac{(x-x_{min})}{R} \quad (9.16)$$

Εδώ η μεταβλητή x μπαίνει σε κλίμακα από το εύρος της $R=x_{max}-x_{min}$. Το x_{min} δεν σημαίνει DV* ή την x-τιμή για την οποία το κριτήριο είναι το ελάχιστο. Οι δείκτες αναφέρονται στο εφικτό, λογικό ή διερευνούμενο εύρος για την DV. Η μεταβλητή σε κλίμακα x' είναι χωρίς διάσταση. Η σχέση κλίμακας καθορίζει μία σχέση ανάμεσα στα διαφορικά.

$$\frac{dx'}{dx} = \frac{1}{R} \quad (9.17)$$

ή εναλλακτικά

$$\frac{dx}{dx'} = R \quad (9.18)$$

Ο ISD αλγόριθμος στις μεταβλητές κλίμακας γράφεται ως

$$\Delta X' = -d\nabla' f \quad (9.19)$$

Παρατηρήστε ότι η αντικειμενική συνάρτηση f δεν είναι σε κλίμακα. Ωστόσο, οι DVs είναι, το οποίο σημαίνει ότι ο τελεστής κλίσης είναι και επομένως αναγκαία είναι και το άλφα. Οι λεπτομέρειες των στοιχείων στην Εξίσωση 10.19

$$\begin{bmatrix} \Delta X'_1 \\ \Delta X'_2 \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = -a' \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial X'_1} \\ \frac{\partial f}{\partial X'_2} \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = -a' \begin{bmatrix} (\partial f / \partial X_1)(dX_1/dX'_1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad (9.20)$$

Μετατροπή σε μεταβλητές κλίμακας,

$$\begin{bmatrix} \Delta X_1/R_1 \\ \Delta X_2/R_2 \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = -a' \begin{bmatrix} (\partial f / \partial X_1) * R_1 \\ (\partial f / \partial X_2) * R_2 \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad (9.21)$$

και πολλαπλασιασμός κάθε ξεχωριστής εξίσωσης με R_i ,

$$\begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = -a' \begin{bmatrix} (\partial f / \partial X_1) * R_1^2 \\ (\partial f / \partial X_2) * R_2^2 \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (9.22)$$

ή

$$\Delta \mathbf{x} = -a'(\mathbf{IR2}) \cdot \nabla f \quad (9.23)$$

Όπου I είναι ο ίδιος πίνακας και R2 είναι το διάνυσμα των τετραγωνικών εύρων κλίμακας.

$$R2 = \begin{bmatrix} R_1^2 \\ R_2^2 \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

ή, στην μορφή για ανάμεικτη αυξητική κλίση με Newton-Raphson,

$$\left(\frac{1}{a'}\right) (\mathbf{I} \cdot \mathbf{RR2}) \nabla \mathbf{X} = -\nabla f \quad (9.24)$$

Όπου

$$\mathbf{RR2} = \begin{bmatrix} 1/R_1^2 \\ 1/R_2^2 \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}$$

λ-αναμειγνύοντας ig+nr σε κλίμακα

$$\left(\frac{\lambda}{a'}\right) (\mathbf{I} \cdot \mathbf{RR2}) \cdot \Delta \mathbf{X} = -\lambda \nabla f \quad (9.25a)$$

$$(1 - \lambda) \mathbf{H} \cdot \Delta \mathbf{X} = -(1 - \lambda) \nabla f \quad (10.25b)$$

τα οποία όταν προστίθενται γίνεται

$$\left[\left(\frac{\lambda}{a'}\right) (\mathbf{IRR2}) + (1 - \lambda) \mathbf{H}\right] \cdot \Delta \mathbf{X} = -\nabla f \quad (10.26)$$

Οι παράγοντες κλίμακας επιτρέπουν συμβατές μονάδες σε μέγεθος βήματος και παρόμοιες ευαίσθησιες κλίσης στην ig κατεύθυνση και διατηρούν τη σχέση για μεταβλητές κλίμακας με σωστές διαστάσεις.

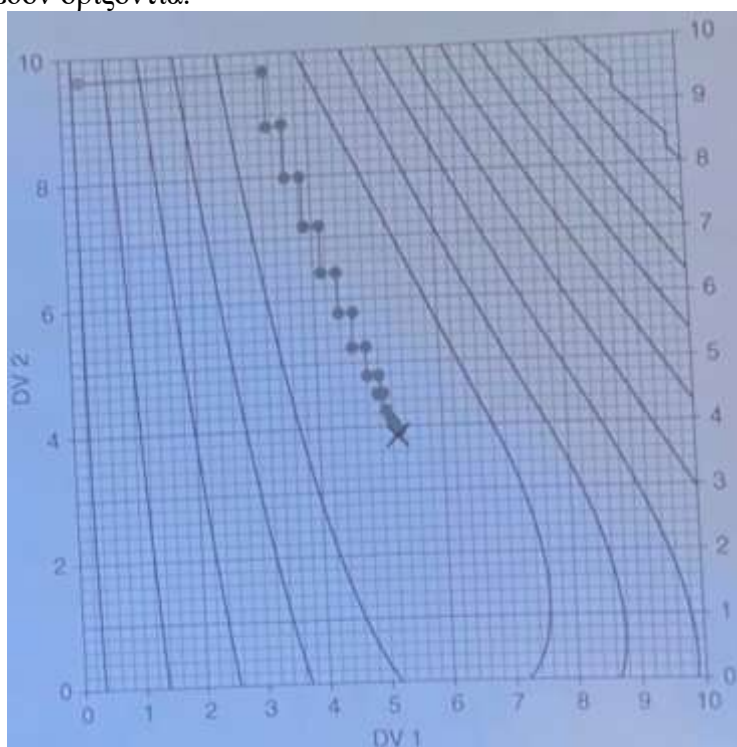
$$\Delta S' = \sqrt{(\Delta X_1'^2 + \Delta X_2'^2 + \dots)} = a' \sqrt{\left(\sum \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} R_i\right)^2\right)} \quad (9.27)$$

Αναδιατάσσοντας

$$\frac{1}{a'} = \frac{\sqrt{\left(\sum \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} R_i\right)^2\right)}}{\Delta S'} \quad (9.28)$$

9.4. Μέθοδος συζυγών κλίσεων (CG)

Η μέθοδος συζυγών κλίσεων (CG) είναι μία τροποποίηση του αλγόριθμου Cauchy διαδοχικής γραμμής αναζήτησης. Όπως η CSLS σε κάθε επανάληψη, η CG αναζητάει κατά μήκος μίας γραμμής να βρει το ελάχιστο κατά μήκος αυτής της κατεύθυνσης αναζήτησης. Στο ελάχιστο κατά μήκος της γραμμής, καθορίζεται μία νέα κατεύθυνση αναζήτησης. Παρόλο που μία αναζήτηση κατά μήκος της γραμμής απότομης κατάβασης είναι συχνά μία πολύ καλή επιλογή, σε ορισμένες επιφάνειες, η κατεύθυνση απότομης κατάβασης οδηγεί σε ζιγκζαγκ κατά πλάτος μίας κοιλάδας ή κορυφής. Το Σχήμα 9.1 δείχνει ένα δισδιάστατο παράδειγμα. Η αρχική επίλυση δοκιμής είναι πάνω αριστερά και ακολουθεί μία ζιγκζαγκ διαδρομή προς το βέλτιστο. Σε κάθε επανάληψη η τοπική κατεύθυνση απότομης κατάβασης αλλάζει από σχεδόν κάθετη σε σχεδόν οριζόντια.



Σχήμα 9.1 Συμπεριφορά ζιγκζαγκ της CSLS

Ωστόσο, ένας έξυπνος παρατηρητής μπορεί να δει ότι οι εναλλασσόμενες κατευθύνσεις δεν είναι οι καλύτερες και αναγνωρίζει ότι υπάρχει μία συνολική κίνηση στην νότια κατεύθυνση. Ένας έξυπνος αλγόριθμος μπορεί να μετακινήσει την επίλυση δοκιμής σε αυτή τη γενική κατεύθυνση, σε αντίθεση με το ζιγκζαγκ από τον τοίχο της κοιλάδας προς τον απέναντι τοίχο.

Η κατεύθυνση συζυγών κλίσεων αμβλύνει την τοπική κατεύθυνση απότομης κατάβασης με τις προηγούμενες κατευθύνσεις.

Το u αντιπροσωπεύει την κατεύθυνση αναζήτησης, στην απότομη κατάβαση $u = -\nabla f$, και η νέα επίλυση δοκιμής καθορίζεται από $\alpha, x = x_0 - \alpha \nabla f$ το οποίο είναι αντίστοιχο με $x_{i,k} = x_{i-1}^* + \alpha_k u_i$. Ο δείκτης i αναπαριστά την επανάληψη γραμμής προς γραμμή και x_{i-1}^* είναι το βέλτιστο στην προηγούμενη αναζήτηση γραμμής, το βασικό σημείο. Ο δείκτης k αναπαριστά την επανάληψη μέσα στη γραμμή στο α . Για κάθε γραμμή υπάρχουν επαναλαμβανόμενες επιλύσεις δοκιμής για το α ώστε να βρεθεί το ελάχιστο κατά μήκος της γραμμής.

Σε μία αναζήτηση συζυγών κλίσεων, η κατεύθυνση αναζήτησης, $u = -\nabla f$, αμβλύνεται από τις προηγούμενες κατευθύνσεις αναζήτησης:

$$\mathbf{u}_i = -\nabla f(\mathbf{x}_{i-1}^*) + \beta_i \mathbf{u}_{i-1} \quad (9.29)$$

Τότε

$$\mathbf{x}_{i,k} = \mathbf{x}_{i-1}^* + \alpha_k \mathbf{u}_i \quad (9.30)$$

Εάν το β είναι πολύ μικρό, τότε η κατεύθυνση για την αναζήτηση γραμμής είναι η συμβατική απότομη κατάβαση. Εάν, ωστόσο, το β κάνει το μέγεθος της προηγούμενης κατεύθυνσης, u_{i-1} , αντίστοιχο με την τοπική απότομη κατάβαση, τότε η κατεύθυνση αναζήτησης είναι ο μέσος όρος των δύο. Όπου η συνάρτηση θα οδηγήσει σε μία ζιγκζαγκ αναζήτηση κατά πλάτος μίας κοιλάδας, η ανάμειξη προηγούμενης και νέας κατεύθυνσης θα οδηγήσει σε μία αναζήτηση κατά μήκος της μέσης κατεύθυνσης, κατά μήκος του κάτω μέρους της κοιλάδας. Μία μορφοποίηση για το β είναι να το εξισώσετε στο μέγεθος της τρέχουσας κλίσης σε κλίμακα από το μέγεθος της προηγούμενης κλίσης:

$$\beta_i = \left\| \frac{\nabla f(\mathbf{x}_{i-1}^*)}{\nabla f(\mathbf{x}_{i-2}^*)} \right\| \quad (9.31)$$

Διαβάστε τα παρακάτω:

- Όπως οι CSLS και ISD προσεγγίσεις, ο αλγόριθμος είναι ασύμφωνος σε διάσταση εάν οι DV τιμές έχουν διαφορετικές μονάδες.
- Στις CSLS οι κατευθύνσεις διαδοχικής αναζήτησης είναι αμοιβαία κάθετες. Ωστόσο, εδώ οι κατευθύνσεις πρόσθεσης διανυσμάτων των τοπικών και παρελθοντικών κατευθύνσεων και δεν είναι αναγκαία κάθετες.
- Αυτή η μέθοδος υποθέτει μία συνεχή διαφορίσιμη συνάρτηση. Η αποτελεσματικότητά της μειώνεται με μία συνάρτηση η οποία έχει ασυνέχειες είτε κλίσης είτε επιπέδου.
- Αυτή η μέθοδος δεν αναπτύσσεται για να διαχειριστεί περιορισμούς.
- Η κατεύθυνση u_i δεν είναι ένα μοναδιαίο διάνυσμα. Αλλά θα μπορούσε να γίνει, $u'_i = u_i / \|u_i\|$, το οποίο μπορεί να είναι βολικό στην αρχικοποίηση του α σε κάθε επανάληψη γραμμής.

9.5. Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

Εδώ, το B_k είναι η προσέγγιση στον πίνακα Hessian στην kth επανάληψη. Στο BFGS

$$\mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{B}_k - \frac{\mathbf{B}_k s_k s_k^T \mathbf{B}_k}{s_k^T \mathbf{B}_k s_k} + \frac{y_k y_k^T}{y_k^T s_k} \quad (9.32)$$

Όπου s_k είναι η αλλαγή επανάληψης προς επανάληψη στην επίλυση δοκιμής και y_k είναι η αλλαγή στην κλίση:

$$s_k = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k \quad (9.33)$$

$$y_k = \nabla f_{k+1} - \nabla f_k \quad (9.34)$$

Αυτό αναφέρεται ότι είναι σταθερό και αποτελεσματικό με έναν εγγυημένο θετικό χαρακτήρα του Hessian υπολογισμού. Μπορεί να αντικαταστήσει τον υπολογισμό πίνακα Hessian σε κάθε αλγόριθμο τύπου Newton. Και είναι σύμφωνος σε διάσταση. Ωστόσο, διαβάστε τα παρακάτω:

- Η μέθοδος υποθέτει μία συνεχή συνάρτηση με συνεχή πρώτα παράγωγα.

- Εν αναπτύχθηκε για να διαχειριστεί περιορισμούς, αλλά ουσιαστικά να μειώσει την δουλειά υπολογισμού των στοιχείων.
- Για τις εφαρμογές που δεν είναι τετραγωνικές, η λογική Newton μπορεί να κατευθύνει λανθασμένα την αναζήτηση, έτσι αυτή θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί σε συνδυασμό με μία αναζήτηση απότομης κατάβασης (όπως η LM).

9.6. Μέθοδος Γενικευμένης Μειωμένης Κλίσης GRG

Η GRG αναπτύχθηκε για να διαχειριστεί περιορισμούς ισότητας και ανισότητας. Ο αντικειμενικός σκοπός είναι

$$\begin{aligned} \min j &= f(x) \\ \text{S.T.: } h(x) &= 0 \\ g(x) &\leq 0 \end{aligned}$$

Φυσικά το \leq είναι ίσο με \geq με ένα σημάδι αλλαγής της ανισότητας της g -συνάρτησης. Σκεφτείτε ότι υπάρχει l (το γράμμα l) αριθμός περιορισμών ισότητας, m αριθμός περιορισμών ανισότητας και n αριθμός DVs.

Έχω δει δύο βασικές προσεγγίσεις, μία μειωμένης κλίσης και μία άλλη γενικευμένης μειωμένης κλίσης (GRG).

Πρώτα σκεφτείτε την RG. Ξεκινήστε με μία αναζήτηση χωρίς περιορισμούς από μία εφικτή TS. Όταν μία νέα TS παραβιάσει έναν περιορισμό ανισότητας, τότε μετατρέψτε την ανισότητα σε περιορισμό ισότητας και χρησιμοποιήστε την ισότητα για να μειώσει την DV διάσταση με ένα, από n σε $n-1$. Συνεχίστε την $n-1$ DV αναζήτηση μέχρι η αναζήτηση κατεύθυνσης είτε i. να στείλει την TS σε κατεύθυνση που είναι ελεύθερη από περιορισμούς ή ii. να προσθέσει έναν άλλο περιορισμό. Εάν ο περιορισμός δεν είναι πλέον ενεργός, τότε αλλάξτε σε n διάσταση. Εάν ένας νέος περιορισμός γίνει ενεργός, τότε μετατρέψτε την ανισότητα σε περιορισμό ισότητας και μειώστε την DV ξανά.

Αυτή η προσέγγιση απαιτεί κάποια αρκετά αναλυτική λογική διαχείρισης. Ένα ερώτημα είναι «Ποια DV παραμένει στον βελτιστοποιητή $n-1$ μεταβλητών και ποια DV υπολογίζει την τιμή της από των άλλων;» Εάν μία μεταβλητή είναι γραμμική στον περιορισμό, τότε η διευκόλυνση και η αποφυγή λαθών εκτέλεσης και η πιθανή αστάθεια επίλυσης μίας μη γραμμικής σχέσης θα επιλέξουν αυτή. Αλλά τι γίνεται εάν καμία δεν φαίνεται γραμμική; Ποια μέθοδο μη γραμμικής εύρεσης ρίζας και τιμή κριτηρίου σύγκλισης είναι κατάλληλα; Δύο ενεργοί περιορισμοί θα οδηγήσουν σε μία εναλλακτική επιλογή σχετικά με το ποιες είναι οι καλύτερες μεταβλητές για να χρησιμοποιηθούν ως εξαρτημένες; Επίσης, εάν οι περιορισμοί ισότητας είναι επίσης μη γραμμικοί, πώς όλες οι μη γραμμικές σχέσεις υπολογίζονται;

Το πρόβλημα της μη γραμμικότητας μπορεί να μειωθεί εάν κάνετε τον περιορισμό τοπικά γραμμικό. Για τον i th περιορισμό ισότητας,

$$\nabla h_i(x_i) \cdot \Delta x_k = 0 \quad (9.36)$$

Όταν ένας περιορισμός ανισότητας είναι ενεργός, τοποθετήστε τον στην τιμή περιορισμού του. Τότε ο ενεργός i th περιορισμός ανισότητας που γίνεται γραμμικός γίνεται

$$\nabla g_i(x_k) \cdot \Delta x_k = 0 \quad (9.37)$$

Τότε κάθε Δx τιμή μπορεί να υπολογιστεί από τις άλλες. Ίσως να επιλέξετε το j th Δx στοιχείο με την μεγαλύτερη τιμή κλίσης για να ελαχιστοποιήσει την επίπτωση αριθμητικού λάθους αποκοπής:

$$\Delta x_j = \frac{\sum_{l=1, \text{not } j}^n (\partial g_l / \partial x_l) \Delta x_l}{\partial g_j / \partial x_j} \quad (9.38)$$

Αυτό θα ήταν έγκυρο εάν οι αυξητικές αλλαγές είναι αρκετά μικρές για να κάνουν την τοπική γραμμικοποίηση έγκυρη.

Η εναλλακτική προσέγγιση, πιο γενικά εφαρμόσιμη, είναι να γραμμικοποιήσει όλους τους περιορισμούς, τοπικά για την επίλυση δοκιμής:

$$\begin{aligned} & \text{Min } J=f(x) \\ & \{x\} \\ & \text{S.T.: } \nabla h_1(x) \cdot \Delta x = 0 \\ & \quad \Delta h_2(x) \cdot \Delta x = 0 \\ & \quad \dots \\ & \quad \nabla g_1(x) \cdot \Delta x \leq 0 \\ & \quad \nabla g_2(x) \cdot \Delta x \leq 0 \end{aligned} \quad (9.39)$$

Μετά προσθέστε μία μέτρια μεταβλητή για κάθε περιορισμό ανισότητας, κάνοντας την ανισότητα ισότητα. Εδώ ο δείκτης i δείχνει το περιεχόμενο περιορισμού:

$$\begin{aligned} & \text{Min } J=f(x) \\ & \{x\} \\ & \text{S.T.: } \nabla h_i(x) \cdot \Delta x = 0 \\ & \quad \nabla g_i(x_k) \cdot \Delta x_k + s_j^2 = 0 \end{aligned} \quad (9.40)$$

Αυτό θα προσθέσει m αριθμό μέτριων μεταβλητών, μία για κάθε περιορισμό ανισότητας, αλλά ο αριθμός m των περιορισμών ισότητας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να κάνει m αριθμό των x και s στοιχείων εξαρτημένα από τον αρχικό n - αριθμό των DVs. Οι περιορισμοί είναι τοπικά γραμμικοί σε x τιμές. Κάνοντας την μέτρια μεταβλητή τετράγωνη στον περιορισμό, δεν υπάρχουν όρια στην s_i τιμή. Έτσι, είναι βολικό να χρησιμοποιήσετε τον m αριθμό των s τιμών και $n-m-1$ αριθμό των x τιμών σαν τον βελτιστοποιητή των DVs και να υπολογίσετε τον απομένοντα $n-1$ αριθμό των x - τιμών από τα δύο σύνολα εξισώσεων γραμμικού περιορισμού ισότητας. Εδώ, ο δείκτης k αντιπροσωπεύει την επανάληψη και x' είναι το σύνολο των $n-m-1$ DVs.

$$\begin{aligned} & \text{Min } j=f(x) \\ & \{x', s\} \\ & \text{S.T.: } \nabla h_i(x) \cdot \Delta x = 0 \\ & \quad \nabla g_i(x_k) \cdot \Delta x_k + s_j^2 = 0 \end{aligned} \quad (9.41)$$

Αν και κάθε τύπος βελτιστοποιητή μπορεί να χρησιμοποιηθεί, η τεχνική του Lasden GRG χρησιμοποιεί μία απότομη κατάβασης διαδοχική γραμμή αναζήτησης.

Οι περιορισμοί είναι τοπικά γραμμικοί, που σημαίνει ότι τα Jacobean στοιχεία ∇h_i αναβαθμίζονται σε κάθε επανάληψη. Παρόλο που αυτό τα κρατάει τοπικά έγκυρα i. δεν προσθέτει υπολογιστικό φόρτο και ii. βασίζεται στις συναρτήσεις περιορισμού ότι είναι συνεχείς με συνεχή παράγωγα και iii. οι περιορισμοί μπορούν να παρασταθούν ως μόνες συναρτήσεις των DV. Εφόσον μία γραμμική αλγεβρική τεχνική απαιτείται

για να επιλύσει τους περιορισμούς ισότητας για τον m αριθμό των εξαρτημένων DV, αυτό προσθέτει υπολογιστική δουλειά.

10. Τεχνικές Άμεσης Αναζήτησης

10.1. Εισαγωγή

Οι άμεσες αναζητήσεις δεν χρησιμοποιούν πληροφορίες κλίσης ή δεύτερων παραγώγων. Δεν χρησιμοποιούν μοντέλα της επιφάνειας. Οι άμεσες αναζητήσεις χρησιμοποιούν μόνον υπολογισμό συνάρτησης και η σειρά επίλυσης δοκιμής κατευθύνεται από κανόνες είτε ανθρώπινης λογικής είτε στοχαστικούς. Τυπικά ανεβαίνουν στα βέλτιστα, σε αντίθεση με την κατανόηση της επιφάνειας και κάνουν άλμα προς ή κοντά στην τέλεια απάντηση. Κάποιος μπορεί αν σκεφτεί ότι τότε οι άμεσες αναζητήσεις είναι κατώτερες. Λοιπόν, είναι κατώτερες από τις μεθόδους δεύτερου βαθμού αλλά μόνον για την περιορισμένη κατηγορία εφαρμογών που συναντούν τις τέλειες συνθήκες των νομοτελειακών συναρτήσεων με συνεχείς μεταβλητές και παράγωγα, χωρίς περιορισμούς, επίπεδα σημεία κ.τ.λ. Ωστόσο, οι περισσότερες εφαρμογές δεν προέρχονται από αυτή την ιδανική ασημαντη κατηγορία. Για παράδειγμα, η διακριτοποίηση του χρόνου και του χώρου στα μοντέλα που χρησιμοποιούνται για να υπολογίσουν την OF θα δημιουργήσουν ασυνέχειες επιφάνειας, που θα κατευθύνουν λανθασμένα τους βελτιστοποιητές δεύτερου βαθμού. Γενικά, θεωρώ ότι οι αλγόριθμοι άμεσων αναζητήσεων κερδίζουν τους καλύτερους βελτιστοποιητές κλίσης και δεύτερου βαθμού, όταν λαμβάνεις υπόψη την ευελιξία της εφαρμογής, την ταχύτητα να βρεθεί η απάντηση, την απλότητα του κώδικα, τη δύναμη κ.τ.λ..

Αυτό το κεφάλαιο παρέχει μία περιγραφή αρκετών αλγόριθμων άμεσων αναζητήσεων που νομίζω ότι είναι η καλύτεροι στην κατηγορία και επίσης αποκαλύπτουν ποικίλες κατηγορίες αναζήτησης λογικής. Οι βελτιστοποιητές μπορούν να χωριστούν σε αλγόριθμους μονής επίλυσης δοκιμής και σε αλγόριθμους πολλαπλών παικτών. Οι τελευταίοι αρχικά διασκορπίζουν επιλύσεις δοκιμής σε όλο τον DV χώρο και κοιτούν την OF τιμή της καθεμίας. Έπειτα μετακινούν τον χειρότερο παίκτη, ή δημιουργούν καινούργιους παίκτες σε μία DV περιοχή που μπορεί η ανθρώπινη λογική να θέλει να εξερευνήσει. Οι αλγόριθμοι μονής επίλυσης δοκιμής ξεκινούν σε ένα DV σημείο και ψάχνουν να κινηθούν καθοδικά από αυτό το σημείο. Αυτοί οι αλγόριθμοι μπορούν να κολλήσουν σε τοπικά βέλτιστα. Επειδή οι αλγόριθμοι πολλαπλών παικτών έχουν ένα αρχικό δείγμα από ολόκληρη την επιφάνεια, έχουν υψηλότερη πιθανότητα να βρουν το καθολικό βέλτιστο. Παρόλο που συχνά ονομάζονται καθολικοί βεκτιστοποιητές, κανένας βελτιστοποιητής δεν εγγυάται να βρει το καθολικό.

Οι μονοί TS αλγόριθμοι σε αυτό το κεφάλαιο είναι οι κυκλικός ευρετικός άμεσος (CHD), Hooke-Jeeves (HJ) και Nelder-Mead (NM). Οι αλγόριθμοι πολλαπλών παικτών είναι η σύνθετη μέθοδος (CM), leapfrogging (LF) και particle swarm optimization (PSO).

10.2. Κυκλική ευρετική άμεση (CHD) Αναζήτηση

Ο όρος «άμεση αναζήτηση» σημαίνει ότι χρησιμοποιεί μόνον από πληροφορίες από υπολογισμούς συνάρτησης και παραβιάσεις περιορισμών. Δεν υπάρχει παράγωγο ή δεύτερο παράγωγο στον αλγόριθμο. Δεν διαμορφώνεται μαθηματικό μοντέλο της επιφάνειας. Ο όρος «κυκλικός» σημαίνει ότι εναλλάσσεται στη λίστα των DVs, κάνοντας μία αυξητική αλλαγή στο καθένα, ένα τη φορά. Μετά επαναλαμβάνει έναν κύκλο. Κάθε ολοκληρωμένος κύκλος εξερεύνησης μίας αλλαγής σε κάθε DV ολοκληρώνει ένα στάδιο ή ορίζει μία επανάληψη. Ο όρος «ευρετικός» σημαίνει ότι οι

κανόνες της ανθρώπινης λογικής καθοδηγούν την αναζήτηση της αυξητικής διεύρυνσης ή την ανατροπή της ή την συρρίκνωση.

Αυτός είναι ο δεύτερος αγαπημένος μου αλγόριθμος για μετακίνηση των DV τιμών προς το ελάχιστο (ή μέγιστο), εξαιτίας της απλότητας, ισχύς, ευρείας εφαρμογής και αποτελεσματικότητας. Μπορεί να εφαρμοστεί σε μία ανθρώπινη διάνοηση αναζήτηση και δεν χρειάζεται υπολογιστή. Επίσης, είναι μία προσέγγιση μονής επίλυσης δοκιμής που μπορεί να κολλήσει σε ένα τοπικό βέλτιστο.

10.2.1. CHD Ψευδοκώδικας

Η διαδικασία ψευδοκώδικα είναι

1. Αρχικοποιήστε

i. την βάση DV (την αρχική επίλυση δοκιμής σε μία εφικτή περιοχή) και υπολογίστε την OF

ii. την ΔDV_i για να χρησιμοποιηθεί για ερευνητικές αλλαγές

iii. την μέθοδο σύγκλισης και το όριο

2. Ξεκινήστε τον κύκλο για μία επανάληψη

3. Παίρνοντας κάθε DV , μία τη φορά, θέστε την DV τιμή της νέας επίλυσης,

$$DV_{i, \text{trial}} : DV_{i, \text{base}} + \Delta DV_i$$

Τα DV_{trial} και DV_{base} είναι διανύσματα. Μόνο προσθέστε ΔDV_i στο i th στοιχείο.

Όλα τα άλλα DV_{trial} στοιχεία παραμένουν στη τιμή της βάσης.

i. υπολογίστε τη συνάρτηση στην τιμή της επίλυσης δοκιμής.

1. Εάν είναι χειρότερη ή «Αποτυχία» κρατείστε την DV βάση και θέστε ΔDV_i σε μία μικρότερη αλλαγή στην αντίθετη κατεύθυνση: $\Delta DV_i := -\text{contract} * \Delta DV_i$. Αυτό σημαίνει ότι κάθε διάσταση έχει τη δικής της ΔDV_i τιμή.

2. Διαφορετικά, κρατείστε την καλύτερη επίλυση και επιταχύνεται τις μελλοντικές κινήσεις σε αυτό που φαίνεται να είναι η σωστή κατεύθυνση αναζήτησης.

$$OF_{\text{base}} := OF_{\text{trial}}$$

$$DV_{i, \text{base}} := DV_{i, \text{trial}}$$

$$\Delta DV_i := \text{expand} * \Delta DV_i$$

4. Στο τέλος του κύκλου, ελέγξτε για κριτήρια τερματισμού.

i. Εάν σταματήσει, κάντε έξοδο με ένα μήνυμα «Δεν επήλθε σύγκλιση»

ii. Διαφορετικά πηγαίνετε στο Βήμα 5.

5. Ελέγξτε για κριτήρια σύγκλισης

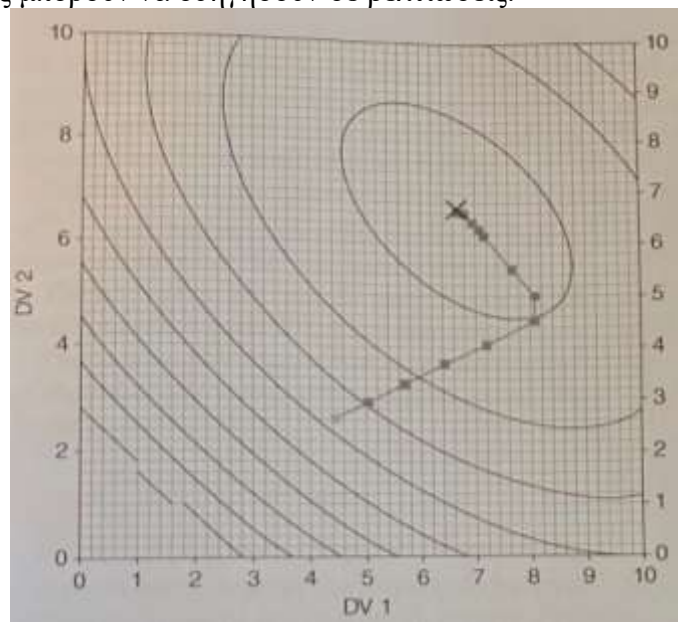
i. Εάν συγκλίνει, κάντε έξοδο με το κατάλληλο μήνυμα

ii. Διαφορετικά, επιστρέψτε στο Βήμα 3.

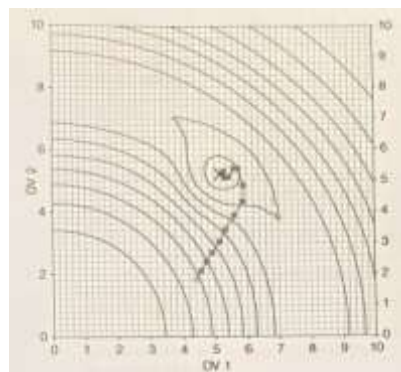
Αυτός ο αλγόριθμος είναι απλός να κατανοηθεί και απλός να εφαρμοστεί. Οι άμεσες αναζητήσεις μπορούν να έχουν αυστηρούς περιορισμούς. Οι άμεσες αναζητήσεις δεν έχουν τελεστές ∇ ή ∇^2 που i. έχουν δυσκολία να αντιμετωπίσουν μη αναλυτικές επιφάνειες (κορυφές, ασυνέχειες στη συνάρτηση ή κλίση, θόρυβο ή αστάθεια σε μία OF τιμή) και ii. προσθέτουν υπολογιστικό φόρτο και πολυπλοκότητα προγραμματισμού. Παρόλο που άλλοι αλγόριθμοι αναζήτησης μπορεί να είναι πιο αποτελεσματικοί, η απλότητα, η ισχύ και η ανοχή περιορισμών αυτού του αλγόριθμου είναι πλεονεκτήματα.

Αυτή η προσέγγιση ξεκίνησε με μία ιδέα από έναν από τους απόφοιτους μου, Junyi Li. Συνέχισα την έρευνα με έναν άλλο απόφοιτό μου, Sandeep Chandran, και εξελίξαμε την έρευνα για να χρησιμοποιήσουμε πολλαπλές αφετηρίες και μία «τραχιά» έρευνα για να βρούμε την πιο υποσχόμενη DV τοποθεσία για να επιστρέψουμε για μία καλή έρευνα. Στη συνέχεια, αποφάσισα ότι οι τυχαίες

διαταραχές σε κάθε ΔDV πρόσθεταν πολυπλοκότητα με ελάχιστο όφελος και απέρριψα την ιδέα. Πρόσφατα, πρόσθεσα ένα χαρακτηριστικό που προτείνεται από την έρευνα Hooke-Jeeves. Εάν οι κατευθύνσεις κυκλικής αναζήτησης είναι όλες καλές (χωρίς περιορισμούς και οδηγούν σε καλύτερες OF τιμές) τότε αυτό μεταφράζεται ως μία κίνηση προς τα κάτω σε μία μακριά κλίση. Έπειτα, αντί να ψάχνετε κάθε DV ανεξάρτητα, κάντε όλες αυτές να κινούνται μαζί. Εάν τις ψάχνετε ανεξάρτητα, κάθε επανάληψη χρειάζεται N υπολογισμούς της OF. Εάν κινούνται όλες μαζί, χρειάζεται έναν υπολογισμό της OF και τερματίζει με την ίδια επίλυση δοκιμής εάν η κατεύθυνση είναι σωστή. Μία άλλη επιλογή που διερευνήσα είναι να εναλλάσσετε κινήσεις μπρος και πίσω μέσα στον κύκλο, μία ιδέα από τις τεχνικές αριθμητικής μεθόδου για προβλήματα ορίου τιμής. Δεν υπάρχει μόνον ένας τρόπος. Πολλές επιλογές μπορούν να οδηγήσουν σε βελτιώσεις.



Σχήμα 10.1 Απεικόνιση της CHD σε διδιάστατο



Σχήμα 10.2 Απεικόνιση σε διδιάστατη Συνάρτηση

10.3. Hook-Jeeves (HJ)

Hook-Jeeves ονομάζεται ένα μοτίβο αναζήτησης. Υπάρχει ένα τοπικό διερευνητικό μοτίβο που χρησιμοποιείται για να ερευνήσει τις τάσεις της τοπικής επιφάνειας, και το άλμα σε μία νέα επίλυση δοκιμής σε μία κίνηση του «μοτίβου». Μετακινεί το κέντρο του μοτίβου σε μία νέα επίλυση δοκιμής. Αυτό είναι μία διαδικασία δύο βημάτων. Κάντε άλμα σε μία νέα θέση και μετά εξερευνήστε τα τοπικά χαρακτηριστικά για να καθορίσετε που βρίσκεται το επόμενο άλμα για την TS. Όπως

και στην CHD, στην τοπική αναζήτηση, η HJ χρησιμοποιεί μία μεταβλητή τη φορά κατά τη διάρκεια της τοπικής εξερεύνησης.

Αυτή η απεικόνιση θα είναι για μία δισδιάστατη εφαρμογή, αλλά η HJ ανεβαίνει στη Ν διάσταση.

Πρώτα, κάντε άλμα σε μία νέα επίλυση δοκιμής. Μετακινήστε το κέντρο του μοτίβου σε ένα σημείο που είναι στην ίδια απόσταση και κατεύθυνση ανάμεσα στα προηγούμενα σημεία βάσης. Τα σημεία βάσης με εκθέτες (k) και (k-1) και εκθέτη b είναι οι προηγούμενες δύο καλύτερες τοποθεσίες επανάληψης, και κάνει ευκολονόητη αίσθηση να συνεχίσει να κινείται σε εκείνη την κατεύθυνση. Εδώ, ο παράγοντας διεύρυνσης αντιμετωπίζεται ως ενότητα και το άλμα προς τη θέση έχει τον δείκτη p, δείχνοντας ότι είναι το κέντρο της αναζήτησης, μία προσωρινή θέση, όχι ένα καινούριο σημείο βάσης.

$$x_p^{(k+1)} = x_b^{(k)} + 1(x_b^{(k)} - x_b^{(k-1)}) \quad (10.1)$$

Αυτό παρουσιάζεται στο Σχήμα 11.3. Τα προηγούμενα δύο σημεία βάσης δηλώνονται ως σταθερές τελείες, και το άλμα στην επίλυση δοκιμής ως ένα ανοικτός κύκλος.



Σχήμα 10.3 Μοτίβο κίνησης στην HJ.

Αυτή τη στιγμή, υποθέστε ότι η OF τιμή στο σημείο άλματος $x_p^{(k+1)}$ είναι καλύτερο από την OF τιμή στο προηγούμενο DV σημείο βάσης $x_b^{(k)}$. Για να γίνει αποδεκτό ως το νέο σημείο μοτίβου, $f(x_p^{(k+1)}) < f(x_b^{(k)})$.

Το βήμα 2 είναι για να εκτελέσει μία αναζήτηση μοτίβου για το κέντρο μοτίβου. Το Σχήμα 11.4 δείχνει αυτό για μια δισδιάστατη εφαρμογή. Το μοτίβο θα εξερευνηθεί κάποια από τα σημεία σε ένα ορθογώνιο γύρω από το κέντρο μοτίβου. Πιθανά σημεία εξερεύνησης δηλώνονται από τους ανοικτούς κύκλους, αλλά δεν θα εξερευνηθούν όλοι.

Τα πιθανά σημεία για εξερεύνηση φέρουν ετικέτα με τον δείκτη “e” $x_e^{(k+1)}$, και δηλώνονται ως ανοικτοί κύκλοι στο Σχήμα 11.4. Ένα από αυτά θα γίνει το νέο σημείο βάσης. Οι Δχι τιμές αρχικά επιλέγονται από τον χρήστη και δεν χρειάζεται να είναι ίδιοι για κάθε DV. Μπορούν να έχουν αρνητικές τιμές.

Η τοπική εξερεύνηση δεν είναι εξαντλητική. Όπως η CHD, κρατάει όλες τις άλλες DV τιμές στην αναζήτηση μοτίβου ίδιες και απλά ερευνά την ΔDV μίας. Κάντε αυτό με έναν κυκλικό τρόπο.

$$x_e^{(k+1)} = [x_{1p} + \Delta x_1, x_{2p}]^T \quad (10.2)$$

Εάν $f(x_e) < f(x_p)$, τότε το μοτίβο εξερεύνησης ήταν καλό. Αποδεχτείτε την DV τιμή στο σημείο μοτίβου, και προχωρήστε να εξερευνήσετε την επίδραση αλλαγής μίας άλλης DV. Ωστόσο, και μόνο εάν, μία εξερεύνηση δεν είναι καλή (χειρότερη ή περιορισμός) αλλάξτε κατεύθυνση.

$$x_e^{(k+1)} = [x_{1p} - \Delta x_1, x_{2p}]^T \quad (10.3)$$

Εάν $f(x_e) < f(x_p)$, τότε το μοτίβο εξερεύνησης ήταν καλό. Αποδεχτείτε την DV τιμή στο σημείο μοτίβου, και προχωρήστε να εξερευνήσετε την επίδραση αλλαγής μίας άλλης DV. Ωστόσο, και μόνο εάν, μία εξερεύνηση δεν είναι καλή (χειρότερη ή περιορισμός) επιστέψτε στην τιμή του κεντρικού μοτίβου για εκείνη την DV. Μετά ψάξτε με μία άλλη DV.

Εάν η πρώτη εξερεύνηση ήταν επιτυχία, η δεύτερη δεν εκτελείται. Αυτό δεν είναι μία εξαντλητική τοπική έρευνα.

Μετά, εξερευνήστε αλλαγές στην τιμή του x^2 με μία παρόμοια λογική.

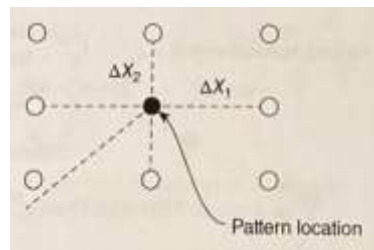
$$x_e^{(k+1)} = [x_{1p} + \Delta x_1, x_{2p} + \Delta x_2]^T \quad (10.4)$$

Ωστόσο, εάν η εξερεύνηση δεν είναι καλή αλλάζτε κατεύθυνση

$$x_e^{(k+1)} = [x_{1p} + \Delta x_1, x_{2p} - \Delta x_2]^T \quad (10.5)$$

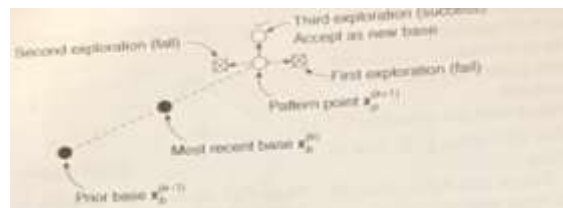
Εάν η πρώτη εξερεύνηση για κάθε DV έχει αποτέλεσμα στην OF βελτίωση, τότε υπάρχουν μόνον τρεις OF υπολογισμοί, μία στο σημείο μοτίβου και μία για κάθε $\Delta DV1$ και $\Delta DV2$.

Εναλλακτικά, ο υψηλότερος αριθμός υπολογισμών συνάρτησης θα αυξανόταν εάν και οι δύο από τις πρώτες ΔDV εξερευνήσεις δεν ήταν καλύτερες από το σημείο μοτίβου. Σε αυτή την περίπτωση θα υπήρχε ένα μέγιστο των πέντε υπολογισμών συνάρτησης, το σημείο μοτίβου, και η $+\Delta DV$ και $-\Delta DV$ για κάθε DV. Παρόλο που εννιά πιθανές τοποθεσίες εξερεύνησης απεικονίζονται για τη δισδιάστατη περίπτωση στο Σχήμα 10.4, μόνον τρεις στις πέντε, ίσως κατά μέσο όρο τέσσερις, υπολογίζονται σε κάθε επανάληψη.



Σχήμα 10.4 Απεικόνιση των HJ πιθανών σημείων εξερεύνησης σε τρισδιάστατο.

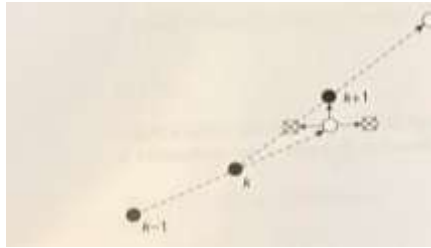
Ένα δέντρο αποφάσεων που αναπαριστά το στάδιο εξερεύνησης θα γινόταν πιο περίπλοκο, προσπαθώντας να αναπαραστήσει τα τρία πιθανά αποτελέσματα για εξερευνήσεις σε κάθε διάσταση. Ωστόσο, η λογική για καθένα είναι ίδια, όπως ένθετες υποθέσεις μέσα στον κύκλο διά μέσου κάθε DV, η εξερεύνηση είναι σχετικά απλή στο πρόγραμμα.



Σχήμα 10.5 Απεικόνιση μίας HJ αναζήτησης σε τρισδιάστατο.

Το Σχήμα 10.5 απεικονίζει ένα πιθανό αποτέλεσμα της εξερεύνησης. Το άλμα στο νέο σημείο μοτίβου ήταν επιτυχημένο. Τότε κάθε εξερεύνηση μοτίβου για την πρώτη DV αποτυγχάνει. Αυτό φαίνεται από τα X^{ed} εξωτερικά σημεία. Μετά, η πρώτη εξερεύνηση της δεύτερης DV ήταν μία επιτυχία, έτσι το σημείο ελέγχου γίνεται αποδεκτό ως το νέο σημείο βάσης.

Όταν οι τοπικές έρευνες έχουν ολοκληρωθεί, τα δύο βήματα στην HJ επανάληψη έχουν ολοκληρωθεί. Η διαδικασία επιστρέφει στην κίνηση του Βήματος 1 της αναζήτησης μοτίβου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 10.6.



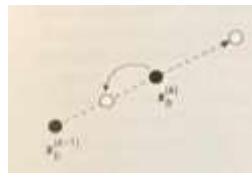
Σχήμα 10.6 Απεικόνιση μίας HJ κίνησης μοτίβου σε δισδιάστατο.

Προσέξτε δύο χαρακτηριστικά: Η κατεύθυνση του μοτίβου αναζήτησης άλλαξε, και η απόσταση της αλλαγής του μοτίβου έχει διευρυνθεί. Και τα δύο είναι τα λογικά συμπεράσματα των τοπικών πληροφοριών στην τελευταία εξερεύνηση μοτίβου.

Υποθέστε, ωστόσο, ότι το νέο σημείο μοτίβου είναι μία «Αποτυχία», που σημαίνει είτε ότι η αναζήτηση συνάντησε μία παραβίαση περιορισμού ή μία χειρότερη OF τιμή. Μετά αναστρέψτε το μοτίβο αναζήτησης και επαναλάβετε. Αυτό απεικονίζεται στο Σχήμα 10.7.

Η εξίσωση αλλαγής μοτίβου είναι

$$x_p^{(k+1)} = [x_b^{(k)} + \lambda (x_b^{(k)} - x_b^{(k-1)})] \quad (10.6)$$



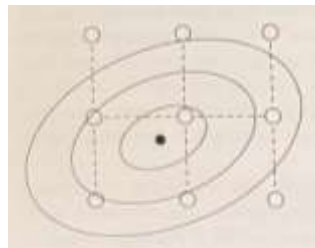
Σχήμα 10.7 Απεικόνιση μίας αλλαγής κίνησης μοτίβου εάν το σημείο μοτίβου δεν είναι καλύτερο.

Θεωρητικά, στην Εξίσωση 10.6 το $\lambda=1$. Ωστόσο, εάν το νέο σημείο μοτίβου δεν είναι καλύτερο, αντιστρέψτε την αναζήτηση, κάνοντας $\lambda = -(1/2)\lambda$. Πιο γενικά με έναν παράγοντα συστολής του α , $\lambda = -\alpha\lambda$.

Ο χρήστης επιλέγει την αρχική επίλυση δοκιμής και τις ΔDV τιμές. Οι ΔDV τιμές δεν χρειάζεται να είναι ίσες. Ο χρήστης επίσης επιλέγει τον α , τον παράγοντα συστολής του μοτίβου που θα χρησιμοποιηθεί εάν το νέο σημείο μοτίβου είναι μία «Αποτυχία».

Το μοτίβο προοδευτικά κινείται προς τα κάτω, περίπου σε μία ISD προσέγγιση. Εάν κινείται στη σωστή κατεύθυνση, κάθε άλμα μοτίβου είναι μεγαλύτερο από το προηγούμενο.

Κοντά στο ελάχιστο οι ΔDV τιμές χρειάζεται να συσταλούν, διαφορετικά όλη η εξερεύνηση θα είναι σε ανηφορικές κατευθύνσεις, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 10.8 σε δισδιάστατο.



Σχήμα 10.8 Απεικόνιση εξερεύνησης που αποτυγχάνει στην HJ.

Εάν ένα κέντρο μοτίβου είναι επιτυχία αλλά όλα τα ερευνητικά σημεία αποτύχουν, κάντε συστολή σε όλες τις ΔDV τιμές, και επαναλάβετε την τοπική εξερεύνηση. Ο χρήστης χρειάζεται να επιλέξει τον παράγοντα συστολής.

Η σύγκλιση θα μπορούσε να βασίζεται σε κάθε αριθμό κριτηρίων, στην απόσταση μοτίβου προς μοτίβο, στις ΔDV τιμές ή στις συσχετιζόμενες OF τιμές.

Η βασική HJ μέθοδος έχει μία αλλαγή μοτίβου που ακολουθείται από μία τοπική αναζήτηση που χρησιμοποιείται για να επιταχύνει ή να κάνει συστολή και να αλλάξει κατεύθυνση αναζήτησης. Υπάρχουν δύο συνθήκες ανατροπής για το τελικό στάδιο. Εάν το άλμα προς την θέση κέντρου μοτίβου δεν είναι καλή, συστέλλετε και αντιστρέψτε το μοτίβο. Εάν όλες οι τοπικές εξερευνήσεις είναι χειρότερες από το κέντρο μοτίβου, τότε συστέλλετε την τοπική αναζήτηση.

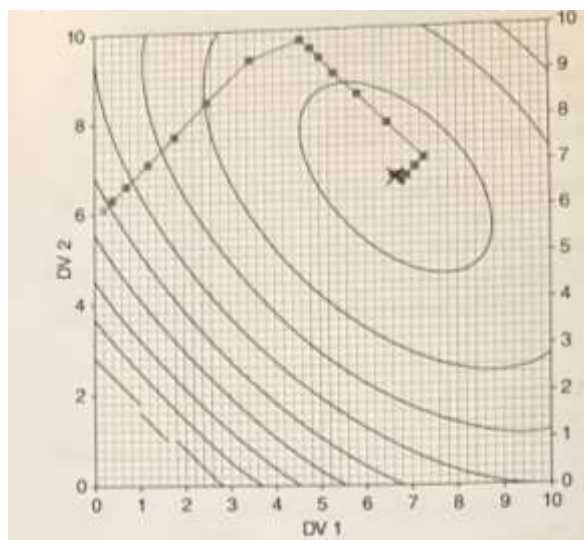
Όπως σε κάθε αλγόριθμο, κάποιος μπορεί να αναπτύξει πολλές πιθανές βελτιώσεις για να βελτιώσει την αποτελεσματικότητα. Για παράδειγμα, η τοπική εξερεύνηση δεν χρειάζεται να ευθυγραμμιστεί με τους DV άξονες. Θα μπορούσε να ευθυγραμμιστεί με την πιο πρόσφατη κίνηση μοτίβου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 10.9.

Σχήμα 10.9 Απεικόνιση ενός εναλλακτικού σχεδίου εξερεύνησης μοτίβου στην HJ.

Επίσης, εάν το μοτίβο κινείται σε αρνητική DV κατεύθυνση, τότε αντί να γίνει η πρώτη εξερεύνηση στη θετική κατεύθυνση, κάντε την πρώτη στην αρνητική ΔDV κατεύθυνση για να αυξήσετε την πιθανότητα οι πρώτες πιθανές εξερευνήσεις να είναι επιτυχημένες, ελαχιστοποιώντας την NOFE ανά επανάληψη.

10.4. Σύγκριση χαρακτηριστικών CHD και HJ: Περίληψη

Ο Jud Wooters, ChE MS 2008, σύγκρινε την Hooke-Jeeves με την CHD. Η Hooke-Jeeves υπερτερούσε στον αριθμό υπολογισμών συνάρτησης. Αυτό οφείλεται στην καλύτερη ικανότητα να κινείται γύρω από έναν περιορισμό. Τι γίνεται όμως με την πολυπλοκότητα του προγραμματισμού; Χωρίς περιορισμό η HJ ήταν ελάχιστα καλύτερη από την CHD.



Σχήμα 10.10 HJ διαδρομή στη Συνάρτηση 13.

CHD

1. Μία απλή λογική και για την αναζήτηση και για το τελικό στάδιο.
2. Μπορεί να εφαρμοστεί χειροκίνητα.
3. Δεν ακολουθεί την απότομη κατάβαση, αλλά πηγαίνει κατηφορικά.
4. Δεν διαταράσσεται από σαγαστικά σημεία ή μέγιστα.

5. Μπορεί να διαχειριστεί ασυνέχειες επιφάνειας.
6. Βασικά N (αριθμός των DVs) υπολογισμών OF ανά επανάληψη, αλλά μπορεί να γίνει 1 υπολογισμός OF με την αλλαγή σε μία γραμμή αναζήτησης εάν όλες οι OF επιλύσεις δοκιμής είναι επιτυχημένες. Κάθε υπολογισμός OF χρησιμοποιείται για να κάνει πρόοδο.
7. Ο χρήστης χρειάζεται να επιλέξει παράγοντες διεύρυνσης και συστολής.

Hooke-Jeeves

1. Πιο περίπλοκη λογική.
2. Στρέφεται προς κατεύθυνση απότομης κατάβασης.
3. δεν διαταράσσεται από σαγαστικά σημεία ή μέγιστα.
4. Καλύτερη από την CHD στην παράκαμψη κάποιων περιορισμών.
5. 1 μοτίβο μετακινεί τον υπολογισμό OF για μία δισδιάστατη εφαρμογή, 2-4 υπολογισμοί για τοπικές αναζητήσεις ανά επανάληψη. Κατά μέσο όρο $1+3=4$ NOFE ανά επανάληψη.
6. Έχει χαρακτηριστικά υπολογισμού κλίσης παρέχοντας κάποια ομοιότητα με την ISD προσέγγιση, κάποιο λειτουργικό πλεονέκτημα, αλλά χωρίς το φόρτο των υπολογισμών παραγώγων.
7. Μπορεί να διαχειριστεί ασυνέχειες επιφάνειας.
8. Αυτόματη διεύρυνση και συστολή κατά τη διάρκεια της αναζήτησης.
9. Ο χρήστης χρειάζεται να επιλέξει μοτίβο συστολής για τη σύγκλιση τελικού σταδίου.

10.5. Nelder-Mead (NM) Simplex: Spendley, Hext, και Himsworth

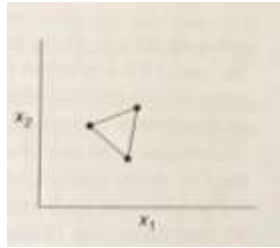
Οι Spendley, Hext, και Himsworth αρχικά ανέπτυξαν και δημοσίευσαν τη λογική αναζήτησης χρησιμοποιώντας μία μέθοδο simplex, το πιο απλό $N+1$ σημείο αντικείμενου στον N -DV χώρο. Σε δισδιάστατο χώρο, ένα επίπεδο, το simplex αντικείμενο τριών σημείων είναι ένα ισόπλευρο τρίγωνο. Σε τρισδιάστατο χώρο, η δομή simplex τεσσάρων σημείων είναι ένα τετράεδρο.

Η αρχική εφικτή επίλυση δοκιμής επιλέγεται, και μετά το simplex «χτίζεται» σε εκείνο το σημείο. Ο χρήστης χρειάζεται να επιλέξει την TS και DV απόσταση που παίρνει το simplex. Η αρχική TS και τα επιπρόσθετα N σημεία simplex παρέχουν τοπικής επιφάνειας εξερεύνηση.

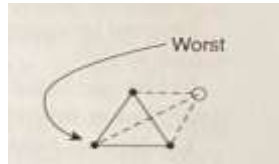
Αντί της κλασσικής ευρετικής είτε με την προοδευτική μετακίνηση της καλύτερης επίλυσης δοκιμής σε ένα καλύτερο σημείο είτε μετακίνηση προς το καλύτερο σημείο, αυτή η έξυπνη προσέγγιση μετακινεί τη χειρότερη από αρκετές επιλύσεις δοκιμής μακριά από την χειρότερη περιοχή.

Το Σχήμα 10.11 απεικονίζει ένα simplex, ένα ισόπλευρο τρίγωνο σε μία δισδιάστατη εφαρμογή. Προσέξτε ότι η συστολή παραδοσιακά δεν ευθυγραμμίζεται με κανέναν άξονα. Υπολογίστε τρεις OF τιμές, μία για κάθε simplex κορυφή, και αναγνωρίστε την χειρότερη.

Η χειρότερη κορυφή θα μετακινηθεί προβάλλοντας τη χειρότερη τοποθεσία διά της αντίθετης πλευράς για να αναστρέψει το τρίγωνο. Συχνά αυτό ονομάζεται «αναποδογύρισε το τρίγωνο», όπως φαίνεται στο Σχήμα 10.12.



Σχήμα 10.11 Ένα simplex σε μία δισδιάστατη περίπτωση



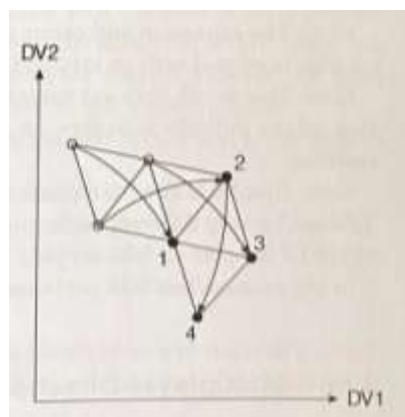
Σχήμα 10.12 Μία NM ή SHH simplex κίνηση

Μαθηματικά, κάποιος θα μπορούσε να καθορίσει το κέντρο της βαρύτητας των δύο σταθερών σημείων του τριγώνου, το κέντρο της πλευράς απέναντι από το σημείο που θα επανατοποθετηθεί, και να επανατοποθετήσει το χειρότερο σημείο σε μία ίση θέση απέναντι από το κέντρο βαρύτητας των άλλων σημείων. Μετρήστε την OF. Αυτό είναι μία επανάληψη. Σε υψηλότερες διαστάσεις, η ιδέα της προβολής το ένα σημείο διά μέσου του σημείου βαρύτητας όλων των άλλων σημείων είναι πιο απλό από την ιδέα της αναστροφής της δομής.

Αντί να μετακινήσει προς το καλύτερο, αυτή η αναζήτηση μετακινεί την επίλυση δοκιμής μακριά από το χειρότερο σημείο. Υπάρχουν κατηγορίες βελτιστοποίησης που ονομάζονται «Tabu» (taboo) που μετακινούν μακριά από το χειρότερο.

Παρόλο που υπάρχουν τρία σημεία στη δισδιάστατη εφαρμογή, κάθε κίνηση μόνον επανατοποθετεί ένα σημείο και απαιτεί έναν νέο OF υπολογισμό.

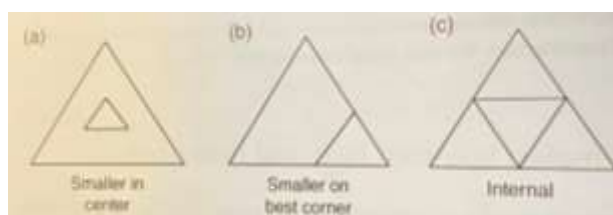
Μετά από αρκετές επαναλήψεις (αναγνώριση του χειρότερου σημείου στο simplex, αναποδογύρισμα του τριγώνου, καθορισμός της νέας OF τιμής, επανάληψη), το μοτίβο μπορεί να είναι, όπως φαίνεται στο Σχήμα 10.13. Καθώς το τρίγωνο αναποδογυρίζει κατά μήκος της OF επιφάνειας αναζητώντας το ελάχιστο, κάνει καμπύλη προς την κατηφορική κατεύθυνση.



Σχήμα 10.13 Το NM-SHH simplex κινείται προς το βέλτιστο

Ιδανικά, κάθε σημείο «άλμα προς» είναι μία βελτίωση πάνω από το «από» σημείο και μία βελτίωση πάνω από τα άλλα σταθερά σημεία στο simplex. Αλλά σχετικά με την οριοθέτηση ενός ελάχιστου, το τρίγωνο θα αναποδογυρίσει μπρος και πίσω ή θα κάνει κύκλο, επαναλαμβάνοντας το ίδιο σημείο. Αυτή η ταλάντωση μπορεί επίσης να

συμβεί σε μεγάλες κοιλάδες πριν κινηθεί προς τα κάτω. Υπάρχουν αρκετές πράξεις, ανάλογα με την περίπτωση: 1. Κράτα το σημείο «προς» εάν ήταν καλύτερο από το σημείο «από». Ή 2. Εάν το σημείο «προς» ήταν χειρότερο από το σημείο «από», επέστρεψε στην προηγούμενη διάταξη, και μετά ανέστρεψε στο δεύτερο χειρότερο σημείο. 3. Εάν δεν υπάρχει καλύτερη αναστροφή ή μία κορυφή παραμένει αμετακίνητη σε $N+1$ επαναλήψεις, μετά συρρίκνωσε το μέγεθος του simplex.



Σχήμα 10.14 Επιλογές για τοποθέτηση του μικρότερου simplex: α. στην γωνία β. στην καλύτερη γωνία και γ. στο COG των άλλων σημείων.

Συνέχισε μέχρι το μέγεθος του simplex να είναι αρκετά μικρό για να συναντήσει τα κριτήρια σύγκλισης. Αυτό θα μπορούσε να βασιστεί στο DV εύρος που καλύπτει ή στις τελικές OF τιμές.

Μπορείς να βάλεις κάθε άξονα σε κλίμακα σε μία βάση 0-1 έτσι ώστε οι διαστάσεις simplex να έχουν όμοια μήκη. Διαφορετικά, 12 inch μπορούν να αναστρέψουν σε 12 ft ή 12° C.

Φυσικά, υπάρχουν πολλές επιλογές όπως δείχνει το Σχήμα 10.14. Μπορείς να προκαλέσεις μείωση μεγέθους του simplex σε πολλά κριτήρια, και μπορείς να κάνεις μείωση μεγέθους με πολλούς τρόπους.

Ποια μείωση είναι πιο εύκολη για να υπολογιστεί; Ποια ελαχιστοποιεί τον αριθμό των υπολογισμών συνάρτησης; Υποθέτετε ότι δύο σημεία του simplex δένουν για την χειρότερη OF τιμή; Ποια λογική θα επιλέγατε για να επιλέξετε ποιο να αναστρέψετε; Οι Nelder και Mead τροποποίησαν αυτή τη μέθοδο simplex για να επιτρέψουν τη διεύρυνση και τη συστολή κατά τη διάρκεια της συμμετρίας ή αναστροφής ή αναποδογυρίσματος.

Η έκδοση Nelder – Mead του simplex με τη διεύρυνση και συστολή του simplex σημαίνει ότι το αντικείμενο δεν κρατάει τη γεωμετρία ίσων πλευρών. Είναι καλύτερο για την ταχύτητα εύρεσης του βέλτιστου και έχει γίνει η προσέγγιση προεπιλογής και πολύ γνωστή σε όνομα. Τα ονόματα Spendley, Hext και Himsworth σπάνια χρησιμοποιούνται και γενικά είναι γνωστή ως simplex αναζήτηση Nelder – Mead.

Οι κανόνες διεύρυνσης και συστολής της κίνησης, η επιλογή αρχικοποίησης του simplex έτσι ώστε καμία άκρη να μην ευθυγραμμιστεί με έναν άξονα, και η τελικού σταδίου επανατοποθέτηση του simplex είναι ευρετική.

Αυτή η αναζήτηση δεν μετακινεί το πιο καλό σε ένα καλύτερο σημείο. Μετακινεί το χειρότερο στη γενική κατεύθυνση που οι άλλοι θεωρούν καλύτερο-μία προσέγγιση που είναι κοντά σε αναζητήσεις tabu, swarm-like και εξελισσόμενες.

Το simplex επίσης είναι το όνομα για μία προσέγγιση γραμμικού προγραμματισμού (LP), ο απλός πίνακας ή “Simplex Tableau”, μία πολύ διαφορετική τεχνική. Σιγουρευτείτε ότι διαχωρίζετε το simplex είτε ως LP simplex είτε ως NM simplex.

Η NM λειτουργεί ισοδύναμα με την Hooke-Jeeves.

10.6. Αλγόριθμοι άμεσης αναζήτησης με πολλούς παίκτες

Οι μέθοδοι άμεσης αναζήτησης που παρουσιάστηκαν μέχρι τώρα κινούνται από μία τοποθεσία μονής επίλυσης δοκιμής. Το μοτίβο HJ και το SSH-NM simplex κατάλληλα θα μπορούσαν να έχουν περισσότερες από μία επιλύσεις δοκιμής, αλλά όλα τα σημεία είναι τοπικά (στον DV χώρο) στην πλασματική επίλυση δοκιμής. Παρόμοια, παρόλο που οι μέθοδοι αυξητικής απότομης κατάβασης, διαδοχικού τετραγωνικού και τύπου Newton αρχικοποιούνται σε μία επίλυση δοκιμής, η συσχετιζόμενη εξερεύνηση τοπικής επιφάνειας για να αποκτήσει το υποκατάστατο μοντέλο ή το κλίσης και Hessian απαιτούν πολλαπλούς υπολογισμούς τοπικής επιφάνειας. Ωστόσο, αυτοί οι υπολογισμοί είναι τοπικοί στην μονή επίλυση δοκιμής, και οι τεχνικές θεωρούνται τεχνικές μονής επίλυσης δοκιμής.

Αντίθετα, οι τεχνικές στο επόμενο μέρος του κεφαλαίου είναι αλγόριθμοι άμεσης αναζήτησης με πολλαπλές επιλύσεις. Αντί να ξεκινάμε από μία μονή επίλυση δοκιμής στον DV χώρο, ξεκινούν με μία τυχαία κατανομή παικτών σε εφικτά σημεία σε όλα τα DV εύρη που παρουσιάζουν ενδιαφέρον.

Οι μονοί TS αλγόριθμοι μόνον «βλέπουν» την τοπική επιφάνεια της OF αντίδρασης και κινούνται στην καλύτερη κατηφορική κατεύθυνση από το μονό σημείο. Εάν μετακινηθούν σε ένα τοπικό βέλτιστο, δεν υπάρχει γνώση ότι ένα καλύτερο βέλτιστο μπορεί να προσεγγιστεί εάν αρχικοποιούνταν σε ένα διαφορετικό σημείο.

Το πλεονέκτημα ενός αλγόριθμου πολλαπλών παικτών είναι ότι έχει υψηλή πιθανότητα να βρει το καθολικό βέλτιστο. Αυτό σχετίζεται στην ευρείας επιφάνειας εξερεύνηση και στην επακόλουθη εξερεύνηση καθώς οι παίκτες επιχειρούν να συγκεντρωθούν σε ένα καλύτερο σημείο.

10.7. Leapfrogging

Αρχικά τοποθετήστε πολλούς παίκτες (επίλυση δοκιμής) στην επιφάνεια σε όλο τον εφικτό DV χώρο. Καθορίστε τους παίκτες με τις καλύτερες και χειρότερες OF τιμές. Μετά μετακινήστε τον χειρότερο παίκτη στην άλλη πλευρά του καλύτερου παίκτη στον DV χώρο. Ο χειρότερος παίκτης κάνει άλμα πάνω από τον καλύτερο παίκτη, σαν το παιδικό παιχνίδι, και προσγειώνεται σε ένα τυχαίο σημείο στην DV περιοχή της άλλης πλευράς. Εξου και ο όρος leapfrogging.

Το Σχήμα 10.15 δείχνει μία απεικόνιση μίας δισδιάστατης ισοϋψής καμπύλης με ένα ελάχιστο περίπου στο $x=7.5$ και $y=2$. Πέντε επιλύσεις δοκιμής, πέντε παίκτες απεικονίζονται με σημάδια και τοποθετούνται τυχαία σε εφικτό DV χώρο. Για χαμηλή διάσταση, προτείνονται 10 παίκτες ανά διάσταση. Εδώ θα πρέπει να είναι 20, αλλά φαίνονται μόνον 5 για λόγους απλότητας της παρουσίασης.

Υπολογίστε την OF για κάθε παίκτη, και αναγνωρίστε το χειρότερο και καλύτερο. Έχουν ονομασίες W και B στο Σχήμα 10.16, το οποίο επίσης δείχνει ένα άλμα από την DV περιοχή (παράθυρο με σταθερό όριο) και ένα άλμα μέσα στην περιοχή (όριο με διακεκομμένη γραμμή). Το άλμα στην περιοχή απεικονίζεται με το ίδιο μέγεθος στον DV χώρο αλλά αντικατοπτρίζεται στην άλλη πλευρά του B από το W. Και τα

δύο όρια παραθύρου ευθυγραμμίζονται με τους DV άξονες. Το W κάνει άλμα σε ένα τυχαίο σημείο μέσα στο αντικατοπτριζόμενο παράθυρο του DV χώρου, όπως δείχνει το βέλος.

Ο υπολογισμός της καινούριας DV θέσης είναι πολύ απλός. Εάν υπάρχουν δύο DVs, x και y, το άλμα προς την τοποθεσία υπολογίζεται ως

$$X_{w,new} = X_b - r_x (X_w - X_b) \quad (10.7)$$

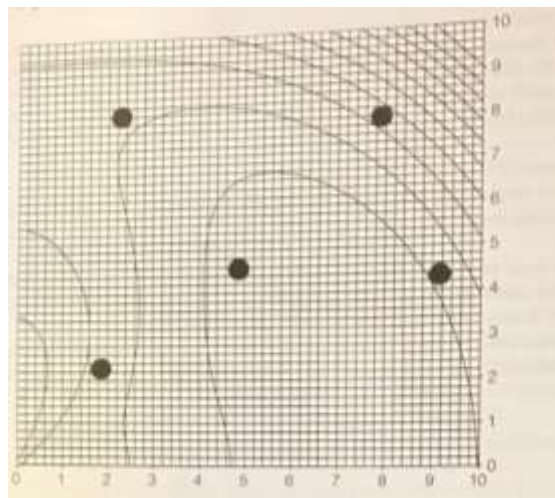
$$Y_{w,new} = Y_b - r_y (Y_w - Y_b)$$

Εδώ τα r_x και r_y είναι ανεξάρτητοι τυχαίοι αριθμοί με μία ομοιόμορφη διανομή και εύρος του $0 \leq r_i \leq 1$. Αυτές οι τυχαίες διαταραχές είναι ανεξάρτητες για x και y. Η διαδικασία κλιμακώνεται σε υψηλότερη σειρά ή σε αναζήτηση μονομεταβλητής.

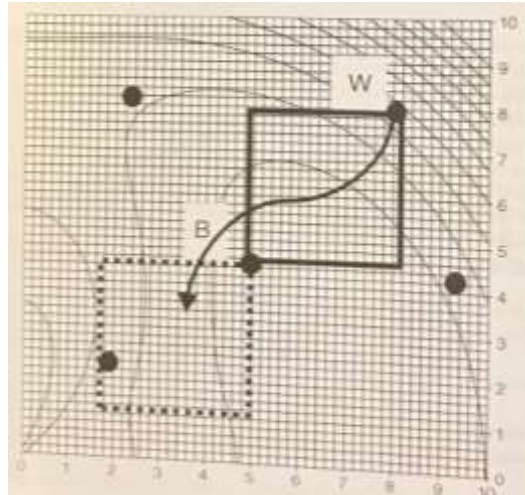
Υπάρχουν πολλές παραλλαγές της ιδέας. Ένας χρήστης σίγουρα μπορούσε να επιλέξει ενίσχυση του παραθύρου ή εξασθένιση ή εναλλακτικές διανομές για να τυχαιοποιήσει την τοποθεσία άλματος προς. Η εξίσωση στο 10.7 τροποποιήθηκε για να μετακινήσει τον παίκτη στην άλλη πλευρά του κέντρου βάρους των σωματιδίων, να αναμειξεί την κίνηση στην άλλη πλευρά του κέντρου βάρους και το καλύτερο να κινηθεί τυχαία ανάμεσα ή πέρα από το καλύτερο ή το κέντρο βάρους ή να κάνει άλμα σε ένα παράθυρο που είναι είτε μεγαλύτερο ή μικρότερο από το αντικατοπτριζόμενο παράθυρο.

Εάν το άλμα προς το παράθυρο είναι μικρότερο από το άλμα από το παράθυρο, η ομάδα των παικτών συγκλίνει γρηγορότερα, αλλά δεν εξερευνάει σε μεγάλο βαθμό. Αντίθετα, εάν το άλμα προς το παράθυρο είναι μεγαλύτερο από το άλμα από το παράθυρο, εξερευνάει ολόκληρο τον χώρο περισσότερο και έχει υψηλότερη πιθανότητα να βρει το καθολικό, αλλά συγκλίνει πιο αργά.

Η ομάδα θα συγκλίνει εάν η ενίσχυση μεγέθους του άλματος προς το παράθυρο είναι λιγότερη από $e=2.718\dots$. Το μέγεθος άλματος προς το παράθυρο μπορεί να προσαρμοστεί καθώς αυξάνεται η άποψη ότι έχει βρεθεί το καθολικό. Το άλμα μέσα στο παράθυρο μπορεί να αλλάξει προς W έτσι ώστε η DV περιοχή σε κάθε πλευρά του B να εξερευνηθεί. Το άλμα προς το παράθυρο μπορεί να είναι κυκλικό, ή το σχήμα του να ευθυγραμμίζεται με τη διαδρομή ανάμεσα στο W και B. Παρόλο που υπάρχουν χαρακτηριστικά που θεωρούνται πλεονεκτήματα σε τέτοιες βελτιώσεις, θεωρώ ότι ο κανόνας άλματος προς είναι και καλύτερος και απλός και περισσότερο αποτελεσματικός σε μία ποικιλία εφαρμογών. Η αρχή K.I.S.S αρχή εφαρμόζεται.



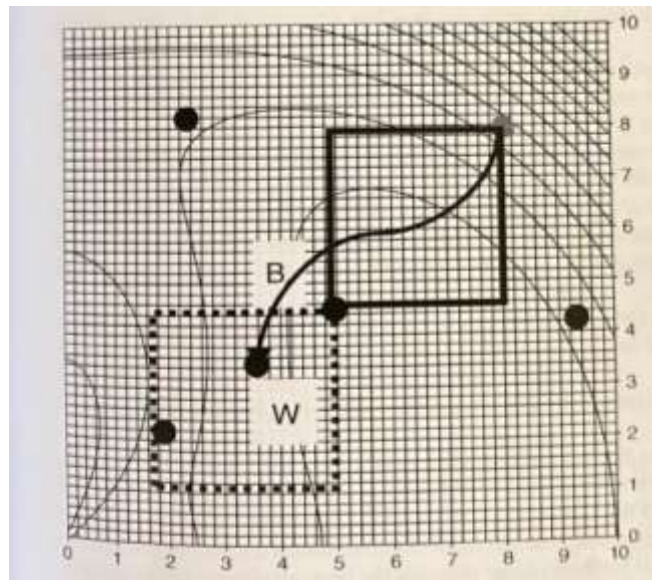
Σχήμα 10.15 LF επεξήγηση: 1. Αρχικοποίηση



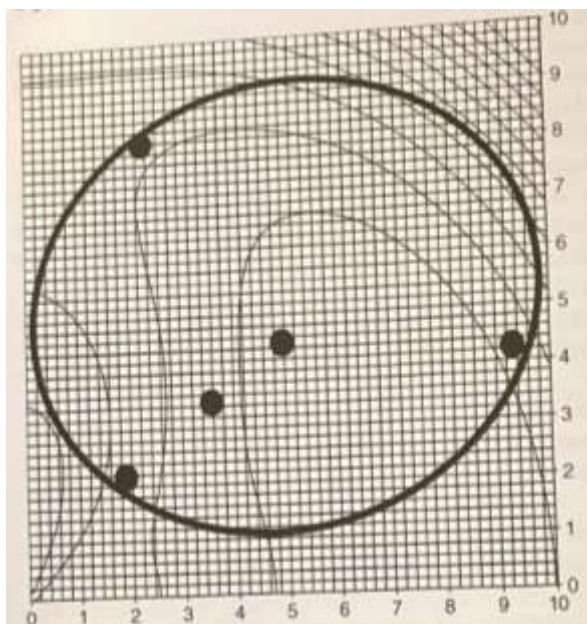
Σχήμα 10.16 LF επεξήγηση: 2. Επιλογή περιοχής άλματος προς

Όπως δείχνει και το Σχήμα 10.17, το W μετακινείται σε νέα θέση και η προηγούμενη θέση τους είναι κενή. Ο αλγόριθμος τώρα θα πρέπει να καθορίσει την OF τιμή στη νέα θέση παίκτη. Προσέξτε αρκετά χαρακτηριστικά: Η νέα θέση δεν είναι στο κέντρο του άλματος μέσα στο παράθυρο. Υπάρχουν ακόμη πέντε παίκτες. Υπάρχει ένας υπολογισμός συνάρτησης για κάθε άλμα.

Ελέγξτε για σύγκλιση. Όπως δείχνει το Σχήμα 10.18 οι παίκτες είναι ακόμα μακριά από τον DV χώρο, όπως φαίνεται από το μέγεθος της έλλειψης που τους περιέχει. Δεν έχουν σύγκλιση ακόμη. Φυσικά, πολλά μέτρα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να καθορίσουν πότε οι παίκτες είναι όλοι κοντά στο βέλτιστο, αλλά για τις ανάγκες της απλής παρουσίασης, συχνά χρησιμοποιώ είτε μέσο όρο είτε rms απόκλιση για όλους τους παίκτες από το καλύτερο, όπως φαίνεται στον DV χώρο. Ωστόσο, το εύρος της DV απόκλισης από το καλύτερο έχει πλεονεκτήματα ως κριτήριο σύγκλισης.



Σχήμα 10.17 LF επεξήγηση: 3 άλμα πάνω από



Σχήμα 10.18 LF επεξήγηση 4. Έλεγχος για σύγκλιση

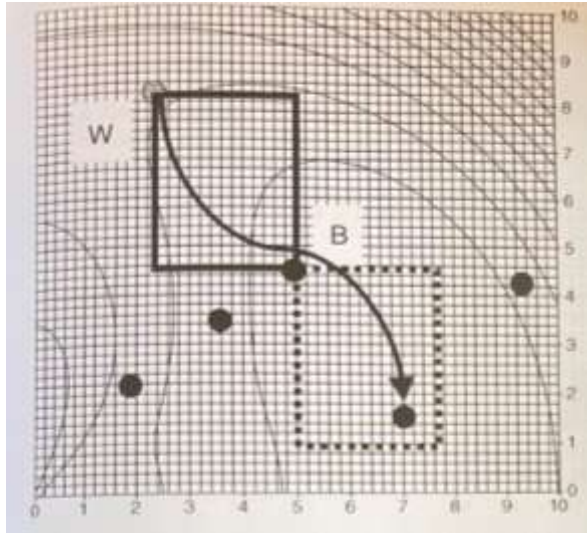
Εφόσον η ομάδα δεν έχει σύγκλιση, επαναλάβετε τη διαδικασία. Αναγνωρίστε τα W και B. Το καλύτερο είναι ακόμη το καλύτερο. Το προηγούμενο χειρότερο τώρα έχει μία τιμή μέσης ισοϋψούς καμπύλης, έτσι ένα νέο χειρότερο αναγνωρίζεται. Δεν υπάρχει ανάγκη να αναζητήσετε όλες τις OF τιμές παικτών για να βρείτε την καλύτερη. Εάν η νέα OF τιμή παίκτη άλματος προς είναι καλύτερη από την προηγούμενη καλύτερη, είναι το νέο καλύτερο. Διαφορετικά, η παλιά καλύτερη παραμένει ο αρχηγός. Εάν το άλμα προς το σημείο ήταν είτε ανέφικτο ή είχε μία χειρότερη OF τιμή από το άλμα από το σημείο, εκείνος ο παίκτης παραμένει ως χειρότερος. Δεν υπάρχει λόγος αναζήτησης για τον καλύτερο, και ο αλγόριθμος μόνον χρειάζεται να αναζητήσει για τον χειρότερο εάν η OF τιμή του παίκτη που κάνει το άλμα βελτιώνεται. Αυτή η ιδέα μειώνει το φόρτο υπολογισμού.

Στο Σχήμα 10.19, το νέο W κάνει άλμα πάνω από το B. Ένας παίκτης μετακινείται. Τώρα η OF της νέας τοποθεσίας χρειάζεται να καθορισθεί. Σε αυτή την απεικόνιση, η θέση άλματος προς είναι πιο κοντά στο βέλτιστο, έτσι το προηγούμενο W θα γίνει το νέο B.

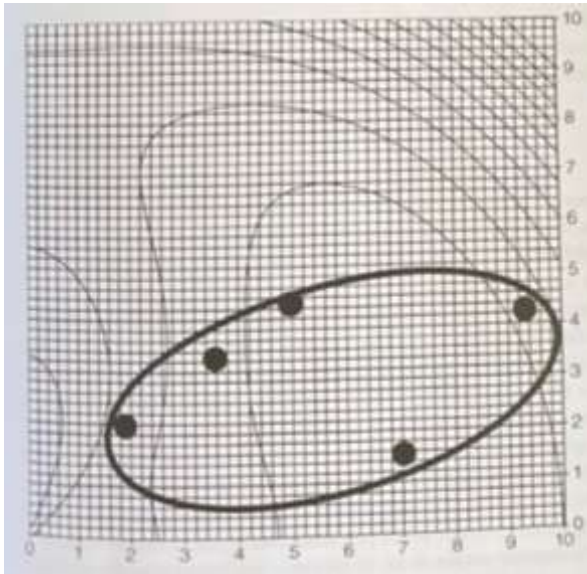
Στο Σχήμα 10.20 η ομάδα παικτών και συστέλλεται και κινείται προς το βέλτιστο. Η ομάδα συγκλίνει.

Αφού επαναλάβετε τα βήματα, λίγες φορές, οι παίκτες συγκλίνουν στο βέλτιστο, όπως δείχνει το Σχήμα 10.21, και σε μερικά ακόμη άλματα, θα υπάρξει σύγκλιση. Όταν υπάρξει, αναφέρετε την DV και OF του καλύτερου παίκτη στη συστάδα ως DV* και OF*.

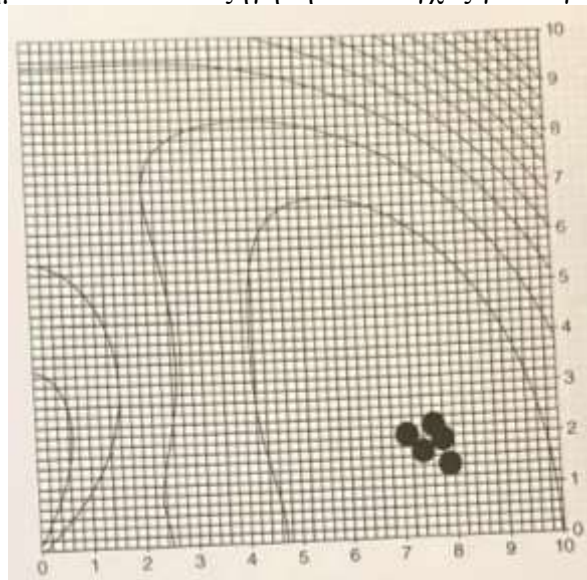
Κατά μέσο όρο, κάθε άλμα κινεί τον παίκτη με την χειρότερη OF απόσταση $\frac{1}{2}$ πιο κοντά στον παίκτη με την καλύτερη OF. Εάν ο καλύτερος παίκτης παραμένει ο καλύτερος, όλοι οι παίκτες συγκλίνουν σε αυτό. Εάν ο καλύτερος αλλάξει, η συστάδα κάνει άλματα προς τα κάτω.



Σχήμα 10.19 LF Επεξήγηση: 5. Επόμενο άλμα



Σχήμα 10.20 LF Επεξήγηση: 6. Έλεγχος για σύγκλιση



Σχήμα 10.21 LF Επεξήγηση: 7. Οι παίκτες συγκλίνουν

Η εξάλειψη του χειρότερου είναι η φιλοσοφία του leapfrogging και των NM-SHH simplex αναζητήσεων. Είναι επίσης η λογική στις αναζητήσεις που ονομάζεται «Tabu». Είναι η φιλοσοφία της επιλογής κατά Pareto. Επίσης, οι γενετικοί αλγόριθμοι και οι εξελισσόμενοι αλγόριθμοι μετακινούν το χειρότερο. Αντίθετα, οι περισσότεροι βελτιστοποιητές ψάχνουν να βελτιώσουν το καλύτερο.

Ως άμεση αναζήτηση, η LF δεν απαιτεί επιφάνειες που να είναι συνεχώς εκτιμώμενες. Μπορεί να αντιμετωπίσει γκρεμούς και ασυνέχειες, επίπεδα σημεία και κορυφογραμμές που θα ήταν ως αποτέλεσμα από την διακριτοποίηση της DV, διακριτοποίηση χρόνου και χώρου σε αριθμητικές μεθόδους για να καθοριστεί η OF τιμή, υποθέσεις που αλλάζουν μοντέλα και δημιουργούν ασυνέχειες, ή διακριτοποίηση σε δείγματα σε μοντέλα χρονικής ακολουθίας. Επίσης, η LF μπορεί να διαχειριστεί περιορισμούς κάθε είδους.

10.7.1. Κριτήρια Σύγκλισης

Πολλά κριτήρια θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για να καθορίσουν τη σύγκλιση στον LF αλγόριθμο. Ένας από τους πιο απλούς είναι το εύρος των DVs. Για κάθε DV υπολογίστε το εύρος ως το πιο υψηλό λιγότερο του πιο χαμηλού. Ελέγξτε για κάθε DV. Ελέγξτε μετά από μία επανάληψη, μετά από N-άλματα. Όταν το εύρος στο καθένα είναι αρκετά μικρό, τότε η ομάδα έχει σύγκλιση. Αναφέρετε τους πιο καλούς από τους M παίκτες ως το βέλτιστο. Ενώ είναι εύκολο στην κατανόηση, απαιτεί ο χρήστης να αναγνωρίσει ένα εύρος για κάθε DV και ο υπολογιστής να ψάξει όλες τις DVs για τα εύρη τους.

Μία άλλη απλή επιλογή είναι να ισχυριστείτε σύγκλιση όταν το εύρος των DVs τιμών είναι μικρό. Ίσως είναι ευκολότερο για έναν χρήστη να συσχετίσει την OF τιμή και να καθορίσει τι αυξητική αλλαγή θα είναι χωρίς συνέπειες από το να κάνει αυτό για τις DVs τιμές. Επίσης, εφόσον ο LF αλγόριθμος απαιτεί αναγνώριση των καλύτερων και χειρότερων OF τιμών, δεν υπάρχει επιπλέον υπολογιστικό φόρτο. Προτείνω να θέσετε το OF όριο εύρους για σύγκλιση να είναι μία σειρά μέγεθος μικρότερο από αυτό που αποφασίζει ο χρήστης ότι είναι μία ασήμαντη παρέκκλιση από την OF τελειότητα, από μία μη αρκετά βέλτιστη OF που ακόμη είναι εντελώς αποδεκτή σε χρήση. Ελέγξτε μετά από μία επανάληψη, μετά από N άλματα. Όταν κάνει σύγκλιση, αναφέρετε τις DV και OF τιμές των καλύτερων M παικτών.

Υπάρχει μεγάλη ποικιλία σε τέτοια κριτήρια. Κάποιος μπορεί να χρησιμοποιήσει τις rms παρεκκλίσεις είτε στις OF είτε στις DV τιμές. Ή θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει την ευαισθησία της OF στην DV και να προβάλλει το συνδυασμένο αποτέλεσμα όλων των DV ευρών στην OF.

10.7.2. Στοχαστικές Επιφάνειες

Μία στοχαστική (θορυβώδης) εφαρμογή είναι μία στην οποία επαναλαμβανόμενα δείγματα της OF, ακριβώς στην ίδια DV επίλυση δοκιμής, επιστρέφει μία διανομή των OF τιμών. Παραδείγματα περιλαμβάνουν πειραματικά δείγματα ή προσομοιώσεις Monte Carlo. Εάν η επιφάνεια είναι στοχαστική (θορυβώδης), τότε ο καλύτερος παίκτης μπορεί μόνον να εμφανιστεί ότι είναι ο καλύτερος εξαιτίας των ιδιοτροπιών των δειγμάτων επιφάνειας (η OF τιμή). Ένα άλλο δείγμα ακριβώς στην ίδια τοποθεσία μπορεί να αποκαλύψει ότι η τιμή στην ίδια τοποθεσία δεν είναι και τόσο καλή. Έτσι για να εμποδίσετε έναν βελτιστοποιητή από το να βρει το φανταστικό καλύτερο, ένα τυχαίο πλασματικό αποτέλεσμα όλων των πιθανών στοχαστικών αποτελεσμάτων, επαναυπολογίστε την OF από το καλύτερο. Χρησιμοποιήστε το χειρότερο από τα δύο αντίγραφα αποτελέσματα. Κάντε αυτό τον επαναυπολογισμό

πριν από κάθε άλμα. Εάν ένα χειρότερο αποτέλεσμα είναι πιθανόν, τελικά θα εκφραστεί και ένας άλλος παίκτης θα γίνει ο καλύτερος.

Σε αυτή την περίπτωση, πριν μετακινηθεί στο χειρότερο, επαναυπολογίστε το καλύτερο. Αντιστοιχίστε στο καλύτερο, το χειρότερο από τις αντίγραφες OF τιμές. Οι επιπλέον OF υπολογισμοί διαρκώς ελέγχουν «Είσαι ακόμη το καλύτερο;» και επιτρέπουν την αναζήτηση για το χειρότερο από τα καλύτερα, όχι το τελικό. Εάν το καλύτερο παραμένει το καλύτερο, κάντε άλμα πάνω από αυτό. Ωστόσο, εάν ο προηγούμενος δεύτερος καλύτερος παίκτης γίνει ο καλύτερος, κάνε άλμα πάνω από αυτόν.

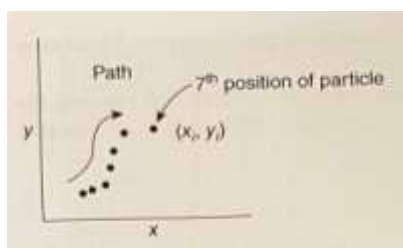
Σε αυτή την περίπτωση, στο τελικό στάδιο προσέγγισης του βέλτιστου, η ομάδα δεν συγκλίνει σε ένα σημείο. Αντίθετα, οι παίκτες κάνουν άλματα στη εγγύτερη περιοχή. συνεπώς, ένα εναλλακτικό κριτήριο για σύγκλιση χρειάζεται. Αυτό που προτείνω είναι η παρατήρηση της OF τιμής του χειρότερου παίκτη. Καθώς η ομάδα συγκεντρώνεται κοντά στο βέλτιστο, η OF τιμή του χειρότερου παίκτη θα πέσει σε αυτή της τοπικής περιοχής, αλλά δεν θα προσεγγίσει μία μονή τιμή. Αυτή θα εξαρτάται από τις ιδιοτροπίες της στοχαστικής επιφάνειας και η OF τιμή της θα χαλαρώσει από το χειρότερο της αρχικοποίησης σε μία θορυβώδης σταθερή κατάσταση που αντιπροσωπεύει την εγγύτητα του τελικού σταδίου. Ο παίκτης που είναι ο χειρότερος πιθανόν θα αλλάξει σε κάθε επανάληψη. Αυτός δεν παρατηρεί τον αρχικό χειρότερο παίκτη. Χρησιμοποιήστε σταθερής κατάστασης αναγνώριση στη χειρότερη OF τιμή σε κάθε επανάληψη και ισχυριστείτε σύγκλιση όταν το χειρότερο (σε κάθε επανάληψη) έρχεται σε σταθερή κατάσταση.

10.8. Βελτιστοποίηση Σωματιδίων

Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης μιμείται ένα σμήνος από μυγιάκια, ένα κοπάδι πουλιών, ή ένα κοπάδι ψαριών, καθώς αναζητούν τροφή, ένα ασφαλές μέρος ή οτιδήποτε. Τέτοιου είδους αλγόριθμοι ονομάζονται μιμητικοί. Μιμούνται την «ευφυΐα» που βρίσκουμε στη φύση. Η προσομοιωμένη σκλήρυνση δια πυρακτώσεως μιμείται την οργάνωση των σωματιδίων καθώς ψύχονται από ένα υγρό σε ένα δομημένο στερεό. Οι αλγόριθμοι της αποικίας των μυρμηγκιών βασίζονται στην ανθρώπινη ερμηνεία της λογικής τονίζοντας τη συμπεριφορά των μυρμηγκιών. Ο αλγόριθμος της αυξητικής απότομης κατάβασης βασίζεται σε έναν κύβο πάγου που γλιστράει προς τα κάτω σε ένα βαρυτικό πεδίο. Φαίνεται να υπάρχει κάποια ευφυΐα στο άψυχο αντικείμενο ή αποικία/σμήνος/σχέση όχι και πολύ έξυπνων ατόμων. Άλλοι μιμητικοί αλγόριθμοι περιλαμβάνουν γενετική, εξελισσόμενη, συνθετική, βιολογία, αποικία μελισσών κ.τ.λ. Η βελτιστοποίηση των σωματιδίων (PSO) είναι ένας από τους πιο πρόσφατους αλγόριθμους και παραμένει ως αρχέτυπο παράδειγμα.

10.8.1. Ατομική Συμπεριφορά Σωματιδίου

Ένα «σωματίδιο» είναι ένας μοναδικός παίκτης, ένα «άτομο» ή μία «επίλυση δοκιμής». Το Σχήμα 10.24 δείχνει τη διαδρομή ενός σωματιδίου μέσα από δισδιάστατο DV χώρο.



Σχήμα 10.24 Διαδρομή ενός σωματιδίου μέσα από δισδιάστατο DV χώρο.

Το σωματίδιο μπορεί να προχωρήσει μαλακά, νομοτελειακά, λογικά σαν ένας σβόλος που κυλάει κατηφορικά. Η θέση ενός ατόμου μέσα σε ένα σμήνος φαίνεται να έχει ένα τυχαίο συστατικό. Σκεφτείτε ένα σωματίδιο σε διακριτά χρονικά διαλλείματα που έχει ένα τυχαίο συστατικό. Χρησιμοποιώντας το “i” ως τον αριθμό επανάληψης, (x_i , y_i) είναι η x-y θέση του σωματιδίου στην ith επανάληψη. Τυχαία κίνηση μπορεί να παρασταθεί ως

$$x_{i+1} = x_i + c_x (r_{ix} - 0.5)$$

$$y_{i+1} = y_i + c_y (r_{iy} - 0.5)$$

(10.9)

Εδώ τα r_i είναι ανεξάρτητοι τυχαίοι αριθμοί, εντός μίας ενιαίας διανομής και εύρους $0 < r \leq 1$, UID [0,1]. Αυτές οι τυχαίες διαταραχές είναι ανεξάρτητες στο x και y όπως επίσης για κάθε επανάληψη. Οι συντελεστές c_x , c_y είναι παράγοντες κλίμακας που καθορίζουν πόσο μεγάλες είναι οι τυχαίες διαταραχές θέσεις. Οι πλασματικές c τιμές μπορούν να είναι $0.001 * DV$ εύρος.

Συνεπώς, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το Gaussian NID (0, σ_x) και NID (0, σ_y) για τις τυχαίες διαταραχές.

Η εξίσωση 11.9 καθορίζει μία τυχαία συμπεριφορά διαδρομής. Είναι επίσης ένα μοντέλο θέσης σε αντίθεση με ένα μοντέλο ταχύτητας ή δυναμικής. Συνεπώς, θα μπορούσατε να μοντελοποιήσετε τις αλλαγές ταχύτητας σαν να ήταν ελκυστικές δυνάμεις πάνω στο σωματίδιο. Ξεκινήστε χρησιμοποιώντας τον νόμο κίνησης του Newton:

$$F = ma \rightarrow \frac{F}{m} = \frac{dv}{dt} \cong \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

(10.10)

Διευρύνοντας την x-διάσταση ως μία επίλυση πεπερασμένης διαφοράς στα παραπάνω:

$$\Delta t \cdot \frac{F_x}{m} = v_{x_{i+1}} - v_{x_i}$$

(10.11)

Εάν η δύναμη οδήγησης είναι μία ενιαία διανεμημένη τυχαία φαινόμενο και οι συντελεστές Δt και m μπαίνουν σε έναν παράγοντα, c

$$v_{xi+1} = v_{xi} + c_x (r_{ix} - 0.5)$$

$$v_{yi+1} = v_{yi} + c_y (r_{iy} - 0.5)$$

$$x_{i+1} = x_i + \Delta t \cdot v_{xi}$$

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t \cdot v_{yi}$$

(10.12)

Η εξίσωση κίνησης 11.9 δείχνει την τυχαία συμπεριφορά διαδρομής. Το σύνολο 10.12 συμπεριλαμβάνει τη δυναμική και δείχνει μία αυτοσυσχετιζόμενη τυχαία συμπεριφορά διαδρομής. Είναι ένα μοντέλο ταχύτητας. Συχνά ονομάζεται ARIMA (μοντέλο αυτόματης κλιμάκωσης ενσωματωμένου κινούμενου μέσου όρου). Το Δt είναι απλά μία άλλη παράμετρος στον βελτιστοποιητή, η ιδέα είναι διαταραχές στην ταχύτητα που σχετίζονται με τη δύναμη, αλλά δεν υπάρχει έννοια του χρόνου στον βελτιστοποιητή. Κάθε επανάληψη είναι ένα Δt διάλειμμα χρόνου, μία εποχή, έτσι χρησιμοποιήστε $\Delta t=1$.

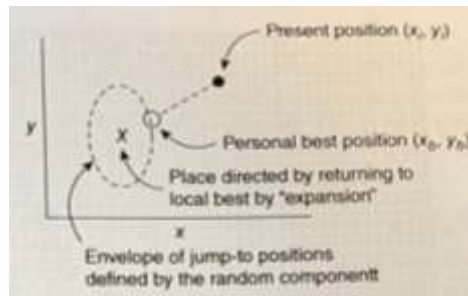
Τα μοντέλα και της θέσης και της ταχύτητας δουλεύουν σε PSO. Βρίσκω ότι τη λογική που ένας χρήστης παρέχει για μία συγκεκριμένη επιλογή είναι απλά μία προσωπική προτίμηση, ακόμη περισσότερο από μία μηχανιστική λογική που σχετίζεται με την εφαρμογή ή από μία λεπτομερή ανάλυση που σχετίζεται με τη

μεγιστοποίηση των επιθυμητών του βελτιστοποιητή ενώ ελαχιστοποιεί τα ανεπιθύμητα.

Εάν το σωματίδιο μπορεί να «θυμηθεί» μία προηγούμενη καλύτερη θέση, τότε μπορεί να οδηγηθεί και από ένα τυχαίο συστατικό και από μία «επιθυμία» να επιστρέψει προς το προηγούμενο καλύτερο. Για το μοντέλο που βασίζεται στη θέση οι εξισώσεις κίνησης γίνονται

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_i + c_x (r_{ix} - 0.5) + d_x (x_{best} - x_i) \\ y_{i+1} &= y_i + c_y (r_{iy} - 0.5) + d_y (y_{best} - y_i) \end{aligned} \quad (10.13)$$

Η λογική της Εξίσωσης 11.13 απεικονίζεται στο Σχήμα 11.25. Η σταθερή τελεία αναπαριστά την τωρινή (x_i, y_i) θέση του σωματιδίου, και ο ανοιχτός κύκλος είναι η τοποθεσία του προσωπικού ιστορικού καλύτερου (x_b, y_b) . Η ιστορική καλύτερη θέση και η αντίστοιχη OF τιμή χρειάζεται να διατηρηθεί στον υπολογιστή και να επαναλαμβάνεται όποτε μία πιθανή θέση βρίσκει ένα καλύτερο σημείο. Το σημείο που υποδεικνύεται με το X δείχνει την νομοτελειακή θέση άλματος που καθορίζεται από “d” όρους στην Εξίσωση (11.13) και ο διακοπτόμενος κύκλος φανερώνει την τοπική περιοχή μέσα στην οποία οι “c” όροι τυχαία θα τοποθετούσαν το σωματίδιο.



Σχήμα 10.25 Απεικόνιση των επιδράσεων σε ένα σωματίδιο.

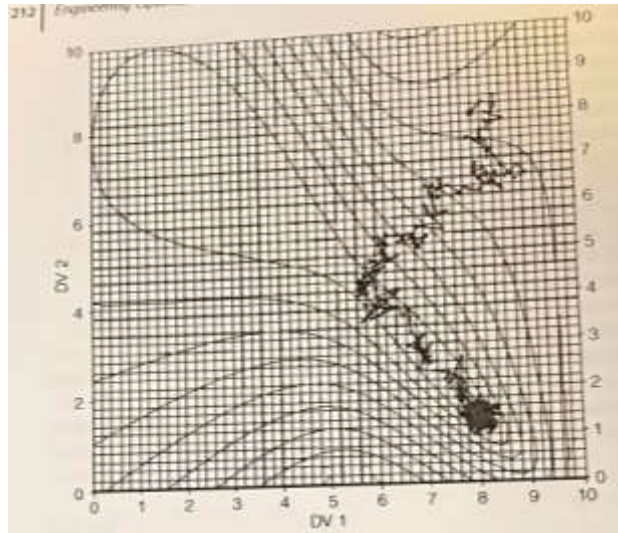
Εδώ ο παράγοντας “d” σημαίνει ότι το σωματίδιο θα επιθυμεί να κάνει άλμα προς την προσωπική καλύτερή του θέση ή ίσως πιο πέρα. Αλλά μπορεί να θέλεις μόνον να κάνει άλμα μισό δρόμο προς τα πίσω στην προσωπική καλύτερή του και μετά να χρησιμοποιήσει την τυχαία κίνηση. Έτσι ο παράγοντας “d” μπορεί να έχει λογικές τιμές στο 0.2-1.5 εύρος. Η d τιμή θα μπορούσε να προσαρμοστεί κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης βασισμένη σε μοτίβα στην αναζήτηση που θα υποδείκνυε δυνατή αυτοπεποίθηση στο να είναι κοντά στο καθολικό ή όχι.

Η επιθυμία να επιστρέψει στο προσωπικό καλύτερο θα μπορούσε να μοντελοποιηθεί ως μία καθοδηγητική δύναμη στο μοντέλο ταχύτητας:

$$\begin{aligned} v_{xi+1} &= v_{xi} + c_x (r_{ix} - 0.5) + c_{2x} (x_b - x_i) \\ v_{yi+1} &= v_{yi} + c_y (r_{iy} - 0.5) + c_{2y} (y_b - y_i) \\ x_{i+1} &= x_i + \Delta t \cdot v_{xi} \\ y_{i+1} &= y_i + \Delta t \cdot v_{yi} \end{aligned} \quad (10.14)$$

Θα μπορούσατε να προσθέσετε κλίση, απότομη κατάβαση, και δράση:

$$\dots + c_{3x} \left[-\frac{\partial f}{\partial x} \right] \quad x_{i+1} = x_i + \quad (10.15)$$



Σχήμα 10.26 Απεικόνιση της τάσης ενός σωματιδίου προς το ελάχιστο.

Αυτό θα επιταχύνει την κίνηση στη σωστή κατεύθυνση αλλά προσθέτει προβλήματα που σχετίζονται με την κλίση και πιθανόν δεν ταιριάζει την ικανότητα αισθητήρα μυγών και κουνουπιών που φαίνεται να κατευθύνουν την κίνηση του από την «οσμή» της έντασης των CO₂ και H₂O, όχι της κλίσης.

Ένα σωματίδιο με οποιοδήποτε σεν Εξίσωσης 11.13 ή 11.14 μπορεί να προοδεύσει προς το βέλτιστο. Το Σχήμα 11.26 απεικονίζει υλοποίηση της διαδρομής σωματιδίου από την αρχική επίλυση δοκιμής στο περίπου (8,8) προς το βέλτιστο στο περίπου (8,15). Χρησιμοποιεί την απλούστερη μορφή θέσης των εξισώσεων. Προσέξτε ότι η απόσταση ανάμεσα σε κάθε βήμα στη διαδρομή σωματιδίου δεν είναι η ίδια. Επηρεάζεται από τον τυχαίο οδηγό. Αναγνωρίστε επίσης ότι το σωματίδιο γενικά κινείται κατηφορικά αλλά συχνά παίρνει τυχαίες παρακάμψεις προς ένα ανηφορικό σημείο. Αυτό μπορεί να μην φαίνεται να είναι έξυπνο, αλλά σε ορισμένες περιπτώσεις επιτρέπει ένα σωματίδιο να πέσει σε ένα ελάχιστο. Με την απλή λογική «εξερεύνησε τοπικά με μία μικρή τάση να κινείσαι προς τα πίσω προς το προσωπικό καλύτερο», το σωματίδιο μπορεί να βρει το ελάχιστο.

Ωστόσο, επίσης, παρατήρησε στο Σχήμα 11.26 ότι το σωματίδιο ποτέ δεν συγκλίνει στο ελάχιστο, αλλά όταν φτάνει στην εγγύτητα συνεχίζει να παρουσιάζει τυχαίες διακυμάνσεις. Η κίνηση του σωματιδίου θα μπορούσε να συμπεριλαμβάνει έναν κανόνα όπως «εάν δεν έχει βρεθεί καλύτερη θέση σε 10 βήματα, και μετά να αρχίσει να μειώνει τις c τιμές» για να εξαλείψει τις τυχαίες διαταραχές. Μετά θα κάνει σύγκλιση σε ένα σημείο και θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν κλασικά κριτήρια για να ισχυριστούν σύγκλιση και να αναφέρουν μία μοναδική απάντηση. Ωστόσο, μία τυχαία κίνηση θα μπορούσε να συνεχιστεί και να υπάρξει σύγκλιση όταν η OF δηλαδή η τάση επανάληψης χαλαρώσει σε μία θορυβώδης σταθερή κατάσταση. Υπάρχουν πολλές επιλογές.

Επίσης οι τυχαίες ιδιοτροπίες που καθοδηγούν το σωματίδιο θα μπορούσαν εύκολα να το στείλουν προς τα κάτω προς τα αριστερά της αρχικής επίλυσης δοκιμής και να το οδηγήσουν σε μία διαδρομή στο τοπικό βέλτιστο στο περίπου (2, 8).

10.8.2. Βελτιστοποίηση Σωματιδίων

Στην βελτιστοποίηση σωματιδίων, πολλά σωματίδια αρχικοποιούνται σε τυχαίες τοποθεσίες στον DV χώρο. Κάθε σωματίδιο ακολουθεί τους κανόνες όπως προηγουμένως. Ωστόσο, εάν επιτρέψουμε «ασύρματη» επικοινωνία ανάμεσα στα

σωματίδια ή επιτρέψουμε αυτά να «δούνε» το ένα το άλλο, αυτή η ικανότητα μεταδίδει την γνώση της καλύτερης συνολικά θέσης σωματιδίου και περιλαμβάνει μία επιθυμία από το καθένα επίσης να μετακινηθεί προς το καθολικό καλύτερο όλων των σωματιδίων στο σμήνος, μετά η x-θέση του μοντέλου γίνεται

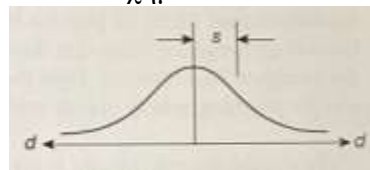
$$x_{i+1,j} = x_{i,j} + c_{1x} (r_i - 0.5) + c_{2x} (x_{bj} - x_i) + c_{3x} (x_g - x_{i,j}) \quad (10.16)$$

Η μεταβλητή x_{ij} είναι η x-θέση του jth σωματιδίου στο ith βήμα. Η μεταβλητή x_g είναι το καθολικό καλύτερο όλου του χρόνου για όλα τα σωματίδια στο σμήνος. Ο συντελεστής c_{3x} κλιμακώνει την επιθυμία για το ξεχωριστό σωματίδιο να μετακινηθεί προς το καθολικό καλύτερο. Υπάρχουν παρόμοιες εξισώσεις για όλα τα σωματίδια και για κάθε διάσταση της DV. Υπάρχουν παρόμοια σύνολα για κάθε θέση μοντέλα ταχύτητας.

Υπάρχουν πολλές επιλογές εφαρμογής:

1. Θα μπορούσατε να μοντελοποιήσετε τις καθολικές καλύτερες πληροφορίες καθώς μειώνεται η απόσταση από το καθολικό καλύτερο όπως φαίνεται στο

Σχήμα 10.27:



$$c_3 = e^{-d^2/s^2} \quad (10.17)$$

Όπου s είναι ένας παράγοντας κλίμακας. Αποτελεσματικά υπάρχει μετά βίας μέγεθος για c_3 εάν $d > 3s$.

Επιπλέον, κάποιος θα μπορούσε να έχει το καθολικό “draw” τυχαία να συμβαίνει:

$$c_3 = r \cdot e^{-d^2/s^2} \quad (10.18)$$

2. Θα μπορούσατε να έχετε τον παράγοντα c_1 να μειώνεται καθώς το σωματίδιο βρίσκει ένα βέλτιστο, και να αναγνωρίσετε αυτό το μέγεθος με κινήσεις που δεν ήταν καλύτερες. Ο κανόνας θα μπορούσε να είναι If $f_{j+1} > f_j$ μετά να συσταλεί c_1 και να διευρυνθεί c_1 .

3. Εάν το σωματίδιο θέλει να πάει σε μία x,y θέση που παραβιάζει έναν περιορισμό, τότε επιστρέψτε αυτό στην προηγούμενη θέση:

$$x = x_{old} + c_1 (r - 0.5) + c_2 C$$

Εάν ένας περιορισμός παραβιάζεται

$$x = x_{old}$$

Αλλιώς

$$x_{old} = x$$

4. Υπάρχουν τρισεκατομμύρια τροποποιήσεις, για παράδειγμα:

- Ισχυριστείτε σύγκλιση σμήνους όταν το μέγεθος της συστάδας είναι εντός της στατιστικής τυχειότητας.
- Όταν το σμήνος είναι σε μία κοινή γύρω περιοχή, μειώστε τις τυχαίες διαταραχές για να συγκλίνουν όλοι σε ένα κοινό σημείο.
- Χρησιμοποιήστε Gaussian διαταραχές αντί για ενιαίες.
- Εισάγετε ένα περιστασιακό γεγονός διασποράς σμήνους για να βελτιώσετε την εξερεύνηση.
- Συμπεριλάβετε πληροφορίες κλίσης συγκεντρωμένες από τυχαίες εξερευνήσεις.

- Επιταχύνετε την κίνηση του καθολικού καλύτερου του ατόμου προς το καθολικό καλύτερο.
- Συμπεριλάβετε απώθηση από προηγούμενους κενούς (όχι καλύτερους) χώρους.
- Επανατοποθετήστε το χειρότερο σε ένα τυχαίο σημείο. Το χειρότερο προσθέτει μικρή αξία. Χρησιμοποιήστε αυτό τον υπολογισμό συνάρτησης για να εξερευνήσετε μη εξερευνημένες περιοχές.
- Στο τελικό στάδιο, όταν η συστάδα φαίνεται να είναι σε μία κοινή γύρω περιοχή, εξαλείψτε τα σωματίδια για να μειωθεί το υπολογιστικό φόρτο.

10.8.3. PSO Ανάλυση Εξίσωσης

Το μοντέλο θέσης είναι ισοδύναμο σε μία πρώτου βαθμού διαφορική εξίσωση, μία πολύ κοινή εξίσωση. Ξεκινήστε με το μοντέλο θέσης:

$$x_{i+1} = x_i + c (r - 0.5) + e(x_b - x_i) + d(x_g - x_i) \quad (10.19)$$

Αναδιατάξτε αυτό για να συλλέξετε x_i όρους και έχετε

$$x_{i+1} - x_i + (e + d)x_i = ex_b + dx_g + w_i \quad (10.20)$$

Εκφράζοντας την πεπερασμένη διαφορά ως διαφορική, διαιρώντας με $(e+d)$, και καθορίζοντας $\tau = \Delta t / (e+d)$ έχουμε σαν αποτέλεσμα

$$\tau \frac{dx}{dt} + x = \frac{e}{e+d} x_b + \frac{d}{e+d} x_g + w_i \quad (10.21)$$

Αυτό είναι πρώτου βαθμού ODE με ξεχωριστό καλύτερο, καθολικό καλύτερο και τυχαία διαταραχή ως συναρτήσεις δύναμης.

Παρόμοια, το μοντέλο ταχύτητας είναι απλά ένα σύνολο δύο πρώτου βαθμού διαδοχικές ODEs ή μία δεύτερου βαθμού ODE. Τα μοντέλα για v και x

$$v_{i+1} = v_i + c (r - 0.5) + e(x_b - x_i) + d(x_g - x_i) \quad (10.22a)$$

$$x_{i+1} = x_i + \Delta t \cdot v_i \quad (10.22b)$$

μπορούν να συνδυαστούν σε

$$\tau^2 \frac{d^2x}{dt^2} + 0 \frac{dx}{dt} + x = \frac{e}{e+d} x_b + \frac{d}{e+d} x_g + w_i \quad (10.23)$$

10.9. Μέθοδος Complex (MC)

Συγκρίνοντας το απλό μοτίβο των τοπικών σημείων, η μέθοδος complex τυχαία τοποθετεί έναν καλό αριθμό επιλύσεων δοκιμής (παίκτες) σε εφικτό DV χώρο, δημιουργώντας ένα complex πολλών παικτών. Το χειρότερο αντικατοπτρίζεται μέσα από το κέντρο της βαρύτητας των άλλων παικτών. Το σημείο κίνησης για κάθε DV διάσταση υπολογίζεται από τον ίδιο τύπο. Εδώ είναι μία έννοια για μία πλασματική κίνηση σε διάσταση, x :

$$x_{j,i+1} = \bar{x}' + a(\bar{x}'_i - x_{j,i}) \quad (10.24)$$

Ο δείκτης j δείχνει την τιμή περιεχομένου του χειρότερου παίκτη και $x_{j,i}$ είναι η x τιμή του παίκτη στην i th επανάληψη. Η μεταβλητή $x_{j,i+1}$ είναι η κίνηση προς την x τοποθεσία και \bar{x}'_i είναι ο μέσος όρος όλων των παικτών εξαιρώντας το j th. Ο παράγοντας κλίμακας a

δείχνει πόσο μακριά στην άλλη πλευρά του κέντρου της βαρύτητας να μετακινηθεί ο παίκτης.

Αυτός ο αλγόριθμος έχει στοιχεία παρόμοια με την LF. Ο χειρότερος παίκτης κινείται σε κάποιο χρόνο και κενώνεται η προηγούμενη θέση. Ωστόσο, αντί να κάνει άλμα πάνω από το καλύτερο, στην CM κάνει άλμα πάνω από το κέντρο βάρους όλων των άλλων παικτών. Επίσης, αντί να περιλαμβάνει ένα στοχαστικό τυχαίο στοιχείο στην θέση άλματος προς η μέθοδος complex κινείται στο σημείο άλφα κατά μήκος μίας ευθείας γραμμής.

Εάν η θέση κίνησης προς είναι ανέφικτη ή έχει σαν αποτέλεσμα σε μία χειρότερη OF τιμή, βάλτε την τιμή του συντελεστή απόστασης α . Οι Ravindram, Ragsdell και Reklaitis αναφέρουν από εμπειρία, τον προτεινόμενο αριθμό παικτών να είναι $M=2N$ (δύο φορές τον αριθμό των διαστάσεων) και $\alpha=13$. Αυτή η τιμή για τον άλφα προοδευτικά θα διευρύνει την συστάδα, εάν μία κίνηση οδηγήσει σε καλύτερη OF τιμή, αλλά εάν δεν, η τιμή της $\alpha=1.3/2=0.65$ θα προκαλέσει τη συστάδα να συσταλεί. Θα φαινόταν ότι ο υπολογισμός του κέντρου βάρους της θέσης των άλλων παικτών σε κάθε επανάληψη είναι ένα υπολογιστικό φορτίο. Ωστόσο, μόλις υπολογιστεί το κέντρο βάρους όλων των παικτών, $\bar{x}_i = (1/M) \sum_{j=1}^M x_{i,j}$

μπορεί αυξητικά να αναβαθμιστεί μετά από κάθε επιτυχημένη κίνηση:

$$\bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i + \frac{1}{M}(x_{i+1,j} - x_{i,j}) \quad (10.25)$$

Έπειτα, η τιμή του $x_{j,i}$ μπορεί απλά να υπολογιστεί μετακινώντας την τιμή του $x_{j,i}$ από το συνολικό κέντρο βάρους.

$$\bar{x}'_i = \frac{1}{M-1}(M\bar{x}_i - x_{i,j}) \quad (10.26)$$

11. Γραμμικός Προγραμματισμός

11.1. Εισαγωγή

Ο Γραμμικός προγραμματισμός (LP) είναι μία τεχνική για την ειδική περίπτωση μίας γραμμικής OF και γραμμικών περιορισμών. Σε μία δισδιάστατη περίπτωση, και η OF και οι περιορισμοί έχουν τον γραμμικό τύπο $a+bx_1+cx_2$. Ενώ φαίνεται να είναι επουσιώδη και περιοριστικό μοντέλο, στην πραγματικότητα αναπαριστά ευρείες κατηγορίες εφαρμογών στον σχεδιασμό, συνδυασμό, κατανομή και εφοδιασμό. Οι LP εφαρμογές είναι το στήριγμα της βελτιστοποίησης επιχειρήσεων και οι εφαρμογές λειτουργούν καλά στον δισδιάστατο χώρο, με 100-1000 DVs.

Στο βιβλίο εστιάζουμε στην μη γραμμική βελτιστοποίηση. Αν και οι γραμμικές εφαρμογές είναι σημαντική κατηγορία της βελτιστοποίησης και ο γραμμικός προγραμματισμός (LP) αποτελεί στήριγμα για πολλές, σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται μόνον μία εισαγωγή. Ο αναγνώστης πρέπει να λάβει γνώση αυτής της κατηγορίας εφαρμογών και της LP τεχνικής, αλλά το βιβλίο δεν παρέχει λεπτομέρειες για να εξειδικευτεί κάποιος.

Ακολουθούν παραδείγματα της γραμμικής εφαρμογής.

Παράδειγμα 1 Μία εφαρμογή βελτιστοποίησης που οδηγεί σε μία LP δομή, και μπορεί να είναι οικεία στον αναγνώστη, είναι ο σχεδιασμός γευμάτων. Ο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί το κόστος τεμαχίων τροφής που αγοράζονται για τα γεύματα της εβδομάδας, ενώ προετοιμάζονται γεύματα που ικανοποιούν τις ελάχιστες καθημερινές απαιτήσεις διατροφικών στοιχείων. Ρητά υποδεικνύονται μόνον δύο

περιορισμοί, η βιταμίνη A και το αλάτι. Αλλά οι πολλές S.T σχέσεις θα περιλαμβάνουν και ελάχιστες και μέγιστες τιμές και σε όλα τα βασικά χαρακτηριστικά όπως νερό, ίνες, πρωτεΐνη, βιταμίνη C, ασβέστιο κ.τ.λ. Η παράσταση της βελτιστοποίησης είναι:

(11.1)

$$\begin{aligned} \min_{\text{(quantity of each item)}} J = \text{Cost of meals} &= \sum_{i=1}^N c_i n_i \\ \text{S.T.: nutrition: } \sum \text{vitamin A} &= \sum a_i n_i \geq \text{MDR} \\ \sum \text{Salt} &= \sum b_i n_i \geq \text{MDR} \end{aligned}$$

όπου n_i είναι η ποσότητα της τροφής για κάθε τεμάχιο i . Η τιμή/μονάδα c_i για κάθε τεμάχιο τροφής i . a_i, b_i, \dots η ποσότητα του a, b, \dots στο τεμάχιο της τροφής i .

Σημείωση: οι μονάδες όλων των μεταβλητών είναι διαφορετικές: η ποσότητα του ρυζιού μπορεί να είναι γραμμάρια, mL. Το κόστος, \$. Και οι ελάχιστες καθημερινές απαιτήσεις (MDR), USP μονάδες ανά μέρα. Επίσης, μερικές μεταβλητές μπορεί να είναι συνεχείς με αξία (32.4 oz νερό), αλλά κάποιες μπορεί να είναι ακέραιοι αριθμοί (πέντε καθαρισμένα καρότα).

Παρατηρήστε ότι και η OF και οι περιορισμοί είναι γραμμικοί.

Παράδειγμα 2 Ένας άνθρωπος που κατασκευάζει ξύλινα αντικείμενα θέλει να κάνει σκαμνιά και πλαίσια φωτογραφιών. Υπάρχει σταθερή τιμή για τον χρόνο και την προμήθεια σε ξύλο και ο στόχος είναι να μεγιστοποιήσει την τιμή πώλησης των τεμαχίων. Χρησιμοποιούμε s για τα σκαμνιά, p για τα πλαίσια και a_k η προσδοκώμενη τιμή πώλησης των τεμαχίων. Επομένως, $OF = a_s s + a_p p$. Το t είναι ο χρόνος για την κατασκευή κάθε τεμαχίου και w η ποσότητα του ξύλου που απαιτείται για κάθε τεμάχιο. Επομένως, οι περιορισμοί είναι $t_s s + t_p p \leq T$ και $w_s s + w_p p \leq W$. Επιπλέον, δεν μπορεί να υπάρχει αρνητική τιμή των τεμαχίων, άρα $p \geq 0$ και $s \geq 0$. Επίσης, τα s και p πρέπει να είναι ακέραιοι αριθμοί. Η παράσταση της βελτιστοποίησης είναι:

$$\begin{aligned} \max \quad J &= z = a_s s + a_p p \\ \{s, p\} \\ t_s s + t_p p &\leq T \\ \text{S.T. } w_s s + w_p p &\leq W \\ p &\geq 0, \text{ integer} \\ s &\geq 0, \text{ integer} \end{aligned} \quad (11.2)$$

Σημείωση: Οι μονάδες για κάθε τεμάχιο δεν είναι ίδιες. Οι DVs είναι ακέραιοι αριθμοί των τεμαχίων. Η τιμή OF είναι ίσως \$. Ο περιορισμός χρόνου T , έχει τις μονάδες των ημερών και ο περιορισμός υλικού έχει τις μονάδες της μονάδας μέτρησης feet.

Σημείωση: Και η OF και οι περιορισμοί είναι γραμμικές συναρτήσεις των DVs.

Γενικά, η εφαρμογή μπορεί να παρασταθεί σε σημειογραφία διανύσματος:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad J &= \sum_{i=1}^N c_i n_i = \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{n} \\ \{n_1, n_2, n_3, \dots\} \\ \text{S.T. } \sum a_i n_i &= \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{n} \geq d_a \\ \sum b_i n_i &= \mathbf{b}^T \cdot \mathbf{n} \geq d_b \end{aligned} \quad (11.3)$$

11.2. Οπτική Αναπαράσταση και Έννοιες

Στο Σχήμα 11.1 απεικονίζεται μία δισδιάστατη κατάσταση με την OF να υπολογίζεται ως

$OF = a + bx_1 + cx_2$. Η τιμή OF είναι ένα επίπεδο στην τρισδιάστατη όψη. Οι DVs είναι οι άξονες που καθορίζουν το χαμηλότερο οριζόντιο επίπεδο και η OF είναι η κάθετη κατεύθυνση. Με το επίπεδο OF να απεικονίζεται έτσι, το μέγιστο είναι πάντα πιο μακριά προς τα δεξιά (υψηλότερες x_1 τιμές) και προς τα πίσω (μεγαλύτερες αρνητικές x_2 τιμές). Παρόμοια το ελάχιστο είναι προς τα μπροστά και αριστερά. Σε κάθε περίπτωση, πιο μακριά κατά μήκος των x_1 και x_2 αξόνων δίνει μία καλύτερη OF τιμή, η οποία τείνει να είναι το ανέφικτο άπειρο στις άπειρες x_1 και x_2 . Για να εμποδιστούν ανέφικτες επιλύσεις, υποδεικνύονται περιορισμοί στο $x_1 - x_2$ επίπεδο ως γραμμές που μπορούν να εκφραστούν σε κάθε αριθμό τρόπων. Για παράδειγμα, $x_2 \leq d + ex_1$, ή $d + ex_1 + fx_2 = g(x_1, x_2) \geq 0$.

Χωρίς περιορισμούς, το βέλτιστο είναι στο $x_1, x_2 \pm \infty$, εξαρτώμενο από τα σημεία των OF συντελεστών b και c. Με αλγεβρικούς περιορισμούς ανισότητας στις DVs, η περιοχή με σκίαση καθορίζει την εφικτή DV περιοχή.

Οι περιορισμοί ανισότητας θα μπορούσαν να είναι εξαρτώμενοι σε είτε συνεχείς είτε ακέραιες τιμές, μικρότερες από ή ίσες με τις συνθήκες, ή βασισμένες στις ξεχωριστές DVs ή τους συνδυασμούς τους. Ακολουθούν παραδείγματα:

$$dx_1 + ex_2 \geq f \quad (11.4a)$$

$$gx_1 + hx_2 \leq \text{ακέραιος} \quad (11.4b)$$

$$0 \leq x_1 \leq p \quad (11.4c)$$

$$0 \leq x_2 \leq \text{ακέραιος} \quad (11.4d)$$

Εάν υπάρχει ένας μεγαλύτερος από $>$ ή \geq περιορισμός, πολλαπλασιάστε με -1 για να το μετατρέψετε σε \leq περιορισμό για να το τοποθετήσετε στον κανονικό τύπο για LP.

Επειδή η OF είναι επίπεδο, οι γραμμές στην OF επιφάνεια είναι όλες παράλληλες ίσες γραμμές, σαν να είναι ισοϋψείς καμπύλες.

Σχήμα 12.1 Απεικόνιση των LP εννοιών

Το βέλτιστο βρίσκεται στην τομή των περιορισμών. Πάρτε οποιοδήποτε DV συνδυασμό που είναι μη περιορισμένο εσωτερικό σημείο. Μετακινώντας μία DV στη δεξιά κατεύθυνση βελτιώνει την OF, αλλά μόνον μία μετακινεί την DV σε έναν περιορισμό. Έπειτα, μετακινώντας κατά μήκος του περιορισμού στη δεξιά κατεύθυνση μπορεί να βελτιώσει την OF. Προσέξτε ότι κατά μήκος του περιορισμού, και οι δύο DVs πρέπει να αλλάξουν καθώς η μία κινείται προς έναν περιορισμό. Αλλά η μία δεν μπορεί να κινηθεί στο άπειρο. Μία μπορεί να μετακινηθεί στο σημείο όπου η DV διαδρομή συναντάει έναν άλλο περιορισμό. Το βέλτιστο βρίσκεται στην τομή των περιορισμών, και το βέλτιστο είναι πιθανόν μοναδικό. Στη σπάνια περίπτωση που ο περιορισμός που καθορίζει την καλύτερη OF τιμή είναι παράλληλος σε αυτή την καλύτερη ισοϋψή καμπύλη, τότε το μέγιστο είναι κάθε σημείο κατά μήκος αυτού του περιορισμού. Αλλά εάν ο περιορισμός είναι μόνον ένα μικροσκοπικό σημείο που δεν είναι παράλληλο στην ισοϋψή καμπύλη, κινούμενος κατά μήκος του περιορισμού στην τομή του με έναν άλλο περιορισμό βρίσκει το μοναδικό βέλτιστο. Το καλύτερο σημείο είναι στην τομή των περιορισμών.

Σκεφτείτε το OF μοντέλο. $OF = \alpha + bx_1 + cx_2$. Σε μία ισοϋψή καμπύλη η OF τιμή είναι μια σταθερή OF_c , που καθορίζει την x_1, x_2 σχέση ως $x_2 = (OF_c - \alpha)/c - (b/c)x_1$. Η κλίση της ισοϋψούς καμπύλης στο DV επίπεδο, η σχέση ανάμεσα στις DVs είναι $-b/c$. Ένας περιορισμός θα μπορούσε να αναπαρασταθεί ως $dx_1 + ex_2 \leq f$, και στον περιορισμό η σχέση είναι $dx_1 + ex_2 = f$, το οποίο οδηγεί σε μία εξίσωση για μία γραμμή στο DV επίπεδο

$x_2 = f/e - (d/e)x_1$. Στην ιδιαίτερη περίπτωση όπου η κλίση του περιορισμού είναι ίση με την κλίση της προβολής της ισοϋψούς καμπύλης, εάν $-b/c = -d/e$, τότε κάθε σημείο κατά μήκος αυτού του περιορισμού θα είναι μία ισοδύναμη επίλυση.

Σημείωση: Η εφικτή DV περιοχή που απεικονίζεται στο Σχήμα 12.1 είναι κυρτό. Υπάρχει μία όμορη εφικτή περιοχή, εάν επιλέξεις οποιοδήποτε σύνολο δύο εφικτών DV, μία ευθεία γραμμή που τις συνδέει θα βρίσκεται εντός της εφικτής περιοχής. Αυτό είναι μία συνθήκη της εισαγωγικής LP μεθόδου, παρόλο που βελτιωμένοι αλγόριθμοι μπορούν να αντιμετωπίσουν μη κυρτούς περιορισμούς.

Επίσης, προσέξτε ότι υπάρχουν περισσότεροι περιορισμοί από DVs στην απεικόνιση. Εάν ο αριθμός των περιορισμών είναι ίσος με τον αριθμό των DVs, τότε υπάρχει μόνον μία επίλυση και μία κοινή τομή. Εάν ο αριθμός των περιορισμών είναι μικρότερος από τον αριθμό των DVs, τότε το βέλτιστο θα βρίσκεται σε ένα υπερβολικό άπειρο, το οποίο υποδηλώνει ότι κάποιοι περιορισμοί δεν αναγνωρίστηκαν.

Τέλος, παρατηρήστε ότι στο Σχήμα 12.1 μία από τις τομές περιορισμών είναι εκτός της εφικτής περιοχής. Δεν είναι όλες οι τομές εφικτές.

Αυτή η απλή παρουσίαση θα είναι για την κοινή LP εφαρμογή με μία κυρτή εφικτή περιοχή και τον αριθμό των περιορισμών μεγαλύτερο από τον αριθμό των DVs.

Πόσες κορυφές περιορισμού υπάρχουν; Σκεφτείτε ένα σύστημα με m αριθμό των DVs και

$n > m$ αριθμό γραμμικών ανεξάρτητων περιορισμών με μία κυρτή DV εφικτή περιοχή. Η απεικόνιση μπορεί να είναι:

$$(11.5)$$

$$\begin{aligned} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + \dots + a_{1,m}x_m &\geq b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 + \dots + a_{2,m}x_m &\geq b_2 \\ a_{3,1}x_1 + a_{3,2}x_2 + \dots + a_{3,m}x_m &\geq b_3 \\ a_{4,1}x_1 + a_{4,2}x_2 + \dots + a_{4,m}x_m &\geq b_4 \\ &\vdots \\ a_{n,1}x_1 + a_{n,2}x_2 + \dots + a_{n,m}x_m &\geq b_n \end{aligned}$$

Ή σε έναν συμπαγή πίνακα σημειογραφίας διανύσματος ως

$$Ax \geq b \quad (11.6)$$

Σε κάθε ενεργό περιορισμό η συνθήκη της ανισότητας γίνεται το όριο ισότητάς της. Με m αριθμό μεταβλητών, κάθε m αριθμός ανεξάρτητων γραμμικών εξισώσεων μπορούν να επιλεγούν για να καθορίσουν μία κορυφή περιορισμού. Πόσες επιλογές m εξισώσεων υπάρχουν σε ένα σύνολο των n ; Η απάντηση είναι στον αριθμό των συνδυασμών:

$$N = \binom{n}{m} = \frac{n!}{m(n-m)!} \quad (11.7)$$

Με $n = 5$ σύνολα περιορισμών και $m = 3$ DVs, υπάρχουν μόνον 10 τομές για εξερεύνηση. Μία διεξοδική αναζήτηση θα μπορούσε απλά να εφαρμοστεί. Ωστόσο,

με 10 DVs και 20 περιορισμούς, υπάρχουν περίπου 185,000 κορυφές. Θα θέλαμε να έχουμε μία αποτελεσματική διαδικασία αναζήτησης που δεν χρειάζεται να εξερευνήσει όλες τις πιθανές κορυφές. Η LP είναι ένας έξυπνος τρόπος να δομήσει την αναζήτηση για το καλύτερο ανάμεσα σε όλες τις τομές περιορισμού, μειώνοντας τον αριθμό των κορυφών που χρειάζεται να υπολογιστούν.

Σε ένα δισδιάστατο πρόβλημα με περιορισμούς μόνον στις DVs, οι περιορισμοί είναι περιορισμοί γραμμής στο DV1 – DV2 επίπεδο, όπως απεικονίζεται.

Εάν επίσης υπάρχουν περιορισμοί που περιλαμβάνονται στην OF, τότε οι εξισώσεις περιορισμού θα μπορούσαν να εμφανιστούν να έχουν τρεις όρους:

$$ax_1 + bx_2 + cz < j \quad (11.8)$$

Ωστόσο, εφόσον η OF είναι μία γραμμική αντίδραση στα x_1, x_2 , αυτή παραμένει ένας γραμμικός περιορισμός στις δύο DVs.

Εάν υπάρχουν 3 DVs, τότε η OF είναι ένα υπερεπίπεδο σε τετραδιάστατο χώρο και οι περιορισμοί είναι επίπεδα σε τρισδιάστατο χώρο:

$$ax_1 + bx_2 + cx_3 < j \quad (11.9)$$

Σε αυτές τις περιπτώσεις κάθε ζευγάρι επιπέδων διασταυρώνονται σε μία γραμμή και επειδή αυτή η γραμμή διασταυρώνεται με ένα άλλο επίπεδο περιορισμού σε ένα σημείο, τρία επίπεδα περιορισμού θα διασταυρωθούν σε ένα κοινό σημείο. Ξανά κάθε σημείο τομής αναπαριστά το όριο του περιορισμού που μπορεί να είναι το καλύτερο σημείο.

Σε υψηλής διάταξης DV προβλήματα, οι περιορισμοί είναι τομές των υπερεπιπέδων.

Θα μπορούσε κάποιος να χρησιμοποιήσει τεχνικές άμεσης αναζήτησης ή κατάβασης κλίσης για να επιλύσει μία LP εφαρμογή; Ναι, αλλά είναι πιθανόν να κολλήσουν σε έναν περιορισμό και να μην κινηθούν κατά μήκος του περιορισμού προς το βέλτιστο.

Σκεφτείτε μία απλή λογική κατάβασης κλίσης. Από ένα TS κινείται στην πιο απότομη ανοδική κατεύθυνση, που είναι η κατεύθυνση της πιο υψηλής κλίσης του OF επιπέδου (υπερεπίπεδο). Όταν συναντήσει έναν περιορισμό, ακόμη θέλει να κινηθεί διασχίζοντας τον περιορισμό, όχι παράλληλα με αυτόν σε μία κατεύθυνση που δεν είναι η πιο απότομη ανοδική. Άμεσες μέθοδοι αναζήτησης έχουν παρόμοια προβλήματα επιθυμώντας να κάνουν άλματα διασχίζοντας έναν περιορισμό παρά να καθοδηγηθούν από αυτό. Μία πιθανή λύση είναι να χρησιμοποιηθεί ένα σχήμα μειωμένης κατάβασης κλίσης, που θα κινηθεί κατά μήκος του περιορισμού. Ωστόσο, τέτοιοι αλγόριθμοι απαιτούν πολλούς υπολογισμούς συνάρτησης σχετικές με τον περιορισμό που ακολουθεί η LP λογική.

11.3. Βασική LP διαδικασία

Η LP λογική:

Βήμα 1: Ξεκινήστε σε μία τομή των ορίων περιορισμού, που είναι μία εφικτή κορυφή, είναι ένα TS. Τμήμα της LP διαδικασίας διευκολύνει να καθοριστεί ένα εφικτό αρχικό σημείο. Κάποιες τομές περιορισμού μπορεί να είναι έξω από την εφικτή περιοχή.

Βήμα 2: Εάν το αρχικό TS δεν είναι το καλύτερο σημείο, τότε μετακινώντας κατά μήκος μίας από τις γραμμές περιορισμού, θα μετακινηθεί προς μία καλύτερη τομή. Μετακινήστε κατά μήκος ενός περιορισμού. Αλλά ποιον από όλους; Πρέπει να επιλεγεί. Η LP διαδικασία το καθορίζει με αυτή την λογική: Στο TS, αναζητείστε ανάμεσα στα ενεργά όρια περιορισμού για να βρείτε αυτό που έχει την πιο μεγάλη δυναμική στο να βελτιώσει την OF.

Βήμα 3: Μετακινήστε κατά μήκος αυτού του περιορισμού στην ευεργετική κατεύθυνση, βελτιώνοντας την OF, μέχρι η επόμενη τομή περιορισμού να μπλοκάρει την πρόοδο. Πώς να ξέρετε πόσο μακριά; Η LP διαδικασία το καθορίζει. Αυτό είναι το καινούριο TS.

Επιστρέψτε στο βήμα 2, και ηανά υπολογίστε τον περιορισμό προσφέροντας την καλύτερη επίδραση στην OF, μέχρι. Μετά επιστρέψτε στο Βήμα 3 και μετακινήστε κατά μήκος αυτού στην επόμενη και επόμενη τομή. Στο Βήμα 2, όταν καμία νέα κατεύθυνση δεν προσφέρει μία OF βελτίωση, η διαδικασία έχει βρει το βέλτιστο.

Σημείωση: Το κριτήριο σύγκλισης είναι ότι καμία κίνηση δεν οδηγεί σε καλύτερη επίλυση.

11.4. Κανονική LP Παράσταση

Ξεκινήστε με μία παραδοσιακή γραμμική παράσταση:

$$\begin{aligned} \text{Min } J &= \sum_{i=1}^{i=m} c_i x_i \\ \{x\} & \\ \text{S.T.} & \quad \sum a_{1,i} x_i \leq b_1 \\ & \quad \sum a_{2,i} x_i \leq b_2 \\ & \quad \vdots \\ & \quad \sum a_{n,i} x_i \leq b_n \\ & \quad x_i \geq 0 \text{ για όλα τα } i, 1 \leq i \leq m \end{aligned} \tag{11.10}$$

Συμπεριλάβετε μία μέτρια μεταβλητή σε κάθε περιορισμό για να κάνετε κάθε περιορισμό μία ισότητα. Για παράδειγμα, εάν υπάρχουν m DVs, η μέτρια μεταβλητή που προστέθηκε στον πρώτο περιορισμό θα είναι $m + 1$ st μεταβλητή:

$$\sum_{i=1}^m a_{1,i} x_i + x_{m+1} = b_1 \tag{11.11}$$

Η μέτρια μεταβλητή θα έχει μία μη αρνητική τιμή $x_{m+1} \geq 0$

Εάν υπάρχει n αριθμός περιορισμών ανισότητας, υπάρχει n αριθμός μέτριων μεταβλητών που προστίθενται στην παράσταση. Αυτό μετατρέπει όλους τους αλληλεπιδρώντες περιορισμούς σε περιορισμούς ισότητας, αφήνοντας μόνον την ≥ 0 συνθήκη σε $n + m$ μεταβλητές, τις m DVs και τις n μέτριες μεταβλητές.

Σημειώστε ότι οι μέτριες μεταβλητές δεν είναι οι ίδιες όπως οι αρχικές DVs. Οι μέτριες μεταβλητές δείχνουν πόσο μακριά από τον περιορισμό είναι το σύνολο των συνθηκών, και έχουν τις μονάδες των συνθηκών περιορισμού, όχι απαραίτητα τις μονάδες των DVs.

Επίσης παρατηρήστε ότι οι μέτριες μεταβλητές έχουν το ίδιο σύμβολο όπως οι DVs, x , επειδή μαθηματικά θα αντιμετωπιστούν ως βελτιστοποιητές DVs.

Το πρόβλημα της παράστασης είναι:

$$\begin{aligned}
\min_{\{x^+\}} J &= \sum_{i=1}^{i=m} c_i x_i \\
\text{S.T.} : & \sum_{i=1}^m a_{1,i} x_i + 1x_{m+1} + 0x_{m+2} + \dots + 0x_{m+n} = b_1 \\
& \sum_{i=1}^m a_{2,i} x_i + 0x_{m+1} + 1x_{m+2} + \dots + 0x_{m+n} = b_2 \\
& \vdots \\
& \sum_{i=1}^m a_{n,i} x_i + 0x_{m+1} + 0x_{m+2} + \dots + 1x_{m+n} = b_n \\
& x_i \geq 0 \text{ for all } i, 1 \leq i \leq m+n
\end{aligned}
\tag{11.12}$$

Αυτό θα φαινόταν ότι περιπλέκει το πρόβλημα, επειδή τώρα υπάρχουν $m + n$ DVs, και το DV διάνυσμα, x^+ , έχει $m + n$ στοιχεία. Ωστόσο, εφόσον υπάρχουν n γραμμικοί περιορισμοί και ο καθένας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μειώσει την DV διάσταση, υπάρχει ακόμη μόνον m αριθμός των DVs.

Χωρίς διαφοροποίηση ανάμεσα σε μέτριες και αρχικές DVs στην OF, η παράσταση βελτιστοποίησης είναι

$$\begin{aligned}
\min_{\{x^+\}} J &= \left[\sum_{i=1}^{i=m} c_i x_i \right] + 0x_{m+1} + 0x_{m+2} + \dots + 0x_{m+n} = c^T x^+ + 0x_{\text{slack}} = c^T x^+ \\
\text{S.T.} : & \mathbf{A}^+ x^+ (= \mathbf{A}x + \mathbf{I}x_{\text{slack}}) = \mathbf{b} \\
& x^+ \geq 0
\end{aligned}
\tag{11.13}$$

11.5. LP Αλγόριθμος

Η LP διαδικασία:

Βήμα 1: Είναι βολικό να ξεκινήσετε ένα TS με το αρχικό DVs σύνολο στο μηδέν $x_{\text{DV}}=0$. Αυτή η επιλογή του τίποτα είναι μία εφικτή λύση, και οι n γραμμικές εξισώσεις των περιορισμών πολύ εύκολα υπολογίζουν τις αντίστοιχες n τιμές μέτριας μεταβλητής. Για την αρχική περίπτωση, $x_{\text{slack}} = b$. Για αυτή την λύση η OF τιμή είναι μηδέν, το οποίο δεν είναι μία πολύ επιθυμητή τιμή. Οι μεταβλητές απόφασης με μία τιμή του μηδέν ονομάζονται μη βασικές. Υπάρχει m αριθμός αυτών, ίδιο αριθμό με τις DVs. Οι μη μηδενικές μεταβλητές ονομάζονται βασικές μεταβλητές. Υπάρχει n αριθμός αυτών, ο ίδιος αριθμός με τους περιορισμούς ανισότητας.

Βήμα 2: Αλλάξτε μία DV τιμή για να πάρετε μία καλύτερη OF τιμή. Ποια DV θα πρέπει να αλλάξει; Επιλέξτε την μία που έχει την μεγαλύτερη επίδραση στην OF για μία αλλαγή μονάδας στην DV, την DV με την μεγαλύτερη c τιμή συντελεστή. Ίσως είναι η i th, x_1 .

Παρατηρήστε ότι αυτό είναι μία ευρετική μέθοδος άπληστου αλγόριθμου. Παίρνει την άμεση καλύτερη επιλογή. Ωστόσο, μπορεί να είναι ότι η άμεση καλύτερη επιλογή οδηγεί στη διαδρομή με μία σειρά περιορισμών, και ο καθένας πρέπει να επεξεργαστεί για να φτάσει στο βέλτιστο. Μπορεί να είναι ότι η τοπική δεύτερη καλύτερη διαδρομή έχει λιγότερες τομές περιορισμού για να διαπραγματευτεί στην εναλλακτική διαδρομή στο βέλτιστο.

Πόσο να αλλάξεις το x_1 ; Κάποιος μπορεί μόνο να το αλλάξει στο σημείο που ένας περιορισμός συναντάται. Αυτή η αλλαγή μπορεί να καθοριστεί από τους συντελεστές στις εξισώσεις περιορισμού. Σε κάθε περιορισμό, η μέγιστη ποσότητα που το x_1 μπορεί να μετακινηθεί είναι η ποσότητα που κάνει την μέτρια μεταβλητή να γίνει

μηδέν, $\Delta x_1 = b_j/a_{j,i}$. Ο δείκτης j αναπαριστά τον δείκτη της εξίσωσης περιορισμού. Η αλλαγή x_1 με το ελάχιστο σε όλες τις j εξισώσεις, $\Delta x_1 = \min\{b_j/a_{j,i}\}$. Αυτό μετακινεί την επίλυση δοκιμής στο j th περιορισμό. Επίσης, θέτει την j th μέτρια μεταβλητή στο μηδέν και κάνει την i th DV μη μηδενική. Συνεπώς, η j th μέτρια μεταβλητή αφήνει το βασικό σύνολο και γίνεται μία στο μη βασικό σύνολο. Και η i th DV αφήνει το μη βασικό σύνολο και γίνεται μία στο βασικό σύνολο.

Αναγνωρίστε ότι η j είναι τώρα ένας ειδικός περιορισμός. Είναι ο μοναδικός χωρίς μέτρια χωρητικότητα.

Τώρα, κάθε συνεχιζόμενη αλλαγή στο x_1 θα απαιτήσει μία αντισταθμισμένη αλλαγή σε μία άλλη x τιμή, x_k , επειδή δεν υπάρχει πλέον μέτριο στον j th περιορισμό. Ο j th περιορισμός τώρα θα απαιτεί $\Delta x_k = - (a_{j,i} / a_{j,k}) \Delta x_1$. Αυτό σημαίνει ότι μία επιπλέον αλλαγή στο x_i θα έχει δύο επιδράσεις στην OF, εξαιτίας και του Δx_1 και του Δx_k .

Έτσι, $\Delta OF = c_i \Delta x_i + c_j \Delta x_j = (c_i - c_k) (a_{j,i} / a_{j,k}) \Delta x_1$.

Βήμα 3: Αλλάξτε την i th DV τιμή κατά μήκος του j th περιορισμού για να πάρετε μία καλύτερη OF τιμή. Ποια είναι η k th DV που πρέπει να επιλεγεί για να κάνει μία εξισορροπημένη αλλαγή για να διατηρήσει τον j th περιορισμό; Επιλέξτε εκείνον που έχει την μεγαλύτερη από κοινού επίδραση στην OF για μία αλλαγή μονάδας στην DV με την πιο μεγάλη $(c_i - c_k) (a_{j,i} / a_{j,k})$ τιμή συντελεστή.

Πόσο να αλλάξει ο x_1 ; Κάποιος μπορεί να το αλλάξει μόνον μέχρι το σημείο που ένας άλλος περιορισμός συναντάται. Αυτή η αλλαγή μπορεί να καθοριστεί από τους συντελεστές στις απομένουσες εξισώσεις περιορισμού. Σε κάθε περιορισμό, η μέγιστη ποσότητα που x_i μπορεί να μετακινηθεί είναι η ποσότητα που κάνει την μέτρια μεταβλητή να γίνει μηδέν όταν και x_i και x_j έχουν αλλάξει. Για τον l th περιορισμό, $\Delta x_1 = b_l / (a_{l,i} - (a_{j,i} / a_{j,i}) a_{l,i})$. Ο δείκτης j αναπαριστά τον προηγούμενο δείκτη στην εξίσωση περιορισμού, ο περιορισμός που μετακινείται κατά μήκος, και ο δείκτης l αναπαριστά τον δείκτη στην εξίσωση περιορισμού που μετακινούμε προς τα εμπρός. Αλλάξτε το x_1 μέχρι το ελάχιστο σε όλες τις l εξισώσεις. Αυτό μετακινεί την επίλυση δοκιμής στην τομή των l th και j th περιορισμών. Επίσης, θέτει τις l th και j th μέτριες μεταβλητές στο μηδέν. Αναγνωρίστε ότι οι περιορισμοί l και j είναι και οι δύο χωρίς μέτρια χωρητικότητα.

Δεν μπορείτε να προχωρήσετε περισσότερο κατά μήκος του j th περιορισμού, επειδή ο l th περιορισμός έχει συναντηθεί. Επιπροσθέτως, δεν υπάρχει λόγος να μετακινηθεί προς τα πίσω κατά μήκος του j th περιορισμού, επειδή η OF εκεί είναι χειρότερη. Επομένως, ψάξτε κατά μήκος του l th περιορισμού.

11.6. Πίνακας Simplex

Η διαδικασία μπορεί να μηχανοποιηθεί και να παρασταθεί σε έναν απλό σειρά-στήλη πίνακα, που φέρει τον όρο πίνακας simplex. Στις σειρές αναπαριστά την OF συνάρτηση και τους περιορισμούς, και στις στήλες τις DVs και τις μέτριες μεταβλητές. Σε κάθε στάδιο της LP simplex διαδικασίας, διαδοχικός χειρισμός σειράς-στήλης και ομαλοποίηση των συντελεστών είναι όμοια με την $b_l / (a_{l,i} - (a_{j,i} / a_{j,i}) a_{l,i})$ λειτουργία πριν. Κάθε κίνηση αλλάζει την επίλυση δοκιμής από το αρχικό μηδέν, διαδοχικά κατά μήκος των περιορισμών, προς το βέλτιστο.

Ο πίνακας simplex και η διαδικασία είναι πολύ έξυπνα εργαλεία. Μπορούν να εφαρμοστούν επιλογές για ποικίλες καταστάσεις. Και υπάρχουν τρόποι για να ερμηνευτούν οι μέτριες μεταβλητές. Είναι μία δυναμική τεχνική αλλά περιορισμένη στην γραμμική κατηγορία συναρτήσεων και περιορισμών.

12. Δυναμικός Προγραμματισμός

12.1. Εισαγωγή

Οι μεταβλητές απόφασης μπορούν να θεωρηθούν ως η επίδραση (η ανεξάρτητη μεταβλητή), ή η εξαρτημένη μεταβλητή, καθώς η διαδικασία ανταποκρίνεται (κατάσταση). Οι περισσότερες τεχνικές βελτιστοποίησης αναζητούν τις τιμές επίδρασης ως μεταβλητές επίλυσης δοκιμής και υπολογίζουν την αντίδραση της διαδικασίας χρησιμοποιώντας το μοντέλο στην φυσιολογική διαδικασία υπολογισμού: οι τιμές εισόδου δίνονται και οι τιμές εξόδου καθορίζονται.

Συγκρίνοντας αυτές τις προσεγγίσεις, ο δυναμικός προγραμματισμός (DP) είναι μία μέθοδος βελτιστοποίησης επιλέγοντας μία διαδρομή (η αντίδραση) μέσα από στάδια ή χρόνο. Οι DV τιμές είναι τα αποτελέσματα του μοντέλου. Τα εισαγόμενα στοιχεία υπολογίζονται για να πετύχουν τη διαδρομή.

Η DP εφαρμόζεται σε διαδικασίες που αλλάζουν τον χρόνο, όπως η διαδικασία ελέγχου ή ο προγραμματισμός γεγονότων καθώς η διαδικασία εξελίσσεται. Παρόλο που και άλλες μέθοδοι βελτιστοποίησης μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε τέτοιες εφαρμογές, και συχνά πιο αποτελεσματικά, υπάρχουν τρεις αλλαγές παραδείγματος που συνδέονται με την DP που την κάνουν αξιοπρόσεχτη.

Πρώτον, η DV για βελτιστοποίηση, η TS, είναι το αποτέλεσμα της διαδικασίας, όχι το εισαγόμενο στοιχείο. Παραδοσιακά, όπως προαναφέρθηκε, η TS είναι μία DV επιλογή της επίδρασης ή των τιμών της ανεξάρτητης μεταβλητής, και οι καταστάσεις της διαδικασίας είναι η αντίδραση. Στις περισσότερες διαδικασίες βελτιστοποίησης, το μοντέλο χρησιμοποιείται για να καθορίσει τις τιμές των σταδίων της διαδικασίας που ανταποκρίνονται στην TS. Αντίθετα, η DP αναζητάει να επιλέξει τις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής (οι καταστάσεις) και να προσδιορίσει μία καλύτερη εξέλιξη των τιμών της κατάστασης στον χρόνο. Η TS είναι το στάδιο και οι τιμές εισαγόμενης μεταβλητής υπολογίζονται από το αντίθετο του μοντέλου.

Δεύτερον, στην DP οι αρχικές και τελικές καταστάσεις προσδιορίζονται, και ο στόχος είναι να αναζητήσουν την καλύτερη διαδρομή ανάμεσά τους. Αυτό είναι σαν να λύνεις ένα πρόβλημα τιμής ορίου σε διαφορικές εξισώσεις. Αντίθετα, οι περισσότερες εφαρμογές βελτιστοποίησης των δυναμικών διαδικασιών προσδιορίζουν μία αρχική κατάσταση και αναζητούν την καλύτερη τελική κατάσταση που μπορεί να επιτευχθεί. Οι παραδοσιακοί βελτιστοποιητές μπορούν να το κάνουν χρησιμοποιώντας μία τελική κατάσταση ως περιορισμό και να καθορίσουν την καλύτερη διαδρομή σε αυτό. Η DP το κάνει διαφορετικά, που θεωρείται αξιοσημείωτη καινοτομία.

Τρίτον, όταν η βελτιστοποίηση ολοκληρωθεί για μία συγκεκριμένη διαδρομή, έχει γίνει η δουλειά για να καθοριστεί η καλύτερη διαδρομή από κάθε ενδιάμεση κατάσταση έναρξης. Μόλις η απόφαση έχει ληφθεί, οι υπολογισμοί που απαιτούνται ολοκληρώνονται για όλες τις καταστάσεις.

Παρόλο που άλλες τεχνικές βελτιστοποίησης μπορούν να αλλάξουν την μεταβατική εφαρμογή βελτιστοποίησης διαδρομής, η DP έχει μία αλλαγή παραδείγματος που ο αναγνώστης πρέπει να καταλάβει. Επίσης, υπάρχει μία κατηγορία εφαρμογών για τις οποίες έχει γίνει το σταθερό εργαλείο.

Ο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί ή να μεγιστοποιηθεί κάποια αντικειμενική συνάρτηση, που συνήθως κοστίζει. Εφόσον η διαδικασία αλλάζει στον χρόνο, το μοντέλο χρειάζεται να συσχετίσει το στάδιο της διαδικασίας σε δράση στη δυναμική διαδικασία.

Παράδειγμα 1 Ποια είναι η καλύτερη διαδρομή απογείωσης ενός αεροπλάνου; Τα γραφήματα στο Σχήμα 13.1 απεικονίζουν το ύψος του αεροπλάνου καθώς αλλάζει είτε με την απόσταση είτε με τον χρόνο. Το ύψος είναι η αντίδραση στη δράση ελέγχου. Το ύψος είναι η κατάσταση. Ο κάθετος άξονας είναι η κατάσταση, και ο οριζόντιος άξονας είναι το στάδιο. Εάν κοιτάς το ύψος, ο χρόνος είναι το στάδιο, όπως στο Σχήμα 13.1.a. Αλλά στο Σχήμα 13.1.b, ένα γράφημα του ύψους, η απόσταση είναι το στάδιο. Η δράση ελέγχου φυσιολογικά θεωρείται ότι είναι η DV, εδώ δεν εννοείται. Τυπικά ένα δυναμικό μοντέλο χρησιμοποιεί τον χρόνο ως αύξηση για να επιλύσει τις ODEs, αλλά κάποιος μπορεί να χαράξει την κατάσταση (ύψος), δηλαδή είτε τον χρόνο είτε την απόσταση από το σημείο απογείωσης. Το αεροπλάνο ξεκινάει από το ύψος του αεροδιαδρόμου και το σχέδιο πτήσης δείχνει ότι χρειάζεται να πετάξει σε ένα υψόμετρο στόχο.

Αξιολογώντας το καλύτερο ως ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμων, το ερώτημα είναι «ποια είναι η πιο αποδοτική διαδρομή σε καύσιμα για να φτάσει σε υψόμετρο στόχο μετά από 5 μίλια απόσταση;» συνεπώς, το τελικό στάδιο θα μπορούσε να καθοριστεί ως «μετά από 20 λεπτά πτήσης».

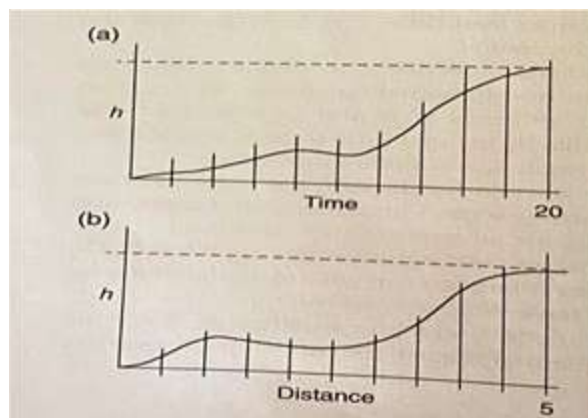
$$\begin{aligned} \text{Min } J &= \text{fuel consumption} = \sum_{i=1}^{\#stages} f c_i \\ &\{h_1, h_2, h_3, \dots\} \\ \text{S.T. } &\left\{ \begin{array}{l} h_0 = 0 \\ h_N = h_{target} \end{array} \right\} \\ &f c_i > 0 \end{aligned} \tag{12.1}$$

Η λίστα DV $\{h_1, h_2, h_3, \dots\}$ είναι η ακολουθία διαδρομής κατάστασης-μία λίστα από επιθυμητές h τιμές σε κάθε στάδιο (χρόνο ή απόσταση), όχι η θέση των πτερυγίων και όχι η ενέργεια ελέγχου.

Το στάδιο μετράται από τον δείκτη i . Η OF είναι το σύνολο του κόστους που συνδέεται με το i th σε $i + 1$ st στάδιο μεταβάσεων.

Οι S.T περιορισμοί προσδιορίζουν τις καταστάσεις έναρξης και τέλους ή τις εφικτές τιμές.

Το αντίστροφο της διαδικασίας χρησιμοποιείται για να καθορίσει την ενέργεια ελέγχου που χρειάζεται για να εφαρμόσεις τις μεταβάσεις από στάδιο σε στάδιο και για να αξιολογήσει την εφαρμοσιμότητα. Εφόσον η διαδικασία είναι πιθανόν να είναι ένα σύστημα των ODEs που καθορίζουν πως το ύψος του αεροπλάνου αντιδράει στην ενέργεια ελέγχου, το αντίστροφο πιθανόν θα απαιτεί επαναληπτικές διαδικασίες εύρεσης ρίζας.



Σχήμα 12.1 (a) Χρόνος ως στάδιο (b) απόσταση ως στάδιο

Το οικονομικό μοντέλο θα καθορίσει την κατανάλωση καυσίμων σε κάθε στάδιο στη διαδρομή, το οποίο εξαρτάται από την ταχύτητα, ύψος και αλλαγή. Ο καθορισμός της OF τιμής πιθανόν θα απαιτήσει τιμές ενέργειας ελέγχου (ταχύτητα μηχανής, θέση πτερυγίων κ.τ.λ.) όπως επίσης διάρκεια στο στάδιο και ιδιότητες αέρα στο ύψος h.

Παράδειγμα 2 Ποια είναι η καλύτερη ενέργεια ελέγχου για την θέρμανση ενός υγρού που ρέει σε μία δεξαμενή; Η απεικόνιση στο Σχήμα 13.2 δείχνει το υγρό που ρέει σε μία ανάμεικτη δεξαμενή, με ενέργεια ελέγχου είτε τον ρυθμό προσθήκης ζεστού, Q_h ή τον ρυθμό αφαίρεσης ζεστού, Q_c . Το γράφημα μεταβίβασης στο Σχήμα 13.3 είναι ένα πιθανό σχέδιο για το πώς θα πρέπει να αλλάξει η θερμοκρασία στον χρόνο. Αρχικά τα περιεχόμενα της δεξαμενής ήταν σε ένα επιθυμητό T_a , και το σημείο αλλάζει σε μία νέα τιμή.

Ο ελεγκτής πρέπει να μετακινήσει τη διαδικασία στο επιθυμητό καινούργιο T_a από έναν προσδιορισμένο χρόνο, μία περίοδο χάριτος. Πως θα πρέπει να αντιδράσει ο ελεγκτής; Εάν ο ελεγκτής μεγιστοποιήσει τον αρχικό ρυθμό θέρμανσης, τότε η ζέστη χάνεται με την αύξηση, και μία μεγαλύτερη ποσότητα καταναλώνεται κατά τη διάρκεια της θερμοκρασίας στην περίοδο χάριτος. Αυτό δεν θα ήταν επιθυμητό. Ωστόσο, η διαδικασία φτάνει στο σημείο γρήγορα, πράγμα που θα ήταν επιθυμητό. Συνεπώς, εάν ο ελεγκτής αυξητικά αυξήσει το ρυθμό θέρμανσης έτσι ώστε η θέρμανση να φτάσει στον στόχο στο τέλος της περιόδου χάριτος (όχι νωρίτερα), τότε η κατανάλωση ενέργειας ελαχιστοποιείται, αλλά η απόκλιση από το σημείο κατά τη διάρκεια της 0-N περιόδου είναι μεγαλύτερη. Ο στόχος θα είναι να ισορροπήσει τη συσσωρευμένη απόκλιση από το σημείο (μέτρηση ποιότητας) με το συσσωρευμένο κόστος (οικονομική μέτρηση).

Η παράσταση εφαρμογής είναι:

$$\text{Min } J = \sum_{i=1}^N \text{cost energy}_i + \sum_{i=1}^N \text{cost of } (T_i - T_{sp})$$

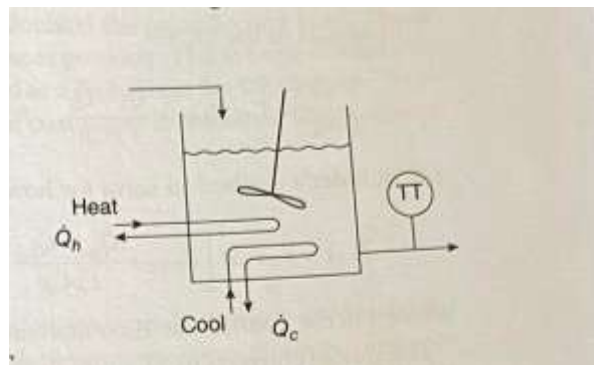
$$\{T_1, T_2, T_3, \dots\}$$

$$S.T. T_0 = T_{initial}$$

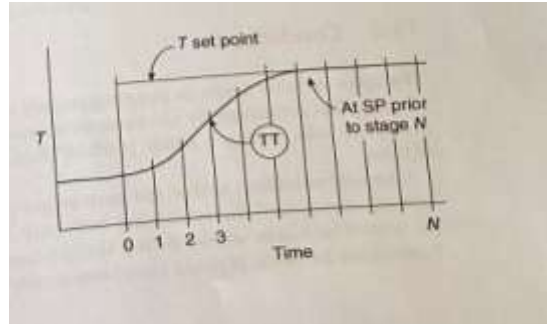
$$T_N = T_{sp}$$

$$Q_h > 0, Q_c > 0$$

(12.2)



Σχήμα 12.2 Σχέδιο διαδικασίας θέρμανσης



Σχήμα 12.3 Πιθανή τάση της θερμοκρασίας δηλαδή επιστροφή του χρόνου στο σημείο

Η ανάπτυξη των μοντέλων είναι σχετικά εύκολη. Ξεκινήστε με μία δυναμική ισορροπία ενέργειας στη δεξαμενή.

Εισροή-Εκροή+εσωτερική_παραγωγή=Συσσώρευση
(12.3)

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ODE:

$$\frac{V}{F} \frac{dT}{dt} + T = T_{inlet} + \frac{\dot{Q}_h - \dot{Q}_c}{F\rho C_p}, T(0) = T_{initial} \quad (12.4)$$

Χρησιμοποιώντας την Euler μέθοδο για να επιλύσουμε για το πώς ο T(t) αντιδράει στο Q-dot,

$$T_{i+1} = T_i + \Delta t \left[T_{inlet} + \frac{\dot{Q}_{h,i} - \dot{Q}_{c,i}}{F\rho C_p} - T_i \right] \frac{F}{V} \quad (12.5)$$

Όπου i είναι ο μετρητής για τις αυξήσεις χρόνου.

Το μοντέλο μετατρέπεται σε $T_{i+1} = f(T_i, Q_h, Q_c, F, V, \rho, C_p)$, όπου οι διαχειριζόμενες μεταβλητές είναι Q_h και Q_c . Παραδοσιακά ένα δυναμικό μοντέλο αποκαλύπτει πως η κατάσταση αντιδράει αλλαγές με MV. Στην DP, ωστόσο, οι καταστάσεις είναι προσδιορισμένες, έτσι το αντίστροφο του μοντέλου χρησιμοποιείται για να καθορίσει την MV τιμή που θα εφαρμόσει την επιθυμητή αλλαγή κατάστασης:

$$\dot{Q}_i = F\rho C_p \left[\frac{V}{F} \frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta t} + T_i - T_{inlet} \right] \quad (12.6)$$

Η επίλυση δοκιμής είναι η ακολουθία κατάστασης. Επιλέξτε την ακολουθία κατάστασης, χρησιμοποιήστε το αντίστροφο μοντέλο για να υπολογίσετε το αποτέλεσμα της Q_i ακολουθίας, και μετά χρησιμοποιήστε τα κόστη των Q_i και τα κόστη της απόκλισης από τον στόχο T για να υπολογίσετε την OF.

Χρησιμοποιώντας Δt_{stage} ως την αύξηση του χρόνου για τη διάρκεια του σταδίου, και το κόστος της θέρμανσης ως το ρυθμό θέρμανσης επί τη διάρκεια επί τον παράγοντα κόστους, το κόστος ενέργειας μίας συγκεκριμένης διαδρομής είναι

$\sum c \Delta t_{stage} \dot{Q}_i$. Η αθροιστική μη επιθυμητή Τα από το σημείο θα μπορούσε να μοντελοποιηθεί ως μία παραδοσιακή τετραγωνική τιμωρία $\sum c \Delta t_{stage} (T_{SP} + T_i)^2$, . Οι μονάδες σε αυτά τα δύο OF στοιχεία δεν είναι τα ίδια,

έτσι ένας παράγοντας κλίμακας χρειάζεται. Η παράσταση για την DP είναι:

$$\min_{\{T_1, T_2, T_3, \dots\}} \left[\frac{1}{EC_1} \sum_{i=1}^N c_i \Delta t_{exp} Q_i + \frac{1}{EC_{2T}} \sum_{i=1}^N \Delta t_{exp} (T_{2T} - T_i)^2 \right] \quad (12.7)$$

12.2. Συνθήκες

Η μεταβλητή σταδίου χρειάζεται να προοδεύει αυστηρά μονοτονικά στον χρόνο. Για το αεροπλάνο, το στάδιο θα μπορούσε να είναι η απόσταση που σταδιακά αυξάνεται με τον χρόνο, ή το περιεχόμενο καυσίμων που σταδιακά πέφτει στον χρόνο. Αλλά εάν η ταχύτητα πέσει κατά τη διάρκεια μίας ανάβασης, τότε η ταχύτητα δεν θα είναι μία αυστηρά μονοτονική συνάρτηση χρόνου.

Μία δεύτερη συνθήκη είναι ότι η διαδρομή για να φτάσεις σε μία συγκεκριμένη κατάσταση είναι ανεξάρτητη από την καλύτερη διαδρομή σε μπροστινές καταστάσεις και η υπολειπόμενη καλύτερη διαδρομή είναι ανεξάρτητη σχετικά με το πώς έφτασε σε μία συγκεκριμένη κατάσταση στο παρελθόν. Οι καταστάσεις συνολικά καθορίζουν τη διαδικασία. Στο παράδειγμα της θέρμανσης, δεν έχει σημασία πως το T_i απέκτησε την τιμή του. Θα μπορούσε να θερμανθεί αργά ή να υπερθερμανθεί και μετά να ψυχρανθεί σε προηγούμενα στάδια.

Αλλά μόλις έχει μία τιμή θερμοκρασίας στο στάδιο i , η καλύτερη διαδρομή προς τα εμπρός είναι ανεξάρτητη από το παρελθόν. Σε ένα άλλο παράδειγμα, εάν έχεις \$1,000,000 στην ηλικία των 30, η καλύτερη επιλογή επένδυσης για το μέλλον των χρημάτων είναι ανεξάρτητη από το εάν σου έδωσαν \$1M, \$2M και έδωσες τα μισά από αυτά σε φιλανθρωπία ή ξεκίνησες με \$500k στην ηλικία των 25 επενδύοντας σε γη και την πούλησες για διπλή τιμή 5 χρόνια αργότερα. Αυτό ονομάζεται «Αρχή της βελτιστότητας» του Bellman. Τυπικά, εάν όλες οι καταστάσεις συμπεριλαμβάνονται, και εάν δεν υπάρχει ανακύκλωση (παρελθοντικών καταστάσεων για να επηρεάσουν τις μελλοντικές καταστάσεις) αυτή η συνθήκη είναι έγκυρη.

12.3. DP Έννοια

Φυσιολογικά, ένας βελτιστοποιητής θα καθορίσει τις διαχειριζόμενες μεταβλητές από στάδιο σε στάδιο και θα χρησιμοποιήσει το μοντέλο για να αξιολογήσει τις συνέπειες. Ωστόσο, κάθε βελτιστοποιητής μπορεί να χρησιμοποιήσει τις τιμές κατάστασης από στάδιο σε στάδιο ως τις DVs και το αντίστροφο μοντέλο για να αξιολογήσει τα κόστη και τις ποινές. Το πλεονέκτημα της DP προσέγγισης είναι ότι όταν ένα στάδιο αναλύεται, και μία απόφαση βέλτιστου καθορίζεται για εκείνη την μετάβαση σταδίου, εκείνη η απόφαση είναι ανεξάρτητη της διαδρομής μέσα από άλλα στάδια.

Σε εφαρμογή μίας κατάστασης, το γράφημα κατάσταση-στάδιο ως διδιάστατο δίκτυο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 13.4. Σε αυτό το παράδειγμα, η κατάσταση διακριτοποιείται σε M μεσοδιαστήματα, και οι τιμές άξονα στο δίκτυο είναι ο αριθμός κατάστασης j και ο αριθμός σταδίου i . οι τιμές κατάστασης και σταδίου σχετίζονται άμεσα με τον αντίστοιχο πίνακα:

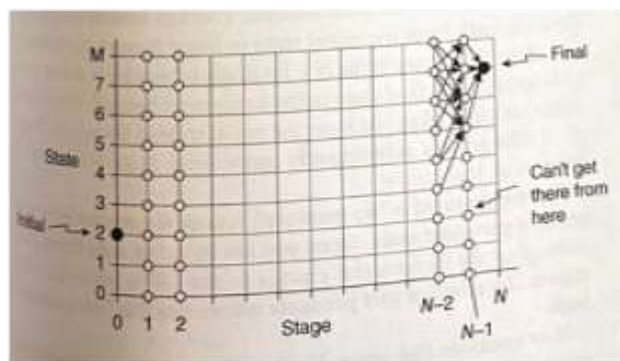
$$s_i = \frac{s_0 + i(s_N - s_0)}{N} \quad (12.8)$$

$$s_j = \frac{s_0 + j(s_M - s_0)}{M} \quad (12.9)$$

Στο παράδειγμα της θέρμανσης, η κατάσταση είναι η θερμοκρασία, ενώ το στάδιο είναι το μεσοδιάστημα χρόνου.

Από κάθε κατάσταση στο δεύτερο έως το τελευταίο στάδιο, το N-1 στάδιο, μπορείτε να πάτε στο τελικό, επιθυμητό στάδιο, στο στάδιο N. Πόσο κοστίζει η μετάβαση; Για τον θερμοστή της ανάμεικτης δεξαμενής, η ισορροπία ενέργειας καθορίζει την ενέργεια που απαιτείται για την μετάβαση, και η ενέργεια που απαιτείται καθορίζει το κόστος. Εάν το στάδιο είναι ένα μεσοδιάστημα χρόνου, τότε η πεπερασμένη διαφορά, η ξεκάθαρη προσέγγιση μπορεί να δώσει το απαιτούμενο Q για να πάει από $T_{i=N-1}$ στο $T_{i=N}$.

$$Q_{i=N} = F\rho C_p \left[\left(\frac{v}{F} \right) \frac{T_N - T_{N-1}}{\Delta t} + T_{N-1} - T_m \right] \quad (12.10)$$



Σχήμα 12.4 Δίκτυο κατάστασης και σταδίου για DP.

Εάν $Q_i > 0$, απαιτεί θέρμανση. Εναλλακτικά, εάν $Q_i < 0$, απαιτεί ψύξη. Εάν $Q_i > \max$ limit (μέγιστο όριο) στην χωρητικότητα, τότε η μετάβαση κατάστασης δεν είναι εφικτή.

Τα κόστη για θέρμανση και ψύξη θα είναι διαφορετικά, και υπάρχει και ένα κόστος ενέργειας, για εκείνο το στάδιο (μεσοδιάστημα χρόνου):

$$\text{Κόστος ενέργειας στο στάδιο} = (C_h \cdot Q_{h,i} + C_c \cdot Q_{c,i}) \Delta t \quad (12.11)$$

Υπάρχει επίσης το κόστος που συνδέεται με το γεγονός ότι δεν είναι στο επιθυμητό σημείο, T_{sp} . Πιθανόν θα μπορούσε να σχετίζεται είτε με

$$\text{Κόστος ελλείμματος παραγωγής στο στάδιο} = C (T_i - T_{sp}) \Delta t \quad (12.12)$$

$$\text{Μία ποινή για απόκλιση στο στάδιο} = \lambda (T_i - T_{sp})^2 \Delta t \quad (12.13)$$

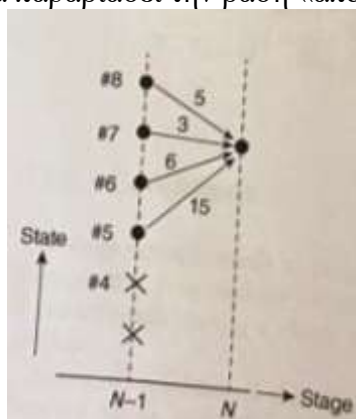
Κανένα από αυτά τα κόστη δεν μπορεί να είναι γραμμικές συναρτήσεις του MV (Q) του CV (T). Αυτά μπορούν να υπολογιστούν ως μέσος όρος σε καταστάσεις εισόδου και εξόδου:

$$\text{Κόστος ελλείμματος παραγωγής στο στάδιο} = C = \left(\frac{T_i + T_{i-1}}{2} - T_{sp} \right) \Delta t \quad (12.14)$$

$$\text{Μία ποινή για απόκλιση στο στάδιο} = \lambda = \left(\frac{T_i + T_{i-1}}{2} - T_{sp} \right)^2 \Delta t \quad (12.15)$$

Ωστόσο, θα διαλέγατε να υπολογίσετε το κόστος και να καταγράψετε τα κόστη μετάβασης από εφικτές διαδρομές. Το Σχήμα 13.5 δείχνει μεταβάσεις που είναι εφικτές από τέσσερις καταστάσεις στο N-1 στάδιο στο τελικό στάδιο, στο Στάδιο N. Τα κόστη μετάβασης είναι 5 (αναπαριστώντας την απαιτούμενη ψύξη) και 3, 6 και 15 αναπαριστούν την θέρμανση. Μία μετάβαση από μία κατώτερη κατάσταση δεν είναι πιθανή. Υπάρχει ανεπαρκής δύναμη στον θερμοαστή για να αυξήσει την θερμοκρασία από την ποσότητα μετάβασης, μέσα στο μεσοδιάστημα ενός χρόνου. Αυτό έχει διάφορες ερμηνείες. Πρώτον, η διαδρομή από την αρχική κατάσταση στο Στάδιο 0 πρέπει να περάσει μέσα από μία από τις τέσσερις καταστάσεις στο N-1st στάδιο. Διαφορετικά, δεν είναι δυνατόν να φτάσεις στην τελική κατάσταση στο τελικό στάδιο. Δεύτερον, άσχετα με τη διαδρομή που σε πηγαίνει από την αρχική κατάσταση στην Κατάσταση 5, στο Στάδιο N-1, το κόστος για να μετακινηθείς ακολούθως στην Κατάσταση 5 από την Κατάσταση 7 παραμένει στο 15.

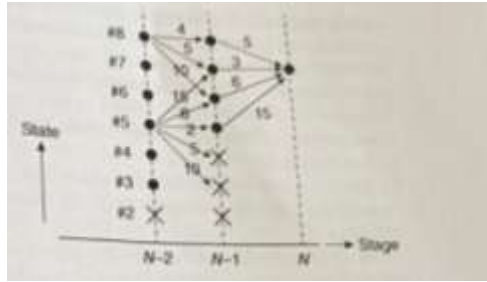
Η απαίτηση είναι «απουσία μνήμης». Δεν έχει σημασία πως πηγαίνεις σε μία συγκεκριμένη κατάσταση. Όταν είσαι μέσα σε αυτήν, αυτό που έχει σημασία στην αυξητική αλλαγή στην OF είναι ποια είναι η επόμενη κατάσταση. Η ανακύκλωση από τα προηγούμενα προϊόντα θα παραβιάσει την βάση «απουσία μνήμης».



Σχήμα 12.5 Απεικόνιση των μεταβάσεων στο τελικό στάδιο

Σκεφτείτε το Στάδιο N-2 και τις μεταβάσεις που φαίνονται στο Σχήμα 12.6. Εάν είσαι στην Κατάσταση 5, μπορείς να κάνεις μετάβαση στην Κατάσταση 3, 4, 5, 6 ή 7 στο επόμενο στάδιο. Υπάρχει επαρκής δύναμη θέρμανσης ή ψύξης για να επιτρέψει αυτές τις μεταβάσεις, που είναι εφικτές μεταβάσεις, και τα κόστη μετάβασης είναι αντίστοιχα 10, 5, 2, 6 και 15. Αλλά στο Στάδιο N-1, δεν μπορείς να φτάσεις από τις Καταστάσεις 3 και 4 στην τελική κατάσταση. Συνεπώς, από την Κατάσταση 5 στο Στάδιο N-2, υπάρχουν μόνον τρεις εφικτές διαδρομές στην τελική κατάσταση. Μία διαδρομή προς το τέλος, από τις Καταστάσεις 5 έως 7, έχει ένα συσσωρευμένο κόστος $15+3=18$. από τις Καταστάσεις 5 έως 5 έως 7, έχει κόστος $2+15=17$, κάνοντάς το μία καλύτερη διαδρομή από την Κατάσταση 5 στο Στάδιο N-2 έως την τελική κατάσταση. Η καλύτερη διαδρομή, ωστόσο, είναι από τις Καταστάσεις 5 έως 6 έως 7, με ένα συσσωρευμένο κόστος $6+6=12$.

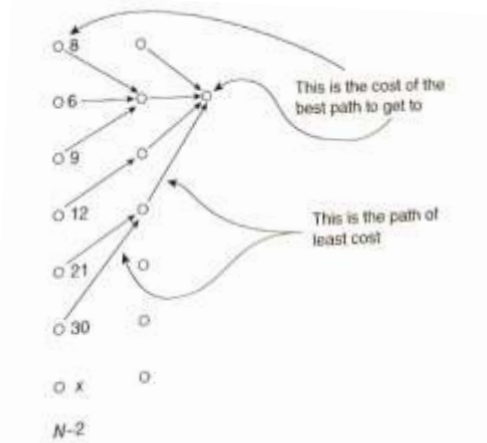
Δεν έχει σημασία πως έφτασες στην Κατάσταση 5 στο Στάδιο N-2. εάν είσαι εκεί, η καλύτερη διαδρομή προς το τέλος έχει καθοριστεί και έχει κόστος 12.



Σχήμα 12.6 Απεικόνιση των μεταβάσεων στο επόμενο έως το τελικό στάδιο

Αυτή η μετάβαση κατάστασης της καλύτερης διαδρομής στο τελευταίο στάδιο και το συσσωρευμένο κόστος θα καθορίζονται για κάθε κατάσταση στο Στάδιο N-2. Το αποτέλεσμα φαίνεται στο Σχήμα 12.7.

Μετά οι ίδιες μεταβάσεις από κατάσταση σε κατάσταση υπολογίζονται για το Στάδιο N-3 έως N-2 μετάβαση και η επιλογή της καλύτερης διαδρομής στο τέλος καθορίζεται. Έπειτα για προηγούμενα στάδια, μέχρι το Στάδιο 0 να προσεγγιστεί, μόνον μεταβάσεις από την αρχική κατάσταση χρειάζεται να ληφθούν υπόψη.



Σχήμα 12.7 Απεικόνιση μετάβασης του δεύτερου έως του τελευταίου σταδίου.

Για το παράδειγμα μονοδιάστατης κατάστασης, με M καταστάσεις και N στάδια, και καθορισμένες τις αρχικές και τελικές καταστάσεις, υπάρχουν μόνον M μεταβάσεις για σκέψη στο Στάδιο N-1 και στο Στάδιο 0. Ωστόσο, κάθε εσωτερική μετάβαση από στάδιο σε στάδιο απαιτεί τον υπολογισμό των M^2 μεταβάσεων. Πολλές από τις μεταβάσεις είναι ανέφικτες και δεν εμπλέκουν τον υπολογιστή σε λεπτομερή υπολογισμό του αντίστροφου μοντέλου ή του συσχετιζόμενου κόστους. Στα περισσότερα με N στάδια (όπου οι δύο καταστάσεις είναι σταθερές) και M καταστάσεις, υπάρχουν $2M + M^2(N-2) = M[2 + M(N-2)]$ μεταβάσεις που χρειάζονται ανάλυση.

Επίσης, εάν το κόστος μετάβασης από κατάσταση σε κατάσταση είναι ανεξάρτητο από το στάδιο, τότε μόνον ο M^2 αριθμός των μεταβάσεων κατάστασης χρειάζεται να υπολογιστεί. Τοποθετήστε τις τιμές σε έναν πίνακα και αναφερθείτε σε αυτούς για κάθε ανάλυση σταδίου.

Αντίθετα, κοιτώντας σε κάθε πιθανή διαδρομή μέσα από μία εξαντλητική αναζήτηση, θα υπήρχε M^N αριθμός μεταβάσεων και πολλοί υπολογισμοί συναρτήσεων. Κατά κάποιον τρόπο, η DP επίλυση χρησιμοποιεί την προηγούμενη γνώση για να ελαχιστοποιήσει τον αριθμό των υπολογισμών συνάρτησης. Το πλεονέκτημα στην DP είναι η μείωση του αριθμού των υπολογισμών συνάρτησης που σχετίζονται με μία εξαντλητική αναζήτηση, $M^2 < M[2 + M(N-2)] \ll M^N$.

Στην DP όταν έχει βρεθεί η λύση, εάν κάθε βέλτιστη διαδρομή μέσα από τα στάδια καταγράφεται, η NOFE γίνεται για όλες τις άλλες λύσεις. Άσχετα με το πώς μπορείς να είσαι στην Κατάσταση Q, ακόμη και αν δεν είναι η αυθεντική βέλτιστη διαδρομή, όλες οι απαραίτητες μεταβάσεις έχουν αναλυθεί για να βρεθεί η καλύτερη διαδρομή στο επιθυμητό τελικό σημείο. Δεν χρειάζονται νέοι υπολογισμοί συναρτήσεων. Απλά χρειάζεται να υπολογιστεί η νέα διαδρομή μέσα από τον πίνακα των ήδη παραγόμενων δεδομένων.

Η DP διακριτοποιεί τις καταστάσεις και επιτρέπει μόνον μεταβάσεις στην διακριτοποιημένη τιμή κατάστασης. Αυτό μοιάζει με προβλήματα διακριτοποίησης. Εάν η καλύτερη διαδρομή είναι δια μέσου μίας ενδιάμεσης κατάστασης, τότε η DP δεν μπορεί να την βρει. Συχνά όταν καθορίζεται μία δύσκολη DP επίλυση, η προσέγγιση είναι να χρησιμοποιηθεί πιο μικρός χώρος διακριτοποίησης πάνω και κάτω από τη βέλτιστη δύσκολη διαδρομή και να ξαναγίνει η DP στην καλύτερη κατάσταση.

Ο δυναμικός προγραμματισμός (DP) είναι μία μέθοδος βελτιστοποίησης ικανή να διαχειριστεί συστήματα που δεν είναι γραμμικά και στα οποία οι μεταβλητές, η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί μπορούν να είναι οποιοδήποτε τύπου (γραμμικός, μη γραμμικός, συνεχής, στοχαστικός κ.τ.λ.).

12.4. Κάποιες Συμβουλές Υπολογισμού

Η DP μπορεί για περίπλοκες εφαρμογές να απαιτεί μία μεγάλη μνήμη υπολογιστή και εκτενή υπολογιστικό χρόνο, ωθώντας τεχνικές για να βελτιωθεί η αποτελεσματικότητα της DP μεθόδου. Ευτυχώς, υπάρχουν πολλές τεχνικές που μπορούν να κάνουν το ίδιο.

Για πολλές εφαρμογές τα κόστη μετάβασης από στάδιο σε στάδιο είναι ανεξάρτητα από τον αριθμό σταδίου. Ένας τρόπος για να μειωθούν οι online υπολογιστικές απαιτήσεις είναι να παράγεις τους υπολογισμούς μετάβασης από στάδιο σε στάδιο μία φορά και να αποθηκεύσεις τα αποτελέσματα. Έπειτα, μόνον ο M^2 αριθμός μεταβάσεων από στάδιο σε στάδιο χρειάζεται να υπολογιστεί.

Αναζητήστε μόνον σε ευρητικά καθορισμένες λογικές καταστάσεις. Συχνά, μία μεταβλητή περιορίζεται από φυσικούς νόμους της φύσης ή από το σχεδιασμό του συστήματος, έτσι ώστε οι καταστάσεις εξόδου για κάθε στάδιο μπορούν να περιοριστούν σε εκείνες που ικανοποιούν αυτούς τους περιορισμούς. Για παράδειγμα, στο παράδειγμα διαδικασίας ελέγχου, αντιληφτείτε ότι η υπερθέρμανση και μετά η ψύξη σπαταλούν ενέργεια, έτσι ψάξτε μόνον δια μέσου καταστάσεων εξόδου που βρίσκονται σε θερμοκρασία υψηλότερη από ότι στην κατάσταση εισόδου. Αυτός ο τύπος ευρετικού ορίου στην αναζήτηση μπορεί να μειώσει την υπολογιστική εργασία. Μία προειδοποίηση είναι ότι η βέλτιστη διαδρομή μπορεί να έχει μία απροσδόκητο τύπο και εάν αυτή η διαδρομή ξεκινήσει να προσεγγίζει τις ευρητικά περιορισμένες καταστάσεις, η ανάλυση περιορισμού θα πρέπει να μειωθεί ή να απαλειφθεί.

Μειώστε το μέγεθος του δικτύου. Η βέλτιστη πολιτική μπορεί να προσεγγιστεί αρχικά χρησιμοποιώντας ένα δύσκολο δίκτυο που απαγορεύει τους DP υπολογισμούς σε λίγες καταστάσεις. Αυτό δύσκολα προσεγγίζει την αληθινή λύση, αλλά όταν μία επίλυση προσέγγισης είναι γνωστή, μία δεύτερη DP βελτιστοποίηση μπορεί να εκτελεστεί, λαμβάνοντας υπόψη λίγες πιο κοντινές καταστάσεις χώρου που βάζουν σε παρένθεση τη δύσκολη επίλυση.

Αυτή η διαδικασία μείωσης της διάστασης του δικτύου γύρω από την προηγούμενη προσέγγιση συνεχίζεται μέχρι να αναγνωριστεί μία αποδεκτά ακριβής πολιτική.

13. Γενετικοί Αλγόριθμοι και Εξελικτικός Υπολογισμός

13.1. Εισαγωγή

Οι γενετικοί αλγόριθμοι (GA) είναι μιμητικές προσεγγίσεις στην «ευφυΐα» πίσω από την φυσική εξέλιξη που αντιπροσωπεύεται από τυχαία επιλογή και επιβίωση του πιο ταιριαστού, το οποίο φαίνεται ως άμεση εξέλιξη σε βιολογικά είδη. Αυτοί οι αλγόριθμοι σημειώνουν πρόοδο προς το βέλτιστο σε μία λογική που μιμείται την κατανόησή μας για την γενετική εξέλιξη. Επομένως, ο όρος εξελικτικός υπολογισμός ή εξελικτική βελτιστοποίηση χρησιμοποιείται συχνά. Ωστόσο, σε κάποιους κλάδους η εξελικτική βελτιστοποίηση σημαίνει σημείο αυξητικής διαδικασίας ή προσαρμογή του συντελεστή ελέγχου με έναν τρόπο παρόμοιο με την CHD αναζήτηση.

Η ιδέα από την γενετική είναι ότι τα γονίδια στο DNA ενός ατόμου καθορίζουν συμπεριφορές ή χαρακτηριστικά. Τα γονίδια είναι συναρτήσεις μέσα στο DNA. Τα χρωμοσώματα είναι αλληλουχίες γενών που καθορίζουν ένα χαρακτηριστικό όπως το ύψος ή το χρώμα των ματιών. Για να απεικονίσουμε την ιδέα, οι είσοδοι κελιών στον Πίνακα 14.1 αντιπροσωπεύουν τα γονίδια, και η ομαδοποίηση των πρώτων τεσσάρων περιλαμβάνει το χρωμόσωμα που σχετίζεται με το ύψος. Όμοια, τα δύο τελευταία γονίδια περιλαμβάνουν το χρωμόσωμα για το χρώμα των ματιών. Αυτή είναι η ιδέα και όχι η βιολογική πραγματικότητα.

Με δύο γονίδια για ψηλούς και δύο για κοντούς αυτό το άτομο θα είναι μέτριου ύψους.

Για συντομία, οι ετικέτες γονιδίου θα χρησιμοποιούν τα γράμματα T, S, B και G. Οι δύο σειρές στον Πίνακα 13.2 θα μπορούσαν να αναπαριστούν δύο άτομα, και τα δύο μέτριου ύψους, ένας με καστανά μάτια και ο άλλος με μπλε-πράσινα μάτια.

Εάν αυτοί οι δύο παρήγαγαν έναν απόγονο διαμορφωμένο από τυχαία επιλογή διαδοχικών γονιδίων, τότε το αποτέλεσμα μπορεί να ήταν όπως στον Πίνακα 13.3.

Τα παιδιά έχουν την ίδια δομή γονιδίου-χρωμοσώματος όπως οι γονείς, αλλά η συγκεκριμένη έκφραση θα είναι διαφορετική. Σε αυτή την περίπτωση δύο μετρίου μεγέθους γονείς (TTSS και STST) παράγουν ένα παιδί μέτρια κοντό (STSS) με διαφορετικό χρώμα ματιών από τον καθένα.

13.2. GA Διαδικασίες

Στον GA, μπορούν να υπάρξουν πολλές διαδικασίες για να συντεθούν απόγονοι από γονείς. Η μετάβαση των γονιδίων επιλέγεται τυχαία. Ίσως είναι 50/50 πιθανότητα σε κάθε γονίδιο, αλλά η επιλογή γονιδίου θα μπορούσε να καθοδηγηθεί από εναλλακτικές πιθανότητες, πιθανότητες συνθηκών ή ανομοιόμορφες διανομές.

Table 14.1 Example of two chromosomes.

...	Tall	Tall	Short	Short	Blue	Green	
Genes for height				Genes for eye color			

Πίνακας 13.1 Παράδειγμα δύο χρωμοσωμάτων

Table 14.2 Gene sequencing in two individuals.

...	T	T	S	S	B	G
...	S	T	S	T	Br	Br

Πίνακας 13.2 Αλληλουχία γονιδίου σε δύο άτομα

Table 14.3 Random selection of parent genes makes the child chromosome.

Parents	...	T	T	S	S	B	G
	...	S	T	S	T	Br	Br
Child	...	S	T	S	S	Br	G

Πίνακας 13.3 Τυχαία επιλογή γονεϊκών γονιδίων δημιουργεί το χρωμόσωμα του παιδιού

Οι γονείς μπορεί να έχουν περισσότερα από ένα παιδιά, και κάθε άτομο (είτε γονέας είτε παιδί) είναι μία επίλυση δοκιμής. Ο αρχικός πληθυσμός των δύο ατόμων στον Πίνακα 13.2 έχει γίνει τρία άτομα με την προσθήκη ενός παιδιού στον Πίνακα 13.3. Οι γονείς μπορούν να διαμορφώσουν κάθε αριθμό απογόνου και εναλλακτικά άτομα μπορούν να επιλεγούν για να παράγουν παιδιά. Δεν υπάρχουν κοινωνικοί κανόνες για το ταίριασμα, συναισθήματα στα άτομα, ή οικονομικοί περιορισμοί στον αριθμό των παιδιών. Έτσι, σε μία επανάληψη, ένα αρχικό σύνολο των 10 επιλύσεων δοκιμής θα μπορούσε να γεννήσει οποιοδήποτε αριθμό παιδιών. Εάν προκύπταν 90 παιδιά (δύο για κάθε πιθανό ζεύγος γονέων) στο σύνολο θα υπήρχαν 100 επιλύσεις δοκιμής.

Ορισμένες επιλύσεις δοκιμής είναι πιο ταιριαστές για το περιβάλλον από άλλες. Για παράδειγμα, εάν ο αέρας είχε ένα δηλητήριο που μετακινούνταν από χαμηλή βλάστηση, τότε θα επηρεαζόταν τα κοντά άτομα περισσότερο από τα ψηλά. Εάν τα κριτήρια επιβίωσης ήταν να χαθούν ευάλωτα άτομα, περίπου τα 90, τα 10 που απομένουν θα ήταν πιο κοντά και με πιο μπλε μάτια. Εφόσον η επιλογή από αυτούς που επιβίωσαν θα έχουν αυτά τα γονίδια και αυτές τις συμπεριφορές, αυτά τα λειτουργικά πλεονεκτήματα θα γίνουν πιο κυρίαρχα στους διαδοχικούς πληθυσμούς. Αυτή η δημιουργία απογόνων, που απορρίπτει το λιγότερο ταιριαστό για το περιβάλλον και αφήνει το πιο ταιριαστό, ονομάζεται γενιά.

Αυτή η τυχαία διαδικασία ανάμειξης γονιδίων μερικές φορές οδηγεί σε μία βελτίωση για τους γονείς. Πιο συχνά, δεν είναι βελτίωση. Οι 10 που επιβίωσαν γίνονται γονείς της επόμενης γενιάς και η επιλογή δηλαδή τα κριτήρια για ταίριασμα αφήνουν τους γονείς για την επόμενη γενιά.

Αν και σε αυτή τη συζήτηση λάβαμε υπόψη μας 10 άτομα, με κάθε ζευγάρι να παράγει απογόνους, δεν υπάρχει τέτοια απαίτηση στον αρχικό αριθμό των επιλύσεων δοκιμής, τον αριθμό των απογόνων ή τον αριθμό επιλογής ζευγαριών. Επίσης, το πιο ταιριαστό θα μπορούσε να προτιμηθεί για να δημιουργήσει απογόνους.

Table 14.4 Illustration of several types of mutations.

Parents	...	T	T	S	S	B	G		
	...	S	T	S	T	Br	Br		
Child 1	...	S	T	S	S	T			
Child 2	...	S	A	S	S				
Child 3	...	T	T	T	B				

Πίνακας 13.4 Απεικόνιση των διαφόρων τύπων μεταλλάξεων

Στον GA, τα άτομα δεν πεθαίνουν λόγω μεγάλης ηλικίας. Όσο παραμένουν ταιριαστά για το περιβάλλον, επιβιώνουν.

Στον GA, τα γονίδια του παιδιού μπορούν επίσης να γίνουν υποκείμενο της μετάλλαξης. Ο Πίνακας 13.4 απεικονίζει διάφορους τύπους μετάλλαξης για το χρωμόσωμα του ύψους. Στο Παιδί 1, η αλληλουχία του 4-γονιδίου στους γονείς θα μπορούσε να γίνει μία αλληλουχία του 5-γονιδίου σε ένα παιδί. Η τιμή του χρωμοσώματος θα μπορούσε να γίνει κάτι καινούργιο, όπως στο Παιδί 2. Και στο Παιδί 3, η μίξη θα μπορούσε να τοποθετήσει ένα χρωμόσωμα από ένα γονίδιο σε ένα άλλο.

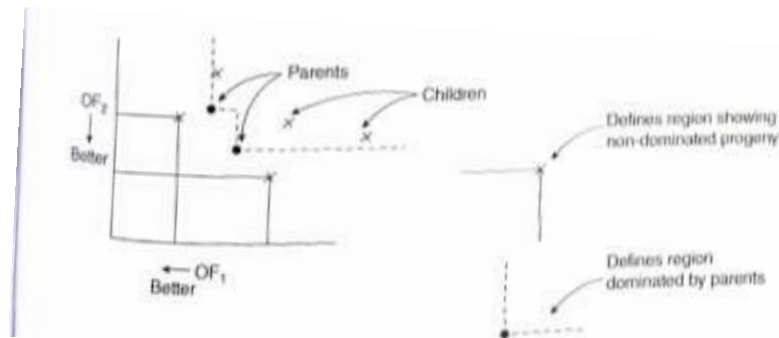
Παρόλο που αυτή η τυχαία διαδικασία μεταλλάξεων μερικές φορές οδηγεί σε μία βελτίωση για τους γονείς, πιο συχνά δεν αποτελεί βελτίωση.

13.3. Ταίριασμα Επιλογής

Συνεχίζοντας τις ιδέες από την εξέλιξη, όπου «η επιβίωση του πιο ταιριαστού» καθορίζει την ευδοκίμηση του είδους ή την εξαφάνιση, το «ταίριασμα» είναι ο όρος για να εκφραστεί η OF τιμή. Συχνά το περιβάλλον έχει πολλαπλές μετρήσεις ταιριάσματος. Ένα άτομο που είναι καλό στο να βρίσκει τροφή και νερό μπορεί να έχει καλύτερες ικανότητες και να ταιριάζει περισσότερο στο περιβάλλον. Συνεπώς, το ταίριασμα μπορεί να θεωρηθεί ως πολλαπλοί ξεχωριστοί στόχοι.

Το Σχήμα 13.1 απεικονίζει δύο κριτήρια για το ταίριασμα και δύο ανεξάρτητες αντικειμενικές συναρτήσεις. Παρατηρήστε ότι αυτή η μορφή βελτιστοποίησης είναι είτε γράφημα της OF δηλαδή η DV είτε η αντίδραση ισοϋσούς καμπύλης σε δύο DVs. Η απεικόνιση είναι μία παράσταση κατάστασης-επιπέδου. Τα άτομα το καθένα έχει την δική του τιμή της OF_1 και OF_2 και φαίνονται στο σχήμα. Οι γονείς είναι κύκλοι και οι απόγονοι απεικονίζονται με x-σύμβολα. Τα στερεά ορθογώνια παραλληλόγραμμα στα αριστερά και κάτω από ένα άτομο υποδηλώνουν την κυριαρχία του ατόμου στις δύο κατηγορίες. Παρόλο που ένα άτομο έχει μία καλύτερη OF_1 τιμή και το άλλο μία καλύτερη OF_2 τιμή, κανένα άλλο άτομο δεν είναι καλύτερο στις δύο κατηγορίες. Δεν υπάρχουν άτομα μέσα στο ορθογώνιο παραλληλόγραμμα.

Αντίθετα, τα διακεκομμένα ορθογώνια στο Σχήμα 13.1, τα οποία πάνε προς τα δεξιά και κάθετα, υποδηλώνουν ότι οι επιλύσεις δοκιμής (με τον όρο γονείς) κυριαρχούν αυτά που βρίσκονται προς τα πάνω δεξιά. Οι γονείς είναι καλύτεροι και στις δύο κατηγορίες ταιριάσματος από τα παιδιά που συμπεριλαμβάνονται στα διακεκομμένα ορθογώνια. Δεν απεικονίζεται στο σχήμα ότι ο ανώτερος γονέας κυριαρχείται από το παιδί στα αριστερά.

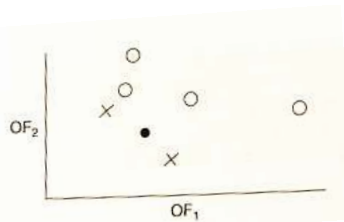


Σχήμα 13.1 Απεικόνιση της επιλογής του πιο ταιριαστού

Τα κυριαρχημένα άτομα μετακινούνται από το περιβάλλον, όπως φαίνεται στο Σχήμα 13.2. Αυτό το παράδειγμα δείχνει έναν προηγούμενο γονέα και τρία παιδιά να κυριαρχούνται και να μετακινούνται. Επίσης, φαίνεται ότι ο πληθυσμός δεν χρειάζεται να παραμείνει στατικός. Δύο άτομα σε μία γενιά έχουν αφήσει τρία στην επόμενη.

Το μη κυριαρχημένο σύνολο ατόμων ξανά παράγει απογόνους με τυχαία δωρεά γονιδίων και μετάλλαξη.

Δεν υπάρχει η ιδέα του «παντρέματος», γένους ή οικογένειας για να περιορίσει την ανάμιξη των γονιδίων. Κάθε άτομο μπορεί να ταιριάζει με ένα άλλο. Υπάρχει ένας αριθμός κανόνων για το ζευγάρι γονέων ώστε να δημιουργήσουν νέα άτομα. Για παράδειγμα, τυχαία επιλέξτε άτομα από τα μη κυριαρχημένα σύνολα και χρησιμοποιήστε αυτά ως γονείς για να δημιουργήσουν παιδιά. Προσδιορίστε τον αριθμό των απογόνων από κάθε ζευγάρι γονιών και τυχαία συνδυάστε γονίδια από τους γονείς για να δημιουργηθούν απόγονοι. Φαντάζομαι ότι θα μπορούσαν να εμπλακούν περισσότεροι από δύο γονείς. Τρεις θα μπορούσαν να δωρίσουν γονίδια για να δημιουργήσουν παιδιά.



Σχήμα 13.2 Το πιο ταιριαστό επιβιώνει

Μία εποχή (επανάληψη, χρονική περίοδος) παράγει ένα νέο σύνολο απογόνων και μετακινεί τα κυριαρχημένα άτομα.

Μπορείς να έχεις οποιοδήποτε αριθμό κανόνων για να ανατρέψεις την καθαρά τυχαία μεταφορά γονιδίων ή μεταλλάξεων. Η ευρετική, η ανθρώπινη λογική ανάλυση τάσεων, μπορεί να διαμορφώσει την επιλογή των γονέων ή την προτίμηση στην επιλογή γονιδίου για να επιταχύνει την εξέλιξη προς τον στόχο.

Μπορείς να έχεις οποιοδήποτε αριθμό κανόνων που σχετίζονται με την μετακίνηση των ατόμων. Για παράδειγμα, μέτρια κυριαρχημένα άτομα θα μπορούσαν να διατηρηθούν. Θα μπορούσες να διατηρήσεις αυτά τα άτομα που είναι μόνον κυριαρχημένα από ένα άλλο άτομο. Ή θα μπορούσες να διατηρήσεις τα Rank 1 άτομα, αυτά που είναι κυριαρχημένα από άτομα του Rank 0, που δεν κυριαρχούνται από άλλους, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 13.3. Στο Σχήμα 14.3a ο αριθμός που σχετίζεται με ένα άτομο αναπαριστά τον «βαθμό» του ατόμου.

0 = μη κυριαρχημένο

1 = κυριαρχημένο από 0'ς μόνον

2 = κυριαρχημένο από 0,1 μόνον

3 = κυριαρχημένο από 0,1,2'ς

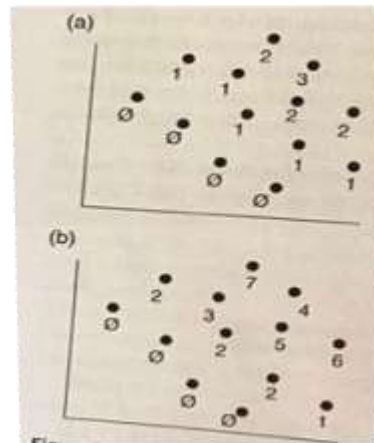
Αντίθετα, στο Σχήμα 14.3b, ο αριθμός που σχετίζεται με ένα άτομο αναπαριστά τον αριθμό των ατόμων με το υψηλότερο ταίριασμα.

0 = κυριαρχημένο από κανέναν

1 = κυριαρχημένο από 1 μόνον άτομο

2 = κυριαρχημένο από 2 άτομα

3 = κυριαρχημένο από 3 άτομα



Σχήμα 13.3 Δείχνει (α) τον βαθμό μόνον των κυριαρχημένων από άτομα στην χαμηλότερη βαθμίδα, (β) τον βαθμό που βασίζεται στον αριθμό των ατόμων με καλύτερο ταίριασμα.

Οι τοποθεσίες των ατόμων στο Σχήμα 13.3a και b είναι ίδιες. Παρατηρήστε, ωστόσο, τη διαφορά στην αριθμητική τιμή της διαβάθμισης.

Μία εποχή (ένας εξελικτικός όρος) είναι μία επανάληψη (ένας όρος βελτιστοποίησης) στην οποία νέοι απόγονοι δημιουργούνται, όπου οι OFs για τον καθένα υπολογίζονται και οι πιο ταιριαστοί διατηρούνται. Ένας κανόνας επιλογής θα μπορούσε να είναι: Διατηρήστε όλα τα άτομα με rank = 0 ή 1 για να επιβιώσει κάθε εποχή ή διατηρήστε όλα χωρίς πάνω από τρία καλύτερα άτομα να επιβιώνουν κάθε εποχή.

Το αποτέλεσμα δεν είναι μία DV*, αλλά ένα σύνολο Rank 0 ατόμων που δεν είναι κυριαρχημένα. Τα άτομα που φαίνονται δηλαδή οι OF τιμές, όχι οι DV τιμές τους. Ωστόσο, καθένα έχει DV σύνολα που παριστάνονται από χρωματοσώματα. Κάποια άτομα είναι καλύτερα στην OF₁, ενώ άλλα είναι καλύτερα στην OF₂. Κάποια είναι ενδιάμεσα και στην OF₁ και στην OF₂, αλλά κανένα δεν είναι καλύτερο από οποιοδήποτε άλλο και στις δύο κατηγορίες. Όλα είναι έγκυρες επιλύσεις.

Επίσης, το διασωσμένο σύνολο δεν χρειάζεται να είναι μόνον Rank 0 άτομα. Θα μπορούσε να είναι Ranks 0 και 1 ή Ranks 0, 1 και 2 αναπαριστώντας και τα μη κυριαρχημένα και τις σχεδόν ταιριαστές επιλύσεις.

Αποδεχόμενοι πολλαπλές επιλύσεις είναι καινούρια ιδέα σε αυτό το σημείο του βιβλίου. Για να το κατανοήσουμε, σκεφτείτε τη γραμμή προϊόντος των αυτοκινήτων. Κάποια είναι μεγάλα (καλά) αλλά ακριβά (όχι καλά). Κάποια είναι φθηνά (καλά) αλλά μικρά (όχι καλά). Κάποια προϊόντα είναι πιο ταιριαστά ως ένα δεύτερο όχημα που χρησιμοποιείται για μετακίνηση, ενώ άλλα για οικογενειακά ταξίδια. Υπάρχει

μία τεράστια διαφορετικότητα των πετυχημένων, μη κυριαρχημένων προϊόντων. Όλα είναι έγκυρες προσφορές. Όλα είναι DV* επιλύσεις.

Αυτές οι έννοιες εξέλιξης, χρωμοσώματος, γονιδίου, μεταλλάξεων και γενιάς απογόνων παίρνουν ελευθερίες με τη γενετική. Δεν αποκαλύπτει πως η βελτιστοποίηση εξελίσσει το τάϊριασμα από τα γονίδια, αλλά αυτή η εισαγωγή μεταφέρει την GA έννοια για έναν αναγνώστη, ένα παράδειγμα με αριθμητικές τιμές ακολουθεί:

Παράδειγμα 1 Μία απλή απεικόνιση της διαδικασίας εξέλιξης και γενιάς στις επιλύσεις δοκιμής. Εδώ x_1 , x_2 και x_3 είναι τιμές επίλυσης δοκιμής. Στον Γονέα 1, η x_1 έχει τιμή 3.142, η $x_2=2.303$, και η $x_3=0.623$. Στον Γονέα 2, $x_1=1.234$, $x_2=5.678$ και $x_3=9.012$.

Parent 1	3	1	4	2	2	3	0	3	0	6	2	3
Parent 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2
Child 1	3	2	3	2	2	6	0	8	0	0	1	2
Child 2	1	7	3	4	5	6	7	8	0	6	2	2

Τα βέλη δείχνουν ποια γονίδια τυχαία μεταφέρθηκαν για να κάνουν την επίλυση δοκιμής για x_1 στο παιδί 1 ίσο με 3.232.

Για να καθοριστεί ποιος γονέας δωρίζει ένα γονίδιο, ρίξτε ένα κέρμα. Εάν είναι «H» τότε από τον Γονέα 1. Εάν είναι «T» από τον Γονέα 2. Ή επικαλεστείτε έναν τυχαίο αριθμό. Εάν <0.5 από τον Γονέα 1, αλλιώς από τον Γονέα 2. Ή εάν <0.3 από τον Γονέα 1, εάν <0.8 από τον Γονέα 3, αλλιώς από τον Γονέα 2.

Οι τυχαίοι αριθμοί θα μπορούσαν επίσης να επιλέξουν γονείς, ίσως αναμειγνύοντας άτομα από μία Rank 0 κατηγορία με έναν από μία Rank 1 κατηγορία. Οι πιθανότητες δεν χρειάζεται να είναι ίσες (50/50, ή 33/33/33).

Η επίλυση δοκιμής για $x_1=1.734$ στο Παιδί 2 περιέχει μία τιμή του 7 που δεν εμφανίζεται ούτε στο x_1 για τον Γονέα 1 ή τον Γονέα 2. Η τιμή του 7 θα μπορούσε να είναι μία μεταφορά της x_2 επίλυσης δοκιμής στον Γονέα 2, ή εξαιτίας μίας τυχαίας μετάλλαξης. Οι δύο νέες επιλύσεις δοκιμής είναι $(x_1, x_2, x_3)=(3.232, 2.608, 0.012)$ και $(1.734, 5.678$ και $0.622)$.

Εάν τα κριτήρια ήταν αν βρεθούνε άτομα που έχουν μία αριθμητική αλληλουχία αυτό είναι πιο κοντά σε $(\pi, e, \gamma) = (3.14159\dots, 2.71828\dots, 0.61803)$, τότε ο Γονέας 1 θα είναι ο καλύτερος για τις δύο πρώτες μετρήσεις ταιριάσματος, και το Παιδί 2 καλύτερο στην τρίτη.

Το προηγούμενο παράδειγμα είναι λίγο αδιάφορο. Εάν κάποιος γνώριζε την τιμή του π για να ελέγξει πόσο καλό είναι το αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης, τότε δεν θα χρειαζόταν ο βελτιστοποιητής.

Τα γονίδια αναπαριστούν τις μεταβλητές απόφασης και υπάρχουν πολλοί τρόποι για να δομήσεις τις DVs, όπως δείχνει το παρακάτω παράδειγμα.

Παράδειγμα 2 Δημιουργήστε ανθρώπινους γλωσσολογικούς κανόνες για να περιγράψετε πως η διαδικασία αντίδρασης y εξαρτάται από τα x_1 και x_2 . Το Σχήμα 14.4 δείχνει πιθανές επιρροές και αντίδραση.

Ένας ανθρώπινος γλωσσολογικός κανόνας είναι ένας που εκφράζεται σε ένα κείμενο, όχι με μαθηματικές εξισώσεις. Ένα παράδειγμα θα μπορούσε να είναι: «Εάν x_1 είναι υψηλό ΚΑΙ x_2 είναι χαμηλό, ΤΟΤΕ σε λίγο το y θα είναι υψηλό». Χρησιμοποιούμε τέτοιους κανόνες συνέχεια. Για παράδειγμα, καθώς διασχίζουμε το δρόμο ο κανόνας είναι «Εάν το εισερχόμενο αυτοκίνητο είναι μακριά ΚΑΙ κινείται αργά, ΤΟΤΕ περάστε τον δρόμο τώρα». Σε κάθε περίπτωση υπάρχει ένας προγενέστερος (η υπόθεση If) και ο επακόλουθος (η ενέργεια που ακολουθεί το ΤΟΤΕ). Εάν ο προγενέστερος είναι αληθής, τότε εκτελέστε τον επακόλουθο. Σε κάποιες

περιπτώσεις υπάρχει ένας σύνθετος προγενέστερος «ΚΑΙ» όπου δύο πράγματα πρέπει να είναι αληθή.

Σχήμα 13.4 Απεικόνιση της διαδικασίας αντίδρασης και επιδράσεων στον χρόνο
 Ο συνδυασμός θα μπορούσε να αντικατασταθεί από έναν διαχωρισμό, OR (ή).
 Επίσης, τα αληθή ή ψευδή μέρη του προγενέστερου θα μπορούσε να είναι «δεν είναι» σε αντίθεση με το «είναι».

Τέλος, στην ανθρώπινη γλωσσολογική αιτιολογία, δεν χρησιμοποιούμε ακριβείς αριθμητικές τιμές. Αντίθετα, χρησιμοποιούμε ποιοτικές περιγραφές.

Στην κλασσική ασαφή λογική αναπαράσταση (fuzzy logic, FL), ο χρήστης καθορίζει μία γλωσσολογική κατηγορία για τις μεταβλητές κλειδιά. Σε αυτό το παράδειγμα αναπαρίστανται ως υψηλές, μέσες και χαμηλές κατηγορίες. Στην κλασσική FL, μία τριγωνική συνάρτηση, μία γραμμική σχέση, χρησιμοποιείται για να ποσοτικοποιήσει μία μεταβλητή σε μία γλωσσολογική κατηγορία. Το Σχήμα 14.5 δείχνει H, M και L μέλη συναρτήσεων και την τιμή, $\mu_c(x_1)$, της μεταβλητής x_1 σε μία συγκεκριμένη γλωσσολογική κατηγορία, $c=\{H, M, L\}$.

Στο Σχήμα 13.5, η x τιμή υποδηλώθηκε με μία μέτρια υψηλή τιμή:

$$\mu_L(z)=0.0$$

$$\mu_M(z)=0.2$$

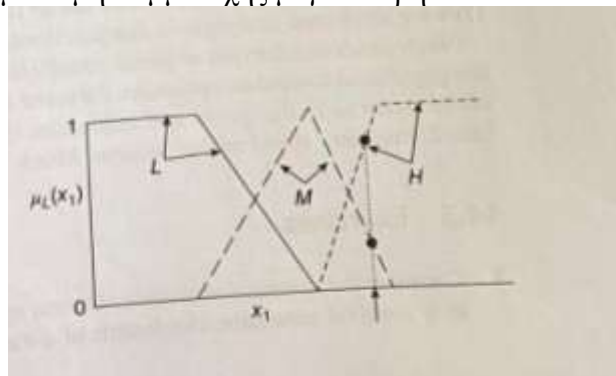
$$\mu_H(z)=0.8$$

$$(14.1)$$

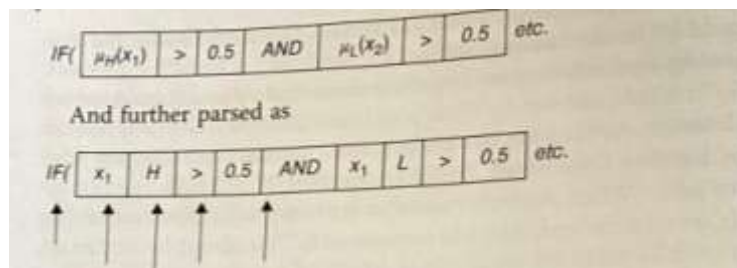
Ένας κανόνας της ασαφούς λογικής για τα δεδομένα στο 14.4 μπορεί να είναι:

EAN (x_1 είναι H, ΚΑΙ x_2 είναι L, ΚΑΙ x_2 έχει συνεχιζόμενη L) TOTE (σε λίγο το y θα είναι M) (14.2)

Αυτός ο κανόνας μπορεί να αναλυθεί σε γονίδια, με την “IS” συνθήκη να αναπαρίσταται με μία τιμή συμμετοχής μεγαλύτερη από το $\frac{1}{2}$.



Σχήμα 13.5 Απεικόνιση της συμμετοχής των συναρτήσεων για x_1 στις κατηγορίες χαμηλό, μέτριο ή υψηλό.



Οι επιλογές μεταβλητής θα μπορούσε να είναι x_1, x_2, y . Οι γλωσσολογικές κατηγορίες θα μπορούσε να είναι H, M και L. Η σύγκριση θα μπορούσε να είναι μεγαλύτερη από ή μικρότερη από. Οι αριθμητικές τιμές για τη συμμετοχή θα μπορούσαν να είναι 0.5, 0.9 0.3 ή άλλη τιμή. Ο συνδυασμός θα μπορούσε να είναι ΚΑΙ, Ή, ΟΧΙ κ.τ.λ.

Ένας αρχικός πληθυσμός θα είχε αρκετούς κανόνες να αναπαριστούν κάθε πιθανό χρωμόσωμα. Θα μπορούσαν να αρχικοποιούνται με την ανθρώπινη υπόθεση των κανόνων ή δομημένα τυχαία. Τα παρακάτω θα μπορούσαν να είναι τα πιθανά αρχικά τμήματα:

IF	x_2	M	<	0.3	AND	x_2	H	<	0.5
IF	x_2	L	>	0.2	AND	x_1	L	>	0.4
IF	x_1	H	>	0.8	AND	x_2	M	>	0.6

Όταν δημιουργηθεί ο αρχικός πληθυσμός, χρησιμοποιήστε γενετικούς αλγόριθμους (GA) ή εξελικτική βελτιστοποίηση (EO) για να καθοδηγήσετε την εξέλιξη (μεταφορά και μετάλλαξη) των γονιδίων για να κάνετε τους καλύτερους κανόνες ασαφούς λογικής. Υπολογίστε καλύτερα καθώς ελαχιστοποιείται

Πολυπλοκότητα: OF_1 =ο αριθμός των όρων στον προγενέστερο

T-1 λάθος: OF_2 = ο αριθμός των φορών που ο κανόνας προβλέπει το y είναι μέτριο όταν δεν είναι

T-2 λάθος: OF_3 =ο αριθμός των φορών που ο κανόνας δεν προβλέπει το y να είναι μέτριο όταν ήταν.

14. Ανάλυση Επιφάνειας II

14.1. Εισαγωγή

Οι τροποποιητικές αντικειμενικές συναρτήσεις, γενικά, δεν καθιστούν την επίλυση βελτιστοποίησης γρηγορότερη, αλλά φέρουν πλεονεκτήματα στην οπτικοποίηση της επιφάνειας, των ζητημάτων, στην κλιμακοποίηση αυτής για παρουσίαση ή στην απλοποίηση ενός υπολογισμού. Εάν τροποποιήσεις την OF, ωστόσο, πρέπει να διασφαλίσεις ότι η τροποποίηση δεν αλλάζει την DV* επίλυση.

Η τροποποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης είναι συχνά χρήσιμη για την απλοποίηση της άσκησης βελτιστοποίησης. Για παράδειγμα,

$$\text{maximize } J_1 = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-1/2((y_i - \bar{y})/\sigma)^2} \quad (14.1)$$

Βρίσκει το ίδιο μοντέλο συντελεστών όπως

$$\text{minimize } J_2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - \bar{y}}{\sigma} \right)^2 \quad (14.2)$$

Και

$$\text{minimize } J_3 = \sqrt{\frac{a}{2 \cos \theta \sin \theta}} \quad (14.3)$$

Βρίσκει την ίδια θ τιμή όπως

$$\text{maximize } J_4 = \sin 2\theta \quad (14.4)$$

14.2. Η Μεγιστοποίηση είναι Ισοδύναμη με την Ελαχιστοποίηση του Αρνητικού

Η μεγιστοποίηση της OF είναι το ίδιο όπως η ελαχιστοποίηση-OF

Απόδειξη: Σκεφτείτε ότι $OF=f(x)$ και ένα μέγιστο υπάρχει στο x^* με μία OF^* τιμή και μετά $OF(x^*) \geq OF(x)$ για κάθε x -τιμή. Πολλαπλασιάζοντας με -1 αλλάζει την ισότητα:

- $OF(x^*) \leq -OF(x)$ για κάθε x -τιμή. Έτσι, $-OF(x)$ είναι το ελάχιστο για όλες τις πιθανές τιμές. Ελαχιστοποιώντας το αρνητικό της OF επιστρέφει τις ίδιες DV τιμές όπως μεγιστοποιώντας την OF.

14.3. Η κλίμακα με θετικό αριθμό δεν αλλάζει την DV

Εάν x^* ελαχιστοποιεί την $OF(x)$ τότε αυτό ελαχιστοποιεί $\alpha[OF(x)]$, όπου $\alpha > 0$.

Απόδειξη: Εάν η $OF(x^*)$ είναι ένα ελάχιστο, τότε $OF(x^*) \leq OF(x)$ για κάθε x -τιμή. Πολλαπλασιάζοντας με την θετική τιμή α : $OF_2(x^*) = \alpha OF(x^*) \leq \alpha OF(x) = OF_2(x)$ για κάθε x -τιμή. Και καθορίζοντας την $OF_2(x)$ ως $\alpha OF(x)$, τότε η $OF_2(x)$ είναι η κλιμακούμενη $OF(x)$, τότε $OF_2(x^*) \leq OF_2(x)$ για κάθε x -τιμή. Έτσι, η κλίμακα με μία «+» τιμή δεν αλλάζει την x^* , παρόλο που αλλάζει την τιμή της $OF(x^*)$.

14.4. Η κλίμακα και η μετάφραση των OFs δεν αλλάζει την DV*

Εάν x^* ελαχιστοποιεί $J(x)$ επίσης ελαχιστοποιεί $J'(x) = \alpha + \beta J(x)$, όπου $\beta > 0$.

Μαθηματική απόδειξη: στο ελάχιστο δύο νοοτροπίες είναι αληθείς. $dJ(x)/dx|_{x^*} = 0$ και $d^2J(x)/dx^2|_{x^*} > 0$.

Πάρτε το πρώτο παράγωγο του $J'(x)$ και υπολογίστε στο x^* στο ελάχιστο του $J(x)$:

$$\left. \frac{dJ'}{dx} \right|_{x^*} = \left. \frac{d\alpha}{dx} + \beta \frac{dJ}{dx} \right|_{x^*} = 0 + \beta \left. \frac{dJ}{dx} \right|_{x^*} = 0 + \beta \cdot 0$$

(14.5)

Εάν $\beta \neq \infty$ τότε $dJ'(x)/dx|_{x^*} = 0$

Πάρτε το δεύτερο παράγωγο του $J'(x)$ στο x^* στο ελάχιστο του $J(x)$:

$$\left. \frac{d^2J'}{dx^2} \right|_{x^*} = \beta \left. \frac{d^2J}{dx^2} \right|_{x^*}$$

(14.6)

Εφόσον $\beta > 0$ και $d^2J/dx^2|_{x^*} > 0$ τότε $d^2J'/dx^2|_{x^*} > 0$.

Επομένως, εφόσον και τα δύο $dJ'/dx|_{x^*} = 0$ και $d^2J'/dx^2|_{x^*} > 0$, το ελάχιστο του $J(x)$, x^* , επίσης είναι το ελάχιστο του $J'(x)$.

14.5. Μονοτονική μετατροπή συνάρτησης δεν αλλάζει την DV*

Εάν f είναι μία αυστηρά μονοτονική αυξητική συνάρτηση στο εύρος της OF, τότε το x^* το οποίο ελαχιστοποιεί $OF'(x) = f[OF(x)]$ ελαχιστοποιεί επίσης την $OF(x)$.

Αυτό είναι πιο γενικό από απλά να μεταφράσεις και να βάλεις κλίμακα. Το Σχήμα 16.1 απεικονίζει μία αυστηρά αυξητική συνάρτηση. Δεν υπάρχουν ασυνέχειες και καθόλου σημεία είτε αρνητικής είτε μηδενικής κλίσης.

Αυτό σημαίνει για όλες τις τιμές του y ,

$$\partial f / \partial y > 0$$

Η υπόθεση είναι ότι εάν $f(OF(x^*)) \leq f(OF(x))$ για όλες τις x -τιμές, τότε $OF(x^*) \leq OF(x)$.

Στο ελάχιστο της $f(OF(x))$, $df/dx|_{x^*} = 0$ και $d^2f/dx^2|_{x^*} > 0$.

Χρησιμοποιώντας τον κανόνα της αλυσίδας,

$$df/dx = (\partial f / \partial OF) dOF/dx$$

Εφόσον στο ελάχιστο του f $df/dx = 0$, τότε

$$0 = \partial f / \partial OF|_{x^*} \neq 0$$

Εφόσον η συνάρτηση είναι αυστηρά μονοτονική $\partial f / \partial OF|_{x^*} \neq 0$, επομένως $dOF/dx|_{x^*} = 0$.

Θα μπορούσε να είναι ένα ελάχιστο, σαγαστικό σημείο, ή ένα μέγιστο για την OF; Ας το δούμε.

Εάν $f(x^*)$ είναι ένα ελάχιστο, τότε $d^2f/dx^2|_{x^*} > 0$.
Χρησιμοποιώντας τον κανόνα της αλυσίδας,

$$\frac{d^2f}{dx^2}\Big|_{x^*} = \frac{d}{dx} \left(\frac{df}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial OF} \cdot \frac{dOF}{dx} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial OF} \Big|_{x^*} \frac{dOF}{dx} \Big|_{x^*} + \frac{\partial f}{\partial OF} \Big|_{x^*} \frac{d^2 OF}{dx^2} \Big|_{x^*} \quad (14.7)$$

Επεκτείνοντας το ανάμεικτο παράγωγο, γίνεται

$$\frac{d^2f}{dx^2}\Big|_{x^*} = \frac{\partial^2 f}{\partial OF^2} \Big|_{x^*} \left[\frac{dOF}{dx} \Big|_{x^*} \right]^2 + \frac{\partial f}{\partial OF} \Big|_{x^*} \frac{d^2 OF}{dx^2} \Big|_{x^*} \quad (14.8)$$

Εφόσον οριοθετείται για όλες τις OF τιμές, εφόσον $dOF/dx|_{x^*} = 0$, τότε $\frac{\partial^2 f}{\partial OF^2}$

$$\frac{d^2f}{dx^2}\Big|_{x^*} = \frac{\partial f}{\partial OF} \Big|_{x^*} \frac{d^2 OF}{dx^2} \Big|_{x^*} \quad (14.9)$$

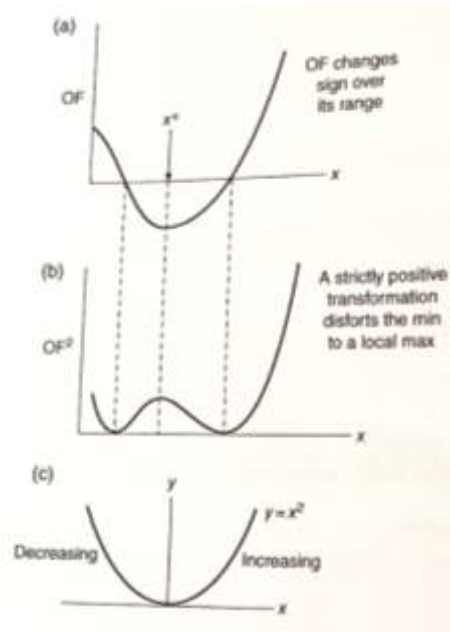
Εφόσον $d^2f/dx^2|_{x^*} > 0$, τότε $\frac{\partial f}{\partial OF}|_{x^*} \cdot \frac{d^2 OF}{dx^2}|_{x^*} > 0$

Εφόσον $\frac{\partial f}{\partial OF}|_{x^*} > 0$ για όλες τις x-τιμές, τότε $d^2 OF/dx^2|_{x^*} > 0$.

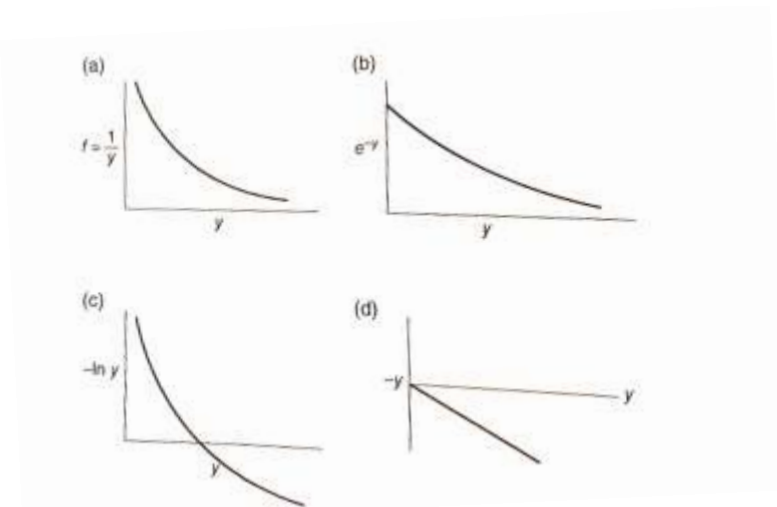
Προσέξτε τον υπογραμμισμένο περιορισμό. «Εάν f είναι μία αυστηρά μονοτονική αυξητική συνάρτηση πάνω από το εύρος της OF, τότε το x^* που ελαχιστοποιεί την $(OF(x))$ ελαχιστοποιεί την $OF'(x) = f [OF(x)]$. Το Σχήμα 16.2 απεικονίζει ένα παράδειγμα που δείχνει την παραβίαση περιορισμού. Η σχέση $y=x^2$ είναι αυστηρά θετική εάν $x>0$. Εάν $x<0$, τότε $y=x^2$ μειώνει αυξάνοντας το x . Εάν $x=0$, τότε το παράγωγο είναι μηδέν. Το πάνω μέρος της απεικόνισης στο σχήμα δείχνει μία OF που έχει ένα σημάδι αλλαγής, και το μεσαίο δείχνει το τετράγωνο αυτής της συνάρτησης. Όταν είναι τετραγωνική, το ελάχιστο της OF μετατρέπεται σε ένα τοπικό μέγιστο, και τα δύο μηδέν της OF γίνονται τα ελάχιστα.

Μερικές αυστηρές θετικές συναρτήσεις απαιτούν το επιχείρημα να είναι μία θετική τιμή.

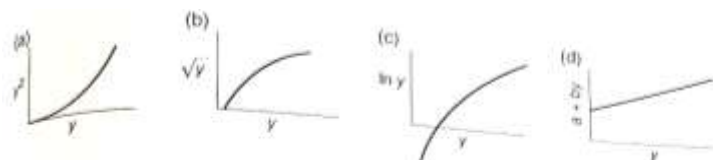
Ως επακόλουθο, εάν η συνάρτηση είναι αυστηρά μονοτονική η μείωση πάνω στο εύρος της OF, όπως απεικονίζεται σε καθένα από τα στοιχεία στο Σχήμα 16.3, τότε η x^* τιμή, που είναι η μέγιστη $OF(x)$, είναι ισοδύναμη με την ελάχιστη της $f(OF(x))$, και η ελάχιστη $OF(x)$ είναι ισοδύναμη με την μέγιστη της $f(OF(x))$.



Σχήμα 14.2 Απεικόνιση μίας προειδοποίησης χρήσης αυτού που φαίνεται να είναι αυστηρά θετική μονοτονική συνάρτηση πάνω σε ένα περιορισμένο εύρος: (α) η αρχική OF, (β) η τετραγωνική OF και (γ) η αποκάλυψη του ορίου των επιχειρημάτων για να κάνουν τετραγωνική μία μεταβλητή, μία αυστηρά αυξητική μετατροπή.



Σχήμα 14.3 Απεικόνιση κάποιων αυστηρά αρνητικών μονοτονικών συναρτήσεων: (α) αμοιβαίες (β) αρνητικά εκθετικές, (γ) αρνητικές της καταγραφής ή καταγραφή της αμοιβαίας και (δ) αρνητικές.



Σχήμα 14.4 Συχνές αυστηρά αυξητικές συναρτήσεις (α) τετραγωνικές (β) τετραγωνικής ρίζας (γ) καταγραφής και (δ) κλίμακας και μεταφρασμένη.

14.6. Επίδραση στη διαδρομή αναζήτησης ή στην NOFE

Οι τροποποιημένες αντικειμενικές συναρτήσεις επηρεάζουν την αναζήτηση; Γενικά, δεν έχουν καμία επίδραση στη διαδρομή αναζήτησης ή στον αριθμό των υπολογισμών συνάρτησης. Σκεφτείτε μία αυστηρά μονοτονική αυξητική συνάρτηση όπως φαίνεται στο Σχήμα 14.1. Αυτό σημαίνει, $\partial f/\partial y > 0$ για όλες τις τιμές του y . Δεν υπάρχουν επίπεδα σημεία.

Χρησιμοποιούμε f' για να αναπαραστήσουμε την τροποποιημένη OF και f την αρχική OF. Για παράδειγμα, $f' = \ln(f)$.

Για έναν άμεσο αλγόριθμο αναζήτησης, εάν $f_{\text{new}} < f_{\text{old}}$ τότε $f'_{\text{new}} < f'_{\text{old}}$, επειδή είναι μία αυστηρά θετική μονοτονική μετατροπή, και η απόφαση να συνεχίσει, να επεκταθεί και να συσταλεί είναι η ίδια. Η διαδρομή επίλυσης δοκιμής είναι ακριβώς η ίδια. Εάν η σύγκλιση βασίζεται στο Δx , δεν υπάρχει διαφορά στα βήματα (αριθμός επαναλήψεων ή TS τιμές) για σύγκλιση. Εάν η σύγκλιση βασίζεται στην ΔΟF, τα τροποποιημένα κριτήρια σύγκλισης χρειάζεται να βασίζονται στην τροποποιημένη OF. Για παράδειγμα, ισχυριστείτε σύγκλιση εάν $\Delta f < \epsilon$ χρειάζεται να μετατραπεί σε εάν $\Delta f' < \epsilon \cdot \exp(-f')$.

Για μία αναζήτηση που βασίζεται στην διαβάθμιση, $\Delta x = -a \nabla f' = -a (df'/df) \nabla f = -a' \nabla f$. Εφόσον $df' = df$ είναι θετική τιμή, αυτό απλά κλιμακώνει το μέγεθος βήματος με μία κοινή τιμή. Η πιο απότομη κατεύθυνση κατάβασης είναι σταθερή. Η CSLS θα ακολουθήσει την ίδια διαδρομή.

Μία ISD έρευνα θα ακολουθήσει την ίδια αρχική κατεύθυνση, και ένα το μέγεθος βήματος βασίζεται στο DVs,

$a = \Delta s / \sqrt{\sum (\partial f / \partial x_i)^2}$, επίσης αυτό θα ακολουθήσει την ίδια ακριβώς διαδρομή.

Παραγοντοποιώντας τον όρο σε κλίμακα από τη διαβάθμιση

$$\Delta x = -a \nabla f' = -a \frac{df'}{df} \nabla f \quad (14.10)$$

Επεκτείνοντας το a ,

$$(14.11)$$

$$a = \frac{\Delta s}{\sqrt{\sum (\partial f' / \partial x_i)^2}} = \frac{\Delta s}{\sqrt{\sum ((df'/df)(\partial f / \partial x_i))^2}} = \frac{\Delta s}{(df'/df) \sqrt{\sum (\partial f / \partial x_i)^2}}$$

Και συνδυάζοντας

$$\Delta x = - \frac{\Delta s}{(df'/df) \sqrt{\sum (\partial f / \partial x_i)^2}} \frac{df'}{df} \nabla f = - \frac{\Delta s}{\sqrt{\sum (\partial f / \partial x_i)^2}} \nabla f = -a \nabla f \quad (14.12)$$

δείχνει ότι είναι η παραδοσιακή ISD.

Για αναζητήσεις βασισμένες στο Hessian μοντέλο, είναι πιο περίπλοκο. Επεκτείνετε το δεύτερο παράγωγο στο Hessian:

$$(14.13)$$

$$\frac{\partial^2 f'}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial f'}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{df'}{df} \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) = \frac{d^2 f'}{df^2} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} + \frac{df'}{df} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$$

Ο τοπικά κοινός $df' = df$ παράγοντας βάζει σε κλίμακα τα παραδοσιακά στοιχεία Hessian (στον δεύτερο όρο στη δεξιά πλευρά της προηγούμενης εξίσωσης) και τα Jacobean στοιχεία. Ωστόσο, το Hessian έχει έναν καινούριο όρο, το πρώτο στην RHS, που αλλάζει τον αλγόριθμο Newton-Raphson.

$$\mathbf{H}' \Delta \mathbf{x} = -\nabla f' \quad (14.14)$$

Γίνεται

$$\left[\left(\frac{d^2 f' / df^2}{df' / df} \right) \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \right| + \mathbf{H} \right] \Delta \mathbf{x} = -\nabla f \quad (14.15)$$

Θα μπορούσες να αναγνωρίσεις την παραδοσιακή Newton-Raphson, $\mathbf{H} \Delta \mathbf{x} = -\nabla f$, μοτίβο στο προηγούμενο κείμενο, αλλά τα στοιχεία Hessian έχουν τον επιπρόσθετο όρο στην αριστερή πλευρά. Η παρένθεση αναπαριστά έναν πολλαπλασιαστική κλίμακας για τον πίνακα του προϊόντος των πρώτων παραγώγων. Αυτός ο καινούριος όρος παρουσιάζει μία προσαρμογή στην κατεύθυνση και στο μέγεθος των Δx βημάτων. Εάν ο καινούργιος όρος είναι σημαντικός, θα επηρεάσει τη NR διαδρομή προς το βέλτιστο. Εάν η OF τροποποίηση είναι γραμμική, δεν υπάρχει επίδραση.

Για διαδοχική δευτεροβάθμια εξίσωση, το καινούριο μοντέλο είναι $f' = a + bx_1 + cx_2 + dx_1^2 + ex_2^2 + fx_1x_2$. Εάν η τροποποίηση της OF είναι γραμμική, τότε η διαδρομή επίλυσης είναι σταθερή. Μπορεί ο αναγνώστης να ανακαλύψει εάν η διαδρομή παραμένει σταθερή εάν είναι μία μη γραμμική μετατροπή;

Για άμεσες αναζητήσεις (Hooke-Jeeves, κυκλική ευρετική άμεση, leapfrogging) και για αναζητήσεις πιο απότομης κατάβασης (CSLS, ISD), οι OF τροποποιήσεις δεν κάνουν μία δύσκολη επιφάνεια ευκολότερη για να βρεθεί το ελάχιστο. Δεν μετακινούν τις αποκλίσεις επιφάνειας ή πολλαπλά ελάχιστα. Δεν αλλάζουν τη διαδρομή στο ελάχιστο.

Εναλλακτικά, για αναζητήσεις που χρησιμοποιούν ένα μοντέλο (τετραγωνικό) δεύτερου βαθμού της OF αντίδρασης στις DVs (Newton, SQ), η μη γραμμική τροποποιημένη OF αλλάζει την λειτουργική σχέση για το μοντέλο και συνεπώς για την τοποθεσία άλματος. Εάν η συνάρτηση είναι βασικά τετραγωνική, μία μη γραμμική OF τροποποίηση την κάνει μη τετραγωνική, η οποία υποβαθμίζει την Newton ή SQ ενέργεια. Εναλλακτικά, μία μετατροπή που θα μπορούσε να κάνει μία μη τετραγωνική συνάρτηση γίνεται τετραγωνική, η οποία θα βελτιώσει την ταχύτητα της σύγκλισης με μία Newton ή SQ προσέγγιση. Για παράδειγμα, $f = (a-x_1)^4 + (b-x_2)^4$ γίνεται σαν τετραγωνική εάν η τετραγωνική ρίζα μετατρέπεται από $f' = \sqrt{(a-x_1)^4 + (b-x_2)^4}$. Ο αναγνώστης θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει το πρόγραμμα του διςδιάστατου παραδείγματος για να ελέγξει αυτή την παράσταση.

Έτσι, μπορεί να είναι είτε ένα NOFE πλεονέκτημα ή μειονέκτημα για έναν τύπο Newton ή διαδοχικό τετραγωνικό αλγόριθμο.

Τα πλεονεκτήματα των OF τροποποιήσεων είναι:

1. Απλοποίηση του υπολογισμού της OF.
2. Μετατροπή του μέγιστου σε ελάχιστο ή του ελάχιστου σε μέγιστου.
3. OF κλίμακα για αναπαράσταση.
4. Τροποποίηση για βελτιωμένη οπτικοποίηση των OF χαρακτηριστικών σε ένα συγκεκριμένο εύρος (όπως το ελάχιστο) όταν οι ισοϋψείς καμπύλες μπορεί να καλυφθούν από τις υψηλές τιμές.

Τα γενικά μειονεκτήματα μίας τροποποιημένης OF είναι:

1. Η αντικειμενική τροποποίηση παραμορφώνει την ανθρώπινη κατανόηση της τροποποιημένης OF, που είναι τουλάχιστον ένα όριο αντιστοίχισης κριτηρίων σύγκλισης.
2. Θα μπορούσε είτε να αυξήσει είτε να μειώσει την NOFE σε αναζητήσεις δεύτερου βαθμού.

14.7. Περιορισμοί Ανισότητας

Οι περιορισμοί ανισότητας μπορούν να μετατραπούν σε περιορισμούς ισότητας συμπεριλαμβάνοντας μία μέτρια ή πλεονάζουσα μεταβλητή. Για παράδειγμα, ένας περιορισμός ανισότητας, $g(x) > 0$, μπορεί να μετατραπεί σε έναν περιορισμό ανισότητας συμπεριλαμβάνοντας την μεταβλητή s , $g(x) - s^2 = 0$ με τη συνθήκη $s \neq 0$. Υπάρχουν N στοιχεία στον δείκτη DV, x . Για καθένα τέτοια τροποποίηση περιορισμού ανισότητας, ο βελτιστοποιητής μπορεί να αναζητήσει για την τιμή του s , και $N-1$ των DVs, και να χρησιμοποιήσει τον καινούριο περιορισμό ισότητας για να καθορίσει την παραμένουσα τιμή DV. Εάν η αρχική εφαρμογή ήταν

$$\begin{aligned} \text{Min } J &= f(x) \\ \{x\} \\ \text{S.T.: } g(x) &> 0 \end{aligned} \quad (14.16)$$

Με x - να αντιπροσωπεύει το μειωμένο σύνολο των αρχικών DVs, η νέα παράσταση είναι

$$\begin{aligned} \text{Min } J &= f(x) \\ \{s, x\} \\ \text{S.T.: } s &\neq 0 \end{aligned} \quad (14.17)$$

Υπάρχουν ακόμη N αριθμός των DVs. Ωστόσο, αυτό μπορεί να αλλάξει το σχήμα της OF αντίδρασης στο καινούριο σύνολο DV, κάνοντας την επίλυση ευκολότερη. Βασίζεται σε μία μαθηματική μέθοδο για να επιλύσει το αντίστροφο του περιορισμού ισότητας για την DV που απομένει.

Εάν ο περιορισμός ήταν είτε \leq ή \geq , τότε δεν θα υπήρχε κανένας περιορισμός στις τιμές του s , ακόμη και το $s=0$ θα ήταν επιτρεπτό.

14.8. Μετατροπή των DVs

Συχνά, γραμμικά βάζουμε σε κλίμακα τις DVs για να κάνουμε τις μονάδες συμβατές ή για να κάνουμε τις τιμές συμβατές με την επιθυμητή παρουσίαση ή με τα εύρη της τιμής. Ωστόσο, η κλιμάκωση της DV θα μπορούσε να είναι μία μη γραμμική μετατροπή.

15. Κριτήρια Σύγκλισης 2 N-D εφαρμογές

15.1. Εισαγωγή

Αυτό το κεφάλαιο βασίζεται στο Κεφάλαιο 6 και αναπτύσσεται στα κριτήρια σύγκλισης που μπορούν να χρησιμοποιηθούν στη βελτιστοποίηση. Οι ιδέες μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως είτε νομοτελειακές είτε στοχαστικές και ως είτε μοναδικού παίκτη ή πολλαπλών παικτών εφαρμογές. Οι αναζητήσεις μοναδικής επίλυσης δοκιμής (NP, LM, CHD, κ.τ.λ.) έχουν ένα σημείο δοκιμής και ψάχνουν να το μετακινήσουν. Η σύγκλιση βασίζεται στη διαδοχική επίλυση δοκιμής, σε αλλαγές σημείο-σημείο. Οι πολλαπλών παικτών αναζητήσεις (LF και PSO) και οι βελτιστοποιητές τύπου μοτίβου (HJ και NM) έχουν μία ομάδα επιλύσεων δοκιμής. Η σύγκλιση θα μπορούσε να βασιστεί στο εύρος της ομάδας ή του μοτίβου.

Ωστόσο, υπάρχει ένας ηγέτης παίκτης τον τύπο μοτίβου και πολλαπλών παικτών βελτιστοποιητές, και αγνοώντας τους άλλους ενεργούς παίκτες σε μία διαδικασία πολλαπλών παικτών, τα κριτήρια σύγκλισης θα μπορούσαν να βασιστούν στις αλλαγές επανάληψης προς επανάληψη στο καλύτερο μέσα στην ομάδα. Έτσι, τα μονά κριτήρια TS σύγκλισης θα μπορούσαν να εφαρμοστούν σε έναν αλγόριθμο πολλαπλών παικτών.

15.2. Καθορίζοντας μία επανάληψη

Η σύγκλιση ελέγχεται μετά από κάθε επανάληψη. Σε πολλές διαδικασίες βελτιστοποιητή ο καθορισμός σχετικά με το τι αποτελεί μία επανάληψη φαίνεται ξεκάθαρα. Μία επανάληψη είναι όταν ένας ολοκληρωμένος κύκλος ανάλυσης και η επακόλουθη TS κίνηση είναι ολοκληρωμένη. Στην CHD μία επανάληψη αποτελεί N εξερευνήσεις επιφάνειας, μία για κάθε διάσταση, για κάθε DV. Στην HJ, μία επανάληψη έχει έναν μέσο όρο $1.5N + 1$ εξερευνήσεις επιφάνειας. Στην CSLS υπάρχουν $N + 1$ υπολογισμοί συνάρτησης για να καθορίσουν την κατεύθυνση αναζήτησης μονομεταβλητής, περίπου 15 για την αναζήτηση γραμμής, για ένα σύνολο περίπου $N + 15$ NOFE ανά επανάληψη. Για την SQ, $(N^2 + 3N + 2)/2$ εξερευνήσεις επιφάνειας απαιτούνται για να αποκτήσει το υποκατάστατο μοντέλο. Οι διαδικασίες τύπου Newton, επίσης αλγόριθμος δεύτερου βαθμού, έχουν ένα παρόμοιο αριθμό υπολογισμών συνάρτησης ανά επανάληψη όπως η SQ. Εάν η DV διάσταση είναι 5, για παράδειγμα, τότε η CHD θα έχει 5 υπολογισμούς συνάρτησης ανά επανάληψη, και οι μέθοδοι δεύτερου βαθμού θα έχουν 21 ανά επανάληψη.

Ωστόσο, στην LF, ένα η κίνηση ενός παίκτη θεωρείται μία επανάληψη, υπάρχει μόνον μία εξερεύνηση επιφάνειας ανά επανάληψη. Αυτό σημαίνει ότι κάθε LF κύκλος ανάλυσης δεν παρέχει πολύ κατανόηση επιφάνειας ή κριτήρια για κατεύθυνση κίνησης όπως οι άλλοι. Επίσης, μετά από κάθε άλμα, ο καλύτερος παίκτης μπορεί να παραμένει χωρίς αλλαγή. Συνεπώς, εγώ καθορίζω την LF επανάληψη να έχει N-άλματα, το οποίο παρέχει ισοδύναμη ανάλυση επιφάνειας ανά επανάληψη όπως η CHD. Αυτή η επιλογή φαίνεται να έχει λογική για τον έλεγχο της σύγκλισης, καθώς ερμηνεύω παρατηρήσεις για την αξιολόγηση της σύγκλισης και την πρόοδο του βελτιστοποιητή με τις κινήσεις του παίκτη.

Στην PSO μία επανάληψη αποτελεί την τοπική μίας κίνησης εξερεύνηση κάθε παίκτη. Εάν υπάρχουν M παίκτες (με M περίπου 10 φορές η DV διάσταση N), τότε κάθε επανάληψη παρέχει $M \cong 10N$ υπολογισμούς συνάρτησης. Αλλά εφόσον ο καλύτερος παίκτης μόνον κάνει μία τυχαία κίνηση στην τοπική γύρω περιοχή του ιστορικού παγκόσμιου καλύτερου, μπορεί να μην υπάρχει καμία βελτίωση στην DV*

τιμή με μία επανάληψη. Έτσι, η PSO δεν θα πρέπει να χρησιμοποιήσει μία παρατήρηση επανάληψης προς επανάληψη του καθολικού καλύτερου για να καθορίσει την σύγκλιση. Επίσης, σε πολλούς PSO αλγόριθμους δεν υπάρχει σύγκλιση τελικού σταδίου. Δεν υπάρχει μείωση στις τυχαίες διαταραχές που επηρεάζουν κάθε παίκτη. Σαν αποτέλεσμα, αφού συγκλίνει στο βέλτιστο, το μέγεθος τελικού σταδίου παραμένει σταθερό, αλλά στοχαστικά ποικίλει, με επανάληψη. Συνεπώς, ένα νομοτελειακό κριτήριο για τη σύγκλιση δεν θα πρέπει να χρησιμοποιείται.

15.3. Κριτήρια για Νομοτελειακές Διαδικασίες μόνης TS

Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάστηκαν τεχνικές για τον έλεγχο είτε της αλλαγής στην DV ή την αλλαγή στην OF ή τη σχετική αλλαγή σε καθένα για να καθορίσει την σύγκλιση. Αυτές είναι οι πιο συχνές προσεγγίσεις.

Για οπτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων, κάποιος θα μπορούσε να λάβει την προοπτική ότι η ικανότητα να διακριτοποιήσει εναλλακτικές DV επιλύσεις θα καθορίσει το κριτήριο σύγκλισης. Ίσως το κριτήριο θα έπρεπε να ήταν να ισχυριστούμε σύγκλιση όταν η αλλαγή στην DV είναι λιγότερη από το ένα δέκατο από αυτό που οπτικά εντοπίζεται. Εναλλακτικά, εάν η DV είναι να εφαρμοστεί, τότε κάποιος θα επιλέξει σύγκλιση για να παρουσιάσει έναν βαθμό μεγέθους μικρότερο από την εφαρμογή ικανότητας διακριτοποίησης. Σε κάθε περίπτωση, τέτοιες επιλογές είναι εξαρτημένες στην κλίμακα της παρουσίασης ή εφαρμογής. Εάν υπάρχουν πολλαπλές DVs, τότε κάθε μία θα πρέπει να έχει το δικό της όριο σύγκλισης, αναπαριστώντας την ικανότητα διακριτοποίησης για κάθε DV. Κάποιοι επιλέγουν να χρησιμοποιήσουν μία κοινή απόσταση, όπως $\|\Delta x\| = \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2 + \dots}$, αλλά αυτό προϋποθέτει ότι όλες οι DVs έχουν τις ίδιες διαστατές μονάδες και την ίδια κλίμακα DV επίδρασης στην OF. Συνήθως οι DVs είναι διαφορετικές. Εάν ένα κοινό όριο είναι επιθυμητό, μία επίλυση είναι να χρησιμοποιηθείς μεταβλητές κλιμακούμενες.

Συχνά δεν είναι ότι η DV είναι σημαντική, αλλά η OF. Για παράδειγμα, κάποιος μπορεί να ισορροπήσει το βιβλίο σε πέννες, αλλά όταν διαπραγματεύεσαι μισθό ή την τιμή ενός σπιτιού, στα \$1000 ισχυρίζεσαι σύγκλιση. Έτσι, σκεφτείτε την πρακτικότητα της OF, όχι τι είναι πιθανό να ξεχωρίσει.

Σε μία κατάσταση πολλών μεταβλητών, οι DVs μπορεί να είναι σημαντικές, αλλά περισσότερο οι αντισταθμιστικές αλλαγές όπως συγκλίνει η επίλυση δοκιμής στο σημείο DV*. Σε αυτή την περίπτωση η OF μπορεί να έχει μικρή αλλαγή δικτύου, ωστόσο κάθε ξεχωριστή DV επιρροή στην OF τιμή μπορεί αν είναι ξεχωριστά σημαντική. Σε τέτοια περίπτωση, σκεφτείτε έναν έλεγχο σύγκλισης στην OF, αλλά ελέγξτε για το σύνολο όλων των DV επιδράσεων διαδίδοντας το μέγιστο λάθος:

$$\Delta OF_{\max} = \sum_{i=1}^N \left| \frac{\partial OF}{\partial x_i} \Delta x_i \right|$$

(15.1)

Αυτή η κλίμακα με $\partial OF / \partial x_i$ κάνει φυσιολογικές τις τιμές Δx_i στην OF τιμή και επιτρέπει την προσθήκη των DV επιδράσεων άσχετα με τις διάστατες μονάδες. Αυτή η προσέγγιση, ωστόσο, απαιτεί το παράγωγο, που μπορεί να μην είναι αναλυτικά πιθανό ή ακόμη και αριθμητικά αντιπροσωπευτικό κοντά σε μία ασυνέχεια.

Θα μπορούσε να είναι ότι το OF μοντέλο έχει αβεβαιότητα στους συντελεστές του. Για παράδειγμα εάν η OF είναι μία συνάρτηση των DVs και των συντελεστών, $J = f(c, x)$, τότε υπάρχει αβεβαιότητα στην OF εξαιτίας των συντελεστών. Δεν υπάρχει λογική στην αναζήτηση της τελειότητας στις DV τιμές. Ίσως ισχυριζόμαστε σύγκλιση όταν η σχετική επίδραση στις DV αλλαγές στην OF είναι ένας βαθμός μεγέθους μικρότερος από την αβεβαιότητα της OF που προέρχεται από τους συντελεστές.

$$\sum_{i=1}^N \left| \frac{\partial OF}{\partial x_i} \Delta x_i \right| = \Delta OF_{\max, DVs} \leq 0.1 \Delta OF_{\max, c} = 0.1 \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial OF}{\partial c_i} \varepsilon_{c_i} \right|$$

(15.2)

Στην παλινδρόμηση υπάρχει αβεβαιότητα και στις εξαρτημένες και στις ανεξάρτητες μεταβλητές, που θα μπορούσαν να προκαλέσουν κατάλοιπα, αποκλίσεις ανάμεσα στο μοντέλο και τα δεδομένα. Ένα κριτήριο σύγκλισης θα μπορούσε να είναι να σταματήσουν οι επαναλήψεις όταν η μείωση στα κατάλοιπα είναι δύο βαθμοί μεγέθους μικρότερες από τα κατάλοιπα. Οι μηχανισμοί στα δεδομένα, και στο τέλος της διαδικασίας βελτιστοποίησης, τα κατάλοιπα (οι αποκλίσεις ανάμεσα στο μοντέλο και τα δεδομένα) αντικατοπτρίζουν πειραματική αβεβαιότητα. Τότε, τα κατάλοιπα του τελικού σταδίου δεν μπορούν να μετακινηθούν, και υποδηλώνουν ένα καλύτερο πιθανό αποτέλεσμα. Εάν η SSD είναι η αντικειμενική συνάρτηση, τότε μία μέτρηση ενός μέσου κατάλοιπου είναι η rms τιμή,

$rms = \sqrt{SSD/N}$, όπου N είναι ο αριθμός των συνόλων δεδομένων. Αυτό το κριτήριο σύγκλισης θα ισχυριστεί σύγκλιση εάν $\Delta rms \leq 0.01 rms$. Αυτό είναι μία σχετική μέτρηση στην OF. Ωστόσο, υπάρχουν πολλές αποκλίσεις σε κάθε θέμα, και ένα εναλλακτικό κριτήριο σύγκλισης για παλινδρόμηση θα μπορούσε να είναι η παύση επαναλήψεων όταν η τιμή rms από τυχαίο υποσύνολο των κατάλοιπων προσεγγίζει στοχαστική σταθερή κατάσταση δηλαδή επανάληψη (Κεφάλαιο 29).

Εάν η OF είναι στοχαστική, τότε οι προηγούμενες μετρήσεις δεν είναι εφαρμόσιμες.

15.4. Κριτήρια για Νομοτελειακές Διαδικασίες πολλαπλών παικτών

Για προσεγγίσεις πολλαπλών παικτών ή μοτίβου, το DV εύρος θα μπορούσε να είναι είτε η διαφορά ανάμεσα στις DV υπερβολές είτε μία rms απόκλιση. Εάν υπάρχουν πολλαπλές διαστάσεις, τότε χρειάζεται να υπάρχει ένα εύρος για κάθε διάσταση. Μία συντηρητική rms απόκλιση είναι η σταθερή απόκλιση, η rms απόκλιση από το μέσο. Ωστόσο, κάποιος θα μπορούσε να επιλέξει να είναι η rms τιμή από την DV με την καλύτερη OF τιμή. Ξανά, εάν πολυδιάστατη, κάθε DV χρειάζεται να έχει έναν rms υπολογισμό. Επίσης, εάν οι μονάδες δεν είναι οι ίδιες σε όλες τις DV διαστάσεις τότε κάθε DV χρειάζεται είτε ένα ξεχωριστό όριο ή χρησιμοποιεί κλιμακούμενες μεταβλητές.

Παρόμοια, το εύρος των OF τιμών θα μπορούσαν να είναι η διαφορά ανάμεσα στο μεγαλύτερο και στο μικρότερο, αλλά το εύρος επίσης θα μπορούσε να μετρηθεί από κάθε αριθμό εναλλακτικής στατιστικής, για παράδειγμα, η rms τιμή από τον μέσο όρο της OF τιμής ή η rms απόκλιση από την καλύτερη OF τιμή.

Είτε για την DV είτε για την OF περίπτωση, ο καλύτερος παίκτης είναι πιθανόν πιο κοντά στην DV* τιμή από τους ακραίους παίκτες, και η rms τιμή από τον καλύτερο είναι πιθανόν η πιο αντιπροσωπευτική από την χαρακτηριστική εγγύτητα των παικτών από το βέλτιστο.

Εάν η rms τιμή χρησιμοποιείται για να αναπαραστήσει την χαρακτηριστική απόκλιση στην DV, τότε τα κριτήρια σύγκλισης θα μπορούσαν να εφαρμοστούν είτε στις rms

OF είτε στις DV τιμές. Ωστόσο, η μέγιστη πιθανή επίδραση απόκλιση στις DV τιμές θα μπορούσε να διαδοθεί στην OF και η σύγκλιση βασίζεται σε

$$\Delta OF_{max} = \sum_{i=1}^N \left| \frac{\partial OF}{\partial x_i} rms_{x_i} \right|$$

(15.3)

Θα μπορούσε να είναι ότι το OF μοντέλο έχει αβεβαιότητα στους συντελεστές του. Για παράδειγμα, εάν η OF είναι μία συνάρτηση των DVs και συντελεστών, $J = f(c, x)$, τότε υπάρχει αβεβαιότητα στην OF εξαιτίας των συντελεστών. Εδώ δεν υπάρχει λογική στην αναζήτηση της τελειότητας στις DV τιμές. Ίσως ο ισχυρισμός σύγκλισης όταν η σχετική επίδραση των DV αλλαγών στην OF είναι ένας βαθμός μεγέθους μεγαλύτερος από την αβεβαιότητα που προέρχεται από τους συντελεστές.

$$\sum_{i=1}^N \left| \frac{\partial OF}{\partial x_i} rms_{x_i} \right| = \Delta OF_{max, DVs} \leq 0.1 \Delta OF_{max, c} = 0.1 \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial OF}{\partial c_i} \varepsilon_{c_i} \right|$$

(15.4)

15.5. Στοχαστικές Εφαρμογές

Υπάρχουν αρκετές πηγές στοχαστικής συμπεριφοράς. Σε μία, η OF θα μπορούσε να είναι προσομοίωση Monte Carlo ή ένα πειραματικά αποκτώμενο αποτέλεσμα. Σε κάθε περίπτωση, συμπεριλαμβάνει φυσικές ιδιοτροπίες. Με την ίδια DV τιμή, ένα δείγμα δίνει μία παρόμοια αλλά διαφορετική OF τιμή. Σε άλλη, ο αλγόριθμος μπορεί να είναι μία στοχαστική αναζήτηση η οποία συνεχώς διαταράσσει τις επιλύσεις δοκιμής, με τυχαία διαταραχή. Σε μία τρίτη, η OF και ο αλγόριθμος βελτιστοποιητή μπορεί να είναι και οι δύο νομοτελειακοί, αλλά η τυχαία δειγματοληψία δεδομένων για έλεγχο σύγκλισης θα παράγει μια θορυβώδη SSD ή μία rms τιμή που χαλαρώνει σε μία σταθερή θορυβώδη κατάσταση καθώς οι επαναλήψεις προχωρούν στο βέλτιστο. Σε κάθε περίπτωση, η σύγκλιση μπορεί να ισχυριστεί όταν δεν υπάρχει βελτίωση στην παρατηρούμενη τιμή δηλαδή στην επανάληψη.

Στην βελτιστοποίηση στοχαστικών συναρτήσεων, χρησιμοποιείτε αντίγραφα του καλύτερου παίκτη, αλλά εάν το αντίγραφο κάνει τον καλύτερο δεύτερο παίκτη, τότε αφήστε τον δεύτερο καλύτερο να καθοδηγήσει την αναζήτηση. Είτε στην βελτιστοποίηση στοχαστικών συναρτήσεων ή όταν χρησιμοποιείται στοχαστικός βελτιστοποιητής (όπως PSO), τότε παρατηρήστε την OF τιμή του χειρότερου παίκτη δηλαδή την επανάληψη. Μετά δηλώστε σύγκλιση, όταν η OF τιμή του χειρότερου παίκτη βρίσκεται σε σταθερή κατάσταση δηλαδή επανάληψη. Εναλλακτικά, παρατηρήστε το εύρος της OF δηλαδή κάθε επανάληψη. Αυτό θα είναι χρήσιμο εάν η OF^* είναι μία μεγάλη τιμή. Ωστόσο, μην παρατηρήσετε την καλύτερη OF τιμή δηλαδή την επανάληψη επειδή εάν το καλύτερο ξεκινάει κοντά σε ένα τοπικό βέλτιστο, τότε παρατηρώντας το μπορεί να οδηγήσει σε έναν SS ισχυρισμό πριν η ομάδα βρει την εγγύτητα του καθολικού. Αντίθετα, ακόμη και εάν το καλύτερο ξεκινάει κοντά στο καθολικό βέλτιστο, το χειρότερο θα κάνει την πιο μεγάλη αλλαγή από τις αρχικές στις τοπικές τελικές τιμές.

15.6. Διάφορες Παρατηρήσεις

Η εσωτερική εύρεση ρίζας και η εσωτερική βελτιστοποίηση έχουν κριτήρια σύγκλισης, που χρειάζονται να έχουν μία πιο μικρή επίδραση στην DV ή στην OF τιμή από τα κριτήρια σύγκλισης για την πρωταρχική βελτιστοποίηση. Παρόμοια, αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης διαφορικών εξισώσεων και υπολογισμοί παραγώγων ή ακέραιων θα προκαλέσουν αριθμητική απόκλιση, και αυτό επίσης πρέπει να έχει πολύ μικρότερη επίδραση από αυτή που θα εντοπίσουν τα κριτήρια σύγκλισης.

Το όριο σύγκλισης μπορεί να αλλάξει κατά τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης καθώς το βέλτιστο προσεγγίζεται. Για παράδειγμα, στην CSLS, η αρχική γραμμή αναζήτησης δεν χρειάζεται να βρει ακριβώς το βέλτιστο. Χρησιμοποιήστε ένα δύσκολο όριο σύγκλισης για να επιταχύνετε την αναζήτηση στην εγγύτητα του βέλτιστου, τότε καθώς οι διαδοχικές αναζητήσεις δεν κάνουν πολύ αλλαγή, συνδέστε τα κριτήρια σύγκλισης στην επιθυμητή τιμή για την τελική απάντηση.

16. Μεταβλητές υπό κλίμακα και διαστατή σταθερότητα

16.1. Εισαγωγή

Ο όρος «πρωτόγονες μεταβλητές» αναφέρεται στις μεταβλητές που φυσιολογικά χρησιμοποιούμε όταν μετρούμε ή μοντελοποιούμε ένα σύστημα, είτε το σύστημα είναι μία διαδικασία, προϊόν, συσκευή ή ένας συνδυασμός. Οι πρωτόγονες μεταβλητές έχουν μονάδες, και μπορούν να είναι είτε σχετικές είτε απόλυτες, ή συνεχείς ή ακέραιες. Οι μονάδες μπορεί να είναι πολύ διαφορετικές για την ίδια μεταβλητή, απόσταση σε μίλια ή μικρόμετρα ή έτη φωτός, ταχύτητα σε rpm ή kps, μάζα σε kg ή lbs, αριθμό ατόμων ή γεγονότων κ.τ.λ. επίσης, η ανάμειξη σχετικών και απόλυτων μεταβλητών μπορεί να μπερδεύει: θερμοκρασία σε C ή R, πίεση σε psig ή Pa, και χρόνος σε ώρες από την αρχή της τοπικής ημέρας ή σε χρόνια από την μεγάλη έκρηξη.

Αντίθετα, οι μεταβλητές υπό κλίμακα παριστάνουν μία αναλογία μίας πρωτόγονης μεταβλητής στη διάσταση των μονάδων της και συνηθισμένα παραδείγματα μπορεί να είναι ένα κλάσμα ενός πληθυσμού διαιρεμένο από συνολικό αριθμό, ή απόσταση ως μέρος ενός συνολικού ταξιδιού. Οι κλίμακες μπορεί να είναι συνδυασμός μεταβλητών, για παράδειγμα, όταν η ενέργεια δραστηριοποίησης στην χημική κινητική λαμβάνει κλίμακα από το προϊόν της θερμοκρασίας και την παγκόσμια σταθερά αερίων ή όταν η ταχύτητα των υγρών κλιμακώνεται από πυκνότητα, ιξώδες, και μια χαρακτηριστική διάσταση για να δημιουργήσει τον Reynolds αριθμό. Οι μεταβλητές υπό κλίμακα είναι χωρίς διάσταση.

Παρόλο που οι πρωτόγονες μεταβλητές άμεσα σχετίζονται με μία φυσική μεταβλητή, αυτές είναι οι κατάλληλες μεταβλητές για να χρησιμοποιηθούν σε ένα φαινομενολογικό μοντέλο και συχνά έχουν ένα βολικό νόημα για τον χρήστη. Πολλές έννοιες των πρωτόγονων μεταβλητών τις κάνουν μη επιθυμητές. Μερικές από αυτές τις ανεπιθύμητες έννοιες σχετίζονται με την διαστατή σταθερότητα.

1. Όταν $Q = f(x,y,z)$ και οι x,y και z αποστάσεις έχουν τις ίδιες μονάδες, τότε η Πυθαγόρεια σχέση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να τα συνδυάσει σε μία κοινή απόσταση. Σε πολλές συναρτήσεις, ωστόσο, οι DVs δεν έχουν ούτε τις ίδιες μονάδες ούτε την ίδια σημασία. Στην απλή γραμμική παλινδρόμηση, οι δύο DVs είναι σε κεκλιμένο επίπεδο και διακοπτόμενες. Σε μία βελτιστοποίηση αντίδρασης, οι DVs μπορεί να είναι αντιδραστήρας θερμοκρασίας και αρχική σύνθεση. Οι DVs έχουν διαφορετικές μονάδες, που δεν μπορούν να ενοποιηθούν. Ωστόσο, πολλοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης απλά μεταχειρίζονται τις DVs ως ασαφή αριθμητικές τιμές, επιτρέποντας τους συνδυασμούς και την παραβίαση της μηχανικής.
2. Οι μέθοδοι της απότομης κατάβασης χρησιμοποιούν μία συνηθισμένη κλίμακα για να υπολογίσουν το αυξητικό μέγεθος βήματος για όλες τις διαστάσεις, στις σχέσεις $\Delta x = -a(\partial f/\partial x)$ και $\Delta y = -a(\partial f/\partial y)$. Κοιτώντας την πρώτη σχέση, οι μονάδες στο a είναι $[x^2/f]$. Αλλά εάν x και y έχουν διαφορετικές μονάδες, τότε οι δεύτερες και ακόλουθες εξισώσεις είναι διαστατά ασταθείς. Αυτό παραβιάζει τις αρχές της μηχανικής.

Άλλοι στόχοι στις πρωτόγονες μεταβλητές σχετίζονται με την σταθερότητα εύρους:

3. Σκεφτείτε την σταθερότητα τιμής (εύρους) στις μεταβλητές, για παράδειγμα, στις αποστάσεις της επιφάνειας της Γης (μίλια) και στο υψόμετρο (feet), μία

αλλαγή μονάδας στο ένα είναι 5280 φορές μεγαλύτερο από μία αλλαγή μονάδας στο άλλο.

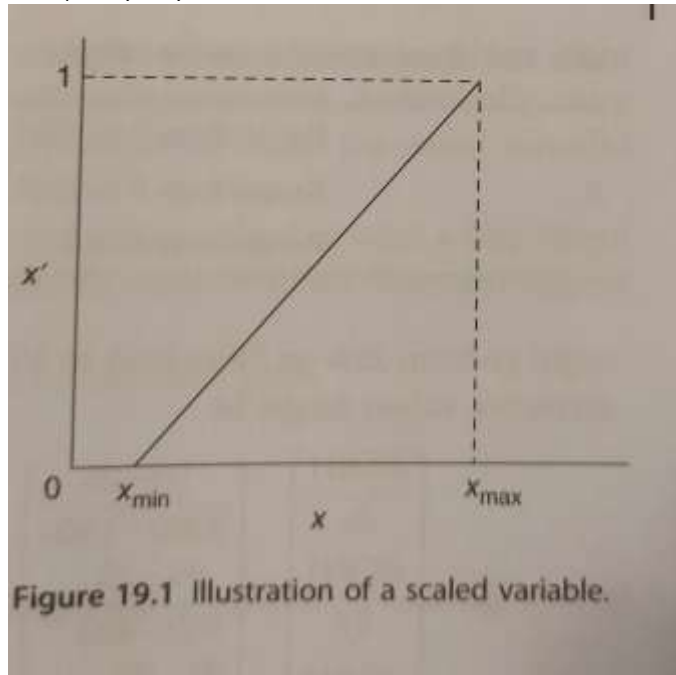
4. Μπορεί επίσης να υπάρχει σταθερότητα τιμής (μέγεθος) στα παράγωγα. Παρόμοια με πριν, σε μία μεγάλη ήπειρο, η ευαισθησία στη θερμοκρασία με σεβασμό στο υψόμετρο είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή με σεβασμό στην απόσταση επιφάνειας.
 5. Στην παρουσίαση μίας μεταβλητής που έχει ένα εύρος αρκετών βαθμών μεγέθους, σημαντικές λεπτομέρειες στις συμπεριφορές χαμηλής τιμής μπορεί να κρύβονται από το μικρό εύρος που καταλαμβάνουν σε ένα γράφημα.
 6. Σε νευρικά δίκτυα, το αποτέλεσμα ενός νεύρου με μία διπολική σιγμοειδή συνάρτηση αλλαγής είναι στο εύρος από -1 σε +1. Είναι μία μεταβλητή υπό κλίμακα. Συνεπώς, είτε χρειάζεται να είναι χωρίς κλίμακα για να ταιριάζει με τα δεδομένα ή τα δεδομένα χρειάζεται να είναι σε κλίμακα σε ένα κατάλληλο εύρος για να ταιριάζουν με το εύρος της μεταβλητής αποτελέσματος για το νευρικό δίκτυο.
 7. Χρησιμοποιώντας πρωτόγονες μεταβλητές, τα διαβαθμισμένα και Hessian στοιχεία μπορεί να έχουν τιμές που είναι βαθμοί διαφορετικού μεγέθους, που μπορεί να φέρουν ως αποτέλεσμα προβληματικούς πίνακες.
 8. Εάν ένα μοντέλο περιλαμβάνει δυνάμεις μίας μεταβλητής (π.χ. $y = a + bx + cx^3 + dx^5$) και η ανεξάρτητη μεταβλητή έχει ένα εύρος που δεν βρίσκεται στο μέγεθος της ενότητας (π.χ. $1000 < x < 5000$), τότε η αριθμητική τιμή του συντελεστή d πρέπει να είναι 15 βαθμοί του μεγέθους μικρότερη από την τιμή του συντελεστή a . Για τη σταθερότητα στο μέγεθος των συντελεστών σε ένα εμπειρικής δύναμης μοντέλο χρησιμοποιήστε μεταβλητές υπό κλίμακα.
- Άλλοι στόχοι στις πρωτόγονες μεταβλητές σχετίζονται με τη διευκόλυνση του χρήστη.
9. Εάν μία DV έχει τις μονάδες θερμοκρασίας και μία άλλη γραμμομορίων ανά λίτρο, τότε μία 1°C απόκλιση στο ένα είναι πολύ μικρότερη σε επίδραση από 1 mol/L απόκλιση στο άλλο. Συνεπώς, ένας χρήστης πρέπει να αναπτύσσει κατάλληλα όρια σύγκλισης για κάθε DV. Ένα ομοιόμορφο όριο σύγκλισης δεν μπορεί να εφαρμοστεί.
 10. Παρόμοια, όταν οι συναρτήσεις είναι προσθετικά συνδυασμένες ως ποινές μέσα στην αντικειμενική συνάρτηση, ο χρήστης πρέπει να αναπτύσσει ίσες κλίμακες που αντικατοπτρίζουν τη σχετική σημαντικότητα των διαφόρων ζητημάτων. Αυτό μπορεί να είναι ευκολότερο εάν όλες οι μεταβλητές είναι σε κλίμακα στο ίδιο εύρος.
 11. Όταν ένας χρήστης αποφασίζει να αλλάξει τις διαστατές μονάδες, τότε άλλα όρια και συντελεστές βελτιστοποιητή μπορεί να πρέπει να αλλάξουν. Κάποιος χρήστης μπορεί να προτιμάει μία επιλογή ανάμεσα σε lbs και kg, psi και Pa, ή μίλια και feet, που είναι διαφορετική από αυτό που προτιμάει άλλος χρήστης. Εάν χρησιμοποιούνται μεταβλητές υπό κλίμακα, η διαστατή προτίμηση είναι άσχετη.
 12. Η πύση σε μία συγκεκριμένη εφαρμογή στις μεταβλητές υπό κλίμακα είναι ίδια, άσχετα από το μέγεθος του συστήματος, την πυκνότητα ή την ικανότητα θέρμανσης. Εάν το πρόβλημα είναι να καθοριστεί ένα δισδιάστατο σχήμα που μεγιστοποιεί την περιοχή σε περίμετρο, η επίλυση είναι η ίδια είτε η περίμετρος δίνεται ως 50 εκ. ή 800 έτη φωτός ή η περιοχή δίνεται ως 30 ft^2 . Η

επίλυση είναι ένας κύκλος. Με τις μεταβλητές υπό κλίμακα, μία επίλυση, ένα γράφημα, μία εξίσωση και ένα σύνολο συντελεστών είναι κοινά σε όλες τις καταστάσεις.

13. Όταν δημιουργείται ένα πρόγραμμα για να παρουσιάσει και να βελτιστοποιήσει διαφορετικές σχέσεις, η χρήση μεταβλητών υπό κλίμακα διευκολύνει τον προγραμματισμό.

Υπάρχουν πλεονεκτήματα από την μετατροπή των εξισώσεων σε όρους χωρίς διάσταση:

14. Μειώνεται ο αριθμός των όρων στα μοντέλα.
 15. Διευκολύνεται η δημιουργία γραφημάτων.
 16. Παράγονται παγκόσμια μοντέλα.



Σχήμα 16.1 Απεικόνιση μίας μεταβλητής υπό κλίμακα.

16.2. Προσέγγιση Μεταβλητής υπό κλίμακα

Μία προσέγγιση για να τεθεί κλίμακα σε μεταβλητές είναι να μετατραπούν σε αναλογία ανάμεσα σε μέγιστες και ελάχιστες τιμές, όπως φαίνεται στο Σχήμα 16.1.

Οι εξισώσεις για να θέσεις σε κλίμακα μία μεταβλητή στο εύρος του 0-1 πάνω από το συνολικό εύρος είναι

$$x' = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}$$

(16.1)

$$y' = \frac{y - y_{min}}{y_{max} - y_{min}}$$

(19.2)

Τώρα, άσχετα από τη διάσταση ή το εύρος, κάθε μεταβλητή είναι χωρίς διάσταση. Έτσι, η απόσταση υπό κλίμακα έχει διαστατή σταθερότητα και επίσης είναι χωρίς διάσταση.

$$\Delta S' = \sqrt{\Delta x'^2 + \Delta y'^2}$$

(16.3)

Ιδανικά, κάθε μεταβλητή υπό κλίμακα είναι ανάμεσα στο μηδέν και την μονάδα.

Μέγιστες και ελάχιστες τιμές που χρησιμοποιούνται στην κλίμακα θα πρέπει να είναι σταθερές με το προσδοκώμενο εύρος, αλλά εάν το υπολογισμένο εύρος για την κλίμακα ήταν πολύ μεγάλο, τότε μία συγκεκριμένη μεταβλητή μπορεί να ευρύνεται ανάμεσα στο 0.2 και 0.9. Αυτό είναι αποδεκτό. Εάν ο υπολογισμός του εύρους ήταν πολύ μικρός, τότε μία μεταβλητή υπό κλίμακα μπορεί να ευρύνεται ανάμεσα σε -0.1 και +1.3. Αυτό επίσης είναι αποδεκτό, εφόσον τα μοντέλα μπορούν να παράγουν τιμές που καλύπτουν το εύρος.

Για διευκόλυνση, αφήστε τον βελτιστοποιητή να λειτουργήσει με μεταβλητές υπό κλίμακα. Αφαιρέστε τις κλίμακες από τις τιμές για να αφήσετε τη διαδικασία να υπολογίσει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

16.3. Δείγματα Ζητημάτων με Πρωτόγονες Μεταβλητές

Οι DVs μπορεί να έχουν ένα απέραντο και διαφορετικό εύρος τιμών. Για παράδειγμα, οι Η.Π.Α. έχουν πλάτος περίπου 3500 μίλια από ανατολή σε δύση και 1500 μίλια ύψος από βορά προς νότο. Ωστόσο, το πιο ψηλό βουνό είναι περίπου 3 μίλια ψηλό. Έτσι, το εύρος στις μεταβλητές θέσης είναι σημαντικά διαφορετικό, όπως δείχνει ο Πίνακας 16.1.

Πίνακας 16.1 Απεικόνιση διαφορετικών ευρών.

X	Ranges from 0 to 3500
Y	Ranges from 0 to 1500
Z	Ranges from 0 to 3

Εάν κάποιος κοιτάει τις αλλαγές υγρασίας από το Pikes Peaks στην Florida Gulf Coast, που σε μία τυπική ημέρα, η σχετική υγρασία μπορεί να πάει από 25% στο Pikes Peaks σε 95% στην ακτή της Florida, οι συνολικές τιμές παράγωγου μπορεί να είναι

$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial \%RH}{\partial x} \\ \frac{\partial \%RH}{\partial y} \\ \frac{\partial \%RH}{\partial z} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \frac{95-25}{3000-1500} \\ \frac{95-25}{500-800} \\ \frac{95-25}{0-3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.047 \\ -0.233 \\ -23 \end{bmatrix} \left[\frac{\%RH}{\text{mile}} \right]$$

(16.4)

Το μέγεθος της τιμής των 23 είναι πολύ διαφορετικό από 0.047. Το μέγεθος του ενός είναι περίπου 3 βαθμούς μεγέθους διαφορετικό από το άλλο. Αυτές είναι διαφορετικές τιμές, που μπορεί να οδηγήσουν σε αριθμητικά προβλήματα με έναν βελτιστοποιητή.

Εδώ όλα τα στοιχεία ∇f έχουν τις ίδιες μονάδες, αλλά το ύψος μπορεί να αναφέρεται σε feet:

$$\nabla f = \begin{bmatrix} 0.047\% \text{ RH/mile} \\ -0.233\% \text{ RH/mile} \\ -0.005\% \text{ RH/ft} \end{bmatrix}$$

(16.5)

Με τη συμβατική κλίμακα να βασίζεται στο εύρος μεταβλητής,

$$X' = \frac{X-0}{3500-0}$$

(16.6a)

$$Y' = \frac{Y-0}{1500-0}$$

(19.6b)

$$Z' = \frac{Z-0}{3-0}$$

(16.6c)

$$\nabla' f = \begin{bmatrix} 164.5\% \text{ RH} \\ -349.5\% \text{ RH} \\ -70\% \text{ RH} \end{bmatrix} \neq \nabla f'$$

(16.7)

Τώρα οι τιμές των στοιχείων στην κλίση είναι ίδιου βαθμού μεγέθους. Η αναλογία του μεγαλύτερου στο μικρότερο περίπου 5:1, είναι μικρότερη από έναν βαθμό μεγέθους. Παρατηρήστε ότι η εξίσωση υποδηλώνει ότι η κλίση με σεβασμό στις μεταβλητές υπό κλίμακα, ∇f , δεν είναι η κλίση της συνάρτησης υπό κλίμακα $\nabla f'$. Η συνάρτηση έχει μονάδες του %RH, και όταν η κλίση βασίζεται σε αποστάσεις υπό κλίμακα, οι διαστάσεις των στοιχείων στην κλίση επίσης έχουν τις %RH μονάδες. Ωστόσο, η συνάρτηση υπό κλίμακα, f' , θα ήταν χωρίς διάσταση. Έτσι τα στοιχεία του ∇f θα είχαν τις αμοιβαίες μονάδες κάθε DV, ίσως παραμένοντας μη σταθερές.

Παρατηρήστε επίσης ότι κάποιος θα μπορούσε σίγουρα να χρησιμοποιήσει τη συνάρτηση υπό κλίμακα και τις μεταβλητές απόφασης υπό κλίμακα. Τότε τα στοιχεία του ∇f είναι χωρίς διάσταση, το οποίο τα κάνει σταθερά σε διάσταση. Επιπλέον, εφόσον όλες οι τιμές είναι υπό κλίμακα σε μία μηδέν έως ένα βάση, τα παράγωγα τέμνουσας έχουν την ίδια τιμή περίπου της μονάδας.

Χωρίς κλίμακα, η επιλογή των μονάδων στο x_1 x_2 x_3 μπορεί να έχουν ένα δραματικό αποτέλεσμα στις τιμές ή τι μέγεθος βήματος των 20 σημαίνει για το καθένα. Εάν η κλίση είναι $-35\% \text{ RH/mile}$, είναι ισοδύναμα $-0.007\% \text{ RH/ft}$. Τότε μία αλλαγή των +20 σημαίνει

$-700\% \text{ RH}$ εάν είναι μίλια, αλλά $-0.014\% \text{ RH}$ εάν feet.

Για πολλούς λόγους, είναι συχνά βολικό να θέτουμε σε κλίμακα τις DVs σε μία κοινή βάση.

16.4. Γραμμικές Επιλογές Κλίμακας

Σε γραμμική κλίμακα, η μεταβλητή υπό κλίμακα γραμμικά σχετίζεται με την πρωτόγονη μεταβλητή. Υπάρχουν αρκετές προσεγγίσεις στην γραμμική κλιμακοποίηση μίας μεταβλητής:

$$x' = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}$$

(16.8)

Συνεπώς, θέστε κλίμακα στη βάση 0-10,

$$x' = 10 \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}$$

(16.9)

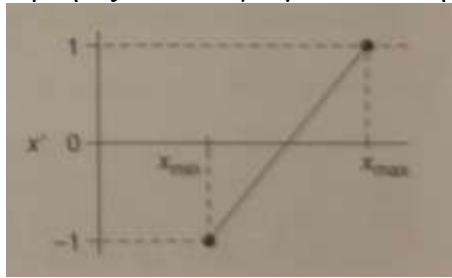
Αυτό ορίζει ένα τέλειο 10 ως το μέγιστο. Εναλλακτικά, θα μπορούσες να έχεις κλίμακα σε μία 0-100 βάση για να δείξεις το ποσοστό της γεμάτης κλίμακας ή μία βάση 0-1000 εάν επιθυμείς να μπορείς να διαφοροποιείς μέρη ανά χιλιάδες. Η επιλογή βασίζεται στην οικειότητα του χρήστη με τη βάση. Εγώ επιλέγω την 0-10 κλίμακα για δισδιάστατα Παραδείγματα Βελτιστοποίησης.

Κλίμακα σε -1 έως +1 βάση, όπως φαίνεται στο Σχήμα 16.2:

$$x' = \frac{x - x_{mid}}{x_{mid} - x_{min}}$$

(16.10)

Αυτό εφαρμόζεται στην μεταβλητές εισόδου για μοντελοποίηση νευρικού δικτύου.



Σχήμα 16.2 Κλίμακα σε -1 έως +1 βάση.

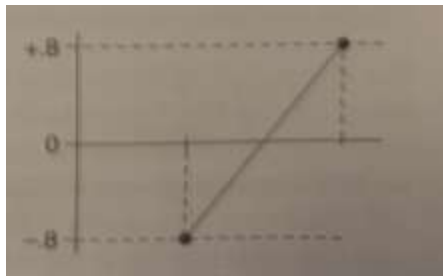
Το μεσαίο εύρος του x' είναι η τιμή του μηδέν, που θα μπορούσε να οδηγήσει σε μία διαίρεση με το μηδέν όταν χρησιμοποιούνται σχετικά κριτήρια σύγκλισης στην DV υπό κλίμακα.

Κλίμακα σε -0.8 έως +0.8 βάση, όπως φαίνεται στο Σχήμα 19.3:

$$x' = 0.8 \frac{x - x_{mid}}{x_{mid} - x_{min}}$$

(16.11)

Εανά, η τιμή μεσαίου εύρους του $x'=0$ θα μπορούσε να οδηγήσει σε μία διαίρεση με το μηδέν.



Σχήμα 16.3 Κλίμακα σε -0.8 έως +0.8 βάση.

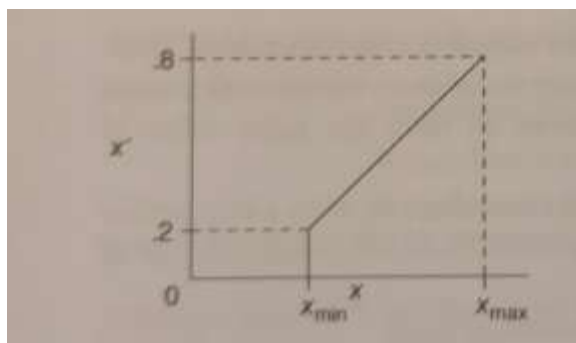
Παρατηρήστε επίσης: Το -0.8 έως +0.8 εύρος επιτρέπει ακραίες τιμές, που μπορεί να προκύψουν εάν ένας βελτιστοποιητής περιπλανάται έξω από ένα αρχικά

προσδοκώμενο εύρος μεταβλητής για να παραμείνει ικανοποιητικά ανάμεσα στο -1 και +1. Αυτή η πρακτική κλίμακας είναι συνηθισμένη σε νευρικά δίκτυα με μεταβλητές και εισόδου και εξόδου. Το πλεονέκτημα του -0.8 έως +0.8 είναι ότι ένα μία μεταβλητή χρειάζεται να ξεπεράσει την υπόθεση x_L έως x_H εύρος με μία μικρή ποσότητα, παραμένει εντός των ορίων -1 έως +1 της νευρικής τιμής εξόδου.

Ωστόσο, το καθένα από τα προηγούμενα περιλαμβάνει μηδέν ως DV τιμή, το οποίο μπορεί να προκαλέσει πρόβλημα εάν κάποιο μέρος του υπολογισμού έχει μία διαίρεση με x' ή $\ln(x')$. Έτσι να σιγουρευέστε ότι αφαιρείτε την κλίμακα στους υπολογισμούς, που απαιτούν τις πρωτόγονες μεταβλητές ή κλίμακα από 0.2 έως 0.8 βάση, όπως φαίνεται στο Σχήμα 19.4:

$$x' = 0.2 + \frac{x - x_{mid}}{x_{mid} - x_{min}} (0.8 - 0.2)$$

(16.12)



Σχήμα 16.4 Κλίμακα από 0.2 έως 0.8 βάση.

Παρατηρήστε: Κάποιες πρωτόγονες μεταβλητές είναι ήδη υπό κλίμακα σε 0 έως 1 βάση, όπως κλάσμα γραμμομορίου, x , ή κλάσμα βάρους, w , ή κλάσμα έντασης, v , σε σύνθεση. Ωστόσο, αν και φαίνονται χωρίς διάσταση, έχουν διαφορετικές μονάδες γραμμομορίων και βάρους. Ωστόσο, εάν η ελάχιστη τιμή της πρωτόγονης μεταβλητής καθορίζεται μηδέν, και το εύρος καθορίζεται ως ενότητα, τότε για την βάση από 0 έως 1 στην κλίμακα, η αριθμητική τιμή της μεταβλητής υπό κλίμακα είναι ίδια με την αριθμητική τιμή για την μεταβλητή χωρίς κλίμακα. Παρόλο που ο ορισμός $x' = (x - x_{min}) / (x_{max} - x_{min}) = (x - 0) / (1 - 0) = x$ μπορεί να μπερδεύει, δικαιολογείται όταν επιζητούμε επιθυμητή σταθερότητα διάστασης.

16.5. Μη γραμμική Κλίμακα

Εδώ, δύο προσεγγίσεις προσφέρονται για μη γραμμική κλίμακα. Πολλές άλλες είναι πιθανές. Πρώτον, σκεφτείτε μη γραμμική μετατροπή μία μονής μεταβλητής. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τετραγωνική ρίζα, αμοιβαία ή καταγραφή συνάρτησης για να γραμμικοποιήσετε μία σχέση. Για παράδειγμα,

$$x' = \sqrt{x}$$

(16.13)

Αυτό θα μπορούσε να κάνει την παρουσίαση πιο απλή και μπορεί να διευκολύνει τη δυσκολία της βελτιστοποίησης. Η μη γραμμική κλίμακα μπορεί επίσης να αποκαλύψει λεπτομέρειες σε μία περιοχή της μεταβλητής που είναι σχετικά μη ευαίσθητη σε ολόκληρη την κλίμακα αλλά σημαντική στην εφαρμογή. Για τους λόγους αυτούς, εμείς συχνά καταγράφουμε τους άξονες μετατροπής στο γράφημα όταν χαράσσουμε τις μεταβλητές είτε για να δούμε τις λεπτομέρειες σε μία περιοχή ενδιαφέροντος ή κατά κάποιο τρόπο να γραμμικοποιήσουμε την τάση για διευκόλυνση.

Ωστόσο, αναγνωρίστε ότι η Εξίσωση (19.13) ή παρόμοιες τροποποιήσεις δεν διατηρούν τις διαστάσεις στην μεταβλητή, αλλάζετε τις διαστάσεις και πλέον δεν είναι

μεταβλητές υπό κλίμακα χωρίς διάσταση. Ίσως η πρωτόγονη μεταβλητή μπορεί να διαιρεθεί από μία τιμή αναφοράς για να την κάνει χωρίς διάσταση πριν από την μη γραμμική μετατροπή:

$$x' = \sqrt{\frac{x}{x_{reference}}}$$

(16.14)

Στη δεύτερη προσέγγιση, θέστε κλίμακα συνδυάζοντας αρκετές μεταβλητές σε ομάδες χωρίς διάσταση, όπως Re, Pr, Nu, Sc, κ.τ.λ.. Αυτό θέτει τις μεταβλητές σε κλίμακα από την επίδραση μίας συνάρτησης, όχι από το εύρος μίας μεταβλητής. Για παράδειγμα, ο Reynolds αριθμός είναι η αναλογία της δυναμικής μεταγωγής με την ροή υγρών στη δυναμική διάχυση στην κάθετη κατεύθυνση με ιξώδη επιδράσεις. Η κλιμακοποίηση ομάδων χωρίς διάσταση συχνά οδηγεί σε διαιρέτες και αμοιβαίες σχέσεις, που μπορεί να είναι πρόβλημα εάν οι γραμμικές σχέσεις απαιτούνται από έναν βελτιστοποιητή. Επίσης, συχνά μειώνει τον αριθμό των μεταβλητών που λαμβάνονται υπόψη στη σχέση. Για παράδειγμα, εάν ο συντελεστής μετατροπής θέρμανσης σε έναν εναλλακτή θερμότητας, θεωρείται ότι σχετίζεται με τη διάμετρο, πυκνότητα, ταχύτητα και θερμική αγωγιμότητα

$$h = f(D, \rho, \mu, v, k)$$

(16.15)

Έπειτα, ένα απλό εμπειρικό μοντέλο μπορεί να έχει επτά συντελεστές, αλλά να εκφράζει γραμμική και ανεξάρτητη λειτουργικότητα:

$$h = a + bD + cp + d\mu + ev + fk$$

(16.16)

Ωστόσο, ένα κλασσικό μοντέλο χωρίς διάσταση χρησιμοποιώντας τους Nusselt και Reynolds αριθμούς, $Nu=hD/k$, $Re=Dv\rho/\mu$, μπορεί να έχουν μόνον δύο συντελεστές, να εκφράζουν μη γραμμική σχέση και να αιχμαλωτίζουν τη διάδραση ανάμεσα στις πρωτόγονες μεταβλητές:

$$Nu = a(Re)^b$$

(16.17)

Τέτοιες ομάδες χωρίς διάσταση θα μπορούσαν να αναπτυχθούν μη βάζοντας διάσταση στην PDE ή με μία εμπειρική μέθοδο, όπως η Buckingham Pi. Σε κάθε περίπτωση, η Εξίσωση κατανομής νόμου δύναμης (19.17) δεν είναι η μαθηματική λύση. Είναι απλά μία σχέση που ανακαλύφθηκε για να παρέχει συχνά μία επαρκή σχέση για δεδομένα.

17. Οικονομική Βελτιστοποίηση

17.1. Ετήσια Ταμειακή Ροή

Σε μία κατηγορία οικονομικής βελτιστοποίησης, αυτό που βελτιστοποιείται έχει σχεδιαστεί, υπάρχει και οι νοοτροπίες του, μέγεθος ή κανόνες είναι ένας περιορισμός. Η οικονομική βελτιστοποίηση μπορεί να είναι να επιλέξετε συνθήκες λειτουργίας που ελαχιστοποιούν τα κόστη κατασκευής ή χρήσης, που μεγιστοποιούν την παραγωγικότητα, που ελαχιστοποιούν τον χρόνο ολοκλήρωσης, που καθορίζουν την καλύτερη διανομή προϊόντος κ.τ.λ. Το κεφάλαιο έχει επενδυθεί και η βελτιστοποίηση σχετίζεται με λειτουργικά έξοδα και αποδοτικότητα, που συχνά φέρει τον όρο ετήσια ταμειακή ροή. Τα έξοδα ή τα κέρδη, η ταμειακή ροή, θα μπορούσε να συσχετιστεί είτε με \$ ανά μονάδα χρόνου (έτος, ημέρα, εβδομάδα) είτε ανά μονάδα παραγωγής. Η ταμειακή ροή θα περιλαμβάνει κόστη εργασίας, πρώτη ύλη, λειτουργικά έξοδα, φόρους, τιμή πώλησης, μάρκετινγκ κ.τ.λ.

Όπως στο παράδειγμα του αεροπλάνου, αφού αγοραστεί, η βελτιστοποίηση αναζητάει την καλύτερη επιλογή υψόμετρου πτήσης για να ελαχιστοποιήσει την κατανάλωση καυσίμων ανά μίλι ταξιδιού. Σε ένα παράδειγμα ανελκυστήρα μπορεί να είναι να αποφασίσει εάν ένας ανελκυστήρας εκτός χρήσης θα πρέπει να μετακινηθεί σε έναν μεσαίο όροφο ή να παραμείνει στον όροφο που πήγε τελευταία φορά.

Η OF είναι τα ετήσια κέρδη μετά φόρων και κάποιος θα επιθυμούσε να μεγιστοποιήσει το J:

$$J = (1-T)(S-E) \quad (17.1)$$

Όπου S είναι το ετήσιο εισόδημα πωλήσεων, E τα ετήσια λειτουργικά έξοδα και T ο φορολογικός συντελεστής.

Συνεπώς, εάν κάποιος βελτιστοποιεί πώς να λειτουργήσεις τη διαδικασία, τότε το εισόδημα πωλήσεων δεν επηρεάζεται από το πρωτόκολλο λειτουργίας. Έπειτα, η αποτελεσματική μείωση της μετά φόρων επίδρασης των εξόδων είναι ία ισοδύναμη OF. Ελαχιστοποιήστε το J:

$$J = (1-T)E \quad (17.2)$$

Συχνά τέτοιες μετρήσεις ετήσιας ταμειακής εισροής περιλαμβάνουν υποτίμηση. Εάν η ζωή του αντικειμένου είναι n χρόνια, και το κεφάλαιο είναι C, τότε μία υποτίμηση ευθείας γραμμής, D, είναι $D=C/n$. Εάν οι φορολογικοί νόμοι αντιμετωπίζουν την υποτίμηση ως έξοδο επιχείρησης, τότε τα κέρδη μετά φόρων είναι:

$$J = (1 - T) \left(S - E - \frac{C}{n} \right) + \frac{C}{n} \quad (17.3)$$

17.2. Το Ρίσκο ως Ετήσιο Έξοδο

Το ρίσκο είναι η πιθανότητα ενός γεγονότος επί την ποινή για το γεγονός:

$$\text{Risk} = C_{of} \text{ undesired event} p(\text{undesired event}) \quad (17.4)$$

Το ρίσκο συνήθως σχετίζεται με μη επιθυμητά γεγονότα. Τέτοια γεγονότα είναι ελαττωματικά προϊόντα που επιστρέφονται από τον πελάτη, πρόστιμα για παραβίαση περιβαλλοντικές προϋποθέσεις στο σημείο παραγωγής, απεργία εργαζομένων που σταματάει την παραγωγή κ.τ.λ.

Η πιθανότητα ενός μη επιθυμητού γεγονότος θα μπορούσε να δηλωθεί σε μία ανά χρόνο βάση για μία διαδικασία που λειτουργεί συνεχώς. Για παράδειγμα, η πιθανότητα να αποτύχει η γέμιση μίας δεξαμενής και να απελευθερωθεί τοξικό υλικό στο περιβάλλον μπορεί να είναι 0.0001 γεγονότα ανά 1000 ώρες λειτουργίας. $P(\text{undesired event per tank per } 1000\text{h}) = 0.0001$. Αυτό χρειάζεται να μετατραπεί στη βάση για την οικονομική ανάλυση, συνήθως σε ανά έτος βάση. Υπάρχουν 8766h συνεχούς λειτουργίας σε ένα έτος με 365.25 ημέρες. Η δεξαμενή λειτουργεί για 8.766 από τις 1000h περιόδους κάθε έτος.

Χρειαζόμαστε την πιθανότητα της δεξαμενής να αποτύχει σε ένα έτος. Είναι ευκολότερο να υπολογίσουμε την πιθανότητα του συμπληρώματος, όχι της αποτυχίας:

$$p(\text{failinayear}) = 1 - p(\text{not failinginayear}) \quad (17.5)$$

Προκειμένου η δεξαμενή να μην αποτύχει σε ένα έτος, πρέπει να μην αποτύχει για καθεμία από τις 8.766 περιόδους:

$$p(\text{not failinginayear}) = p(\text{not failingin1stperiod, AND, notin2nd, AND, notin3rd,}) \quad (17.6)$$

Εξαιτίας του συνδέσμου ΚΑΙ (AND) οι πιθανότητες πολλαπλασιάζονται. Και υποθέτοντας ότι η πιθανότητα είναι ανεξάρτητη του 1st, 2nd, 3rd,..., μεσοδιαστήματος, αυτά είναι ίδια. Τότε

$$p(\text{not failinginayear}) = [p(\text{notinany period})]^n \quad \text{periods} \quad (17.7)$$

Επιστρέφοντας στα συμπληρώματα,

$$p(\text{failinayear}) = 1 - [1 - p(\text{failinginany period})]^n \quad \text{periods} \quad (17.8)$$

Για το συγκεκριμένο παράδειγμα, η Εξίσωση (20.8) υποδηλώνει $p(\text{failinayear}) = 1 - [1 - 0.0001]^{8.766} = 0.00087626$.

Εάν υπάρχουν τρεις δεξαμενές, τότε καθεμία δεξαμενή μπορεί να έχει αποτυχία, ή δύο από τις τρεις, ή και οι τρεις. Υποθέτοντας ότι οι πιθανότητες αποτυχίας για την καθεμία είναι ανεξάρτητες από τις άλλες, η διωνυμική κατανομή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να καθορίσει την πιθανότητα μηδενικής αποτυχίας, ή 1 ή 2 ή 3, σε έναν συγκεκριμένο χρόνο:

$$p(x \text{ failing} | \text{given } n \text{ items}) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x} \quad (17.9)$$

Για την περίπτωση της 0.00087626 πιθανότητας καθεμιάς δεξαμενής σε ένα έτος, η δεύτερη στήλη στον Πίνακα 19.1 δείχνει την πιθανότητα του μηδέν για όλες τις τρεις δεξαμενές σε ένα έτος.

Εάν το κόστος για να διορθώσεις ένα γεγονός είναι \$10,000, τότε το ρίσκο σχετίζεται με μία από τις τρεις δεξαμενές και είναι \$26.24. Θα φαινόταν απίθανο εάν μία δεύτερη δεξαμενή αποτύγχανε το ίδιο έτος, η ποινή για τη δεύτερη θα ήταν ίδια με την πρώτη. Στον Πίνακα 19.1, η ποινή για την αποτυχία της δεύτερης δεξαμενής σε 1 χρόνο είναι διπλή από την πρώτη με ένα συνολικό κόστος των δύο αποτυχιών σε \$30,000. εφόσον η πιθανότητα αυτού του γεγονότος είναι πολύ μικρή, το ρίσκο είναι \$0.07. Το συνολικό ρίσκο όλων των δεξαμενών είναι το σύνολο των ρίσκων για το καθενα, \$26.31/yr. Το ρίσκο μπορεί να υπολογιστεί στην ετήσια ταμειακή ροή, όπως άλλα ετήσια έξοδα.

Πίνακας 19.1 Ρίσκο Αποτυχίας.

Table 20.1 Risk of failure.

<i>N</i> failing/year	<i>p(N 3)</i> failing/year	Cost of event	Risk
0	9.97E-01	\$0	\$0
1	2.62E-03	\$10,000	\$26.24/yr
2	2.30E-06	\$30,000	\$0.07/yr
3	6.73E-10	\$70,000	\$0.00/yr
—	—	Total =	\$26.31/yr

Αυτό χρησιμοποιεί μία βάση ανά χρόνο για την πιθανότητα. Ωστόσο, μπορεί να υπάρχει βάση ανά γεγονός χρήσης ή βάση ανά αντικείμενο. Για παράδειγμα, η βάση ανά αντικείμενο μπορεί να σημαίνει ότι 1 από τα 500 αντικείμενα που κατασκευάζονται έχει σφάλμα που οδηγεί σε επιστροφή από τον πελάτη.

Η απλή ανάπτυξη που παρουσιάστηκε προηγουμένως λάμβανε υπόψη την πιθανότητα των γεγονότων ότι είναι ανεξάρτητη. Ωστόσο, υπάρχει μία έννοια κοινών αιτιών. Όλες οι δεξαμενές είναι πιθανόν να έχουν ίδια χρήση, ίδια ηλικία και ίδια πρωτόκολλα συντήρησης. Έτσι, εάν αποτύχει μία δεξαμενή, οι άλλες είναι πιθανόν να αποτύχουν για τους ίδιους λόγους. Αντί να μοντελοποιείς το ρίσκο με ανεξάρτητες πιθανότητες, μία τεχνική είναι να χρησιμοποιήσεις υποθετικές πιθανότητες. Για παράδειγμα, η πιθανότητα καθεμίας δεξαμενής να αποτύχει είναι 0.00087626, αλλά εάν μία αποτύχει η πιθανότητα μίας άλλης να αποτύχει είναι 0.10.

Πως κάποιος παίρνει την πιθανότητα ανεπιθύμητων γεγονότων και το κόστος για το καθένα; Πολλοί βιομηχανικοί τομείς έχουν οργανισμούς που εντοπίζουν και συλλέγουν τέτοια δεδομένα από την εμπειρία μελών. Συχνά, τα δεδομένα εντοπίζονται από ομοσπονδιακές εταιρίες κανονισμών. Τα γεγονότα που χρειάζεται να ληφθούν υπόψη, οι συσχετιζόμενες πιθανότητες γεγονότων και οι τιμές των ποινών είναι συγκεκριμένες στους τομείς της βιομηχανίας. Επίσης, η επίδραση της αποτυχίας εξαρτάται από την εγγύτητα των ανθρώπων, τις μεθόδους συγκράτησης, την ταχύτητα αντίδρασης κ.τ.λ. οι τιμές για τέτοιους παράγοντες χρειάζεται να ταυτοποιηθούν από ένα άτομο που γνωρίζει την κατάσταση. Αλλά μόλις αυτές καθοριστούν, το ρίσκο μπορεί να υπολογιστεί και να συμπεριληφθεί στην ετήσια ταμειακή ροή.

Εάν η ευθείας γραμμής προ φόρων υποτίμηση θεωρείται όπως το ρίσκο, η ετήσια ταμειακή ροή που χρειάζεται να βελτιστοποιηθεί είναι

$$J = (1 - T) \left(S - E - R - \frac{C}{n} \right) + \frac{C}{n} \quad (17.10)$$

Εάν το εισόδημα πωλήσεων είναι ανεξάρτητο από το σχέδιο διαδικασίας ή τις λειτουργικές επιλογές, τότε μεγιστοποιώντας το μετά φόρων κέρδος είναι ισοδύναμο με την ελαχιστοποίηση αυτού του τμήματος:

$$J = (1 - T) \left(E + R + \frac{C}{n} \right) - \frac{C}{n} \quad (17.11)$$

Η αύξηση της συντήρησης των εγκαταστάσεων και του προγραμματισμού εκπαίδευσης χειριστών για να μειώσεις το ρίσκο θα αυξήσει τα έξοδα. Μέρος της βελτιστοποίησης αναζητάει αυτή την ισορροπία.

Παρόλο που η OF εμφανίζεται ως μία μονής γραμμής Εξίσωση, οι τιμές για E και R θα αποκτηθούν από περίπλοκες διαδικασίες.

17.3. Κεφάλαιο

Η δεύτερη κατηγορία οικονομικής εφαρμογής ασχολείται με το κεφάλαιο επένδυσης. Πρόκειται για το αρχικό κόστος απόκτησης ενός αντικειμένου. Δεν αφορά το επαναλαμβανόμενο κόστος χρήσης του αντικειμένου. Θα μπορούσε να είναι η αρχική τιμή αγοράς μίας συσκευής, ή το κατασκευαστικό κόστος ενός συστήματος και μπορεί επίσης να συμπεριλαμβάνει τα κόστη μηχανικού σχεδιασμού και πρωτοτυπίας.

Το παράδειγμα ενός χημικού εργοστασίου ως αρχικό κεφάλαιο θα συμπεριλάμβανε την αγορά γης, τα κόστη κατασκευής, το απόθεμα πρώτων υλών για να γεμίσουν οι σωλήνες στη διαδικασία, και το ρευστό που χρειάζεται για να πληρωθούν οι μισθοί.

Εάν χρειάζεσαι να οργανώσεις κάτι, αλλά δεν έχεις κεφάλαιο, θα προτιμούσε το αντικείμενο με το λιγότερο κόστος.

Η OF φαίνεται απλή:

$$J = C \quad (17.12)$$

Ωστόσο, η ελαχιστοποίηση του αρχικού κεφαλαίου, δίνοντας προτεραιότητα στα κόστη χρήσης, συχνά οδηγεί σε αυξανόμενα μελλοντικά έξοδα. Ένα φθινό αυτοκίνητο είναι εύκολο να αγοραστεί σήμερα, αλλά θα γίνει μελάς συντήρησης σύντομα.

17.4. Συνδυάζοντας Κεφάλαιο και Ετήσια Ταμειακή Ροή

Η Τρίτη κατηγορία εφαρμογής ασχολείται και με την ταμειακή ροή και με το κεφάλαιο επένδυσης. Αυτό θα ήταν κατάλληλο εάν το αντικείμενο δεν έχει ακόμη κατασκευαστεί, ούτε σχεδιαστεί, ούτε αποκτηθεί. Ο βελτιστοποιητής συλλέγει χαρακτηριστικά του αντικειμένου και συνθήκες λειτουργίας. Και το κεφάλαιο και η ταμειακή ροή λειτουργίας θεωρούνται στο στάδιο σχεδιασμού ενός προϊόντος ή διαδικασίας ή ανακαίνισης.

Το κεφάλαιο είναι κόστος της μια φοράς με τις μονάδες του \$. Τα ετήσια έξοδα και το εισόδημα πωλήσεων είναι επαναλαμβανόμενα γεγονότα ταμειακής ροής με τις μονάδες των \$/yr. Το κεφάλαιο, C, έχει διαφορετικές μονάδες από τα έξοδα, E, ή τις πωλήσεις, S. Και τα τρία δεν μπορούν να προστεθούν. Μία απλή λύση για να συνδυαστούν τα οικονομικά θέματα είναι να σκεφτείτε την προσδοκώμενη ζωή ενός αντικειμένου, n χρόνια, και να κατανέμετε το αρχικό κεφάλαιο σε μία βάση ανά έτος, (C/n), το οποίο είναι πόσο χρειάζεσαι για να διανέμεις κάθε χρόνο για να έχεις αρκετά για το κόστος αντικατάστασης. Το ετήσιο κεφάλαιο μπορεί να προστεθεί στα ετήσια έξοδα ως η αντικειμενική συνάρτηση του βελτιστοποιητή:

$$J = S - \frac{C}{n} - E \quad (17.13)$$

Λαμβάνοντας υπόψη το μετά φόρων κέρδος, η OF είναι

$$J = (1 - T) \left(S - E - R - \frac{C}{n} \right) + \frac{C}{n} \quad (17.14)$$

Ωστόσο, τώρα οι επιλογές για το σχέδιο του αντικειμένου επηρεάζουν τα C, E και R. Κάποιος θα μπορούσε να σκεφτεί το αρχικό κεφάλαιο και τα έξοδα και το εισόδημα στη διάρκεια ζωής για να υπολογίσει μία συνολική ταμειακή εκροή:

$$J = nS - C - nE \quad (17.15)$$

Υπάρχουν πολλοί δείκτες αποδοτικότητας, όπως αυτοί, που ασχολούνται με το έτος. Συνήθως αυτοί εκφράζονται ως αναλογία. Ο χρόνος αποπληρωμής (PBT) είναι ο χρόνος για τις πωλήσεις να ξεπληρώσουν το αρχικό κεφάλαιο και τα έξοδα. Ένας απλός τύπος βασίζεται στα χρόνια παραγωγής για τα οποία τα κέρδη μετά φόρων ξεπληρώνουν το αρχικό κεφάλαιο επένδυσης $C = n(1-T)(S-E)$. Εδώ,

$$PBT = \frac{C}{[(1-T)(S-E)]} \quad (17.16)$$

Μακροπρόθεσμη επιστροφή σε ενεργητικό (LTROA) είναι το ετήσιο κέρδος μετά φόρων που βασίζεται στον μέσο όρο του κεφαλαίου επένδυσης:

$$LTROA = \frac{[(1-T)(S-E-D)+D]}{(C/2)+W} \quad (17.17)$$

17.5. Συνδυασμός Τιμής Χρόνου και Προγράμματος Κεφαλαίου και Ετήσιας Ταμειακής Ροής

Αυτές οι μετρήσεις έτους, ωστόσο, δεν λαμβάνουν υπόψη ούτε την χρονική τιμή των χρημάτων ούτε τον αρχικό προγραμματισμό επένδυσης.

Υπάρχουν δύο βασικές έννοιες χρόνου-τιμής. Η μία είναι ότι εάν έχεις το κεφάλαιο, το επενδύεις για να το αυξήσεις και δεν το τοποθετείς σε ασφαλές μέρος για να το χρησιμοποιήσεις όταν το έχεις ανάγκη. Η δεύτερη είναι ότι η τιμή των πραγμάτων γενικά αυξάνει στο μέλλον εξαιτίας του πληθωρισμού.

Για την οικονομική βελτιστοποίηση χρειαζόμαστε μία μέθοδο να συνδυάσει το κεφάλαιο και το ετήσιο εισόδημα και έξοδα, να προγραμματίσει την ταμειακή ροή σε ετήσια βάση, να συμπεριλάβει το ρίσκο και να υπολογίσει για την χρονική αξία των χρημάτων. Υπάρχουν αρκετές μέθοδοι. Η παρούσα αξία (PV), η μελλοντική αξία (FV) και η προεξοφλημένη ταμειακή ροή (DCFRR) εφαρμόζονται συνήθως.

17.6. Παρούσα αξία

Πρώτα, καθορίστε τον προγραμματισμό των ταμειακών εκροών και εισροών που σχετίζονται με το αντικείμενο, σε ετήσια βάση. Ο Πίνακας 17.2 είναι ένα απλό παράδειγμα με χρόνο ζωής 10 έτη. Το έτος μηδέν, \$400k επενδύονται ως κεφάλαιο για την κατασκευή του αντικειμένου. Δεν υπάρχει εισόδημα αυτό το έτος. Το έτος 1 η παραγωγή αρχίζει σε μειωμένο ρυθμό και τα έξοδα είναι \$25k και το εισόδημα είναι \$112k.

Πίνακας 17.2 Παράδειγμα Παρούσας Αξίας

Table 20.2 Present value example.

Year	Out	In	Discount	PV
0	400	—	1.000	-400.0
1	25	112	0.909	79.1
2	40	140	0.826	82.6
3	50	210	0.751	120.2
4	50	210	0.683	109.3
5	100	210	0.621	68.3
6	40	210	0.564	96.0
7	40	210	0.513	87.2
8	30	190	0.467	74.6
9	20	140	0.424	50.9
10	—	250	0.386	96.4
—	—	—	NPV =	464.6

Όλα τα δεδομένα εισόδου και εξόδου εκφράζονται στην αξία του σήμερα. Δεν φουσκώνουν για τον πληθωρισμό. Η στήλη «έκπτωση» στον Πίνακα 20.2 δείχνει τον παράγοντα έκπτωσης που είναι ο αμοιβαίος σύνθετος ρυθμός έκπτωσης: $f = 1/(1+i)^{\text{year}}$. Η τιμή της έκπτωσης είναι 10%, $i=0.10$.

Οι εισοδοί στη στήλη «» είναι η παρούσα αξία της ετήσιας ταμειακής ροής με έκπτωση από τον παράγοντα έκπτωσης. Αυτή κλιμακώνει κάθε μελλοντική ετήσια δραστηριότητα στο ποσό των χρημάτων που χρειάζονται σήμερα για να χρηματοδοτήσουν αυτή την μελλοντική μετατροπή ταμειακής ροής.

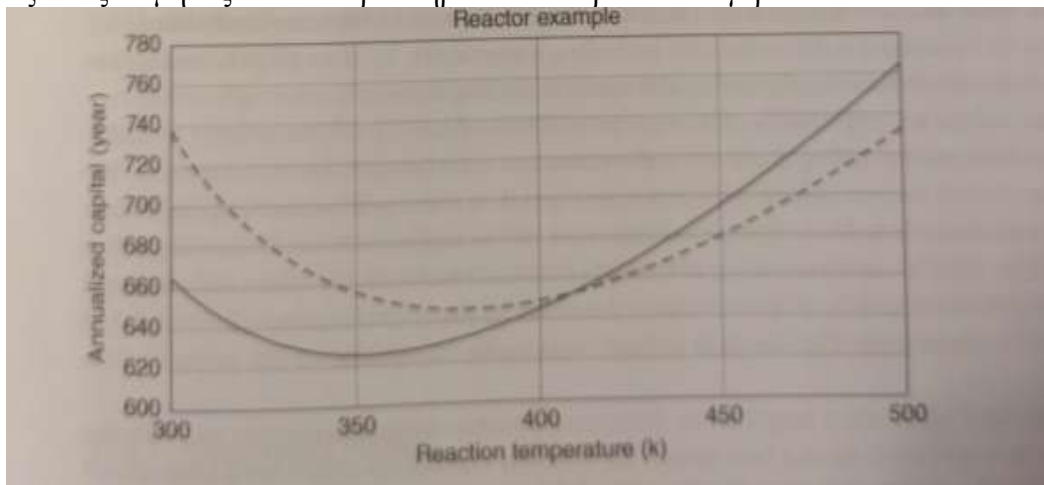
Η καθαρή παρούσα αξία (NPV) είναι το άθροισμα όλων των PV για κάθε έτος. Εάν εσύ δώσεις \$400k για να χρηματοδοτήσεις αυτό το πρότζεκτ, η καθαρή παρούσα αξία στο 10% ρυθμό έκπτωσης είναι \$464k. Τα \$400k που επενδύθηκαν σήμερα είναι ισοδύναμο με το να έχεις \$464k.

17.7. Αβεβαιότητα

Μπορεί να γνωρίζεις τον τρέχον φορολογικό συντελεστή, αλλά η μελλοντική αξία μπορεί να παρουσιάσει διακυμάνσεις καθώς η κυβέρνηση αποφασίζει να ενθαρρύνει την ανάπτυξη των επιχειρήσεων ή αποφασίζει να χρηματοδοτήσει τις δραστηριότητές τους. Μπορεί να γνωρίζεις το τρέχον κόστος εργασίας, αλλά η μελλοντική τιμή μπορεί να είναι διαφορετική καθώς επηρεάζεται από διάφορους παράγοντες. Το τμήμα μάρκετινγκ παρέχει μία προβολή των πωλήσεων σε μελλοντική βάση των 20 ετών που μπορεί να είναι καλός υπολογισμός, αλλά βασίζεται στο πως πιστεύουν την οικονομία, μόδα, τεχνολογία, ανταγωνισμό και κάτι τέτοιο θα επηρεάσει την ζήτηση του καταναλωτή για το προϊόν σου και για το μερίδιο της εταιρίας σου στην αγορά. Παρόλο που μπορούμε να προβλέψουμε λογικές τιμές και τάσεις, κάθε έννοια των δεδομένων που εισάγουν την αποδοτικότητα φέρει αβεβαιότητα.

Κάνοντας 10% αλλαγές στους συντελεστές στο Παράδειγμα 1 έχει ως αποτέλεσμα τη διακεκομμένη γραμμή σχέσης ανάμεσα στο ετήσιο κεφάλαιο και στον αντιδραστήρα Τα στο Σχήμα 17.2. Η σταθερή γραμμή είναι η αρχική. Η αλλαγή στις τιμές συντελεστή αλλάζει την T^* τιμή από 380 σε 350K. Αλλάζει τον συσχετιζόμενο

βέλτιστο αντιδραστήρα μήκους όπως και την τιμή του ετήσιου κεφαλαίου. Αντιστρέφοντας το 10% αλλαγών οδηγεί σε ένα βέλτιστο περίπου 420K, επίσης αλλάζοντας το μήκος του αντιδραστήρα που θα πρέπει να αγοραστεί.



Σχήμα 17.2 Αντίδραση μονής DV παράδειγμα-επίδραση αβεβαιότητας συντελεστή.

Νομίζω ότι μία 10% αβεβαιότητα στις προβολές παραγωγής, F , στο ενεργειακό κόστος, c , στους συντελεστές αντιδραστικότητας k , E , ε ή στην μονάδα καθήκοντος, T_{inlet} , $[A]_{outlet}$, $[a]_{inlet}$, είναι πιθανόν μία υποεκτίμηση του πιθανού εύρους των τιμών. Αυτό κάνει την υλοποίηση της διακεκομμένης γραμμής στο σχήμα 20.2 μία όχι και πολύ ακραία πιθανότητα.

Σε κάθε περίπτωση δεν μπορείτε να καταλάβετε την αβεβαιότητα εάν δεν εξερευνήσετε τις υλοποιήσεις που είναι πιθανές. Χρησιμοποιήστε την τεχνική Monte Carlo για να καθορίσετε το εύρος των αποτελεσμάτων των υλοποιήσεων.

Στην ανάλυση Monte Carlo, θέστε την υπόθεση βάσης για κάθε δεδομένο στη μέτρηση, και θέστε ένα λογικό εύρος για αυτές τις τιμές. Για μία υλοποίηση, παράγετε τιμές συντελεστή από ένα τυχαίο δείγμα εντός του εύρους. Μία απλή προσέγγιση είναι να χρησιμοποιήσετε ενιαίο διανεμημένο δείγμα:

$$C_k = C_{normal} + (rk - 0.5)(c_{high} - c_{low}) \quad (17.20)$$

Με τέτοια τιμή υλοποίησης, ανεξάρτητη για κάθε αβέβαιο συντελεστή, εκτελέστε τη βελτιστοποίηση για να καθορίσετε τις DV* τιμές και τις συσχετιζόμενες OF και άλλες επακόλουθες τιμές σχεδίου. Επαναλάβετε για μεγάλο αριθμό υλοποιήσεων. Χαράξτε τη διανομή των τιμών ως pdf(x) ή CDF(x) δηλαδή x γράφημα. Όταν το CDF των αποτελεσμάτων δεν αλλάζει αξιοσημείωτα με υλοποιήσεις, με k-τιμή, έχετε κάνει αρκετά.

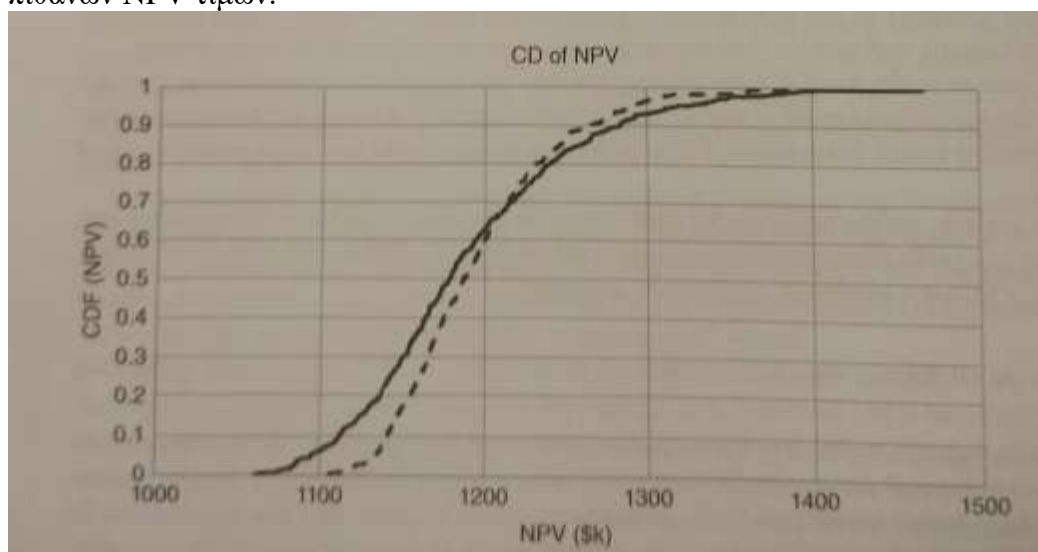
Εάν οι c-τιμές είναι σταθερές από την επανάληψη προς επανάληψη του βελτιστοποιητή τότε η συνάρτηση που βελτιστοποιείται είναι νομοτελειακή. Συμπεριλαμβάνοντας την αβεβαιότητα, αλλάζοντας τις τιμές υλοποίησης των δεδομένων σε κάθε συνάρτηση, κάνει την εφαρμογή στοχαστική.

Οι πιο ακραίες τιμές είναι απίθανες. Οι ακραίες τιμές δηλώνουν τη συρροή των 10 μεταβλητών, καθεμία να σπρώχνει στην ίδια κατεύθυνση και καθεμία να είναι σε ακραία τιμή. Είναι πιο πιθανόν ότι η αβεβαιότητα για τα δεδομένα είναι ανεξάρτητη και ότι κάποια θα σπρώχνουν ψηλά, άλλα χαμηλά, και είναι απίθανο όλες οι αβεβαιότητες να είναι στο ακραίο.

Για παράδειγμα, μία εφαρμογή μπορεί να είναι να καθοριστούν οι συνθήκες διαδικασίας σχεδίου για να μεγιστοποιηθεί η NPV. Αλλά με την αβεβαιότητα τέτοιο

καλύτερο σχέδιο για συνθήκες μπορεί να έχει σημαντική πιθανότητα μίας χαμηλής οικονομικής εκτέλεσης. Εναλλακτικά, μπορεί να θέλεις να μεγιστοποιήσεις το 10% της ακραίας χειρότερης περίπτωσης. Αυτό μπορεί να μην παρέχει την καλύτερη ονομαστική τιμή, αλλά μπορεί να παρέχει μία ισοδύναμη τιμή που έχει υψηλότερη πιθανότητα μελλοντικής επιτυχίας.

Το Σχήμα 17.3 απεικονίζει τα αποτελέσματα οικονομικής βελτιστοποίησης που βασίζεται στην NPV και στο 90% της χειρότερης τιμής NPV σε μία υλοποίηση. Η σταθερή γραμμή δείχνει το αποτέλεσμα από την Μελέτη Περίπτωσης 1 όταν η διάμετρος του σωλήνα είναι η μεταβλητή απόφασης που χρησιμοποιείται για να ελαχιστοποιήσει την NPV σε ονομαστικές συνθήκες. Η DV^* είναι περίπου 0.43 m. Ωστόσο, καθένα από τα δεδομένα έχει αβεβαιότητα και με αυτή την ονομαστική βέλτιστη διάμετρο σωλήνα η αβεβαιότητα των δεδομένων οδηγεί σε μία διανομή των πιθανών NPV τιμών.



Σχήμα 17.3 Βελτιστοποίηση της ονομαστικής και 90% χειρότερης περίπτωσης.

Παρατηρήστε τις ασυνέχειες στις καμπύλες. Αυτή η προσομοίωση χρησιμοποίησε 500 υλοποιήσεις για να παράγει την CDF. Περισσότερες υλοποιήσεις θα παρείχαν μία καμπύλη με λιγότερη ποικιλία. Για αυτή την απεικόνιση 500 υλοποιήσεις παρέχουν μία ξεκάθαρη καμπύλη και επίσης μία όψη λίγων υλοποιήσεων.

Αυτό δείχνει ότι βελτιστοποιώντας την χειρότερη περίπτωση έχεις ως αποτέλεσμα μία εναλλακτική επιλογή σχεδίου, με μία πιο ασφαλή απόφαση, αλλά οι ονομαστικές τιμές της αποδοτικότητας είναι σχεδόν οι ίδιες.

17.7.1. Μοντέλα Αβεβαιότητας

Το παράδειγμα επιλογής μίας τιμής υλοποίησης για έναν συντελεστή στην Εξίσωση 17.20 υπέθετε ότι η πιθανότητα κάθε τιμή μέσα στο c_{high} έως c_{low} εύρος είναι ισότιμα πιθανό, ώστε το εύρος βρέθηκε στο κέντρο της $c_{nominal}$ τιμής και ότι η τιμή καθενός συντελεστή θα είναι ανεξάρτητη από κάθε άλλο. Το μοντέλο μετά χρησιμοποιεί μία ενιαία διανεμημένη τυχαία μεταβλητή, t_k , για να παράγει υλοποίηση.

Ωστόσο, ένα καλύτερο μοντέλο για την δική σας συγκεκριμένη περίπτωση μπορεί να είναι το Gaussian ή το Poisson ή μία λογαριθμική κανονική κατανομή. Επίσης, στην εφαρμογή σου μπορεί να υπάρχει διασταυρούμενη σχέση ανάμεσα στις μεταβλητές.

Εάν η Gaussian διανομή διαταραχών είναι σωστή για την εφαρμογή, τότε μου αρέσει η Box-Muller μέθοδος για την παραγωγή μίας προσομοιωμένης τιμής για αυτό που δίνεται. Στην Εξίσωση 17.21 η ονομαστική τιμή διαταράσσεται με την $NID(0,\sigma)$

διακύμανση. Οι τιμές r_1 και r_2 είναι ενιαία διανεμημένες και ανεξάρτητες τυχαίες τιμές $0 < r \leq 1$.

$$c_{perturbed} = c_{nominal} + \sqrt{-2\ln(r_1)\sin(2\pi r_2)} \quad (17.21)$$

Τέλος, εάν οι τιμές των συντελεστών αλλάζουν σε προσομοιωμένο χρόνο του πρότζεκτ, τότε μπορεί να είναι αυτοσχετιζόμενες. Υπάρχουν πολλές εξισώσεις που μπορούν να παράγουν μία αυτοσχετιζόμενη μεταβλητή. Μου αρέσει το μοντέλο του αυτόματου επιταχυνόμενου-κινούμενου μέσου όρου (ARMA). Βασισμένο σε μία πρώτου βαθμού ODE με w ως οδηγό διαταραχής,

$$\tau \frac{dc}{dt} + c = c_{nominal} + w \quad (17.22)$$

Σε αντίδραση προς αυτή την ODE, c , θα αλλάξει στο χρόνο. Μία καλύτερη παρουσίαση είναι να χρησιμοποιήσεις $c(t)$. Σε έναν ψηφιακό προσομοιωτή, το $c(t)$ δεν θα ήταν συνεχή μεταβλητή αλλά διακριτοποιημένη μεταβλητή που έχει τιμές στο i th μεσοδιάστημα προσομοίωσης. Συνεπώς το c_i θα ήταν καλύτερη παρουσίαση από $c(t)$. Καθώς ο χρόνος τρέχει, η τιμή του w θα αλλάξει, έτσι ίσως το σύμβολο $w(t)$ ή w_i είναι πιο αντιπροσωπευτικό.

Για να κρατήσεις τον μέσο όρο της τιμής του c στην τιμή του $c_{nominal}$, ο θορυβώδης οδηγός, w , θα πρέπει να έχει μία μέση τιμή του μηδέν. Η διανομή των w_i τιμών θα μπορούσε να είναι Gaussian ή άλλο καθώς ο χρήστης αποφασίζει εάν είναι κατάλληλη να αναπαραστήσει την πηγή της ποικιλίας. Μία ενιαία διανομή είναι πιο απλή να προγραμματιστεί, $w_i = a(r_i - 0.5)$, όπου a είναι ο παράγοντας πλάτους.

Τροποποιημένο από μία προσέγγιση πεπερασμένης διαφοράς στο παράγωγο, η επόμενη τιμή σε μία αυτόματη επιταχυνόμενη μεταβλητή είναι

$$c_i = \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right) c_{i-1} + \left(\frac{\Delta t}{\tau}\right) (c_{nominal} + w_i) \quad (17.23)$$

Το Σχήμα 17.4 απεικονίζει την τάση από δύο μοντέλα επιρροής. Τα σημάδια αναπαριστούν ανεξάρτητες, φυσιολογικά κατανεμημένες αποκλίσεις σε μία μέση τιμή του 5, με σταθερή απόκλιση του 1. Είναι προσκολλημένα στον αριστερό κάθετο άξονα. Σε ένα παράθυρο των 10 ή 20 δειγμάτων σκεφτείτε τον μέσο όρο. Το εύρος είναι από 2.5 έως 7.5, εύρος σχεδόν του 5. Τα σημάδια είναι ανεξάρτητα, εάν ένα έχει υψηλή τιμή, το επόμενο θα είναι υψηλό ή χαμηλό.

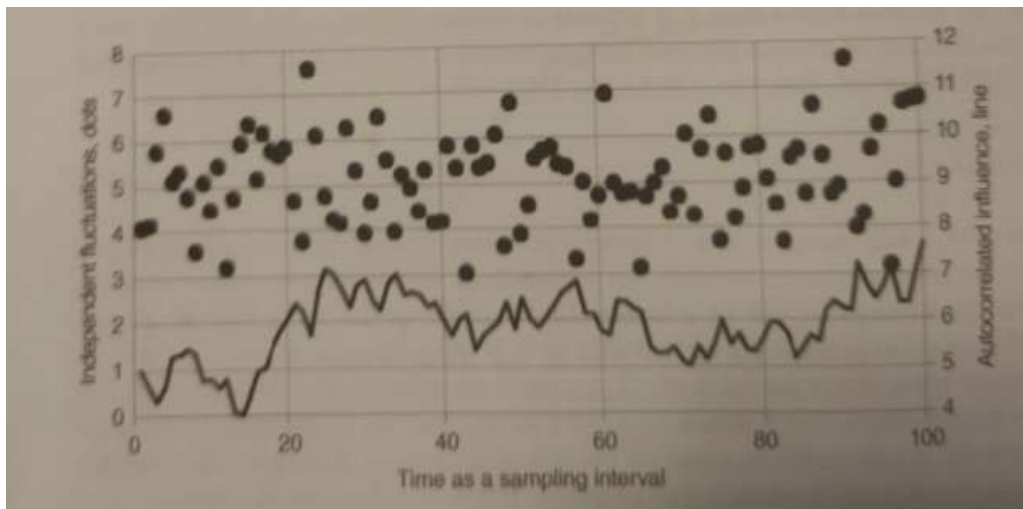
Αντίθετα η γραμμή αντιπροσωπεύει ένα μοντέλο αυτόματου επιταχυνόμενου-κινούμενου μέσου όρου με ένα χρόνο σταθερό στα 50 δείγματα και έναν οδηγό σίγμα των 20 μονάδων. Έχει τον ίδιο ονομαστικό μέσο όρο των 5 αλλά προσκολλάται στον δεξιό κάθετο άξονα για να ξεχωρίζει εύκολα από τα σημάδια.

Είναι σίγουρα πιθανόν να χρησιμοποιήσουμε μία υψηλότερου βαθμού ODE. Ωστόσο, τα απλά μοντέλα των Εξισώσεων 17.21 και 17.22 είναι επαρκή μοντέλα παρουσίασης.

Η εξάπλωση της απόκλισης στην Εξίσωση 20.3 δείχνει ότι

$$\sigma_c = \sigma_w \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \quad (17.24)$$

Όπου $\lambda = \Delta t/\tau$.



Σχήμα 17.4 Σύγκριση των ανεξάρτητων κα αυτοσυσχετιζόμενων διαταραχών.

Επιλέξτε τον χρόνο σταθερό τα για να αναπαραστήσετε τη διάρκεια της επιμονής που νομίζετε ότι χαρακτηρίζει την ARMA επίδραση. Σε μία διαδικασία πρώτου βαθμού η διάρκεια της επιμονής του γεγονότος είναι περίπου τρεις φορές σταθερό. Επιλέξτε σ_c για να αναπαραστήσετε το εύρος της ARMA μεταβλητής, $\sigma_c = \text{εύρος}/5$. Μετά χρησιμοποιήστε το αντίστροφο της Εξίσωσης 20.24 για να καθορίσετε την σ_w τιμή που χρειάζεται για να οδηγήσει τον θόρυβο. Παρατηρήστε τις συνεπαγόμενες σ_i τιμές για να επιβεβαιώσετε ότι έχετε μία ρεαλιστική προσομοίωση.

17.7.2. Μέθοδοι που συμπεριλαμβάνουν αβεβαιότητα σε μία βελτιστοποίηση

Ακολουθούν πέντε μέθοδοι (προσεγγίσεις) που συμπεριλαμβάνουν την αβεβαιότητα σε μία βελτιστοποίηση. Για τις μεθόδους 3, 4 και 5 υπάρχουν δύο επιλογές: (α) βελτιστοποιήστε την ονομαστική στατιστική, και (β) βελτιστοποιήστε μία 90% χειρότερη περίπτωση. Αυτές οι μέθοδοι αυξάνουν την πολυπλοκότητα αλλά και την τιμή. Οι μέθοδοι 1 και 2 δημιουργούν νομοτελειακές OFs για να βελτιστοποιήσουν. Οι μέθοδοι 3, 4 και είναι τύπου Monte Carlo παράγοντας μία στοχαστική OF για επίλυση.

Μέθοδος 1. Βελτιστοποιήστε την ονομαστική νομοτελειακή περίπτωση και αποκτήστε DV* τιμές. Εξερευνήστε πιθανές συνέπειες της απόκλισης σε αυτά που δίνονται με την ονομαστική DV* επίλυση. Αυτό δείχνει την πιθανή ανοδική ή καθοδική της DV* επιλογής, και μπορεί να παρέχει επαρκή άνεση ώστε η νομοτελειακή DV* επίλυση να είναι επαρκής. Ωστόσο, δεν προσαρμόζει τις DV* τιμές να ελαχιστοποιήσουν ανεπιθύμητες έννοιες των καθοδικών συνεπειών.

Μέθοδος 2. Δείγματα τιμών από αυτά που δίνονται από την κατανομή τους. Αυτό να ήταν μία υλοποίηση αυτών που δίνονται. Κρατήστε αυτές τις τιμές για ολόκληρη την οικονομική προσομοίωση και βελτιστοποιήστε. Αυτό θα ήταν μία νομοτελειακή OF. Επαναλάβετε τη διαδικασία με τα δείγματα και την βελτιστοποίηση 1000 φορές. Αυτό θα παράγει τις DV* και OF* τιμές, που μπορεί να δείξουν την επίδραση της αβεβαιότητας σε πιθανές επιλύσεις. Αλλά ποια DV* να επιλέξετε;

Μέθοδος 3. Δείγματα τιμών για αυτά που δίνονται από την κατανομή τους. Αυτό θα ήταν μία υλοποίηση αυτών που δίνονται. Κρατήστε αυτές τις τιμές για την προσομοίωση. Με μία TS από τον βελτιστοποιητή, αποκτήστε την OF τιμή. Για την ίδια TS, πάρτε δείγμα και παράγετε μία υλοποίηση και OF τιμή για N φορές. Από τα N αποτελέσματα υπολογίστε είτε (α) την μέση τιμή, είτε (β) την στατιστικά ακραία χειρότερη OF τιμή. Επιστρέψτε αυτό στον βελτιστοποιητή ως την OF τιμή. Ο

βελτιστοποιητής θα αναπτύξει μία καινούρια TS. Επαναλάβετε. Αυτό θα επιστρέψει μία στοχαστική τιμή στον βελτιστοποιητή, αλλά έχει το πλεονέκτημα βελτιστοποίησης με αβεβαιότητα.

Μέθοδος 4. Είναι πιο ρεαλιστικό ότι αυτά που δίνονται θα αλλάξουν τιμές κάθε χρόνο. Έτσι, για κάθε χρόνο της προσομοίωσης, παράγετε μία ανεξάρτητη υλοποίηση αυτών που δίνονται. Στο τέλος μίας 30ετούς προσομοίωσης, κάθε δεδομένο θα έχει 30 ανεξάρτητες τιμές. Σίγουρα αυτό θα μπορούσε να γίνει σε μηνιαία βάση. Στο τέλος της προσομοίωσης, η OF θα είναι μία στοχαστική αντίδραση στην TS. Κάποιος θα αναζητούσε να βελτιστοποιήσει την ονομαστική αποδοτικότητα ή μία ακραία μη επιθυμητή τιμή. Αυτό είναι ένα βήμα καλύτερο από την μέθοδο 3, επειδή είναι περισσότερο πιθανό ότι αυτά που δίνονται θα αλλάξουν από χρονιά σε χρονιά, από το να κρατήσεις σταθερές τιμές για όλη τη διάρκεια ζωής του πρότζεκτ.

Μέθοδος 5. είναι προοδευτικά πιο ρεαλιστικό ότι οποιαδήποτε συγκεκριμένη τιμή που δίνεται δεν θα αλλάξει ανεξάρτητα από χρονιά σε χρονιά. Εάν το ενεργειακό κόστος ήταν χαμηλό ή υψηλό τον 1 χρόνο, πιθανόν δεν θα κάνει άλμα ανεξάρτητα σε μία διαφορετική τιμή την επόμενη χρονιά. Ομοίως, η κατάσταση θα συνεχίσει για κάποιο χρόνο και παρόλο που θα κινείται σε υψηλότερες ή χαμηλότερες τιμές, θα κινείται με αυτόματα επιταχυνόμενο τρόπο. Έτσι, αντί ανεξάρτητα να παράγονται υλοποιήσεις που δίνονται κάθε χρόνο, παράγετε νέες υλοποιήσεις από ένα αυτόματα επιταχυνόμενο μέσο δείγμα, όπως στην Εξίσωση 17.3. κάποιος θα μπορούσε να αναζητήσει να βελτιστοποιήσει την ονομαστική αποδοτικότητα ή μία ακραία μη επιθυμητή τιμή. Με αυτή τη μέθοδο διευκολύνεται η δημιουργία συσχετισμών ανάμεσα σε αυτά που δίνονται. Εάν το κόστος καυσίμων αυξάνει, είναι πιθανόν να αυξήσουν οι τιμές ηλεκτρισμού.

18. Πολλαπλές OF και εφαρμογές περιορισμών

18.1. Εισαγωγή

Συχνά υπάρχουν πολλαπλοί και διαφορετικοί στόχοι σε μία βελτιστοποίηση. Μπορεί να θέλεις να ισορροπήσεις διάφορους στόχους συνδυάζοντας αυτούς σε μία OF.

Βρείτε την καλύτερη διαδρομή για ένα μηχανοκίνητο ταξίδι: αυτό φαίνεται ως απλή παράσταση, αλλά πως ερμηνεύεται το καλύτερο; Υπάρχουν διαφορετικές μετρήσεις επιθυμητότητας και έχουν διαφορετικές μονάδες:

- Ελαχιστοποιήστε το κόστος (καύσιμα, γεύματα, διόδια)- \$
- Ελαχιστοποιήστε το χρόνο ταξιδιού-ώρες
- Μεγιστοποιήστε το τοπίο και την ηρεμία- τι μονάδες;
- Μεγιστοποιήστε την ασφάλεια (πιο αργά, παράδρομοι, χωρίς κίνηση, πιθανότητα ατυχήματος)- τι μονάδες;

Ο δρόμος ταχείας κυκλοφορίας με διόδια μπορεί να είναι η απάντηση για να ελαχιστοποιήσουμε τον χρόνο ταξιδιού, αλλά τα διόδια και η κατανάλωση καυσίμων και η επίδραση ενός ατυχήματος μπορεί να σε παρακινήσουν να προτιμήσεις άλλο δρόμο.

Βρείτε το καλύτερο σχέδιο για ένα κατασκευαστικό εργοστάσιο.

- Μεγιστοποιήστε την αποδοτικότητα (DCFROI, NPV, LTROA)
- Ελαχιστοποιήστε το κόστος κεφαλαίου
- Ελαχιστοποιήστε το ρίσκο
- Ελαχιστοποιήστε την χρήση πηγών και την παραγωγή αποβλήτων
- Μεγιστοποιήστε την ασφάλεια
- Μεγιστοποιήστε την ευελιξία
- Μεγιστοποιήστε την λειτουργικότητα

Η ελαχιστοποίηση του κεφαλαίου μπορεί να έρθει σε σύγκρουση με το ρίσκο, τα απόβλητα, την ευελιξία και τους στόχους λειτουργικότητας.

Βρείτε το καλύτερο σχέδιο μηχανοκίνητου οχήματος.

- Μεγιστοποιήστε την απόσταση κάλυψης σε μίλια
- Μεγιστοποιήστε την χωρητικότητα
- Μεγιστοποιήστε τη διάρκεια χρήσης
- Ελαχιστοποιήστε το κόστος αγοράς
- Μεγιστοποιήστε την ασφάλεια

Οι στόχοι και πάλι είναι αντικρουόμενοι. Το κόστος αγοράς και η κατανάλωση καυσίμων θα μπορούσε να ελαχιστοποιηθεί από λεπτότερο μέταλλο, μικρότερο μέγεθος και πλαστικά υλικά. Αλλά κάτι τέτοιο θα επηρέαζε τη διάρκεια ζωής, χωρητικότητα και την ασφάλεια.

Βρείτε τις καλύτερες ενέργειες ελέγχου.

- Ελαχιστοποιήστε το κόστος για να κάνετε προϊόν
- Μεγιστοποιήστε τη ζωή του εξοπλισμού (χαμηλή ένταση-πίεση και αλλαγές θερμοκρασίας)
- Μεγιστοποιήστε την ποιότητα
- Ελαχιστοποιήστε τα απόβλητα κατά τη διάρκεια των αλλαγών προϊόντος

Ο ελεγκτής που είναι επιθετικός και ραγδαία επιστρέφει μία διαδικασία για να θέσει συνθήκες σημείου θα χρησιμοποιήσει την ωφέλιμη αξία και θα τοποθετήσει ένταση στον εξοπλισμό. Σκεφτείτε έναν οδηγό που επιθετικά επιταχύνει ή μειώνει ταχύτητα

σε ένα αυτοκίνητο για ένα καινούριο όριο ταχύτητας. Τέτοια ακραία ενέργεια σπαταλά καύσιμα και πιέζει τα λάστιχα.
Ακολουθούν τρεις επιλύσεις για συνδυασμό διαφορετικών σκέψεων.

18.2. Επίλυση 1. Προσθετικοί συνδυασμοί των συναρτήσεων

Επίλυση: συχνά μπορείς να μειώσεις τους πολλαπλούς και αντικρουόμενους στόχους σε μία συνηθισμένη \$ τιμή, για παράδειγμα, κόστος να φτιάξεις ένα προϊόν. Εάν η ενέργεια ελέγχου, x (ένας δείκτης ενεργειών ή σημείων ή τιμών που οδηγεί σε συγκεκριμένη επιθετικότητα ελέγχου), μπορεί να συσχετιστεί με μία πίεση στον εξοπλισμό, το οποίο μπορεί να συσχετιστεί με τη ζωή του εξοπλισμού (κεφάλαιο ανά μονάδα προϊόντος) ή τη συντήρηση (κόστος ανά μονάδα προϊόντος), τότε

\$ κόστος διαδικασίας/μονάδα= $f(x)$

\$ κόστος συντήρησης /μονάδα= $g(x)$

\$ διάθεση κεφαλαίου επανεπένδυσης/μονάδα= $h(x)$

Παρούσα τιμή=\$ αξία σήμερα όλων των μελλοντικών εισοδημάτων και εξόδων

\$ ρίσκο = (κόστος ανά μονάδα) * (όχι. Γεγονότα προσδοκώμενα στη χρονική περίοδο υπολογισμού)/(όχι. Μονάδες)

\$ απόβλητα/μονάδα= $q(x)$

Όλα μπορούν να συμπεριλαμβάνονται στην αντικειμενική συνάρτηση (OF): εάν έχουν όλα την ίδια σημαντικότητα πρόσθεσε τα:

$$\min_{\{x\}} j = f + g + h + q + cp$$

(18.1)

Το cp στοιχείο στην OF είναι η ποινή για την παραβίαση περιορισμού. Το c αναπαριστά το κόστος του γεγονότος και το p την πιθανότητα του γεγονότος. Θα μπορούσε να ονομάζεται ποινή συνάρτησης. Εάν η επιχείρηση αποφασίσει ότι η τήρηση των κανονισμών είναι ένας αυστηρός περιορισμός, τότε

$$\min_{\{x\}} j = f + g + h + q$$

(18.2)

μόλυνση < κανονισμοί

Δυσκολία 1. Το πρόβλημα με αυστηρούς περιορισμούς είναι ότι δημιουργούνται μη αναλυτικές συναρτήσεις που δημιουργούν προβλήματα σε μεθόδους που βασίζονται σε διαβάθμιση. Πως μπορεί ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης να υπολογίσει $f(x)$ εάν x είναι ανέφικτο ή εάν dJ/dx_i βρίσκεται σε ασυνέχεια;

Δυσκολία 2. Ως ένα επιπρόσθετο θέμα πολλών στόχων, μπορεί να μην είστε σε θέση να μειώσετε όλους τους πολλαπλούς στόχους σε μία κοινή βάση. Για το παράδειγμα του ταξιδιού, μπορεί να θέλετε να ελαχιστοποιήσετε το κόστος, αλλά εάν η τιμή μίας λιγότερης άμεσης διαδρομής είναι υπερβολική, θα επιθυμείς να ξοδέψεις περισσότερα σε μία λιγότερο άμεση διαδρομή, με ελάχιστα περισσότερα \$. Αλλά πολλά περισσότερα \$, εάν είναι μία υπερβολική εμπειρία. Επίσης, μπορεί να μην είσαι σε θέση να υπολογίσεις μία πιθανότητα μελλοντικού γεγονότος-όπως ένα πρόστιμο για παραβίαση κανονισμού.

18.2.1. Επίλυση 1a:Κλασσικοί παράγοντες στάθμισης

Μία προσέγγιση είναι να προστεθούν όλοι οι ξεχωριστοί στόχοι, αλλά να σταθμιστούν από παράγοντες. Αυτό εφαρμόζεται από τους λάμδα συντελεστές στην παρακάτω παράσταση βελτιστοποίησης:

$$\min_{\{x\}} j = \lambda_1 OF_1 + \lambda_2 OF_2 + \lambda_3 OF_3 + \dots$$

(18.3)

Σε αυτή τη φόρμα κάθε OF θα χρειαστεί να ελαχιστοποιηθεί. Εάν μία OF θα πρέπει να μεγιστοποιηθεί, πολλαπλασιάστε αυτή με -1 ή χρησιμοποιήστε το αντίστροφο της OF^{-1} .

Όσο πιο σημαντική είναι μία OF, τόσο μεγαλύτερη είναι η λ τιμή. Κάποιοι λένε ότι $\sum \lambda_1$ θα πρέπει να είναι =0. Αλλά δεν χρειάζεται. Επίσης, εάν υπάρχουν N OFs, μόνον N-1 χρειάζονται παράγοντα στάθμισης.

$$\min_{\{x\}} j = OF_1 + \lambda_2 OF_2 + \lambda_3 OF_3 + \dots$$

(18.4)

Οι τιμές λ αναπαριστούν και διατηρούν τη σχετική σημαντικότητα αρκετών στοιχείων στην OF.

Οι τιμές λ θα είναι κρίσιμες για την επίλυση, και το ερώτημα είναι πως καθορίζονται.

18.2.2. Επίλυση 1b: Στάθμιση ίσης ανησυχία

Η αγαπημένη μου προσέγγιση είναι να σταθμίζω πολλαπλούς στόχους με την μέθοδο «Ίσης ανησυχίας», την οποία έμαθα από την Dynamic Matrix Control Corp. (DMC), που πουλούσε έναν ελεγκτή γραμμικό, πολλών μεταβλητών, χειριστή περιορισμών. Η DMC Corp. αγοράστηκε από την Aspen Tech.

Στην προσέγγιση ίσου ενδιαφέροντος, βάλτε σε λίστα όλες τις OFs και τους περιορισμούς.

$f_1 = f(x)$ ελαχιστοποιήστε τον χρόνο ταξιδιού

$f_2 = g(x)$ ελαχιστοποιήστε το κόστος ταξιδιού

$f_3 = h(x)$ ποτέ να μην είναι περισσότερο από 25 μίλια από ένα σταθμό καυσίμων (ασφάλεια)

$f_4 = p(x)$ κρατήστε το επιθυμητό κόστος < \$2000

Ποια είναι η OF; Ποιος είναι ο περιορισμός; Είναι δύσκολο να πεις, και εξαρτάται από την οπτική σου.

Επιλέξτε μία OF, χρόνος ταξιδιού, και σκεφτείτε τι μπορεί να είναι ένας τελικός, καλύτερος, ελάχιστος χρόνος, π.χ. 3 ημέρες. Τώρα σκεφτείτε εάν $f(x)=4$ ημέρες. Πόση ανησυχία η $4-3=1$ ημέρα καθυστέρησης δημιουργεί; Εάν ο προγραμματισμός σας είναι σφιχτός, αυτό μπορεί να περιλαμβάνει μεγάλη ανησυχία. Εάν, εναλλακτικά, δεν χρειάζεται να είσαι εκεί για 6 ημέρες επειδή τα έπιπλά σου δεν θα φτάσουν μέχρι τότε, αλλά φτάνοντας 1 ή 2 ημέρες νωρίς θα ήταν ωραίο για να έχεις χρόνο να δεις την πόλη και να ρυθμίσεις το νερό, ρεύμα κ.τ.λ., τότε η 1 ημέρα καθυστέρησης έχει λίγη ανησυχία. Αυτό μπορεί να μην είναι δυνατό να υπολογιστεί σε \$. Όταν βάζετε παράγοντες ίσης ανησυχίας, να αισθάνεστε τη συλλογική ανησυχία όλων των μερών. Βάλτε το επίπεδο της ανησυχίας σε επίπεδο κλίμακας 0-10. αυτή η απόκλιση από την ονομαστική περίπτωση ως τιμή ίσης ανησυχίας για $\Delta f_1 = 1$ ημέρα, $EC_1 = 1$ ημέρα.

Μετά σκεφτείτε την f_2 . Τι θα μπορούσε να είναι ένα απόλυτα ελάχιστο κόστος ταξιδιού; Λέμε \$1000. Πόση \$ απόκλιση θα προκαλούσε η ίδια ανησυχία όπως το 1-ημέρα καθυστέρηση στην f_1 ; Εάν έχεις \$ άφθονα για να κάνεις ότι θέλεις, αλλά θα ήθελες να έχεις και κάποια \$ για την άφιξη, τότε το κόστος ενός ταξιδιού που είναι \$100 επιπλέον από το τελικό ελάχιστο μπορεί να έχει την ίδια ανησυχία με την 1-ημέρα καθυστέρηση. Τότε η ισοδύναμη απόκλιση της f_2 από το ιδανικό EC_2 είναι \$100.

Το σχήμα 21.1 δείχνει τη διαδικασία για την τοποθέτηση αποκλίσεων που αναπαριστούν ίσες ανησυχίες. Βήμα 1: Επιλέξτε μία απόκλιση από το ιδανικό για μία OF. Βήμα 2: Αισθανθείτε την ανησυχία που βάζει η απόκλιση. Βήμα 3: Επιλέξτε

μία απόκλιση από το ιδανικό για μία άλλη OF που θέτει το ίδιο επίπεδο ανησυχίας. Οι γραμμές που αναπαριστούν πως η ανησυχία αυξάνει με την απόκλιση είναι συχνά μη μετρήσιμες. Συνεπώς, παριστάνονται με διακεκομμένες γραμμές.

Σκεφτείτε την F_3 . Εάν είσαι παρανοϊκός ότι θα μείνεις από καύσιμα σε παράξενους δρόμους της νύχτα, τότε 5 μίλια επιπλέον από το σταθμό καυσίμων είναι μεγάλη ανησυχία. Ωστόσο, εάν υπάρχουν αρκετοί άνθρωποι για μία χαλαρή οδήγηση μία υπέροχη ημέρα, τότε επιπλέον 15 μίλια ανάμεσα στους σταθμούς θα είναι χαμηλής ανησυχίας. Επιλέξτε μία τιμή για EC_3 που δημιουργεί την ίδια ανησυχία με τις αποκλίσεις EC_1 και EC_2 . Κάντε το ίδιο για $EC_{4,5,6,\dots}$ και μετά παραστήστε την OF ως

$$\min_{\{x\}} J = \frac{OF_1 - OF_{1,targetmin}}{EC_1} + \frac{OF_2 - OF_{2,targetmin}}{EC_2} + \dots + \frac{OF_n - OF_{n,targetmin}}{EC_n} \quad (18.5)$$

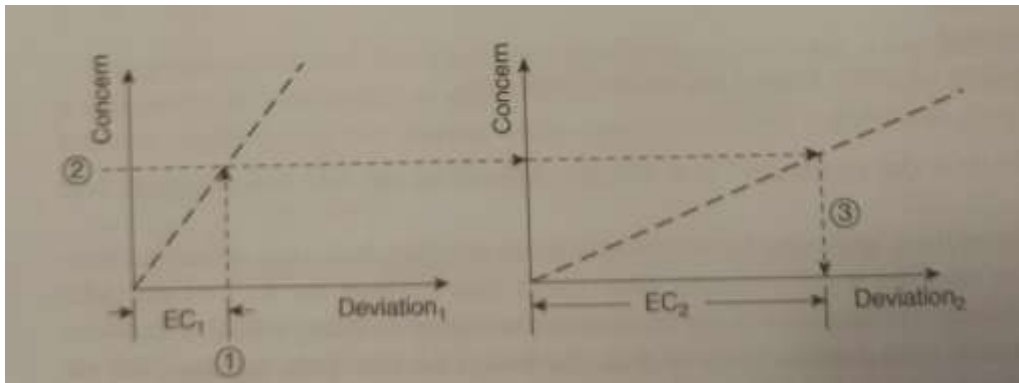
Κάποια από τα στοιχεία των αντικειμενικών συναρτήσεων μπορεί να είναι οι συναρτήσεις περιορισμών.

Εναλλακτικά, πιο απλά, εφόσον ο ελάχιστος στόχος και η EC τιμή για κάθε συνάρτηση δεν θα αλλάξουν με την αναζήτηση βελτιστοποιητή για DV* τιμές, αυτά είναι σταθερά και άσχετα με την ελαχιστοποίηση.

Έτσι ο τύπος μειώνει σε

$$\begin{aligned} \min_{\{x\}} J &= \sum \frac{OF_i - OF_{i,targetmin}}{EC_i} = \sum \frac{OF_i}{EC_i} - \sum \frac{OF_i - OF_{i,targetmin}}{EC_i} \\ &= \sum \frac{OF_i}{EC_i} - constant \end{aligned}$$

(18.6)



Σχήμα 21.1 Απεικόνιση πώς να θέσεις τιμές ίσης ανησυχίας.

Όπως δείχνει και το προηγούμενο Κεφάλαιο, ο ισοδύναμος τύπος για την παράσταση βελτιστοποίησης μειώνει σε

$$\min_{\{x\}} J = \sum \frac{OF_i}{EC_i} \quad (18.7)$$

Παρόλο που το υποθετικό ελάχιστο ενεπλάκη στην ιδέα, δεν χρειάζεται για την βελτιστοποίηση.

Οι EC τιμές αντικατοπτρίζουν τι αισθάνεσαι και δεν χρειάζεται να υπολογίσεις αναλυτικά, και συχνά η καλύτερη προσέγγιση για να θέσεις τις EC τιμές είναι η συλλογική συναίνεση.

Στον τύπο η EC_i έχει τις μονάδες της OF_i . Αυτό κάνει κάθε όρο στην παράσταση της βελτιστοποίησης (Εξίσωση 18.7) έναν όρο χωρίς διαστάσεις.

18.2.3. Επίλυση 1c: Μη γραμμική στάθμιση

Μερικές φορές η ανησυχία δεν είναι γραμμική, όπως δείχνει η προηγούμενη μορφή. Στην σκέψη των περιορισμών, υπάρχει μόνον η ανησυχία εάν οι περιορισμοί παραβιάζονται. Επίσης, μικρές αποκλίσεις από το ιδανικό είναι συχνά ασήμαντες, αλλά μεγαλύτερες αποκλίσεις γίνονται σημαντικές, και πολύ μεγάλες αποκλίσεις είναι πολύ σημαντικές. Στη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων, τετραγωνίζουμε την απόκλιση από το ιδανικό σε μειωμένες μικρές αποκλίσεις, αλλά κάνουμε τις μεγάλες πολύ σημαντικές. Στον υπολογισμό σταθερής απόκλισης σε ένα σύνολο αριθμών, χρησιμοποιούμε την τετράγωνη απόκλιση από τον μέσο όρο. Αυτή η τετραγωνική λειτουργικότητα προκύπτει από το μοντέλο Gaussian κατανομής της επίδρασης πολλών ανεξάρτητων διαταραχών που μπορεί φυσιολογικά να επηρεάσουν τα πειραματικά δεδομένα. Η τετραγωνική ποινή για μία απόκλιση επίσης ταιριάζει την ανθρώπινη ποινή για νομικές παραβιάσεις. Για παράδειγμα, η ποινή για την ταχύτητα σε έναν δρόμο δεν αυξάνει γραμμικά με την υπερβολή της ταχύτητας. Ομοίως, η τετραγωνική εκτίμηση της απόκλισης είναι μέρος των Taguchi μεθόδων στο σχεδιασμό.

Συνεπώς, πρώτα καθορίστε εάν υπάρχει παραβίαση περιορισμού και μετά τετραγωνίστε τους όρους αναπαριστώντας το μέγεθος της παραβίασης περιορισμού. Ο περιορισμός μπορεί να είναι ότι το συνολικό κόστος θα πρέπει να είναι λιγότερο από \$2000. Ή, γενικά, $f_4 < \alpha$. Εφόσον η f_4 είναι μικρότερη από την α , δεν υπάρχει λόγος να σκεφτούμε τον περιορισμό. Ωστόσο, εάν $f_4 > \alpha$, τότε η μέτρηση της μη επιθυμητότητας είναι $B_4 = f_4 - \alpha$.

$$B_4 = \begin{cases} 0, & f_4 < \alpha \\ f_4 - \alpha, & f_4 \geq \alpha \end{cases} \quad (18.8)$$

Χρησιμοποιώντας την τετραγωνική απόκλιση ως ποινή για την παραβίαση περιορισμού, η παράσταση βελτιστοποίησης γίνεται

$$\min_{\{x\}} J = \sum \frac{OF_i}{EC_i} + \sum \left(\frac{B_j}{EC_j} \right)^2 \quad (18.9)$$

Αυτό ακόμη διατηρεί τις φυσιολογικές EC τιμές για ονομαστικές υπερβολές ή περιορισμούς.

18.3. Επίλυση 2: Μη προσθετικοί OF συνδυασμοί

Στη βελτιστοποίηση της διαμέτρου σωλήνα και στους οικονομικούς στόχους, το αρχικό κεφάλαιο και τα ετήσια έξοδα είναι δύο σημαντικές έννοιες. Αλλά συνδυάστηκαν οικονομικά όπως στην καθαρή παρούσα αξία. Δεν συνδυάστηκαν σε έναν προσθετικό OF τύπο. Άλλοι οι κοινοί δείκτες κερδοφορίας επιχειρήσεων είναι μακροπρόθεσμες επιστροφές στο ενεργητικό (LTROA) και ανάλυση προεξοφλημένων ταμειακών ροών (DCFRR). Και τα δύο συνδυάζουν κεφάλαιο και έξοδα με πωλήσεις και φόρους, αλλά όχι σε έναν προσθετικό τύπο.

Σχετικά με την επιλογή της πολυπλοκότητας του μοντέλου παλινδρόμησης, θα πρότεινα τελική πρόβλεψη λάθους (FPE), πολλαπλασιασμό του αθροίσματος των τετραγωνικών υπολειμμάτων (SSD) και έναν παράγοντα πολυπλοκότητας. $FPE = (N+m)/(N-m)SSD$, όπου N ο αριθμός των δεδομένων, m ο αριθμός των συντελεστών μοντέλου και SSD το συνεπαγόμενο ταίριασμα στα δεδομένα..

Στον υπολογισμό βελτιστοποιητών και τα δύο και ο αριθμός των υπολογισμών συνάρτησης (NOFE) και η πιθανότητα εύρεσης του καθολικού είναι σημαντικά. Η πιθανή NOFE να βρει το καθολικό είναι $PNOFE = ANOFE(\ln(1-c)/\ln(1-f))$. Ξανά, τα διάφορα κριτήρια για επιθυμητότητα και μη δεν προστίθενται αλλά συνδυάζονται.

Μην χρησιμοποιείτε τον κλασσικό μαθηματικό, παραδοσιακό και απομονωμένο από την πραγματικότητα τύπο προσθετικής OF. Ξανασκεφτείτε. Κάντε ότι είναι σωστό για τον πελάτη σας, το οποίο δεν είναι αναγκαία η παραδοσιακή βελτιστοποίηση.

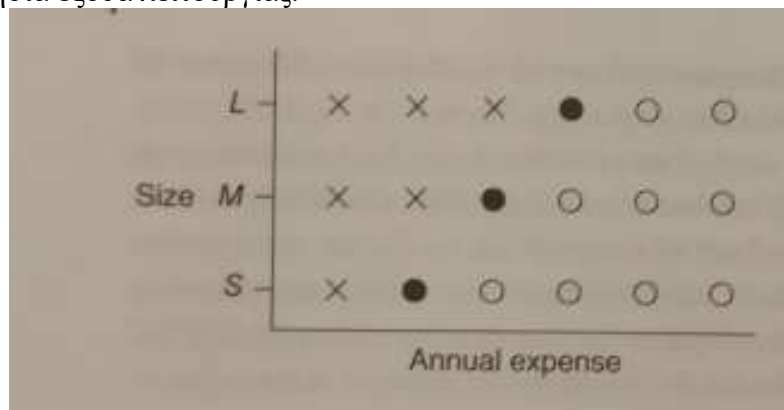
18.4. Επίλυση 3: Το βέλτιστο κατά Pareto

Αν και ο συνδυασμός όλων των OF στοιχείων σε μία OF είναι βολικό, πολλές φορές δεν μπορούμε να συνδυάσουμε όλες τις ανησυχίες σε μία ξεχωριστή OF. Αυτό συμβαίνει όταν διαφορετικοί χρήστες, πελάτες και ενδιαφερόμενα μέρη έχουν διαφορετικές απόψεις για την ισορροπία που θα πρέπει να εφαρμόζεται σε διαφορετικά επιθυμητά και μη. Αυτό επίσης συμβαίνει όταν συγκεκριμένες εφαρμογές έχουν διαφορετικές συμπεριφορές.

Για παράδειγμα, σκεφτείτε ότι θέλουμε να σχεδιάσουμε ένα προϊόν, ένα αυτοκίνητο. Κάποιοι θέλουν ένα μεγάλο αυτοκίνητο για μακρινά ταξίδια, πολλούς φίλους, χωρητικότητα, άνεση κ.τ.λ. Άλλοι θέλουν μικρότερο αυτοκίνητο για να μειώσουν τα ετήσια έξοδα, αλλά αρκετά μεγάλο. Άλλοι επιλέγουν μία μηχανή αντί για αυτοκίνητο. Ένα προϊόν δεν θα ικανοποιήσει την ισορροπία όλων. Το καλύτερο (ετήσια έξοδα) μεγάλο αυτοκίνητο θα είναι υπερβολικό για ένα άτομο. Το καλύτερο (καύσιμο ανά μίλι) αυτοκίνητο δεν θα ταιριάζει με τις ανάγκες μία οικογένειας των 6.

Ωστόσο, ένα μικρό αυτοκίνητο με υψηλά έξοδα λειτουργίας μπορεί να μην ικανοποιεί κανέναν. Εάν ένα μικρό αυτοκίνητο είναι αποδεκτό, τότε υπάρχουν πολλά σχέδια που έχουν χαμηλότερα έξοδα, και τα χαμηλά έξοδα νικούν τα υψηλά. Εναλλακτικά, εάν τα μεγάλα έξοδα είναι αποδεκτά, η λειτουργικότητα του μεγάλου αυτοκινήτου νικάει αυτή του μικρού. Φυσικά, υπάρχουν περισσότερες από δύο κατηγορίες για να κρίνεις ένα αυτοκίνητο. Εάν η προσωπική εικόνα είναι μία τρίτη κατηγορία, τότε ένα μικρό αυτοκίνητο με ανοικτή σκεπή και αντίκα μπορεί αν είναι αποδεκτό ακόμη και με υψηλά έξοδα συντήρησης.

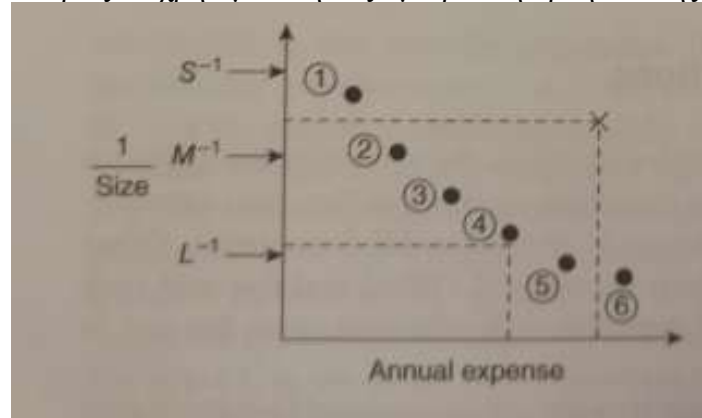
Για να αξιολογήσεις το καλύτερο όταν υπάρχουν διαφορετικά OF συστατικά που δεν θέλεις να συνδυάσεις σε μία σύνθετη OF, η ιδέα είναι να δημιουργήσεις ένα γράφημα της OF2 δηλαδή OF1 και να χαράξεις το ζεύγος (OF1,OF2) για κάθε DV επίλυση δοκιμής. Το Σχήμα 18.2 απεικονίζει την ιδέα για δύο έννοιες επιθυμητότητας σε αυτοκίνητο. Ο κάθετος άξονας είναι το μέγεθος και ο οριζόντιος είναι τα ετήσια έξοδα λειτουργίας.



Σχήμα 18.2 Αρχική έννοια για μεταχείριση πολλαπλών στόχων δύο μετρήσεων επιθυμητότητας.

Οι x-ed-out πιθανότητες είναι ανέφικτα σχέδια αυτοκινήτου. Οι ανοικτοί κύκλοι είναι εφικτά σχέδια αυτοκινήτου. Και οι κλειστοί κύκλοι δείχνουν τα καλύτερα σχέδια.

Αν και αυτή είναι η ιδέα, είναι πιο βολικό να μετατραπούν οι άξονες έτσι ώστε το χειρότερο να είναι πιο μακριά από το αρχικό και το καλύτερο πιο κοντά στο αρχικό (Σχήμα 18.3). Μπορείς να χρησιμοποιήσεις αμοιβαίο ή αρνητικό της συνάρτησης.



Σχήμα 18.3 Κατάλληλη δομή για μεταβλητές αξόνων.

Αυτό το γράφημα δεν είναι ένα σενάριο για το πώς η OF εξαρτάται από την DV. Η DV εν φαίνεται. Αυτό είναι ένα γράφημα κατάστασης για το πώς οι διάφορες OF τιμές αλλάζουν με τις DV τιμές.

Εδώ το σχέδιο αυτοκινήτου (X) «κυριαρχείται» από τα σχέδια αυτοκινήτου (2), (3), (4) και (5). Αυτό σημαίνει ότι καθένα από τα (2), (3), (4) και (5) έχουν έναν καλύτερο συνδυασμό μεγέθους και εξόδων από το X. Άνθρωποι που επιθυμούν να υποστηρίξουν ένα ετήσιο έξοδο του (5) και (6) θα πάρουν πολύ μεγαλύτερη αξία με τα (5) και (6) από το X. Γραφικά αυτό φαίνεται από τις διακεκομμένες γραμμές από το X μέχρι τους άξονες. Τα σχέδια 2, 3, 4 και 5 είναι όλα μέσα στο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Και οι άνθρωποι που χρειάζονται ένα μέγεθος του (3) θα έχουν πολύ μεγαλύτερα έξοδα του (3) σε αντίθεση με το X. Έτσι, απορρίπτουμε το σχέδιο X.

Το σύνολο των επιλογών (1), (2), ..., (6) είναι όλα μη κυριαρχημένα. Δεν υπάρχει επίλυση που είναι καλύτερη και στις δύο κατηγορίες. Η επίλυση (2) είναι καλύτερη από την (3) για ετήσιο έξοδο λειτουργίας, αλλά η (3) είναι καλύτερη από την (2) για μέγεθος. Όπως απεικονίζεται, δεν υπάρχει επίλυση στο ορθογώνιο ανάμεσα στην επίλυση (4) και στην αρχική. Καμία επίλυση δεν κυριαρχεί το σχέδιο (4). Συνεπώς, όλες οι μη κυριαρχημένες επιλύσεις διατηρούνται ως πιθανά σχέδια, πιθανά προϊόντα και πιθανές επιλογές. Ένα άτομο μπορεί να επιλέξει την επίλυση (2) ως την καλύτερη που συναντάει τις ανάγκες του ενώ άλλος την επίλυση (6) ως καλύτερη για την κατάσταση του.

Αφού εξερευνηθούν οι επιλογές σχεδίου και οι εναλλακτικές επιλύσεις δοκιμής σε ένα σχέδιο προϊόντος, η βελτιστοποίηση μπορεί να μην βρει καμία νέα επίλυση που να κυριαρχεί τα (1)-(6) σχέδια που φαίνονται. Τότε οι επιλύσεις αναπαριστούν το Pareto βέλτιστο σύνολο.

Η Pareto βέλτιστη επίλυση δεν είναι ένα ξεχωριστό σημείο ή DV τιμή. Η επίλυση είναι ένα σύνολο επιλογών για τις οποίες καμία άλλη επιλογή σχεδίου δεν είναι καλύτερη στις δύο κατηγορίες. Το καθένα είναι ένα Pareto βέλτιστο αποτέλεσμα των επιλογών σχεδίου.

Υπάρχουν περισσότερες από δύο διαστάσεις. Τα κριτήρια επιλογής αυτοκινήτου συμπεριλαμβάνουν ασφάλεια, την προσωπική εικόνα του πελάτη, αρχικό κόστος, ετήσιο κόστος, λειτουργία και πολλά άλλα.

Επίσης, ο αριθμός των μεταβλητών απόφασης δεν χρειάζεται να συσχετίζεται με τον αριθμό των OFs που χαρακτηρίζουν το προϊόν. Μπορεί να υπάρχουν χιλιάδες DVs ή λίγες.

Άσχετα με την DV διάσταση, οι μη κυριαρχημένες επιλύσεις είναι εκείνες για τις οποίες καμία άλλη επίλυση δεν είναι η καλύτερη σε όλες τις OF κατηγορίες. Η καλύτερη δεν είναι και η πιο καλή σε μία κατηγορία. Το σύνολο των πιο καλών επιλύσεων είναι μη κυριαρχημένα αποτελέσματα των επιλύσεων δοκιμής.

Αυτός ο πολυδιάστατος OF χώρος που δημιουργεί μη κυριαρχημένες επιλύσεις οδηγεί σε πολλά βιώσιμα σχέδια.

Ένα γράφημα δεν χρειάζεται να αναγνωρίσει τις κυριαρχημένες και μη επιλύσεις. Ένας υπολογιστής μπορεί να ελέγξει εάν η επίλυση είναι κυριαρχημένη. Εάν κάποια άλλη επίλυση είναι καλύτερη σε όλες τις OF κατηγορίες, τότε η πρώτη είναι κυριαρχημένη.

Οι άξονες στο Pareto βέλτιστο OF-OF επίπεδο μπορούν να μετατραπούν, να αντιστραφούν, να έχουν κλίμακες και εφόσον η κλίμακα είναι αυστηρά μονοτονική, η μετατροπή δεν αλλάζει την σχετική τοποθέτηση, που έχει σημασία για την αναγνώριση κυριαρχημένων και μη αποτελεσμάτων. Η μετατροπή λογάριθμου μπορεί να είναι πολύ βολική για την παρουσίαση των δεδομένων εάν οι OF τιμές περιλαμβάνουν αρκετούς βαθμούς μεγέθους.

Επιπλέον, ο άξονας μπορεί να έχει σειρά , όπως πρώτος, δεύτερος, τρίτος και τέταρτος. Η σειρά δεν αποκαλύπτει αναλογία ή σχετική αναλογία. Το πρώτο, για παράδειγμα, μπορεί να είναι πολύ μακριά από το δεύτερο και τρίτο, που μπορεί να είναι κοντά το ένα στο άλλο και μακριά από το τέταρτο, δείχνοντας μία ολοκληρωτική αποτυχία. Η σειρά δεν δείχνει σχετική επιθυμητότητα, αλλά σειρά επιθυμητότητας και μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως άξονας σε μία επιλογή Pareto βέλτιστου συνόλου.

Συνεπώς, η φυσική εξέλιξη των γονιδίων είναι παρόμοια με τις προοδευτικές αλλαγές στις DVs, που οδηγούν σε μορφές με αλλαγμένες νοοτροπίες, όπως η επιβιωσιμότητα. Τότε η επιβίωση του πιο ταιριαστού θέτει έναν χώρο με πολλούς στόχους για επιλογή του καλύτερου. Κυριαρχημένα είδη, όχι τα πιο καλά σε κάθε κατηγορία, δεν επιβιώνουν. Μη κυριαρχημένα είδη επιβιώνουν. Η Pareto βέλτιστη επιλογή παραλληλίζει τις έννοιες της βιολογικής εξέλιξης. Με αυτή την έννοια είναι μιμητική τεχνική. Οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης που αναζητούν να μιμηθούν την «ευφυΐα» της φύσης ονομάζονται μιμητικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης.

19. Περιορισμοί

19.1. Περιορισμοί Ισότητας

19.1.1. Ρητοί Περιορισμοί Ισότητας

Οι ρητοί περιορισμοί ισότητας είναι χρήσιμοι. Σκεφτείτε αυτή την παράσταση βελτιστοποίησης:

$$\min_{x,y,z} j = f(x, y, z)$$

(19.1)

$$z = \alpha + bx + cxy + dy + ey^2$$

Φαίνεται να υπάρχουν τρεις DVs (x , y , z). Ωστόσο, ένα ίσο σημάδι στους περιορισμούς σημαίνει ότι υπάρχουν λιγότερες ανεξάρτητες μεταβλητές. Δίνονται οι τιμές για x και y , το z περιορίζεται σε μία τιμή. Δεν μπορεί ανεξάρτητα να επιλέξεις μία τιμή για z , όταν x και y τιμές επιλέγονται. Υπάρχουν πράγματι δύο DVs. Δεν είσαι ελεύθερος ανεξάρτητα να επιλέξεις τιμές για τις τρεις DVs. Μόνο για τις δύο. Οι περιορισμοί ισότητας μειώνουν το βαθμό ελευθερίας (DoF), τον αριθμό των ανεξάρτητων τιμών που μπορείς να θέσεις.

Κάθε γραμμικός περιορισμός μειώνει ένα βαθμό ελευθερίας. Πολλοί τύποι μη γραμμικών περιορισμών επίσης μειώνουν κάθε DoF, αλλά η εφαρμογή μπορεί να μην είναι εύκολη εάν απαιτούν μεθόδους εύρεσης ρίζας ή επιτρέπουν πολλαπλές επιλύσεις. Σκεφτείτε τα αυτά τα παραδείγματα περιορισμών που επιτρέπουν αρκετές τιμές z με τις τιμές x και y να δίνονται:

Μία περιοδική συνάρτηση: $\sin(z) = x$

(19.2a)

Μία τετραγωνική συνάρτηση με μία $\pm\sqrt{\quad}$ επίλυση: $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$

(19.2b)

Σε μερικές περιπτώσεις ένας περιορισμός ισότητας μπορεί να περιπλέξει την επίλυση. Αλλά συχνά υπάρχουν εναλλακτικοί τύποι που μπορεί να διευκολύνουν. Για παράδειγμα, επιλέξτε z να είναι η Dv, και μετά το x νομοτελειακά τίθεται σε μία μοναδική αντίδραση στο $x = \sin(z)$ περιορισμό. Ή περιορίστε την επίλυση σε ένα τετράγωνο, και μετά υπάρχει μόνον ένα αποδεκτό σημάδι στην τετραγωνική σχέση.

Γενικά, η παράσταση βελτιστοποίησης μπορεί να είναι

$$\min_x j = f(x), \text{ όπου } x = \{x_1, \dots, x_N\}$$

(19.3)

$$g_i(x) = 0 \text{ για } i=1 \text{ στο } M$$

Εδώ οι M περιορισμοί ισότητας μειώνουν την x , Dv, διάσταση από N έως $N-M$.

Εάν οι περιορισμοί είναι ανεξάρτητοι και παρέχουν μοναδικές τιμές, ο αριθμός των DVs μειώνεται. Αυτό είναι πλεονέκτημα για τη βελτιστοποίηση. Συχνά, η δουλειά που κάνει ο βελτιστοποιητής για να βρει την επίλυση, ο αριθμός των υπολογισμών συνάρτησης απαιτείται να την οδηγήσει στο DV*, είναι αναλογική στο τετράγωνο των αριθμών των DVs. Έτσι, η μείωση του αριθμού των DVs από 8 σε 7 μειώνει τη δουλειά περίπου 49/64ths ή περίπου 25%.

Γενικά, μία αναστρεφόμενη παράσταση βελτιστοποίησης μπορεί να είναι

$$\min_{(x_{\text{subset}})} j = f(x)$$

(19.4)

$$\text{where } \mathbf{x}_{\text{subset}} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{N-M} \end{Bmatrix}, \text{ and } \mathbf{x}_{\text{complement}} = \begin{Bmatrix} x_{N-M+1} \\ \vdots \\ x_N \end{Bmatrix} \text{ is calculated from } g_i(\mathbf{x}) = 0 \text{ for } i = 1 \text{ to } M.$$

Δεν υπάρχει ανάγκη είτε για “f” ή “g” να είναι απλές μίας γραμμής παραστάσεις. Κάθε συνάρτηση θα μπορούσε να είναι μία περίπλοκη αλληλουχία υπολογισμού, εφόσον η επιλογή του $\mathbf{x}_{\text{subset}}$ θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για να υπολογίσει ένα μοναδικό $\mathbf{x}_{\text{complement}}$.

19.1.2. Έμμεσοι περιορισμοί ισότητας

Στις περιπτώσεις όπου οι περιορισμοί ισότητας δεν αποδέχονται μία βολική επίλυση, υπάρχουν δύο επιλογές: Η πρώτη είναι να εφαρμοστεί τεχνική εύρεσης ρίζας για να επιλύσει για την τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής. Αυτό, ωστόσο, απαιτεί μία δικτυωμένη διαδικασία και ένα όριο κριτηρίου σύγκλισης στην εύρεση ρίζας που είναι αρκετά μικρό για να μην έχει επίδραση που εντοπίζεται στην βελτιστοποίηση OF.

Η άλλη προσέγγιση είναι να μετατρέψει τους περιορισμούς ισότητας σε συναρτήσεις ποινής. Σκεφτείτε την παράσταση βελτιστοποίησης:

$$\min_{\{x,y\}} j = f(x, y, z)$$

(19.5)

$$g(x, y, z) = 0$$

Συνεπώς, μπορείτε να υπολογίσετε $z = g^{-1}(x, y)$, με μία διαδικασία επανάληψης. Και αυτό θα μείωνε τον αριθμό των DVs, αλλά μπορεί να μην είναι βολικό ή εύκολο.

Σε αυτή την περίπτωση, σκεφτείτε να μετατρέψετε τον περιορισμό ισότητας σε ποινή για την παραβίασή του. Στη μέθοδο ισοδύναμης ανησυχίας, η OF γίνεται

$$\min_{\{x,y,z\}} j = \frac{f(x,y,z)}{EC_f} + \left[\frac{g(x,y,z)}{EC_g} \right]^2$$

(19.6)

Κάποιος θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει την μέθοδο παράγοντα στάθμισης τύπου Lagrange:

$$\min_{\{x,y,z\}} j = f(x, y, z) + \lambda [g(x, y, z)]^2$$

(19.7)

Οποιοδήποτε από αυτά μετατρέπει τον ισχυρό περιορισμό ισότητας, από $(x, y, z) = 0$ σε αδύναμο περιορισμό βασισμένο στο βαθμό απόκλισης από τον περιορισμό. Υπάρχει ποινή για την παραβίασή του, που επιτρέπει ελάχιστες παραβιάσεις των περιορισμών.

Είτε ο περιορισμός ισότητας είναι ρητός ή έμμεσος, η ποινή για την παραβίασή του μπορεί να προστεθεί στην OF.

19.2. Περιορισμοί Ανισότητας

Οι περιορισμοί ανισότητας επιτρέπουν κάθε τιμή μέχρι να προσεγγιστεί κάποιο όριο. Παραδείγματα περιλαμβάνουν τη θερμοκρασία κάτω από το μηδέν, τον λογαριασμό τραπέζης πάνω από το μηδέν, ή επιλογή συντελεστών τετραγωνικής εξίσωσης για να διατηρήσουν $b^2 - 4ac \geq 0$. Κάθε τιμή είναι αποδεκτή μέχρι να συναντήσει τον περιορισμό. Εάν ο περιορισμός δεν παραβιάζεται, εάν η συνθήκη επιτρέπεται, τότε ο περιορισμός ονομάζεται «ανεργός». Εναλλακτικά, εάν η DV προκαλέσει έναν περιορισμό να παραβιαστεί, ο περιορισμός ονομάζεται «ενεργός». Καθώς ένας

βελτιστοποιητής αναζητάει την DV*, οι περιορισμοί ανισότητας αλλάζουν από ανενεργοί σε ενεργοί και αντιστρόφως.

Μία εφικτή επίλυση δοκιμής είναι μία για την οποία όλοι οι περιορισμοί ανισότητας δεν είναι ενεργοί. Ο βελτιστοποιητής θα πρέπει να αρχικοποιηθεί με μία εφικτή επίλυση δοκιμής.

Οι περιορισμοί ανισότητας θα μπορούσαν να είναι στην μεταβλητή απόφασης και να δηλωθούν ρητά, αλλά τόσο συχνά όσο βρίσκονται σε βοηθητική μεταβλητή και έμμεση. Μπορούν να είναι $>$, $<$, \geq ή \leq . Στην ακόλουθη παράσταση υπάρχει μία μη αρνητική συνθήκη στην z DV, και ένας λιγότερος-από τον περιορισμό στον τύπο των τριών DVs:

$$\min_{\{x,y,z\}} j = f(x, y, z)$$

(19.8)

$$z \geq 0$$

$$g(x,y,z) < 0$$

Λιγότερο-από περιορισμοί μπορούν να μετατραπούν σε μεγαλύτερο-από, πολλαπλασιάζοντας με -1. Επίσης, όλες οι εκφράσεις περιορισμού μπορούν να αναδιαταχθούν στην κοινή αναφορά του μηδέν. Για παράδειγμα, ο περιορισμός $x=y+z < 7$ μπορεί να αναδιαταχθεί σε $x=y+z-7 = g(x,y,z) < 0$.

Η g συνάρτηση θα μπορούσε να είναι αλγεβρική, όπως και διαφορική. Για παράδειγμα, ο κανόνας μπορεί να είναι «Μην επιτρέψετε στο δείκτη του ύψους του δρόμου να ξεπεράσει 1000 ft/mile». Ή ο περιορισμός μπορεί να βασίζεται σε έναν ακέραιο. Σε κάθε περίπτωση, η παρουσίαση, $g(x,y,z) < 0$, φαίνεται σαν μία αλγεβρική σχέση ανάμεσα στις DVs, που είναι παραπλανητική υπόθεση ασημαντότητας. Μπορεί να περιλαμβάνει παράγωγα και ακέραιους. Για να εξερευνήσουμε πιθανούς περιορισμούς ανισότητας, το Σχήμα 22.1 θέτει τα πλαίσια των ορίων των E-W και N-S επιλογών στις Η.Π.Α σε ένα x-y ορθογώνιο παραλληλόγραμμα. Εάν η αναζήτηση είναι για το πιο καλό μέρος να ζήσεις στις Η.Π.Α, τότε ο συνδυασμός x,y πρέπει να είναι στη γη και στις Η.Π.Α.

Ίσως «το πιο καλό» καθορίζεται ως ο αριθμός των ημερών με υψηλές και χαμηλές θερμοκρασίες ανάμεσα σε 85 και 55 F. Ωστόσο, η τοποθεσία πρέπει να έχει βροχή και να κατοικείται. Αυτό θα μπορούσε να είναι η παράσταση βελτιστοποίησης:

$$\min_{\{x,y\}} J = N_{\text{ημέρες ανάμεσα σε 55 και 85}^\circ F}$$

(19.9)

(x,y) όχι σε ωκεανό

(x,y) όχι σε λίμνη

(x,y) όχι στον Καναδά ή το Μεξικό

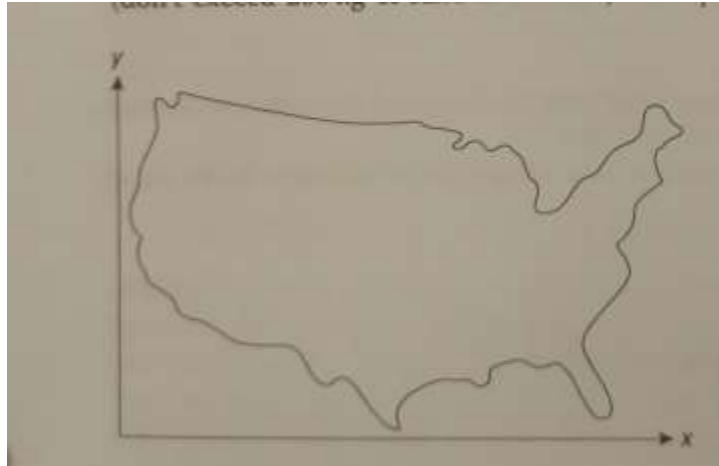
Βροχή $\approx > 30$ inches/yr

$x > 0$ miles και $x < 3500$ miles

(x,y) εντός 10 miles ενός υπερκαταστήματος

(x,y) στο χαμηλότερο ποσοστό για το κόστος ζωής

$N > 100$ /yr



Σχήμα 19.1 Σχέδιο των Η.Π.Α σε ένα x-y πλαίσιο.

Οι περιορισμοί μπορεί να είναι πολλών ειδών. Οι περιορισμοί μπορεί να είναι σε

- Μία DV: $x > 0$ miles και $x < 3500$ miles
- Έναν συνδυασμό των DVs: (x, y) όχι σε ωκεανό
- Μία βοηθητική μεταβλητή (ούτε DV ούτε OF): Βροχόπτωση περίπου (όχι ακριβώς) > 30 inches/yr
- Στην OF, $N > 100$

Οι περιορισμοί δεν είναι απαραίτητα σε μία DV τιμή. Σε άλλες εφαρμογές οι περιορισμοί μπορεί να είναι σε

- Ρυθμό αλλαγής: Δ θέση πεντάλ επιταχυντή < 3 arc/s, η κλίση πρέπει να είναι μικρότερη από 500 ft/mile.
- Αλληλουχία γεγονότων: «Σπίτι» πρέπει να είναι η τελευταία στάση ή η «ανάμεικτη» λειτουργία πρέπει να ακολουθεί προσθέτοντας A και B.
- Μία μελλοντική τιμή μεταβλητής: όταν οδηγείτε, μην αναπτύσσεται τόση μεγάλη δυναμική τώρα που γλιστράτε σε μία ανοδική καμπύλη.
- Συσσώρευση: Μην αφήνετε τη δεξαμενή να στερέψει, μην αφήνετε το λογαριασμό τραπέζης κάτω από \$1000

Αντίστροφα παραδείγματα περιορισμών:

- Κερδίστε τον αγώνα μηχανών: Οδηγείτε επιθετικά, αλλά μην χρησιμοποιείται πολύ καύσιμο ώστε να αδειάσει η δεξαμενή ή να χαλάσουν τα λάστιχα.
- Μεγιστοποιήστε τα καθαρά έσοδα σε αεροπορική εταιρία: Κάντε υπερκράτηση επιβατών ώστε το αεροπλάνο να δείχνει γεμάτο, αλλά όχι σε τέτοιο σημείο που να προκαλέστε αντιδράσεις πελατών.
- Γεμίστε υδατόνθρακες πριν τρέξετε σε μαραθώνιο, αλλά όχι σε υπερβολή ώστε να αρρωστήσετε.
- Αγοράστε πράγματα με πιστωτική κάρτα αλλά όχι υπερβολικά.

Οι περιορισμοί ανισότητας μπορεί να είναι ενεργοί ή ανενεργοί. Ενεργός σημαίνει ότι ο περιορισμός παραβιάζεται. Ανενεργός ότι η επίλυση δοκιμής είναι χωρίς περιορισμούς, αλλά δεν παραβιάζει μία ανισότητα.

19.2.1. Συνάρτηση ποινής: Ασυνεχής

Εάν ένας περιορισμός παραβιάζεται, προσθέστε μία τιμή ποινής στην OF:

$$\min_{\{x_1, x_2, x_3\}} J = OF(x_1, x_2, x_3) + \text{ποινή} \quad (19.10)$$

Ποινή $\{100$ εάν κάποιος περιορισμός παραβιαστεί, 0 εάν κανείς δεν παραβιαστεί $\}$

Αυτό είναι εύκολο να εφαρμοστεί, αλλά υπάρχουν αρκετά ζητήματα.

Μία δυσκολία είναι στον καθορισμό μίας κατάλληλης τιμής για την ποινή. Απαιτεί γνώση των OF τιμών. Στο Σχήμα 22.2 είναι η ποινή των 100 αρκετή; Στις απεικονίσεις, το περιορισμένο DV εύρος απεικονίζεται οριζόντια γραμμοσκίαση. Στο Σχήμα 22.2a μία OF ποινή των 100 είναι αρκετά μεγάλη για να κάνει όλες τις J τιμές στην περιορισμένη περιοχή χειρότερες από την απεριόριστη πιο καλή. Αλλά στο Σχήμα 22.2b το 100 δεν είναι αρκετά μεγάλη ποινή. Η επιλογή της κατάλληλης τιμής απαιτεί γνώση σχετικά με την OF.

Μία άλλη δυσκολία είναι ότι κοντά στον περιορισμό η ασυνέχεια ακυρώνει και τις δύο λειτουργίες και df/dx και d^2f/dx^2 , οι οποίες θα ανέτρεπαν κάποιους βελτιστοποιητές.

19.2.2. Συνάρτηση Ποινής: Ήπιος περιορισμός

Οι περιορισμοί είναι συχνά συναρτήσεις ανισότητας ($<$, $>$, \leq , \geq). Για παράδειγμα,

$$F(x_1, x_2, x_3, \dots) \geq a \quad (19.11)$$

Σχήμα 22.2 Απεικόνιση ανάμεικτης ποινής (a) αρκετά μεγάλη και (b) όχι αρκετά μεγάλη.

Μετατρέψτε αυτό σε ένα μηδέν στην RHS:

$$g(x) = f(x) - a \geq 0 \quad (19.12)$$

Και σκεφτείτε το μέγεθος της παραβίασης περιορισμού ως το μέτρο της ανεπιθυμητότητας:

$$B = \text{badness} = \begin{cases} f(x) - a, & \text{Εάν } f(x) < a \\ 0, & \text{Εάν } f(x) \geq a \end{cases} \quad (19.13)$$

Είτε κάντε τετράγωνο την τιμή, B, ή πάρτε την απόλυτη τιμή για να πάρετε μία θετική τιμή. Βάλτε κλίμακα σε αυτό είτε με το λ ή με μία EC τιμή για να κάνετε το μέγεθος της ποινής κατάλληλο στην OF. Μετά προσθέστε την ποινή στην OFQ

$$\min J = OF + \lambda B^2 \quad (19.14)$$

$$\min J = OF + \lambda |B| \quad (19.15)$$

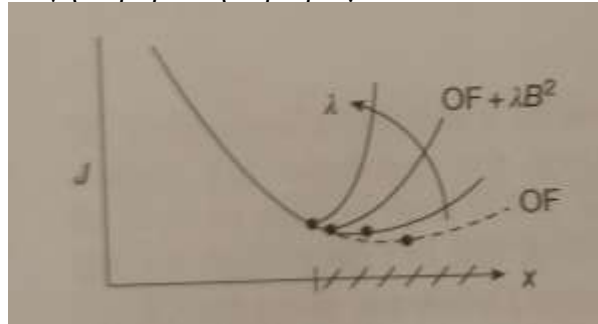
$$\min J = OF + \frac{|B|}{EC} \quad (19.16)$$

$$\min J = OF + \left(\frac{B}{EC}\right)^2 \quad (19.17)$$

Παρόλο που πολλοί χρήστες επιλέγουν την απόλυτη τιμή της παραβίασης ως ποινή, χρησιμοποιώντας την τετραγωνική τιμή επιτρέπει συνεχή δεύτερου βαθμού παράγωγα και παρέχει λειτουργικότητα που είναι σταθερή με την ανθρώπινη αντίληψη του κακού.

Αυτή η μέθοδος ονομάζεται «ήπιοι περιορισμοί» επειδή η OF μπορεί να περιλαμβάνει μία μικρή παραβίαση περιορισμού στο ελάχιστο. Αυτή η έννοια περιγράφεται στο Σχήμα 22.3. Η DV περιορίζεται για να βρίσκεται στην αριστερή μεριά του x-άξονα. Η OF είναι η αριστερή καμπύλη που γίνεται η διακεκομμένη καμπύλη στην περιορισμένη περιοχή. Οι διάφορες σταθερές καμπύλες στην περιορισμένη περιοχή αναπαριστούν την OF συν την τετραγωνική ποινή για την παραβίαση περιορισμού. Αυξάνοντας το λ κάνει την ποινή μεγαλύτερη. Τα βέλτιστα σημεία για τις διάφορες επιλογές του λ απεικονίζονται με τις τελείες. Όταν το λ είναι μικρό, η προσθήκη της ποινής είναι μικρή, και η πτώση στην μη περιορισμένη OF

στην περιορισμένη περιοχή x είναι μεγαλύτερη από την ποινή. Καθώς η λ τιμή αυξάνει, αυτό το βέλτιστο σημείο κινείται πίσω προς τον περιορισμό, αλλά δεν μπορεί να εμποδίσει λίγη παραβίαση περιορισμού.



Σχήμα 19.3 Απεικόνιση τετραγωνικής ποινής που προστίθεται στην OF.

Γενικά, ο ρυθμός αλλαγής της OF δηλαδή η DV είναι df/dx , και για μικρές αποκλίσεις από την περιορισμένη x -τιμή, a , η OF τιμή είναι περίπου $f(x) = f(a) + (df/dx|_{x=a})(x-a)$. Η ποινή για μία τιμή του $x > a$ είναι $\lambda(x-a)^2$. Το βέλτιστο με την ποινή είναι στο σημείο όταν η αύξηση στην ποινή είναι ισοδύναμη με την μείωση στην f . Έτσι, με μία ήπια ποινή που βασίζεται στην x -απόκλιση από την περιορισμένη x -τιμή, $x^* = a - df/dx|_{x=a} / 2\lambda$. Αυξήστε το λ για να κάνετε την επιτρεπόμενη παραβίαση να προσεγγίσει το μηδέν. Ωστόσο, μεγάλες λ -τιμές έχουν ως αποτέλεσμα την αποτελεσματική ∇f και Hf ασυνέχειες και απαιτούν $\lambda = \infty$ για να κάνουν την παραβίαση περιορισμού να γίνει μηδέν.

Αυτό ερμηνεύεται ως «ήπιος περιορισμός», σημαίνοντας ότι μία μικρή παραβίαση είναι αποδεκτή, ακόμη και εάν δεν είναι επιθυμητή. Υπάρχουν διάφορες προσαρμογές για να διορθώσεις την παραβίαση με έναν τύπο ήπιου περιορισμού. Στην εφαρμογή αυτού του τύπου,

$$\min J = OF$$

$$(19.18)$$

$$\text{S.T.: } f(x) \geq a$$

Αλλάξτε την τιμή του a με ϵ , μία κλίση ή διόρθωση ή παράγοντας ασφαλείας:

$$\text{S.T.: } f(x) \geq a - \epsilon$$

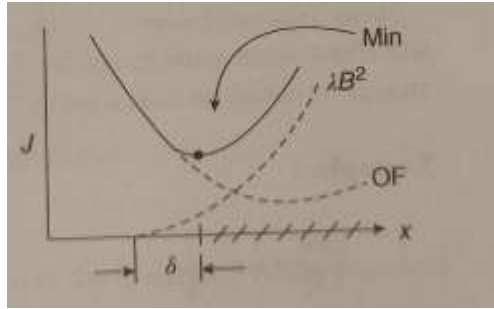
$$(19.19)$$

Μετά καθορίστε το βαθμό της παραβίασης από $(a - \epsilon)$:

$$B = \begin{cases} f(x) - (a - \epsilon) & \text{if } f(x) < (a - \epsilon) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19.20)$$

Μετά, όπως φαίνεται στο Σχήμα 22.4 εφόσον η ασφαλής περιορισμένη τιμή αλλάζει, η ποινή αρχίζει να συσσωρεύει πριν συναντήσει τον περιορισμό.

Ακόμη, οι κατάλληλες λ και ϵ τιμές απαιτούν κατανόηση του συστήματος, ώστε να μπορείς να καθορίζεις τις σωστές τιμές και γράφημα σχετικές μεταβλητές καθώς προχωρούν οι επαναλήψεις.



Σχήμα 19.4 Απεικόνιση μίας τετραγωνικής ήπιας ποινής που αλλάζει με ϵ .

19.2.3. Περιορισμοί Ανισότητας: Μεταβλητές χαλάρωσης και πλεονάσματος

Οι περιορισμοί ανισότητας μπορούν να μετατραπούν σε περιορισμούς ισότητας συμπεριλαμβάνοντας μία μέτρια ή πλεονασματική μεταβλητή. Εάν ο περιορισμός είναι $g(x) \geq 0$, τότε $g(x)=17$ είναι μία αρκετά αποδεκτή τιμή, και είναι 17 g-μονάδες μακριά από το περιορισμό. Εδώ το $g(x)$ έχει ένα πλεόνασμα των 17 g-μονάδων. Εάν το πλεόνασμα, S , αφαιρεθεί από την g -τιμή, τότε η ανισότητα γίνεται ισότητα. $g(x)-S=0$. Τώρα υπάρχει μία συνθήκη στον S , $S \geq 0$. Παρόλο που αυτό προσθέτει μία μεταβλητή στην βελτιστοποίηση, ο περιορισμός ισότητας αφαιρεί μία μεταβλητή. Αν και ο αριθμός των DVs και ο αριθμός των περιορισμών ανισότητας δεν αλλάζουν, αυτό παρέχει μία ευελιξία στην παράσταση βελτιστοποίησης. Θα μπορούσες να επιλέξεις να χρησιμοποιήσεις S ως μία DV και να χρησιμοποιήσεις τον περιορισμό ισότητας για να επιλύσεις για ένα από τα x -στοιχεία, εάν μία ξεκάθαρη ή βολική για να υπολογίσει ρύθμιση του $g(x)-S=0$ το επιτρέπει.

Συχνά, η πλεονασματική μεταβλητή είναι τετραγωνική, χρησιμοποιώντας $g(x)-S^2=0$. Αυτό αφαιρεί τον περιορισμό στην S -τιμή απλοποιώντας περισσότερο την αναζήτηση εάν η S χρησιμοποιείται ως μία εναλλακτική DV.

Εάν ο περιορισμός είναι $g(x) > 0$, σε αντίθεση με το $g(x) \geq 0$, τότε, όταν η πλεονασματική μεταβλητή αφαιρεθεί για να δημιουργήσει τον περιορισμό ισότητας, $g(x)-S^2=0$, όλες οι S -τιμές είναι επιτρεπτές εκτός από την ξεχωριστή τιμή του $S=0$. Αυτό μπορεί να είναι θέμα για τους μαθηματικούς, αλλά δεν γνωρίζω εφαρμογές μηχανικής που θα απαιτούσαν την εξαίρεση μοναδικού σημείου.

Η εφαρμογή αυτής της προσέγγισης είναι εφαρμόσιμη σε λιγότερο-από περιορισμούς. Εάν ο περιορισμός είναι $g(x) < 0$, τότε $g(x) = -5$ είναι αποδεκτή τιμή, και είναι 5 g-τιμές μακριά από τον περιορισμό. Εδώ το $g(x)$ έχει χαλάρωση των 5 g-μονάδων. Εάν η χαλάρωση, s , προστίθεται στην g -τιμή, τότε η ανισότητα γίνεται ισότητα. $g(x)+s=0$. Τώρα υπάρχει μία συνθήκη στο s , $s \geq 0$. Αν και ο αριθμός των DVs και ο αριθμός των περιορισμών ανισότητας δεν αλλάζουν, αυτό παρέχει μία ευελιξία στην παράσταση βελτιστοποίησης. Θα μπορούσες να επιλέξεις να χρησιμοποιήσεις s ως μία DV και να χρησιμοποιήσεις τον περιορισμό ισότητας για να επιλύσεις για ένα από τα x -στοιχεία, εάν μία ξεκάθαρη ή βολική για να υπολογίσει ρύθμιση του $g(x)+s=0$ το επιτρέπει.

Συχνά, η μεταβλητή χαλάρωσης είναι τετραγωνική, χρησιμοποιώντας $g(x)+s^2=0$. Αυτό αφαιρεί τον περιορισμό στην s -τιμή απλοποιώντας περισσότερο την αναζήτηση. Οι μεταβλητές χαλάρωσης και πλεονάσματος συχνά διαφοροποιούνται από την χαμηλότερη-περίπτωση s ή το κεφαλαίο S .

Οι μονάδες στη μεταβλητή χαλάρωσης ή πλεονάσματος είναι οι ίδιες όπως στην g -συνάρτηση ή στην εναλλακτική μορφή αυτές είναι τετράγωνες ρίζες των μονάδων στην g -συνάρτηση. Παρόλο που θα μπορούσαν να επιλεγούν ως DVs, οι μονάδες τους μπορεί να είναι ξεχωριστές από τις απομένουσες DVs.

Για να είναι αποτελεσματική η μετατροπή της παράστασης βελτιστοποίησης, η g -συνάρτηση πρέπει να είναι αντιστρέψιμη για να λύσει για το x -στοιχείο. Εάν ο

περιορισμός είναι είτε διαφορικός είτε ακέραιος, μπορεί να μην είναι αντιστρέψιμος. Εάν ο περιορισμός είναι μη γραμμική συνάρτηση, μπορεί να απαιτεί διαδικασία εύρεσης ρίζας.

Εάν ο περιορισμός ανισότητας είναι ρητός, τότε μπορεί κάποιος να μην μπορεί να χρησιμοποιήσει αυτή την τεχνική για να μετατρέψει την ανισότητα σε ισότητα και να αλλάξει το σύνολο DV.

19.3. Περιορισμοί: Κατηγορίες Επιτυχίας/Αποτυχίας

Για άμεσες μεθόδους αναζήτησης, η τιμή του J μπορεί να είναι «Αποτυχία». Εάν ένας περιορισμός παραβιάζεται, η νέα τιμή της επίλυση δοκιμής είναι «Αποτυχία», όχι OF+ποινή:

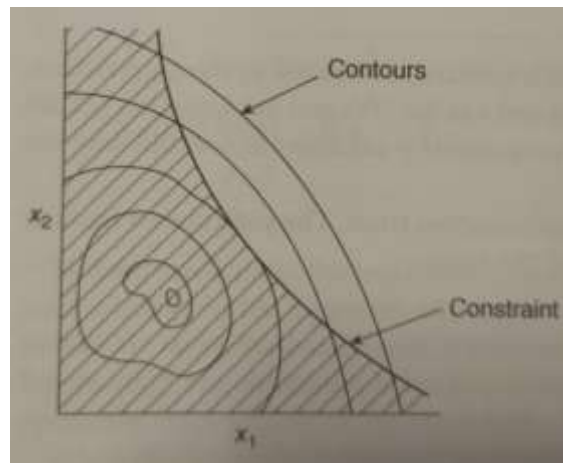
$$\min J = \left\{ \begin{array}{l} \text{OF εάν δεν παραβιάζεται περιορισμός} \\ \text{"ΑΠΟΤΥΧΙΑ" εάν κάποιος περιορισμός παραβιάζεται} \end{array} \right\} \quad (19.31)$$

Η άμεση λογική αναζήτησης μπορεί τότε να είναι: $\text{calc}x_{\text{new}}, \text{calc}J_{\text{new}}$ If $J > J_{\text{old}}$ ή If $J = \text{"Fail"}$, τότε επιστρέψτε στο x_0 και χρησιμοποιήστε εναλλακτική λογική αναζήτησης.

Η χρήση ήπιων περιορισμών μπορούν να επιτρέψουν μία αναζήτηση πολλαπλών DV για να πάει γύρω από το «βουνό» περιορισμού στην OF «επιφάνεια» για να ψάξει ένα μη περιορισμένο ελάχιστο. Οι ισχυροί περιορισμοί μπορούν να τελειώσουν την αναζήτηση σε ένα όριο περιορισμού. Η λέξη «μπορεί» δεν σημαίνει «πάντα»-σημαίνει κάτω από ορισμένες συνθήκες.

19.4. Ισχυροί περιορισμοί μπορούν να μπλοκάρουν την πρόοδο

Ένας ισχυρός περιορισμός σημαίνει ότι δεν μπορείς να χρησιμοποιήσεις αυτή την επίλυση δοκιμής. Εάν ένας βελτιστοποιητής θέλει να πάει προς τα κάτω, αλλά λέγεται, «Δεν μπορείς να πας εκεί», ίσως παίρνει ένα μικρότερο βήμα στην προς τα κάτω κατεύθυνση. Όταν ένας περιορισμός ανισότητας είναι ενεργός, οι ισχυροί περιορισμοί επιβάλλουν την επίλυση να είναι σε έναν περιορισμό. Το Σχήμα 19.9 είναι μία διδιάστατη απεικόνιση στις ισοϋψείς καμπύλες και τους περιορισμούς δηλαδή τις DVs.



Σχήμα 19.9 Ισχυροί περιορισμοί μπορούν να μπλοκάρουν έναν βελτιστοποιητή. Ξεκινήστε κάπου στα πάνω δεξιά και ακολουθήστε την απότομη κατάβαση. Όταν η διαδρομή συναντήσει τον περιορισμό, η απότομη κατάβαση θα θέλει να διασχίσει πάνω από τον περιορισμό και όλες οι κινήσεις θα είναι «ΑΠΟΤΥΧΙΑ», αφήνοντας την επίλυση δοκιμής κάπου στον περιορισμό, αλλά όχι στο αληθινό ελάχιστο. Κοντά ή πάνω στον περιορισμό, οι άμεσες αναζητήσεις θα έχουν μία χαμηλή πιθανότητα για να βρουν τη στενή περιοχή των καλύτερων επιλύσεων δοκιμής. Επιλογές/Επιλύσεις

1. Τρέξτε πολλές δοκιμές από ανεξάρτητες αρχικοποιήσεις και πάρτε την πιο καλή των N.
2. Αλλάξτε σε μία εναλλακτική προσέγγιση αναζήτησης. Αυτή η λογική γίνεται περίπλοκη για επίλυση των περιορισμένων επιλύσεων ή όταν πολλαπλοί περιορισμοί συναντώνται: πώς να αναγνωρίσεις ότι η λογική χρειάζεται να αλλάξει σε N-1 ή πίσω στο N ή στο N-2 και πώς να καθοριστεί ποια από τις N-1 DVs να επιλεγεί.
3. Μετατρέψτε τους ισχυρούς περιορισμούς σε ήπιους. Αλλά αυτό επιτρέπει κάποια παραβίαση του περιορισμού.
4. Μετατρέψτε τους ισχυρούς περιορισμούς σε ήπιους και προοδευτικά αυξήστε τον πολλαπλασιαστή τύπου Lagrange καθώς ο βελτιστοποιητής προσεγγίζει το τελικό στάδιο.
5. Χρησιμοποιήστε μόνον απόλυτα αναγκαίους περιορισμούς. Αυτό ελευθερώνει τον βελτιστοποιητή να επιλέξει μεγάλες DV σχέσεις. Αφήστε τον βελτιστοποιητή να τρέχει απεριόριστα για να βρει την επίλυση, και μετά ελέγξτε να δείτε εάν έγιναν παραβιάσεις. Εάν δεν έγιναν, είναι εντάξει. Εάν έγιναν, τότε προσθέστε αυτή την παραβίαση ως περιορισμό. Στην μοντελοποίηση διύλισης, η σύνθεση του δοχείου πρέπει προοδευτικά να υψώνεται σε κάθε διαδοχικό δοχείο. Κάποιος θα έλεγε ότι οι περιορισμοί είναι $x_1 > x_2 > x_3 > \dots$, αλλά χωρίς αυτή τη συγκεκριμενοποίηση περιορισμών, η ελαχιστοποίηση της απόκλισης στο υλικό και την ενέργεια ισορροπεί σε κάθε δοχείο, οδηγεί σε μία εφικτή επίλυση χωρίς να τίθενται ισχυροί περιορισμοί.
6. Χρησιμοποιήστε τον τύπο GRG προσέγγισης (Κεφάλαιο 10) που μετατρέπει τους περιορισμούς ανισότητας σε ισότητες με μεταβλητές χαλάρωσης και πλεονάσματος, και μετά τοπικά γραμμικοποιήστε τους περιορισμούς. Η τοπική γραμμικοποίηση επιτρέπει λίγο παραβίαση περιορισμού αλλά πιθανόν ασήμαντα σχετικό στην αβεβαιότητα στις σχέσεις και στις τιμές συντελεστή.
7. Κρατήστε τους μη γραμμικά περιορισμούς και όπως φαίνεται στο Σχήμα 19.3, χρησιμοποιήστε μεταβλητές χαλάρωσης ή πλεονάσματος για να τους μετατρέψετε σε περιορισμούς ισότητας. Μετά χρησιμοποιήστε τις μεταβλητές χαλάρωσης ή πλεονάσματος ως τις DVs και επιλέξτε ποιες από τις αρχικές DVs επιλύονται για τη χρήση των περιορισμών. Αυτό διατηρεί τις μη γραμμικές λειτουργικότητες, αλλά όλες οι αντιστροφές των μη γραμμικών εξισώσεων δεν θα οδηγήσουν σε μοναδικές ή χωρίς περιορισμούς επιλύσεις. Χρειάζεται να κάνετε επιλογές.

19.5. Συμβουλές

Εάν ένας περιορισμός δεν είναι αναγκαίος να γίνει συγκεκριμένος, μην τον κάνετε. Για παράδειγμα, (i) η σύνθεση θα πρέπει να υψώνεται σε κάθε δοχείο μίας στήλης διύλισης, έτσι μπορεί να είναι χρήσιμο να χρησιμοποιήσετε $x(i) < x(i-1)$ ως έναν περιορισμό σε έναν βελτιστοποιητή που ψάχνει να επιλύσει για ένα προφίλ σύνθεσης. Αλλά αυτό θα ήταν το φυσικό αποτέλεσμα, και θέτοντας έναν ισχυρό περιορισμό κάνει δύσκολο για τον βελτιστοποιητή να βρει την επίλυση. (ii) Η τοποθέτηση των λαμπών στο χώρο πάρκινγκ για να φωτίζουν καλύτερα τον χώρο πρέπει να είναι εντός των ορίων της ιδιοκτησίας του χώρου. Η βελτιστοποίηση για να βρεθούν οι θέσεις φωτισμού που πιο καλά φωτίζουν τον χώρο θα ολοκληρωθεί με όλα τα φώτα εντός της ιδιοκτησίας, επειδή, εάν η επίλυση δοκιμής είναι έξω από τα όρια, το φως

δεν θα είναι αποτελεσματικό στον χώρο. Αλλά θέτοντας τον περιορισμό στην τοποθεσία, η DV περιορίζει, ανατρέπει και περιπλέκει την αναζήτηση.

Εάν δεν είσαι σίγουρος εάν ένας περιορισμός χρειάζεται να γίνει συγκεκριμένος, μην το κάνετε. Τρέξτε τον βελτιστοποιητή. Εάν ο περιορισμός δεν παραβιάζεται στην επίλυση, τότε δεν ήταν αναγκαίο να γίνει συγκεκριμένος. Εναλλακτικά, δηλώστε αυτόν ως έναν ήπιο περιορισμό, μία OF ποινή για παραβίαση. Αυτό ελευθερώνει τις DV TS τιμές από τον περιορισμό.

Οι ενεργοί περιορισμοί μπλοκάρουν αυτό που μπορεί να εφαρμοστεί στον πραγματικό κόσμο. Εάν έχετε αναγνωρίσει τι είναι ο περιορισμός, πάρτε μία εναλλακτική διαδρομή προς την επίλυση από την βελτιστοποίηση από την αρχική παράσταση. Δείτε τι μπορεί να γίνει στον αληθινό κόσμο για να εξαλειφθεί ο περιορισμός. Μεταφέρετε έξω από την βελτιστοποίηση την τεχνολογική άποψη για το πώς να συμπεριλάβετε τον περιορισμό στην άσκηση και μετακινηθείτε στην επιχειρηματική άποψη για το πώς μπορεί ο περιορισμός να εξαλειφθεί από την κατάσταση ή να μειωθεί. Μην ψάχνετε μηχανισμούς να αφαιρέσετε όλους τους περιορισμούς. Απλά σκεφτείτε τους ενεργούς που μπλοκάρουν την βελτιστοποίηση.

19.6. Περιορισμός-Ισοδύναμα χαρακτηριστικά

Ένα πρόβλημα που δημιουργούν οι περιορισμοί για τους βελτιστοποιητές είναι η κλίση ή το επίπεδο ασυνέχειας στην OF. Ένα άλλο είναι η απόφαση ποια νέα κατεύθυνση ο βελτιστοποιητής να πάρει όταν συναντάει έναν περιορισμό και του λένε «Όχι, δεν μπορείς να πας εκεί».

Οι υποθέσεις είτε στις OF είτε στα μοντέλα μπορούν να δημιουργήσουν απότομες κορυφές ή κοιλάδες ή ασυνέχειες που παρόμοια ανατρέπουν τον βελτιστοποιητή. Εδώ δίνουμε δύο παραδείγματα υποθέσεων: EAN-TOTE (IF-THEN) παραστάσεις. Σε μία εφαρμογή δυναμικής υγρού, μπορεί να υπάρχει μία μετάβαση ανάμεσα σε επίπεδη και ταραγμένη ροή. Το μοντέλο μπορεί να έχει μία παράσταση if $Re < 2100$, τότε χρησιμοποίησε το επίπεδο μοντέλο για διαφορική πίεση. Διαφορετικά χρησιμοποίησε το μοντέλο διαταραχής. Σε μία δεξαμενή διαχωρισμού, η απαιτούμενη διάμετρος θα μπορούσε να καθοριστεί από πολλούς παράγοντες με αποτέλεσμα η διάμετρος να είναι η πιο μεγάλη από την καθεμία υπόθεση.

Οι υποθέσεις μπορεί να είναι πολλών ειδών, σύνδεσμος ή αποσύνδεσμος, απλός ή σύνθετος. Αυτές δημιουργούν ισοδύναμες ασυνέχειες στην OF.

20. Πολλαπλά Βέλτιστα

20.1. Εισαγωγή

Ένα από τα διάφορα χαρακτηριστικά των εφαρμογών βελτιστοποίησης που μπορεί να οδηγήσει σε παραπλάνηση βελτιστοποιητή είναι η ύπαρξη πολλαπλών βέλτιστων, πολλαπλών τοπικών ελάχιστων. Εάν η επίλυση δοκιμής ενός βελτιστοποιητή είναι στην εγγύτητα του τοπικού βέλτιστου, τότε θα αναζητήσει τον κάτω μέρος αυτής της τοπικής οπής και δεν θα σκαρφαλώσει για να δει την πιο βαθιά οπή δίπλα. Η ιδέα απεικονίζεται στο Σχήμα 20.1.

Κάθε σχήμα απεικονίζει τρία τοπικά ελάχιστα. Το Σχήμα 20.1a θα μπορούσε να απεικονίζει τα κόστη μεταφοράς για μία εταιρία μεταφορών καθώς αλλάζει με το μέγεθος της επιχείρησης. Με υπηρεσία μικρού μεγέθους, αγοράζεις μικρό φορτηγό. Όσο περισσότερο μεταφέρεις, τόσο λιγότερο κοστίζει η μεταφορά/το φορτηγό. Ωστόσο, όταν η ένταση μεταφοράς υπερβαίνει τη χωρητικότητα του μικρού φορτηγού, χρειάζεται είτε να το αλλάξεις με ένα μεγαλύτερο φορτηγό ή να αγοράσεις ένα δεύτερο μικρό. Αυτό το επιπλέον κεφάλαιο αυξάνει το κόστος της πρώτης αύξησης για την χωρητικότητα του μικρού φορτηγού, αλλά σου επιτρέπει να κινηθείς προς υψηλότερες εντάσεις. Η OF έχει τοπικά βέλτιστα με ασυνέχειες.

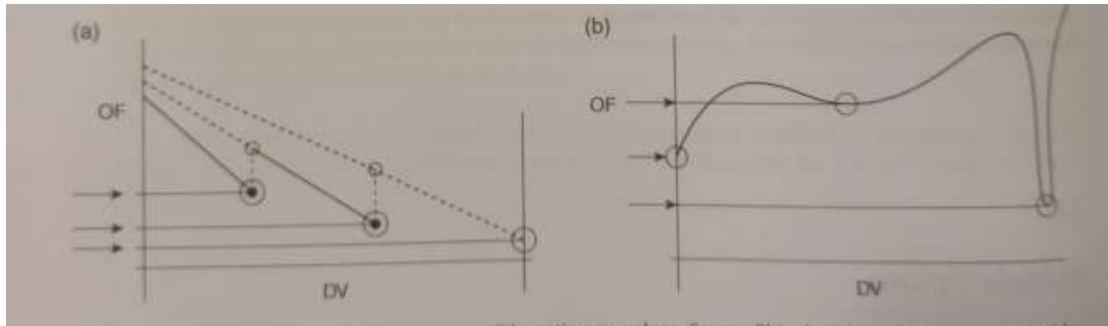
Αντίθετα, το Σχήμα 20.1b δείχνει μία OF ως συνεχή συνάρτηση με πολλαπλά βέλτιστα. Επίσης έχει τρία βέλτιστα, ένα στο εφικτό DV αριστερό όριο.

Σε κάθε περίπτωση, ένα βέλτιστο είναι ξεκάθαρα το καθολικό πιο καλό. Αυτό ονομάζεται παγκόσμιο βέλτιστο. Τα άλλα είναι τοπικά βέλτιστα.

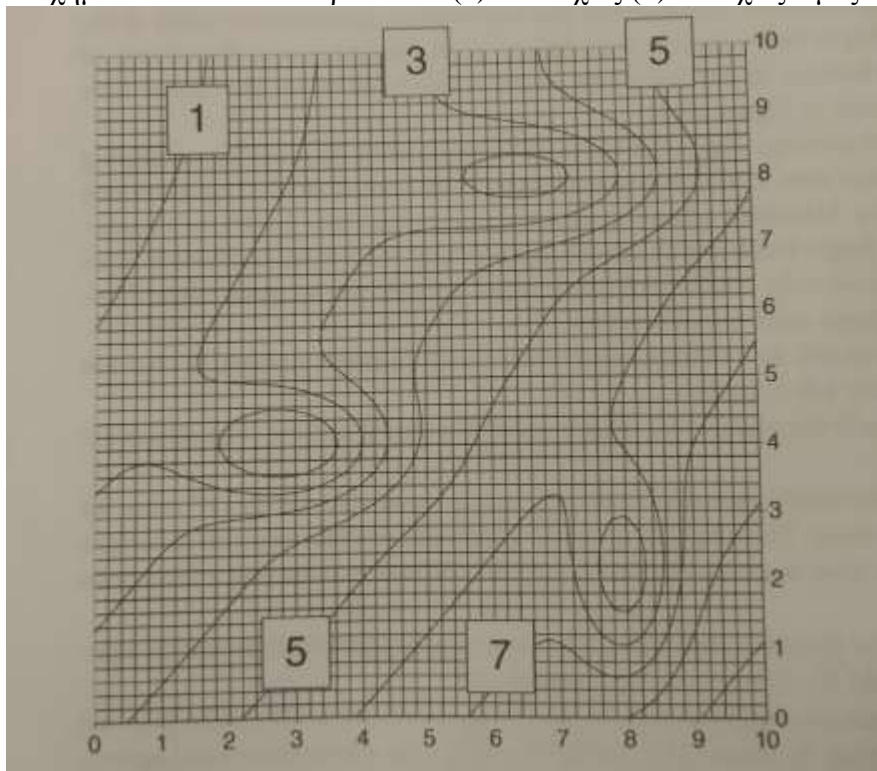
Επίσης, σε κάθε περίπτωση η OF είναι νομοτελειακή, όχι στοχαστική. Υπάρχει μία επαναλαμβανόμενη, ξεχωριστή OF τιμή για επαναλαμβανόμενες δοκιμές με ίδιες DV τιμές. Αυτό το κεφάλαιο παρέχει καθοδήγηση για νομοτελειακές συναρτήσεις με πολλαπλά βέλτιστα. Εάν είναι στοχαστική, τότε οι τεχνικές αυτού του κεφαλαίου θα οδηγήσουν σε επιλογή του τυχαίου πιο καλού, όχι του αντιπροσωπευτικού πιο καλού. Θέλουμε ο βελτιστοποιητής μας να βρει το παγκόσμιο συνολικά πιο καλό.

Η ιδέα οδηγεί σε εφαρμογές υψηλότερης διάστασης. Σε μία δισδιάστατη εφαρμογή η OF μπορεί να φαίνεται στο γράφημα ως μία ισοϋψής καμπύλη που κοιτάει τον DV χάρτη. Στο Σχήμα 20.2, ο δισδιάστατος χάρτης ισοϋψών καμπύλων δείχνει τρία τοπικά βέλτιστα στο 0, +1 και +4 τιμές, με κάποιες από τις τιμές των ισοϋψών καμπύλων να ονομάζονται. Ξεκινώντας στο ανώτερο δεξιό μέρος, μία προς τα κάτω αναζήτηση θα ολοκληρωθεί στο τοπικό βέλτιστο κοντά (7,8) με μία τιμή περίπου 1. Ξεκινώντας σε ένα χαμηλότερο δεξιό μέρος, θα ολοκληρωθεί στο τοπικό βέλτιστο κοντά (8,2) με μία τιμή περίπου 4. Ωστόσο, το παγκόσμιο βέλτιστο είναι στο (3,4) με μία τιμή περίπου 0.

Για να αποσαφηνίσουμε το φαινόμενο, σκεφτείτε την αναζήτηση της πιο καλής τοποθεσίας για να ζήσετε στην κεντρο-νοτιοδυτική Αμερική. Εάν η πιο καλή τοποθεσία σημαίνει εντός ενός μεγάλου πληθυσμού και ξεκινάς κοντά στην Tulsa, Oklahoma, η κατεύθυνση της πιο καλής βελτίωσης σε πάει στην Tulsa (600,000 άνθρωποι). Ωστόσο, κοντά στην Oklahoma, η πιο καλή κατεύθυνση σε οδηγεί στο OKC (800,000 άνθρωποι). Σε καθένα από αυτά, μετακινούμενος μακριά από το κέντρο της πόλης σε μετακινεί προς την εξοχή, χαμηλής πυκνότητας πληθυσμός, προς μία «χειρότερη» τοπική OF τιμή (εάν ο μεγάλος πληθυσμός είναι «πιο καλός»). Εάν ο μεγάλος πληθυσμός είναι «πιο καλός», τότε το Dallas, Texas κερδίζει και η Tulsa, OKC, Kansas,, είναι όλα τοπικά βέλτιστα. Φυσικά, το πραγματικά «πιο καλό» συμπεριλαμβάνει άλλες σκέψεις.



Σχήμα 20.1 Πολλαπλά βέλτιστα (a) ασυνεχείς (b) συνεχείς τιμές.



Σχήμα 20.2 Ισοΰψής καμπύλη πολλαπλών βέλτιστων με 2 DVs.

Η πρόκληση είναι να βρεθεί το παγκόσμιο ελάχιστο με ελάχιστη προσπάθεια και υψηλή πιθανότητα. Το κεφάλαιο θα αποκαλύψει διάφορες μεθόδους:

- Πολλαπλές ενάρξεις από τυχαίες αρχικοποιήσεις, πάρτε το πιο καλό από τα N αποτελέσματα.
- Πολλαπλές ενάρξεις από άμεσες αρχικοποιήσεις που θα φαίνονται να μην βρίσκουν τα ήδη ανακαλυφθέντα βέλτιστα.
- Εξερεύνηση αρχικής επιφάνειας, μετά βελτιστοποίηση από την πιο καλή από τις πλευρές που ελέγχθηκαν.
- Θολή σύγκλιση για να σκανάρει την εγγύτητα του παγκόσμιου, μετά μία τελική αναζήτηση για το πιο καλό.
- Προσαρμόστε τον βελτιστοποιητή για πρώτη φάση εξερεύνησης, μετά κάντε το να αλλάξει σε μία σύγκλιση τελικού σταδίου.

20.2. Επίλυση: πολλαπλές ενάρξεις

Μία επίλυση για την αύξηση της πιθανότητας εύρεσης του παγκόσμιου είναι να έχεις πολλαπλά τρεξίματα βελτιστοποίησης από τυχαίες αρχικές τιμές και να χρησιμοποιείς αρκετά τρεξίματα έτσι ώστε να υπάρχει επαρκής εμπιστοσύνη ότι τουλάχιστον ένα

από αυτά θα βρει το παγκόσμιο. Ο αριθμός N μπορεί να προέλθει από ανάλυση πιθανότητας.

Εδώ υπάρχει μία αναστροφή, αλλά η οικεία άσκηση ανάλυσης μπορεί να βοηθήσει τον αναγνώστη με τις έννοιες της πιθανότητας. Εάν θέλεις να ρίξεις το κέρμα και να πετύχεις κορώνα (H) είναι αρκετό να ρίξεις μία φορά; Η πιθανότητα ενός H είναι 0.5. Σε N αριθμό τυχαίων ρίψεων (ανεξάρτητες δοκιμές), η πιθανότητα να πάρεις τουλάχιστον ένα H είναι p (τουλάχιστον $1H/N$ δοκιμές) $= 1 - 0.5^N$. Εάν θέλεις να είσαι 99.9% σίγουρος ότι θα πάρεις τουλάχιστον ένα H από ανεξάρτητες ρίψεις, τότε επιθυμείς εκείνο το p (τουλάχιστον $1H/N$ δοκιμές) $= 0.999 = 1 - 0.5^N$, το οποίο μπορεί να λυθεί για $N=10$ δοκιμές. Θα χρησιμοποιήσουμε μία παρόμοια ανάλυση για να καθορίσουμε τον αριθμό των τυχαίων τρεξιμάτων αρχικοποιημένου βελτιστοποιητή που χρειάζονται για να υπάρχει η εμπιστοσύνη εύρεσης των παγκόσμιων βέλτιστων.

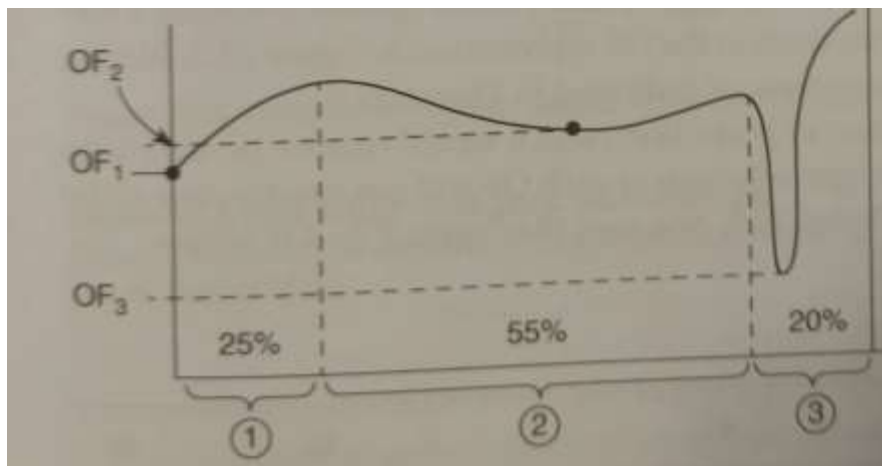
Πρώτα, χρειαζόμαστε να αναλύσουμε την πιθανότητα εντοπισμού των παγκόσμιων βέλτιστων. Το Σχήμα 20.3 απεικονίζει τι θα κάνει η αναζήτηση απότομης κατάβασης στη μονοδιάστατη εφαρμογή. Ξεκινώντας με μία επίλυση δοκιμής οπουδήποτε στην Περιοχή (1) οδηγεί προς τα κάτω στο OF_1 βέλτιστο. Ξεκινώντας στην Περιοχή (2), βρίσκει το OF_2 και στην Περιοχή (3) θα ολοκληρώσει στο OF_3 .

Εάν η Περιοχή (1) έχει 25% του DV εύρους, και η Περιοχή (2) 55% και η Περιοχή (3) 20%, και εάν το σημείο εκκίνησης ($x_{10}, x_{20}, x_{30}, \dots$) ήταν τυχαία επιλεγμένο από το επιτρεπτό DV εύρος, τότε υπάρχει μία 25% πιθανότητα εύρεσης της OF_1 , 55% της OF_2 , 20% της OF_3 .

$p_1 =$ πιθανότητα εύρεσης της OF_1 (= 25%)

$p_2 =$ πιθανότητα εύρεσης της OF_2 (= 55%)

$p_3 =$ πιθανότητα εύρεσης της OF_3 (= 20%)
(20.1)



Σχήμα 20.3 Μία μονομεταβλητή συνάρτηση με τρία ελάχιστα και περιοχή έλξης χαρακτηρισμένη.

Το ερώτημα είναι «Ποια είναι η πιθανότητα να βρεθεί η OF_3 (το παγκόσμιο) σε N τυχαίες ενάρξεις;» Υπάρχουν δύο τρόποι για να το υπολογίσεις: Ο πολύ περίπλοκος τρόπος να αθροίσεις την πιθανότητα να το βρεις στην καθεμία ή δύο ή τρεις ή N δοκιμές:

p (εύρεση της OF_3 σε τουλάχιστον 1 από N) $= p(OF_3$ σε 1 αλλά όχι 2, 3, 4, ..., N) + $p(2$ αλλά όχι 1, 3, 4, ..., N) + $p(1$ και 2 αλλά όχι 3, 4, ..., N) + $p(1$ και 3 αλλά όχι 2, 4, ..., N) + ... + $p(1$ και 2 και 3 αλλά όχι 4, ..., N) +

(20.2)

Εναλλακτικά, ο πιο απλός τρόπος είναι να σκεφτείς το συμπληρωματικό, ΔEN , γεγονός: p (δεν βρήκε OF_3 σε κάθε από N)

$$p(\text{OF}_3 \text{ σε τουλάχιστον } 1 \text{ από } N) = 1 - p(\text{δεν σε κανένα από } N) \quad (20.3)$$

Επεκτείνοντας το ΔΕΝ σε όλα

$$p(\text{δεν σε κανένα από } N) = p(\text{δεν στο } 1^\circ, \text{ και δεν στο } 2^\circ, \text{ και, } \dots, \text{ και δεν στο } N\text{th}) \quad (20.4)$$

Χρησιμοποιώντας τον σύνδεσμο ΚΑΙ για να δείξουμε τον πολλαπλασιασμό των πιθανοτήτων και μετατρέποντας το κάθε ΔΕΝ σε IS:

$$p(\text{OF}_3 \text{ σε τουλάχιστον } 1 \text{ από } N) = 1 - \{ [1 - p(\text{εύρεση της OF}_3, \text{ στο } 1^\circ)] [1 - p(\text{εύρεση στο } 2^\circ)] \dots [1 - p(\text{εύρεση στο } N\text{th})] \} \quad (20.5)$$

Εφόσον η p (εύρεση της OF) είναι τυχαία και ανεξάρτητη από τον αριθμό της δοκιμής, τότε

$$p(\text{εύρεση της OF}_3, \text{ στο } i\text{th}) = p(\text{εύρεση της OF}_3, \text{ στο } j\text{th}) \quad (20.6)$$

Τότε

$$p(\text{OF}_3 \text{ σε τουλάχιστον } 1 \text{ από } N) = 1 - [1 - p(\text{OF}_3 \text{ σε κάθε δοκιμή})]^N \quad (20.7)$$

Για παράδειγμα, με το 20% της πιθανότητας εύρεσης του καθολικού σε οποιαδήποτε δοκιμή με μία τυχαία επίλυση δοκιμής αρχικοποίησης, $p(\text{OF}_3 \text{ σε οποιαδήποτε τυχαία δοκιμή}) = 0.20$, τότε $p(\text{OF}_3 \text{ σε τουλάχιστον } 1 \text{ από } N)$, στον Πίνακα 23.1.

Εάν δεν γνωρίζεις που βρίσκεται το βέλτιστο, αλλά η πιθανότητα εύρεσης αυτού σε οποιαδήποτε δοκιμή είναι 20%, τότε με 20 τυχαίες ενάρξεις η πιθανότητα εύρεσης αυτού είναι 99.9%. Αυτή η πιθανότητα είναι αποδεκτή; Μπορεί να μπορεί όχι. Εάν σκέφτεσαι την προσωπική ασφάλεια, θα ήθελες μεγαλύτερη σιγουριά. Εάν θέλεις 99.999% να είσαι σίγουρος ότι ο βελτιστοποιητής βρίσκει την καθολική επίλυση όταν υπάρχει 20% εύρεσης αυτής σε οποιαδήποτε δοκιμή, τότε N=52 δοκιμές.

Οι βελτιστοποιητές δεν σταματούν ακριβώς στο τοπικό ή καθολικό βέλτιστο. Σταματούν στην εγγύτητα αυτού όταν τα κριτήρια σύγκλισης δείχνουν ότι είναι κοντά για να δηλώσουν σύγκλιση. Σκεφτείτε ένα ιστόγραμμα OF τιμών από χίλιες, 1.000, τυχαίες ενάρξεις στην OF που παρουσιάζεται στο Σχήμα 20.3. Ιδανικά, θα παρουσιαστεί ως τρεις μπάρες που αντιπροσωπεύουν τα τρία βέλτιστα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 20.4.

Ωστόσο, επειδή τα κριτήρια παύσης σταματούν την τελειότητα, ο βελτιστοποιητής που συγκλίνει επιλύσεις σε κάθε OF δεν θα σταματήσει ακριβώς στο ίδιο μέρος. Στο ιστόγραμμα στο Σχήμα 20.5 φαίνεται η «διασπορά» των OF τιμών.

Πίνακας 20.1 Πιθανότητα τουλάχιστον μία επιτυχίας σε N δοκιμές.

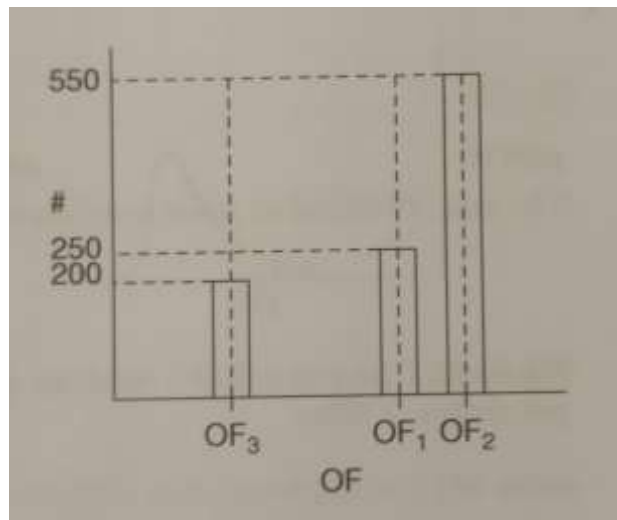
N	1	2	3	4	5	10	20
$p(\text{OF}_3 \text{ in } N)$	0.20	0.36	0.49	0.59	0.67	0.89	0.99

Παρόλο που ονομαστικά υπάρχουν τρία βέλτιστα, μπορεί να υπάρχουν πολλές OF* επιλύσεις που έφτασαν σε σύγκλιση.

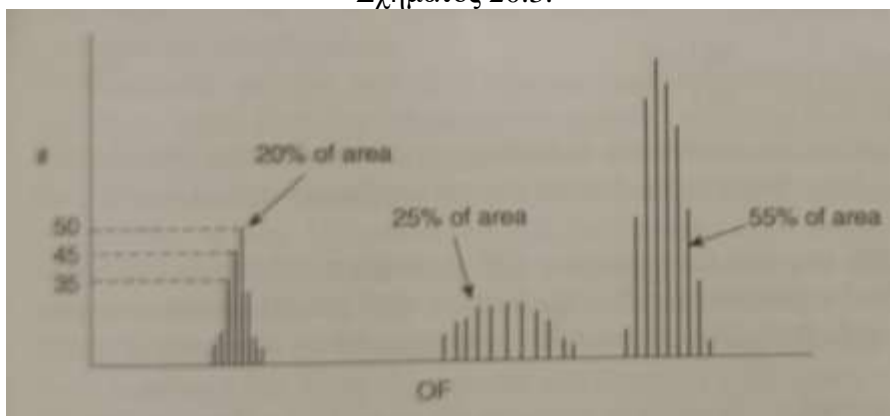
Σε κάθε ομαδοποίηση των τριών ονομαστικών επιλύσεων, η πιο απομακρυσμένη αριστερά επίλυση είναι πιο κοντά στο πραγματικό τοπικό βέλτιστο, και οι τοπικές υψηλότερες τιμές OF αντιπροσωπεύουν επιλύσεις που συγκλίνουν στην εγγύτητά του.

Το ιστόγραμμα των OF* αποτελεσμάτων εξαρτάται από διάφορα πράγματα-την αντικειμενική συνάρτηση, τον βελτιστοποιητή, το κριτήριο σύγκλισης, και το όριο για σύγκλιση. Η αντικειμενική συνάρτηση καθορίζει τον αριθμό και την τοποθεσία των τοπικών βέλτιστων. Οι κανόνες αλγόριθμους βελτιστοποιητή μπορεί να του δίνουν μία υψηλότερη πιθανότητα να κάνει άλμα πάνω από ένα βέλτιστο ελάχιστο. Για παράδειγμα, με ένα πολύ μεγάλο μέγεθος βήματος, η ευρετική άμεση αναζήτηση θα κάνει άλμα αρχικά σε και προς τα μπροστά, αυξάνοντας την πιθανότητά του να βρει το καθολικό. Εάν το κριτήριο σύγκλισης είναι στις αυξητικές αλλαγές στην OF τιμή, τότε το πλάτος κάθε κορυφής στο pdf(OF) γράφημα θα είναι ίδιο. Αλλά εάν το κριτήριο σύγκλισης είναι στις αλλαγές της DV τιμής, τότε το πλάτος της απότομης OF₃ κορυφής θα είναι πλατύ. Τέλος, ένα το όριο σύγκλισης είναι μικρότερο, το πλάτος κάθε κορυφής θα είναι μικρότερο. Ο χαρακτήρας του ιστογράμματος εξαρτάται από πολλές έννοιες, συμπεριλαμβανομένου του τύπου βελτιστοποιητή και των επιλογών αρχικοποίησής του.

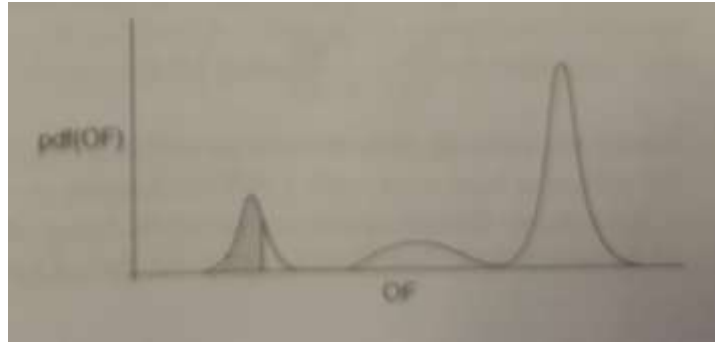
Ομαλοποιώντας το ιστόγραμμα και απαλύνοντας την καμπύλη δείχνει την πιθανότητα συνάρτησης πυκνότητας της τιμής αντικειμενικής συνάρτησης, pdf(OF), όπως στο Σχήμα 20.6.



Σχήμα 20.4 Ιστόγραμμα των βέλτιστων με τυχαίες αρχικοποιήσεις στην OF του Σχήματος 20.3.

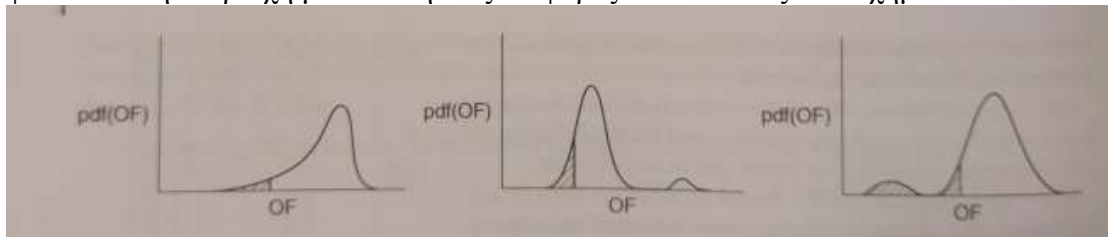


Σχήμα 20.5 Λεπτομέρειες ιστογράμματος.



Σχήμα 20.6 Οι pdf(OF*) επιλύσεις που συσχετίζονται με το Σχήμα 20.3.

Δεν γνωρίζουμε πως είναι το pdf(OF) γράφημα μέχρι να πάρουμε την επίλυση σε πολλές δοκιμές με τυχαίες αρχικοποιήσεις. Ωστόσο, γνωρίζουμε ότι οτιδήποτε σχήμα έχει η pdf(OF), υπάρχει μία πιο καλή 10% όλων των πιθανών OF τιμών, όπως φαίνεται στην περιοχή με σκίαση στις διάφορες απεικονίσεις στο Σχήμα 23.7.



Σχήμα 20.7 Διάφορες pdf(OF) συναρτήσεις με την πιο καλή 10% περιοχή με σκίαση.

20.2.1. Μέθοδος a priori (εκ των προτέρων)

Από την ανάλυση πιθανότητας:

$$p \left(\begin{array}{l} \text{έυρεσης επίλυσης που είναι μία από τις πιο καλές 10\%} \\ \text{όλες οι πιθανές επιλύσεις σε τουλάχιστον 1 από τις } N \text{ τυχαίες ενάρξεις} \end{array} \right) = 1 - [1 - 0.1]^N$$

(20.8)

Εάν θέλεις p (το πιο καλό f μέρος κόστους) σε τουλάχιστον 1 από τις N δοκιμές να έχει συγκεκριμένη τιμή, ας πούμε, 99%, μπορείς να υπολογίσεις το N . Η σχέση είναι

$$p_{\text{success}} = 1 - [1 - \text{Πιο καλό μέρος κόστους}]^N$$

(20.9)

το οποίο, όταν λύνεται για N

$$N = \frac{\ln(1 - \text{επιθυμητή } p_{\text{success}})}{\ln(1 - \text{επιθυμητό πιο καλό κλάσμα})} = \frac{\ln(1 - c)}{\ln(1 - f)} \quad (20.10)$$

Εδώ $c = p_{\text{success}}$ είναι η επιθυμητή πιθανότητα, η σιγουριά, εύρεσης μίας από τις επιλύσεις από το πιο καλό μέρος κόστους όλων των πιθανών αποτελεσμάτων, f . Επιλέγεις τιμές για την επιθυμητή σιγουριά, c , και το επιθυμητό πιο καλό μέρος κόστους f .

Για παράδειγμα, εάν θέλεις να είσαι 99% σίγουρος ότι η διαδικασία θα βρει τουλάχιστον ένα αποτέλεσμα στο πιο καλό 5% όλων των πιθανών αποτελεσμάτων που θα βρει η διαδικασία, τότε $c = 0.99$ $f = 0.05$. Τότε ο αριθμός των ανεξάρτητα τυχαίων δοκιμών είναι

$$N = \frac{\ln(1 - 0.99)}{\ln(1 - 0.05)} = 89.78113496 \quad (20.11)$$

Στρογγυλοποιήστε σε έναν ακέραιο.

$$N = \text{INT} \left(\frac{\ln(1 - 0.99)}{\ln(1 - 0.05)} + 0.5 \right) = 90 \quad (20.12)$$

Ενενήντα δοκιμές απαιτούνται, 90 τυχαίες αρχικοποιήσεις, για να μπορούν να βρουν ένα από το πιο καλό 5% όλων των πιθανών OF τιμών, με 99% σιγουριά.

Εάν γνωρίζεις ότι ο βελτιστοποιητής έχει 30% πιθανότητα να βρει το καθολικό και θέλεις να είσαι 99.9% σίγουρος ότι θα βρεθεί, τότε ο ελάχιστος αριθμός δοκιμών βελτιστοποιητή από τυχαίες τοποθεσίες είναι

$$N = INT \left(\frac{\ln(1-0.999)}{\ln(1-0.3)} + 0.5 \right) = 20 \quad (20.13)$$

Εάν θέλεις ο βελτιστοποιητής να βρει ένα καλύτερο 15 όλων των πιθανών επιλύσεων και θέλεις να είσαι 99.9% σίγουρος ότι θα βρεθεί, τότε

$$N = INT \left(\frac{\ln(1-0.999)}{\ln(1-0.01)} + 0.5 \right) = 688 \quad (20.14)$$

Διαφορετικές εφαρμογές πιθανότητας έχουν αποτέλεσμα στον ίδιο τύπο ανάλυσης και συνεπώς την ίδια σχέση για N. Αυτές περιλαμβάνουν τον πιο αδύναμο σύνδεσμο σε μία αλυσίδα και ένα σύστημα αξιοπιστίας.

Ερμηνεία αυτής της εξίσωσης: Σκεφτείτε M σύνολα δοκιμών. Σε κάθε σύνολο, τυχαία αρχικοποιήστε και βελτιστοποιήστε N φορές χρησιμοποιώντας $N = \ln(1-c)/\ln(1-f)$.

Trial	
1	N random independent initializations and save best of N
2	N random independent initializations and save best of N
3	...save best of N
4	...save best of N
M	...

Αυτό το πείραμα θα σημαίνει N x M αριθμό αναζητήσεων βελτιστοποίησης. Για το c = 0.99, f = 0.05 επιλογές και N = 90. Εάν M = 10,000, έχουμε 900,000 λειτουργίες βελτιστοποιητή. Η προσδοκία είναι ότι στο 99% των M συνόλων δοκιμής ο καλύτερος από τους N βελτιστοποιητές θα βρει μία από τις πιο καλές 5% OF τιμές.

Για να ελέγξετε κρίσιμα την πιο καλή από τις N σχέσεις, χρειάζεσαι έναν μεγάλο αριθμό για M. Εάν M = 1, ένα σύνολο των N = 90 δοκιμές βελτιστοποιητή, τότε αυτό το σύνολο μπορεί να μην περιέχει μία από την πιο καλή του 5%. Τότε p = 1.00. όταν προσδοκός 0.99. Εάν M = 2, το πιθανό αποτέλεσμα είναι p = {0.00, 0.50, 1.00}. Η βασική διωνυμική πιθανότητα μπορεί να αποκαλύψει τον αριθμό των συνόλων, M, που χρειάζεται για να δούμε εάν το αποτέλεσμα είναι η προσδοκώμενη τιμή.

Είναι η ίδια ανάλυση που χρησιμοποιείται στην ανάλυση πιθανότητας με το νόμισμα.

Ρίξτε ένα νόμισμα. Η p(H) = 0.50. Ρίξτε ένα νόμισμα τρεις φορές και μετρήστε τον αριθμό της κορώνας. Δεν θα είναι το προσδοκώμενο 3 * 0.50 = 1.5 αριθμοί κορώνας.

Εάν ρίξεις το νόμισμα 100 φορές (M=100 δοκιμές) μπορεί να έχεις 47 κορώνες, ή p(Head) = 0.47, όταν το προσδοκώμενο είναι p(H) = 0.50. Αυτό είναι αποτέλεσμα διωνυμικής κατανομής. Ομοίως, η πιο καλή από τις N επιτυχία ή αποτυχία είναι επίσης διωνυμική κατηγορίας. Για μία διωνυμική διαδικασία, η σταθερή απόκλιση της μέτρησης των επιτυχιών είναι $\sigma_s = \sqrt{Mpq}$

όπου M είναι ο αριθμός των δοκιμών, p η πιθανότητα της επιτυχίας και q = 1-p η πιθανότητα της μη επιτυχίας.

Η πιθανότητα της επιτυχίας, p = αριθμός επιτυχιών/αριθμός δοκιμών = s/M, και η σταθερή απόκλιση για την πιθανότητα είναι $\sigma_p = \sigma_s/M = \sqrt{pq/M}$.

Με το σίγμα να υπολογίζεται έτσι, το προσδοκώμενο 2-σίγμα εύρος για μία πειραματική πιθανότητα είναι $\pm 2\sqrt{pq/M} = \pm 2\sqrt{s(M-s)/M^3}$ όπου s είναι η μέτρηση του αριθμού των επιτυχιών στις M δοκιμές.

Εάν προσδοκάς το p να είναι 5% (0.05) και θέλεις το πειραματικό εύρος στο p να είναι σχετικά μικρό (± 0.005), τότε επιθυμείς να έχεις μία τιμή των M όπως

$$2\sqrt{\frac{0.05(1-0.05)}{M}} < 0.005 \quad (20.15)$$

Λύνοντας η τιμή των M χρειάζεται να είναι 7600.

Αυτός είναι ένας μεγάλος αριθμός προσομοιώσεων, αλλά είναι καλό να γνωρίζουμε ότι ένας μεγάλος αριθμός χρειάζεται για τον έλεγχο των αποτελεσμάτων πιθανότητας. Συνήθως απαιτεί έναν μεγάλο αριθμό δοκιμών για να δούμε τις διαφορές με στατιστική σιγουριά. 100,000 ή 1,000,000 δεν είναι συνηθισμένο.

Άσχετα με το τι προσδιορίζεις για το πιο καλό μέρος κόστους όλων των πιθανών OF τιμών, σε έναν μεγάλο αριθμό τυχαίων δοκιμών βελτιστοποίησης, πάντα υπάρχει ένας αριθμός αποτελεσμάτων που θα αποτύχουν σε αυτό το πιο καλό μέρος κόστους. Εάν υπάρχει ένα μοναδικό βέλτιστο, για παράδειγμα, οι τυχαίες δοκιμές δεν θα τελειώσουν στο ίδιο ακριβώς μέρος, θα υπάρχει κατανομή των OF τιμών και το πιο καλό μέρος κόστους σε αυτή την κατανομή. Αλλά εάν υπάρχει ένα μοναδικό βέλτιστο, τότε όλες οι επιλύσεις βρίσκονται στην εγγύτητα του καθολικού βέλτιστου, όχι απλά στο πιο καλό μέρος κόστους. Ένα πρόβλημα με τον προηγούμενο τύπο του απαιτούμενου αριθμού δοκιμών για να βρεθεί το καθολικό σε μία εφαρμογή με πολλαπλά βέλτιστα είναι ότι ο τύπος προϋποθέτει τη γνώση της πιθανότητας ότι η εγγύτητα του καθολικού θα βρεθεί σε κάθε τυχαία δοκιμή βελτιστοποιητή. Η πιθανότητα εύρεσης της εγγύτητας του καθολικού εξαρτάται από τον τύπο βελτιστοποιητή, όπως επίσης και από την επιφάνεια, και χωρίς αυτή τη γνώση τις πιο καλής από τις N εξίσωσης είναι απλά ένας λογικός υπολογισμός για τον αριθμό των δοκιμών που δίνουν τη σιγουριά ότι θα βρεθεί η εγγύτητα του καθολικού. Είναι ένας εκ των προτέρων (a priori), πριν από την απόδειξη, υπολογισμός.

20.2.2. Μέθοδος με γνώση που προέρχεται από την εμπειρία (a posteriori)

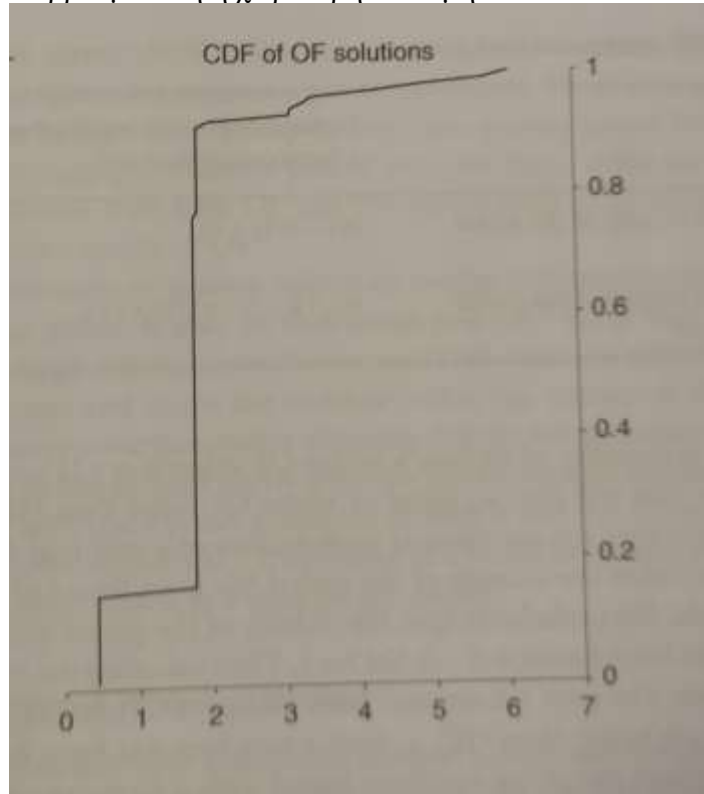
Κάποιος θα μπορούσε να παρατηρήσει την αλληλουχία των αποτελεσμάτων ανεξάρτητων δοκιμών και να σταματήσει όταν υπάρχει άφθονη σιγουριά ότι το καθολικό βέλτιστο έχει βρεθεί. Αυτό θα ήταν Μέθοδος με γνώση που προέρχεται από την εμπειρία (a posteriori), μετά την απόδειξη.

Εδώ παρουσιάζεται μία Bayesian προσέγγιση. Σκεφτείτε τον πληθυσμό των OF τιμών που θα προκύπταν από εκατομμύρια ανεξάρτητων δοκιμών. Εάν υπάρχουν πολλαπλά βέλτιστα, το CDF (OF) γράφημα μπορεί να έμοιαζε με το Σχήμα 20.8. Σε αυτό το αντιπροσωπεύει το κλάσμα των δοκιμών, την πιθανότητα εύρεσης των καθολικών βέλτιστων, και το σύνολο $(1-\alpha)$, την πιθανότητα εύρεσης των τοπικών βέλτιστων. Κάποιος δεν θα έβλεπε αυτή την CDF (OF) καμπύλη τέλεια με 100 δοκιμές, και θα έβλεπε μία περιορισμένη δείγματος παρουσίαση, αλλά αυτό υπάρχει. Αφήστε το n να αντιπροσωπεύει τον αριθμό των δοκιμών από τυχαίες συνθήκες και r τον αριθμό των δοκιμών που βρίσκουν το καθολικό.

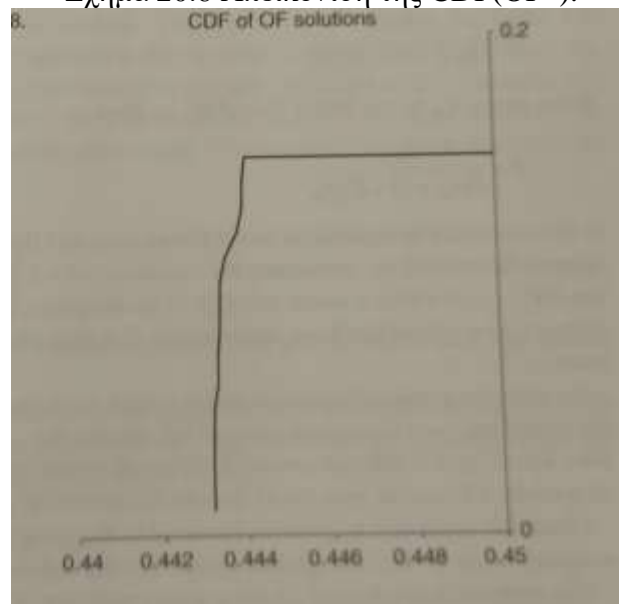
Στο Σχήμα 20.8, το πρώτο βήμα στο CDF φαίνεται να υψώνεται κάθετα, αλλά η πραγματικότητα είναι ότι όχι όλες οι OF τιμές στο καθολικό θα έχουν ακριβώς την ίδια τιμή. Το Σχήμα 20.9 αποκαλύπτει ένα κοντινό του CDF (OF) στην καθολική περιοχή, δείχνοντας ότι οι επαναλαμβανόμενες OF* καθολικές τιμές δεν είναι ίδιες.

Εάν $r = 1$, που σημαίνει ότι μόνον μία δοκιμή έχει βρει το καθολικό αλλά επίσης ότι η εγγύτητα του καθολικού έχει βρεθεί, που στην CDF (OF) καμπύλη μπορεί να είναι η OF τιμή; Υποθέτοντας ότι στο μέσο μισό των μελλοντικών καθολικών OF τιμών θα είναι πάνω από και μισό κάτω από αυτό το ένα, το οποίο σημαίνει ότι $r = 1$, ένας λογικός υπολογισμός για την OF τιμή είναι $CDF(OF) = \alpha/2$. Αυτό σημαίνει ότι η

πιθανότητα εύρεσης μίας καλύτερης OF τιμής είναι $\alpha/2$. Ομοίως, βρίσκοντας με r δοκιμές το καθολικό και υποθέτοντας ότι είναι ενιαία κατανεμημένες κατά μήκος της CDF καμπύλης, τότε η πιθανότητα εύρεσης μίας καλύτερης OF τιμής είναι $\alpha/(r+1)$. Χρησιμοποιώντας την OF^* για να αντιπροσωπεύσει την πραγματική OF τιμή και το OF^*_n να αντιπροσωπεύσει την πιο καλή των n δοκιμών, η πιθανότητα μία νέα δοκιμή να βρει μία καλύτερη OF τιμή από OF^*_n είναι $\alpha/(r+1)$. Εναλλακτικά, η πιθανότητα μία νέα δοκιμή να βρει μία ίση ή χειρότερη OF τιμή από OF^*_n είναι $1-\alpha/(r+1)$.



Σχήμα 20.8 Απεικόνιση της CDF(OF^*).



Σχήμα 20.9 Λεπτομέρεια του αρχικού μέρους του Σχήματος 23.8.

Εναλλακτικά, εάν η εγγύτητα του καθολικού δεν έχει βρεθεί (εάν $r = 0$) μετά από n δοκιμές, οι OF τιμές από n δοκιμές είναι στην $1-\alpha$ CDF περιοχή. Ξανά, υποθέτοντας

ότι είναι πιθανόν σε κάθε CDF τιμή σημαίνει ότι η πιθανότητα εύρεσης μίας καλύτερης OF τιμής είναι $\alpha + (1-\alpha)/(n+1)$. Εναλλακτικά, η πιθανότητα ότι μία νέα δοκιμή θα βρει μία ίση ή χειρότερη OF τιμή από OF_n^* είναι $1-\alpha - (1-\alpha)/(n+1)$.

Πίνακας 20.2 Πιθανές υποθετικές πιθανότητες.

	Probability of a new trial finding a better value than OF_n^*	Probability of a new trial not finding a better value than OF_n^*
If the truth is the vicinity of the global has been found	$p_{11} = \alpha/(r+1)$	$p_{12} = 1-\alpha/(r+1)$
If the truth is the vicinity of the global has not been found	$p_{21} = \alpha + (1-\alpha)/(n+1)$	$p_{22} = 1-\alpha - (1-\alpha)/(n+1)$

Ο Πίνακας 20.2 αναπαριστά τις υποθετικές πιθανότητες μίας καινούριας δομικής εύρεσης ή μη εύρεσης μίας καλύτερης OF τιμής, με δεδομένο είτε ότι η εγγύτητα του καθολικού έχει βρεθεί ή όχι.

Μετά από $n=1$ δοκιμές, η πιθανότητα ότι η εγγύτητα του καθολικού θα βρεθεί είναι α . Η άποψη ότι το καθολικό έχει βρεθεί είναι $B = \alpha$. Θέστε $r = 1$. Μετά υπολογίστε τις υποθετικές πιθανότητες τιμές με αυτές των α , n , r τιμών. Σε κάθε ακόλουθη δοκιμή συγκρίνετε OF_n^* με OF_{n-1}^* .

Εάν η καινούρια OF_n^* είναι καλύτερη από OF_{n-1}^* , τότε ένα καινούριο πιο καλό έχει βρεθεί. Ενημερώστε την OF_n^* τιμή, μετά ενημερώστε την άποψη ότι το καθολικό έχει βρεθεί με μία Bayesian προσέγγιση:

$$B = \frac{Bp_{11}}{Bp_{11} + (1-B)p_{21}} \quad (20.16)$$

Εάν η καινούρια OF_n^* δεν είναι καλύτερη από OF_{n-1}^* , τότε

$$B = \frac{Bp_{21}}{Bp_{21} + (1-B)p_{22}} \quad (20.17)$$

Εάν η νέα τιμή είναι ισοδύναμη με την προηγούμενη πιο καλή, φαίνεται ότι το καθολικό έχει επανακαλυφθεί, έτσι αυξήστε το r , $r=r+1$. Εναλλακτικά, εάν η OF_n^* δεν είναι η εγγύτητα της OF_{n-1}^* , είναι είτε μία χειρότερη επίλυση είτε μία καλύτερη. Εάν υποδηλώνει ότι έχει βρεθεί ένα νέο καθολικό, τότε επαναθέστε $r=1$.

Καθώς οι δοκιμές προοδεύουν και οι επακόλουθες OF τιμές είναι καλύτερες ή χειρότερες από την προηγούμενη OF^* , η άποψη ότι το καθολικό έχει βρεθεί θα υψωθεί ή θα πέσει. Τελικά, οι ακόλουθες δοκιμές θα προτείνουν ότι το καθολικό έχει βρεθεί, και η B θα ανέβει προς το 1. Όταν $B=0.99$ σταματήστε τις δοκιμές.

Αυτή η προσέγγιση παρέχει λογικά κριτήρια παύσης για την αλληλουχία των ανεξάρτητων δοκιμών βελτιστοποίησης για να βρεθεί το καθολικό, εκτός από το παρακάτω:

Η μέθοδος βασίζεται στον a priori (εκ των προτέρων) υπολογισμό δύο τιμών: η μία είναι το α , η πιθανότητα εύρεσης του καθολικού. Εάν ήταν γνωστό, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί στην πιο καλή από N σχέση για να θέσει τον αριθμό των δοκιμών. Η

άλλη είναι η συνθήκη που χρησιμοποιείται για να καθορίσει εάν η OF επίλυση είναι στην εγγύτητα του πιο καλού μέχρι τώρα.

Επιπλέον, αυτή η προσέγγιση βασίζεται στο εύρος αρχικοποίησης που συμπεριλαμβάνει το καθολικό, και δεν αποπροσανατολίζει πάντα την αναζήτηση στο τοπικό. Έτσι, σιγουρευτείτε ότι το εύρος αρχικοποίησης που επιλέγεται επιτρέπει την εύρεση του καθολικού.

Επίσης, κάποιες εφαρμογές έχουν ίδιες OF τιμές σε ανεξάρτητες DV τιμές. Για παράδειγμα, σκεφτείτε τον στόχο να βρείτε σημεία στο χώρο που ελαχιστοποιούν την βαρυτική έλξη. Αυτά τα σημεία μηδενικής βαρύτητας βρίσκονται ανάμεσα στα σώματα. Εάν υπάρχουν τρία σώματα, υπάρχουν πάνω από τέσσερα σημεία μηδενικής βαρύτητας ανάμεσα στα σώματα, όλα με την ίδια ελάχιστη βαρυτική έλξη της μηδενικής δύναμης. Εάν ο χρήστης θέλει να ξεχωρίσει ανάμεσα σε ισοδύναμες επιλύσεις, τότε και οι OF και DV τιμές χρειάζεται να λαμβάνονται υπόψη στον καθορισμό εάν μία επίλυση είναι στην εγγύτητα της OF*.

Επίσης, όταν είτε ισχυροί περιορισμοί είτε ρηχές κοιλάδες είτε τραχεία σύγκλιση οδηγούν σε επιλύσεις που είναι σε μία πλατιά εγγύτητα στο καθολικό, μπορεί να συμβαίνει ότι κάποια παρελθοντική OF* τιμή που μετρήθηκε στο r σύνολο, τώρα έχει εξελιχθεί να είναι μία μεγάλη απόσταση από την τωρινή OF* τιμή. Έτσι, αντί να ενημερώσετε αυξητικά το r , ξεχωρίστε παρελθοντικές επιλύσεις και μετρήστε τον αριθμό εντός της εγγύτητας του τωρινού πιο καλού.

20.2.3. Snyman και Fatti κριτήριο στην a posteriori μέθοδο

Οι Snyman και Fatti (1987) προτείνουν μία εναλλακτική a posteriori μέθοδο για να υπολογίσει την σιγουριά ότι η εγγύτητα του καθολικού έχει βρεθεί, που φαίνεται να απαιτεί λιγότερες a priori πληροφορίες από την μέθοδο προηγουμένως. Επ'ισης βασίζεται σε μία Bayesian ανάλυση. Η απόκλιση βασίζεται στην άποψη ότι η εγγύτητα του καθολικού έχει βρεθεί και βασίζεται στον n αριθμό τυχαίων δοκιμών και r είναι ο αριθμός των δοκιμών που έχουν ως αποτέλεσμα μία OF τιμή στην εγγύτητα της πιο καλής OF που βρέθηκε μέχρι τώρα. Η τιμή του r θα είναι τουλάχιστον 1. Ακόμη κι αν $n=1$, η μία επίλυση είναι η πιο καλή στο σύνολο των n . Εάν το r είναι μεγάλος αριθμός, αυτό υποδηλώνει ότι η πιο καλή OF τιμή ανακαλύφθηκε επαναλαμβανόμενα. Εάν και το n και το r είναι μεγάλα, τότε κάποιος μπορεί αν είναι σίγουρος ότι το καθολικό έχει βρεθεί.

Ο τύπος τους είναι

$$P\left(f_{\text{best in } n \text{ trials}} = f^*\right) = 1 - \frac{(n+1)!(2n-r)!}{(2n+1)!(n-r)!}$$

(20.18)

Όπου p είναι η πιθανότητα ότι η πιο καλή από τις n δοκιμές αναπαριστά το καθολικό, το οποίο είναι στην επιθυμητή εγγύτητα του καθολικού.

Παρόλο που οι παραγοντικοί είναι δύσκολο να μετρηθούν, μία τυχερή έννοια του τύπου είναι ότι υπάρχει ο ίδιος αριθμός όρων στον αριθμητή και παρονομαστή, και η τιμή μπορεί εύκολα να υπολογιστεί πολλαπλασιάζοντας τη διαδοχική αναλογία των όρων σε ένα FOR-NEXT loop.

T=1

Για i=1 Στο n

T=T* (n-r+i)/(n+1+i)

Επόμενο i

P=1-T

Για επιλεγμένες n και r τιμές, οι τιμές της πιθανότητας από τον τύπο παρουσιάζονται στον Πίνακα 20.3.

Ο Snyman προτείνει ο ισχυρισμός πως το καθολικό έχει βρεθεί και η παύση των δοκιμών να γίνεται όταν η πιθανότητα είναι μεγαλύτερη από 0.99. Αυτό θα αποδεχόταν ότι όταν 5 από τις 10 δοκιμές είναι στην εγγύτητα του πιο καλού από τα n , η εγγύτητα του καθολικού έχει βρεθεί. Κάποιος θα μπορούσε εναλλακτικά να προσδιορίσει ότι το όριο για την παύση των δοκιμών είναι $P > 0.999$.

Πίνακας 20.3 Snyman και Fatti p τιμές δηλαδή r και n .

	$n=1$	2	5	10	20	50	100
$r=1$	0.666667	0.7	0.727273	0.738095	0.743902	0.747525	0.748756
2		0.9	0.878788	0.87594	0.875235	0.875038	0.875009
3			0.954545	0.944862	0.940901	0.938794	0.938136
4			0.987013	0.977296	0.972846	0.970343	0.969539
5			0.997835	0.991486	0.987932	0.98579	0.98508
10				0.999997	0.999888	0.9997	0.999613
20					1	1	1

Αυτή η προσέγγιση βασίζεται στο εύρος της αρχικοποίησης που συμπεριλαμβάνει το καθολικό και δεν παραπλανεί πάντα στην αναζήτηση για το τοπικό. Σιγουρέψτε ότι το εύρος επιτρέπει την αναζήτηση του καθολικού.

Αυτή η προσέγγιση βασίζεται στον καθορισμό του χρήστη για το πότε δύο επιλύσεις βρίσκονται στην εγγύτητα η μία της άλλης. Εάν ο χρήστης θέσει πολύ μεγάλο εύρος για την εγγύτητα, τότε όλες οι επιλύσεις θα μετριοούνται στο r σύνολο. Εναλλακτικά, εάν το εύρος είναι πολύ μικρό, τότε μόνον μία θα μετρηθεί. Θα πρότεινα ότι για να καθορίσεις εάν μία επίλυση θα μετρηθεί στο r σύνολο (i) η τιμή εγγύτητας θα πρέπει να είναι η ίδια όπως αυτή που βασίζεται στο κριτήριο σύγκλισης. Ωστόσο, εάν υπάρχουν δύο ή περισσότερες επιλύσεις που έχουν σαν αποτέλεσμα την ίδια καθολική βέλτιστη τιμή, τότε κάθε ένα από τα διάφορα DV σύνολα θα βρίσκουν το βέλτιστο, αλλά εάν το κριτήριο για να καθορίσεις πότε οι επιλύσεις είναι στην εγγύτητα του πιο καλού N είναι το DV εύρος, τότε οι ισοδύναμες επιλύσεις δεν θα μετρηθούν. Έτσι, επίσης προτείνω ότι (ii) το κριτήριο θα πρέπει να βασίζεται στην OF εγγύτητα, όχι στην DV εγγύτητα.

Αυτή η προσέγγιση επίσης βασίζεται στο ότι υπάρχει μία λογική πιθανότητα εύρεσης του καθολικού. Εάν, για παράδειγμα, το καθολικό είναι μία πινέζα με μία πολύ μικρή περιοχή έλξης στο DV εύρος, τότε μπορεί να μην ανακαλυφθεί στις 100 δοκιμές, αλλά η εγγύτητα της πιο καλής επίλυσης στο σύνολο των $n=100$ μπορεί να είναι πολύ υψηλή και ο τύπος λανθασμένα θα δηλώσει ότι μία υψηλή πιθανότητα εύρεσης της εγγύτητας του καθολικού έχει βρεθεί. Στην πραγματικότητα, μία βάση για την Snyman-Fatti απόκλιση είναι ότι το a είναι μεγαλύτερο από την πιθανότητα εύρεσης κάθε άλλου τοπικού βέλτιστου.

Από την εμπειρία μου, οι τρεις μέθοδοι δίνουν παρόμοια αποτελέσματα. Χρησιμοποιώντας τις n και r τιμές στον Πίνακα 20.3, για να καθοριστεί η πιθανότητα εύρεσης του καθολικού, στον Πίνακα 20.4 $p=r/n$ τιμές αντίστοιχα.

Η πιθανότητα εύρεσης του καθολικού είναι f στην Εξίσωση 20.12.

Αναγνωρίστε, ωστόσο, ότι η στατιστική των μικρών αριθμών μπορούν να επιτρέψουν μία σημαντική βεβαιότητα στο υπολογισμένο p . Εφόσον $\sigma_p = \sqrt{pq/n}$, 2σ αβεβαιότητα στις πιθανότητες στην $n=5$ στήλη είναι περίπου $\pm 35\%$, το οποίο είναι πολύ αβέβαιο. Στην $n=100$ στήλη, η 2σ αβεβαιότητα στις πιθανότητες είναι περίπου ± 0.03 . Παρατηρήστε ότι $r=1$ και $n=1$, ο υπολογισμός της πιθανότητας του καθολικού είναι 100%, το οποίο δεν είναι χωρίς σημασία. Η αναλογία των r και n αναπαριστά ότι το p (καθολικό) είναι έγκυρο για μεγάλα n .

Ο Πίνακας 20.5 παρουσιάζει τη σιγουριά εύρεσης του καθολικού, χρησιμοποιώντας το αντίστροφο του πιο καλού N του τύπου για να υπολογίσει τη σιγουριά ότι το καθολικό θα βρεθεί σε n δοκιμές με την πιθανότητα εύρεσης αυτού από τον Πίνακα 20.4.

Πίνακας 20.4 Πιθανότητα αναλογίας του r έως n .

Table 23.4 Probability as a ratio of r to n .

	$n=1$	2	5	10	20	50	100
$r=1$	1	0.5	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
2		1	0.4	0.2	0.1	0.04	0.02
3			0.6	0.3	0.15	0.06	0.03
4			0.8	0.4	0.2	0.08	0.04
5			1	0.5	0.25	0.1	0.05
10				1	0.5	0.2	0.1
20					1	0.4	0.2

Πίνακας 20.5 p καθολικό χρησιμοποιώντας n και f και το πιο καλό από N τύπο.

Table 23.5 p global using n and f and best-of- N formula.

	1	2	5	10	20	50	100
1	1	0.75	0.67232	0.651322	0.641514	0.63583	0.633968
2		1	0.92224	0.892626	0.878423	0.870114	0.86738
3			0.98976	0.971752	0.96124	0.954669	0.952447
4			0.99968	0.993953	0.988471	0.984534	0.98313
5			1	0.999023	0.996829	0.994846	0.994079
10				1	0.999999	0.999986	0.999973
20					1	1	1

Για μεγάλα n , όπου ο $p=r/n$ υπολογισμός έχει μεγαλύτερη σιγουριά, υπάρχει ισχυρή ομοιότητα στις τιμές βεβαιότητας του Snymann-Fatti a posteriori κριτηρίου (Πίνακας 20.3) και της πιο καλής από N a priori πρόβλεψης (Πίνακας 20.5).

Και οι δύο τεχνικές υποδηλώνουν ότι $n \approx 100$ δοκιμές χρειάζονται για να είμαστε σίγουροι ότι το καθολικό έχει βρεθεί.

Έτσι καθορίστε ότι το εύρος αρχικοποίησης θα επιτρέψει τον βελτιστοποιητή να βρει το καθολικό. Καθορίστε μία επιθυμητή βεβαιότητα που επιθυμείτε για τον

βελτιστοποιητή να βρει το καθολικό. Χρησιμοποιήστε την προηγούμενη γνώση για να υπολογίσετε την πιθανότητα εύρεσης του καθολικού. Εναλλακτικά, καθορίστε ένα επιθυμητό πιο καλό κλάσμα όλων των πιθανών OF τιμών που συγκλίνουν και που επιθυμείτε τουλάχιστον μία δοκιμή να βρεθεί. Χρησιμοποιήστε την πιο καλή από N σχέση για να υπολογίσετε τον απαιτούμενο αριθμό δοκιμών. Μόλις αρχίσει η δοκιμή, χρησιμοποιήστε τον Snyman-Fatti τύπο για να ενημερώσετε την βεβαιότητα ότι το καθολικό έχει βρεθεί. Όταν αποκαλύψει την επιθυμητή βεβαιότητα, τερματίστε τις δοκιμές.

Εάν το καθολικό είναι μία πινέζα σε μία τεράστια περιοχή που οδηγεί κοντά όλες τις δοκιμές βελτιστοποιητή στο τοπικό βέλτιστο, τότε ο Snyman-Fatti τύπος θα χρησιμοποιηθεί για να συμπεράνει ότι το καθολικό έχει βρεθεί όταν το τοπικό επαναλαμβανόμενο βρίσκεται. Εάν πιστεύεις ότι η πιθανότητα εύρεσης του καθολικού είναι λογική, τότε χρησιμοποίησε τον S-F τύπο. Εάν πιστεύεις ότι υπάρχει μικρή πιθανότητα εύρεσης του καθολικού, τότε χρησιμοποίησε την a priori πιο καλή από το N αριθμό δοκιμών.

20.3. Άλλες Επιλογές

Υπάρχουν εναλλακτικές μέθοδοι για να αυξηθεί η πιθανότητα εύρεσης του καθολικού ελάχιστου.

1. Καθοδηγήστε την DV αρχικοποίηση. Ξεκινήστε σε μέρη όπου δεν υπάρχουν άλλες ενάρξεις, και μην ξεκινάτε σε μέρη που φαίνεται να τραβούν την αναζήτηση στο ίδιο, επαναλαμβανόμενο βέλτιστο. Εάν ένας χειριστής παρατηρεί το αποτέλεσμα της OF από μία τυχαία έναρξη, και μετά από μία άλλη, ο χειριστής μπορεί να αντιληφθεί ότι όλες οι ενάρξεις σε κάποια συγκεκριμένη περιοχή οδηγούν στο ίδιο βέλτιστο και χρησιμοποιεί ευρετικούς κανόνες να εξερευνήσει άλλα μέρη έναρξης-όχι τυχαίους αριθμούς. Υπάρχουν πολλές προσεγγίσεις με τις οποίες θα μπορούσε κάποιος να κατευθύνει νέες DV επιλογές. Η Fuzzi λογική για να επιτρέψει σε έναν υπολογιστή να χρησιμοποιήσει την ανθρώπινη λογική. Ωστόσο, η επιτυχία με αυτό βασίζεται στο να έχεις μία λογική μέθοδο για να «δεις» τα μοτίβα σε αποτελέσματα παρελθοντικών αναζητήσεων για να κατευθύνεις τις αρχικοποιήσεις σε μέρη που πιθανόν θα ανακαλύψουν νέα χαρακτηριστικά. Σε μία υψηλής διάστασης εφαρμογή, τι θα χρησιμοποιούσες ως μέτρο για να ποσοτικοποιήσεις το βέλτιστο στο οποίο μία αρχική TS μπορεί να οδηγήσει;
2. Επέλεξε 100 τυχαία σημεία έναρξης ως έρευνες επιφάνειας και υπολογίστε την OF σε κάθε TS. Μετά βελτιστοποιήστε, αλλά μόνο ξεκινώντας από τα πιο καλά από τα 100. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να βρίσκονται στην εγγύτητα του καθολικού και ότι ο βελτιστοποιητής θα πάει στο καθολικό. Μπορείτε να ξεκινήστε με 1,000 ή 10,000. Εάν η f αναπαριστά το κλάσμα του DV εύρους που οδηγεί στο καθολικό και είναι η μοναδική DV εφαρμογή, τότε για να είναι σίγουρη c ότι τουλάχιστον μία από τις αρχικές έρευνες θα είναι στο κλάσμα που θα οδηγήσει στο βέλτιστο, ο αριθμός των ερευνών είναι $N = \ln(1-c)/\ln(1-f)$. Εάν, ωστόσο, είναι μία πολλαπλή DV εφαρμογή, η έρευνα που οδηγεί στο βέλτιστο πρέπει να είναι στο συνδυασμένο κλάσμα της πιο καλής από όλες τις DVs. Χρησιμοποιώντας $f_{\text{characteristic}}$ ως αντιπροσωπευτικό κλάσμα στο μέρος κάθε DV εύρους που χρειάζεται για να βρει το καθολικό, τότε $N = \ln(1-c)/\ln(1-f_{ch}^{N_{DV}})$, όπου N_{DV} είναι ο αριθμός των DVs, η

διάσταση της εφαρμογής. Αλλά αυτό προϋποθέτει ότι η υπερένταση του DV χώρου που αναπαριστά το ελάχιστο είναι υπερρθογώνιο. Είναι περισσότερο σαν υπέρσφαιρα. Η ένταση της υπέρσφαιρας είναι $V = \pi^{n/2} r^n / \Gamma(1+n/2)$. Εάν η f_{ch} αναπαριστά το εύρος κλάσματος, τότε εδώ η αποτελεσματική ακτίνα υπέρσφαιρας είναι η μισή διάμετρος, μισό εύρος, $r = f_{ch}/2$. Ο συντελεστής $\pi^{n/2} r^n / \Gamma(1+n/2)$ έχει μία τιμή περίπου στο 4, που σημαίνει ότι $N = \ln(1-c) / \ln(1 - 4(f_{ch}/2)^{NDV})$. Η χρήση της ακριβής τιμής για την γάμμα συνάρτηση δεν χρειάζεται επειδή ο υπολογισμός της f_{ch} θα ήταν ανακριβής. Με λογικές τιμές για το εύρος κλάσματος, αυτή η προσέγγιση δίνει έναν αριθμό αρχικών ερευνών επιφάνειας, στα οποία βελτιστοποιώντας από το πιο καλό εκπληρώνει την προσδοκία της βεβαιότητας στον εντοπισμό του καθολικού. Δυστυχώς, ο αριθμός είναι ευαίσθητος στον υπολογισμό της f_{ch} , και για μία εφαρμογή 6-DV στην οποία $f_{ch} = 2$ και $c = 0.95$, $N = 750,000$ το οποίο μπορεί να είναι υπερβολικός αριθμός.

3. Για αλγόριθμους πολλαπλών παικτών ξεκινήστε με μία τιμή συντελεστή που οδηγεί σε υψηλότερη εξερεύνηση, και μετά καθώς η άποψη αυξάνει ότι η εγγύτητα του καθολικού έχει βρεθεί, αλλάζτε σε τιμές συντελεστή που οδηγούν στην σύγκλιση. Στο leapfrogging αυτό θα μπορούσε να είναι ο παράγοντας ενίσχυσης άλματος προς το παράθυρο και/ή στην προέλευση. Έχω ξεκινήσει LF με παράγοντα εύρους παραθύρου 2 και μετά επέστρεψα στην ενίσχυση 1 και άλλαξα την αρχική γωνία $1/4$ από το πιο καλό στο κάκιστο, όταν υπάρχει η βεβαιότητα ότι το καθολικό έχει βρεθεί.
4. Νοημοσύνη Σμήνους. Ξεκινήστε N τόπους ταυτόχρονα. Αυτές οι N επιλύσεις δοκιμής ονομάζονται «άτομα» ή «παίκτες». Αξιολογήστε την f για κάθε άτομο και κάντε μία αναζήτηση επανάληψης για καθένα. Σε ότι αφορά την OF για το καθένα, χρησιμοποιείτε του ατόμου την τοπική τιμή σταθμισμένη από μία ποινή για το ότι είναι μακριά από το πιο καλό.
5. Ξεκινήστε την αναζήτηση με μία αρχική επίλυση δοκιμής, όταν είστε κοντά στο ελάχιστο. Ξεκινήστε να προσθέτετε τυχαίες διαταραχές στην επόμενη εκτίμηση που έχει την πρόθεση να έχει την επίλυση και να κάνει άλμα πάνω από την τοπική οπή ή μακριά από έναν περιορισμό. Ξανά, ο άνθρωπος πρέπει να παρέχει το μέτρο για να αξιολογήσει τις καταστάσεις που είναι κοντά στη σύγκλιση και τον αριθμό των εξερευνήσεων.
6. Ξεκινήστε στην DV περιοχή των ιστορικών, παραδοσιακών, προσδοκώμενων επιτυχιών.

21. Στοχαστικές Αντικειμενικές Συναρτήσεις

21.1. Εισαγωγή

Μία νομοτελειακή συνάρτηση επιστρέφει την ίδια ακριβώς τιμή κάθε φορά που δίνονται τα ίδια εισαγόμενα. Αντίθετα, μία στοχαστική συνάρτηση δεν επιστρέφει την ίδια τιμή όταν δίνονται υποθετικά ίδιες συνθήκες.

Πως αυτό σχετίζεται με την βελτιστοποίηση; Ακολουθεί ένα παράδειγμα:

Σκεφτείτε μία προσομοίωση υπολογισμού σε υπολογιστή, η οποία σε αντίθεση με τα πειραματικά αποτελέσματα, είναι συνήθως νομοτελειακή. Αλλά στην αξιολόγηση ενός επιχειρηματικού εγχειρήματος, το μέλλον είναι αρκετά αβέβαιο και ένας ερευνητής μπορεί να χρησιμοποιήσει την προσέγγιση Monte Carlo για να επιλέξει μία πιθανή υλοποίηση. Η αβεβαιότητα ανεβαίνει με τα προβαλλόμενα κόστη(ηλεκτρισμός, εργασία, πρώτη ύλη), τις πωλήσεις (εξαρτάται από παράγοντες ανταγωνισμούς και ζήτησης) και τις ενέργειες της κυβέρνησης (φόροι, κανονισμοί, περιορισμοί, εμπάργκο). Υπάρχει μεγάλη αβεβαιότητα σε αυτά και αλλάζουν κάθε φορά με το χρόνο κατά τη διάρκεια του εγχειρήματος. Ένας τρόπος να υπολογίσουμε την αποδοτικότητα είναι πάρουμε δείγματα από πιθανές τιμές από κάθε μη ελεγχόμενη επίδραση για κάθε έτος στην επιχειρηματική πρόβλεψη και να καθορίσουμε το επιχειρηματικό μέτρο για αυτή τη συγκεκριμένη υλοποίηση. Δεν είναι το αληθές, αλλά μία πιθανότητα. Η προσομοίωση μπορεί να ξανατρέξει 1000 υλοποιήσεις, δίνοντας 1000 πιθανές τιμές του μέτρου της αποδοτικότητας. Ο στόχος της βελτιστοποίησης μπορεί να είναι να βρεθούν οι DV τιμές που ελαχιστοποιούν ένα 95% κάκιστης περίπτωσης αποτέλεσμα σε 1000 υλοποιήσεις. Αυτή η OF τιμή δεν είναι νομοτελειακή. Ένα άλλο σύνολο 1000 υλοποιήσεων από ονομαστικές ίδιες συνθήκες θα επιστρέψει μία διαφορετική 95 εκατοστιαία τιμή. Ακολουθώντας ένα τυχαίο πιο καλό σύνολο OF τιμών, η DV τάση μπορεί να οδηγήσει σε βελτιστοποίηση σε μία γενικά μη επιθυμητή περιοχή. ίσως είναι πιθανόν μία καλή απόφαση, αλλά μόνον κάτω από μία σπάνια συρροή εξωτερικών επιδράσεων.

Οι στοχαστικές OFs ανατρέπουν μία αναζήτηση βελτιστοποιητή για την πιο καλή DV τιμή. Υπάρχουν διάφορα ζητήματα: (i) κοντά στο ελάχιστο η στοχαστική μεταβλητή μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την DV επίδραση και η επιφανειακή τάση μπορεί να κάνει τον βελτιστοποιητή να μετακινήσει την DV σε λάθος κατεύθυνση. Επιπλέον, (ii) οι βελτιστοποιητές που ψάχνουν να χρησιμοποιήσουν ακέραιες πληροφορίες για να κατευθύνουν μία αναζήτηση μπορεί να ανατρέπονται συνολικά από την επίδραση του θορύβου στις τιμές. Επίσης, (iii) οι βελτιστοποιητές που ψάχνουν ένα ελάχιστο μπορεί να ακολουθήσουν μία πιθανή διαδρομή των τυχαίων πιο καλών σημείων σε μία DV περιοχή που είναι γενικά μη επιθυμητή. Τέλος, (iv) τα κριτήρια παύσης δεν πρέπει να απαιτούν μία ανοχή ή ακρίβεια που είναι μεγαλύτερη από την αναπαραγόμενη μεταβλητότητα της OF.

Για να συμπεριλάβουμε την αβεβαιότητα στην OF, πρώτα αναπτύξτε το ονομαστικό νομοτελειακό μοντέλο. Μετά, αναγνωρίστε όλα όσα δίνονται που μπορεί να έχουν αβέβαιες τιμές. Μετά υπολογίστε το αβέβαιο εύρος και την κατανομή pdf για καθεμία από τις τιμές. Τέλος, σε κάθε ζήτηση της συνάρτησης, τυχαία πάρτε δείγματα από αυτά που δίνονται για να αποκτήσετε υλοποίηση, μία συγκεκριμένη πιθανή τιμή και χρησιμοποιήστε αυτή την τιμή για να υπολογίσετε την OF τιμή. Αυτή είναι η μέθοδος 3 στο υποκεφάλαιο 20.8.2.

Τώρα που οι υπολογιστές είναι αρκετά γρήγοροι και έχουν γίνει ένα συνηθισμένο προσωπικό εργαλείο για τους μηχανικούς και τους αναλυτές, φαίνεται ότι οι στοχαστικές προσομοιώσεις κερδίζουν έδαφος. Οι κλασικές τεχνικές

βελτιστοποίησης αναπτύχθηκαν για νομοτελειακές αντικειμενικές συναρτήσεις και ανατρέπονται από στοχαστική αντίδραση.

21.2. Μέθοδος Περίληψη για Στοχαστικές Συναρτήσεις Βελτιστοποίησης

1. Χρησιμοποιήστε έναν βελτιστοποιητή πολλαπλών παικτών, άμεσης αναζήτησης για να αναζητήσετε το βέλτιστο όπως το LF.
2. Αναγνωρίστε τον πιο καλό παίκτη και αναπαράγετε τις τιμές της επίλυσης δοκιμής. Πάρτε τους καλύτερους αναπαραγόμενους υπολογισμούς ως την αντιπροσωπευτική τιμή.
3. Εάν οι αναπαραγόμενες τιμές αποκαλύπτουν ότι δεν είναι πλέον ο πιο καλός παίκτης, χρησιμοποιήστε τον απομένοντα πιο καλό παίκτη για να καθοδηγήσει την αναζήτηση.
4. Χρησιμοποιήστε ένα αναγνωριστικό σταθερής κατάστασης στην αλληλουχία της επανάληψης της OF τιμής του καλύτερου παίκτη για να καθορίσετε την σύγκλιση.

21.2.1. Βήμα 1: Αναπαράγετε τον εμφανή πιο καλό παίκτη

Το leapfrogging (LF) είναι μία προσέγγιση πολλαπλών παικτών, μία άμεσης αναζήτησης. Οι επιλύσεις δοκιμής (παίκτης) αρχικοποιούνται τυχαία μέσα από τον χώρο μεταβλητής απόφασης (DV). Ένας παίκτης θα έχει την πιο κακή τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (OF), ενώ κάποιος άλλος την πιο καλή. Ο πιο κακός παίκτης κάνει άλμα πάνω από τον πιο καλό και «προσγειώνεται» σε ένα τυχαίο σημείο στον αντικατοπτριζόμενο DV χώρο στην άλλη πλευρά του πιο καλού. Εάν η νέα θέση είναι ανέφικτη, τότε ο ίδιος παίκτης κάνει άλμα από την ανέφικτη θέση πίσω πάνω από τον πιο καλό παίκτη σε ένα καινούργιο τυχαίο σημείο μέσα στον αντικατοπτριζόμενο DV χώρο. Φυσιολογικά, για νομοτελειακές συναρτήσεις, είτε το άλμα είναι καλύτερο ή χειρότερο, όταν η νέα θέση είναι εφικτή, η κίνηση ολοκληρώνεται. Φυσιολογικά, μία επανάληψη καθορίζεται ως ο αριθμός των αλμάτων το ίδιο όπως και στην DV διάσταση. Εάν οι θέσεις από τα άλματα είναι εφικτές, υπάρχουν N υπολογισμοί συνάρτησης ανά επανάληψη.

Ωστόσο, ο ορισμός μίας επανάληψης είναι αυθαίρετος. Μία επανάληψη στην CHD μέθοδο έχει έναν υπολογισμό συνάρτησης ανά διάσταση, αλλά HJ έχει $1+1.5N$ υπολογισμούς συνάρτησης ανά επανάληψη, η ISD έχει $1+2N$ και οι CSLS, SQ και τύπου Newton έχουν πολλούς περισσότερους.

Εάν θέλεις να είσαι c σίγουρος ότι ο αριθμός των αναπαραγωγών θα βρουν ένα από τα καλύτερα κλάσματα, f , των OF τιμών υλοποίησης, τότε

$$N = \frac{\ln(1-c)}{\ln(1-f)}$$

(21.1)

Για παράδειγμα, εάν επιθυμείς να είσαι 95% σίγουρος ότι υπάρχουν αρκετά αντίγραφα για να βρεις 1 από τις 75 εκατοστιαίες καλύτερες τιμές (1 στο 25% καλύτερο κλάσμα), τότε

$$N = \frac{\ln(1-0.95)}{\ln(1-0.25)} = 10$$

(21.2)

Αυτό υποδηλώνει την τρέχουσα OF τιμή και άλλα 9 επιπλέον δείγματα. Ωστόσο, εάν ο πιο καλός παραμένει ο πιο καλός, τα 9 επιπλέον δείγματα στο επόμενο άλμα θα αντιπροσωπεύουν ένα σύνολο των 19 και 9 περισσότερα στο επόμενο θα γινόταν 28. Το καλύτερο των 28 είναι το 90% καλύτερο. Θεωρώ ότι 1-3 αντίγραφα ανά άλμα είναι αρκετά.

Όσο μεγαλύτερος ο αριθμός των αντιγράφων, τόσο χαμηλότερη η πιθανότητα μία DV* τιμή σύγκλισης να αναπαριστά μία κακή λύση που να φαίνεται καλή. Επιλέξτε c και f τιμές να αναπαραστήσετε την κατάσταση.

Εάν ο επαναυπολογισμός αυτού που εμφανίζεται να είναι ο πιο καλός παίκτης αποκαλύπτει ότι δεν είναι ο πιο καλός, τότε ο δεύτερος πιο καλός γίνεται ο ηγέτης παίκτης και η βάση για το άλμα, ανακατευθύνοντας την αναζήτηση.

21.2.2. Βήμα 2: Εντοπισμός σταθερής κατάστασης

Φυσιολογικά, στην βελτιστοποίηση των νομοτελειακών συναρτήσεων, η πιο καλή επίλυση δοκιμής προοδευτικά θα βελτιώσει με κάθε επανάληψη, ασυμπτωματικά προσεγγίζοντας το βέλτιστό του. Ωστόσο, με αναπαραγόμενες στοχαστικές συναρτήσεις στο βέλτιστο, η τιμή του πιο καλού παίκτη να παράγει αυτό που φαίνεται να είναι μία θορυβώδης τιμή σε μία μέση σταθερή κατάσταση. Καθώς ο βελτιστοποιητής κινείται προς το βέλτιστο σε μία στοχαστική επιφάνεια, αυτή η θορυβώδης τιμή θα προσεγγίσει τη θορυβώδη σταθερή κατάσταση (SS).

Εάν ένας παίκτης αρχικοποιείται στην εγγύτητα του καθολικού, τότε μπορεί να παραμείνει στο πιο καλό σημείο, ενώ άλλοι συγκεντρώνονται. Παρατηρώντας την OF αντίδραση του πιο καλού παίκτη μπορεί να αναγνωρίσει την SS πριν από τη σύγκλιση όλων των παικτών. Ωστόσο, εάν η πιο κακή OF παρατηρείται, τότε όταν εγκατασταθεί στην SS, όλοι οι παίκτες θα βρίσκονται στην εγγύτητα του βέλτιστου. Συνεπώς, η μέθοδος είναι για να παρατηρεί την OF του πιο κακού παίκτη και να ισχυρίζεται SS όταν εγκαθίσταται σε μία θορυβώδη SS δηλαδή επανάληψη.

Υπάρχουν πολλές μέθοδοι για να εντοπίσουν σταθερή κατάσταση σε ένα σημάδι. Υπάρχουν πολλές μέθοδοι για να καθοριστεί σταθερή κατάσταση SS σε ένα σημάδι.

21.3. Τι τιμή να αναφερθεί;

Επειδή η επιφάνεια είναι στοχαστική, η συγκλινόμενη επίλυση δεν είναι μοναδική. Πολλαπλές επιλύσεις που βρίσκουν την εγγύτητα του καθολικού βέλτιστου θα σταματήσουν σε μία τυχαία τοποθεσία στην εγγύτητα. Το πιο καλό από αυτά τα αποτελέσματα δεν είναι πραγματικά το πιο καλό, αλλά απλά το τυχαίο αποτέλεσμα της συρροής στοχαστικών γεγονότων που υλοποιούνται στο τελευταίο δείγμα. Συνεπώς, η πιο καλή από τις N δοκιμές δεν είναι η DV* «αλήθεια» αλλά απλά μία αντιπροσωπευτική τιμή. Αναφέροντας μόνον τις πιο καλές N δοκιμές ως το βέλτιστο θα εκφράσει την εμφάνιση ενός μοναδικού σημείου και υψηλής ακρίβειας, που παραποιεί την κατάσταση. Μια εναλλακτική θα ήταν να αναφέρει τον μέσο όλων των DV* τιμών που κατέληξαν στην εγγύτητα του καθολικού. Αυτό παρέχει μία καλύτερη τοποθεσία της DV* , αλλά ξανά μία τιμή ενός μοναδικού σημείου δεν εκφράζει την αβεβαιότητα του εύρους των πιθανών DV* τιμών. Ο μέσος που αναφέρεται με κάποια μέτρηση της αβεβαιότητάς του θα αναπαριστούσε καλύτερα την εγγύτητα των ισοδύναμων επιλύσεων.

Ωστόσο, ο μέσος μπορεί να μην είναι εφικτή επίλυση. Εάν η DV πρέπει να είναι ακέραιος, ο μέσος του 3.14 δεν βγάζει νόημα. Εάν οι DV επιλύσεις περιβάλλουν μία κυρτή ανέφικτη επίλυση, τότε ο μέσος μπορεί να είναι εντός του περιορισμού.

Επίσης, εάν κάποιος αναφέρει το μέσο αποτέλεσμα των δοκιμών που βρίσκουν την εγγύτητα στο καθολικό, ένας πρώτα πρέπει να χωρίσει τις δοκιμές με κάποια ένδειξη από ποιο υποσύνολο προκρίνεται για να αναπαραστήσει το καθολικό.

Συνεπώς, σιγουρευτείτε να εκφράσετε τα κριτήρια που χρησιμοποιείται για να χωρίσετε τις δοκιμές, το εύρος των DV* τιμών που αναπαριστούν την αβεβαιότητα που σχετίζεται με την αναγνώριση του καθολικού, τον αριθμό των αντιγράφων και

την κατανόησή σας για το πώς οι περιορισμοί μπορεί να επηρεάσουν την ερμηνεία της αντιπροσωπευτικής τιμής.

21.4. Παραδείγματα Εφαρμογής

Διάφορα σχετικά απλά παραδείγματα δείχνουν τα ζητήματα για να αποκαλύψουν την εφαρμοσιμότητα της μεθόδου για μία ποικιλία χαρακτηριστικών της επιφάνειας. Σε καθένα οι DVs και η OF φέρουν κλίμακα σε ένα συνηθισμένο 0-10 εύρος. Αυτές όλες είναι δισδιάστατες εφαρμογές. Η μέθοδος είναι αποτελεσματική και σε μονοδιάστατες και σε N-διάσταση.

21.4.1. GMC Έλεγχος μείξης ζεστού και κρύου

Η συνάρτηση 36 σε δισδιάστατα παραδείγματα κώδικα παρουσιάζουν αυτή την εφαρμογή. Κρύα και ζεστά υγρά αναμειγνύονται σε γραμμή, και ο στόχος είναι να καθοριστούν τα αποτελέσματα ελεγκτή o_1 και o_2 , για να παράγεται η επιθυμητή ανάμεικτη θερμοκρασία και συνολικός ρυθμός ροής.

Με καμία αβεβαιότητα στις τιμές μοντέλου, η ισοϋψής καμπύλη της δισδιάστατης αναζήτησης για o_1 και o_2 εμφανίζεται όπως στο Σχήμα 21.1a. Ωστόσο, με μία σχετική αβεβαιότητα σε κάθε συντελεστή μοντέλου στο Σχήμα 21.1b οι ισοϋψείς καμπύλες μίας υλοποίησης είναι φανερά μη κανονικές, και κάθε υλοποίηση θα παράγει ένα διαφορετικό μη κανονικό σύνολο ισοϋψών καμπύλων. Το αντίστοιχο τρισδιάστατο σενάριο της OF δηλαδή DVs αποκαλύπτει μία υλοποίηση της μη κανονικής επιφάνειας, και κάθε υλοποίηση θα κατανέμει τις κορυφές και τις πτυχές διαφορετικά. Γενικά, το Σχήμα 21.1c δείχνει ότι το ελάχιστο είναι κάπου κατά μήκος μίας κυρτής διαδρομής από τα μπροστά δεξιά προς τα πίσω αριστερά.

21.4.2. MBC Ανάμειξης ζεστού και κρύου

Αυτό είναι παρόμοιο με την προαναφερόμενη φυσική διαδικασία. Ωστόσο, είναι μία εφαρμογή ξεχωριστής ελεγχόμενης μεταβλητής. Ο στόχος είναι να καθοριστεί η βέλτιστη αλληλουχία των μελλοντικών ενεργειών ελέγχου για να γίνει η θερμοκρασία πιο καλή στο να ταιριάζει μία γραμμική πορεία αναφοράς στο σημείο. Ο έλεγχος είναι υποκείμενο στο ρυθμό της αλλαγής των περιορισμών.

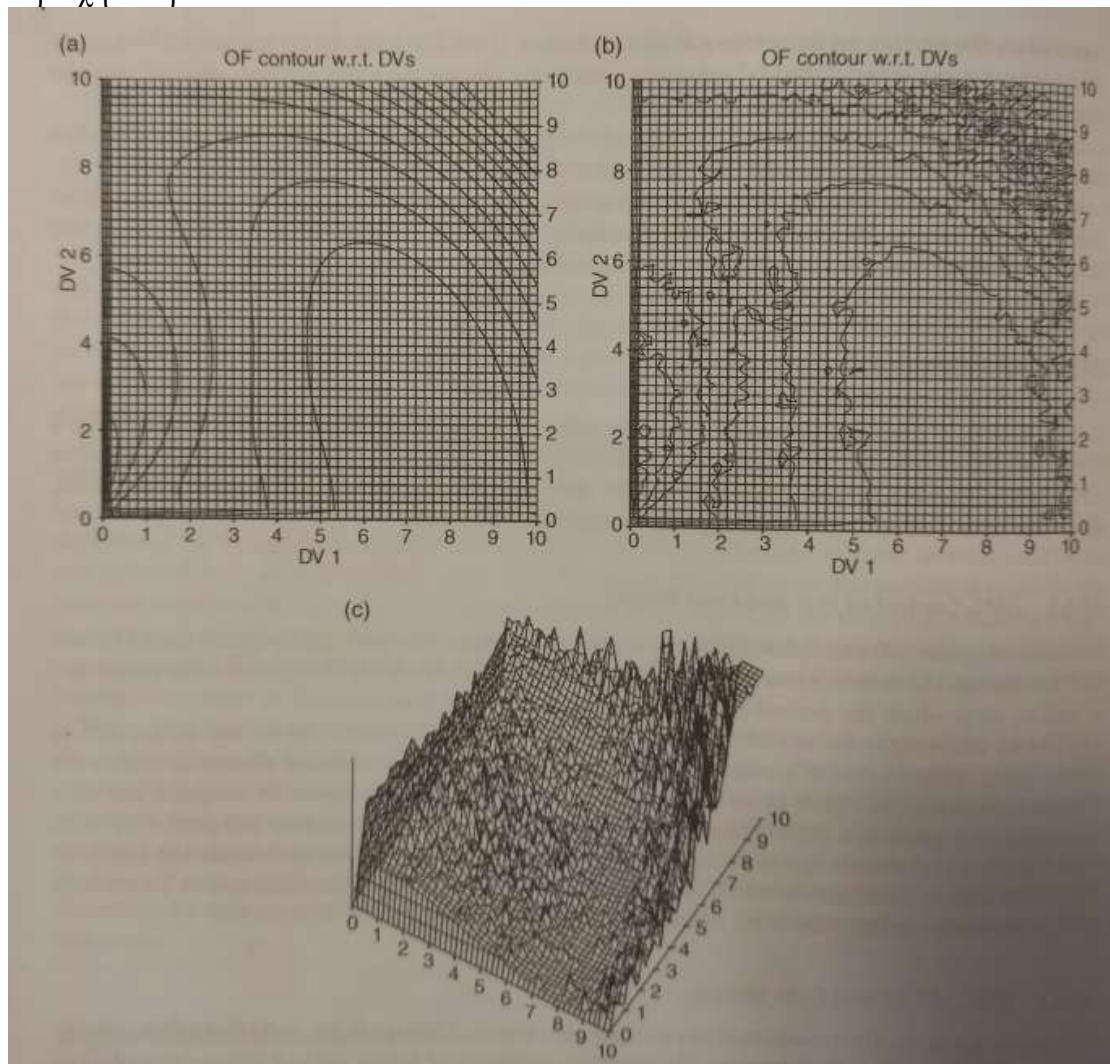
21.4.3. Διαχείριση Αντίδρασης Παρτίδας

Αυτό προσομοιώνει μία φάρμα φυκιών στο Πρόγραμμα Δισδιάστατων Παραδειγμάτων Βελτιστοποίησης. Τα φύκια σπέρνονται σε λίμνη, που επιτρέπει να μεγαλώνουν σε αντίδραση στο φως και τα θρεπτικά συστατικά και μετά από λίγο το νερό διαχειρίζεται ώστε να μαζέψει τα φύκια. Το κέρδος εξαρτάται από τη μάζα των φυκιών που μαζεύεται. Όσο μεγαλύτερη είναι η περίοδος ανάπτυξης, τόσο περισσότερα φύκια στη λίμνη. Αλλά η μάζα ασυμπτωματικά προσεγγίζει ένα μέγιστο καθώς τα όρια των θρεπτικών συστατικών κάνουν το ρυθμό θανάτου των φυκιών να προσεγγίζει το ρυθμό ανάπτυξης. Περιμένοντας πολύ καιρό για να μαζευτούν το 100% αυτών που είναι πιθανόν μειώνει τον αριθμό των παρτίδων που μπορούν να παραχθούν ανά έτος. Μπορεί να είναι καλύτερο να περιμένετε μέχρι η παρτίδα να είναι μόνον 80% αναπτυγμένη και να μπορεί να μαζευτεί δύο φορές.

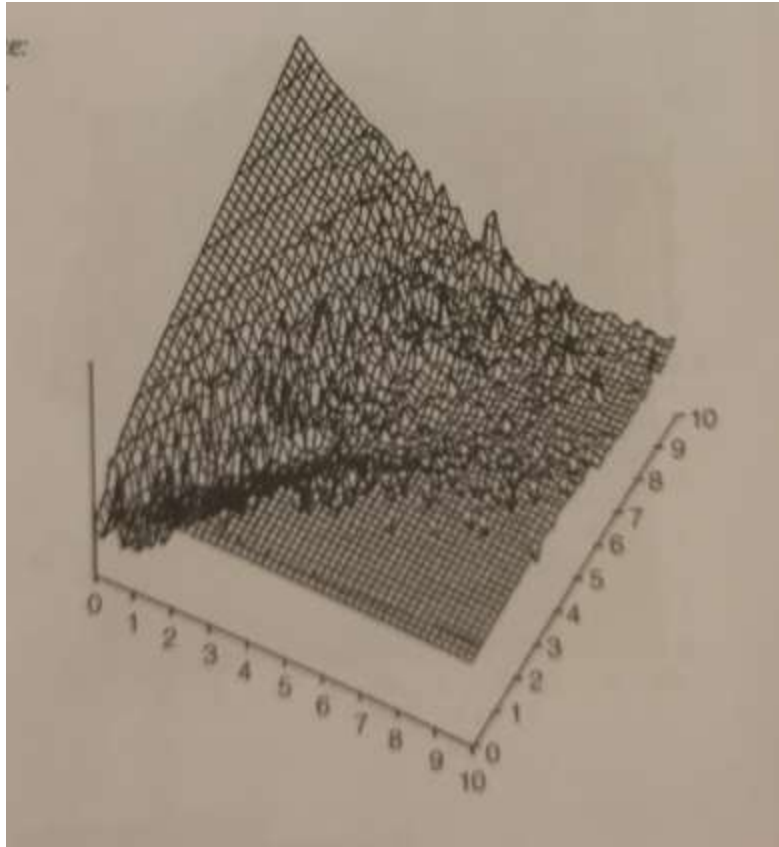
Επιπλέον, όσο πιο βαθιά η λίμνη, τόσο μεγαλύτερη ένταση υπάρχει να μεγαλώσουν τα φύκια και συνεπώς η μάζα που θα μαζευτεί. Πολύ βάθος στη λίμνη οδηγεί στο κόστος του πλεονάζοντος νερού με λίγο επιπλέον προϊόν που θα μαζευτεί.

Ο στόχος είναι να καθοριστεί ο χρόνος ανάπτυξης της παρτίδας και το βάθος της λίμνης να μεγιστοποιεί το ετήσιο κέρδος. Το Σχήμα 21.2 απεικονίζει μία υλοποίηση

της επιφάνειας. Συγκρίνετε το Σχήμα 21.1c στο οποίο η ήρεμη περιοχή βρίσκεται στην εγγύτητα του βέλτιστου, στο Σχήμα 21.2 οι διακυμάνσεις είναι πιο άγριες στην περιοχή του βέλτιστου.



Σχήμα 21.1 (a) Ισοϋψές σενάριο του νομοτελειακού πίσω μέρους. (b) Μία υλοποίηση των στοχαστικών ισοϋψών καμπύλων, (c) Η επιφάνεια στο τρισδιάστατο.



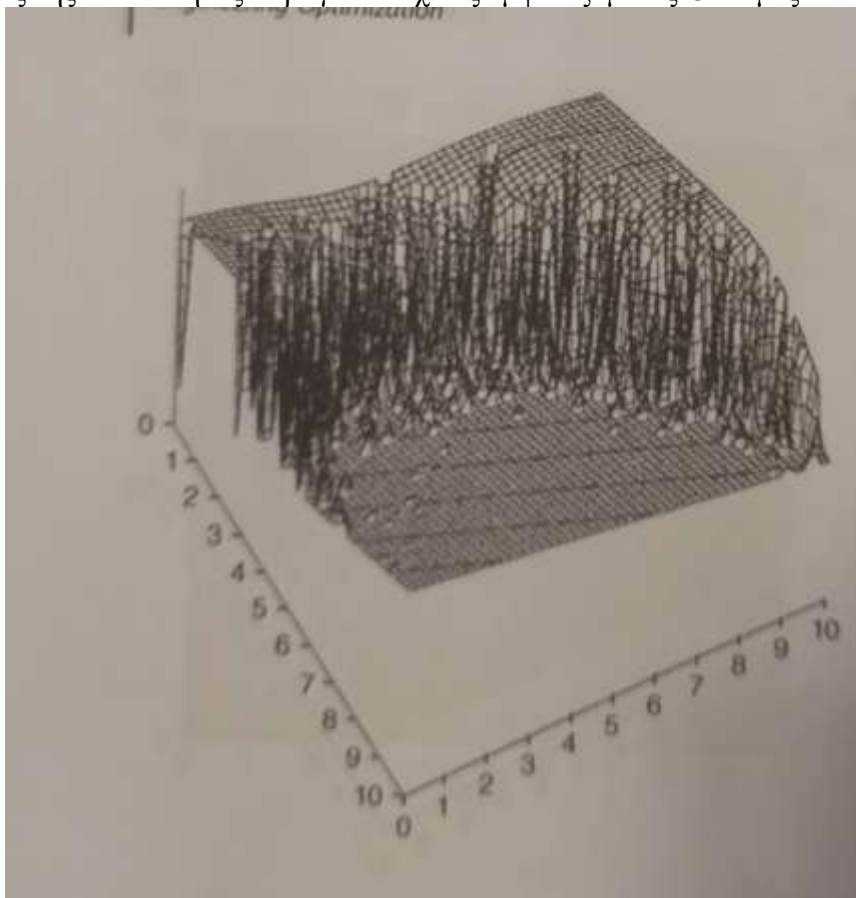
Σχήμα 21.2 Φάρμα φυκιών OF επιφάνειας. Μία υλοποίηση.

21.4.4. Δεξαμενή και Στοχαστικό Αποτύπωμα

Αυτοί οι δύο προσομοιωτές αναπαριστούν ένα πρόβλημα σχεδιασμού δεξαμενής νερού και υπάρχουν οι Συναρτήσεις 18 και 20. Οι στόχοι της δεξαμενής είναι να εγκλωβίζουν υπερβολικό νερό βροχής για να εμποδίσουν τις πλημμύρες, να απελευθερώσουν νερό για να αντιμετωπίσουν ξηρασίες και να παρέχουν νερό για ανθρώπινες ανάγκες. Οι στόχοι σχεδιασμού επίσης συμπεριλαμβάνουν να ελαχιστοποιήσουν το κόστος του φράγματος και της γης. Όσο πιο ψηλό είναι τόσο πιο πολύ κοστίζει. Αλλά στη μεγαλύτερη χωρητικότητά του η πιθανότητα πλημμύρας ή η επίδραση ξηρασίας θα είναι χαμηλότερη και τα χαρακτηριστικά για τις ανθρώπινες ανάγκες θα είναι καλύτερα. Όσο πιο γεμάτη κρατιέται, τόσο λιγότερο μπορεί να απορροφήσει πλημμύρες αλλά η ξηρασία και η εκτέλεση της ασφάλειας θα είναι καλύτερη. Από την άλλη πλευρά, εάν κρατιέται άδεια, μπορεί να περιορίσει κάθε πλημμύρα, αλλά δεν μπορεί να παρέχει ανάπλαση ή προστασία από την ξηρασία. Η OF αναπαριστά το κόστος δεξαμενής συν το οικονομικό ρίσκο. Ο χαμηλότερος αριστερός άξονας στο Σχήμα 21.3 αναπαριστά το ύψος του φράγματος, ενώ ο χαμηλότερος δεξιός άξονας είναι το σημείο πληρότητας.

Η OF τιμή στο Σχήμα 21.3 εξαρτάται από την πιθανότητα πλημμύρας ή ξηρασίας και κάθε υλοποίηση της ισοϋψούς καμπύλης θα αποδώσει μία ελάχιστη διαφορετική εμφάνιση. Ξεκινώντας στη μέση του DV χώρου, ένας βελτιστοποιητής προοδευτικά θα κινείται προς τη μακρινή πλευρά σε μία δεξαμενή με λιγότερο κόστος αλλά στην περιοχή με τις κορυφές. Σε αυτή την περιοχή για μία μικρή δεξαμενή ή για μία που διατηρείται πολύ άδεια ή πολύ γεμάτη, υπάρχει η πιθανότητα συνάντησης μίας πλημμύρας που θα κοστίζει ή μίας ξηρασίας που η δεξαμενή δεν θα μπορεί να περιορίσει. Κινούμενος προς τα κάτω ο βελτιστοποιητής μπορεί να ή να μην συναντήσει ένα γεγονός που κοστίζει στην προσομοίωση Monte Carlo. Εάν δεν,

συνεχίζει να τοποθετεί επιλύσεις δοκιμής σε μία περιοχή με υψηλή πιθανότητα ενός καταστροφικού γεγονότος και συνεχίζει εντός της κακής περιοχής καθώς οι ιδιοτροπίες της πιθανότητας παράγουν τυχαίες εμφανιζόμενες OF τιμές.



Σχήμα 21.3 Δεξαμενή. Μία υλοποίηση.

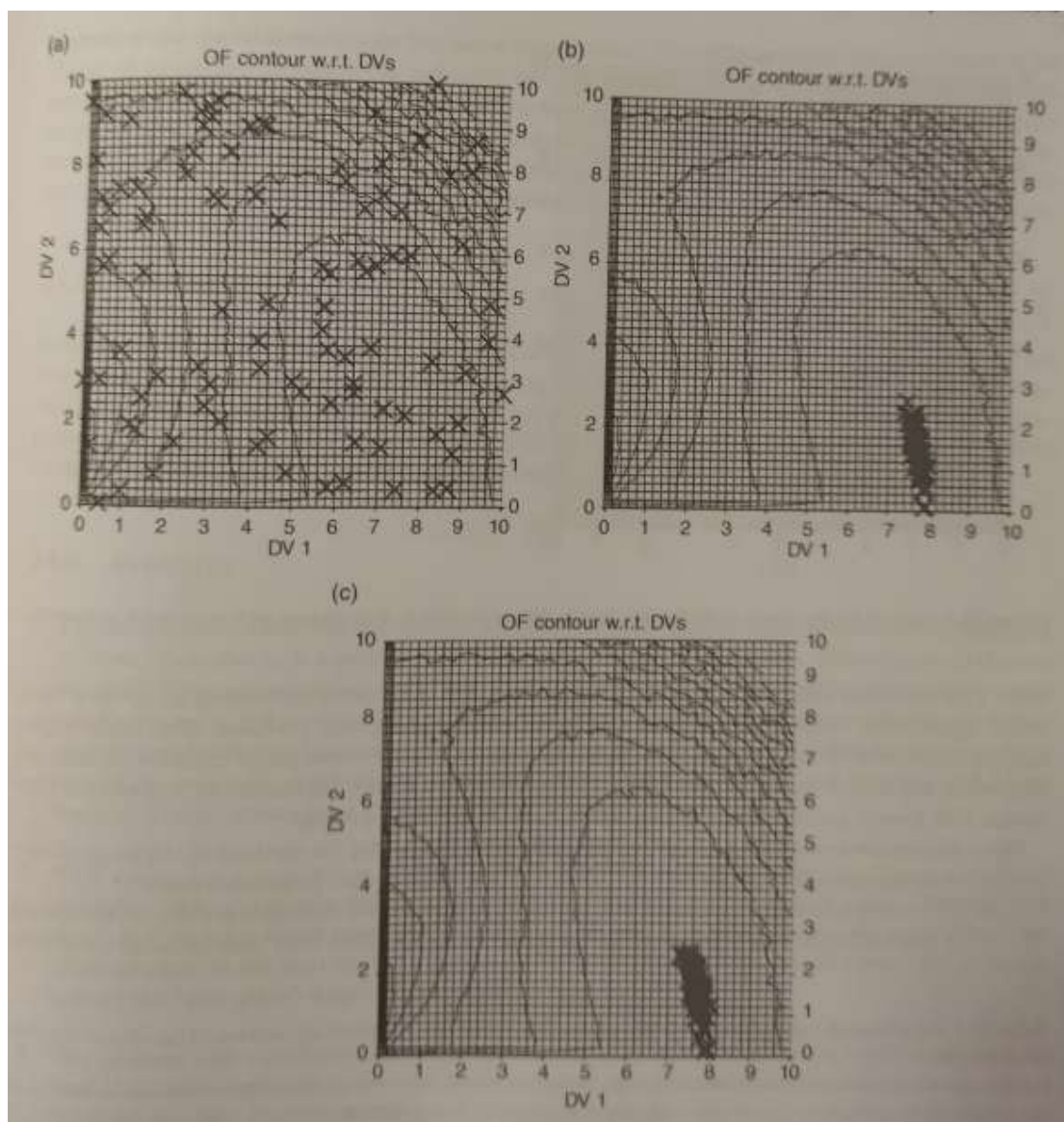
Το στοχαστικό αποτύπωμα, Συνάρτηση 18 είναι υποκατάστατο για τη δεξαμενή, ένα απλοποιημένο σύνολο συναρτήσεων που υπολογίζουν γρηγορότερα. Η αντίδρασή του είναι η ίδια.

21.4.5. Αποτελέσματα Βελτιστοποιητή

Το Σχήμα 24.4a δείχνει τα αποτελέσματα μίας Levenberg-Marquardt αναζήτησης στο GMC πρόβλημα ελέγχου με σύγκλιση που βασίζεται σε διαδοχικές αλλαγές στην DV, μία κλασική μέτρηση. Οι επιλύσεις δοκιμής αρχικοποιήθηκαν σε τυχαίες τοποθεσίες μέσα στον DV χώρο, 100 φορές και σύγκλιναν σε 100 λανθασμένα μέρη. Το μοτίβο είναι ανεξάρτητο από το όριο στην αλλαγή στην DV ή εάν η σύγκλιση βασίζεται σε μία αλλαγή της OF τιμής. Τα αποτελέσματα είναι παρόμοια όταν άλλοι αλγόριθμοι ξεχωριστού σημείου χρησιμοποιούνται, ακόμη και βελτιστοποιητές άμεσης αναζήτησης όπως Hooke-Jeeves. Αυτοί οι αλγόριθμοι κολλάνε σε ένα τοπικό τυχαίο καλό σημείο και δεν μπορούν να βρουν έναν δρόμο έξω από το προφανές, φανταστικό ελάχιστο. Αντίθετα, το Σχήμα 21.4b αποκαλύπτει τα αποτελέσματα αναζήτησης βελτιστοποίησης σωματιδίων με 20 σωματίδια, με ένα τελικό στάδιο παρατήρησης χαρακτηριστικών για να συγκλίνουν. Η εξερεύνηση της ευρείας επιφάνειας και η έλξη σωματιδίων προς το πιο καλό οδηγεί το σμήνος στην εγγύτητα του καθολικού ελάχιστου. Αλλά, σε αυτή την εγγύτητα, το σμήνος συγκλίνει σε ένα τυχαίο πιο καλό, έχοντας σας αποτέλεσμα ένα εύρος φανταστικών επιλύσεων.

Το εύρος των συγκλινόμενων επιλύσεων είναι σχετικά αναισθητο σε διάφορους βαθμούς μεγέθους στην ακρίβεια των κριτηρίων σύγκλισης. Σε όλα τα σχήματα η

τιμή ορίου είναι 0.01 ως μία rms αλλαγή στις DVs. Ωστόσο, ένα εύρος τεσσάρων βαθμού μεγέθος του 0.001-1 εξερευνάται. Αντίθετα, ο αριθμός των υπολογισμών συνάρτησης για να συγκλίνουν εξαρτάται ισχυρά από το όριο σύγκλισης. Αυτό είναι ένα ζήτημα για τον χρήστη, ο οποίος πρέπει να ορίσει τις τιμές ορίου για τα κριτήρια σύγκλισης, αλλά δεν μπορεί να έχει λογικά, α priori κριτήρια για συσχέτιση των ορίων κριτηρίων με τα αποτελέσματα. Στις 100 δοκιμές, η PSO απαίτησε 2180 ANOFE για να συγκλίνει.

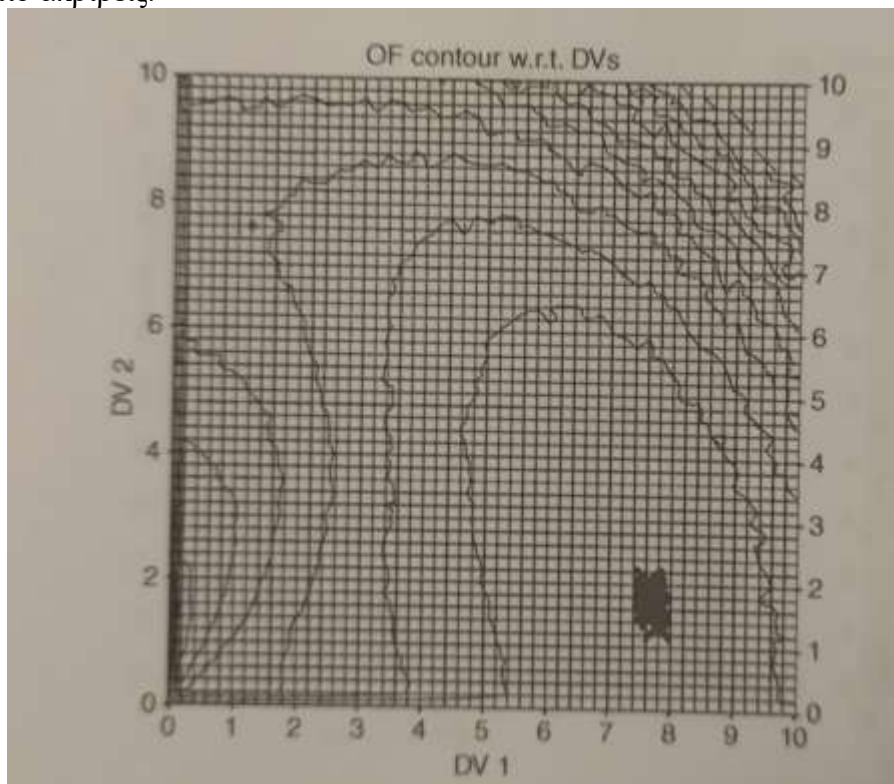


Σχήμα 21.4 Αποτελέσματα Συμβατικού Βελτιστοποιητή σε GMC πρόβλημα: (a) Levenberg-Marquardt, (b) βελτιστοποιητής σωματιδίων και (c) leapfrogging.

Το Σχήμα 21.4c αποκαλύπτει παρόμοια αποτελέσματα για το LF. Για τα ίδια κριτήρια σύγκλισης, το τελευταίο εύρος επιλύσεων είναι σχεδόν ίδιο με την PSO, αλλά το LF με μέσο όρο 1150 NOFE, επομένως η υπολογιστική εργασία είναι σημαντικά μικρότερη.

Αντίθετα, το Σχήμα 24.5 απεικονίζει την επίδραση των μεθόδων που παρουσιάστηκαν εδώ. Είναι το ίδιο πρόβλημα όπως στο Σχήμα 24.4c. Ωστόσο, η OF τιμή του πιο καλού παίκτη βασίζεται στον καλύτερο της προηγούμενης και αντίγραφης τιμής και η σύγκλιση βασίζεται στην αυτοματοποιημένη και ανεξάρτητης κλίμακας

αναγνώριση της σταθερής κατάστασης. Τα αντίγραφα μειώνουν την επίδραση των τυχαίων καλών σημείων από το να συνεχίζουν να ενεργούν ως ένα σχέδιο, το οποίο σημαντικά μειώνει το εύρος των επιλύσεων κοντύτερα στην καθολική ακρίβεια. Κάποιος μπορεί να προσδοκά ότι τα αντίγραφα διπλασιάζουν την προσπάθεια του βελτιστοποιητή, αλλά εξαιτίας των SS κριτηρίων σύγκλισης, οι υπολογισμοί σταματούν όταν η συνεχής εργασία είναι ουσιαστικά αναποτελεσματική. Η ANOFE για αυτό το σύνολο των 100 δοκιμών είναι 1090 και οι επιλύσεις σύγκλισης είναι ορατά πιο ακριβείς.



Σχήμα 21.5 Μέθοδος στοχαστικής βελτιστοποίησης.

Αυτές οι απεικονίσεις παρακινούν μία επιλογή διπλών κριτηρίων για αξιολόγηση της μεθόδου: (i) το εύρος των επιλύσεων σύγκλισης που δείχνει ακρίβεια και (ii) η ANOFE που δείχνει το κόστος παραγωγής δεδομένων.

Ο Πίνακας 21.1 δείχνει περιληπτικά τα αποτελέσματα για καθεμία από τις στοχαστικές συναρτήσεις που περιγράφηκαν προηγουμένως, συγκρίνοντας το LF με ένα συμβατικό κριτήριο σύγκλισης της DV rms λιγότερο από 0.01 και το LF με ένα αντίγραφο υπολογισμό και τον SS εντοπισμό της τιμής του κάκιστου παίκτη. Οι καταχωρήσεις στον πίνακα είναι η ακρίβεια της συρροής των επιλύσεων σύγκλισης και η εργασία που απαιτήθηκε για να αποκτηθεί η επίλυση. Οι τιμές βασίζονται σε 100 δοκιμές.

Πίνακας 21.1 Πειραματική σύγκριση-rms τιμές συρροής DV εύρους/μέσου αριθμού υπολογισμών συνάρτησης για να συγκλίνουν.

Table 24.1 Experimental comparison—rms values of cluster scaled DV range/average number of function evaluations to converge.

Optimizer	Function				
	Hot and cold mixing GMC	Hot and cold mixing MPC	Stochastic boot print	Reservoir	Algae farm
LF with rms DV convergence based on 0.1% of DV range	0.8/1450	0.8/1300	1.8/930	2.2/610	1.2/1200
LF with replicate and SSID method	0.4/910	0.4/700	1.2/520	0.8/515	1.2/430

Source: Rhinehart (2014). Reproduced with permission of Elsevier.

22. Βελτιστοποίηση Πιθανών Αποτελεσμάτων και Χαρακτηριστικά Κατανομής

22.1. Εισαγωγή

Φυσιολογικά, η βελτιστοποίηση αναζητάει να μεγιστοποιήσει ή να ελαχιστοποιήσει μία νομοτελειακή ξεχωριστή τιμή. Ωστόσο, πολλές καταστάσεις αντιμετωπίζουν πιθανότητα γεγονότων, που είναι το αποτέλεσμα αβεβαιότητας ή περιβαλλοντικών ιδιοτροπιών. Ο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί κάποια στατιστική που σχετίζεται με τη διαδικασία ή το προϊόν. Η στατιστική μπορεί να είναι απόκλιση του μέτρου ποιότητας της ποσότητας υλικού ως αποτέλεσμα της κατασκευαστικής μεταβλητότητας, μία ανεπιθύμητη πιθανότητα γεγονότος, αξιοπιστία συστήματος, οικονομικό ρίσκο κ.τ.λ. Αυτοί οι στόχοι μπορούν να ελαχιστοποιηθούν στο 95% κάκιστο αποτέλεσμα, να μεγιστοποιήσουν το 99% ελάχιστο αποτέλεσμα, να ελαχιστοποιήσουν την απόκλιση κ.τ.λ.

Μερικές φορές η κατανομή πιθανότητας που σχετίζεται με την εφαρμογή μπορεί να αποκτηθεί αναλυτικά, παρέχοντας μία νομοτελειακή τιμή για τον στόχο, όπως απόκλιση ή 99% ακραία περίπτωση. Ωστόσο, πιο συχνά το αποτέλεσμα είναι μία στοχαστική τιμή.

Είτε νομοτελειακή είτε στοχαστική, το θέμα του κεφαλαίου είναι σχετικά με την βελτιστοποίηση των εννοιών μία κατανομής πιθανότητας που σχετίζεται με τον στόχο, το οποίο είναι σε αντίθεση με την βελτιστοποίηση της ονομαστικής τιμής.

Παράδειγμα : Πόσες φορές πρέπει να ρίξεις τα ζάρια για να μεγιστοποιήσεις την πιθανότητα να πάρεις 2 πέντε; Όσο περισσότερα ρίχνεις, τόσο μεγαλύτερη η πιθανότητα. Η απάντηση είναι για να μεγιστοποιήσεις την πιθανότητα να πετύχεις 2 πέντε, ρίξε άπειρες φορές. Αλλά θα υπάρχει ποινή σε υπερβολικές ρίψεις. Εφόσον η ελαχιστοποίηση του αρνητικού είναι το ίδιο όπως η μεγιστοποίηση, η μη σταθμισμένη πρωταρχική παράσταση είναι

$$\min_{\{N\}} J = -p(k \geq 2 \text{ φορές σε } N \text{ ρίψεις}) + N \quad (22.1)$$

Φυσικά, αυτό είναι λάθος από άποψη διάστασης και δεν γνωρίζει τη σχετική σημασία του αριθμού των ρίψεων με την πιθανότητα. Με EC παράγοντες του $N=2$ (ή περισσότερο) να είναι υπερβολικό και $p=0.1$ (ή λιγότερο) έχοντας το ίδιο επίπεδο ανησυχίας:

$$\min_{\{N\}} J = \frac{-p(k \geq 2 \text{ φορές σε } N \text{ ρίψεις})}{0.1} + \frac{N}{2} \quad (22.2)$$

Πολλαπλασιάζοντας την OF με ένα θετικό συντελεστή δεν αλλάζει την επίλυση. Έτσι οι EC παράγοντες είναι ισοδύναμοι με τους Lagrange τύπους σταθμιστικών παραγόντων:

$$\min_{\{N\}} J = -p(k \geq 2 \text{ φορές σε } N \text{ ρίψεις}) + 0.05N \quad (22.3)$$

Χρειαζόμαστε ένα μοντέλο για το πώς N επηρεάζει την πιθανότητα του να έχεις τουλάχιστον 2 πέντε. Η πιθανότητα μπορεί να χωριστεί σε διάφορους όρους, και μετά με διωνυμική κατανομή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να καθορίσει πως το p αλλάζει με το N :

$$p(k \geq 2|N) = p(k=2|N, \text{ OR } k=3|N, \text{ OR } k=4|N, \dots, \text{ OR } k=N-1|N, \text{ OR } k=N|N) \quad (22.4)$$

Χρησιμοποιώντας τον σύνδεσμο OR (ή) στην πιθανότητα,

$$p(k \geq 2|N) = p(k=2|N) + p(k=3|N) + p(k=4|N) + \dots + p(k=N-1|N) + p(k=N|N) \quad (22.5)$$

Από το διωνυμικό μοντέλο, $p(k/N) = \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k}$.

Η πιθανότητα μίας επιτυχίας (να πετύχεις ένα πέντε σε κάθε ρίψη), $p=1/6$, και μη επιτυχίας $q=5/6$. Έτσι,

$$p(k \geq 2/N) = \sum_{\kappa=2}^N \frac{N!}{\kappa!(N-\kappa)!} \left(\frac{1}{6}\right)^\kappa \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{N-\kappa} \quad (22.6)$$

Μετά η εκτελέσιμη παράσταση βελτιστοποίησης είναι

$$\min_{\{N\}} J = 0.05N - \sum_{\kappa=2}^N \frac{N!}{\kappa!(N-\kappa)!} \left(\frac{1}{6}\right)^\kappa \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{N-\kappa} \quad (22.7)$$

Εναλλακτικά, κάποιος μπορεί να χρησιμοποιήσει το συμπλήρωμα στην πιθανότητα να πετύχεις τουλάχιστον 2 πέντε, το οποίο είναι η πιθανότητα είτε να πετύχεις 0 πέντε ή 1 πέντε:

$$p(k = 0|N) = \frac{N!}{0!(N-0)!} \left(\frac{1}{6}\right)^0 \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{N-0} = \left(1 - \frac{1}{6}\right)^N = \left(\frac{5}{6}\right)^N \quad (22.8)$$

$$p(k = 1|N) = \frac{N!}{1!(N-1)!} \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{N-1} = N \left(\frac{1}{6}\right) \left(\frac{5}{6}\right)^{N-1} \quad (22.9)$$

Τότε η παράσταση βελτιστοποίησης σχετικά με μία πιθανότητα που έχει υποστεί επαναφορά γίνεται μία σχετικά απλή νομοτελειακή συνάρτηση:

$$\min_{\{N\}} J = 0.05N - \left[1 - \left(\frac{5}{6}\right)^N \left(1 + \frac{N}{5}\right)\right] \quad (22.10)$$

Το N, η DV, μπορεί μόνον να έχει ακέραιες τιμές και περιορίζεται $N \geq 2$.

Αυτή είναι μία νομοτελειακή OF, ακόμη και εάν ήταν για μία πιθανολογική διαδικασία. Σε κάθε άτομο, κάθε ημέρα, που της δίνεται η ίδια DV τιμή, N, η OF τιμή θα είναι ακριβώς η ίδια.

Υποθέσετε, ωστόσο, ότι η κατάσταση είναι περισσότερο περίπλοκη. Για παράδειγμα, υποθέστε ένα έξι αμέσως μετά το πέντε ακυρώνει το πέντε. Και υποθέστε ότι ακριβώς 3 τρία σημαίνει μία αποτυχία άσχετα από τις άλλες τιμές ρίψεων. Πως κάποιος μπορεί να συνθέσει την OF με τέτοιες συνθήκες; Μία αναλυτική προσέγγιση θα γίνει περίπλοκη και επιρρεπής να πολλαπλασιάσει πηγές λαθών απόκλισης. Η απάντηση είναι να χρησιμοποιηθεί μία Monte Carlo προσέγγιση και να προσομοιωθεί το παιχνίδι πολλές φορές για να δούμε το αποτέλεσμα με επαρκή ακρίβεια. Αυτό, ωστόσο, μετατρέπει τη νομοτελειακή OF σε στοχαστική OF.

Η Συνάρτηση 52 αποκαλύπτει δύο κατηγορίες αποκλίσεων επιφάνειας για βελτιστοποιητές: οι διακριτές/ακέραιες πιθανότητες παράγουν ασυνέχειες στην επιφάνεια, και η στοχαστική φύση δεν κάνει τις τοπικές επίπεδες επιφάνειες να έχουν μία απόλυτη τιμή.

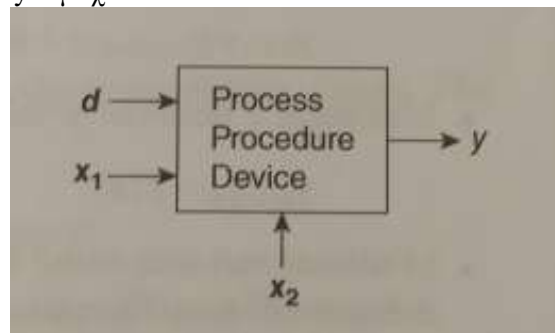
Αυτό το παράδειγμα αναζητάει να μεγιστοποιήσει την πιθανότητα, αλλά η στατιστική μπορεί να είναι να ελαχιστοποιεί την πιθανότητα μίας τιμής αντίδρασης να είναι κάτω από ένα μη αποδεκτό όριο.

22.2. Η έννοια της Μοντελοποίησης Αβεβαιότητας

Υπάρχει μία γενική έννοια για το μοντέλο και της πηγές αβεβαιότητας που απεικονίζονται στο Σχήμα 22.2.

Η μεταβλητή y υποδηλώνει το αποτέλεσμα της διαδικασίας ή προϊόντος. Εάν είναι επιθυμητή, τότε αναζητήστε να μεγιστοποιήσετε το y, και εάν μη επιθυμητή να το ελαχιστοποιήσετε. Τα παραδείγματα μπορούν να περιλαμβάνουν τα ακόλουθα:

- Αριθμός ευτυχισμένων πελατών
- Εισόδημα πωλήσεων
- Δείκτης αποδοτικότητας
- Ποιότητα
- Ασφάλεια
- Υπάρχουν πολλά αποτελέσματα ενδιαφέροντος και ο συνολικός στόχος θα είναι κάποιο από κοινού μέτρο των y τεμαχίων.



Σχήμα 22.2 Απεικόνιση της έννοιας μοντελοποίησης.

Η μεταβλητή d αναπαριστά τις περιβαλλοντικές, ή άγριες ή ανεξέλεγκτες επιδράσεις στα αποτελέσματα y. Επίσης, αναπαριστά αυτά που «δίνονται», τα οποία δεν είναι ποτέ γνωστά με βεβαιότητα. Ξανά, υπάρχουν πολλά όπως φαίνεται από το συμβολισμό διανύσματος, d. Αυτό μπορεί να περιλαμβάνει τα ακόλουθα:

- Πρώτες ύλες-ποιότητα, πυκνότητα, σύνθεση, μοριακό βάρος.
- Περιβάλλον-T, P, %RH
- Ανθρώπινα ελαττώματα-ρίψη του προϊόντος, βρέξιμο αυτού
- Συνθήκες λειτουργίας-χρόνος μαγειρέματος, ταχύτητα, T
- Διαστάσεις-μήκος, κυκλικότητα

Το διάνυσμα x_1 δείχνει τις επιλογές λειτουργίας. Για παράδειγμα:

- Διαδικασία-T, P, F, σημεία
- Αλληλουχία-στο εγχειρίδιο λειτουργίας, συναρμολόγηση

Και το διάνυσμα x_2 δείχνει επιλογές σχεδίου, όπως:

- Μέγεθος, βάρος, H, W, L
- Τραχύτητα επιφάνειας
- Αριθμός δεξαμενών
- Σχήμα φτερού αεροπλάνου
- Βαλβίδα C_v και χαρακτηριστικό
- Συχνότητα ισχύς (50 ή 60 Hz)

Κάθε d , x_1 και x_2 στοιχεία έχουν αβεβαιότητα ή απόκλιση, το οποίο προκαλεί y απόκλιση. Η απόκλιση μπορεί να είναι είτε ξεχωριστά δείγματα ή χρόνος συνεχούς λειτουργίας.

Η διάδοση της απόκλισης στο y μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να καθορίσει την αβεβαιότητα στην αντίδραση:

$$\sigma_y = \sqrt{\sum \left(\frac{\partial y}{\partial d_i}\right)^2 \sigma_{d_i}^2 + \sum \left(\frac{\partial y}{\partial x_{1,i}}\right)^2 \sigma_{x_{1,i}}^2 + \sum \left(\frac{\partial y}{\partial x_{2,i}}\right)^2 \sigma_{x_{2,i}}^2} \quad (22.22)$$

Είναι πιθανόν ότι τα παράγωγα θα πρέπει να υπολογιστούν με πεπερασμένες τεχνικές διαφοράς. Οι τιμές του στοιχείου σίγμα μπορούν να υπολογιστούν σε κάθε αριθμό τρόπων.

Μόλις η σ_y καθοριστεί, ο στόχος βελτιστοποίησης θα μπορούσε να είναι κάθε αριθμός επιλογών:

- Ελαχιστοποιήστε την πιθανότητα του y να υπερβαίνει ένα όριο:

$$p(y > y_{\text{threshold}}) = \int_{y_{\text{threshold}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} e^{-1/2((y-y_{\text{nominal}})/\sigma_y)^2} dy \quad (22.23)$$

- Ελαχιστοποιήστε το 95% κάκιστης (πιο μεγάλης) y -τιμής:

$$y_{0.95} = y_{\text{nominal}} + 1.65 \sigma_y$$

- Μεγιστοποιήστε μία ονομαστική y -τιμή:

$$y_{\text{nominal}} = f(x)$$

- Ελαχιστοποιήστε την απόκλιση για την ονομαστική y -τιμή:

$$\sigma_y = f(x)$$

22.3. Στοχαστική Προσέγγιση

Η προσέγγιση Monte Carlo για να πάρει την pdf(y), μία αριθμητική προσέγγιση, έχει πλεονεκτήματα:

- Επιτρέπει τη χρήση ενός δυναμικού μοντέλου με εξέλιξη χρόνου της αντίδρασης
- Επιτρέπει την χρήση υποθετικών πιθανοτήτων
- Επιτρέπει μη γραμμικές αντιδράσεις να περιλαμβάνονται
- Επιτρέπει κάθε μη Gaussian ή μοντέλο μη ανεξάρτητης πιθανότητας
- Έχει λιγότερη πιθανότητα λαθών υπολογισμού και άλγεβρας

Υπάρχουν, όμως, και μειονεκτήματα:

- Δεν υπάρχει σαφής αλγεβρική εξίσωση για να αποκαλύψει την ευαισθησία της y -απόκλισης στην x - ή d - απόκλιση που θα μπορούσε να οδηγήσει έναν σχεδιαστή προς την κατανόηση για το πώς να βελτιώσει το σχέδιο.

- Το υπολογιστικό φόρτος είναι υψηλό, δεν είναι συνηθισμένο να χρειάζεσαι 1000 υλοποιήσεις για να αξιολογήσεις χαρακτηριστικά της κατανομής ή ένα εκατομμύριο υλοποιήσεις όταν αναζητάς ακραίες τιμές κατανομής.

- Η στοχαστική έννοια της εφαρμογής δημιουργεί σύγχυση στην κατεύθυνση της αναζήτησης του βελτιστοποιητή και ανατρέπει τον εντοπισμό σύγκλισης.

Για να εφαρμόσετε την προσομοίωση Monte Carlo, ακολουθήστε αυτά τα βήματα:

1. Ορίστε την μεταβλητότητα όλων των x και d επιδράσεων. Αυτό μπορεί να προέρχεται από εμπειρία και να εκπαιδεύσει τις εκτιμήσεις όπως (i) την κατανόηση αληθινών pdf μοντέλων ή (ii) να έχεις ακριβή γνώση του μεγέθους απόκλισης.
2. Επιλέξτε μία DV επίλυση δοκιμής X_t .
3. Τρέξτε αρκετές υλοποιήσεις για να πάρετε PDF(Y) έτσι ώστε η OF μπορεί να υπολογιστεί. Αυτό μπορεί να σημαίνει 10^3 - 10^6 υλοποιήσεις.

Για υλοποίηση = 1 σε N

$d_r = d_{base} + \varepsilon_d$ (d_r είναι μία υλοποίηση, μία πιθανή τιμή. Πώς να αποκτήσετε το ε ακολουθεί)

$X_{1r} = X_{1base} + \varepsilon_{x1}$ (το X_1 θα μπορούσε να είναι η επίλυση δοκιμής)

$X_{2r} = X_{2t} + \varepsilon_{x2}$

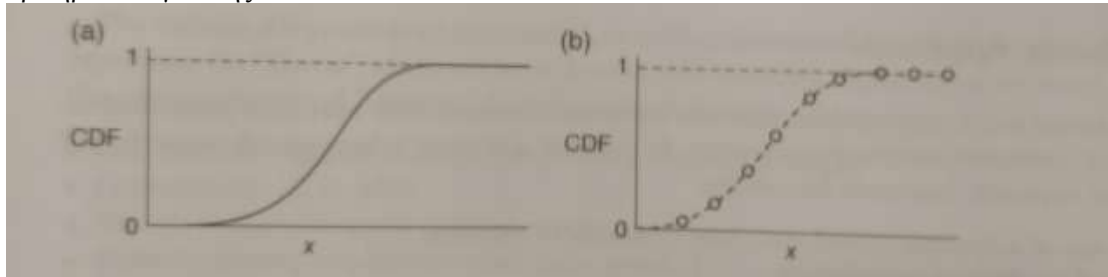
Calc $Y_r = f(X_{1r}, X_{2r}, d_r)$

Επόμενη υλοποίηση

4. Υπολογίστε τη στατιστική y , για παράδειγμα, την πιθανότητα του y να είναι το μη αποδεκτό εύρος. Η αντικειμενική συνάρτηση είναι $f(\text{statistic})$.
5. Ελέγξτε κα κριτήρια σύγκλισης και παύσης.
6. Τελειώστε, ή αφήστε τον βελτιστοποιητή να επιλέξει μία καλύτερη επίλυση δοκιμής, και επιστρέψτε στο Βήμα 2.

Εάν το Y είναι αντίδραση χρόνου, τότε οι υλοποιήσεις θα αναπαριστούν διαδοχικά δείγματα στον χρόνο.

Στο Βήμα 3 η ερώτηση είναι «πώς να πάρεις τιμές για ε ;» Παρατηρήστε ότι αυτό το ε αναπαριστά την περιβαλλοντική διαταραχή σε ένα από αυτά που «δίνεται», όχι το όριο κριτηρίου σύγκλισης.



Σχήμα 22.3 (a) Συνεχής ή αναλυτική και (b) πειραματική ή διακριτική.

Πρώτον, να έχετε μία σχέση ανάμεσα σε X και $CDF(X)$. Αυτό θα μπορούσε να είναι από τα δεδομένα ή από ένα θεωρητικό μοντέλο κατανομής. Η συνεχής καμπύλη στο Σχήμα 22.3a υποδηλώνει ένα θεωρητικό μοντέλο, και οι τελείες που συνδέονται από τη διακεκομμένη γραμμή στο Σχήμα 22.3b απεικονίζουν μία γραμμική παρεμβολή ανάμεσα στα δεδομένα.

Αναγνωρίστε ότι σε κάθε περίπτωση οι CDF τιμές είναι υπολογίσιμες. Αν και το Σχήμα 22.3a φαίνεται ακριβές οι συντελεστές μοντέλου που αποτελούν το θεωρητικό μοντέλο μπορεί να έχουν αποκτηθεί από το πιο καλό ταίριασμα ενός ιδανικού μοντέλου σε εμπειρικά δεδομένα ή μπορεί να είναι από μία θεμελιώδη έννοια. Έτσι, η φαινομενικά λιγότερο εξεζητημένη και ακριβής γραμμική παρεμβολή στο Σχήμα 26.3b μπορεί να αναπαριστά καλύτερα την αλήθεια της κατάστασης.

Η CDF αναπαριστά την πιθανότητα μίας ίσης ή χαμηλότερης x -τιμής. Η CDF έχει ένα 0-1 εύρος, και κάθε ίσο μεσοδιάστημα έχει μία ίση πιθανότητα να παράγει τη συσχετιζόμενη x -τιμή. Έτσι, ως μία τυχαία μεταβλητή η CDF είναι μία ενιαία κατανομημένη μεταβλητή από 0 έως 1.

Δεύτερον, να παράγετε μία τυχαία τιμή, ενιαία κατανομημένη στο 0 έως 1 μεσοδιάστημα. Στο λογισμικό σας, αυτό μπορεί να είναι τα κλάσματα $RAN()$, $RAND()$, $RND()$, $U()$.

Τρίτον, χρησιμοποιήστε το σύμπαν της $CDF(X)$ για να καθορίσετε την x -τιμή που θα παράγει την τυχαία κατανομημένη ενιαία ανεξάρτητη 0-1 τιμή:

$$X_i = \text{CDF}^{-1}(U_i) \quad (22.27)$$

Για να πάρετε την i th τιμή υλοποίηση του x , μπορεί να χρειάζεστε παρεμβολή ανάμεσα στα σημεία δεδομένων εάν είναι εμπειρική CDF. Ωστόσο, ένα θεωρητικό μοντέλο είναι συνήθως μία σειρά ή ακέραιος με μία μη αναλυτική αντιστροφή, απαιτώντας μία τεχνική εύρεσης ρίζας για να επιλύσει για το σύμπαν. Σε αυτή την περίπτωση μία γραμμική προσέγγιση της CDF θα είναι χρήσιμη. Πριν από την Monte Carlo ανάλυση, επιλέξτε λίγες x -τιμές, υπολογίστε τη CDF για καθεμία και αποθηκεύστε σε έναν πίνακα σαν να είναι εμπειρικά δεδομένα.

Εάν αποδεχτείτε την κανονική Gaussian κατανομή, μπορείτε εύκολα να παράγετε μία κανονικά και ανεξάρτητα κατανομημένη μεταβλητή με μηδέν και σίγμα, $NID(0, \sigma)$ με τον Box-Muller τύπο (1958):

$$\epsilon = \sigma \sqrt{-2 \ln(u_1) \sin(2\pi u_2)} \quad (22.28)$$

Εδώ τα u_1 και u_2 είναι ανεξάρτητοι τυχαίοι αριθμοί, ενιαία κατανομημένοι σε ένα 0-1 μεσοδιάστημα, $0 < u \leq 1$. Χρησιμοποιήστε τον κανονικό λογάριθμο (Naperian) όχι τον λογάριθμο βάσης 10. Ο μέσος πολλών τιμών έψιλον που υπολογίζονται από την Εξίσωση 26.28 είναι μηδέν, και η απόκλιση είναι σίγμα τετράγωνο. Είτε η συνάρτηση συνημίτονου είτε ημίτονου μπορεί να χρησιμοποιηθεί με ισοδύναμα αποτελέσματα.

23. Διακριτές και Ακέραιες Μεταβλητές

23.1. Εισαγωγή

Οι ακέραιοι, οι αριθμοί υπολογισμών, είναι υποσύνολο των διακριτών αριθμών. Ακόμη και εάν μία μεταβλητή είναι συνεχόμενα εκτιμώμενη, στην πραγματικότητα μπορεί να διακριτοποιηθεί.

Κάθε κατηγορία σε μία βελτιστοποίηση μπορεί να είναι περιορισμένη σε διακριτές τιμές. Αυτές μπορεί να είναι τιμές σημείων, για τα οποία η ύπαρξη είναι μόνον σε ένα σημείο και δεν υπάρχουν ενδιάμεσες τιμές. Στη διακριτοποίηση μπορεί να δημιουργούνται επίπεδα σημεία όπως συχνά είναι το αποτέλεσμα της λογικής «νεκρής ζώνης» όπου η μεταβλητή διατηρεί την παρελθοντική τιμή της μέχρι να ξεπεράσει κάποια τιμή διακριτοποίησης.

Τα επίπεδα σημεία προκύπτουν από διάφορους μηχανισμούς. Ένας τύπος θα μπορούσε να είναι αυτός των περιορισμών σε μία φυσική διαδικασία. Τα επίπεδα σημεία συμβαίνουν στο δυναμικό μοντελισμό εξαιτίας μίας καθυστέρησης που πρέπει να έχει ακέραιους πολλαπλασιαστές του μεσοδιαστήματος δείγματος, όπως στο SOPDT μοντέλο για σχέδιο ελεγκτή. Τα σταθερά κέρδος και χρόνος θα ήταν συνεχείς εκτιμώμενες μεταβλητές και η καθυστέρηση ένας ακέραιος πολλαπλασιαστής μεσοδιαστήματος δείγματος, έτσι αυτό είναι μία ανάμεικτη ακέραιη εφαρμογή προγραμματισμού. Τα επίπεδα σημεία επίσης συμβαίνουν όλες οι DVs είναι συνεχείς όταν το αποτέλεσμα είναι βαθμός ή διαδοχή.

Τα επίπεδα σημεία στην OF προκαλούν προβλήματα για τις αναζητήσεις τύπου διαβάθμισης και για κλασσικές άμεσες αναζητήσεις ξεχωριστής TS, επειδή κάνουν να φαίνεται στον αλγόριθμο ότι κάθε αλλαγή στην DV δεν έχει επίδραση. Έτσι πρέπει να γίνει σύγκλιση. Αυτό συμβαίνει στο σχεδιασμό για καταστάσεις αξιοπιστίας. Υπάρχουν ακέραιοι αλγόριθμοι προγραμματισμού, αλλά προτιμούμε τους απλούστερους για να χρησιμοποιήσουμε αλγόριθμους.

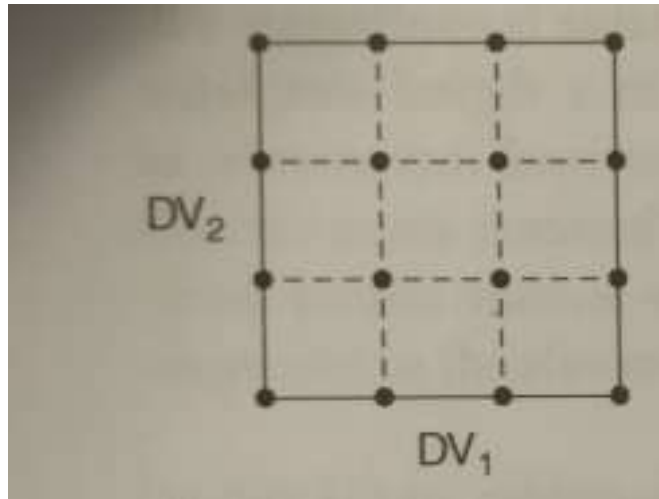
Οι τιμές διακριτοποιημένου σημείου προκαλούν ένα διαφορετικό σύνολο προβλημάτων. Μεταβλητές που μπορούν να έχουν μόνον τιμές σημείου συμπεριλαμβάνουν τον αριθμό των ανθρώπων που ασχολούνται με ένα πρότζεκτ (3.83 άνθρωποι;) ή τη διάμετρο μίας σωλήνας που μπορεί να αγοραστεί. Οι τιμές σημείου μπορούν να έχουν μόνο αυτή την απομονωμένη τιμή. Οι διακριτοποιημένες μεταβλητές στις προσομοιώσεις τυπικά συμπεριλαμβάνουν τον χρόνο ή την αύξηση απόστασης σε ένα αρχικό πρόβλημα τιμής ή στο βήμα ενοποίησης ή στις τιμές που αυξητικά υπολογίζονται. Κάποιες ή όλες οι DVs είναι ακέραιοι, ή διακριτοποιημένα μεσοδιαστήματα όπου οι ενδιάμεσοι αριθμοί είναι άκυροι.

Επιπρόσθετα παραδείγματα προκύπτουν όταν οι μεταβλητές σε μία βελτιστοποίηση έχουν χαρακτηριστικά όπως

- Τιμές διωνυμικών δυαδικών ψηφίων 0001, 0010, 0011, 0100, κ.τ.λ.
- Καθυστέρηση ως αριθμός δειγμάτων μεσοδιαστημάτων
- Αριθμό τεμαχίων, δεσμών, παράλληλων μονάδων, θέσεων ,ανθρώπων κ.τ.λ.
- Στρογγυλοποίηση σε βολικούς αριθμούς για μέγεθος(10 lb, 20 lb, 30 lb σάκοι) (6 πακέτα, 12 πακέτα, 24 πακέτα)
- Άξονες σε γράφημα μεσοδιαστημάτων του 1, 2, 5, 10, 20, 25, 50 κ.τ.λ.
- Τιμές όπου 1¢ είναι η μικρότερη μονάδα
- Τιμές OF που αναπαριστούν βαθμό ή κατηγορία

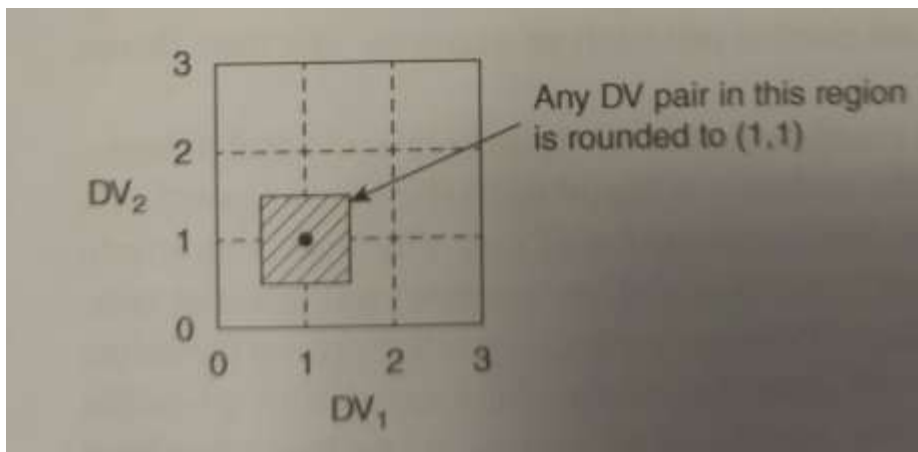
Οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης αναπαριστούν σε αυτό το βιβλίο αντιμετωπίζουν τις μεταβλητές απόφασης ως συνεχείς και δεν κάνουν άλματα από ένα σημείο τιμής σε ένα άλλο. Ωστόσο, οι TS τιμές βελτιστοποιητή θα μπορούσαν να στρογγυλοποιηθούν ή να διακριτοποιηθούν για τον OF υπολογισμό. Άκυρες μη ακέραιες ή μη διαδοχικές τιμές και ασυνέχειες προκαλούν προβλήματα για τους βελτιστοποιητές. Μπορούν να προκύψουν σε αντίδραση πολλών μορφών διακριτοποίησης.

Το Σχήμα 23.1 δείχνει μια δισδιάστατη κατάσταση για την οποία οι DVs μπορούν να έχουν μόνον τιμές σημείων. Τα σημεία μείξης στο πλέγμα αναπαριστούν εφικτές λύσεις. Αλλά δεν έχουν περιοχή μηδέν, έτσι η πιθανότητα τυχαίας εύρεσης ενός εφικτού ζεύγους σε πραγματικό χώρο είναι μηδέν.



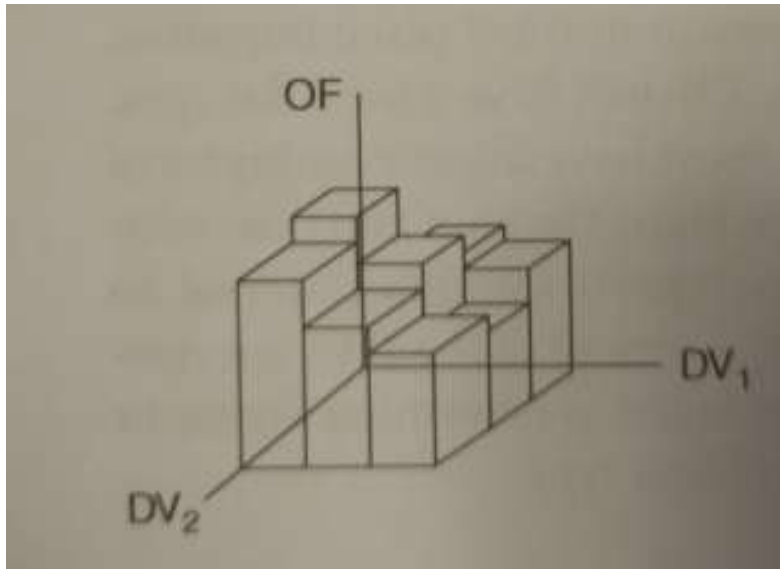
Σχήμα 23.1 Απεικόνιση των τιμών σημείου που είναι εφικτές.

Όπως σε μία επίλυση, ο αλγόριθμος μπορεί να στρογγυλοποιήσει πραγματικές DV τιμές στον ακέραιο ή σε διακριτοποιημένη τιμή. Στο Σχήμα 23.2 κάθε DV ζεύγος στην περιοχή με σκίαση θα αναπαρασταθεί από το εφικτό σημείο (1,1).



Σχήμα 23.2 Απεικόνιση στρογγυλοποίησης των DV τιμών σε μία εφικτή διακριτοποίηση.

Αυτό είναι μία βελτίωση στην OF αντίδραση συνέχειας επιφάνειας. Αλλά τώρα η επιφάνεια έχει επίπεδα σημεία με άλματα ανάμεσα στα επίπεδα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 23.3. Αυτό σημαίνει ότι βελτιστοποιητές που βασίζονται σε διαβάθμιση και είναι δεύτερου βαθμού δεν μπορούν να καταλάβουν την επιφάνεια επειδή στο επίπεδο σημείο, τα διαβαθμισμένα και Hessian στοιχεία θα είναι μηδέν. Ο διαδοχικός τετραγωνικός προγραμματισμός είναι μοντέλο βελτιστοποιητή δεύτερου βαθμού. Εάν όλα τα σημεία εξερεύνησης είναι σε επίπεδο σημείο, τότε το μοντέλο είναι $OF = OF_{base} + 0 \cdot DV_1 + 0 \cdot DV_2 + \dots$



Σχήμα 23.3 Μία αντίδραση OF σε διακριτοποιημένες DVs.

Παράδειγμα Ακέραιες DVs

Πόσα τεμάχια να χρησιμοποιήσουμε; Το Σχήμα 23.4 δείχνει μία πιθανότητα των επτά φαναριών σε μία μηχανή; Θέλεις να είσαι σίγουρος ότι έχεις αρκετό φως όταν ένα ή περισσότερα δεν λειτουργούν, αλλά επίσης θέλεις να ελαχιστοποιήσεις το κόστος της μονάδας. Το Σχήμα 23.5 δείχνει μία πιθανότητα τεσσάρων ανεμιστήρων εξαέρωσης σε ένα κτήριο, όπου υπάρχει η απαίτηση να μετακινείς μία συγκεκριμένη ένταση αέρα ανά λεπτό. Εάν ο καθένας από τους ανεμιστήρες έχει μέγεθος 1/3 της απαιτούμενης χωρητικότητας, τότε ο ένας δεν λειτουργεί, άρα οι υπόλοιποι τρεις παρέχουν επαρκή χωρητικότητα. Περισσότεροι ανεμιστήρες είναι καλύτεροι για αξιοπιστία, αλλά επίσης επιθυμείς να ελαχιστοποιήσεις το κόστος κεφαλαίου.

Σε κάθε περίπτωση, κάθε τεμάχιο μπορεί να μην λειτουργήσει. Θα μπορούσες να αγοράσεις πέντε τεμάχια πλήρους μεγέθους, να λειτουργείς το ένα και να έχεις τα τέσσερα αδιάθετα για να είσαι σίγουρος ότι θα έχεις ένα να λειτουργεί. Αλλά αυτά τα πέντε κοστίζουν πέντε φορές περισσότερο από το ένα. Υπέθεσε ότι αγοράζεις επτά τεμάχια μισού μεγέθους. Τότε χρησιμοποιώντας το 6/10th του νόμου δύναμης για να θέσεις σε κλίμακα το κόστος μονάδας στο μέγεθος, το συνολικό κόστος θα είναι $7(1/2)^{0.6} = 4.6$ φορές με ένα πλήρους μεγέθους. Αυτό είναι λιγότερο ακριβό, αλλά χρειάζεται να χρησιμοποιήσεις δύο παράλληλα. Αλλά έχεις 5 αδιάθετα, που παρέχουν υψηλή σιγουριά ότι θα έχεις πρόσβαση στα δύο όταν τα χρειαστείς.

Η ερώτηση της βελτιστοποίησης είναι «Πόσα να αγοράσω και τι μέγεθος για να ελαχιστοποιήσω το κόστος, ενώ πετυχαίνω την επιθυμητή πιθανότητα επιτυχίας;»

n =καθόλου τεμάχια= DV_1

m =δεν χρειάζεται να λειτουργεί σε πλήρη χωρητικότητα= DV_2

Q_{total}/m =χωρητικότητα ανά τεμάχιο

$C_{full\ sized}((Q_{total}/m)/Q_{total/m})^{0.6} = C_{full} (1/m)^{0.6} =$ κόστος ανά τεμάχιο

$n \cdot C_{full}(m)^{-0.6} =$ κόστος των n τεμαχίων

p =πιθανότητα ότι κάποιο τεμάχιο δεν λειτουργεί

$q=1-p$ =πιθανότητα ότι κάποιο τεμάχιο λειτουργεί

Εάν τα m τεμάχια απαιτούνται, τότε υπάρχουν $n-m$ αδιάθετα. Το σύστημα είναι λειτουργικό εάν 0 δεν λειτουργεί, 1 δεν λειτουργεί, 2 δεν λειτουργούν, ..., $n-m$ δεν λειτουργούν:

$p_{success} = p(0\text{ αποτυχία ή }1\text{ αποτυχία ή }2\text{ αποτυχίες ή } \dots \text{ ή } n-m\text{ αποτυχίες})$

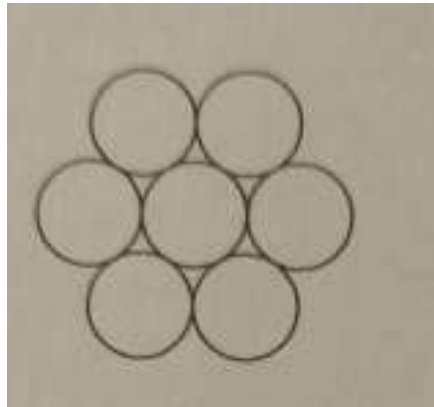
$$= p(0\text{ αποτυχία}) + (1\text{ αποτυχία}) + \dots + p(n-m\text{ αποτυχίες}) \quad (23.1)$$

$$P(l/n) = \left(\frac{n!}{l!(n-l)!} \right) p^l q^{n-l} \quad (23.2)$$

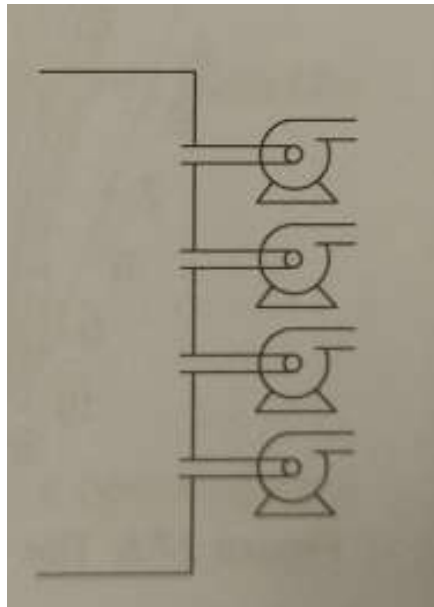
$$P_{success} = \sum_{l=0}^{n-m} P(l/n) \quad (23.3)$$

$$\min_{\{n,m\}} J = n C_{full} m^{-0.6} \quad (23.4)$$

$n, m > 0$
 n, m ακέραιοι αριθμοί
 $p_{\text{success}} > \text{όριο}$

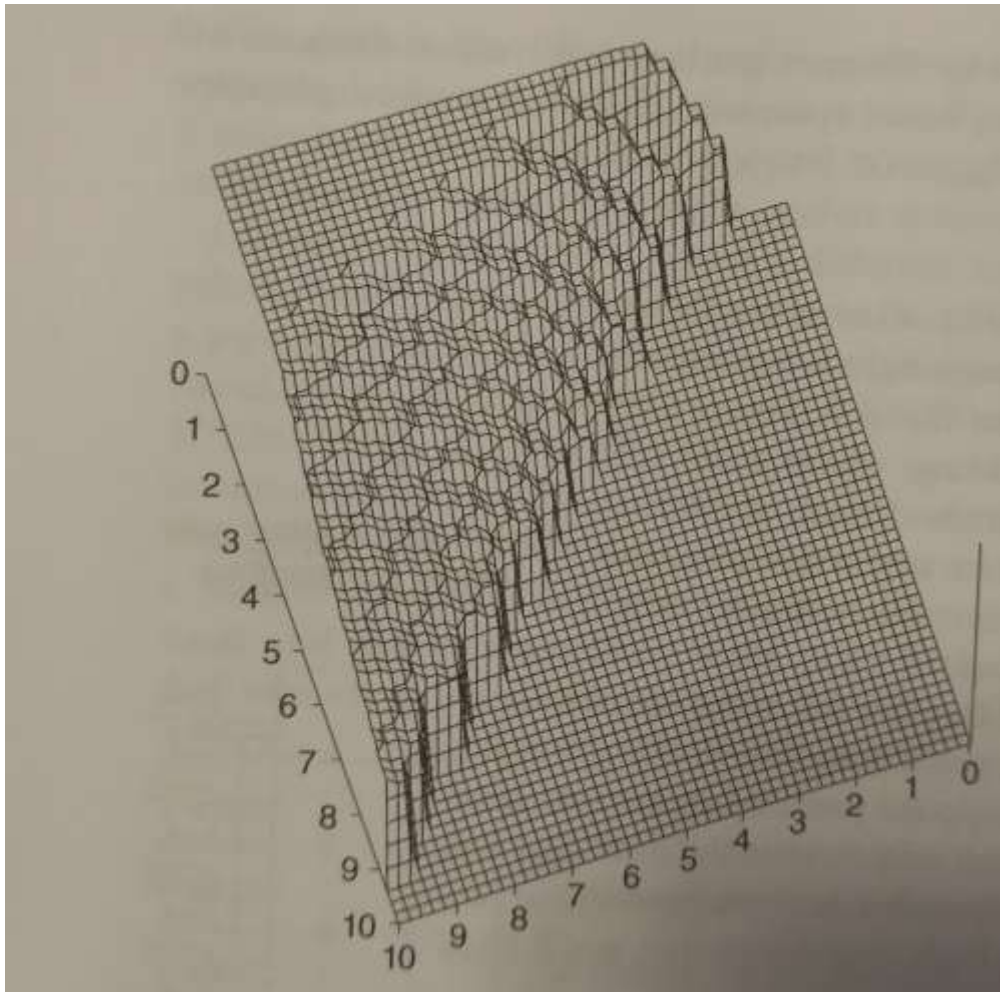


Σχήμα 23.4 Διαμόρφωση φαναριών σε μηχανή.



Σχήμα 23.5 Διαμόρφωση ανεμιστήρα εξαέρωσης σε κτήριο.

Δες την Συνάρτηση 56. Το Σχήμα 23.6 απεικονίζει την επιφάνεια. Ο κώδικας αντιμετωπίζει τις DV_1 και DV_2 ως συνεχείς τιμές, αλλά η συνάρτηση τις στρογγυλοποιεί στον πιο κοντινό ακέραιο για υπολογισμό και στον περιορισμό αξιοπιστίας και στις συναρτήσεις κόστους προϊόντος. Υπάρχουν επίπεδα σημεία στο τρισδιάστατο γράφημα, με κάθετους γκρεμούς ανάμεσά τους.



Σχήμα 23.6 Η αντίδραση OF

23.2. Επιλύσεις Βελτιστοποίησης

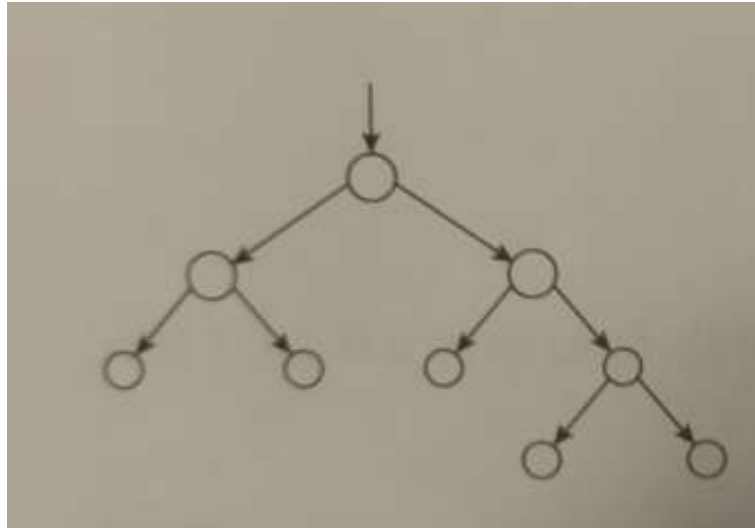
Διάφορες μέθοδοι έχουν αναπτυχθεί στο επόμενο κείμενο για να επιλύσουν εφαρμογές βελτιστοποίησης με διακριτοποιημένες μεταβλητές.

23.2.1. Εξαντλητική Αναζήτηση

Κάντε μία εξαντλητική αναζήτηση σε όλους τους συνδυασμούς ακέραιας τιμής. Αυτό μπορεί να είναι υπερβολικό. Ο αριθμός πιθανών συνδυασμών είναι $(N_1)(N_2)(N_3) \dots = \prod N_i$. Όπου N_i = μη πιθανές διακριτοποιημένες τιμές για DV_i . Αυτό είναι τεράστια ποσότητα δουλειάς.

23.2.2. Branch and Bound (διακριτά και συνδυαστικά προβλήματα βελτιστοποίησης)

Αντιμετωπίστε τις ακέραιες DVs ως συνεχείς αριθμούς και χρησιμοποιήστε έναν βελτιστοποιητή να βρει τις επιλύσεις δοκιμής. Μετά στρογγυλοποιήστε τις επιλύσεις δοκιμής σε μία κοντινή πιθανή εφικτή λύση. Μετά διορθώστε μία DV και αναζητήστε για άλλες πάνω από εφικτές τιμές σημείου στη γειτονιά. Αυτή η στρατηγική πολλαπλασιασμού, που απεικονίζεται στο Σχήμα 23.7, απαιτεί να διαχειριστείτε πολλαπλές διαδρομές με έναν βελτιστοποιητή σε κάθε κόμβο. Αυτό επίσης, θα παγιδευτεί σε ένα τοπικό βέλτιστο. Έτσι, χρειάζεσαι αρκετές δοκιμές για να είσαι σίγουρος ότι έχει ανακαλυφθεί το καθολικό.



Σχήμα 23.7 Αναπαράσταση μίας στρατηγικής Branch and Bound.

23.2.3. Κυκλική Ευρετική

Όταν οι DVs είναι διακριτοποιημένες, χρησιμοποιήστε μία κυκλική ευρετική άμεση αναζήτηση με διαστολή=1 και συστολή=-1. Αλλά εδώ οι αυξήσεις είναι διακριτές τιμές της μεταβλητής, όχι απαραίτητα οι ομάδες του. Για παράδειγμα, εάν οι DV τιμές είναι τριπλές σε μία κλίμακα λογάριθμου (1, 2, 5, 10, 20, 50, 100 κ.τ.λ.) τότε στο 20 μία +1 αυξητική κίνηση της DV πηγαίνει στο 50 και μία -1 κίνηση στο 10. Σταματήστε όταν η αναζήτηση συνεχίζει να επιστρέφει στην ίδια βάση. Αλλά ξανά αυτή η προσέγγιση ξεχωριστής TS θα οδηγήσει σε τοπικά βέλτιστα, έτσι χρειάζεσαι αρκετές δοκιμές για να είσαι σίγουρος στην εύρεση του καθολικού.

23.2.4. Lepadfrogging ή άλλη Αναζήτηση Πολλαπλών Παικτών

Αφήστε τον αλγόριθμο να κρατήσει συνεχείς τιμές για τις DVs, αλλά στρογγυλοποιήστε αυτές στην πιο κοντινή έγκυρη διακριτοποίηση για τον υπολογισμό OF και τους ελέγχους εφαρμοσιμότητας.

23.3. Σύγκλιση

Εάν οι επιφάνειες έχουν επίπεδα σημεία, όταν όλοι οι παίκτες έχουν συγκεντρωθεί σε μία κοινή επιφάνεια, τα άλματα απλά συστέλουν τη συρροή στο συνεχές, αλλά δεν αλλάζουν τη διακριτοποιημένη επίλυση. Έτσι, αντί για τη σύγκλιση που βασίζεται στον DV χώρο, ισχυριστείτε σύγκλιση όταν όλες οι OF τιμές είναι οι ίδιες. Αυτό είναι εύκολο στο LF επειδή οι κάκιστες και πιο καλές OF είναι γνωστές. Εάν η κάκιση OF τιμή είναι η ίδια όπως η πιο καλή OF τιμή, εάν το εύρος της OF είναι μηδέν, τότε όλοι οι παίκτες έχουν την ίδια OF τιμή. Εφόσον όλες οι DV διακριτοποιούνται, ο έλεγχος θα μπορούσε να ισχυριστεί σύγκλιση όταν όλες οι στρογγυλοποιημένες DVs έχουν την ίδια τιμή.

24. Κατηγορία Μεταβλητών

24.1. Εισαγωγή

Οι κατηγορίες μεταβλητών δεν έχουν αριθμητικές τιμές. Είναι τεμάχια ή επιλογές. Για παράδειγμα «Ποιο είναι καλύτερο: ένα αυτοκίνητο, μία μηχανή ή ένα αεροπλάνο;» Εδώ η DV είναι μέθοδος μεταφοράς και η αξιολόγηση του πιο καλού θα μπορούσε να σχετίζεται με καύσιμα και κόστος ασφάλειας, χαρά από το ταξίδι, αριθμό φίλων που μεταφέρεις κ.τ.λ. Η απόφαση μεταβλητής, η λίστα των τεμαχίων δεν έχει ένα κοινό, μετρήσιμο μέτρο που καθορίζει την OF. Σε μέγεθος, το αεροπλάνο είναι το πιο μεγάλο και η μηχανή η πιο μικρή, αλλά αυτή η έννοια δεν καθορίζει την OF. Η μηχανή μπορεί να επιταχύνει γρηγορότερα, και το αυτοκίνητο μεταφέρει αποσκευές ανά επιβάτη, αλλά ξανά αυτά είναι συνέπειες της DV.

Η λίστα των τεμαχίων μπορεί να περιέχει όλα τα πράγματα που χρειάζεται να εφαρμοστούν και το ερώτημα είναι «Ποια είναι η πιο καλή αλληλουχία εφαρμογής των λειτουργιών;» Η σωστή σειρά δεν έχει σχέση με κοινές έννοιες που μπορεί να σχετίζουν τις λειτουργίες, όπως η αλφαβητική σειρά των ονομάτων, ο αριθμός των γραμμάτων κ.τ.λ.

Ένα παράδειγμα βελτιστοποίησης αλληλουχίας είναι το πρόβλημα ταξιδιού του πωλητή (TSP). Ονομαστικά το άτομο πρέπει να επισκεφτεί N πόλεις. Το σπίτι είναι η αρχή και πρέπει να είναι και το τέλος, αλλά ποια είναι η αλληλουχία των μεταξύ επισκέψεων; Η DV είναι η αλληλουχία και πρέπει να περιλαμβάνει όλες τις πόλεις. Σίγουρα θα υπάρχουν περιορισμοί π.χ. η Πόλη J πρέπει να είναι πριν την Πόλη B ή ο χρόνος ταξιδιού ανάμεσα σε δύο πόλεις πρέπει να είναι λιγότερο από 6h.

Ένας κτηματομεσίτης θέλει να ελαχιστοποιήσει το κόστος ταξιδιού και το χρόνο ταξιδιού, αποφεύγοντας σχολικές ζώνες ή δρόμους που επισκευάζονται, να μεγιστοποιήσει την άνεση και την ασφάλεια, να συμμορφωθεί με έναν προγραμματισμό συγκρούσεων που σχετίζεται με τον ιδιοκτήτη του ακινήτου κ.τ.λ.

Παρόλο που ονομάζεται TSP, αυτή η βελτιστοποίηση αλληλουχίας γεγονότων, λειτουργιών και δραστηριοτήτων είναι κοινή στη λογιστική, στον προγραμματισμό και στον σχεδιασμό. Θα μπορούσε να εφαρμοστεί σε διάφορους τομείς εργασίας. Οι πιθανές αντικειμενικές συναρτήσεις θα μπορούσαν να είναι ο χρόνος να ολοκληρώσεις τις εργασίες, ρίσκο να συναντήσεις ανεπιθύμητη κατάσταση κ.τ.λ. Οι περιορισμοί θα μπορούσαν να σχετίζονται με την αλληλουχία.

Σε κατηγορίες μεταβλητών αλληλουχίας, η OF θα μπορούσε να συμπεριλαμβάνει πολλές εναλλακτικές σκέψεις. Παρόμοια, οι περιορισμοί θα μπορούσαν να είναι σε κάθε αριθμό εννοιών που σχετίζονται με την αλληλουχία.

Η βελτιστοποίηση με κατηγορίες μεταβλητών είναι πολύ συνηθισμένη. Τα χαρακτηριστικά της λίστας των κατηγοριών μεταβλητών δεν έχουν κοινό μετρήσιμο μέτρο που μπορεί να περιγραφεί με μία κοινή αριθμητική τιμή.

Υπάρχουν δύο κατηγορίες της βελτιστοποίησης με κατηγορίες μεταβλητών. Στην μία η DV είναι διχωτομική, είναι μία είτε ή επιλογή, μία επιλογή ενός τεμαχίου από μία λίστα. Στην άλλη η DV αλληλουχία που περιλαμβάνει όλα τα τεμάχια σε μία λίστα.

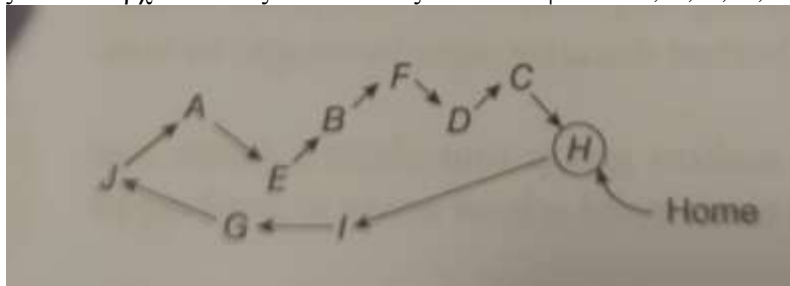
Σε κάθε περίπτωση, θα υπάρχουν πιθανόν άλλες συνεχείς ή διακριτές μεταβλητές που σχετίζονται με την εφαρμογή.

Εάν είναι διχωτομική, και υπάρχουν n επιλογές στην DV, τότε μία εξαντλητική αναζήτηση θα μπορούσε να βελτιστοποιήσει συνεχείς μεταβλητές για κάθε από τις n επιλογές. Εάν, ωστόσο, υπάρχουν n_i επιλογές στην i th DV και καθόλου περιορισμοί για μία επιλογή DV, τότε υπάρχουν $N = \prod n_i$ ξεχωριστοί βελτιστοποιητές. Εάν υπάρχουν n πόλεις που πρέπει να τις επισκεφτούν, τότε υπάρχουν $N=n!$ Αριθμός αλληλουχιών που θα πρέπει να ληφθούν υπόψη σε μία εξαντλητική αναζήτηση. Σε κάθε περίπτωση, η βελτιστοποίηση κάθε πιθανότητας με μία εξαντλητική αναζήτηση δια μέσου είτε διχωτομικών συνδυασμών ή όλων των πιθανοτήτων αλληλουχίας, μπορεί να μην είναι πρακτικό.

Οι διαδικασίες βελτιστοποίησης που καθοδηγούνται είτε από ευρετικές είτε από ανθρώπινες λογικές είναι χρήσιμες.

24.2. Μέθοδος Τυχαίων Κλειδιών: Αλληλουχία

Σκεφτείτε ένα TSP-βρείτε την αλληλουχία των πόλεων για να ελαχιστοποιήσετε τη συνολική απόσταση της διαδρομής για να επισκεφτείτε τις πόλεις. Η απόσταση ανάμεσα στην i th και j th πόλη είναι $d_{i,j}$. Το ταξίδι πρέπει να ξεκινήσει και να τελειώσει στο σπίτι. Στην απεικόνιση του σχήματος 28.1 υπάρχουν άλλες εννιά πόλεις να επισκεφτείτε: A, B, C, D, E, F, G, I και J.



Σχήμα: 24.1 Απεικόνιση του TSP.

Η απλή παράσταση βελτιστοποίησης είναι

$$\min_{\{sequence\}} J = \sum d_{i,j} \quad (24.1)$$

Αναθέστε σε κάθε πόλη μία αριθμητική τιμή (το κλειδί). Για παράδειγμα,

A	0.832
B	0.106
C	0.208
D	0.507
E	0.034

κ.ο.κ.

Μετά ξεχωρίστε τις πόλεις από το κλειδί τους σαν να ήταν μία συνεχής DV τιμή, και υπολογίστε το κόστος μετακίνησης από-προς. Στη διαδρομή όταν ξεχωρίζει από το τυχαίο κλειδί “H” ξεκινάει, “E” με μία τιμή 0.034 ακολουθείται από το “B” με μία τιμή 0.106:

$$J = \sum d_{i,j} = d_{E,B} + d_{B,C} + d_{C,D} + \dots \quad (24.2)$$

Εάν υπάρχουν N πόλεις να επισκεφτείτε και μία άλλη είναι σπίτι, υπάρχουν $N+1$ πόλεις. Υπάρχουν N μετακινήσεις. Εκτός από τις δύο τελευταίες μετακινήσεις, κάθε μετακίνηση πρέπει να επιλέγει μία πόλη από αυτές που δεν επισκέφτηκε. Μία εξαντλητική αναζήτηση θα έχει $N!$ πιθανούς συνδυασμούς.

Αντίθετα, στην Μέθοδο Τυχαίων Κλειδιών, καθεμία από τις N πόλεις έχει ένα τυχαίο κλειδί, το οποίο καθοδηγεί την αναζήτηση. Η δουλειά του βελτιστοποιητή είναι να καθορίσει τις τιμές των τυχαίων κλειδιών που βελτιστοποιούν την OF. Για ένα πρόβλημα αλληλουχίας N εργασιών, υπάρχουν N DVs.

Εάν η τιμή τυχαίου κλειδιού για την Πόλη C ήταν 0.217 ή 0.109 ή 0.505, η αλληλουχία δεν θα άλλαζε, έτσι και η OF τιμή δεν θα άλλαζε. Αυτό αποκαλύπτει ότι υπάρχουν επίπεδα σημεία στην OF σε αντίθεση με την DV αλληλουχία.

Εάν χρησιμοποιείτε leapfrogging ως βελτιστοποιητή, κάθε παίκτης έχει N DV τιμές. Για παράδειγμα, ένας παίκτης, Παίκτης 1, μπορεί να έχει τις τιμές κλειδιού από τον πίνακα προηγούμενος.

Παίκτης 1 (0.832, 0.106, 0.218, 0.507, 0.034, ...)

Ένας άλλος παίκτης θα αρχικοποιούνταν με ένα εναλλακτικό σύνολο τυχαίων τιμών κλειδιού. Για παράδειγμα,

Παίκτης 2 (0.117, 0.588, 0.941, 0.001, 0.773, ...)

Οι τυχαίοι αριθμοί σε κάθε στοιχείο παίκτη καθορίζουν την αλληλουχία της επίλυσης δοκιμής. Υπολογίστε την OF για κάθε παίκτη.

Βάλτε το καλύτερο άλμα πάνω από το πιο καλό. Κάθε DV διάσταση κάνει ένα ανεξάρτητο τυχαίο άλμα πάνω από. Για μία απεικόνιση άλματος, σκεφτείτε αυτές τις τιμές κλειδιών για στοιχεία στους καλύτερους και πιο καλούς παίκτες:

Κάκιστος: 0.117, 0.588, 0.941, 0.001, 0.773, ...

Πιο καλός: 0.832, 0.106, 0.218, 0.507, 0.034.....

Κάνε άλμα σε: $0.832 + r_1(0.832-0.117)$,

$0.106 + r_2(0.106-0.588)$,

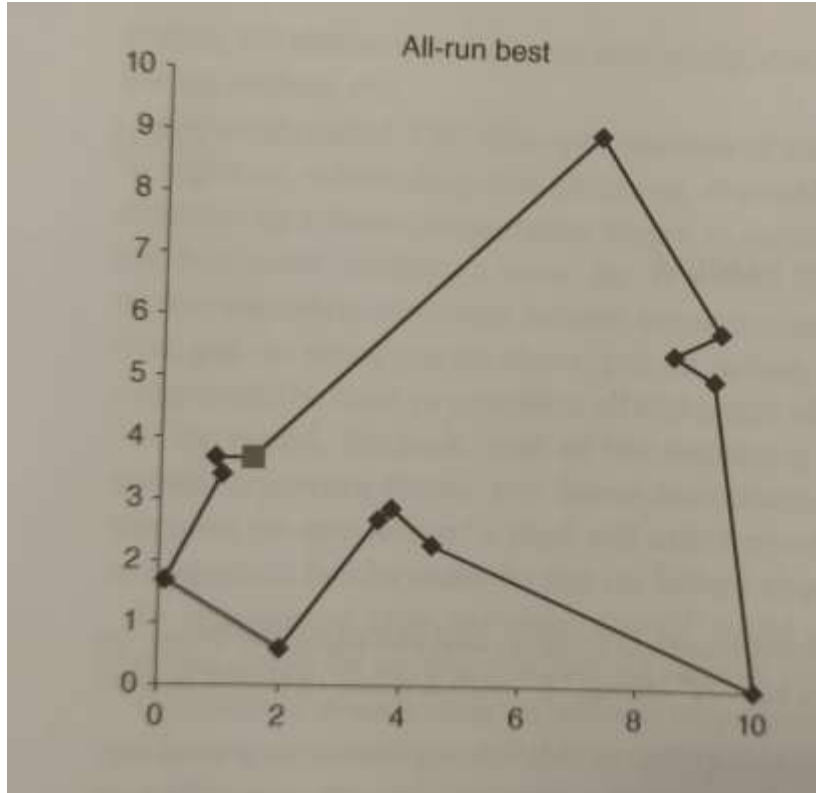
$0.218 + r_3(0.218-0.941)$

$0.507 + r_4(0.507-0.001)$,

$0.034 + r_5(0.034-0.773)$,

Υπολογίστε την OF για την καινούρια θέση παίκτη.

Παράδειγμα. Το παράδειγμα Κτηματομεσίτη δείχνει την τοποθεσία 12 σπιτιών για ένα πρωινό. Κάθε απόγευμα, σχεδιάζεται μία αλληλουχία για επίσκεψη σε κάθε σπίτι. Με τον απλό στόχο να ελαχιστοποιεί συσσωρευμένη απόσταση, η βέλτιστη διαδρομή φαίνεται στο Σχήμα 24.2.



Σχήμα 24.2. Ο κάθετος άξονας είναι η βόρεια-νότια κατεύθυνση με κλίμακα 0-10 τιμή, και ο οριζόντιος ανατολή-δύση κατεύθυνση.

Για το παράδειγμα αυτό, υπάρχουν πολλές κοντινές βέλτιστες διαδρομές με παρόμοια απόσταση. Σίγουρα, η OF θα μπορούσε να σχετιστεί με τον χρόνο ταξιδιού και να έχει ποινές για μεγάλη κίνηση, μπουτλιαρισμένους δρόμους και σχολικές ζώνες.

24.3. Μέθοδος Τυχαίων Κλειδιών: Διχωτομικές Μεταβλητές

Άλλα παραδείγματα κατηγορίας μεταβλητών περιλαμβάνουν τις διχωτομικές. Για παράδειγμα, στο σχεδιασμό, η επιλογή μπορεί να ήταν ανάμεσα σε μία παρτίδα και έναν συνεχή αντιδραστήρα. Ξανά, αναθέστε τυχαίους αριθμούς στις μεταβλητές κατηγορίας και διαχωρίστε τις DV τιμές από ένα εύρος τιμών. Για παράδειγμα, εάν η τιμή για $DV_1 > 0.5$, τότε είναι παρτίδα, αλλιώς συνεχή αντιδραστήρας.

25. Παλινδρόμηση

25.1. Αντίληψη

Κάποιοι ρωτούν γιατί χρησιμοποιούμε το άθροισμα τετραγωνικών αποκλίσεων αντί για το άθροισμα απόλυτων τιμών αποκλίσεων όπως η αντικειμενική συνάρτηση στην παλινδρόμηση. Και οι δύο αντικειμενικές συναρτήσεις θα λειτουργήσουν. Και οι δύο παρέχουν λογικά ταιριάσματα του μοντέλου στα δεδομένα. Η ελαχιστοποίηση της απόλυτης τιμής της απόκλισης είναι ευκολονόητη και θεωρείται λογική. Θεωρητικά, ωστόσο, (όπως φαίνεται στο 25.5), το άθροισμα των τετραγωνικών υπολειμμάτων βασίζεται στην κανονική Gaussian κατανομή που σχετίζεται με την απόκλιση δεδομένων. Εάν το μοντέλο είναι αληθές στα φαινόμενα και τα δεδομένα διαταράσσονται από πολλές μικρές, ίσες, τυχαίες, ανεξάρτητες επιδράσεις, τότε τα υπολείμματα θα πρέπει να είναι Gaussian κατανομημένα. Η μεγιστοποίηση της πιθανότητας ότι το μοντέλο παριστάνει τη διαδικασία που θα μπορούσε να έχει παράγει τα δεδομένα, μπορεί λειτουργικά να μετατραπεί και είναι ισοδύναμη με την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των τετραγωνικών υπολειμμάτων.

Επίσης, η μέθοδος του αθροίσματος των τετραγώνων είναι συνεχής με συνεχή παράγωγα. Η απόλυτη τιμή της απόκλισης έχει μία κλίση ασυνέχειας, που μπορεί να ανατρέψει τους κλασσικούς βελτιστοποιητές.

Για αυτούς τους δύο λόγους, η κλασσική μέθοδος, η μέθοδος που χρησιμοποιείται από τους πιο πολλούς παρόχους λογισμικού μοντελοποίησης, είναι η ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των τετραγώνων υπολειμμάτων.

Ούτε ωστόσο δίνει το πραγματικό μοντέλο. Ακόμη και εάν το μοντέλο ήταν λειτουργικά τέλει, οι διαταραχές στα πειραματικά δεδομένα θα προκαλούσαν λάθη. Αφαιρέστε ένα δεδομένο και αντικαταστήστε με ένα άλλο σημείο δεδομένου με υποθετικά τις ίδιες συνθήκες. Το καινούριο δεν θα είναι ακριβώς στην ίδια θέση, και το μοντέλο θα είναι λίγο διαφορετικό.

Επίσης, η αλήθεια για την φύση είναι δυσνόητη. Ενώ το μοντέλο μπορεί να παρέχει επαρκή λειτουργικότητα για την χρήση στη μηχανική και η παλινδρόμηση μπορεί να βρίσκει τους καλύτερους συντελεστές για το μοντέλο, το μοντέλο παραμένει λάθος. Ελπίζουμε για ένα υποκατάστατο μοντέλο που λογικά ταιριάζει στα δεδομένα. Και η ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των τετραγωνικών υπολειμμάτων και του αθροίσματος των απόλυτων τιμών των αποκλίσεων παρέχουν λογικά μοντέλα.

25.2. Μέθοδος των Ελάχιστων Τετραγώνων: Παραδοσιακή Άποψη στις Παραμέτρους Γραμμικού Μοντέλου

Ο στόχος είναι να αποκτήσουμε ένα μοντέλο που πιο καλά ταιριάζει στα δεδομένα από μία πειραματική αντίδραση. Πρώτα, παράγετε δεδομένα πειραματικά. Τρέξτε ένα πείραμα. Εισάγετε τις συνθήκες, x , μετρήστε την αντίδραση, y . Μετά βρείτε το πιο καλό μοντέλο,

$\tilde{y} = \tilde{f}(c, x)$. Η κυματοειδής γραμμή πάνω από το y και f υποδηλώνει ότι αυτό είναι το μοντέλο, μία μαθηματική προσέγγιση, όχι η αληθινή περιγραφή της Φύσης. Το διάνυσμα c αναπαριστά τους συντελεστές μοντέλου.

Τα μοντέλα μπορούν να έχουν πολλές συναρτησιακές μορφές. Εδώ υπάρχουν τέσσερα από έναν άπειρο αριθμό κοινών εμπειρικών επιλογών για μία y -αντίδραση σε μία ξεχωριστή x -μεταβλητή. Οι συντελεστές είναι a, b, c, d, e . Ο χρήστης πρέπει να αποφασίσει τις λειτουργικές συναρτησιακές σχέσεις κατάλληλες για την εφαρμογή:

$$\tilde{y} = a + bx \text{ γραμμική } y\text{-αντίδραση στο } x \quad (25.1a)$$

$$\tilde{y} = a + bx + cx^2 \text{ τετράγωνο } y\text{-αντίδραση στο } x \quad (25.1b)$$

$$\tilde{y} = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 \text{ υψηλότερος βαθμός } y\text{-αντίδραση στο } x \quad (25.1c)$$

$$\tilde{y} = a + bx + cx^2 + dx^{-1} \text{ ανάμεικτη συνάρτηση} \quad (25.1d)$$

Η παράσταση της βελτιστοποίησης είναι

$$\min_{\{c\}} J = \sum (y_i - \tilde{y}_i)^2 = \sum (y_i - \tilde{f}(c, x_i))^2 \quad (25.2)$$

Όπου ο δείκτης i αναπαριστά τον αριθμό των δεδομένων. Οι τιμές συντελεστών, c , και η λειτουργικότητα του μοντέλου \tilde{f} , είναι κοινά σε όλα τα σημεία δεδομένων i .

Κλασικά δημιουργούμε το μοντέλο να είναι γραμμικό στους συντελεστές, γραμμικό στις DVs για τη βελτιστοποίηση. Μετά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε γραμμικές τεχνικές παλινδρόμησης και να έχουμε την άνεση της γνώσης ότι υπάρχει μία μοναδική επίλυση και ότι οι DV τιμές μπορούν να υπολογιστούν.

Ένα μοντέλο είναι γραμμικό σε συντελεστές εάν η μοντελοποιημένη αντίδραση είναι ανεξάρτητα γραμμική σε κάθε συντελεστή-ή εάν το δεύτερο παράγωγο δηλαδή κάθε συνδυασμός συντελεστών είναι μηδέν:

$$\frac{\partial^2 \tilde{y}}{\partial c_j \partial c_k} = 0 \quad (25.3)$$

Τα τέσσερα μοντέλα είναι όλα γραμμικά σε συντελεστές α, b, c, d, e. Το πλεονέκτημα είναι ότι η αναλυτική μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να καθορίσει τις τιμές συντελεστών μοντέλου. Θέστε τα παράγωγα της OF δηλαδή κάθε DV στο μηδέν:

$$\frac{\partial J}{\partial c_j} = 0 \quad (25.4)$$

Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα N γραμμικές εξισώσεις, καθένα γραμμικό στις N DVs. Για παράδειγμα, στο τετραγωνικό μοντέλο, $\tilde{y} = a + bx + cx^2$, τα τρία παράγωγα μπορούν να αναδιαταχθούν σε αυτό το σύνολο των γραμμικών εξισώσεων στους τρεις συντελεστές:

$$\frac{\partial J}{\partial a} = 0 \rightarrow (N)a + (\sum x_i)b + (\sum x_i^2)c = \sum y_i \quad (25.5a)$$

$$\frac{\partial J}{\partial b} = 0 \rightarrow (\sum x_i)a + (\sum x_i^2)b + (\sum x_i^3)c = \sum x_i y_i \quad (25.5b)$$

$$\frac{\partial J}{\partial c} = 0 \rightarrow (\sum x_i^2)a + (\sum x_i^3)b + (\sum x_i^4)c = \sum x_i^2 y_i \quad (25.5c)$$

Αυτό το σύνολο των εξισώσεων είναι γνωστό ως οι «κανονικές εξισώσεις» και άσχετα από τον αριθμό των DVs, μπορεί να αναπαρασταθεί ως $Ma=RHS$, για συμβατική γραμμική αλγεβρική επίλυση.

25.3. Μοντέλα μη Γραμμικά στην DV

Ωστόσο, συχνά, τα μοντέλα είναι μη γραμμικά στους συντελεστές. Εδώ είναι τρία παραδείγματα:

$$\tilde{y} = ax^p \quad \text{ο νόμος της δύναμης με 0 διακοπή} \quad (25.6a)$$

$$\tilde{y} = a + ax^p \quad \text{ο νόμος της δύναμης με y- διακοπή} \quad (25.6b)$$

$$\tilde{y} = ae^{-b/x} \quad \text{βαθμός αντίδρασης} \quad (25.6c)$$

Η παράσταση βελτιστοποίησης είναι ακόμη η ίδια:

$$\min_{\{c\}} J = \sum (y_i - \tilde{y}_i)^2 = \sum (y_i - \tilde{f}(c, x_i))^2 \quad (25.7)$$

Όπου ο δείκτης i αναπαριστά τον αριθμό των δεδομένων. Οι τιμές συντελεστών, c, και η λειτουργικότητα του μοντέλου \tilde{f} , είναι κοινά σε όλα τα σημεία δεδομένων i.

Κλασικά, δημιουργούμε το μοντέλο να είναι γραμμικό στους συντελεστές. Ωστόσο, ο νόμος της δύναμης και τα εκθετικά μοντέλα δεν είναι.

Μία κοινή μετατροπή γραμμικοποίησης για μοντέλο νόμου της δύναμης, $\tilde{y} = ax^p$ είναι να το μετατρέψεις με λογάριθμο:

$$\tilde{y}' = \ln(\tilde{y}) = \ln(a) + p \ln(x) = a' + px' \quad (25.8)$$

Η σχέση ανάμεσα στο \tilde{y}' και x' είναι τώρα γραμμική στους συντελεστές a' και p. Η εφαρμογή βελτιστοποίησης γίνεται

$$\min_{\{c\}} J = \sum (y'_i - \tilde{y}'_i)^2 \quad (25.9)$$

Εφόσον η γραμμική παλινδρόμηση εκτελείται στα μετατρεμμένα δεδομένα, αναστρέφοντας την μετατροπή θα επιστρέψει τις επιθυμητές τιμές συντελεστή. Για παράδειγμα, όταν η τιμή για a' έχει καθοριστεί, $a' = e^{a'}$

Υπάρχει μία μεγάλη ποικιλία γραμμικοποιημένων μετατροπών για την ποικιλία των λειτουργικότητων μοντέλου, και η παραδοσιακή πρακτική έχει προσφέρει όπως τον σωστό

τρόπο να επιλύσει το πρόβλημα της παλινδρόμησης. Αλλά ότι είναι αποδεκτό ως το πιο καλό στην ανθρώπινη ιστορία έχει αλλάξει από την εποχή προ υπολογιστών μέχρι σήμερα.

Η μετατροπή λογάριθμου της OF θα σημαίνει

$$\min_{\{c'\}} J' = \ln(J) = \ln \left[\sum (y_i - \tilde{y}_i)^2 \right] = \ln \left[(y_i - \tilde{y}_i)^2 + (y_i - \tilde{y}_i)^2 \right] + \dots] \quad (25.10)$$

Ωστόσο, η μετατροπή λογάριθμου των ξεχωριστών δεδομένων αλλάζει την OF:

$$\begin{aligned} \min_{\{c'\}} J &= \sum (y'_i - \tilde{y}'_i)^2 = \sum (\ln(y_i) - \ln(\tilde{y}_i))^2 \\ &= \sum \left(\ln \left(\frac{y_i}{\tilde{y}_i} \right) \right)^2 = 2 \left[\left(\frac{y_i}{\tilde{y}_i} \right) + \left(\frac{y_i}{\tilde{y}_i} \right) + \dots \right] \end{aligned} \quad (25.11)$$

Μπορείς να αναπαραστήσεις αυτό ως σταθμισμένα ελάχιστα τετράγωνα OF, όπου οι αρχικοί OF όροι σταθμίζονται από έναν παράγοντα, λ_i :

$$J = \sum_{i=1}^N \lambda_i (y'_i - \tilde{y}'_i)^2 \quad (25.12)$$

Χρησιμοποιώντας το γραμμικό μοντέλο,

$$J' = \sum_{i=1}^N (\ln(y_i) - \ln(\tilde{y}_i))^2 = \sum_{i=1}^N (\ln(y_i/\tilde{y}_i))^2$$

τότε ο παράγοντας στάθμισης είναι

$$\lambda_i = \left[\frac{\ln(y_i/\tilde{y}_i)}{y_i - \tilde{y}_i} \right]^2 \quad (25.13)$$

Ο παράγοντας στάθμισης εξαρτάται από την τιμή του y και την απόκλιση ανάμεσα στο μοντέλο και τα δεδομένα. Δεν είναι μία ενιαία τιμή πάνω σε όλα τα σύνολα δεδομένων. Οι DV επιλύσεις από την αρχική μη γραμμική παράσταση της Εξίσωσης 25.10 και η βελτιστοποίηση που χρησιμοποιεί τις γραμμικές μετατροπές της Εξίσωσης 25.11 επιστρέφει διαφορετικές τιμές DV.

Εάν, ωστόσο, το μοντέλο πράγματι αναπαριστά τα δεδομένα και το πειραματικό λάθος είναι μικρό και/ή το εύρος είναι μεγάλο, τότε η απόκλιση ανάμεσα στις μη γραμμικές και γραμμικές DV τιμές είναι μικρή. Οι γραμμικοποιημένες μετατροπές έχουν υπηρετήσει το ανθρώπινο είδος καλά, αλλά δεν θα πρέπει να θεωρούνται σήμερα το πιο καλό εργαλείο. Για να εμποδίσουμε την παραμόρφωση της σημασίας των δεδομένων που είναι αποτέλεσμα από τη γραμμικοποίηση, μην κάνετε γραμμικοποίηση. Χρησιμοποιήστε μία αριθμητική μέθοδο βελτιστοποίησης στα μη γραμμικοποιημένα δεδομένα.

25.3.1. Μοντέλα με μία Καθυστέρηση

Το μοντέλο μπορεί να αναπαριστά πως η διαδικασία εξελίσσεται με τον χρόνο. Εάν είναι πρώτου βαθμού και γραμμική, η συνηθισμένη διαφορική εξίσωση θα είναι

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = ku(t) \quad (25.14)$$

Εναλλακτικά, η ξεκάθαρη παράσταση πεπερασμένης διαφοράς (μέθοδος Euler) θα είναι

$$y_{i+1} = y_i + \frac{\Delta t(ku_i - y_i)}{\tau} \quad (25.15)$$

Η αναπαράσταση του αυτόματου επιταχυνόμενου-κινούμενου μέσου όρου (ARMA) θα είναι

$$y_{i+1} = ay_i + bu_i \quad (25.16)$$

Εδώ ο δείκτης i υποδηλώνει ότι το μεσοδιάστημα δείγματος και ο χρόνος είναι το προϊόν του αριθμού δείγματος μεσοδιαστήματος και η αύξηση χρόνου, $t=i\Delta t$. Εάν η επίλυση της διαφορικής εξίσωσης είναι αριθμητική, τότε οι Εξισώσεις 25.15 και 25.16 αναπαριστούν το μοντέλο. Εάν η διαδικασία δεδομένων ήταν να είναι περιοδικά δειγματοληπτούμενη, τότε οι τιμές θα υπήρχαν μόνον σε διακριτές τιμές χρόνου. Σε κάθε περίπτωση, η μεταβλητή y , i , έχει ακέραιες τιμές και ο χρόνος διακριτοποιείται.

Εάν δεν είναι πρώτου βαθμού και γραμμική, τα διακριτοποιημένα μοντέλα είναι πιο περίπλοκα αλλά η έννοια διακριτοποίησης παραμένει.

Μπορεί να υπάρχει μία καθυστέρηση ανάμεσα στην είσοδο στο μοντέλο και στην επίδραση στα αποτελέσματα. Για παράδειγμα, η χρέωση με μία πιστωτική κάρτα σήμερα δεν έχει άμεσα επίδραση στον λογαριασμό τραπεζής, αλλά μετά από τον χρόνο καθυστέρησης πρέπει να πληρώσεις τον λογαριασμό. Μετά έχει επίδραση. Οι καθυστερήσεις μπορεί να είναι εξαιτίας πληροφοριών ή μεταφοράς υλικού σε μία διαδικασία ή σύστημα επικοινωνίας. Εάν είναι πρώτου βαθμού, γραμμική και με καθυστέρηση, η συνηθισμένη διαφορική εξίσωση θα είναι

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = ku(t - \theta) \quad (25.17)$$

Εναλλακτικά, η ρητή αναπαράσταση πεπερασμένης διαφοράς (μέθοδος Euler) θα είναι

$$y_{i+1} = y_i + \frac{\Delta t(ku_{i-n} - y_i)}{\tau} \quad (25.18)$$

Η η αναπαράσταση του αυτόματου επιταχυνόμενου-κινούμενου μέσου όρου (ARMA) θα είναι

$$y_{i+1} = ay_i + bu_{i-n} \quad (25.19)$$

Εδώ το n αναπαριστά τον αριθμό δειγμάτων έχουν ισοδύναμη καθυστέρηση $n = \theta / \Delta t$, αλλά n πρέπει να είναι ένας ακέραιος είτε για κάθε αριθμητική επίλυση ή για αντιστοίχιση μοντέλου σε δεδομένα από δείγματα. Στο μοντέλο, θ , ή ισοδύναμα n, είναι ένας συντελεστής με άγνωστη τιμή που καθορίζεται από παλινδρόμηση:

$$y_{i+1} = ay_i + bu_{i-n} \quad (25.20)$$

Ακόμη και εάν το μοντέλο κατηγοριοποιήθηκε ως μοντέλο στην ODE ορολογία η άσκηση παλινδρόμησης είναι μη γραμμική στο πως το θ ή ισοδύναμα το n εμφανίζεται στο μοντέλο. Όχι μόνον η DV διακριτοποιείται σε ακέραιες τιμές, αλλά επίσης έχει μία μη γραμμική επίδραση στην OF. Ακόμη πιο περίπλοκα, τα δεδομένα πριν τα n δείγματα δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να υπολογίσουν την OF, επειδή το μοντέλο δεν έχει u δεδομένα πριν το $i=0$. έτσι, η επίλυση δοκιμής για n επηρεάζει πόσα στοιχεία είναι στο OF άθροισμα.

Αυτό ήταν για ένα δυναμικό μοντέλο, αλλά τα ζητήματα είναι παρόμοια ακόμη και αν το μοντέλο αναπαριστά μία διαδικασία για την οποία δεν υπάρχει δυναμική εξέλιξη, απλά μία καθυστέρηση. Αυτό θα μπορούσε να το δείξει η μεταφορά αγωγού με ροή τάπας:

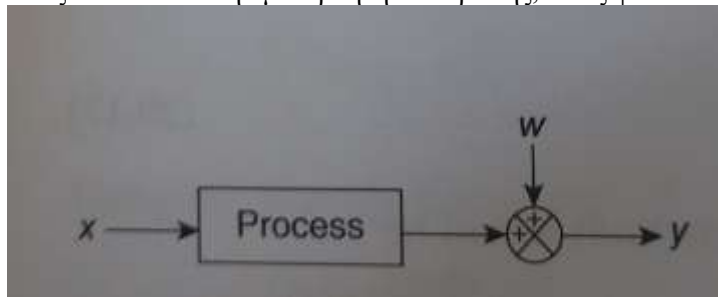
$$\tilde{y} = \tilde{f}(c, x_{i-n}) \quad (25.21)$$

Ακόμη και εάν το μοντέλο είναι γραμμικό στους άλλους συντελεστές, είναι μη γραμμικό στην επίδραση του n στο μοντέλο. Συνεπώς, η βελτιστοποίηση είναι μη γραμμική, και η DV είναι διακριτοποιημένη.

Προτείνω μία τεχνική άμεσης αναζήτησης με πολλαπλούς παίκτες.

25.4. Μέγιστη Πιθανότητα

Συνήθως προσποιούμαστε ότι η τιμή του x, στον οποίο η επίδραση σε ένα πείραμα ήταν τέλεια γνωστή, εφαρμόστηκε με ακρίβεια και δεν είχε αβεβαιότητα. Συνήθως η πειραματική αβεβαιότητα εντελώς διατίθεται στην μεταβλητή αντίδρασης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 25.1.

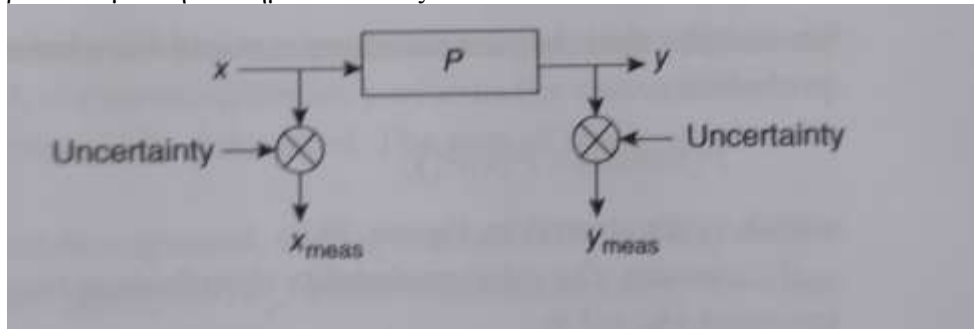


Σχήμα 25.1 Διαταραχή θορύβου σε πειραματική μέτρηση.

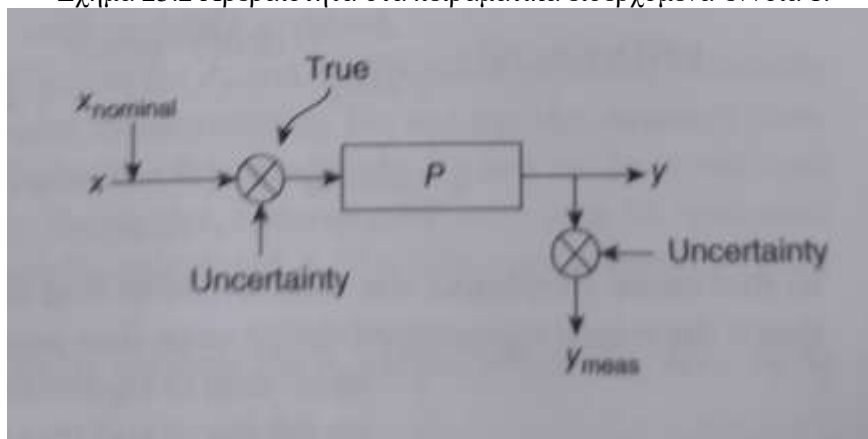
Η χρήση του όρου «προσποιούμαι» είναι λίγο ισχυρή. Υποδηλώνει μία εσκεμμένη παρανόηση. Μην χρησιμοποιείτε αυτό τον όρο.

Νομίζω ότι τα Σχήματα 25.2 και 25.3 παρέχουν μία πιο πραγματική αναπαράσταση για μία πειραματική διαδικασία.

Και τα δύο σχήματα δείχνουν την αβεβαιότητα στην μετρημένη αντίδραση y_{meas} , ως μία διακύμανση που προστίθεται στην πραγματική τιμή y . Η αβεβαιότητα αντικατοπτρίζει διακύμανση, θόρυβο, απόκλιση, πειραματικό λάθος κ.τ.λ. Και μπορεί να είναι ανεξάρτητη από την y -τιμή ή να μπαίνει σε κλίμακα με την y -τιμή. Μπορεί να είναι συμμετρική και Gaussian ή από μία εναλλακτική κατανομή. Όταν είναι ανεξάρτητη για κάθε μέτρηση συχνά ονομάζεται τυχαίο λάθος. Εάν είναι μία σταθερή τιμή, ενιαία για πολλά δείγματα, τότε φέρει τον όρο διωνυμικό ή συστηματικό λάθος.



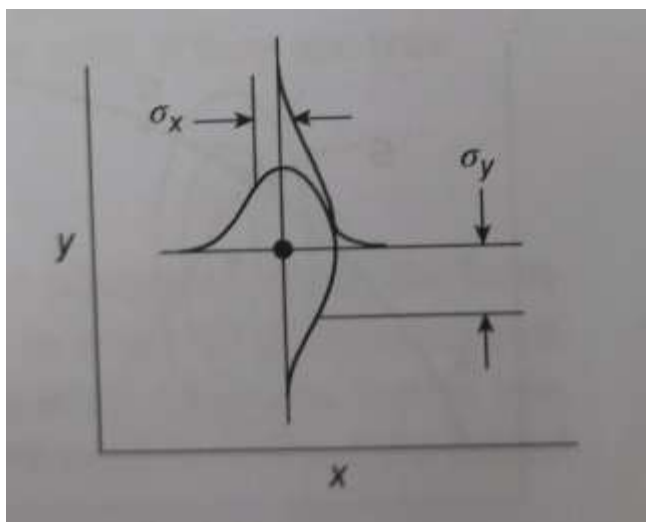
Σχήμα 25.2 Αβεβαιότητα στα πειραματικά εισερχόμενα-έννοια 1.



Σχήμα 25.3 Αβεβαιότητα στα πειραματικά αποτελέσματα-έννοια 2.

Και τα δύο σχήματα αποκαλύπτουν αβεβαιότητα επηρεάζοντας τα εισερχόμενα στο πείραμα. Στο Σχήμα 25.2 ο πειραματιστής θέτει ένα εισερχόμενο και διαβάσει την τιμή του από μία κλίμακα. Η ανάγνωση έχει αβεβαιότητα, έτσι x -σημαίνει ότι δεν είναι το ίδιο όπως x -αληθές που επηρεάζει τη διαδικασία. Στο Σχήμα 25.3 ο πειραματιστής επιλέγει την τιμή για x , x -ονομαστική, και προσπαθεί να εφαρμόσει αυτό προσαρμόζοντας το στοιχείο τελικού ελέγχου για να κάνει την x -τιμή να αντιστοιχεί την επιθυμητή τιμή, αλλά η πειραματική αβεβαιότητα κάνει την αληθινή επίδραση στο πείραμα λόγο διαφορετική. Η διακύμανση μπορεί να είναι διωνυμικό ή συστηματικό λάθος με μία αρκετά σταθερή τιμή σε πολλά δείγματα. Εναλλακτικά, θα μπορούσε να είναι ανεξάρτητη για κάθε δείγμα που αναπαριστά τυχαίες επιδράσεις θορύβου.

Επιστρέφοντας στην αβεβαιότητα στην y -μέτρηση, κανονικά, θεωρείται να αναπαριστά την αβεβαιότητα που περιβάλλει την μέτρηση, ή την διαδικασία εργαστηρίου ή την αναλυτική συσκευή. Αλλά η διακύμανση στο y -meas είναι εξαιτίας των ανεξέλεγκτων πειραματικών εννοιών που κάνουν το y -αληθές να ποικίλει. Ανεξέλεγκτες διαταραχές και περιβαλλοντικές επιδράσεις περιλαμβάνουν μεταβλητότητα πρώτης ύλης, σχετική υγρασία, ηλεκτρική χρέωση κ.τ.λ. Σίγουρα, κάποιος μπορεί να μοντελοποιήσει την διακύμανση σε άλλα εισερχόμενα στη διαδικασία με έναν τρόπο μοντελοποίησης των ιδιοτροπιών στα x -εισερχόμενα. Αλλά αυτή η ανάλυση θα προσποιηθεί ότι η αβεβαιότητα σε αυτές τις μη ελεγχόμενες διακυμάνσεις περιλαμβάνεται στην αβεβαιότητα των y -meas.



Σχήμα 25.4 Pdf των x και y τοποθετημένα στο πειραματικά αποκτηθέν σημείο δεδομένων.

Με αυτή την έννοια της απόκλισης και στις ανεξάρτητες και εξαρτημένες μεταβλητές, σκεφτείτε την απεικόνιση ενός ζεύγους δεδομένων στο Σχήμα 25.4. Το σημείο δείχνει τις πειραματικές τιμές, αλλά οι πιθανές πραγματικές τιμές για x και y θα μπορούσαν να προέλθουν από μία κατανομή για το σημείο. Συχνά, η απόκλιση σε κάθε τιμή είναι το αποτέλεσμα πολλών ανεξάρτητων, τυχαίων και ίσων διαταραχών κάνοντας την κατανομή κανονική (Gaussian), όπως φαίνεται. Όσο πιο μακριά η πιθανή x-τιμή είναι από την x-μέτρηση, τόσο λιγότερο πιθανόν θα μπορούσε να παράγει την x-μέτρηση. Ένα παρόμοιο επιχείρημα υπάρχει και για την y-τιμή. Αποδεχόμενοι ότι η x και y αποκλίσεις είναι ανεξάρτητες, η πιθανότητα ότι το μετρημένο σημείο θα μπορούσε να παράγει για εναλλακτικές x και y τιμές είναι η συνδυασμένη πιθανότητα:

$$P(x \text{ και } y) = P(x)P(y) \quad (25.22)$$

το οποίο φαίνεται στο Σχήμα 25.5.

Εάν Gaussian, η συνδυασμένη πιθανότητα κατανομής για την πιθανή τοποθεσία του σημείου σχετικά με την μέτρηση (x_0, y_0) είναι

$$\begin{aligned} \text{pdf}(x, y | x_0, y_0) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} e^{-(1/2)((y-y_0)/\sigma_y)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-(1/2)((x-x_0)/\sigma_x)^2} \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-(1/2)[((x-x_0)/\sigma_x)^2 + ((y-y_0)/\sigma_y)^2]} \end{aligned}$$

(25.23)

Στη μέγιστη πιθανότητα, ο στόχος είναι να βρεθεί το μοντέλο συντελεστών που μεγιστοποιεί την πιθανότητα ότι εάν το μοντέλο αναπαριστά την διαδικασία, τι σημείο δεδομένων (x_0, y_0) θα μπορούσε να είναι το αποτέλεσμα. Η ιδέα παρουσιάζεται στο Σχήμα 25.6.

Τα σημεία A, B και C είναι το καθένα στην καμπύλη και το σημείο B έχει την υψηλότερη πιθανότητα, την πιο υψηλή συνδυασμένη pdf τιμή. Υπάρχει μία πιθανότητα ότι το σημείο δεδομένων θα μπορούσε να παραχθεί από τα σημεία A και C στην καμπύλη, αλλά το σημείο στην καμπύλη με την υψηλότερη πιθανότητα παραγωγής του σημείου δεδομένων είναι το B. συνεπώς, η βελτιστοποίηση είναι διαδικασία δύο σταδίων. Πρώτα, επιλέξτε τις τιμές συντελεστών του μοντέλου, μετά αναζητήστε κατά μήκος της καμπύλης για να βρείτε το σημείο της μέγιστης πιθανότητας παραγωγής (x_0, y_0) , και ονομάστε αυτό το σημείο στην καμπύλη (x^*_0, y^*_0) , αναγνωρίζοντας ότι εάν το y είναι η μοντελοποιημένη αντίδραση στο x, το σημείο είναι $(x^*_0, \tilde{y}(x^*_0))$.

Ωστόσο, αυτό πρέπει να γίνει για κάθε σημείο δεδομένων. Εάν η απόκλιση είναι ανεξάρτητη για όλες τις x και y τιμές, τότε

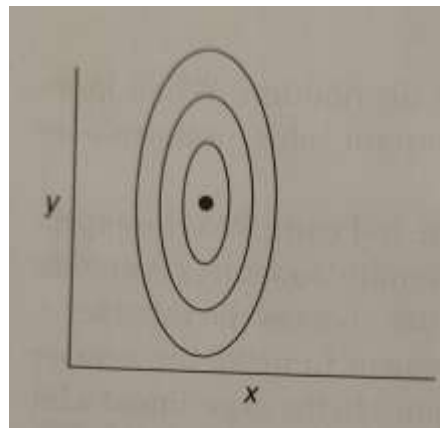
$$\max_{\{c\}} J = \prod \left\{ \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-1/2 \left[\left(\frac{x_i^* - x_i}{\sigma_x} \right)^2 + \left(\frac{\bar{y}(x_i^*) - y_i}{\sigma_y} \right)^2 \right]} \right\}$$

(25.24)

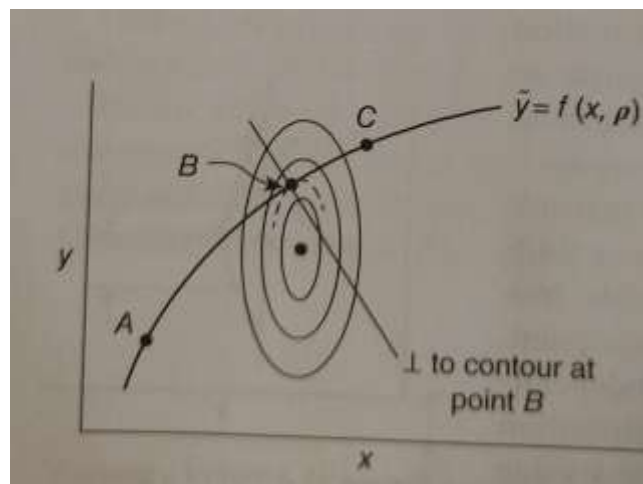
Αυτό μπορεί να απλοποιηθεί. Εφόσον $2\pi\sigma_x\sigma_y$ είναι θετικό σταθερό, θέστε κλίμακα στην OF που δεν αλλάζει τις DV* τιμές. Έπειτα, εφόσον η μετατροπή λογαρίθμου είναι αυστηρά θετική μετατροπή, η μεγιστοποίηση του προϊόντος εκθετικών όρων είναι ίδιο με την μεγιστοποίηση του αθροίσματος των επιχειρημάτων. Εφόσον η ελαχιστοποίηση του αρνητικού είναι ίδια με την μεγιστοποίηση και εφόσον πολλαπλασιάζοντας με το 2 δεν αλλάζει τις DV* τιμές, ο στόχος γίνεται

$$\min_{\{c\}} J = \sum \left[\left(\frac{x_i^* - x_i}{\sigma_x} \right)^2 + \left(\frac{\bar{y}(x_i^*) - y_i}{\sigma_y} \right)^2 \right] = \sum l_i$$

(25.25)



Σχήμα 25.5 Πιθανές ισοϋψείς καμπύλες που περιβάλλουν το πειραματικά αποκτημένο σημείο δεδομένων.



Σχήμα 25.6 Το σημείο στην καμπύλη με τη μέγιστη πιθανότητα παραγωγής των πειραματικών δεδομένων.

29.5.1 Μέθοδος Akaho

Η προσέγγιση Akaho μειώνει την μέγιστη πιθανότητα σε βελτιστοποίηση ενός επιπέδου. Πρώτα θέστε κλίμακα στις x και y μεταβλητές από την υπολογισμένη τους σταθερή απόκλιση:

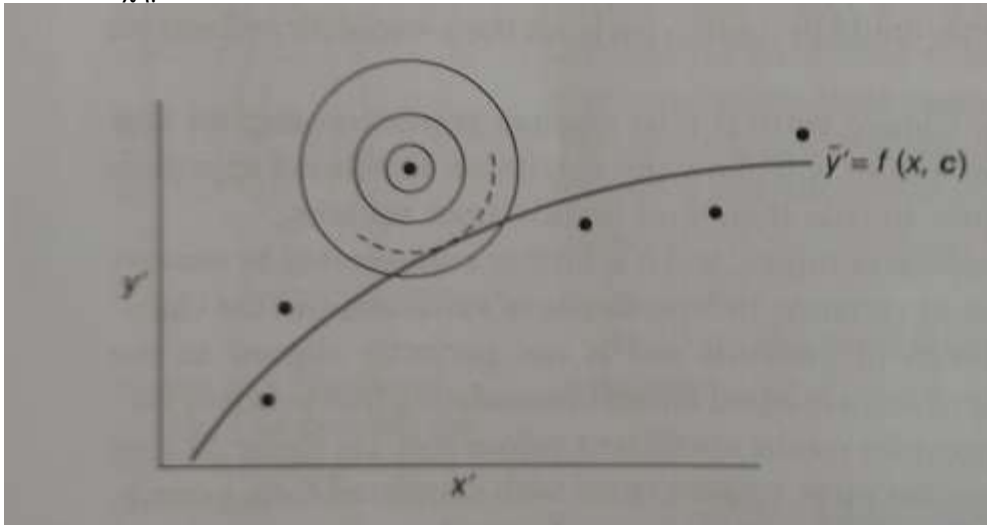
$$y' = \frac{y}{\sigma_y} \quad (25.26a)$$

$$x' = \frac{x}{\sigma_x} \quad (25.26b)$$

$$\sigma'_y = \frac{\sigma_y}{\sigma_y} = 1 \quad (25.26c)$$

$$\sigma'_x = \frac{\sigma_x}{\sigma_x} = 1 \quad (25.26d)$$

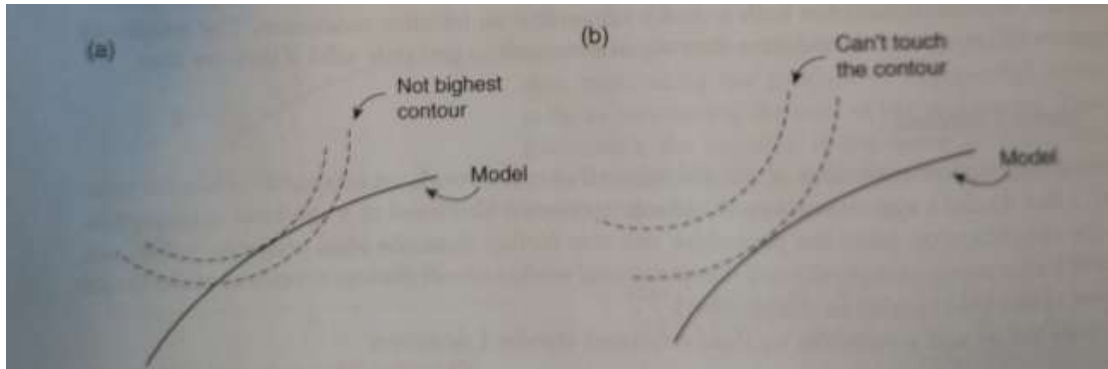
Αυτό κάνει τις πιθανές ισοϋψείς καμπύλες να γίνουν κύκλοι με μία απόκλιση μονάδας, όπως φαίνεται στο Σχήμα 25.7.



Σχήμα 25.7 Μέγιστη πιθανότητα με μεταβλητές υπό κλίμακα.

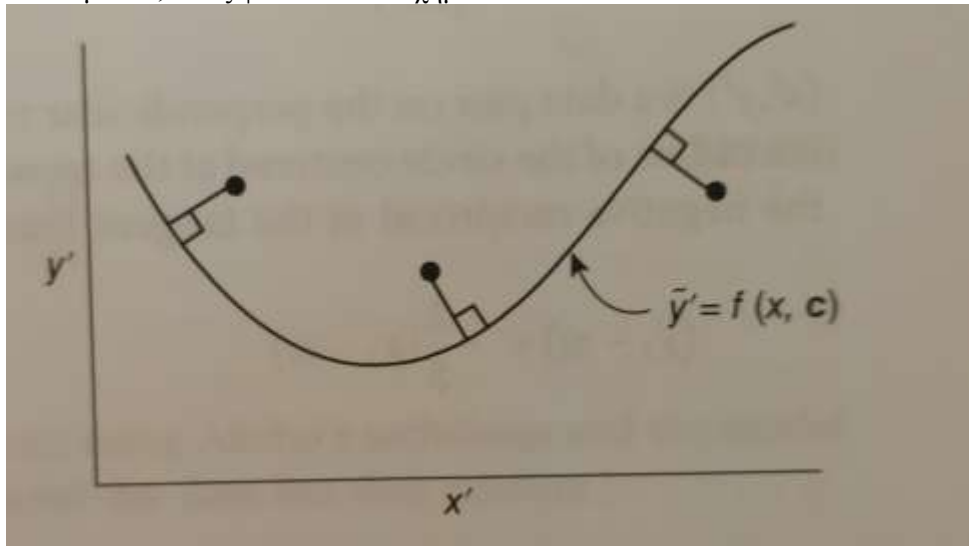
Θυμηθείτε ότι κατά μήκος της μονομεταβλητής αναζήτησης, το μέγιστο ή ελάχιστο είναι όταν η ισοϋψής καμπύλη εφαπτόμενη στην γραμμή και ότι η απότομη κατάβαση (ή ανάβαση) είναι \perp στην γραμμή. Για x και y μεταβλητές με κλίμακες σ_x και σ_y οι ισοϋψείς καμπύλες είναι κυκλικές, και η ακτίνα είναι το \perp στον κύκλο. Αυτή η ακτίνα επίσης είναι η πιο μικρή απόσταση από το σημείο δεδομένων στην γραμμή.

Έτσι, εάν $\sigma'_x = \sigma'_y$, τότε η μέγιστη πιθανότητα παλινδρόμησης είναι ισοδύναμη να βρει την πιο μικρή ή \perp απόσταση στην γραμμή. Υποθέστε ότι η σχέση x - y είναι καμπύλη. Ακόμη, η μέγιστη πιθανότητα για κάθε σημείο δεδομένων είναι πάνω σε έναν κύκλο που είναι εφαπτόμενος με τις $f(x, c)$ συναρτήσεις (Σχήμα 25.8a και b). Εάν δεν ήταν εφαπτόμενη, είτε θα διέσχιζε την καμπύλη ή δεν θα άγγιζε την καμπύλη. Κάθε περίπτωση σημαίνει μία άλλη ισοϋψής καμπύλη ήταν αυτή που θα ήταν εφαπτόμενη στην καμπύλη. Η πιο καλή καμπύλη, αυτή που μεγιστοποιεί την πιθανότητα για το σημείο είναι εφαπτόμενη στην ισοϋψή καμπύλη πιθανότητας, που είναι ένας κύκλος. Αυτό σημαίνει ότι η απόσταση στο (x'_i, y'_i) σημείο είναι η ακτίνα του κύκλου, η ελάχιστη απόσταση ανάμεσα στο κέντρο και στην περίμετρο, και ότι το διάνυσμα από την καμπύλη στο (x_i, y_i) είναι \perp στην καμπύλη.



Σχήμα 25.8 Το σημείο της μέγιστης πιθανότητας είναι εφαπτόμενο στην πιο υψηλή isoψή καμπύλη πιθανότητας: (a) η καμπύλη διασχίζει μία isoψή καμπύλη σε μία πιο καλή isoψή καμπύλη και (b) η καμπύλη δεν αγγίζει την καλύτερη isoψή καμπύλη.

Με μεταβλητές υπό κλίμακα, η μέθοδος μέγιστης πιθανότητας αναζητάει να βρει τις τιμές συντελεστών μοντέλου που ελαχιστοποιούν την κάθετη απόσταση από το μοντέλο στα σημεία δεδομένων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 25.9.



Σχήμα 25.9 Σημεία μέγιστης πιθανότητας είναι κανονικά στην καμπύλη όταν οι μεταβλητές είναι υπό κλίμακα από την σταθερή τους απόκλιση.

Στον χώρο υπό κλίμακα οι x και y μεταβλητές είναι χωρίς διάσταση, και μπορούν να συνδυαστούν σε μία κοινή απόσταση χωρίς διάσταση:

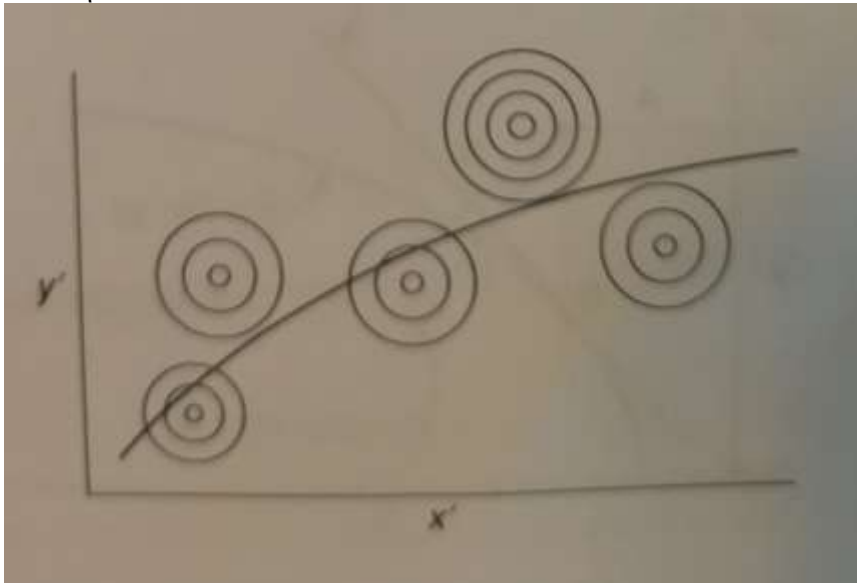
$$S'_i = \sqrt{(x'_i - \tilde{x}'_i)^2 + (y'_i - \tilde{y}'_i)^2} = \sqrt{(x'_i - \tilde{x}'_i)^2 + (y'_i - \tilde{y}(\tilde{x}'_i))^2} \quad (25.27)$$

Ο στόχος είναι

$$\min_{\{c\}} J = \sum S'_i = \sum \sqrt{(x'_i - \tilde{x}'_i)^2 + (y'_i - \tilde{y}(\tilde{x}'_i))^2} \quad (25.28)$$

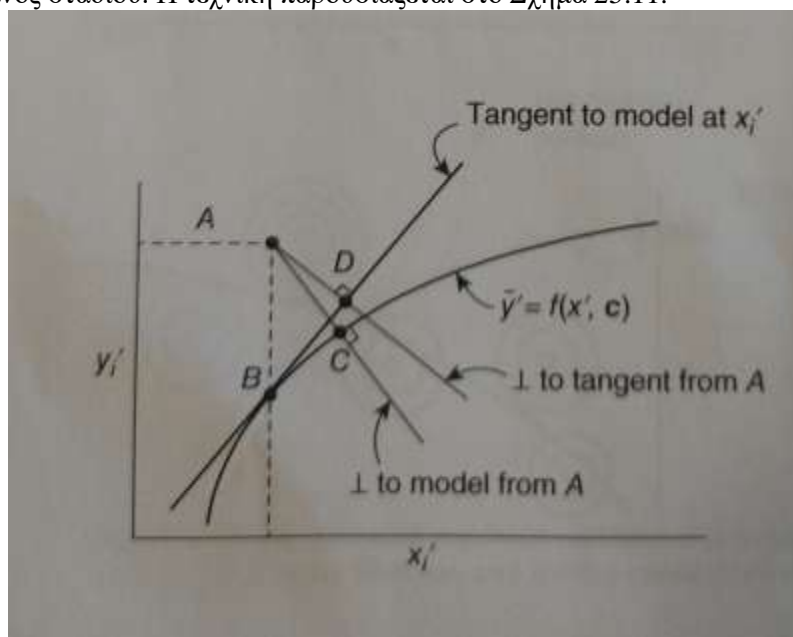
Αυτό και πάλι είναι μία διαδικασία δύο σταδίων. Ο εξωτερικός βελτιστοποιητής επιλέγει c -τιμές, τότε η εσωτερική αναζήτηση μονομεταβλητής βρίσκει τις \tilde{x}'_i -τιμές που ελαχιστοποιούν κάθε S'_i , και το άθροισμα των S'_i τιμών γίνεται η OF για την αναζήτηση για c -τιμές.

Αυτή η προσέγγιση ονομάζεται ελάχιστα τετράγωνα ή κάθετα ελάχιστα τετράγωνα. Το Σχήμα 25.10 δείχνει πολλαπλά σημεία δεδομένων και μία μη γραμμική $y=f(x)$ σχέση σε χώρο υπό κλίμακα. Η πιο μικρή απόσταση ανάμεσα στα δεδομένα και στο μοντέλο δεν είναι η κάθετη απόσταση.



Σχήμα 25.10 Τιμές συντελεστή μοντέλου για να μεγιστοποιήσει το προϊόν κάθε πιθανότητας σε μεταβλητές υπό κλίμακα.

Η τεχνική Akaho προσεγγίζει την κανονική απόσταση και μειώνει την βελτιστοποίηση σε διαδικασία ενός σταδίου. Η τεχνική παρουσιάζεται στο Σχήμα 25.11.



Σχήμα 25.11 Η μέθοδος Akaho για να προσεγγίσει την πιθανότητα.

Όλα είναι σε μεταβλητές υπό κλίμακα $x' = x/\sigma_x$, $y' = y/\sigma_y$. έτσι, οι ισοϋψείς καμπύλες γίνονται ομόκεντροι κύκλοι. Το σημείο A είναι το ζεύγος πειραματικών δεδομένων, το σημείο B η μοντελοποιημένη τιμή και το σημείο C το πιο κοντινό σημείο στην καμπύλη μοντέλου προς τα πειραματικά δεδομένα. Επειδή οι ισοϋψείς καμπύλες είναι κύκλοι η γραμμή AC είναι η ακτίνα. Το σημείο D είναι το πιο κοντινό σημείο στην εφαπτόμενη γραμμή στην τοποθεσία των δεδομένων. Η γραμμή AD είναι κάθετη στην εφαπτόμενη γραμμή.

Κάθε σημείο στην εφαπτόμενη γραμμή μπορεί να μοντελοποιηθεί ως γραμμική απόκλιση από το εφαπτόμενο σημείο κατά μήκος της γραμμής κλίσης S:

$$(y'_T - y'_i) = \left(\frac{dy'}{dx'} \right) (x'_T - x'_i) = S(x'_T - x'_i)$$

(25.29)

(x', y') είναι ένα ζεύγος δεδομένων στην κάθετη στην εφαπτόμενη γραμμή από το εμφανές σημείο δεδομένων. Είναι μία ακτίνα του κύκλου στο κέντρο του εμφανούς σημείου δεδομένων. Η κλίση της κάθετης γραμμής είναι η αρνητική αμοιβαία της εφαπτόμενης γραμμής. Η σχέση κάθε (x, y) ζεύγους στην γραμμή ακτίνας είναι

$$(y_{\perp} - y_i) = -\frac{1}{S}(x_{\perp} - x_i)$$

(25.30)

Στη διασταύρωση της εφαπτόμενης και κάθετης γραμμής, το σημείο D, το x στην εφαπτόμενη είναι ίσο με το x στην ακτίνα. Το ίδιο ισχύει και για το y . Τα $x'_{Ti} = x'_{\perp i}$ και $y'_{Ti} = y'_{\perp i}$ ονομάζονται (x'_{Di}, y'_{Di})

Χρησιμοποιώντας τα δύο μοντέλα γραμμών, επιλύστε για (x'_{Di}, y'_{Di}) :

$$x'_{Di} = x'_i + \frac{y'_i - \tilde{y}'_i}{s + (1/s)}$$

(25.31a)

$$y'_{Di} = y'_i - \frac{1}{s} \left(\frac{y'_i - \tilde{y}'_i}{s + (1/s)} \right)$$

(25.31b)

Η απόσταση από το σημείο δεδομένων έως την εφαπτόμενη, από το σημείο A στο D είναι,

$$d'^2_{Ti} = (x'_i - x'_{Di})^2 + (y'_i - y'_{Di})^2$$

(25.32)

που μπορεί να μειωθεί σε

$$d'^2_{Ti} = \frac{(y'_i - f'(x'_i))^2}{1 + s^2} = \frac{(y'_i - f'(x'_i))^2}{1 + (df'/dx')^2}$$

(29.33)

Η Akaho προσέγγιση στη βελτιστοποίηση μέγιστης πιθανότητας είναι διαδικασία ενός σταδίου:

$$\min_{\{c\}} J = \sum_{i=1}^n (d'_{Ti})^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y'_i - f'(x'_i))^2}{1 + (df'/dx')^2_i}$$

(25.34)

Για ένα μοντέλο με πολλαπλές εισόδους, η μέθοδος είναι

$$\min_{\{c\}} J = \sum_{i=1}^n (d'_{Ti})^2 = \sum_{i=1}^{n \text{ data sets}} \frac{(y'_i - f'(x'_i))^2}{1 + \sum_{j=1}^{N \text{ inputs}} (df'/dx'_j)^2_i}$$

(25.35)

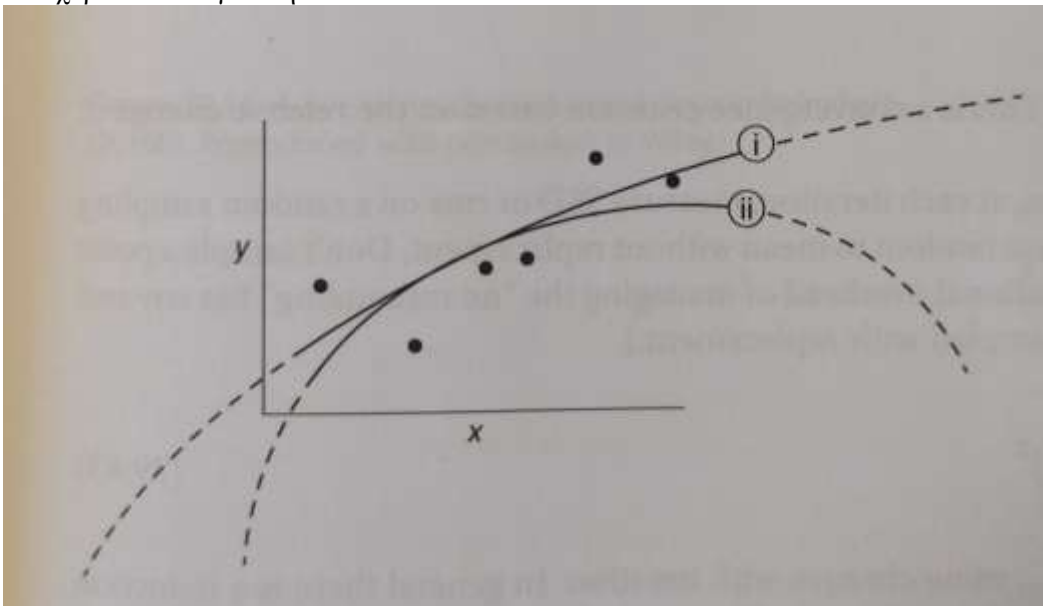
25.5. Κριτήριο Σύγκλισης

Είτε χρησιμοποιείτε το παραδοσιακό κάθετο ελάχιστων τετραγώνων ή την έκδοση μέγιστης πιθανότητας σε μη γραμμική βελτιστοποίηση, τα παραδοσιακά κριτήρια σύγκλισης θα είναι J , ΔJ , Δc_1 , Δc_1 , $\Delta J/j'$ κ.τ.λ. Η επιλογή των σωστών τιμών για τα όρια απαιτεί κατανόηση της ευαισθησίας του J σε κάθε c και/ή στη σχετική βελτίωση στο J ή c . Αυτά τα όρια είναι εξαρτημένα από κλίμακα. Επίσης, θα είναι εξαρτημένα από την ευαισθησία του μοντέλου στην τιμή συντελεστή. Τέτοιες έννοιες μπερδεύουν τον χρήστη στο να κάνει μία σωστή επιλογή του ορίου.

Επίσης, εάν τα δεδομένα είναι πολύ θορυβώδη, δεν θα πρέπει να υπάρχει προσποίηση για την ικανότητα γνώσης της αλήθειας για τις τιμές παραμέτρου της συνάρτησης, και τα κριτήρια σύγκλισης μπορούν επίσης να είναι «χαλαρά». Ωστόσο, ένα το εύρος θορύβου είναι μικρό, τότε είναι λογικό να βλέπουμε το μοντέλο με μεγαλύτερη ακρίβεια, και το όριο κριτηρίων σύγκλισης θα μπορούσε να είναι δικαιολογημένα μικρό. Αυτό φαίνεται στο Σχήμα 25.13, όπου το μοντέλο είναι (i) τόσο καλό όσο και (ii) εντός του εύρου. Η επιλογή οποιουδήποτε μοντέλου είναι σχετική εάν λάβουμε υπόψη τη διασπορά των δεδομένων. Σαν άσκηση σκέψης, αλλάξτε την τοποθεσία του σημείου δεδομένων, αντικατοπτρίζοντας μία εναλλακτική υλοποίηση, και σκεφτείτε την επίδραση της τοποθεσίας μοντέλου.

Ωστόσο, εάν η απόκλιση των δεδομένων ήταν πολύ χαμηλότερη, τότε τα δεδομένα μπορεί να αποκαλύψουν ότι το ένα μοντέλο είναι ανώτερο από το άλλο. Λιγότερη απόκλιση θα τοποθετούσε με περισσότερη ακρίβεια το μοντέλο.

Το ερώτημα είναι «πως κάποιος θέτει όρια κατάλληλα να πετύχουν την πιο καλή ακρίβεια με ελάχιστου δουλειά του βελτιστοποιητή;» Η απάντηση είναι «όταν η βελτίωση του μοντέλου είναι ασήμαντη στην έμφυτη μεταβλητότητα στα υπολείμματα (δεδομένα από το μοντέλο), τότε ισχυριστείτε σύγκλιση».



Σχήμα 25.13 Εναλλακτικά μοντέλα με ισοδύναμη εγκυρότητα στα δεδομένα.

Σκεφτείτε την αντικειμενική συνάρτηση, για παράδειγμα, το άθροισμα των τετράγωνων αποκλίσεων (SSD) ή την μέση τιμή της ρίζας του (rms), ως μέτρο της βελτίωσης με επανάληψη:

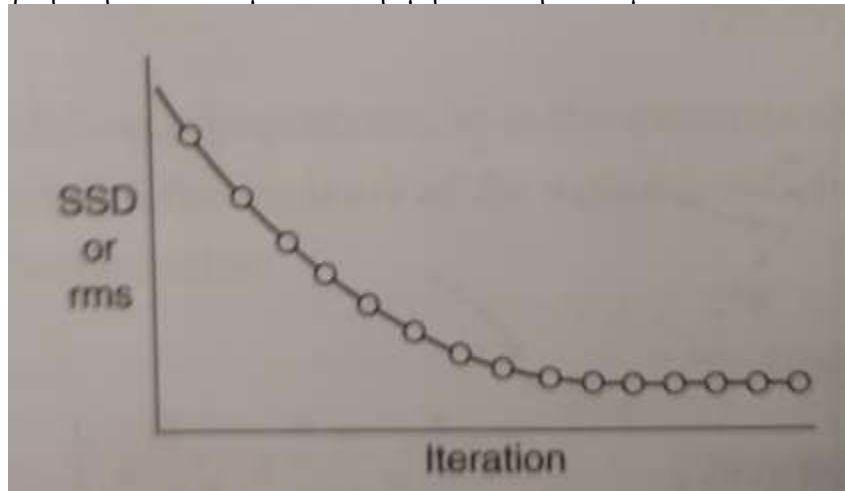
$$J = OF = SSD = \sum_{i=1}^N (y_i - \tilde{y}_i)^2$$

(25.41)

$$J = \text{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \tilde{y}_i)^2} \cong \sigma$$

(25.42)

Το Σχήμα 25.4 αποκαλύπτει πως η J μπορεί να βελτιώσει με τα στάδια της βελτιστοποίησης. Καθώς η επανάληψη προοδεύει, το SSD ή rms σταδιακά πέφτει στην πιο καλή πιθανή τιμή για τη μεταβλητότητα στα δεδομένα και την μη τελειότητα στο μοντέλο.



Σχήμα 25.4 Πως η SSD ή rms μπορεί να χαλαρώνει σε μία ελάχιστη τιμή με προοδευτικές επαναλήψεις.

Εφόσον $\text{rms} \cong \sigma$ όταν $\Delta\sigma \leq 0.01 \sigma$, εναλλακτικά όταν $\Delta\text{rms} \leq 0.01 \text{rms}$, ισχυριστείτε σύγκλιση και σταματήστε. Εάν ένας αλγόριθμος ξεχωριστής TS, χρησιμοποιήστε την αλλαγή επανάληψη προς επανάληψη στο rms. Ωστόσο, εάν ένας αλγόριθμος πολλαπλών παικτών, χρησιμοποιήστε rms εύρος των παικτών μετά από μία επανάληψη. Αυτό είναι ένα κριτήριο σύγκλισης που βασίζεται στη σχετική αλλαγή της OF.

Αντίθετα, ως κριτήριο σύγκλισης, σε κάθε επανάληψη, μετρήστε την SSD ή rms σε τυχαίο δείγμα περίπου στο 1/3 των δεδομένων.

$$\text{rms}_{\text{random}} = \sqrt{\frac{3}{N} \sum_{i=1, \text{random}}^{N/3} (y_i - \tilde{y}_i)^2}$$

(25.43)

Το Σχήμα 25.15 δείχνει πως η $\text{rms}_{\text{random}}$ τιμή, αλλάζει με την επανάληψη. Γενικά υπάρχει μείωση με την επανάληψη καθώς ο βελτιστοποιητής βελτιώνει το μοντέλο, αλλά το τυχαίο δείγμα το κάνει να έχει θορυβώδη τάση. Σε κάποιο σημείο, η προοδευτική βελτίωση είναι ασήμαντη στον θόρυβο στο σημάδι $\text{rms}_{\text{random}}$. Σε κάποιο σημείο η $\text{rms}_{\text{random}}$ γίνεται σταθερή κατάσταση δηλαδή επανάληψη. Αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει σημαντική βελτίωση στο μοντέλο σχετική με τη σταθερότητα των δεδομένων, και θα πρέπει να ισχυριστούμε σύγκλιση.

Χρησιμοποίησε όποια τεχνική θέλεις για να αναγνωρίσεις την σταθερή κατάσταση $\text{rms}_{\text{random}}$ στο δηλαδή τάση επανάληψης. Η επιλογή μου είναι η αναλογία φιλτραρισμένων αποκλίσεων των Cao και Rhinehart (1995). Εφόσον το δείγμα είναι τυχαίο, σε σταθερή κατάσταση ο «θόρυβος» στο rms υποσύνολο είναι ανεξάρτητος από επανάληψη σε επανάληψη, το οποίο

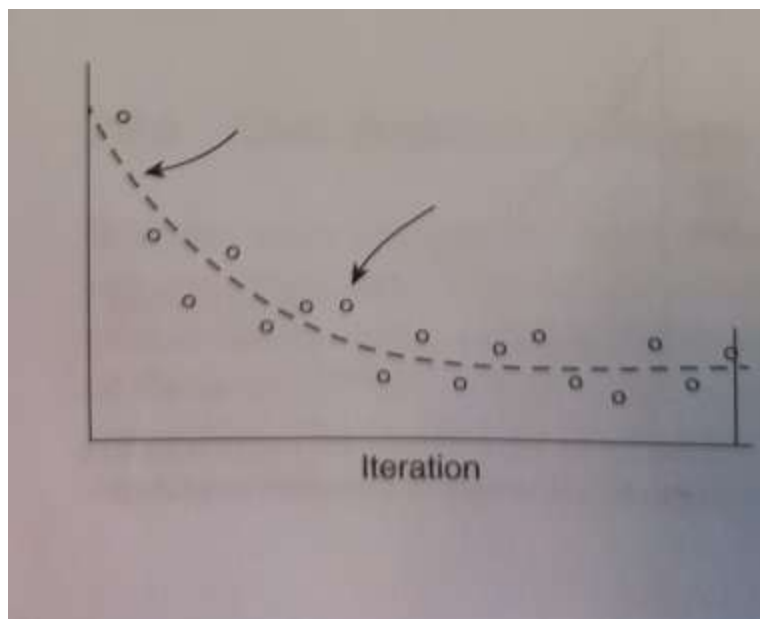
ικανοποιεί τη βάση αυτής της τεχνικής. Αυτή είναι προσέγγιση χωρίς κλίμακα. Εάν αλλάξεις τις μονάδες, η αναλογία παραμένει χωρίς διάσταση με την ίδια τιμή ορίου. Η τιμή ορίου που απαιτείτε στην SS είναι ανεξάρτητη του αριθμού των DVs ή εάν η στοχαστική φύση είναι εξαιτίας της Monte Carlo προσομοίωσης, πειραματικά αποτελέσματα, τυχαίο δείγμα υποσυνόλου δεδομένων. Είναι σχετικά ανεξάρτητη της κατανομής των αποκλίσεων. Είναι υπολογιστικά απλή προσέγγιση. Μετρήστε την απόκλιση από τον μέσο όρο στις περίπου 10 προηγούμενες επαναλήψεις, και μετρήστε την απόκλιση κατά μήκος της τάσης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 29.16 (όχι στην SS) και 29.17 (στην SS).

Όταν δεν είναι στην SS, η απόκλιση από τον μέσο όρο είναι πολύ μεγαλύτερη από την απόκλιση από μία γραμμή τάσης:

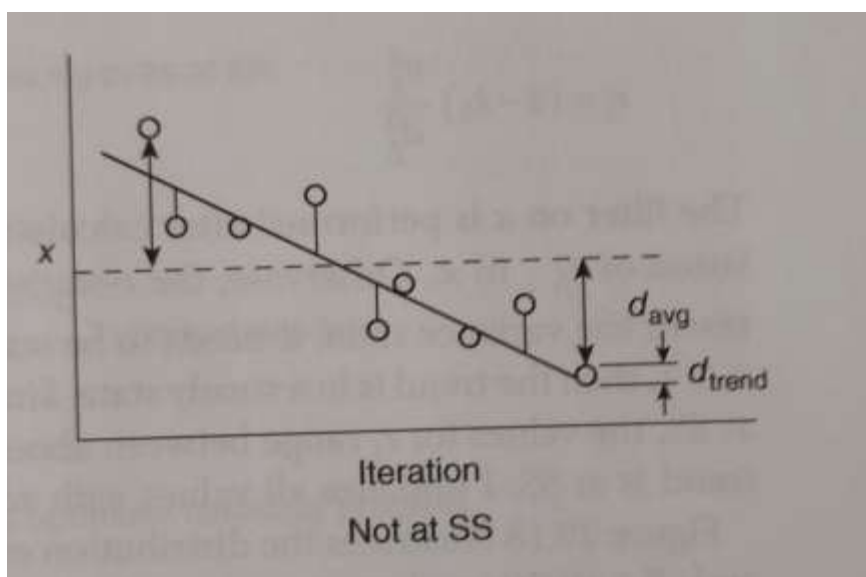
$$\frac{\sigma_{avg}}{\sigma_{trend}} \gg 1 \quad (25.44)$$

Αντίθετα, όταν στην SS, η απόκλιση από τον μέσο είναι ολόιδια από την απόκλιση από την τάση:

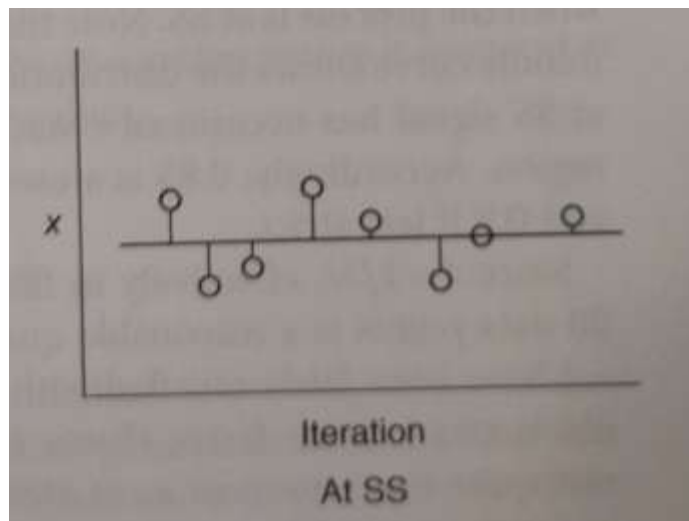
$$\frac{\sigma_{avg}}{\sigma_{trend}} \sim 1 \quad (25.45)$$



Σχήμα 25.15 Πως η SSD ή rms από τυχαίο δείγμα δεδομένων χαλαρώνει σε μία θορυβώδη σταθερή κατάσταση με επαναλήψεις.



Σχήμα 25.16 Μία τάση σε μη σταθερή κατάσταση.



Σχήμα 25.17 Μία τάση σε σταθερή κατάσταση.

Οι παραδοσιακές μέθοδοι χρησιμοποιούν το άθροισμα όλων των δεδομένων για να υπολογίσουν τις σημαντικές τιμές, που είναι υπολογιστικό φόρτος. Απαιτεί αποθήκευση των N προηγούμενων δεδομένων και ενημέρωση του αθροίσματος των τετράγωνων αποκλίσεων σε κάθε επανάληψη. Έτσι, ξανακάντε το σημείο υπολογισμού της απόκλισης, και χρησιμοποιήστε προσέγγιση φίλτρου πρώτου βαθμού:

$$x_{fi} = \lambda(x_i) + (1-\lambda) x_{fi-1} \quad (25.46)$$

υπάρχει μία σχέση ανάμεσα στο λ , τον αριθμό των δεδομένων, και στην σταθερά χρόνου για το φίλτρο:

$$\frac{1}{N} = \lambda = 1 - e^{-\Delta t/\tau_f} \quad (25.47)$$

Η εξίσωση 29.46 επίσης ονομάζεται εκθετικά σταθμισμένος κινητός μέσος όρος (EWMA).

Η προσδοκία στο x_f είναι η προσδοκία στην μέση τιμή, που είναι ο μέσος όρος:

$$E(x_f) = E(\tilde{x}) \quad (25.48)$$

Δεν έχει σημασία ποια ποσότητα αναπαριστά στο x . Κανονικά, αναπαριστά μία ξεχωριστή μέτρηση. Αλλά θα μπορούσε να αναπαριστά μία μεταβλητή υπό κλίμακα, μία απόκλιση, μία τετράγωνη απόκλιση. Εάν ορίζεται ως φίλτρο πρώτου βαθμού της τετράγωνης απόκλισης από τον μέσο όρο, ονομάζεται εκθετικά σταθμισμένος κινητός μέσος όρος (EWMA):

$$s_{fi}^2 = \lambda(x_i - \tilde{x})^2 + (1-\lambda) s_{fi-1}^2 \quad (25.49)$$

αντί να χρησιμοποιήσετε \tilde{x} , χρησιμοποιήστε το απλούστερο x_f . Στις ακόλουθες εξισώσεις n_{fi}^2 είναι το μέτρο της απόκλισης ανάμεσα στα δεδομένα και στον μέσο όρο που χρησιμοποιείται στον αριθμητή, και d_{fi}^2 είναι το μέτρο της απόκλισης έμφυτης στα δεδομένα και που χρησιμοποιείται ως παρονομαστής:

$$\sigma_1^2 \equiv n_{f1}^2 = \lambda_2 (x_i - x_{fi-1})^2 + (1 - \lambda_2) n_{fi-1}^2 \quad (25.50a)$$

$$\sigma_1^2 \equiv d_{f1}^2 = \lambda_3 (x_i - x_{i-1})^2 + (1 - \lambda_3) d_{fi-1}^2 \quad (25.50b)$$

$$\bar{X} \equiv x_{f1} = \lambda_1 x_i + (1 - \lambda_1) x_{fi-1} \quad (25.50c)$$

$$r_i = (2 - \lambda_1) \frac{n_{fi}^2}{d_{fi}^2} \quad (25.50d)$$

Το φίλτρο στο x εκτελείται αφού υπολογιστεί το μέτρο του αριθμητή ως απόκλιση για να εξασθενήσει την σχέση του x_{fi-1} στο x_i . Διαφορετικά η r -στατιστική είναι πιο περίπλοκη. Για να επιστρέψετε την αναλογία n_{fi}^2/d_{fi}^2 να αναπαριστά την αναλογία απόκλισης, χρειάζεται κλίμακα $(2-\lambda_1)$. Εάν $r_i \gg 1$, τότε η τάση είναι παροδική. Εάν $r_i \cong 1$, τότε η τάση είναι σταθερή κατάσταση. Εφόσον οι ιδιοτροπίες των δεδομένων προκαλούν την στατιστική να ποικίλει όταν το σημάδι είναι στο SS, οι τιμές για r_i εύρος ανάμεσα περίπου 0.8 και 1.5.

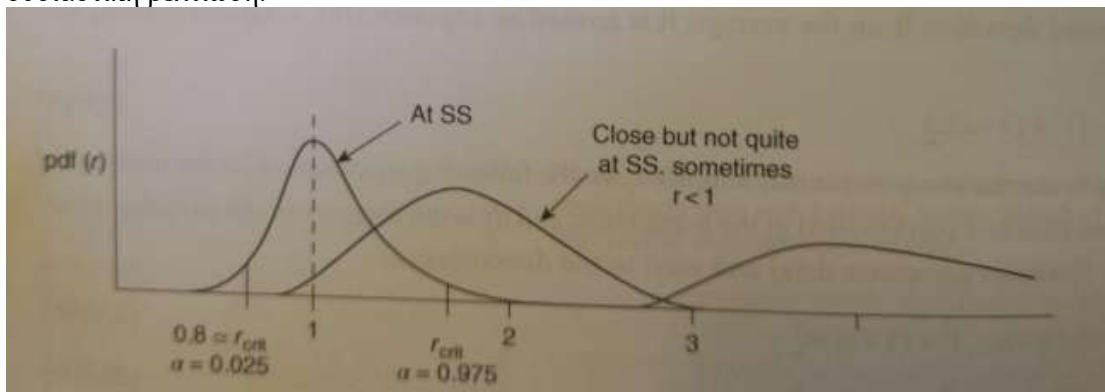
Συνεπώς, εάν $r_i < 0.85$, τότε αποδεχτείτε ότι η τάση είναι στο SS. Αρχικοποιήστε όλες τις τιμές με 0.

Το Σχήμα 25.18 απεικονίζει την κατανομή της r -στατιστικής όταν το σημάδι δεν είναι στο SS και όλες οι τιμές r -στατιστικής είναι μεγαλύτερες από 3. η αριστερή καμπύλη δείχνει την κατανομή της r -στατιστικής όταν η διαδικασία είναι στο SS. Παρατηρήστε ότι μισές από τις τιμές είναι πάνω από την ιδανική τιμή του 1 και μισό από κάτω. Η μεσαία καμπύλη δείχνει την κατανομή για ένα σημάδι που είναι κοντά, αλλά όχι αρκετά στην SS. Παρατηρήστε ότι το σχεδόν στην SS σημάδι έχει περιστασιακές r -στατιστικές τιμές λιγότερο από 1, αλλά δεν τοποθετεί τιμές στην 0.85 περιοχή. Συνεπώς, το 0.85 είναι ένα χρήσιμο έναυσμα για να καθορίσει την SS. Χρησιμοποιήστε 0.80 όταν θέλετε να είστε σίγουροι και 0.90 όταν θέλετε να είστε αυστηροί.

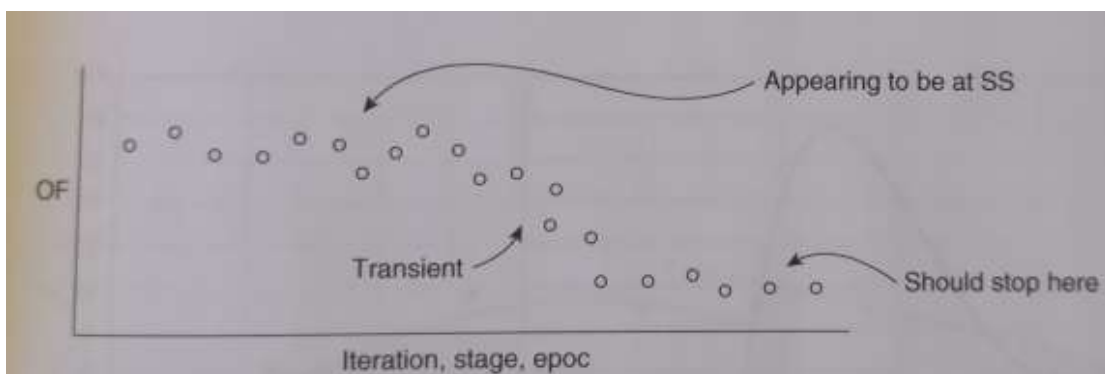
Εφόσον $\lambda=1/N$, αποτελεσματικά στο φιλτράρισμα $1/\lambda$ =αριθμός των δεδομένων του παραθύρου που παρατηρείται. 10 από τα 20 δεδομένα είναι μία λογική ποσότητα.

Όταν η διαδικασία είναι στην SS, αυτές οι τιμές θα ισχυριστούν γρηγορότερα σταθερή κατάσταση. Ωστόσο, μπορεί να αποδεχτούν ένα κοντινό στην σταθερή κατάσταση. Μπορεί να θέλεις να χρησιμοποιήσεις εκείνες τις τιμές όταν εξερευνείς. Ωστόσο, $\lambda=0.05$ και $r_{crit}=0.80$ θα παρέχουν μεγαλύτερη ασφάλεια ότι η διαδικασία έχει πετύχει σταθερή κατάσταση. Αν και απαιτούν περισσότερες επαναλήψεις, παρέχουν μεγαλύτερη αυτοπεποίθηση ότι δεν έχει γίνει λάθος τύπου II.

Εάν η βελτιστοποίηση ξεκινάει είτε μακριά από το βέλτιστο σε μία πολύ επίπεδη επιφάνεια ή ο βελτιστοποιητής απλά προσαρμόζεται στα σωστά μεγέθη βήματος για να κάνει πρόοδο, τότε η αρχική πρόοδος στην OF δηλαδή επανάληψη θα μπορούσε να είναι αργή. Όπως δείχνει το Σχήμα 25.19 απεικονίζει, οι αρχικές επαναλήψεις μπορεί να μην αποκαλύπτουν μία ουσιαστική βελτίωση.



Σχήμα 25.18 Οι κατανομές της r -στατιστικής για τρία γεγονότα.



Σχήμα 25.19 Παρατήρηση της rms από τυχαίο δείγμα δεδομένων καθώς προοδεύουν οι επαναλήψεις του βελτιστοποιητή.

Εξερευνώντας τις επιλογές για την χρήση SS να ισχυριστεί σύγκλιση, μία προσέγγιση είναι να μην ξεκινήσεις το έλεγχο για την SS μέχρι να υπάρξει σιγουριά ότι ένα προσωρινό έχει συμβεί. Ωστόσο, εάν κατά τύχη η αρχική επίλυση δοκιμής είναι πολύ κοντά στο βέλτιστο,

δεν θα εντοπίσει ένα προσωρινό. Ποτέ δεν ξεκινάμε να ελέγχουμε την SS και να τρέξουμε τις μέγιστες επαναλήψεις. Η αρχικοποίηση όλων των μεταβλητών με 0 είναι σπουδαία λύση. Δεν χρειάζεται να συλλέξουμε N δεδομένα για να αρχικοποιήσουμε τις τιμές για n_{fi}^2 , d_{fi}^2 ή x_{fi}^2 . Εάν η αρχική επίλυση δοκιμής του βελτιστοποιητή τυχάια ορίζει το σωστό μοντέλο, η SSID αρχικοποίηση κάνει να φαίνεται ότι υπάρχει ένα αρχικό προσωρινό όπως τα n_{fi}^2 , d_{fi}^2 ή x_{fi}^2 προσεγγίζουν τις σταθερές τιμές τους.

25.6. Βαθμός Μοντέλου ή Πολυπλοκότητα

Ασχετα με την επιλογή του βελτιστοποιητή, την επιλογή αντικειμενικής συνάρτησης ή την μέθοδος σύγκλισης, ο χρήστης κάνει επιλογές που αφορούν το μοντέλο. Εάν το μοντέλο είναι φαινομενολογικό, τότε η δομή του μοντέλου είναι σταθερή. Εάν, όμως, επιλέξει εμπειρικό μοντέλο, το ερώτημα είναι «Τι βαθμό να χρησιμοποιήσεις;»

Η ανάλυση Taylor δείχνει ότι μία σειρά ισχύς είναι σωστή για κάθε σχέση. Για μία y -αντίδραση σε μία ξεχωριστή x -ανεξάρτητη μεταβλητή, η σειρά είναι

$$y(x) = y_0 + \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x_0} (x - x_0) + \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right|_{x_0} (x - x_0)^2 + \frac{1}{3!} \left. \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \right|_{x_0} (x - x_0)^3 + \dots$$

(25.51)

Αν και τα παράγωγα φαίνονται σαν συνάρτηση, υπολογίζονται στο ξεχωριστό σημείο βάσης, x_0 . Συνεπώς, υπάρχουν συντελεστές με σταθερές τιμές. Ομαδοποιώντας τους συντελεστές, κάποιος αποκτά το κλασσικό μοντέλο σειράς ισχύς:

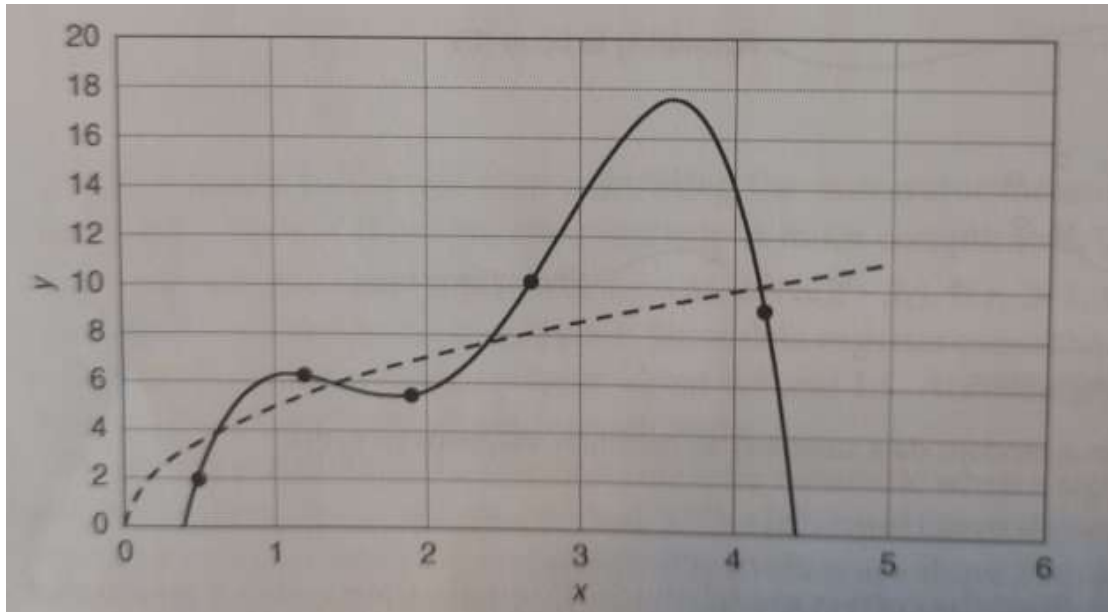
$$y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + \dots$$

(25.52)

Στην εμπειρική παλινδρόμηση, εάν υπάρχουν πολλοί συντελεστές, το μοντέλο μπορεί να ταιριάξει τον θόρυβο και να παρέχει παράλογη αναπαράσταση της διαδικασίας. Στο Σχήμα 25.20, η πραγματική $y(x)$ σχέση παριστάνεται από τη διακεκομμένη γραμμή. Οι τελείες αναπαριστούν τα αποτελέσματα των πέντε δοκιμών για να παράγουν y -τιμές από x -τιμές. Η σταθερή γραμμή είναι ένα πολυώνυμο μοντέλο πέντε συντελεστών που ταιριάζει στα δεδομένα.

Ένα κλασσικό ευρετικό μοντέλο παλινδρόμησης έχει τρία ζεύγη δεδομένων ανά συντελεστή μοντέλου. Για να ισορροπήσει την εργασία και το κόστος που σχετίζεται με την παραγωγή δεδομένων, εάν τρία πειραματικά σύνολα ανά συντελεστή μοντέλου είναι αρκετά, τότε μην παράγετε περισσότερα από τρία ανά συντελεστή. Για έξι σημεία δεδομένων σκεφτόμαστε μοντέλο με δύο παραμέτρους (γραμμικό). Με 15 σημεία, μοντέλο των 5 παραμέτρων. Το τετραγωνικό μοντέλο δεν είναι σωστό, αλλά ίσως καλύτερα ένα γραμμικό. Γιατί:

- Πιο αντιπροσωπευτικό μίας ευκολονόητης κατανόησης της συμπεριφοράς
- Πιο λειτουργικό στη χρήση
- Πιο επαρκές
- Με χαμηλότερο κόστος



Σχήμα 25.20 Υπέραντιστοίχιση

Συνεχίζουμε με την μείωση απόκλισης ως μέτρο της καλής αντιστοίχισης. Το r^2 είναι μέτρο της SSD μείωσης, αλλά δεν μετράει για τους βαθμούς ελευθερίας στην απόκλιση:

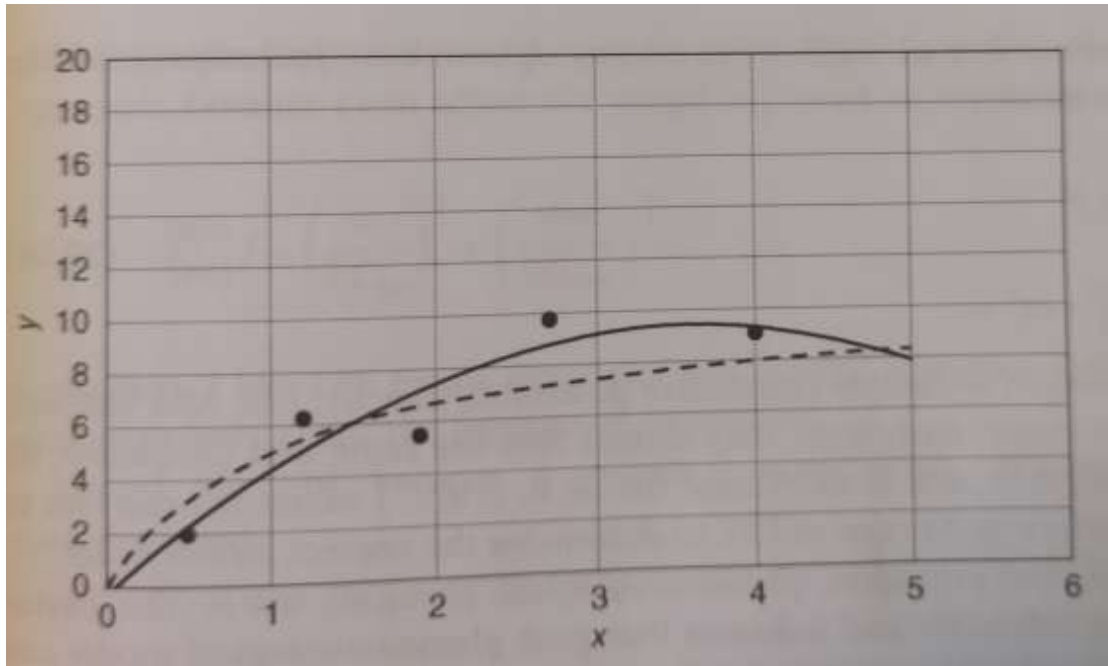
$$SSD_{\text{data-to-model}} = SSD_{\text{residuals}} = \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2$$

(25.53)

$$r^2 = \frac{SSD_{\text{original data}} - SSD_{\text{data-to-model}}}{SSD_{\text{original data}}} = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 - \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}$$

(25.54)

Μία συνολική μείωση της μεταβλητότητας υπολειμμάτων, μία τέλεια αντιστοίχιση στα δεδομένα, θα είχε αποτέλεσμα $r^2 = 1$. Ωστόσο, η τέλεια τιμή της μονάδας δεν σημαίνει ότι το μοντέλο είναι σωστό. Εάν η άγνωστη αλήθεια είναι $y = a - b/(x+c)$, και τα θορυβώδη δεδομένα παράγονται μέσα στην $x=1$ και $x=4$ περιοχή, το γράφημα μπορεί να εμφανίζεται να είναι το αριστερό μισό μίας παραβολής (Σχήμα 25.21) και ένα τετραγωνικό μοντέλο $y = a + bx + cx^2$ μπορεί να φαίνεται να παρέχει ένα λογικό ταίριασμα.



Σχήμα 25.21 Ένα λάθος μοντέλο μπορεί να εμφανίζεται να παρέχει ένα λογικό ταίριασμα στα δεδομένα.

Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι για να ισορροπήσουν την βελτίωση της αντιστοίχισης σε σχέση με την πολυπλοκότητα του μοντέλου, που μετριέται με τον αριθμό των συντελεστών, m . Μία απλή είναι το κριτήριο τελικής πρόβλεψης λάθους (FPE) που εισήγαγε ο Akaike και βελτίωσε ο Ljung:

$$FPE = \frac{N + m}{N - m} SSD_{\text{residuals}} = \frac{N + m}{N - m} \sum_{i=1}^N (y_i - \tilde{y}_i)^2 \quad (25.55)$$

$$FPE \triangleq \text{reduction in error penalized by complexity per DoF} \quad (25.56)$$

Ξεκινάς με μοντέλου χαμηλού βαθμού, μικρό m , και σταδιακά προσθέτεις συντελεστές μέχρι η FPE να ανέβει. Καθώς το m αυξάνει, το μοντέλο πηγαίνει καλύτερα και η SSD πέφτει. Η μείωση στην SSD θα είναι μεγαλύτερη από την αύξηση στον παράγοντα πολυπλοκότητας και η FPE θα πέσει αυξάνοντας το m . Αυξητικά αυξήστε το m μέχρι η FPE να ανέβει, που σημαίνει ότι το προηγούμενο m ήταν καλύτερο. Αυτό είναι βελτιστοποίηση μονομεταβλητής με ακέραια DV:

$$\min_{\{m\}} J = FPE \quad (29.57)$$

Με την αρχιτεκτονική του μοντέλου και τον αριθμό των συντελεστών, m , οποιαδήποτε τεχνική βελτιστοποίησης θα μπορούσε να βρει τις τιμές συντελεστών μοντέλου:

$$\min_{\{a, b, \dots\}} J = \sum_{i=1}^N (y_i - \tilde{y}_i)^2$$

$$S.T.: \tilde{y}_i = a + bx_i + cx_i^2 + dx_i^3 + ex_i^4 + \dots \quad (29.58)$$

Εάν το λογισμικό σας δεν παρέχει SSD, αλλά την τιμή r-τετράγωνο, μπορείς να χρησιμοποιήσεις την τιμή r^2 αντί της SSD στην FPE. Από τον ορισμό του r^2 ,

$$r^2 = \frac{SSD_{\text{original data}} - SSD_{\text{model residuals}}}{SSD_{\text{original data}}}$$

(25.59)

Αυτό μπορεί να λυθεί για SSD:

$$SSD_{\text{model residuals}} = (1 - r^2)SSD_{\text{original data}}$$

(25.60)

Υποκαθιστώντας στην FPE εξίσωση,

$$FPE = \frac{N + m}{N - m} SSD_{\text{residuals}} = \frac{N + m}{N - m} (1 - r^2) SSD_{\text{original data}}$$

(25.61)

Ο στόχος είναι να βρεθεί ο αριθμός των συντελεστών μοντέλου για να ελαχιστοποιηθεί η FPE,

$$\min_{\{m\}} J = FPE = \frac{N + m}{N - m} (1 - r^2) SSD_{\text{original data}}$$

(25.62)

Εφόσον η $SSD_{\text{original data}}$ είναι σταθερά θετικής τιμής, θέτοντας σε κλίμακα την OF με αυτή, δεν αλλάζει η τιμή m^* . Έτσι,

$$\min_{\{m\}} J = FPE' = \frac{N + m}{N - m} (1 - r^2)$$

(25.63)

Η $SSD_{\text{original data}}$ τιμή δεν χρειάζεται.

Η FPE είναι μία προσέγγιση για να καθοριστεί η ισορροπία ανάμεσα στην πολυπλοκότητα του μοντέλου και του καλού βαθμού αντιστοίχισης. Επιτρέπει μεγαλύτερη εμπειρική πολυπλοκότητα μοντέλου.

$$\min_{\{m\}} J = \left(\frac{m}{EC_m} \right)^2 + \left(\frac{\text{rms}}{EC_{\text{rms}}} \right)^2$$

(25.64)

25.7. Bootstrapping για να αποκαλύψει την Αβεβαιότητα Μοντέλου

Χρειαζόμαστε μία διαδικασία για να αναπαράγουμε την αβεβαιότητα σε εμπειρικά δεδομένα όπως στις μοντελοποιημένες τιμές, ώστε αυτές οι έννοιες αβεβαιότητας του μοντέλου να μπορούν να αναφερθούν κατάλληλα.

Στη γραμμική παλινδρόμηση, αυτό είναι σχετικά ξεκάθαρο και η μαθηματική ανάλυση οδηγεί σε μεθόδους υπολογισμού του σταθερού λάθους υπολογισμού και όρια σιγουριάς 95% στο μοντέλο. Όμως, οι τεχνικές είναι έγκυρες με κάποιες προϋποθέσεις. Εάν είναι αληθές ότι: (i) η λειτουργική μορφή του μοντέλου ταιριάζει στα πειραματικά φαινόμενα, (ii) τα υπολείμματα κατανέμονται κανονικά επειδή οι πειραματικές ιδιοτροπίες είναι η συρροή πολλών, μικρών, ανεξάρτητων, ισοδύναμων πηγών απόκλισης. (iii) Οι συντελεστές μοντέλου εκφράζονται γραμμικά στο μοντέλο. (iv) Η πειραματική απόκλιση είναι ενιαία σε όλο το εύρος, και οι αναλυτικές στατιστικές τεχνικές έχουν αναπτυχθεί για να αναπαράγουν την πειραματική αβεβαιότητα για να παρέχει υπολογισμούς αβεβαιότητας στις τιμές συντελεστών μοντέλου και στο ίδιο το μοντέλο.

Σε διαφορετική περίπτωση, χρειάζονται αριθμητικές τεχνικές για να υπολογίσουν την αβεβαιότητα μοντέλου. Το Bootstrapping είναι μία τέτοια τεχνική, κατανοητή, έγκυρη, απλή και ευρέως διαδεδομένη.

Είναι μία αριθμητική προσέγγιση Monte Carlo για να υπολογίσει τα όρια σιγουριάς σε μία πρόβλεψη μοντέλου.

Στο Bootstrapping τα πειραματικά δεδομένα αναπαριστούν όλο τον πληθυσμό όλων των δεδομένων υλοποιήσεων. Πρόκειται φυσικά για υποκατάστατο πληθυσμό. Στη συνέχεια ένα δείγμα αυτών των δεδομένων αναπαριστά τι μπορεί να βρεθεί σε ένα πείραμα. Επίσης, το μοντέλο δεν μπορεί να απορριφθεί από τα δεδομένα, αλλά η επάρκεια του μοντέλου εκφράζει τα υπογραμμισμένα φαινόμενα.

Στο Bootstrapping

1. Πάρτε δείγμα με αντικατάσταση για να δημιουργήσετε νέο σύνολο δεδομένων. Αυτό θα έχει τον ίδιο αριθμό δεδομένων με το αρχικό, αλλά κάποια θα είναι αντίγραφα και κάποια θα λείπουν. Αυτό αναπαριστά μία πειραματική υλοποίηση από τον υποκατάστατο πληθυσμό.
2. Με την χρήση της δικής σας προτίμησης τεχνικής μη γραμμικής βελτιστοποίησης, καθορίστε τις τιμές συντελεστών που καλύτερα ταιριάζουν στα δεδομένα από το πρώτο βήμα. Αυτό αναπαριστά το μοντέλο που θα μπορούσε να υλοποιηθεί.
3. Καταγράψτε τις τιμές συντελεστών μοντέλου.
4. Για τιμές ανεξάρτητων μεταβλητών ενδιαφέροντος, καθορίστε την μοντελοποιημένη αντίδραση. Καθορίστε την y-τιμή για κάθε πειραματική είσοδο x-συνόλου. Εάν έχουμε εύρος τιμών επιλέξτε 10 από το εύρος και υπολογίστε για την καθεμία.
5. Καταγράψτε τις μοντελοποιημένες y-τιμές για καθεμία από τις επιθυμητές x-τιμές.
6. Επαναλάβετε τα βήματα 1-5 πολλές φορές.
7. Για κάθε x-τιμή, δημιουργήστε ένα CDF των 1000 προβλέψεων μοντέλου καταγεγραμμένο στο βήμα 5. Η μεταβλητότητα της πρόβλεψης υποδηλώνει την αβεβαιότητα μοντέλου εξαιτίας των ιδιοτροπιών των δεδομένων. Κάποιες εφαρμογές θεωρούν επαρκές τα 100 δείγματα και κάποιες τα 100,000. Όταν το σχήμα της CDF σχετικά εν αλλάζει με την σταδιακή προσθήκη δεδομένων (βήματα 1-5), τότε έχετε κάνει αρκετά.
8. Επιλέξτε μία επιθυμητή τιμή σιγουριάς διανύσματος. Συνήθως χρησιμοποιείται το 95% εύρος.
9. Χρησιμοποιήστε την συσσωρευτική κατανομή προβλέψεων μοντέλου για να υπολογίσετε το διάνυσμα σιγουριάς. Εάν το 95% εύρος είναι επιθυμητό, τότε το διάνυσμα σιγουριάς θα περιλαμβάνει 95% των μοντέλων. Το 5% των μοντελοποιημένων y-τιμών θα βρίσκεται εκτός διανύσματος σιγουριάς. Διαιρέστε τις πολύ ψηλές και χαμηλές τιμές σε ισοδύναμες πιθανότητες των 2.5% η καθεμία και χρησιμοποιήστε 0.025 και 0.975 cdf τιμές για να καθορίσετε τις y-τιμές για το διάνυσμα σιγουριάς.
10. Επαναλάβετε τα βήματα 7-9 για κάθε τιμή συντελεστή μοντέλου που καταγράφηκε στο βήμα 3 για να αποκαλύψετε το εύρος αβεβαιότητας για την καθεμία.

Στο βήμα 6, εάν υπάρχουν λίγα επαναδείγματα, τότε υπάρχουν πολύ λίγα αποτελέσματα για να μπορούμε να ισχυριστούμε ποια είναι η σταθερότητα με σιγουριά. Καθώς ο αριθμός επαναδειγμάτων του βήματος 6 αυξάνει, τα αποτελέσματα του βήματος 9 θα προσεγγίσουν το 95% των τιμών. Αλλά η ακριβής τιμή μετά από άπειρα επαναδείγματα δεν είναι πραγματική, επειδή απλά αντικατοπτρίζει τα χαρακτηριστικά που αιχμαλωτίστηκαν στον υποκατάστατο πληθυσμό των αρχικών N δεδομένων, που δεν είναι πράγματι ολόκληρος ο πληθυσμός. Ισορροπήστε την προσπάθεια με ακρίβεια. Ίσως τα 100 επαναδείγματα θα παρέχουν συνέπεια στα αποτελέσματα.

Κάποιος μπορεί να υπολογίσει τον αριθμό επαναδειγμάτων, n, που χρειάζονται. Από μία διωνυμική κατανομή, η σταθερή απόκλιση στην αναλογία, p, βασίζεται στην τιμή αναλογίας και τον αριθμό δεδομένων:

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad (25.65)$$

Επιθυμητά, η αβεβαιότητα στην αναλογία θα είναι ένα κλάσμα της αναλογίας:

$$\sigma_p = f \rho \quad (25.66)$$

όπου η επιθυμητή τιμή του f μπορεί να είναι 0.1.

Επιλύοντας την Εξίσωση 29.65 για τον αριθμό δεδομένων που απαιτούνται για να ικανοποιήσουν την Εξίσωση 29.66,

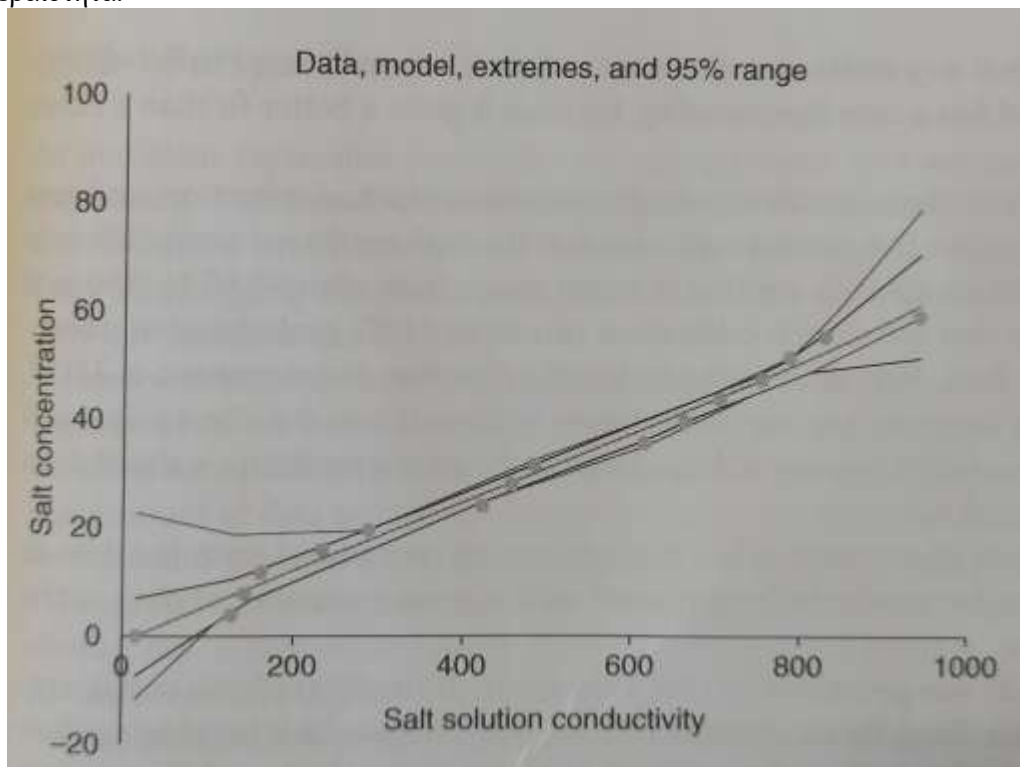
$$n = \frac{((1/p) - 1)}{f^2} \quad (25.67)$$

Εάν $p=0.0025$ και $f=0.1$, τότε $n \approx 4000$.

25.7.1. Ερμηνεία Ανάλυσης Bootstrapping

Ανάλυση Bootstrapping της αντίδρασης ηλεκτρικής αγωγιμότητας στη συγκέντρωση αλατιού στο νερό. Τα δεδομένα στο Σχήμα 25.23 παράγονται με τη συγκέντρωση του αλατιού ως ανεξάρτητη μεταβλητή και η αγωγιμότητα ως αντίδραση. Αλλά ως ένα εργαλείο για να χρησιμοποιήσει την αγωγιμότητα για να αναφέρει τη συγκέντρωση αλατιού, οι x- y- άξονες αλλάζουν. Πρόκειται για ένα γράφημα ρύθμισης. Το μοντέλο είναι ένα πολυωνυμικό βαθμού 3.

Τα αποτελέσματα μέτρησης αγωγιμότητας σε ένα λάθος σύνθεσης περίπου $\pm 2 \text{mg/dL}$ στις μέσες τιμές και υψηλότερα στις ακραίες. Εάν $\pm 2 \text{mg/dL}$ είναι αποδεκτή αβεβαιότητα, η ρύθμιση είναι καλή στα μεσαία εύρη. Εάν δεν, οι πειραματιστές χρειάζεται να πάρουν περισσότερα δεδομένα για να χρησιμοποιήσουν περισσότερα σημεία για να υπολογίσουν το μέσο όρο της απόκλισης. Η αβεβαιότητα στη συγκέντρωση έχει $\pm 5 \text{mg/dL}$ τιμή στις ακραίες χαμηλές ή υψηλές τιμές. Ίσως τα πειράματα να χρειάζεται να ελέγχονται ώστε οι συγκεντρώσεις να μην είναι σε ακραίες χαμηλές ή υψηλές τιμές, όπου υπάρχει υψηλή αβεβαιότητα.



Σχήμα 25.23 Εργαλείο ρύθμισης συγκέντρωσης αλατιού δηλαδή αγωγιμότητα.

Υπάρχουν πέντε καμπύλες. Η μεσαία είναι τα καλύτερα τετράγωνα του μοντέλου. Είναι συνεχής συνάρτηση. Οι ακραίες καμπύλες αναπαριστούν τις ακραίες τιμές των μοντέλων, σε επιλεγμένα x-σημεία, από 100 δοκιμές bootstrapping. Οι ακραίες καμπύλες είναι μοτίβο που συνδέει τις τελείες, όχι συνεχές μοντέλο αναπαράστασης. Οι καμπύλες κοντά στο ακραίο συνδέονται στις τελείες του 95% των υψηλότερων και χαμηλότερων αποτελεσμάτων.

26. Συμπεράσματα

Βελτιστοποίηση σημαίνει αναζήτηση του καλύτερου αποτελέσματος ή λύσης. Αποτελεί βασικό συστατικό όλων των ανθρώπινων δραστηριοτήτων. Είτε σε προσωπικό είτε σε επαγγελματικό επίπεδο, επιδιώκουμε τα καλύτερα σχέδια, τις καλύτερες επιλογές, την καλύτερη λειτουργία, την καλύτερη απόδοση και τη συνεχή βελτίωση.

Ακολουθούν μερικά επαγγελματικά παραδείγματα:

- Ελαχιστοποίηση των εργασιακών συμβάντων που οδηγούν σε τραυματισμούς, παραμένοντας οικονομικά ανταγωνιστικοί.
- Διαμόρφωση της ροής εργασίας για τη μεγιστοποίηση της απόδοσης της επένδυσης.
- Σχεδιασμός κεραίας που μεγιστοποιεί την ευκρίνεια του σήματος για δεδομένη ισχύ.
- Καθορισμός ακολουθίας ώθησης πυραύλου για τη μεγιστοποίηση του ύψους.
- Καθορισμός του αριθμού των παράλληλων συσκευών για την ελαχιστοποίηση του αρχικού κόστους συν τον μελλοντικό κίνδυνο.

Ακολουθούν μερικά προσωπικά παραδείγματα:

- Αναζήτηση της καλύτερης εμπειρίας διακοπών με το χαμηλότερο κόστος.
- Ελαχιστοποίηση του λογαριασμού του παντοπωλείου, αλλά ικανοποίηση των επιθυμιών για θρέψη και χαρά του φαγητού.
- Καθορισμός της οικογενειακής δομής για την ανατροφή των παιδιών που οδηγεί σε καλά προσαρμοσμένα, ευτυχισμένα, παραγωγικά αποτελέσματα, αλλά εντός των ορίων των προσωπικών πόρων.
- Δημιουργία ενός προγράμματος γυμναστικής που οδηγεί στην ταχύτερη και πιο ελκυστική μυϊκή ανάπτυξη, χωρίς τραυματισμούς, και σε ισορροπία με άλλες επιθυμίες για την ποιότητα ζωής.

Η βελτιστοποίηση δεν είναι απλώς μια διανοητική άσκηση, αν και συχνά η επίλυση της πρόκλησης είναι τόσο ικανοποιητική όσο η ολοκλήρωση ενός παζλ Sudoku. Εφαρμόζουμε τη βελτιστοποιημένη απόφαση. Κατά συνέπεια, στο πλαίσιο οποιασδήποτε εφαρμογής είναι απαραίτητο να αξιολογούνται πλήρως και κατάλληλα οι μετρήσεις που ποσοτικοποιούν το "καλύτερο". Εάν η περιγραφή αυτού που θέλουμε να πετύχουμε δεν είναι απολύτως σωστή, τότε και η απάντηση θα είναι λανθασμένη, κάτι που η εφαρμογή θα αποκαλύψει εκ των υστέρων. Έτσι, ένα μέρος αυτής της εργασίας αφορά την ανάπτυξη του στόχου βελτιστοποίησης.

Αφού διατυπωθεί ο στόχος, επιθυμούμε μια αποτελεσματική λογική αναζήτησης για την εύρεση της καλύτερης λύσης, με ακρίβεια και με ελάχιστη υπολογιστική και πειραματική προσπάθεια. Έτσι, άλλα μέρη αυτής της εργασίας αφορούν τον βελτιστοποιητή - τη λογική αναζήτησης ή αλγόριθμο.

Και οι δύο πτυχές είναι ουσιώδεις, και θεωρώ ότι τα περισσότερα βιβλία για τη βελτιστοποίηση επικεντρώνονται στα διανοητικά διεγερτικά μαθηματικά των αλγορίθμων. Έτσι, βάσει του βιβλίου του R. Russell Rhinehart προσφέρεται μια ισορροπία βασικών θεμάτων στην εφαρμογή, ώστε να καθοδηγηθούν οι επιλογές του χρήστη στη δόμηση του στόχου, στον καθορισμό των περιορισμών, στην επιλογή της σύγκλισης, στην επιλογή της αρχικοποίησης κ.λπ.

Η παραπάνω εργασία δεν επικεντρώνεται μόνο στην απλή παράθεση των πληροφοριών για την βελτιστοποίηση. Αφορά την κατανόηση των εφαρμογών της βελτιστοποίησης μέσω απλών παραδειγμάτων και εφαρμογών που συναντώνται καθημερινά στον κόσμο.

Παράρτημα Υπολογισμού

Βέλτιστος Σχεδιασμός Ανεμογεννήτριας



Θεόφιλος Παπαδόπουλος

1/7/2023

Περίληψη

Η ανάπτυξη της αιολικής ενέργειας έχει παρουσιάσει εντυπωσιακή εξέλιξη τα προηγούμενα χρόνια, με την Ευρωπαϊκή Ένωση να θέτει ως δεσμευτικό στόχο το 40% του ενεργειακού εφοδιασμού της να προέρχεται από ανανεώσιμες πηγές μέχρι το 2040. Νέες τεχνολογίες καθιστούν την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας από τον άνεμο οικονομικά ανταγωνιστική σε σχέση με τη συνεχή αύξηση του κόστους εξόρυξης ορυκτών καυσίμων.

Στόχος αυτής της εργασίας είναι αφενός, η βελτιστοποίηση του σχεδιασμού ενός χαλύβδινου σωληνοειδούς πύργου που υποστηρίζει μια ανεμογεννήτρια οριζοντίου άξονα, λαμβάνοντας υπόψη το κόστος και αφετέρου, η ανάπτυξη μιας μεθοδολογίας για τον καθορισμό του βέλτιστου ύψους τοποθέτησης μιας ανεμογεννήτριας, με βάση το κέρδος στον κύκλο ζωής της και το διαθέσιμο αιολικό δυναμικό μιας περιοχής.

Για την επίτευξη αυτών των στόχων, δημιουργούνται πέντε μοντέλα πύργων σε διάφορα ύψη (80, 100, 120, 140, 160 μέτρα). Επιλέγεται ο τύπος ανεμογεννήτριας Vestas V90-MW για χρήση σε όλα τα μοντέλα, και εφαρμόζονται φορτία που επηρεάζουν τον πύργο.

Επιπρόσθετα, αναπτύσσεται μια μεθοδολογία που υπολογίζει τις παραγόμενες κιλοβατώρες για κάθε ύψος του πύργου στον κύκλο ζωής της ανεμογεννήτριας (20 χρόνια). Με βάση μετρήσεις στο ύψος των 10 μέτρων, υπολογίζονται τα αναμενόμενα μεικτά κέρδη και το καθαρό κέρδος για κάθε βελτιστοποιημένο μοντέλο ανεμογεννήτριας σε όλο το φάσμα μέσων ετήσιων ταχυτήτων ανέμου.

Συνοψίζοντας, αυτή η εργασία προτείνει τόσο το βέλτιστο ύψος της τοποθέτησης της Vestas V90-3MW για τρεις διακριτές περιπτώσεις διαθέσιμου αιολικού δυναμικού όσο και το βέλτιστο δομικό σχεδιασμό του αντίστοιχου υποστηρικτικού πύργου, με βάση το κέρδος στον κύκλο ζωής της.

Abstract

The development of wind energy has shown remarkable progress in recent years, with the European Union setting a binding target for 40% of its energy supply to come from renewable sources by 2040. New technologies make the production of electrical energy from wind economically competitive compared to the rising cost of extracting fossil fuels.

The goal of this work is twofold: on the one hand, the optimization of the design of a steel tubular tower supporting a horizontal axis wind turbine, taking into account the cost; and on the other hand, the development of a methodology for determining the optimal height placement of a wind turbine, based on its life cycle gain and the available wind potential of an area.

To achieve these objectives, five tower models are created at different heights (80, 100, 120, 140, 160 meters). The Vestas V90-MW wind turbine type is selected for use in all models, and loads affecting the tower are applied.

Additionally, a methodology is developed to calculate the generated kilowatt-hours for each tower height throughout the life cycle of the wind turbine (20 years). Based on measurements at a height of 10 meters, the expected gross gains and net gains are calculated for each optimized wind turbine model across the entire range of annual wind speeds.

In summary, this work proposes both the optimal height for placing the Vestas V90-3MW for three distinct cases of available wind potential and the optimal structural design of the corresponding supporting tower, based on the life cycle gain.

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή στις Ανεμογεννήτριες	34
1.1. Κατηγορίες ανεμογεννητριών	34
1.1.1. Ανεμογεννήτριες κατακόρυφου άξονα	35
1.1.2. Ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα	37
1.1.3. Η ανεμογεννήτρια Vestas V90-3MW	39
1.2. Ο Πύργος της ανεμογεννήτριας (wind turbine tower)	41
2. Απαιτήσεις – Ανάλυση Σχεδιασμού Πύργου Ανεμογεννήτριας	44
2.1. Απαιτήσεις Σχεδιασμού	44
2.2. Ανάλυση Σχεδιασμού	44
2.2.1. Φορτία Πύργου	44
2.2.2. Συνδυασμοί φορτίσεων - Οριακές καταστάσεις σχεδιασμού	47
2.2.3. Ανάλυση συχνοτήτων	54
2.2.4. Ανάλυση Φλαντζών συνδέσεων	55
2.2.5. Ανάλυση συγκολλητών συνδέσεων	57
3. Βέλτιστος Σχεδιασμός Πύργου Ανεμογεννήτριας.....	59
3.1. Διατύπωση προβλήματος βελτιστοποίησης πύργου	59
3.1.1. Στόχος Σχεδιασμού	59
3.1.2. Μεταβλητές σχεδιασμού.....	60
3.1.3. Προκαθορισμένοι Παράμετροι	60
3.1.4. Σχεδιαστικοί περιορισμοί.....	61
4. Εφαρμογή Βελτιστοποίησης.....	63
4.1. Διατύπωση των στόχων.....	63
4.2. Περιγραφή Μεθοδολογίας	63
4.3. Στοιχεία Δεδομένων	65
4.3.1. Στοιχεία ανεμογεννήτριας.....	65
4.3.2. Στοιχεία αιολικού δυναμικού.....	65
4.3.3. Στοιχεία για την πυκνότητα του αέρα.....	66
4.3.4. Στοιχεία ηλεκτροπαραγωγής.....	67
4.3.5. Οικονομικά στοιχεία	69
5. Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης.....	71
5.1. Κόστος Κατασκευής Πύργου – Ύψος Πύργου.....	71
5.2. Συνολικό Κόστος Ανεμογεννήτριας – Ύψος Πύργου	71
5.3. Καθαρό Κέρδος στον Κύκλο Ζωής της Ανεμογεννήτριας	72
5.4. Σχολιασμός Αποτελεσμάτων	75
5.5. Χαρακτηριστικές περιπτώσεις των αποτελεσμάτων.....	77
5.5.1. Μέση ετήσια ταχύτητα αναφοράς ανέμου 8 m/s.....	77

5.5.2. Μέση ετήσια ταχύτητα αναφοράς ανέμου 9 m/s	78
5.5.3. Μέση ετήσια ταχύτητα αναφοράς ανέμου 10 m/s	78
6. Συμπεράσματα.....	80
7. Βιβλιογραφία	81

Πίνακες

Πίνακας 2-1: Ελάχιστες τιμές για τις διαστάσεις των κυκλικών φλαντζών σε [mm]	57
Πίνακας 4-1: Ταχύτητες ανέμου στο ύψος κάθε πύργου	66
Πίνακας 4-2: Ατμοσφαιρική πίεση-πυκνότητα στο ύψος κάθε πύργου	67
Πίνακας 4-3: Παραγόμενη Ηλεκτ. Ισχύς ανα έτος για κάθε πύργο	68
Πίνακας 4-4: Παραγόμενες κιλοβατώρες ανα έτος για κάθε πύργο.....	69
Πίνακας 4-5: Μεικτά Κέρδη ανα έτος για κάθε πύργο	70
Πίνακας 5-1: Κόστος Κατασκευής Πύργου	71
Πίνακας 5-2: Συνολικό Κόστος Κατασκευής Ανεμογεννήτριας	72
Πίνακας 5-3: Καθαρό Κέρδος σε (€) μιας ανεμογεννήτριας για ποιότητα χάλυβα S235	73
Πίνακας 5-4: Καθαρό Κέρδος σε (€) μιας ανεμογεννήτριας για ποιότητα χάλυβα S275	74
Πίνακας 5-5: Καθαρό κέρδος σε(€) μιας ανεμογεννήτριας για ποιότητα χάλυβα S355	75
Πίνακας 5-6: Καθαρό Κέρδος σε (€) για κάθε ύψος πύργου από μέση ετήσια ταχύτητα ανέμου 8 m/s.....	77
Πίνακας 5-7: Καθαρό Κέρδος σε (€) για κάθε ύψος πύργου από μέση ετήσια ταχύτητα ανέμου 9 m/s.....	78
Πίνακας 5-8: Καθαρό Κέρδος σε (€) για κάθε ύψος πύργου από μέση ετήσια ταχύτητα ανέμου 10m/s	79

Διαγράμματα

Διάγραμμα 1: Ορισμός της αντοχής λυγισμού που προέρχεται από ανάλυση G_{MNIA}	52
Διάγραμμα 2: Κόστος Κατασκευής για κάθε ποιότητα χάλυβα και μορφής πύργου	71
Διάγραμμα 3: Συνολικό Κόστος Κατασκευής Ανεμογεννήτριας	72
Διάγραμμα 4: Καθαρό Κέρδος σε (€) μιας ανεμογεννήτριας για ποιότητα χάλυβα S235	73
Διάγραμμα 5: Καθαρό Κέρδος σε (€) μιας ανεμογεννήτριας για ποιότητα χάλυβα S275	74
Διάγραμμα 6: Καθαρό κέρδος σε(€) μιας ανεμογεννήτριας για ποιότητα χάλυβα S355.....	75

Πίνακας Εικόνων

Εικόνα 1-1: Κύριοι τύποι ανεμογεννητριών	35
Εικόνα 1-2: Ανεμογεννήτρες Κατακόρυφου Άξονα τύπου Darrieus	36
Εικόνα 1-3: Ανεμογεννήτρια Κατακόρυφου Άξονα τύπου Savonius.....	37
Εικόνα 1-4: Εξέλιξη του μεγέθους των ανεμογεννητριών και της ονομαστικής ισχύος από τη δεκαετία του 1980 έως και το 2025 (πηγή: Bloomberg New Energy Finance)	42
Εικόνα 2-1: Φόρτια που ακούονται στον πύργο μιας ανεμογεννήτριας	45
Εικόνα 2-2: Κατανομή της ανεμοπίεσης γύρω από την περιφέρεια κατά EKI-4.....	46
Εικόνα 2-3: Συγκεντρωμένη δύναμη στην κορυφή του πύργου	46
Εικόνα 2-4: Φορτία στην κορυφή του πύργου	47
Εικόνα 2-5: Μέτρηση διαμέτρων για την αξιολόγηση της μη στρογγυλότητας	50
Εικόνα 2-6: Τιμές της παραμέτρου ανοχής για τη μη στρογγυλότητα.....	50
Εικόνα 2-7: Τυχαία εκκεντρότητα και προβλεπόμενη αντιστάθμιση σε μια σύνδεση	51
Εικόνα 2-8: Τιμές για τις μέγιστες επιτρεπόμενες τυχαίες εκκεντρότητες	51

Εικόνα 2-9: Τιμές για τις μέγιστες επιτρεπόμενες παραμέτρους βαθουλωμάτων **Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί σελιδοδείκτης.**

Εικόνα 2-10: Διακριτοποίηση των τμημάτων ενός σωληνωτού πύργου 54

Εικόνα 2-11: Κοινή προσέγγιση του σχεδιασμού για συνδέσεις με κυκλική φλάντζα 55

Εικόνα 2-12: Σχέση κοχλία δύναμης για HV-ομάδες σε συνδέσεις με κυκλική φλάντζα..... 56

1. Εισαγωγή στις Ανεμογεννήτριες

Η ανεμογεννήτρια είναι αιολική μηχανή που μετατρέπει τον άνεμο από κινητική ενέργεια σε ηλεκτρική ενέργεια. Εάν η μηχανική ενέργεια χρησιμοποιείται για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, η συσκευή μπορεί να ονομάζεται ανεμογεννήτρια ή αιολικός σταθμός ηλεκτροπαραγωγής. Εάν η μηχανική ενέργεια χρησιμοποιείται για την οδήγηση μηχανημάτων, όπως για το άλεσμα δημητριακών ή την άντληση του νερού, η συσκευή ονομάζεται ανεμόμυλος ή αντλία αέρα. Ομοίως, μπορεί να ονομάζεται φορτιστής άνεμου όταν χρησιμοποιείται για τη φόρτιση μπαταριών.

Η ανεμογεννήτρια αποτελεί ανθρώπινη επινόηση και μπορεί να θεωρηθεί εξελιγμένη μορφή του παλιού ανεμόμυλου. Σκοπός της είναι η αξιοποίηση του μεγαλύτερου δυνατού ποσοστού της κινητικής ενέργειας του ανέμου και η μετατροπή της σε μηχανική ενέργεια, συνεπώς σε ηλεκτρική.

Ως ηλεκτρικές γεννήτριες οι ανεμογεννήτριες είναι συνδεδεμένες σε ηλεκτρικό δίκτυο το οποίο περιλαμβάνει φόρτιση συστοιχιών συσσωρευτών, συστήματα δικτύων κατοικημένων περιοχών, δίκτυα σε απομονωμένες περιοχές ή νησιά, και μεγάλα δίκτυα κοινής ωφέλειας.

Λόγω του μεγάλου ενδιαφέροντος που παρουσιάζεται για την εκμετάλλευση της αιολικής ενέργειας και της τεχνολογικής εξέλιξης των τελευταίων δεκαετιών, εμφανίζονται διαφόρου τύπου ανεμογεννήτριες οι οποίες κατατάσσονται σε διάφορες κατηγορίες:

1. Ανάλογα με τον προσανατολισμό του άξονα περιστροφής, διακρίνονται οι ανεμογεννήτριες οριζόντιου και κατακόρυφου άξονα,
2. ανάλογα με το μέγεθος και την ισχύ που παράγουν, διακρίνονται σε μικρές, μεσαίες και μεγάλες ανεμογεννήτριες,
3. ανάλογα με τον αριθμό των πτερυγίων τους διακρίνονται σε μονοπτέρυγες και πολυπτέρυγες, ενώ
4. ανάλογα με την ταχύτητα περιστροφής τους διακρίνονται σε αργόστροφες και ταχύστροφες.

1.1. Κατηγορίες ανεμογεννητριών

Οι κυριότεροι τύποι ανεμογεννητριών ταξινομούνται κυρίως ανάλογα με τον τρόπο που εκμεταλλεύονται τον άνεμο. Οι δύο κύριες κατηγορίες είναι:

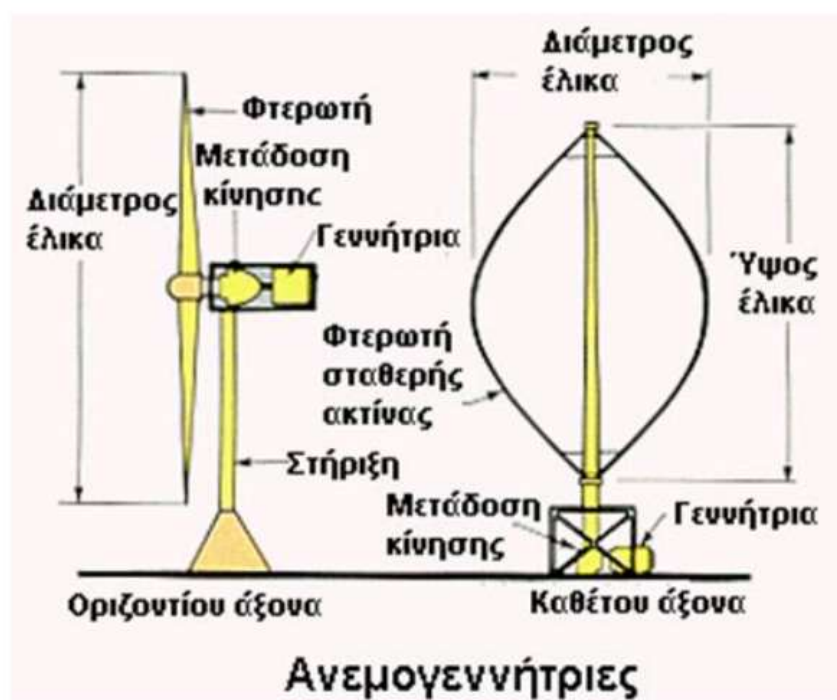
- Οριζόντιου Άξονα : Αυτού του τύπου ανεμογεννήτριες ο δρομέας είναι τύπου έλικα και βρίσκεται συνεχώς παράλληλος με την κατεύθυνση του ανέμου και του εδάφους.
- Κάθετου Άξονα : Σε αυτές τις ανεμογεννήτριες ο άξονας περιστροφής τους είναι κάθετος στην επιφάνεια του εδάφους και κάθετος στη κατεύθυνση του ανέμου.

Συγκρίνοντας τις ανεμογεννήτριες οριζόντιου και κάθετου άξονα βλέπουμε ότι οι ανεμογεννήτριες κάθετου άξονα έχουν αυτόματη προσαρμογή στην κατεύθυνση του ανέμου σε κάθε χρονική στιγμή, σε αντίθεση με τις ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα οι οποίες απαιτούν τη χρήση ειδικών μηχανισμών προσανατολισμού στη διεύθυνση του ανέμου. Επίσης στις ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα το κόστος κατασκευής τους είναι χαμηλότερο από το κόστος κατασκευής μιας ανεμογεννήτριας οριζόντιου άξονα λόγω απλούστερου σχεδιασμού, όπως επίσης είναι ασφαλέστερες διότι δεν υπάρχει ο κίνδυνος να σπάσει κάποιο πτερύγιο, ούτε κινούνται με την μεγάλη ταχύτητα στροφών που κινούνται οι ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα.

Αντίθετα, οι ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα έχουν πολύ ψηλή απόδοση σε σύγκριση με αυτές του κατακόρυφου άξονα (μια καλή μικρή ανεμογεννήτρια οριζόντιου άξονα έχει μέση απόδοση 30%-40% ενώ κάθετου δεν ξεπερνά το 15%). Τέλος λόγω χαμηλότερων στροφών περιστροφής ανά λεπτό, οι ανεμογεννήτριες κατακόρυφου άξονα χρειάζονται πιο ισχυρούς ανέμους για να ξεκινήσουν την φόρτιση των συσσωρευτών από αυτές με οριζόντιο άξονα.

Ανάλογα με το μέγεθος και τη μηχανική ισχύ που παράγουν, δεν υπάρχουν αυστηρά κριτήρια διαχωρισμού των ανεμογεννητριών. Αεροκινητήρες με ισχύ κάτω των 30KW χαρακτηρίζονται σαν μικροί, μεταξύ 30-300 KW χαρακτηρίζονται σαν μεσαίοι, ενώ οι αεροκινητήρες με ισχύ άνω των 300KW χαρακτηρίζονται σαν μεγάλοι. Υπάρχει ακόμη μια κατηγορία τους πολύ μεγάλους αεροκινητήρες με ισχύ άνω των 2MW.

Σήμερα έχουν επικρατήσει οι ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα συνήθως με ένα ή δύο ή τρία πτερύγια σε ποσοστό της τάξεως 90%. Από τους τρεις τύπους έχουν επικρατήσει οι τρίπτερες ανεμογεννήτριες (με τρία πτερύγια) γιατί δεν χρειάζονται τόσο μεγάλη ταχύτητα ανέμου για να παράγουν το ίδιο ποσό ενέργειας από τις άλλες δύο κατηγορίες (δίπτερες και μονόπτερες).



Εικόνα 1-1: Κύριοι τύποι ανεμογεννητριών

1.1.1. Ανεμογεννήτριες κατακόρυφου άξονα

Οι ανεμογεννήτριες κάθετου άξονα έχουν τοποθετημένο το ρότορα κάθετα στο έδαφος. Το βασικό πλεονέκτημα αυτού του τύπου είναι πως η γεννήτρια δε χρειάζεται να είναι στραμμένη προς την κατεύθυνση του ανέμου για να είναι παραγωγική, οπότε είναι πιο αποδοτική σε περιοχές με μεταβλητούς ανέμους, αφού περιστρέφονται κατά 360°. Επίσης, το κιβώτιο ταχυτήτων και η γεννήτρια βρίσκονται τοποθετημένα κοντά στο έδαφος, κάνοντάς τα πιο εύκολα προσβάσιμα για συντήρηση.

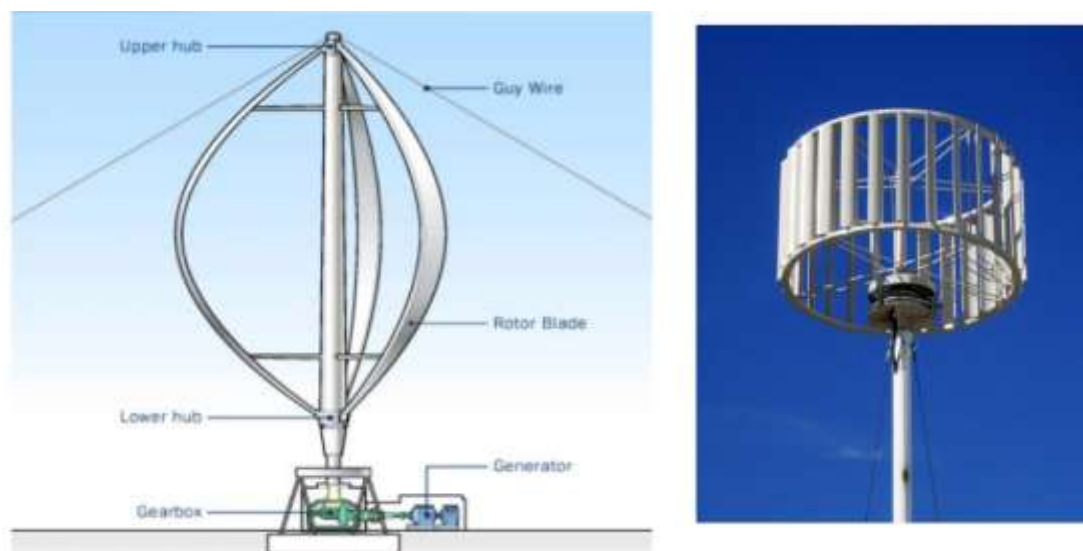
Ωστόσο, το βασικό μειονέκτημα αυτών των ανεμογεννητριών είναι ότι παράγουν πολύ λιγότερη ενέργεια κατά μέσο όρο με την πάροδο του χρόνου. Άλλα μειονεκτήματα αυτού του τύπου είναι η σχετικά χαμηλή ταχύτητα περιστροφής του ρότορα, το υψηλότερο κόστος της γεννήτριας, ο χαμηλότερος συντελεστής απόδοσης, η μεγάλη φθορά των πτερυγίων λόγω της περιστροφής των 360° και η δυσκολία μοντελοποίησης του ανέμου κατά το σχεδιασμό, δυσκολεύοντας την ανάλυση και το σχεδιασμό του ρότορα κατά τη κατασκευή της ανεμογεννήτριας.

Πολλές ανεμογεννήτριες κάθετου άξονα είναι εγκατεστημένες στις κορυφές κτηρίων. Όμως δημιουργούνται στροβιλισμοί όταν περνάει ο άνεμος από τη γεννήτρια. Για βέλτιστη απόδοση μέγιστης ενέργειας σε σχέση με τους ελάχιστους στροβιλισμούς είναι όταν η γεννήτρια είναι περίπου το μισό ύψος του κτηρίου.

Κατηγορίες της ανεμογεννήτριας κατακόρυφου άξονα είναι:

1. Ανεμογεννήτρια Darrieus

Ο Γάλλος εφευρέτης Ζορζ Ντάρριους κατασκεύασε ένα τύπο ανεμογεννήτριας η οποία πήρε το όνομά του. Έχουν καλή απόδοση, αλλά δημιουργούν πολλούς στροβιλισμούς και ασκούν κυκλική πίεση στον πύργο υποστήριξης. Μπορεί να χρειάζονται μία εξωτερική πηγή ενέργειας να ξεκινήσει η περιστροφή της γεννήτριας, καθώς έχει πολύ χαμηλή ροπή εκκίνησης. Οι στροβιλισμοί μειώνονται με τη χρήση τριών ή περισσότερων κυρτών πτερυγίων, που προσφέρουν μεγαλύτερη σταθερότητα στο ρότορα. Οι σύγχρονες ανεμογεννήτριες Darrieus δεν έχουν σχοινιά υποστήριξης, αλλά μία εξωτερική υπερκατασκευή που συνδέεται με ρουλεμάν.



Εικόνα 1-2: Ανεμογεννήτριες Κατακόρυφου Άξονα τύπου Darrieus

2. Γυρόμυλος

Μία δευτερεύουσα ανεμογεννήτρια Darrieus, με τη διαφορά ότι έχει ίσια πτερύγια και όχι κυρτά. Τα πλεονεκτήματα αυτού του τύπου είναι η υψηλή αρχική ροπή, σταθερή καμπυλότητα και έχουν υψηλότερο συντελεστή απόδοσης. Είναι επίσης πιο αποδοτικά όταν λειτουργούν μέσα σε θύελλα και τα πτερύγια μπορούν να καμφθούν ευκολότερα.

3. Ανεμογεννήτρια savonius

Αυτή η ανεμογεννήτρια αποτελείται από δύο η περισσότερες «κουτάλες» ενωμένες αντικριστά τοποθετημένες σε κάθετο άξονα. Ο άνεμος ασκεί δύναμη να περιστραφούν αυτές οι «κουτάλες» και κατ' επέκταση τον άξονα της γεννήτριας.

Υπάρχει και η αντεστραμμένη ανεμογεννήτρια savonius, η οποία χρησιμοποιείται σε σκάφη.



Εικόνα 1-3:Ανεμογεννήτρια Κατακόρυφου Άξονα τύπου Savonius

4. Πλωτές ανεμογεννήτριες

Τον Ιούλιο του 2017 έγινε στο Πίτερχεντ η εγκατάσταση ενός πλωτού αιολικού πάρκου. Οι ανεμογεννήτριες επιπλέουν χάρη σε μία πλατφόρμα βάρους 78 μέτρων, γεμισμένη με σιδηρομετάλλευμα για να διατηρηθεί η όρθια θέση στο νερό. Το αιολικό πάρκο αναμένεται να παρέχει ρεύμα για 20.000 σπίτια. Κατασκευάζεται από την Statoil και οι πλωτές ανεμογεννήτριες μπορούν να βρίσκονται στο νερό μέχρι και ένα χιλιόμετρο βάθος.

1.1.2. Ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα

Οι ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα (HAWT-horizontal-axis wind turbines) έχουν τοποθετημένους το ρότορα του άξονα και την ηλεκτρική γεννήτρια στην κορυφή ενός πύργου, στραμένους προς την κατεύθυνση του ανέμου. Οι μικρές ανεμογεννήτριες κατευθύνονται από έναν ανεμοδείκτη, ενώ οι μεγαλύτερες χρησιμοποιούν έναν αισθητήρα και ένα βοηθητικό μοτέρ (σερβοκινητήρας) για να στραφούν προς την κατεύθυνση του ανέμου. Χρησιμοποιούν επίσης ένα κιβώτιο ταχυτήτων, το οποίο μετατρέπει την αργή περιστροφή των περυγίων σε μια ταχύτερη περιστροφή που απαιτείται για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας.

Κάθε στερεό αντικείμενο παράγει στροβιλισμούς από πίσω όταν φυσάει ο άνεμος, που οδηγεί σε κόπωση του μετάλλου των ανεμογεννητριών. Έτσι η γεννήτρια τοποθετείται από την αντίθετη κατεύθυνση του πύργου υποστήριξης. Σε δυνατούς ανέμους, τα περύγια μπορούν να καμφθούν, μειώνοντας την αντίσταση του αέρα πάνω τους. Επιπλέον, τα περύγια τοποθετούνται σε απόσταση από τον πύργο υποστήριξης και μερικές φορές με μία μικρή κλίση προς τα εμπρός.

Οι ανεμογεννήτριες που χρησιμοποιούνται σε αιολικά πάρκα για την εμπορική παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας αποτελούνται συνήθως από τρία περύγια. Αυτή η διάταξη έχει χαμηλή κυμάτωση ροπής, η οποία συμβάλλει στην καλή αξιοπιστία. Τα περύγια είναι συνήθως λευκό χρώμα για να είναι ορατά από τα αεροσκάφη και το

μήκος τους κυμαίνεται στα 20 με 80 μέτρα. Το μέγεθος και το ύψος των ανεμογεννητριών αυξάνεται με το πέρασμα του χρόνου. Ανεμογεννήτριες παραγωγής 8MW που έχουν χτιστεί σε θαλάσσια αιολικά πάρκα έχουν πτερύγια που φτάνουν τα 80 μ. Ο πύργος στον οποίο στηρίζεται η γεννήτρια, είναι κατασκευασμένος συνήθως από χάλυβα, έχει σχήμα σωληνοειδές και ύψος 70 ως 120 μέτρα, ενώ σε ακραίες περιπτώσεις φτάνει τα 160 μέτρα.

Τα πτερύγια περιστρέφονται με ταχύτητα 10 έως 22 στροφές ανά λεπτό. Στις 22 περιστροφές ανά λεπτό, η ταχύτητα τους υπερβαίνει τα 90 m/s. Όσο πιο υψηλή είναι η ταχύτητα περιστροφής, τόσο περισσότερος θόρυβος παράγεται και η διάβρωση των πτερυγίων επιταχύνεται. Για να ενισχυθεί η ταχύτητα της γεννήτριας χρησιμοποιείται ένα κιβώτιο ταχυτήτων, αν και ορισμένες ανεμογεννήτριες μπορούν να παράγουν ενέργεια μόνο από την ταχύτητα του ρότορα. Ακόμα, πολλές γεννήτριες λειτουργούν με σταθερή ταχύτητα, αν και οι περισσότερες παράγουν ρεύμα με μεταβλητή ταχύτητα. Τέλος οι ανεμογεννήτριες είναι εξοπλισμένες με ένα σύστημα ασφαλείας για την αποφυγή ζημιών από την μεγάλη ταχύτητα του ανέμου, σταματώντας το ρότορα.

Μία τυπική ανεμογεννήτρια οριζοντίου άξονα αποτελείται από τα παρακάτω βασικά μέρη:

- Δρομέας: Αποτελεί ίσως το σημαντικότερο μέρος για τη σχεδίαση του όλου συστήματος. Στόχος είναι να βρεθεί ένας βέλτιστος συνδυασμός των διάφορων παραμέτρων που συνθέτουν το δρομέα : ταχύτητα περιστροφής, διάμετρος δρομέα, αριθμός πτερυγίων, κατανομή πλάτους πτερυγίου, κατάλληλη αεροτομή ή αεροτομές. Το κριτήριο επιλογής για το συνδυασμό αυτό, είναι η μεγιστοποίηση της παραγόμενης ενέργειας. Συνήθως αποτελείται από δύο ή τρία πτερύγια από ενισχυμένο πολυεστέρα. Τα πτερύγια προσδένονται πάνω σε μια πλήμνη είτε σταθερά, είτε με τη δυνατότητα να περιστρέφονται γύρω από το διαμήκη άξονα τους μεταβάλλοντας το βήμα τους. Το μήκος τους εξαρτάται από την απαιτούμενη ονομαστική ισχύ της μηχανής και το αιολικό δυναμικό της περιοχής εγκατάστασης τους. Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δρομέα επιλέγεται έτσι ώστε ο λόγος ταχύτητας ακροπτερυγίου προς την ονομαστική ταχύτητα του ανέμου να βρίσκεται στην περιοχή της βέλτιστης τιμής του αεροδυναμικού συντελεστή c_p .
- Σύστημα μετάδοσης της κίνησης : Αποτελείται από τον κύριο άξονα, τα έδρανα του και το κιβώτιο ταχυτήτων (στις μεγάλες ανεμογεννήτριες), το οποίο προσαρμόζει την ταχύτητα περιστροφής του δρομέα στην σύγχρονη ταχύτητα της ηλεκτρογεννήτριας.
- Σύστημα πέδησης : Υπάρχουν διάφοροι τρόποι ακινητοποίησης του δρομέα:
 - Μεταβολή του βήματος του πτερυγίου ή του ακροπτερυγίου
 - Στροφή του ίδιου του δρομέα ώστε να γυρίσει σε διαφορετική κατεύθυνση από αυτήν του ανέμου
 - Αύξηση της αεροδυναμικής αντίστασης του πτερυγίου με την ενεργοποίηση αεροπέδης
 - Πέδηση του άξονα που πραγματοποιείται με δισκόφρενο τύπου ασφάλειας αστοχίας που ενεργεί αυτόματα στον άξονα.

- Ηλεκτρική γεννήτρια : Ο μηχανισμός αυτός παράγει την ηλεκτρική ενέργεια όταν υπάρχει ικανοποιητικός αέρας για να περιστρέψει τα πτερύγια. Η ηλεκτρική ενέργεια μεταφέρεται στο επόμενο στάδιο (είτε για αποθήκευση, είτε στο σύστημα διανομής, είτε για άμεση χρήση) χρησιμοποιώντας καλωδίωση. Υπάρχουν δύο δυνατές λύσεις, σύγχρονη ή ασύγχρονη γεννήτρια, η οποία συνδέεται με την έξοδο του κιβωτίου πολλαπλασιασμού των στροφών μέσω ενός ελαστικού ή υδραυλικού συνδέσμου και μετατρέπει τη μηχανική ενέργεια του ανέμου σε ηλεκτρική. Η θέση τοποθέτησης της είναι στην κορυφή του πύργου της ανεμογεννήτριας. Συνήθως χρησιμοποιείται η ασύγχρονη γεννήτρια λόγω των πλεονεκτημάτων που παρουσιάζει όσον αφορά στο κόστος, στο βάρος, στην απλότητα κατασκευής, στην αξιοπιστία, στις ανάγκες συντήρησης, στην καλύτερη ποιότητα ισχύος και στις μεμονωμένες μηχανικές καταπονήσεις . Η σύγχρονη γεννήτρια, η οποία μειονεκτεί στα παραπάνω, χρησιμοποιείται σε εφαρμογές όπου δεν υπάρχει σύνδεση με το δίκτυο, δηλαδή σε αυτόνομα συστήματα με συσσωρευτές για την αποθήκευση της ενέργειας, αφού η προτιμώμενη ασύγχρονη γεννήτρια χρειάζεται να παίρνει ρεύμα μαγνήτισης από το δίκτυο.
- Σύστημα προσανατολισμού : Οι ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα απαιτούν έναν μηχανισμό (yaw control system) που να τις τοποθετεί προς την κατεύθυνση του ανέμου. Οι μικρές ανεμογεννήτριες έχουν συνήθως μια ουρά που τις περιστρέφει προς την σωστή κατεύθυνση. Οι μεγάλες μηχανές έχουν συνήθως έναν σερβοκινητήρα ο οποίος ελέγχεται από τον ανεμοδείκτη του ανεμογράφου και που τις προσανατολίζει στην κατεύθυνση της μέγιστης αιολικής δύναμης.
- Πύργος : Ο πύργος στηρίζει όλη την παραπάνω ηλεκτρομηχανολογική εγκατάσταση. Δύο είναι οι κύριοι τύποι πύργων που έχουν επικρατήσει, ο σωληνωτός κι ο τύπου δικτυώματος. Ο δικτυωτός είναι ευκολότερος στην συναρμολόγηση κι ανάρτηση, ελαφρύτερος και φθηνότερος. Ο σωληνωτός, από την άλλη, είναι αισθητικά καλύτερος και το εσωτερικό του όταν πρόκειται για μεγάλες ανεμογεννήτριες είναι δυνατό να αποτελέσει και το θάλαμο στέγασης όλων των οργάνων της ανεμογεννήτριας, ενώ μπορεί να έχει εσωτερική σκάλα ή ανελκυστήρα για την πρόσβαση στο κουβούκλιο (νασέλα) στην κορυφή του.
- Πίνακας ελέγχου : Βρίσκεται συνήθως τοποθετημένος στη βάση του πύργου. Το σύστημα ελέγχου παρακολουθεί, συντονίζει κι ελέγχει όλες τις λειτουργίες της ανεμογεννήτριας , έτσι ώστε να επιτυγχάνεται η βέλτιστη λειτουργία της.

1.1.3. Η ανεμογεννήτρια Vestas V90-3MW

Το μοντέλο Vestas V90-3MW έχει ρότορα διαμέτρου 90 μέτρων με ενεργό μηχανισμό προσανατολισμού και ονομαστικής ισχύος 3,0MW. Αποτελείται από τρία πτερύγια και χρησιμοποιεί έλεγχο του βήματος των πτερυγίων (pitch control), δηλαδή αυτά έχουν την δυνατότητα περιστροφής γύρω από τον διαμήκη άξονα τους. Επομένως είναι δυνατό ο έλεγχος της γωνίας πρόσπτωσης του ανέμου με αποτέλεσμα τη μεγιστοποίηση της αποκομισθείσας αεροδυναμικής ισχύος ανάλογα με τις συνθήκες. Η γεννήτρια χρησιμοποιεί την καινοτόμα τεχνολογία OptiTip και έχει τη δυνατότητα λειτουργίας του ρότορα με μεταβλητή ταχύτητα. Με αυτά τα

χαρακτηριστικά έχει τη δυνατότητα διατήρησης της ονομαστικής ισχύος ακόμα και σε υψηλές ταχύτητες του ανέμου, ανεξάρτητα από την θερμοκρασία και την πυκνότητα του αέρα. Σε χαμηλές ταχύτητες του ανέμου το σύστημα OptiTip και η λειτουργία μεταβλητής ταχύτητας μεγιστοποιούν την παραγωγή ηλεκτρικής ισχύος δίνοντας την βέλτιστη ταχύτητα περιστροφής (RPM) και γωνία/κλίση των πτερυγίων, το οποίο επίσης ελαχιστοποιεί την εκπομπή θορύβου από την γεννήτρια.

1.1.3.1. Περιγραφή του Θαλάμου (nacelle)

Ο θάλαμος (κουβούκλιο) είναι κατασκευασμένος από fiberglass. Ένα άνοιγμα στο δάπεδο παρέχει πρόσβαση στο θάλαμο από τον πύργο. Το τμήμα της οροφής είναι εξοπλισμένο με φεγγίτες, οι οποίοι μπορούν να ανοιχθούν για πρόσβαση στην οροφή και στους αισθητήρες του ανέμου. Οι αισθητήρες ανέμου καθώς και τα προειδοποιητικά φώτα, τοποθετούνται στη στέγη του θαλάμου.

Ο θάλαμος του συγκεκριμένου μοντέλου περιέχει τα εξής τεχνικά μέρη :

- Πλάκα εδράσεως (machine foundation). Το μπροστινό μέρος της πλάκας εδράσεως της ατράκτου είναι η βάση για το σύστημα κίνησης το οποίο μεταδίδει τις δυνάμεις και τη ροπή από το δρομέα στον πύργο μέσω του συστήματος περιστροφής και είναι κατασκευασμένο από χυτό χάλυβα. Το περίβλημα του θαλάμου συναρμολογείται επί της πλάκας εδράσεως.
- Κιβώτιο ταχυτήτων (gearbox). Είναι ο κύριος μηχανισμός που μεταδίδει τη ροπή από τον ρότορα στη γεννήτρια και είναι βιδωμένο στην πλάκα εδράσεως.
- Σύστημα προσανεμισμού (yaw system). Το σύστημα προσανεμισμού επιτρέπει την περιστροφή του θαλάμου με τον ρότορα προς την κατεύθυνση που φυσάει ο άνεμος και είναι ένα απλό σύστημα με ρουλεμάν με ενσωματωμένη τριβή. Το σύστημα μεταδίδει τις δυνάμεις από τον θάλαμο και ρότορα στον πύργο.
- Σύστημα πέδησης (brake system). Η ανεμογεννήτρια φρενάρει με πλήρη μεταβολή του βήματος των πτερυγίων. Επιπλέον μέσω υδραυλικού συστήματος ασκείται πίεση σε ένα δισκόφρενο που βρίσκεται στον κύριο άξονα υψηλής ταχύτητας. Αυτό το δισκόφρενο χρησιμεύει επίσης ως φρένο στάθμευσης.
- Γεννήτρια (generator). Η γεννήτρια παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος είναι ασύγχρονη τετραπολική και υδρόψυκτη. Η μεταβλητή ταχύτητα επιτρέπει την μεταβολή της ταχύτητας του ρότορα εντός μιας ευρείας περιοχής ταχυτήτων. Αυτό ελαχιστοποιεί τις διακυμάνσεις στην παροχή ρεύματος στο σύστημα ηλεκτρικού δικτύου καθώς και τα φορτία σε ζωτικά μέρη του στροβίλου. Επιπλέον, το σύστημα μεταβλητής ταχύτητας βελτιστοποιεί την παραγωγή ενέργειας, ειδικότερα σε χαμηλές ταχύτητες ανέμου.
- Το σύστημα ψύξης και κλιματισμού. Εάν η θερμοκρασία του αέρα στο εσωτερικό της ατράκτου υπερβεί ένα ορισμένο επίπεδο, οι βαλβίδες τύπου θυρίδας ανοίγουν προς τα έξω. Ένας ανεμιστήρας φέρνει εξωτερικό αέρα για την ψύξη του εσωτερικού της ατράκτου.

1.1.3.2. Περιγραφή του ρότορα

Τα πτερύγια είναι κατασκευασμένα από fiber glass ενισχυμένου εποξειδικού μίγματος και ανθρακονήματα. Κάθε πτερύγιο αποτελείται από μία εσωτερική δοκό

περιβαλλόμενη από δύο κελύφη. Τα πτερύγια έχουν σχεδιαστεί για βέλτιστη απόδοση και ελαχιστοποίηση του θορύβου και της αντανάκλασης του φωτός. Κάθε πτερύγιο έχει ένα σύστημα προστασίας από κεραυνούς που αποτελείται από υποδοχείς κεραυνού στην άκρη του και έναν χάλκινο συρμάτινο αγωγό στο εσωτερικό του πτερυγίου.

Η πλήμνη (κωνική μύτη) είναι τοποθετημένη απευθείας πάνω στο κιβώτιο ταχυτήτων, απαλείφοντας με αυτό τον τρόπο τον κύριο άξονα που χρησιμοποιείται παραδοσιακά για την μεταβίβαση της παραγόμενης αιολικής ενέργειας στη γεννήτρια μέσω του κιβώτιου ταχυτήτων.

Η V90 είναι εξοπλισμένη με ένα σύστημα ελέγχου του βήματος (κλίση) των πτερυγίων μέσω ενός μικροεπεξεργαστή που ονομάζεται OptiTip. Με βάση τις επικρατούσες συνθήκες ανέμου, τα πτερύγια τοποθετούνται συνεχώς στην βέλτιστη γωνία βήματος. Ο μηχανισμός αυτός τοποθετείται στην πλήμνη. Οι μεταβολές της γωνίας του βήματος γίνονται με υδραυλικούς κυλίνδρους, οι οποίοι είναι σε θέση να περιστρέφουν το πτερύγιο κατά 95° . Κάθε πτερύγιο έχει το δικό του υδραυλικό κύλινδρο ελέγχου του βήματος.

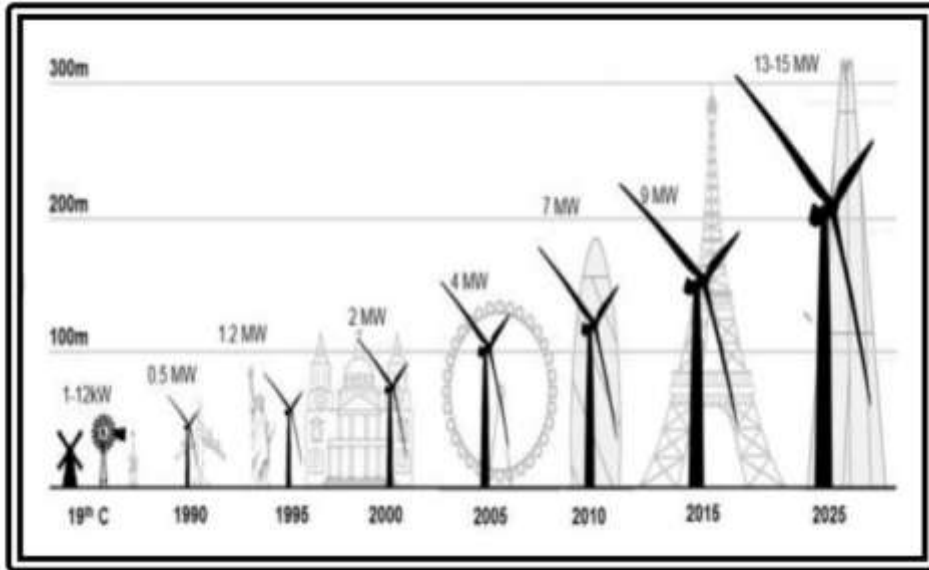
1.1.3.3. Καμπύλη ισχύος (power curve)

Η καμπύλη ισχύος δίνεται από την κατασκευάστρια εταιρία (VESTAS) και δίνει την σχέση της παραγόμενης ισχύος συναρτήσει της ταχύτητας του ανέμου. Η καμπύλη αυτή εξαρτάται από την διάμετρο των πτερυγίων, την αεροδυναμική τους ποιότητα, τις συνθήκες του ανέμου, την πυκνότητα του αέρα και τέλος τη μηχανική απόδοση της γεννήτριας.

Η καμπύλη παρέχει τρεις χαρακτηριστικές τιμές της ταχύτητας του ανέμου. Η πρώτη είναι η ταχύτητα κατά την οποία η ανεμογεννήτρια ξεκινάει να λειτουργεί και να παράγει ηλεκτρικό ρεύμα (V_{cut-in}) και ισούται με 4(m/s). Η δεύτερη αποτελεί την τιμή της ταχύτητας του ανέμου κατά την οποία η ανεμογεννήτρια ξεκινάει να παράγει ρεύμα ίσο με την ονομαστική ισχύ της (V_{rated}), δηλαδή 3,0 MW, η οποία ισούται με 15(m/s). Η τρίτη χαρακτηριστική τιμή της ταχύτητας του ανέμου είναι εκείνη κατά την οποία η ανεμογεννήτρια σταματά την λειτουργία της για λόγους ασφαλείας ($V_{cut-out}$) και ισούται με 25 (m/s).

1.2. Ο Πύργος της ανεμογεννήτριας (wind turbine tower)

Ο πύργος είναι ένα σημαντικό στοιχείο στη δομή της ανεμογεννήτριας, όχι μόνο για δομικούς λόγους (γίνεται μεταφορά των φορτίων στα θεμέλια), αλλά και για οικονομικούς λόγους: όσο υψηλότερος είναι ο πύργος, τόσο μεγαλύτερο το ποσό της ενέργειας που παράγεται. Για παράδειγμα, με αύξηση κατά 20 μέτρα από το ένα πρότυπο ύψος 80 μέτρων μπορεί να επιτευχθεί μία επιπλέον παραγωγή ενέργειας γύρω στο 5%. Κατά τα τελευταία χρόνια παρατηρείται η τάση για κατασκευή ολοένα και ψηλότερων πύργων. Αυτό συμβαίνει διότι σε υψηλότερα επίπεδα υπάρχει καλύτερο διαθέσιμο αιολικό δυναμικό και μειώνεται η επιρροή των εμποδίων του εδάφους, όπως δέντρων και κτηρίων, που δημιουργούν αναταράξεις στην ροή του ανέμου. Στο μέλλον αναμένονται ακόμα ψηλότεροι πύργοι, επίσης, γιατί στην ώριμη πλέον αγορά αιολικής ενέργειας οι πιο παραγωγικές θέσεις έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί.



Εικόνα 1-4: Εξέλιξη του μεγέθους των ανεμογεννητριών και της ονομαστικής ισχύος από τη δεκαετία του 1980 έως και το 2025 (πηγή: Bloomberg New Energy Finance)

Το μέσο ύψος των πύργων που έχουν εγκατασταθεί στην Ευρώπη είναι περίπου 80 μέτρα. Οι σύγχρονοι πύργοι έχουν ένα εσωτερικό ανελκυστήρα ή/και μια σκάλα και αρκετές ενδιάμεσες πλατφόρμες. Ένα άλλο στοιχείο που μπορεί να φιλοξενηθεί στον πύργο, συνήθως στο κάτω μέρος, είναι ο μετασχηματιστής MW. Ο πύργος μπορεί να κατασκευαστεί από διάφορα υλικά και με διαφορετικούς σχεδιασμούς. Τα υλικά που χρησιμοποιούνται είναι ο χάλυβας και το οπλισμένο σκυρόδεμα, τις περισσότερες φορές προεντεταμένο, καθώς και συνδυασμός αυτών των δύο. Συνθετικά υλικά κατασκευής όπως το fiber glass βρίσκονται ακόμα σε ερευνητικό επίπεδο. Όσον αφορά τον σχεδιασμό έχουν ακολουθηθεί διαφορετικές έννοιες κατά καιρούς όπως μονοπολική διάταξη σωλήνα (tubular tower), δικτυωτός πύργος (lattice tower), με τριποδική διάταξη σωλήνων (three-legged tower) και μονοπολική διάταξη με αντιστήριξη καλωδίων (guy-wired pole tower).

Στη σύγχρονη εποχή έχουν επικρατήσει τρεις διαφορετικοί δομικοί σχεδιασμοί, οι οποίοι έχουν κατασκευαστεί σε μεγάλη κλίμακα ανά τον κόσμο και παρατίθενται παρακάτω :

➤ Δικτυωτός πύργος (lattice tower):

Οι δικτυωτοί πύργοι χρησιμοποιήθηκαν πολύ κατά το παρελθόν, όπου οι ανεμογεννήτριες ήταν πιο μικρές σε μέγεθος (λιγότερο από ένα MW), αλλά χρησιμοποιούνται πλέον σπάνια. Το μεγαλύτερο τους μειονέκτημα είναι το κακό οπτικά και αισθητικά αντίκτυπο, καθώς επίσης και μεγαλύτερο κατασκευαστικό κόστος στο εργοτάξιο και κόστος συντήρησης. Αντίθετα είναι σαφές ότι είναι ελαφρύτερες από οποιαδήποτε άλλη διάταξη σχεδιασμού, χρησιμοποιώντας λιγότερο υλικό, περίπου ίσο με 50% του υλικού ενός μονοπολικού σωληνοειδούς πύργου. Επίσης δημιουργούν λιγότερες αναταράξεις αέρα καθώς είναι διαπερατές. Η φυσική σημασία αυτής της εξοικονόμησης υλικού οφείλεται στα μεγάλα πλάτη των κάτω τμημάτων. Η ανάγκη του υλικού να παραλάβει ένταση είναι αντιστρόφως ανάλογη προς το πλάτος. Με μια σωληνοειδή λεπτότοιχη κατασκευή, υπάρχει ο κίνδυνος λυγισμού, κάτι το οποίο περιορίζει τη μέγιστη διάμετρο. Ένα σχέδιο δικτύωματος δεν λυγίζει σαν ένα κέλυφος. Ο κίνδυνος

λυγισμού των επιμέρους μελών περιορίζεται με εισαγωγή πολλών δοκών που δίνουν στο δικτυωτό πύργο την χαρακτηριστική εμφάνιση του. Ο ψηλότερος δικτυωτός πύργος βρίσκεται στο Laasow (Brandenburg) στη Γερμανία, με τον ρότορα της ανεμογεννήτριας να βρίσκεται σε ύψος 160 μέτρων. Ο συγκεκριμένος πύργος έχει πλάτος στην κορυφή του ίσο με 2,9 μέτρα, ενώ στην βάση του, το πλάτος του φτάνει τα 29 μέτρα.

➤ Σωληνοειδής χαλύβδινος πύργος (tubular steel tower).

Ο μονοπολικός σωληνοειδής πύργος είναι ο τύπος του πύργου που έχει επικρατήσει και κατασκευάζεται ευρέως. Το υλικό κατασκευής του είναι ο χάλυβας. Συνήθως έχουν κωνικό σχήμα και διάμετρο που κυμαίνεται από περίπου 4,5 μέτρα στη βάση σε 2 μέτρα στην κορυφή, διαιρούμενη σε 3 ή 4 τμήματα τα οποία συναρμολογούνται στο αιολικό πάρκο (συνήθως με προεντεταμένους κοχλίες). Το μήκος ενός τμήματος μπορεί να ποικίλει από 20 έως 30 μέτρα. Βασικά κατασκευάζονται από ελάσματα φύλλων χάλυβα κομμένα, επεξεργασμένα και συγκολλημένα μεταξύ τους. Το μεγάλο τους πλεονέκτημα είναι ότι προσομοιάζονται με απλό στατικό σύστημα προβόλου, καθώς και ο πολύ εύκολος υπολογισμός των διατομών και των ιδιοτήτων αυτών. Οι νέοι πύργοι που υπερβαίνουν τα 100 μέτρα έχουν διάμετρο βάσης πάνω από 5 μέτρα το οποίο είναι πρόβλημα σε πολλές χώρες, καθώς το μέγιστο μεταφερόμενο οδικώς μέγεθος είναι μικρότερο από 4,9 μέτρα. Στο επόμενο κεφάλαιο διατυπώνεται αναλυτικά οι απαιτήσεις και η ανάλυση σχεδιασμού για τον συγκεκριμένο σχεδιασμό.

➤ Υβριδικός πύργος σκυροδέματος/χάλυβα (concrete/steel hybrid tower).

Η ιδέα πίσω από τη δημιουργία ενός υβριδικού πύργου σκυροδέματος / χάλυβα είναι η χρήση σκυροδέματος για το ευρύ κάτω μέρος και χάλυβα στο άνω μέρος του πύργου. Στο άνω μέρος σχεδιάζεται ένας συμβατικός χαλύβδινος σωληνοειδής πύργος χωρίς να υπάρχει κίνδυνος σύγκρουσης με τους περιορισμούς μεταφοράς, καθώς θα έχει μικρότερο ύψος και συμπερασματικά μικρότερη διάμετρο βάσης. Επίσης καθιστά ευκολότερο το σχεδιασμό του μέρους του σκυροδέματος ώστε να πάρει τις ιδιοσυχνότητες που θέλουμε. Βέβαια υπάρχει ένα επιπλέον κόστος που πρέπει να συμπεριληφθεί που αφορά την σύνδεση του μέρους του σκυροδέματος με το μέρος του χαλύβδινου πύργου. Μία άλλη εφαρμογή των υβριδικών πύργων σκυροδέματος/χάλυβα είναι σε περιοχές όπου το κόστος του χάλυβα είναι πολύ ψηλό (όπως για παράδειγμα στην Βραζιλία). Επιπλέον η ευκολότερη μεταφορά λόγω μικρότερων διαστάσεων των τμημάτων του πύργου μειώνει το συνολικό κόστος. Από την άλλη μεριά το μεγαλύτερο πρόβλημα είναι το αυξημένο βάρος. Υβριδικοί πύργοι χρησιμοποιούνται ευρέως από την πολυεθνική εταιρία κατασκευής ανεμογεννητριών Enercon.

2. Απαιτήσεις – Ανάλυση Σχεδιασμού Πύργου Ανεμογεννήτριας

2.1. Απαιτήσεις Σχεδιασμού

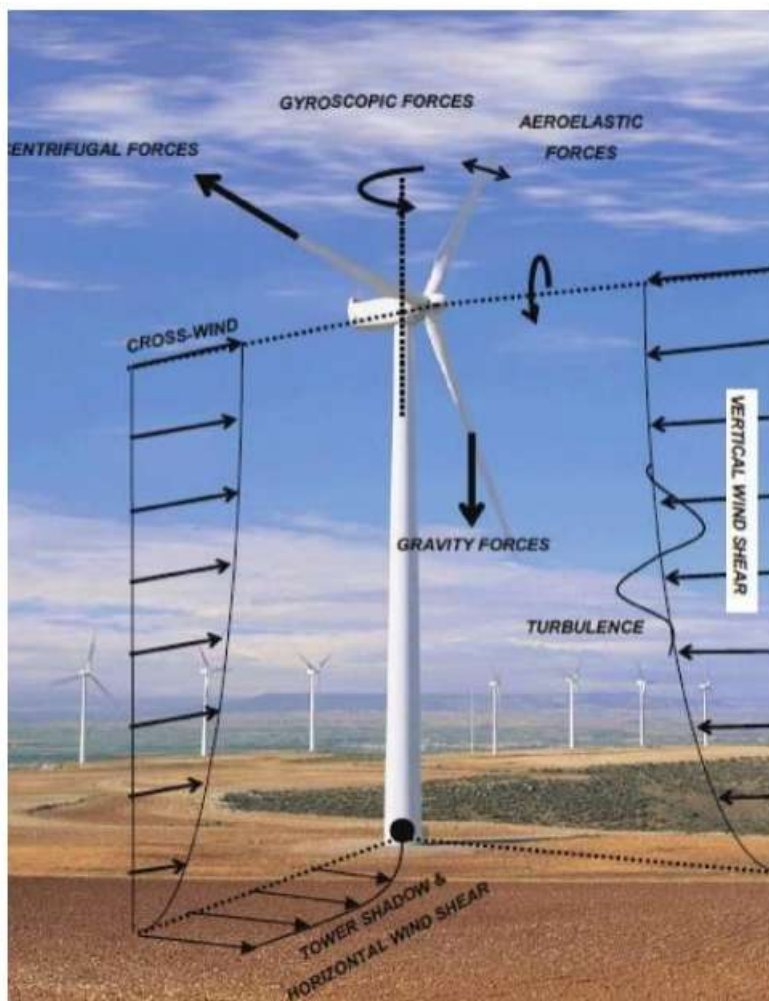
Προκειμένου να εξασφαλιστεί ένας ικανοποιητικός σχεδιασμός του πύργου της ανεμογεννήτριας πρέπει να ικανοποιηθούν ορισμένες απαιτήσεις ως προς τις διαστάσεις, την αντοχή, τον λυγισμό, την μετατόπιση της κορυφής του πύργου, τις φλάντζες συνδέσεως και των συγκολλήσεων.

- Εξαιτίας περιορισμών στην μεταφορά, η εξωτερική διάμετρος του πύργου δεν μπορεί να ξεπεράσει τα 4,5 m. Επιπρόσθετα λόγω περιορισμών του χάλυβα που μπορεί να κατεργαστεί κάποιος σε κύλινδρο χρησιμοποιώντας βασικό εξοπλισμό, το πάχος δεν μπορεί να ξεπεράσει τα 40 mm.
- Στην οριακή κατάσταση αστοχίας ελέγχονται οι μέγιστες τάσεις von Mises σε κάθε σημείο του πύργου και συγκρίνονται με το όριο θραύσης του χάλυβα.
- Λυγισμός. Ελέγχονται οι επιτρεπόμενες τάσεις στην οριακή κατάσταση λυγισμού σε κάθε σημείο του πύργου.
- Η μέγιστη επιτρεπόμενη μετατόπιση της κορυφής του πύργου τίθεται 1,00% του ύψους του πύργου έτσι ώστε να αποφευχθεί υπερβολική κίνηση που θα παρεμπόδιζε την ομαλή λειτουργία της ανεμογεννήτριας.
- Για να αποφύγουμε το φαινόμενο του συντονισμού, η θεμελιώδης ιδιοσυχνότητα της κατασκευής πρέπει να είναι σε ασφαλή απόσταση από τις συχνότητες διέγερσης στην φάση λειτουργίας του ρότορα της ανεμογεννήτριας. Συνηθισμένες τιμές για συχνότητες λειτουργίας είναι ανάμεσα σε 0,23 με 0,52 Hz για μικρές ανεμογεννήτριες, και 0,10 με 0,30 για μεγάλες ανεμογεννήτριες. Η θεμελιώδης ιδιοσυχνότητα του πύργου θα πρέπει να παραμείνει πάνω από την μεγαλύτερη συχνότητα λειτουργίας μιας συγκεκριμένης ανεμογεννήτριας πολλαπλασιασμένη με έναν συντελεστή, τυπικά ανάμεσα σε 1,1 και 2, έτσι ώστε να αποφευχθεί ο συντονισμός σε οποιοδήποτε σημείο κατά το διάστημα λειτουργίας.
- Η σύνδεση των τμημάτων του πύργου γίνεται μέσω κυκλικών φλαντζών μαζί με υψηλά προεντεταμένους κοχλίες (HV) και ελέγχεται η σύνδεση αυτή στην οριακή κατάσταση αστοχίας. Επίσης οι προεντεταμένοι κοχλίες οφείλουν να ελεγχθούν και σε κόπωση.
- Ελέγχονται οι επιτρεπόμενες τάσεις στην οριακή κατάσταση αστοχίας σε κάθε σημείο κάθετα του πύργου όπου υπάρχει σύνδεση με συγκόλληση.

2.2. Ανάλυση Σχεδιασμού

2.2.1. Φορτία Πύργου

Για τον υπολογισμό των φορτίων που επιδρούν στον πύργο της ανεμογεννήτριας θεωρούμε το βάρος του θαλάμου και του ροτόρα τα οποία ασκούνται στην κορυφή του πύργου και δίνονται από την κατασκευάστρια εταιρία και το ίδιο βάρος του πύργου και ο άνεμος τα οποία υπολογίζονται.



Εικόνα 2-1: Φόρτια που ακούονται στον πύργο μιας ανεμογεννήτριας

- Βάρος πύργου

Το βάρος της κατασκευής συνήθως υπολογίζεται ως συνάρτηση της γεωμετρίας και της μονάδας μάζας του χάλυβα. Η συνεισφορά του βοηθητικού εξοπλισμού (όπως σκάλες, ράφια καλωδίων κλπ.) στο συνολικό βάρος του πύργου μπορεί να αμεληθεί.

- Άνεμος

Η φόρτιση του ανέμου στον πύργο υπολογίζεται για συγκεκριμένα δυναμικά χαρακτηριστικά και συγκεκριμένη γεωμετρία κατασκευής, επιβάλλεται κατά ύψος και περιφερειακά σε όλες τις επιφάνειες του. Όλα τα προηγούμενα υλοποιούνται αφού ολοκληρωθεί η σχετική εξίσωση κατανομής σύμφωνα με την ακριβή μέθοδο του Ευρωκώδικα [1-1-4]. Εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί η απλοποιητική εξίσωση κατανομής που προτείνεται από τον C.C.Baniotopoulos (Topics on the design of tubular steel turbine towers) ως εξής:

Η κατανομή της ανεμοπίεσης καθ' ύψος [z] του πύργου δίνεται ως συνάρτηση της διαμέτρου [D], από τις εξισώσεις (z, D σε [m], Fw σε [kN/m]):

$$Z \leq 2,00m :$$

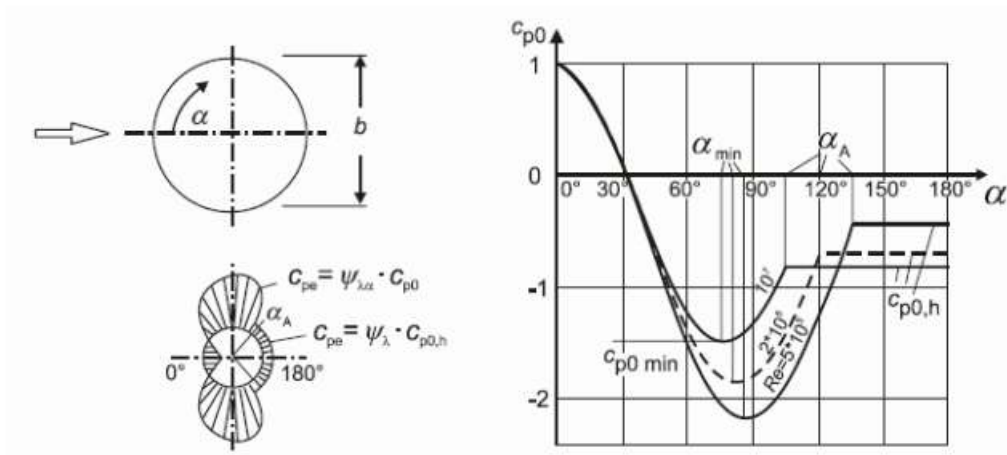
$$F_w = 0,51 \cdot D$$

$$Z > 2,00m :$$

$$F_w = 0,013 \cdot \ln(20 \cdot z) \cdot ([\ln(20 \cdot z) + 7] \cdot D$$

Η εξωτερική διάμετρος D μεταβάλλεται κατά ύψος και η συνάρτηση μεταβολής είναι διαφορετική για κάθε συνολικό ύψος [H] του εκάστοτε πύργου ανεμογεννήτριας που εξετάζεται.

Σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 1-4 η κατανομή της ανεμοπίεσης δίνεται όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:

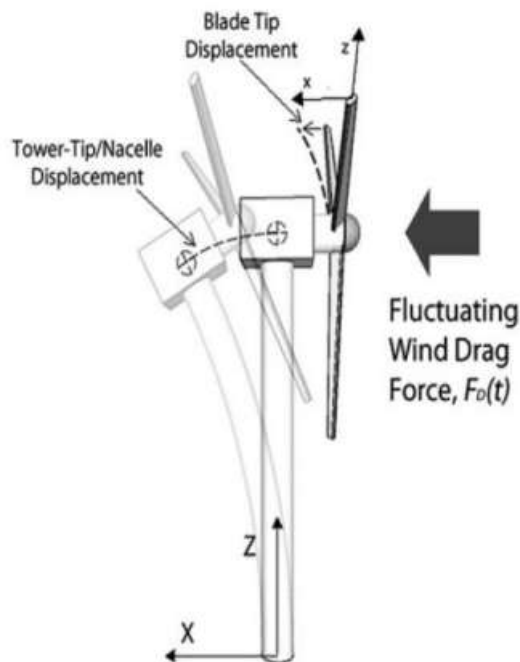


Εικόνα 2-2: Κατανομή της ανεμοπίεσης γύρω από την περιφέρεια κατά EKI-4

Παράλληλα, ασκείται και μια οριζόντια συγκεντρωμένη δύναμη στην κορυφή του πύργου που δίνεται από τον παρακάτω τύπο (Nigam N, Narayanan S. Applications of random vibrations Delhi: Springer-Verlag, 1994):

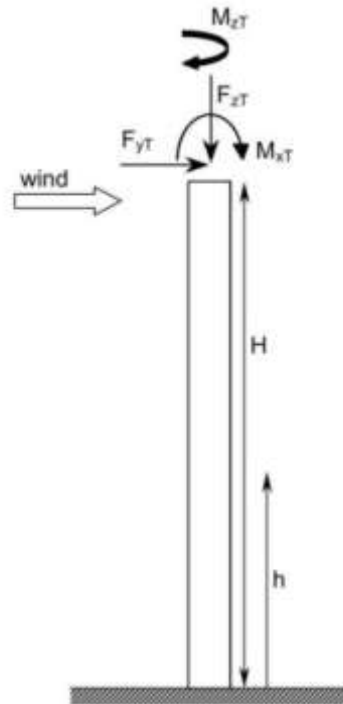
$$F_D(t) = \frac{1}{2} \cdot C_D \cdot \rho \cdot A \cdot [V(t)]^2$$

όπου C_D ο συντελεστής διαδραστικότητας, ρ πυκνότητα του αέρα, A επιφάνεια επιρροής, $V(t)$ ταχύτητα του ανέμου. Η δύναμη δίνεται από την κατασκευάστρια εταιρία και εξαρτάται από την ταχύτητα περιστροφής των περυγίων, τη μέση ταχύτητα του ανέμου, τις αναταράξεις στην επιφάνεια του ρότορα, την πυκνότητα του αέρα και το αεροδυναμικό σχήμα της μηχανής.



Εικόνα 2-3: Συγκεντρωμένη δύναμη στην κορυφή του πύργου

Παρακάτω δίνεται ένα απλοποιημένο γραμμικό μοντέλο προβόλου όπου φαίνονται συγκεντρωτικά όλα τα φορτία στην κορυφή του πύργου :



Εικόνα 2-4: Φορτία στην κορυφή του πύργου

όπου : F_{yT} οριζόντια δύναμη του ανέμου
 F_{zT} κατακόρυφο ίδιο βάρος θαλάμου-ρότορα
 M_{xT} ροπή κάμψης λόγω ανέμου
 M_{zT} ροπή συστροφής (αμελείται συνήθως)

2.2.2. Συνδυασμοί φορτίσεων - Οριακές καταστάσεις σχεδιασμού

Τα φορτία που ασκούνται στον πύργο είναι τα μόνιμα [G] και τα κινητά [W].

Θα εξεταστούν δύο συνδυασμοί φορτίσεων:

a) $G+1.5 \cdot W$

b) $G+W$

με το [G] να περιλαμβάνει το ίδιο βάρος του πύργου, του ρότορα και του θαλάμου και το [W] την ανεμοπίεση καθ' ύψος του πύργου και η συγκεντρωμένη δύναμη στην κορυφή

Με τον συνδυασμό (a) γίνεται έλεγχος στην οριακή κατάσταση αστοχίας (ULS) και ελέγχεται η πλαστική οριακή κατάσταση (LS1) και η οριακή κατάσταση λυγισμού (LS3), ενώ με τον συνδυασμό (b) εξετάζεται η οριακή κατάσταση λειτουργικότητας (SLS) στην οποία υπολογίζεται η μέγιστη μετατόπιση στην κορυφή του πύργου.

Πλαστική οριακή κατάσταση (LS1)

Ως πλαστική οριακή κατάσταση ορίζεται η κατάσταση κατά την οποία η ικανότητα της κατασκευής να αντέξει τα φορτία που της επιβάλλονται έχει εξαντληθεί, καθώς το υλικό φτάνει στην διαρροή. Η αντοχή της κατασκευής στην πλαστική οριακή κατάσταση μπορεί να υπολογίζεται ως το πλαστικό φορτίο κατάρρευσης σε μηχανισμό που βασίζεται στην θεωρία μικρών μετατοπίσεων. Κατά τον έλεγχο αυτής της κατάστασης μπορεί να θεωρηθεί πλαστική ή μερικώς πλαστική συμπεριφορά της κατασκευής. Το κύριο χαρακτηριστικό της είναι ότι η φόρτιση που μπορεί να αντέξει δεν μπορεί να αυξηθεί χωρίς σημαντική αλλαγή στην γεωμετρία της κατασκευής.

Σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα [3-1-6,παρ.4] οι ακόλουθες μέθοδοι ανάλυσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό των τάσεων σχεδιασμού :

- Θεωρία μεμβρανών
- Γραμμική ελαστική ανάλυση (linear elastic analysis, LA)
- Μη γραμμική ανάλυση στο υλικό (materially nonlinear analysis, MNA)
- Μη γραμμική ανάλυση στο υλικό και στην γεωμετρία του (geometrically and materially non-linear analysis with imperfections included, GMNA)
- Χρησιμοποιώντας τις εκφράσεις στα παραρτήματα A, B του Ευρωκώδικα [3-1-6]

Μολονότι οι τάσεις σχεδιασμού βασίζονται στην ελαστική ανάλυση, μπορούν ωστόσο να προβλέψουν με ακρίβεια την πλαστική οριακή κατάσταση και μπορεί να χρησιμοποιηθεί, σύμφωνα με το θεώρημα κάτω ορίου, για να δώσει μια συντηρητική εκτίμηση της πλαστικής αντοχής την στιγμή της κατάρρευσης. Αυτή η εκτίμηση αντιπροσωπεύει την πλαστική κατάσταση.

Χρησιμοποιώντας την γραμμική ελαστική ανάλυση (LA) οι αξονικές τάσεις μπορούν να υπολογιστούν από τον τύπο:

$$\sigma_d = \left| \frac{N_d}{A} \right| + \left| \frac{M_d}{W} \right|$$

όπου σ_d η τιμή σχεδιασμού για τις αξονικές τάσεις, N_d η τιμή σχεδιασμού για την αξονική δύναμη, A το εμβαδόν της διατομής, M_d η τιμή σχεδιασμού για την ροπή κάμψης, W η ροπή αντίστασης της διατομής.

Αφού πρόκειται για σωληνοειδή τμήματα του πύργου το εμβαδόν και η ροπή αντίστασης της διατομής δίνονται αντίστοιχα από τους τύπους :

$$A = 2\pi \cdot r \cdot t \text{ και } W = \pi \cdot r^2 \cdot t$$

όπου r και t η μέση ακτίνα και το πάχος της εγκάρσιας διατομής που εξετάζεται αντίστοιχα.

Οι διατμητικές τάσεις λόγω δυνάμεων διάτμησης υπολογίζονται ως εξής :

$$\tau_d = \frac{2 \cdot V_d}{A} \text{ , όπου } V_d \text{ είναι η τιμή σχεδιασμού για την τέμνουσα δύναμη.}$$

Επιπρόσθετα, διατμητικές δυνάμεις λόγω συστροφής μπορούν να υπολογιστούν από τον πρώτο τύπο του Bredt :

$$\tau_d = \frac{M_{z,d}}{2\pi \cdot r^2 \cdot t} \text{ , όπου } M_{z,d} \text{ είναι η τιμή σχεδιασμού της ροπής συστροφής, } r \text{ είναι η μέση ακτίνα του κυλινδρικού τμήματος και } t \text{ είναι το πάχος του κυλίνδρου.}$$

Αν και των δύο ο λόγος μεταξύ τάσεων σχεδιασμού και αντοχής είναι μεγαλύτερος του 0,5 πρέπει να υπολογιστούν οι ισοδύναμες τάσεις. Για αυτό τον λόγο μπορεί να θεωρηθεί η κατανομή των τάσεων “ von-Mises” ως εξής :

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + \sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_x \cdot \sigma_z + \sigma_y \cdot \sigma_z + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{xz}^2 + 3\tau_{yz}^2}$$

Ο υπολογιστικός τύπος για τις ισοδύναμες τάσεις σν μπορεί να απλοποιηθεί ως εξής :

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

Οι επιτρεπόμενες τάσεις υπολογίζονται από τους παρακάτω τύπους :

$$\sigma_{R,d} = \frac{f_y}{\gamma_M} \qquad \tau_{R,d} = \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_M}$$

όπου $\sigma_{R,d}$ η ορθή τάση αντοχής, $\tau_{R,d}$ η διατμητική τάση αντοχής, f_y το όριο αντοχής του χάλυβα που χρησιμοποιείται και γ_M ο επιμέρους συντελεστής ασφαλείας του υλικού, όπως ορίζεται από τον εκάστοτε εθνικό κανονισμό.

Οριακή κατάσταση λυγισμού (LS3)

Ως οριακή κατάσταση λυγισμού ορίζεται η κατάσταση κατά την οποία όλη ή μέρος της κατασκευής ξαφνικά αναπτύσσει πολύ μεγάλες μετατοπίσεις κάθετα στην επιφάνεια του κελύφους, εξ αιτίας της απώλειας σταθερότητας υπό την επίδραση θλιπτικών ή διατμητικών τάσεων στο τοίχωμα του κελύφους. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την αδυναμία να αντέξει οποιαδήποτε αύξηση των συνισταμένων τάσεων, πιθανότατα προκαλώντας καταστροφική βλάβη.

Σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα [3-1-6,παρ.4.1.3] εφαρμόζονται οι ακόλουθες μέθοδοι ανάλυσης για τον υπολογισμό των τάσεων σχεδιασμού κατά των έλεγχου της LS3:

- Θεωρία μεμβρανών για αξονοσυμμετρικές καταστάσεις
- Γραμμική ελαστική ανάλυση (linear elastic analysis, LA), που δίνει την ελάχιστη απαίτηση για τις τάσεις σχεδιασμού, κάτω από γενικές συνθήκες φόρτισης
- Γραμμική ελαστική ανάλυση με διχοτόμηση (linear elastic bifurcation analysis, LBA), που απαιτείται για κελύφη κάτω από γενικές συνθήκες φόρτισης όταν χρησιμοποιείται το κριτήριο της κρίσιμης αντοχής λυγισμού
- Μη γραμμική ανάλυση υλικού (materially nonlinear analysis, MNA), που απαιτείται για κελύφη κάτω από γενικές συνθήκες φόρτισης όταν χρησιμοποιείται το κριτήριο της πλαστικής αντοχής.
- GMNIA (geometrically and materially non-linear analysis with imperfections included) μαζί με MNA, LBA και GMNA, συμπεριλαμβάνοντας ατέλειες και βαθμονομημένους συντελεστές
- Μέσω απευθείας εκφράσεων του παραρτήματος A του Ευρωκώδικα[3-1-6]

Επειδή στην οριακή κατάσταση λυγισμού LS3 η αντοχή εξαρτάται έντονα από την ποιότητα της κατασκευής, η αξιολόγηση της αντοχής πρέπει να λαμβάνει υπόψη τις συναφείς απαιτήσεις στα όρια ανοχής της παραγωγής του υλικού και της κατασκευής. Για το λόγο αυτό ο Ευρωκώδικας [3-1-6] προτείνει τρεις κατηγορίες ποιότητας κατασκευής στην παραγωγή :

Κατηγορία Α : Εξαιρετική

Κατηγορία Β : Υψηλή

Κατηγορία Γ : Κανονική

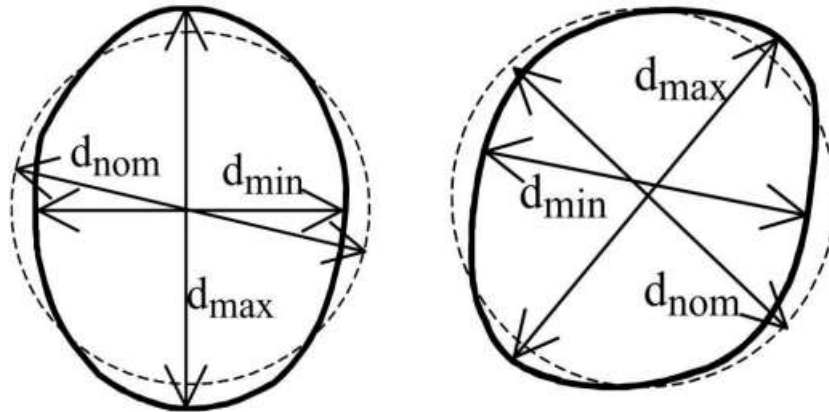
Σύμφωνα με αυτές τις κατηγορίες ποιότητας κατασκευής προτείνεται από τον Ευρωκώδικα [3-1-6,παρ.8.4] να λαμβάνονται κατά την ανάλυση στην LS3 τρεις κύριες περιπτώσεις ατελειών :

a) Μη στρογγυλότητα διατομής

Η εκτός στρογγυλότητας ανοχή θα πρέπει να αξιολογείται μέσω της παραμέτρου U_r που υπολογίζεται από τον τύπο :

$$U_r = \frac{d_{\max} - d_{\min}}{d_{\text{nom}}}$$

, όπου : d_{\max} η μέγιστη μετρούμενη εξωτερική διάμετρος, d_{\min} η ελάχιστη μετρούμενη εξωτερική διάμετρος, d_{nom} η ονομαστική εξωτερική διάμετρος



α) επιπέδωση

β) ασυμμετρία

Εικόνα 2-5: Μέτρηση διαμέτρων για την αξιολόγηση της μη στρογγυλότητας

Η παράμετρος U_r θα πρέπει να ικανοποιεί την παρακάτω συνθήκη :

$$U_r \leq U_{r,max}$$

όπου $U_{r,max}$ η παράμετρος ανοχής για τη σχετική κατηγορία ποιότητας κατασκευής όπως δίνεται στον Πίνακα 3.1 από τον Ευρωκώδικα[3-1-6,παρ.8.4.2,πιν.8.1] :

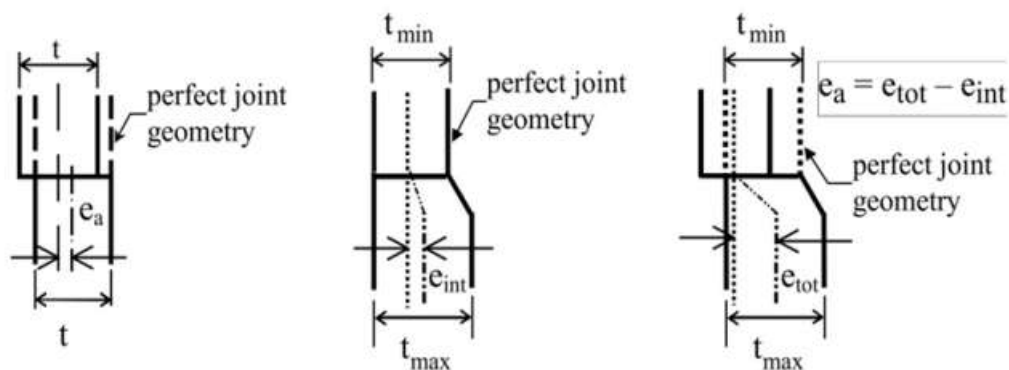
	Περιοχή διαμέτρων	$d \leq 0,50 \text{ m}$	$0,50 \text{ m} < d < 1,25 \text{ m}$	$1,25 \text{ m} \leq d$
Ανοχές κατασκευής ανάλογα με την κατηγορία ποιότητας	Ποιότητα κατασκευής	Τιμή της $U_{r,max}$		
Κατηγορία A	Άριστη	0,014	$0,007 + 0,0093(1,25-d)$	0,007
Κατηγορία B	Υψηλή	0,020	$0,010 + 0,0133(1,25-d)$	0,010
Κατηγορία C	Κανονική	0,030	$0,015 + 0,0200(1,25-d)$	0,015

Πίνακας 3.1: Τιμές της παραμέτρου ανοχής για τη μη στρογγυλότητα

b) Τυχαία εκκεντρότητα συνδέσεων

Στις συνδέσεις των τοιχωμάτων του κελύφους, που είναι κάθετες στις θλιπτικές δυνάμεις, η τυχαία εκκεντρότητα, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 2.7 θα πρέπει να υπολογίζεται από την μετρήσιμη συνολική εκκεντρότητα, e_{tot} , και την προβλεπόμενη αντιστάθμιση, e_{int} , από τον τύπο :

$$e_a = e_{tot} - e_{int}$$



Εικόνα 2-6: Τυχαία εκκεντρότητα και προβλεπόμενη αντιστάθμιση σε μια σύνδεση

Η τυχαία εκκεντρότητα, e_a , πρέπει να είναι μικρότερη από τις μέγιστες επιτρεπόμενες εκκεντρότητες, που προβλέπονται από τις αντίστοιχες κατηγορίες ποιότητας κατασκευής, όπως δίνονται στον Πίνακα 3.2 (ΕΚ 3-1-6, παρ.8.4.3, πιν.8.2) :

Ανοχές κατασκευής ανάλογα με την κατηγορία ποιότητας	Περιγραφή ποιότητας κατασκευής	Μέγιστη επιτρεπόμενη τυχαία εκκεντρότητα
Κατηγορία Α	Άριστη	$e_a \leq 2 \text{ mm}$
Κατηγορία Β	Υψηλή	$e_a \leq 3 \text{ mm}$
Κατηγορία C	Κανονική	$e_a \leq 4 \text{ mm}$

Πίνακας 3.2: Τιμές για τις μέγιστες επιτρεπόμενες τυχαίες εκκεντρότητες

c) Βαθουλώματα τοιχωμάτων

Μια μέτρηση βαθουλωμάτων θα πρέπει να χρησιμοποιείται σε κάθε θέση τόσο στην μεσημβρινή όσο και στην περιφερειακή κατεύθυνση. Η παράμετρος αξιολόγησης δίνεται από τον τύπο:

$$U_{0,\max} = \frac{\Delta_{w0}}{l_g}$$

, όπου Δ_{w0} το μετρούμενο βάθος βαθουλώματος και l_g το μήκος του εξεταζόμενο τμήματος.

Η παράμετρος βαθουλωμάτων, $U_{0,\max}$, θα πρέπει να είναι μικρότερη από τις μέγιστες επιτρεπόμενες παραμέτρους που προβλέπονται από τις αντίστοιχες κατηγορίες ποιότητας κατασκευής, όπως δίνονται στον Πίνακα 3.3 (ΕΚ 3-1-6, παρ.8.4.4, πιν.8.4) :

Ανοχές κατασκευής σε βαθουλώματα, ανάλογα με την κατηγορία ποιότητας	Περιγραφή ποιότητας κατασκευής	Τιμή της $U_{0,\max}$
Κατηγορία Α	Άριστη	0,006
Κατηγορία Β	Υψηλή	0,010
Κατηγορία C	Κανονική	0,016

Πίνακας 3.3: Τιμές για τις μέγιστες επιτρεπόμενες παραμέτρους βαθουλωμάτων

Κρίσιμη θεωρείται στο σημείο αυτό η παράθεση των τριών κύριων αριθμητικών διαδικασιών κατά τον Ευρωκώδικα [3- 1-6] για την αξιολόγηση του πύργου της ανεμογεννήτριας έναντι λυγισμού:

✓ Σχεδιασμός χρησιμοποιώντας ανάλυση GMNIA [EK 3-1-6,παρ.8.7]

Αυτή είναι χωρίς αμφιβολία η πιο προηγμένη σχεδιαστική διαδικασία που προτείνεται από τον Ευρωκώδικα. Είναι η πιο εξεζητημένη και χρειάζεται καλή κατανόηση των εφαρμοζόμενων ατελειών και του συντελεστή βαθμονόμησης. Η αντοχή σχεδιασμού έναντι λυγισμού μπορεί να οριστεί ως ένας φορτικός συντελεστής R_d εφαρμοσμένος πάνω στα φορτία σχεδιασμού F_d των συνδυασμών φόρτισης, θα πρέπει δηλαδή :

$$F_d \leq R_d \cdot F_d \text{ ή } R_d \geq 1$$

Η αντοχή σχεδιασμού έναντι λυγισμού R_d υπολογίζεται ως εξής :

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_{M1}}$$

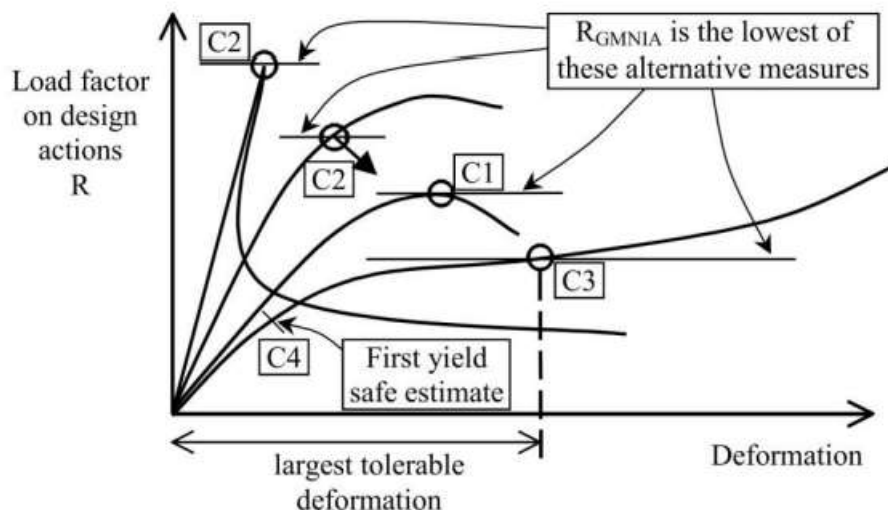
,όπου γ_{M1} ο επιμέρους συντελεστής ασφαλείας για λυγισμό όπως ορίζεται από τον εκάστοτε εθνικό κανονισμό και εάν δεν ορίζεται δεν πρέπει να τίθεται μικρότερος της τιμής $\gamma_{M1} = 1,1$ και R_k η χαρακτηριστική αντοχή λυγισμού

Η χαρακτηριστική αντοχή λυγισμού, R_k , μπορεί να βρεθεί από την ελαστοπλαστική κρίσιμη αντοχή λυγισμού, R_{GMNIA} , προσαρμοσμένη με έναν συντελεστή βαθμονόμησης, k_{GMNIA} ως εξής :

$$R_k = k_{GMNIA} \cdot R_{GMNIA}$$

Η τιμή του συντελεστή k_{GMNIA} κυμαίνεται στο διάστημα $0,8 < k_{GMNIA} < 1,2$, ενώ όπου δεν υπάρχουν συγκεκριμένες προδιαγραφές για την εύρεση του, τίθεται με την χαμηλότερη τιμή 0,8 υπέρ της ασφαλείας.

Για να προσδιοριστεί η R_{GMNIA} , πρέπει να εκτελεστεί ανάλυση G_{MNIA} στο γεωμετρικά ατελές κέλυφος κάτω από όλους του συνδυασμούς φορτίσεων μαζί με ιδιομορφική ανάλυση για να εντοπιστούν πιθανά σημεία διακλάδωσης στο φορτικό μονοπάτι από τον Ευρωκώδικα [3-1-6,παρ.8.7.2,πιν.8.6] :



Διάγραμμα 1: Ορισμός της αντοχής λυγισμού που προέρχεται από ανάλυση G_{MNIA}

Η τιμή της R_{GMNIA} που αντιπροσωπεύει τον φορτικό συντελεστή, είναι η μικρότερη τιμή που προέρχεται από την χρησιμοποίηση τριών κριτηρίων C_1, C_2, C_3 ως εξής :

Κριτήριο C_1 : ο μέγιστος φορτικός συντελεστής του οριακού φορτίου.

Κριτήριο C_2 : ο φορτικός συντελεστής, ο οποίος αντιστοιχεί στο σημείο διακλάδωσης της καμπύλης φορτίου-παραμόρφωσης.

Κριτήριο C_3 : ο φορτικός συντελεστής, ο οποίος αντιστοιχεί στις μέγιστες ανεκτές μετατοπίσεις και στην καμπύλη φορτίου-παραμόρφωσης βρίσκεται πριν φτάσει το σημείο διακλάδωσης ή το οριακό φορτίο.

✓ Σχεδιασμός χρησιμοποιώντας ανάλυση MNA και LBA [EK 3-1-6,παρ.8.6]

Πρόκειται για την προτιμότερη σχεδιαστική διαδικασία έναντι λυγισμού. Εδώ οι ατέλειες εισάγονται έμμεσα μέσω ενός συντελεστή. Η αντοχή σχεδιασμού έναντι λυγισμού μπορεί να οριστεί ως ένας φορτικός συντελεστής R_d εφαρμοσμένος πάνω στα φορτία σχεδιασμού F_d των συνδυασμών φόρτισης και θα πρέπει δηλαδή :

$$F_d \leq R_d \cdot F_d \text{ ή } R_d \geq 1$$

Η αντοχή σχεδιασμού έναντι λυγισμού R_d υπολογίζεται ως εξής :

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_{M1}}$$

όπου : - γ_{M1} ο επιμέρους συντελεστής ασφαλείας για λυγισμό όπως ορίζεται από τον εκάστοτε εθνικό κανονισμό και εάν δεν ορίζεται δεν πρέπει να τίθεται μικρότερος της τιμής $\gamma_{M1} = 1,1$. και R_k η χαρακτηριστική αντοχή λυγισμού.

Η χαρακτηριστική αντοχή λυγισμού R_k βρίσκεται από τον τύπο :

$R_k = \chi_{ov} \cdot R_{pl}$ όπου R_{pl} : συντελεστής πλαστικής αντοχής χ_{ov} : συνολικός μειωτικός συντελεστής λυγισμού Ο συντελεστής πλαστικής αντοχής, R_{pl} , πρέπει να βρίσκεται από μη-γραμμική ανάλυση του υλικού (MNA) και είναι το πλαστικό οριακό φορτίο κάτω από όλους του συνδυασμούς φόρτισης του Ευρωκώδικα [3-1-6,παρ.8.6.2,πιν.8.5].

Ο συνολικός μειωτικός συντελεστής λυγισμού, χ_{ov} ,είναι συνάρτηση των παραμέτρων λ_{ov} , $\lambda_{ov,o}$, α_{ov} , β_{ov} , n_{ov} , όπου

$$\lambda_{ov} = \frac{\sqrt{R_{pl}}}{R_{cr}} \text{ η σχετική λυγηρότητα του κέλφους,}$$

$$\lambda_{ov,o} = 0,20, \text{ η μεσημβρινή οριακή λυγηρότητα}$$

$$\beta_{ov} = 0,60, \text{ συντελεστής του πλαστικού εύρους}$$

$$n_{ov} = 1,00, \text{ ο εκθέτης αλληλεπίδρασης}$$

$$\alpha_{ov} = \frac{0,62}{1 + \left(\frac{1,91}{0}\right)^{1,44} \cdot \left(\frac{r}{t}\right)^{0,72}} \text{ συντελεστής μεσημβρινής ελαστικής ατέλειας με } r,$$

t

Τελικά ο συνολικός μειωτικός συντελεστής λυγισμού, χ_{ov} , υπολογίζεται ως εξής :

$$\chi_{ov} = 1 \text{ για } \lambda_{ov} \leq \lambda_{ov,o}$$

$$\chi_{ov} = 1 - \beta_{ov} \cdot [(\lambda_{ov} - \lambda_{ov,o}) / (\lambda_p - \lambda_{ov,o})]^n \text{ για } \lambda_{ov,o} < \lambda_{ov} < \lambda_p$$

$$\chi_{ov} = \alpha_{ov} / \lambda_{ov}^2 \text{ για } \lambda_p \leq \lambda_{ov}$$

και όπου $\lambda_p = \frac{\sqrt{a}}{1-\beta}$, η σχετική λυγηρότητα στο πλαστικό όριο.

✓ Σχεδιασμός χρησιμοποιώντας ανάλυση με βάση τις τάσεις σχεδιασμού [EK 3-1-6,παρ.8.5]

Αυτή η σχεδιαστική διαδικασία δίνει αρκετά συντηρητικές τιμές που οδηγεί σε μη αποδεκτά μεγάλα πάχη και καταλήγουμε αναπόφευκτα στην χρησιμοποίηση δαχτυλιδιών ακαμψίας κατά ύψος στο εσωτερικό του πύργου.

Οι τιμές σχεδιασμού των τάσεων, $\sigma_{\chi,Ed}$, $\sigma_{\theta,Ed}$, $\tau_{\chi\theta,Ed}$ πρέπει να υπολογίζονται από την γραμμική ανάλυση (LA) του κελύφους. Η αντοχή έναντι λυγισμού αντιπροσωπεύεται από τις τάσεις λυγισμού ως εξής :

$$\sigma_{\chi,Rd} = \sigma_{\chi,Rk} / \gamma_{M1} ,$$

$$\sigma_{\theta,Rd} = \sigma_{\theta,Rk} / \gamma_{M1} ,$$

$$\tau_{\chi\theta,Rd} = \tau_{\chi\theta,Rk} / \gamma_{M1}$$

όπου : γ_{M1} ο επιμέρους συντελεστής ασφαλείας για λυγισμό όπως ορίζεται από τον εκάστοτε εθνικό κανονισμό και εάν δεν ορίζεται δεν πρέπει να τίθεται μικρότερος από την τιμή $\gamma_{M1} = 1,1$. και $\sigma_{\chi,Rk}$, $\sigma_{\theta,Rk}$, $\tau_{\chi\theta,Rk}$ οι χαρακτηριστικές τάσεις λυγισμού.

Οι χαρακτηριστικές τάσεις λυγισμού υπολογίζονται ως εξής :

$$\sigma_{\chi,Rk} = \chi_{\chi} \cdot f_{y,k} ,$$

$$\sigma_{\theta,Rk} = \chi_{\theta} \cdot f_{y,k} ,$$

$\tau_{\chi\theta,Rk} = \chi_{\chi\theta} \cdot f_{y,k} / \sqrt{3}$ όπου χ : ο μειωτικός συντελεστής λυγισμού που υπολογίζεται όπως προηγουμένως και $f_{y,k}$: η χαρακτηριστική τιμή της διαρροής του χάλυβα.

Τελικά ο έλεγχος που πρέπει να ικανοποιείται δίνεται παρακάτω :

$$\sigma_{\chi,Ed} \leq \sigma_{\chi,Rd} ,$$

$$\sigma_{\theta,Ed} \leq \sigma_{\theta,Rd} ,$$

$$\tau_{\chi\theta,Ed} \leq \tau_{\chi\theta,Rd}$$

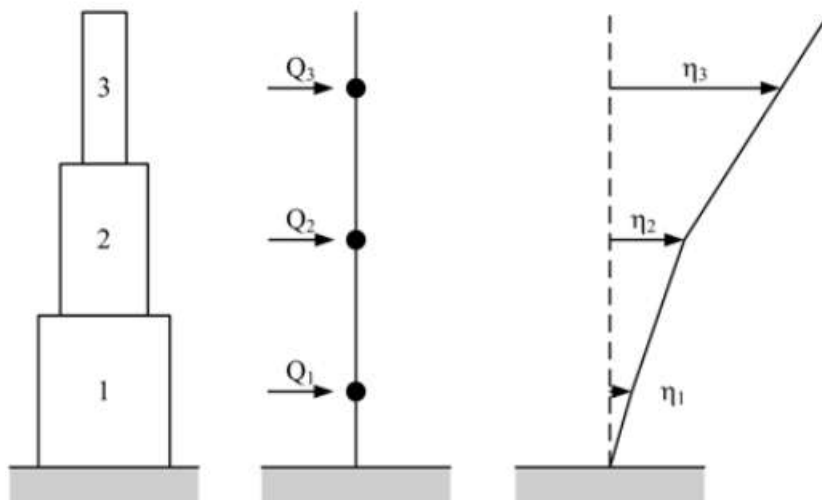
2.2.3. Ανάλυση συχνοτήτων

Ο υπολογισμός των ιδιοσυχνοτήτων του πύργου είναι κρίσιμος για τον σχεδιασμό. Αν χρησιμοποιηθούν υπολογιστικά μοντέλα οι ιδιοσυχνότητες μπορούν να προσδιοριστούν σχετικά εύκολα. Σε μερικές περιπτώσεις συνίσταται να υπολογίζεται η θεμελιώδης ιδιοσυχνότητα με εμπειρικούς υπολογιστικούς τύπους. Μία απλή προσέγγιση είναι αυτή που βασίζεται στον Morleigh :

$$\omega^2 = g \cdot \frac{\sum Qi \cdot ni}{\sum Qi \cdot ni^2}$$

με την ιδιοσυχνότητα ω σε [1/Hz], τη βαρύτητα g , το ίδιο βάρος Qi εφαρμοσμένο στο κέντρο βάρους του τμήματος i , και την αντίστοιχη μετατόπισή του ni .

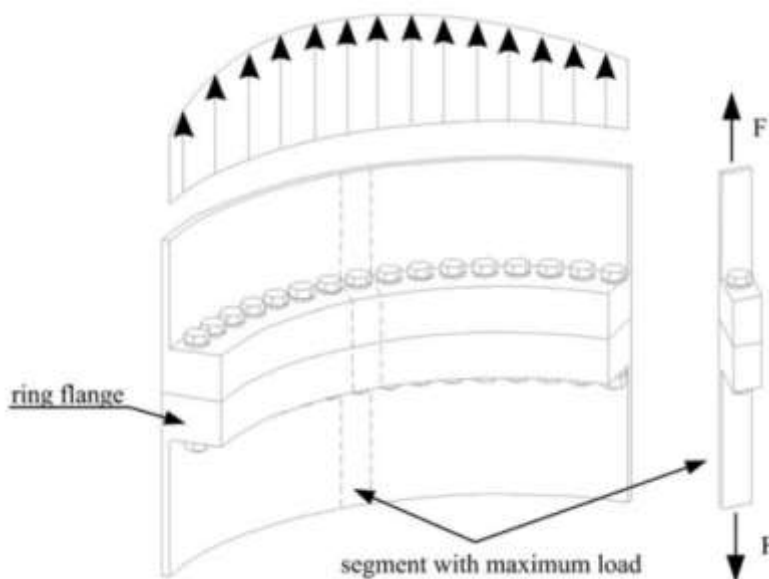
Σε πρώτη φάση, υπολογίζεται το ίδιο βάρος του κάθε τμήματος ξεχωριστά και στην συνέχεια εφαρμόζεται σαν κατακόρυφο φορτίο στο κέντρο βάρους του καθενός. Ακολούθως υπολογίζεται η καμπύλη μετατόπισης λαμβάνοντας υπόψη τα ίδια βάρη. Τέλος η ιδιοσυχνότητα υπολογίζεται από την παραπάνω σχέση.



Εικόνα 2-7: Διακριτοποίηση των τμημάτων ενός σωληνωτού πύργου

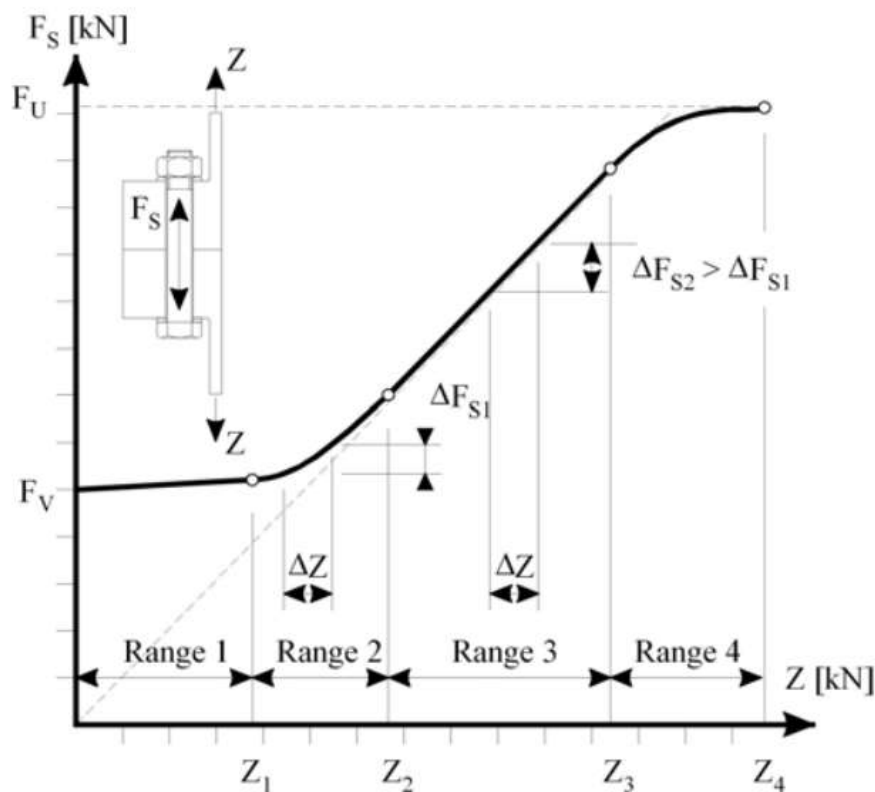
2.2.4. Ανάλυση Φλαντζών συνδέσεων

Όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο η σύνδεση των επιμέρους τμημάτων του πύργου επιτυγχάνεται με κυκλικές φλάντζες μαζί με υψηλά προεντεταμένους κοχλίες (HV) με διαμέτρους ανάμεσα σε M30 και M48. Κάθε κυκλική φλάντζα αποτελείται από 70 μέχρι 120 κοχλίες. Για σύγχρονες κατασκευές ανεμογεννητριών χρησιμοποιούνται επίσης HV ομάδες των M64 με ονομαστικό βάρος κάθε κοχλία ίσο με 20 κιλά. Για τον σχεδιασμό των υψηλά προεντεταμένων κοχλιών λαμβάνεται μόνο το μέγιστο φορτίο του κάθε κοχλία. Η θεώρηση αυτή ολόκληρης της σύνδεσης από ένα κομμάτι με τον μέγιστα φορτισμένο κοχλία οδηγεί σε ένα απλό αριθμητικά μοντέλο με μικρή υπολογιστική προσπάθεια. Επιπρόσθετα, ατέλειες στο κέλυφος των κυκλικών φλαντζών δεν συνυπολογίζονται αν και η επιρροή τους στην φέρουσα ικανότητα των συνδέσεων είναι σημαντική.



Εικόνα 2-8: Κοινή προσέγγιση του σχεδιασμού για συνδέσεις με κυκλική φλάντζα

Στην οριακή κατάσταση αστοχίας, η προένταση του κοχλία πρέπει να αμεληθεί, και αυτό σημαίνει ότι η διαδικασία σχεδιασμού του κοχλία μπορεί να γίνει όμοια με των κανονικά κοχλιωτών συνδέσεων. Στην οριακή κατάσταση κόπωσης, οι προεντάσεις των κοχλιών πρέπει να ληφθούν υπόψη υπολογίζοντας τις πιέσεις που ασκούνται στις φλάντζες. Οι δυνάμεις των κοχλιών πρέπει να υπολογίζονται χρησιμοποιώντας μη γραμμική ανάλυση κοχλία-δύναμης. Λόγω της εκκεντρότητας του άξονα των κοχλιών με τον άξονα χαλύβδινου τοιχώματος του κελύφους, η δύναμη του κοχλία επηρεάζεται σημαντικά από το άνοιγμα της κυκλικής φλάντζας υπό την επίδραση των αυξανόμενων φορτίων.



Εικόνα 2-9: Σχέση κοχλία δύναμης για HV-ομάδες σε συνδέσεις με κυκλική φλάντζα

Το θεωρούμενο επίπεδο της προέντασης των κοχλιών εξαρτάται από τα διαστήματα συντήρησης της κατασκευής. Αν οι κοχλίες που χρησιμοποιούνται στις φλάντζες συνδέσεως στον πύργο της ανεμογεννήτριας τοποθετούνται και συντηρούνται τουλάχιστον 2 χρόνια μετά, η προένταση μπορεί να υπολογιστεί από τον παρακάτω τύπο :

$$F_v = 0,7 \cdot A_s \cdot f_{y,b,k}$$

όπου A_s εφελκόμενη εντατική επιφάνεια και $f_{y,b,k}$ είναι το όριο διαρροής του υλικού των κοχλιών. Αν η δύναμη του κοχλία ελέγχεται το πρώτο μισό του χρόνου μετά την ανέγερση αλλά όχι αμέσως μετά την ανάθεση, ο παράγοντας 0,7 μπορεί να αυξηθεί σε 0,9.

Η σχέση δύναμης κοχλία των προεντεταμένων κοχλιωτών συνδέσεων αποτελείται από τέσσερα σημαντικά εύρη εντάσεως. Στην αρχή ο κοχλίας φορτίζεται από την προένταση F_v . Η δύναμη στον κοχλία αυξάνει γραμμικά με εφελκυστικές δυνάμεις Z . Εξαιτίας της δημιουργίας κενών στο εξωτερικό μέρος της κυκλικής φλάντζας η σχέση δύναμης κοχλία γίνεται μη γραμμική (range 2). Μία αυξανόμενη ένωση των κενών οδηγεί σε μεγάλη αύξηση της σχέσης δύναμη κοχλία μέχρι που η κυκλική φλάντζα είναι σχεδόν τελείως ανοιχτή. Το τρίτο εύρος δείχνει μια τελείως ανοιχτή ένωση. Μόνο η εσωτερική άκρη της κυκλικής φλάντζας και ο κοχλίας μπορούν να αναλάβουν εφελκυστικές δυνάμεις Z . Αν οι εφελκυστικές τάσεις στον κοχλία υπερβούν την τιμή της εφελκυστικής αντοχής, η σύνδεση θα πλαστικοποιηθεί μέχρι ολοκληρωτικής αστοχίας (range 4). Λόγω της εξαιρετικά μη γραμμικής σχέσης δύναμης κοχλία προτείνεται η χρήση υπολογιστικών μοντέλων για το σχεδιασμό των προεντεταμένων κοχλιών στην κυκλική φλάντζα συνδέσεως συνυπολογίζοντας τα κενά και τις ατέλειες της κυκλικής φλάντζας. Εναλλακτικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι σχέσεις δύναμης κοχλία που προτείνεται από τον Seidel (2001) ή Schmidt/Neuper (1997). Όσον αφορά τον σχεδιασμό των κυκλικών φλάντζων

σύνδεσης όπως είδαμε χρησιμοποιούνται συχνά υπολογιστικά μοντέλα. Παρ' όλα αυτά, είναι αρκετά βοηθητικές οι τιμές για τις γεωμετρικές διαστάσεις από απλή προμελέτη. Σύμφωνα με τον Seidel (2001) οι ακόλουθες σχέσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για μια απλή προμελέτη :

$$b + s/2 \leq 2 \cdot d$$

$$a \geq 1,45 \cdot (b + s/2)$$

$$c/d \leq 2 \cdot d/s \leq 10$$

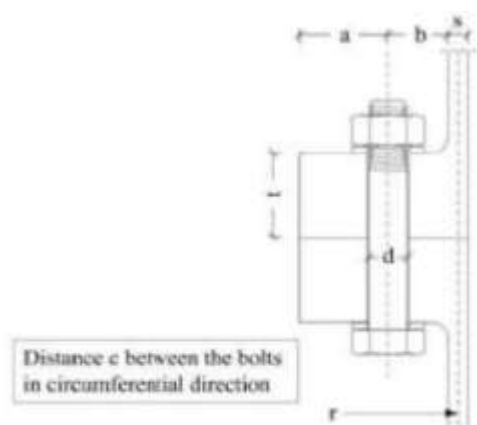
$$t \geq 1,5 \cdot d$$

με : $t \geq 4 \cdot s$ για $r/s \leq 50$

$t \geq 3 \cdot s$ για $r/s = 100$

$t \geq 2 \cdot s$ για $r/s \geq 200$

όπου t το πάχος της φλάντζας, s το πάχος του τοιχώματος του κελύφους, d η διάμετρος του κοχλία, b η απόσταση μεταξύ της εσωτερικής επιφάνειας του τοιχώματος και του άξονα του κοχλία, c η απόσταση μεταξύ των κοχλιών κατά την περιμετρική κατεύθυνση (εικόνα), a η απόσταση μεταξύ του άξονα του κοχλία και της άκρης της κυκλικής φλάντζας.



Όλοι οι συμβολισμοί πρέπει να υπολογίζονται σε χιλιοστά (mm). Οι ελάχιστες τιμές για τις διαστάσεις των κυκλικών φλαντζών δίνονται παρακάτω βάσει του Seidel (2001):

Πίνακας 2-1: Ελάχιστες τιμές για τις διαστάσεις των κυκλικών φλαντζών σε [mm]

	M16	M20	M22	M24	M27	M30	M36	M39	M42	M48
min(b-s/2)	30	35	40	40	45	45	50	55	55	65
min c	45	55	60	65	70	75	90	95	100	110

2.2.5. Ανάλυση συγκολλητών συνδέσεων

Ο έλεγχος των συγκολλήσεων βασίζεται στην σύγκριση των επιβαλλόμενων τάσεων στην συγκόλληση με τις επιτρεπόμενες τάσεις. Ανάλογα με την ποιότητα του χάλυβα και την γεωμετρία της συγκόλλησης η αντοχή μπορεί να υπολογιστεί σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα [3-1-8]. Για την σχεδιασμό των συγκολλητών συνδέσεων στην οριακή κατάσταση αστοχίας η ακόλουθη σχέση πρέπει να ικανοποιείται :

$$F_{w,Ed} \leq F_{w,Rd}$$

όπου $F_{w,Ed}$ είναι η τιμή σχεδιασμού για τη δύναμη στη συγκόλληση ανά μονάδα μήκους και $F_{w,Rd}$ είναι η αντοχή της συγκόλλησης ανά μονάδα μήκους. Η αντοχή των λουριδωτών συγκολλήσεων δίνεται από τον τύπο :

$$F_{w,Rd} = \alpha \cdot f_{vw,d} = \alpha \cdot \frac{f_u / \sqrt{3}}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}}$$

όπου $f_{vw,d}$ η διατμητική αντοχή σχεδιασμού, α το πάχος επιρροής στο λαιμό της συγκόλλησης, β_w ο κατάλληλος συντελεστής συσχέτισης, γ_{M2} ο επιμέρους συντελεστής ασφαλείας του υλικού. Ο συντελεστής ασφαλείας γ_{M2} μπορεί να θεωρείται ίσος με 1,25 σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα και ο συντελεστής συσχέτισης β_w λαμβάνεται ανάλογα με την ποιότητα του χάλυβα που χρησιμοποιείται από τον Ευρωκώδικα.

3. Βέλτιστος Σχεδιασμός Πύργου Ανεμογεννήτριας

Ο χώρος της βελτιστοποίησης στα εφαρμοσμένα μαθηματικά αναφέρεται στην αναζήτηση βέλτιστων παραμέτρων ενός - συνήθως περίπλοκου - συστήματος. Προβλήματα βελτιστοποίησης απαντώνται σε πολλά επιστημονικά πεδία όπως π.χ. στη φυσική, στη χημεία, στην οικονομία κ.α.. Στην επιστημονική περιοχή της Υπολογιστικής Μηχανικής, η βελτιστοποίηση ενός δομικού σχεδιασμού αναφέρεται στην ελαχιστοποίηση συγκεκριμένων κριτηρίων όπως είναι το βάρος και/ ή το κόστος της κατασκευής, ικανοποιώντας ταυτόχρονα τις λειτουργικές προδιαγραφές της κατασκευής. Μία βασική προϋπόθεση της βελτιστοποίησης προβλημάτων κατασκευών είναι η διατύπωση με μαθηματικούς όρους της συμπεριφοράς των κατασκευών (δομοστατικό μοντέλο). Στην περίπτωση των δομικών συστημάτων η συμπεριφορά παραπέμπει στην τυπική απόκριση στα στατικά και δυναμικά φορτία, όπως παραμορφώσεις, τάσεις, ιδιοτιμές, φορτία λυγισμού κλπ.

Στόχος του μηχανικού που επιχειρεί τον βέλτιστο δομικό σχεδιασμό είναι να εξευρεθεί ένας συνδυασμός ανεξάρτητων μεταβλητών που λαμβάνουν πραγματικές ή ακέραιες τιμές και ονομάζονται παράμετροι ή μεταβλητές σχεδιασμού (design variables), έτσι ώστε να βελτιστοποιηθεί η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος (objective function). Τα προβλήματα βελτιστοποίησης υπόκεινται σε περιορισμούς, όπως είναι το εύρος μέσα στο οποίο κινούνται οι παράμετροι σχεδιασμού το οποίο καθορίζει τον χώρο αναζήτησης, αλλά και άλλες συναρτήσεις περιορισμού (constraint functions), όπως λόγω χάρη είναι εκείνες των τάσεων και παραμορφώσεων, οι οποίες καθορίζουν τον χώρο των αποδεκτών λύσεων του προβλήματος.

Για τον υπολογισμό του βέλτιστου σχεδιασμού είναι απαραίτητα δύο βήματα που δίνονται παρακάτω :

- Μαθηματική διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης. Η διατύπωση στο μοντέλο της βελτιστοποίησης περιλαμβάνει τον ορισμό των παραμέτρων σχεδιασμού, της σχέσης μεταξύ των παραμέτρων αυτών, τον καθορισμό της προς βελτιστοποίηση συνάρτησης καθώς επίσης και τον ορισμό των περιορισμών του προβλήματος
- Επιλογή κατάλληλου αλγόριθμου βελτιστοποίησης. Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης επιλέγεται με κριτήριο τον καλύτερο συνδυασμό του με το δομοστατικό μοντέλο και το μοντέλο βελτιστοποίησης.

3.1. Διατύπωση προβλήματος βελτιστοποίησης πύργου

Στην διατύπωση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης , τρία βασικά στάδια πρέπει να θεωρηθούν :

- Καθορισμός των στόχων σχεδιασμού του συστήματος.
- Επιλογή των μεταβλητών σχεδιασμού και των προκαθορισμένων παραμέτρων.
- Καθορισμός των σχεδιαστικών περιορισμών.

3.1.1. Στόχος Σχεδιασμού

Κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης περιγράφεται από έναν μεγάλο αριθμό εφικτών σχεδιασμών μερικά από τα οποία είναι καλύτερα, μερικά είναι χειρότερα αλλά μόνο ένα δίνει την καλύτερη δυνατή λύση. Για να γίνει αυτός ο διαχωρισμός μεταξύ καλών και καλύτερων σχεδιασμών είναι απαραίτητο να υπάρχει ένα κριτήριο για σύγκριση και αξιολόγηση των σχεδιαστικών λύσεων. Αυτό το κριτήριο ορίζεται από μία

λειτουργία που εξαρτάται από τις μεταβλητές σχεδιασμού. Αυτή η λειτουργία καλείται στόχος λειτουργίας ή στόχος σχεδιασμού και εξαρτάται από τις μεταβλητές σχεδιασμού. Η κατάλληλη επιλογή του στόχου λειτουργίας είναι πολύ σημαντικό βήμα στην διαδικασία διατύπωσης του μαθηματικού μοντέλου βελτιστοποίησης μαζί με την επιλογή κατάλληλων μεταβλητών σχεδιασμού. Μερικά παραδείγματα λειτουργικών στόχων από την βιβλιογραφία είναι : ελαχιστοποίηση του κόστους, βελτιστοποίηση του βάρους, το πρόβλημα των απωλειών ενέργειας, και μεγιστοποίηση του κέρδους. Ο πύργος της ανεμογεννήτριας είναι η κύρια κατασκευή που στηρίζει τον ρότορα, τους μεταφορείς ηλεκτρικής ενέργειας και τον εξοπλισμό ελέγχου, και ανυψώνει τα περιστρεφόμενα πτερύγια πάνω από το επίπεδο της στάθμης της Γής. Ένας επιτυχημένος δομικός σχεδιασμός του πύργου πρέπει να εξασφαλίζει αποδοτικό, ασφαλή και οικονομικό σχεδιασμό του συνολικού συστήματος της ανεμογεννήτριας. Πρέπει να παρέχει εύκολη πρόσβαση για συντήρηση των εξαρτημάτων του ρότορα και των επιμέρους εξαρτημάτων του, εύκολη μεταφορά στο σημείο κατασκευής, εύκολη συναρμολόγηση και ανέγερση. Καλός σχεδιασμός οφείλει να περιλαμβάνει και αισθητικά χαρακτηριστικά του συνολικού κατασκευαστικού και μηχανολογικού σχήματος. Επί της ουσίας δεν υπάρχει ένα απλό κριτήριο που να περιλαμβάνει και να μετράει όλα τα παραπάνω. Ωστόσο θα πρέπει να αναγνωριστεί ότι η επιτυχία ενός δομικού σχεδιασμού του πύργου κρίνεται στο βαθμό που επιτυγχάνεται η κύρια λειτουργία της ανεμογεννήτριας. Στην παρούσα εργασία στόχος είναι ένας δομικός σχεδιασμός με το ελάχιστο βάρος το οποίο είναι πρωταρχικής σημασίας για την επιτυχημένη και οικονομική λειτουργία μιας ανεμογεννήτριας. Η ελαχιστοποίηση του δομικού βάρους είναι επωφελής από την μεριά της παραγωγής και του κόστους.

3.1.2. Μεταβλητές σχεδιασμού

Οι παράμετροι των οποίων οι τιμές μόλις λαμβάνονται ο σχεδιασμός ορίζεται πλήρως, ονομάζονται μεταβλητές σχεδιασμού. Η σωστή επιλογή των μεταβλητών σχεδιασμού είναι ένα σημαντικό πρώτο βήμα για την κατάλληλη διατύπωση του προβλήματος. Σε περίπτωση που η επιλογή των μεταβλητών δεν είναι σωστή τότε η διατύπωση μπορεί να μην είναι σωστή ή στην χειρότερη περίπτωση ο βέλτιστος σχεδιασμός που λαμβάνεται από τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης να μην είναι εφικτός. Κατά την διατύπωση του μαθηματικού μοντέλου βελτιστοποίησης η λειτουργία προς βελτιστοποίηση θα πρέπει να είναι επαρκώς εξαρτημένη από όλες τις παραμέτρους σχεδιασμού. Αναφορικά με τον πύργο της ανεμογεννήτριας οι μεταβλητές σχεδιασμού που μπορούν να αλλάξουν κατά την διαδικασία βελτιστοποίησης επιλέγεται να είναι η εξωτερική διάμετρος, D , και το πάχος του τοιχώματος του πύργου, t .

3.1.3. Προκαθορισμένοι Παράμετροι

Οι παρακάτω παράμετροι του πύργου θα παίρνουν προκαθορισμένες τιμές έτσι ώστε να μειωθεί η διάσταση του προβλήματος βελτιστοποίησης :

- σωληνοειδής μονοπολική διαμόρφωση.
- το συνολικό ύψος H , (80m, 100m, 120m, 140m, 160m)
- η ποιότητα του χάλυβα (S235, S275, S355)
- ο τύπος της εξίσωσης που δίνει το πάχος συναρτήσει της διαμέτρου, $t(z) = b \cdot D(z)$ (γραμμική).

3.1.4. Σχεδιαστικοί περιορισμοί

Ο σχεδιασμός ενός δομικού συστήματος επιτυγχάνεται όταν οι σχεδιαστικές παράμετροι πάρουν συγκεκριμένες τιμές. Ως σχεδιασμός μπορεί να θεωρηθεί οποιοδήποτε αυθαίρετα ορισμένο στατικό σύστημα, όπως κυκλική διατομή με αρνητική ακτίνα ή αρνητικό πάχος τοιχώματος, ακόμα και μη κατασκευαστικά δομικά συστήματα. Όλες οι μηχανικές ή κανονιστικές διατάξεις εισάγονται στο μαθηματικό μοντέλο βελτιστοποίησης με την μορφή ανισοτήτων και ισοτήτων, οι οποίες ονομάζονται σχεδιαστικοί περιορισμοί. Αυτοί οι περιορισμοί για να έχουν ουσιαστική συνεισφορά στην μαθηματική διατύπωση του προβλήματος πρέπει να είναι εξαρτημένοι τουλάχιστον σε μία σχεδιαστική μεταβλητή.

Οι σχεδιαστικοί περιορισμοί που επιβάλλονται συνήθως σε δομοστατικά προβλήματα είναι περιορισμοί τάσεων-παραμορφώσεων, των οποίων οι τιμές δεν επιτρέπεται να υπερβούν συγκεκριμένα όρια. Μερικές φορές οι μηχανικοί επιβάλλουν πρόσθετους σχεδιαστικούς περιορισμούς που μπορεί να είναι άχρηστοι, που είναι δηλαδή εξαρτημένοι από άλλους περιορισμούς ή παραμένουν πάντα στην ασφαλή περιοχή. Αυτό συμβαίνει λόγω παρουσίας αβεβαιοτήτων στον καθορισμό του προβλήματος ή λόγω απειρίας. Η χρήση πρόσθετων περιορισμών μπορεί να χρειάζεται παραπάνω υπολογιστική προσπάθεια χωρίς κανένα πρακτικό κέρδος.

Όσον αφορά τον πύργο της ανεμογεννήτριας οι σχεδιαστικοί περιορισμοί που εισάγονται είναι στην εξωτερική διάμετρο της βάσης και της κορυφής του πύργου, στο πάχος του τοιχώματος του κελύφους, στην θεμελιώδη ιδιοσυχνότητα του πύργου, στην πλαστική οριακή αντοχή του, στην αντοχή του έναντι λυγισμού, στην μετατόπιση της κορυφής του πύργου:

- Περιορισμοί στην εξωτερική διάμετρο της βάσης του πύργου.
Λόγω κανονισμών του οδικού δικτύου και των μέσων μεταφοράς η εξωτερική διάμετρος της βάσης του πύργου, D_o , δεν μπορεί να ξεπεράσει τα 4,5 μέτρα. Επίσης πρέπει να θέσουμε ένα κάτω όριο στην εξωτερική διάμετρο της βάσης του πύργου έτσι ώστε να εξασφαλίσουμε ότι η τιμή της θα παραμείνει μεγαλύτερη του μηδενός κατά την διαδικασία βελτιστοποίησης. Θέτοντας αυτό το κάτω όριο ίσο με 0,1 έχουμε : **$0,1 \leq D_o \leq 4,5$**
- Περιορισμοί στην εξωτερική διάμετρο της κορυφής του πύργου
- Η εξωτερική διάμετρος της κορυφής του πύργου, D_t , δεν μπορεί να υπερβαίνει το πλάτος του θαλάμου της ανεμογεννήτριας. Για τους τύπους των ανεμογεννητριών που θα εξεταστούν παρακάτω λαμβάνεται να είναι ίση με 3,4 μέτρα. Επίσης πρέπει να θέσουμε ένα κάτω όριο στην εξωτερική διάμετρο της κορυφής του πύργου έτσι ώστε να εξασφαλίσουμε ότι η τιμή της θα παραμείνει μεγαλύτερη του μηδενός κατά την διαδικασία βελτιστοποίησης. Θέτοντας αυτό το κάτω όριο ίσο με 0,1 έχουμε : **$0,1 \leq D_t \leq 3,4$**
- Περιορισμοί στο πάχος του τοιχώματος του πύργου
Εξαιτίας περιορισμών στο πάχος του χάλυβα (δυνατότητα κατεργασίας σε κυλινδρική μορφή με βασικό εξοπλισμό), το μέγιστο πάχος μπορεί να είναι 40 χιλιοστά. Επιπλέον, πρέπει να θέσουμε ένα κάτω όριο στο πάχος του τοιχώματος του πύργου έτσι ώστε να εξασφαλίσουμε ότι η τιμή του θα παραμείνει μεγαλύτερη του μηδενός κατά την διαδικασία βελτιστοποίησης. Θέτοντας αυτό το κάτω όριο ίσο με 0,001 έχουμε : **$0,001 \leq t \leq 0,040$**
- Περιορισμοί στην θεμελιώδη ιδιοσυχνότητα του πύργου
Όπως έχει αναφερθεί και στις απαιτήσεις σχεδιασμού, η θεμελιώδης ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης του πύργου, f_n , πρέπει να παραμείνει πάνω από την μεγαλύτερη συχνότητα λειτουργίας της εκάστοτε ανεμογεννήτριας που

εξετάζεται, f_r , πολλαπλασιαζόμενη με έναν συντελεστή ασφαλείας ανάμεσα σε 1,1 και 2, έτσι ώστε να αποφευχθεί το φαινόμενο του συντονισμού σε οποιοδήποτε σημείο κατά την διάρκεια λειτουργίας της ανεμογεννήτριας. Αν θέσουμε 1,1 τον συντελεστή ασφαλείας έχουμε : **$1,1 \cdot f_r \leq f_n$**

- Περιορισμοί στην μετατόπιση της κορυφής του πύργου

Η μέγιστη μετατόπιση της κορυφής του πύργου, u_t , περιορίζεται σε μία επιτρεπόμενη μετατόπιση της τάξης του 1,00% του συνολικού ύψους του πύργου, H , που εξετάζεται έτσι ώστε να αποφευχθεί υπερβολική κίνηση της ανεμογεννήτριας.

Έχουμε λοιπόν : **$u_t \leq 0,0100 \cdot H$**

4. Εφαρμογή Βελτιστοποίησης

4.1. Διατύπωση των στόχων

Πρωταρχικός στόχος του βέλτιστου δομικού σχεδιασμού της ανεμογεννήτριας αποτελεί ο τελικός σχεδιασμός του πύργου με βάση το ελάχιστο δυνατό βάρος και κατά επέκταση με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Η λύση που προκύπτει από τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης είναι μια και μοναδική. Επιπλέον τίθενται τρεις διακριτοί στόχοι για την συγκριτική αξιολόγηση των αποτελεσμάτων του αλγόριθμου βελτιστοποίησης οι οποίοι είναι :

α) Κόστος κατασκευής πύργου – ύψος πύργου.

- Παρουσιάζεται συγκριτικά το κόστος κατασκευής του πύργου συναρτήσει του ύψους του. Εξετάζονται βέλτιστοι σχεδιασμοί με τρεις διαφορετικές ποιότητες χάλυβα, δύο διαφορετικές γεωμετρικές μορφές του πύργου και για πέντε διαφορετικά ύψη κατασκευής.

β) Συνολικό κόστος ανεμογεννήτριας – ύψος πύργου.

- Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα του προηγούμενου στόχου, παρουσιάζονται συγκριτικά για τις ίδιες περιπτώσεις το συνολικό κόστος μιας ανεμογεννήτριας συναρτήσει του ύψους της. Συνοπτικά στα παραπάνω αποτελέσματα του κόστους κατασκευής του πύργου προστίθενται το κόστος της ηλεκτρικής γεννήτριας (Vestas V90-3MW) καθώς και το κόστος θεμελίωσης.

γ) Κέρδος στον κύκλο ζωής της ανεμογεννήτριας.

- Παρουσιάζεται το κέρδος που αποφέρει η λειτουργία της ανεμογεννήτριας στο κύκλο ζωής της (20 χρόνια), για όλες τις παραπάνω περιπτώσεις, συναρτήσει του ύψους της και για διαφορετικές μέσες ταχύτητες ανέμου. Τα αποτελέσματα αναλύονται συγκριτικά μεταξύ τους καθώς η επιλογή της χρησιμοποίησης μέσω ετήσιων ταχυτήτων ανέμου σε βάθος 20 χρόνων είναι μη ρεαλιστική.

Συνοψίζοντας παρόλο που οι στόχοι δεν αναφέρονται σε κάποια υπάρχουσα κατασκευή ή δεδομένη τοποθεσία, έχει μεγάλη αξία η συγκριτική τους παρουσίαση. Ως αξιολόγηση αυτών των αποτελεσμάτων θα προκύψουν ενδιαφέροντα στοιχεία που αφορούν την βέλτιστη ποιότητα χάλυβα, γεωμετρική μορφή, ύψος ανεμογεννήτριας για κάθε μέση ετήσια ταχύτητα ανέμου μέσα σε ένα σύνθετο φάσμα ταχυτήτων. Αυτά τα αποτελέσματα εμπλουτισμένα με συγκεκριμένα στοιχεία μιας περιοχής μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε μια αρχική φάση προμελέτης κατασκευής ανεμογεννήτριας.

4.2. Περιγραφή Μεθοδολογίας

Για την εύρεση του βέλτιστου μοντέλου ανεμογεννήτριας, θεωρούνται 5 διαφορετικά μοντέλα πύργου της ανεμογεννήτριας. Τα μοντέλα είναι ύψους 80, 100, 120, 140, 160 μέτρων το καθένα. Θεωρείται δοκός μεταβλητής κυκλικής διατομής ύψους 2,5 μέτρων και στα πέντε μοντέλα. Με αυτό τον τρόπο το μοντέλο των 80 μέτρων αποτελείται από 32 στοιχεία δοκού, το μοντέλο των 100 μέτρων από 40 στοιχεία δοκού, το μοντέλο των 120 μέτρων από 48 στοιχεία δοκού, το μοντέλο των 140 μέτρων από 56 στοιχεία δοκού και το μοντέλο των 160 μέτρων από 64 στοιχεία δοκού. Τα μοντέλα θεωρήθηκαν πακτωμένα στην βάση τους. Ως εκ τούτου δεν λήφθηκε υπόψη η αλληλεπίδραση εδάφους-κατασκευής. Ωστόσο τα αποτελέσματα της ανάλυσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν εκ των υστέρων για τον ανεξάρτητο σχεδιασμό της θεμελίωσης. Στη συνέχεια εφαρμόστηκαν τα φορτία που ενεργούν

στον πύργο όπως περιγράφονται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 3 (παρ. 3.1) αυτής της εργασίας. Το κατακόρυφο συγκεντρωμένο φορτίο που ενεργεί στην κορυφή του πύργου αντιπροσωπεύει το βάρος της ανεμογεννήτριας (Vestas V90-3MW) που εφαρμόστηκε και στα πέντε μοντέλα, είναι ίσο με 1100(KN) και βρίσκεται στα στοιχεία του κατασκευαστή ως άθροισμα του θαλάμου και του ρότορα. Αντίστοιχα η συγκεντρωμένη ροπή στην κορυφή είναι ίση με 804,75(KNm) και αφορά την εκκεντρότητα του ρότορα (0,75 m) ως προς τον κατακόρυφο κεντρικό άξονα της ανεμογεννήτριας. Όσον αφορά το μέγιστο συγκεντρωμένο φορτίο λόγω ανέμου στην κορυφή είναι σταθερό και ίδιο και για τα πέντε μοντέλα, δίδεται δε από την κατασκευάστρια εταιρία για το συγκεκριμένο μοντέλο της ίσο με 600(KN). Επίσης για το καταναεμμένο φορτίο του ανέμου που ενεργεί κατά ύψος του πύργου εφαρμόστηκε ο προσεγγιστικός τύπος που δίνει αυτή την κατανομή (Κεφ. 3 παρ. 3.1.2) και όχι ο αναλυτικός τύπος σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα. Τέλος εφαρμόστηκαν οι συνδυασμοί φορτίσεως όπως αναφέρονται στο Κεφάλαιο 3 (παρ.3.1.3).

Το πρόβλημα της βελτιστοποίησης με βάση τις μεταβλητές σχεδιασμού, τις προκαθορισμένες παραμέτρους και τους σχεδιαστικούς περιορισμούς όπως αναφέρονται αναλυτικά παραπάνω διατυπώνεται ως εξής:

Η βελτιστοποίηση έγινε για τρεις ποιότητες χάλυβα (S235,S275,S355) και για την γραμμική γεωμετρική μορφή του πύργου, για κάθε ένα από τα πέντε μοντέλα των 80,100,120,140,160 μέτρων και με βάση τους Ευρωκώδικες. Το βέλτιστο βάρος της κατασκευής για κάθε περίπτωση υπολογίστηκε αυτόματα από το πρόγραμμα ως συνάρτηση των γεωμετρικών της στοιχείων, δηλαδή της διαμέτρου και πάχους της εγκάρσιας διατομής κατά ύψος, με το υλικό κατασκευής (χάλυβας). Για να υπολογιστεί το κόστος κατασκευής, το βάρος κάθε κατασκευής πολλαπλασιάστηκε με αυξητικό συντελεστή ανάλογο της ποιότητας του κάθε χάλυβα. Οι συντελεστές αυτοί συμπεριλαμβάνουν το κόστος παραγωγής και επεξεργασίας του υλικού, τη μεταφορά, τη συναρμολόγηση καθώς και δευτερεύοντα στοιχεία της κατασκευής όπως φλάντζες συνδέσεως, κοχλίες, σκάλες κ.ά. Ακολουθώντας για να υπολογιστεί το συνολικό κόστος της ανεμογεννήτριας προστέθηκε στο παραπάνω κόστος κατασκευής του πύργου, το κόστος του ηλεκτρομηχανικού εξοπλισμού της ανεμογεννήτριας και το κόστος της θεμελίωσης. Το κόστος του ηλεκτρομηχανικού εξοπλισμού δεν είναι γενικά σταθερό και υπόκειται στους νόμους της αγοράς και της ζήτησης. Όσον αφορά το κόστος της θεμελίωσης δόθηκε προσεγγιστικά ως ένα σταθερό ποσοστό 20% του κόστους κατασκευής του κάθε πύργου. Αν και αυτή η τιμή είναι απλά μια εκτίμηση, ωστόσο το κόστος της θεμελίωσης μπορεί να θεωρηθεί ανάλογο των φορτίων που καλείται να παραλάβει από τον πύργο και να τα μεταβιβάσει με ασφάλεια στο έδαφος. Τέλος για τον υπολογισμό του κέρδους στο κύκλο ζωής του έργου, υπολογίστηκε η αναμενόμενη ηλεκτρική ισχύς σε ένα έτος που μπορεί να παραχθεί για μέσες ετήσιες ταχύτητες ανέμου σε ένα φάσμα ταχυτήτων αναφοράς από 3 έως 12 (m/s) με βήμα 0,5 (m/s). Οι ταχύτητες ανέμου αυτές αναφέρονται σε θεωρητικές επί τόπου μετρήσεις σε ύψος αναφοράς 10 μέτρων και ανάγονται με κατάλληλους μαθηματικούς τύπους στα αντίστοιχα ύψη των 80,100,120,140,160 μέτρων που εξετάζονται. Από αυτήν την ετήσια παραγόμενη ηλεκτρική ισχύ βρίσκεται το σύνολο των παραγόμενων κιλοβατωρών, επί 365 μέρες επί 24 ώρες, μαζί με ένα συντελεστή 0,30 όσο περίπου είναι το ποσοστό που φυσάει ο άνεμος μέσα στον χρόνο. Οι κιλοβατώρες ανάγονται στα 20 χρόνια, οι οποίες πολλαπλασιασμένες με κατάλληλο συντελεστή δίνουν τα συνολικά μεικτά κέρδη της

ανεμογεννήτριας. Ο συντελεστής αυτός συμπεριλαμβάνει το κόστος επισκευής και συντήρησης για κάθε παραγόμενη κιλοβατώρα. Το καθαρό κέρδος της ανεμογεννήτριας προκύπτει με αφαίρεση του συνολικού κόστους κατασκευής της ανεμογεννήτριας από τα μεικτά κέρδη για κάθε περίπτωση.

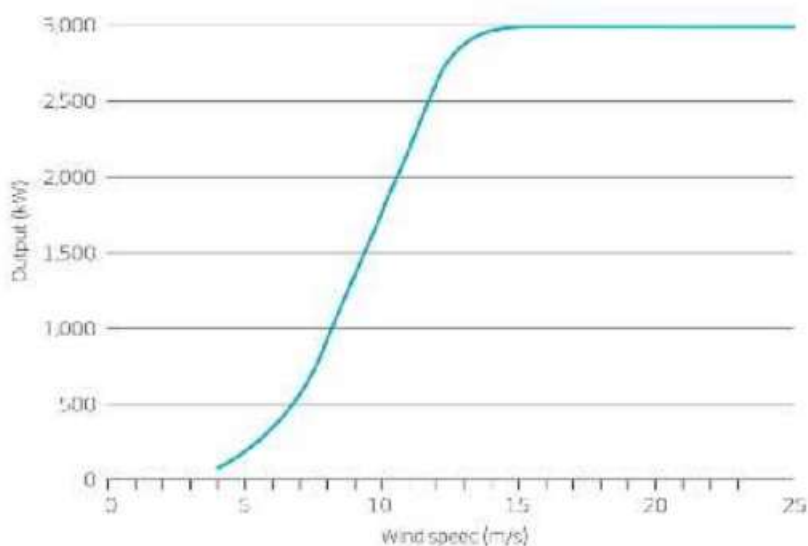
4.3. Στοιχεία Δεδομένων

4.3.1. Στοιχεία ανεμογεννήτριας

Η ανεμογεννήτρια που χρησιμοποιήθηκε σε όλες τις περιπτώσεις είναι η Vestas V90 ονομαστικής ισχύος 3MW και συγκεντρωτικά τα στοιχεία της δίνονται παρακάτω :

- Διάμετρος ρότορα : 90 m
- Επιφάνεια σάρωσης : 6,362 m²
- Ταχύτητα έναρξης (Vcut-in) : 4m/s
- Ονομαστική ταχύτητα (Vrated) : 15 m/s
- Ταχύτητα αποκοπής (Vcut-out) : 25 m/s
- Καμπύλη ισχύος (Cp = 0,41)

Καμπύλη ισχύος της V90-3.0MW



Διάγραμμα 4-1: Καμπύλη ισχύος της V90-3.0MW, πηγή wind-turbine-models.com

4.3.2. Στοιχεία αιολικού δυναμικού

Ο άνεμος θεωρήθηκε ότι φυσάει κατά μία και μοναδική ευνοϊκή διεύθυνση και ότι οι ταχύτητες αναφοράς, δηλαδή η μέση ετήσια ταχύτητα προέκυψε από επί τόπου μετρήσεις σε ύψος 10 μέτρων, μια συνηθισμένη διαδικασία μέτρησης αιολικού δυναμικού. Το φάσμα των ταχυτήτων είναι από 3 m/s έως 12 m/s με βήμα 0,5m/s. Για να γίνει αναγωγή στο προκαθορισμένα ύψη των ανεμογεννητριών χρησιμοποιήθηκε ο παρακάτω τύπος:

$$V_h = V_{ref} * \frac{\ln\left(\frac{h}{z}\right)}{\ln\left(\frac{h_{ref}}{z}\right)},$$

Όπου V_h είναι η ταχύτητα του ανέμου (m/s) στο υψόμετρο που θα βρίσκεται η τουρμπίνα της ανεμογεννήτριας, V_{ref} η μέση ταχύτητα του ανέμου (m/s) στο ύψος αναφοράς h_{ref} (10m.) και z είναι το μήκος τραχύτητας της περιοχής (m). Η περιοχή θεωρείται υπαίθρος, χωρίς κτίρια και πυκνή βλάστηση, άρα το $z=0,01$.

Τα αποτελέσματα της αναγωγής με εφαρμογή του παραπάνω τύπου υπολογίστηκαν με χρήση του EXCEL και παρατίθενται παρακάτω :

Πίνακας 4-1: Ταχύτητες ανέμου στο ύψος κάθε πύργου

Vref (m/s)	Vh (m/s)				
	80	100	120	140	160
3	3,90309	4	4,079181	4,146128	4,20412
3,5	4,553605	4,666667	4,759045	4,837149	4,904807
4	5,20412	5,333333	5,438908	5,528171	5,605493
4,5	5,854635	6	6,118772	6,219192	6,30618
5	6,50515	6,666667	6,798635	6,910213	7,006867
5,5	7,155665	7,333333	7,478499	7,601235	7,707553
6	7,80618	8	8,158362	8,292256	8,40824
6,5	8,456695	8,666667	8,838226	8,983277	9,108927
7	9,10721	9,333333	9,51809	9,674299	9,809613
7,5	9,757725	10	10,19795	10,36532	10,5103
8	10,40824	10,66667	10,87782	11,05634	11,21099
8,5	11,05875	11,33333	11,55768	11,74736	11,91167
9	11,70927	12	12,23754	12,43838	12,61236
9,5	12,35978	12,66667	12,91741	13,12941	13,31305
10	13,0103	13,33333	13,59727	13,82043	14,01373
10,5	13,66081	14	14,27713	14,51145	14,71442
11	14,31133	14,66667	14,957	15,20247	15,41511
11,5	14,96184	15,33333	15,63686	15,89349	16,11579
12	15,61236	16	16,31672	16,58451	16,81648

Παρατηρούμε ότι για ταχύτητα αναφοράς ίση με 3 m/s η ανεμογεννήτρια σε ύψος 80 μέτρων με αναγωγή της ταχύτητας στο υψόμετρο αυτό δεν υπερβαίνει την οριακή ταχύτητα των 4 m/s που χρειάζεται το συγκεκριμένο μοντέλο ανεμογεννήτριας για να παράγει ηλεκτρικό ρεύμα, οπότε αυτή η τιμή θα εξαιρεθεί από τους επόμενους υπολογισμούς.

4.3.3. Στοιχεία για την πυκνότητα του αέρα

Η πυκνότητα του αέρα δεν είναι σταθερή και αλλάζει συναρτήσει της ατμοσφαιρικής πίεσης και της θερμοκρασίας σύμφωνα με τον τύπο :

$$\rho = 1,225 * \frac{288,15 * p}{T * 1013,3}, \text{ όπου}$$

P=πυκνότητα αέρα (kg/m³)

T=θερμοκρασία(K)

p= ατμοσφαιρική πίεση (mbar)

Η θερμοκρασία θεωρήθηκε σταθερή και ίση με 20°C (=293K), η δε ατμοσφαιρική πίεση εξαρτάται από το υψόμετρο στο οποίο βρίσκονται οι ανεμογεννήτριες και δίνεται από τον τύπο :

$$p = 0,1325 * (1 - 0,000022557 * Z)^{5,25588}$$

όπου Z το υψόμετρο στο οποίο βρίσκεται η κάθε ανεμογεννήτρια.

Με τη εφαρμογή των παραπάνω τύπων στο EXCEL βρίσκουμε :

Πίνακας 4-2: Ατμοσφαιρική πίεση-πυκνότητα στο ύψος κάθε πύργου

Ύψος(m)	Πίεση P	Πυκνότητα ρ
80	100367,7	1,193281813
100	100129,5	1,190449829
120	99891,75	1,187623195
140	99654,47	1,184802149
160	99417,66	1,181986691

4.3.4. Στοιχεία ηλεκτροπαραγωγής

Η παραγόμενη ηλεκτρική ισχύς μιας ανεμογεννήτριας δίνεται από την σχέση:

$$Pel = \frac{1}{2} * n * \rho * A * cp * v^3, \text{ όπου}$$

P_{el} =παραγόμενη ηλεκτρική ισχύς (Watt)

n = η συνολική απόδοση της γεννήτριας (δίνεται από τους κατασκευαστές μέσω του συντελεστή c_p)

ρ = η πυκνότητα του ανέμου ($\rho=1,223\text{kg}/\text{m}^3$ στο επίπεδο της θάλασσας)

A =η επιφάνεια σάρωσης (m^2)

c_p =ο αεροδυναμικός συντελεστής ισχύος

v_w =η ταχύτητα του ανέμου (m/s)

Η επιφάνεια σάρωσης (A) για το μοντέλο της ανεμογεννήτριας που χρησιμοποιήθηκε (Vestas V90-3MW) είναι $6,362 \text{ m}^2$. Ο αεροδυναμικός συντελεστής ισχύος δεν είναι σταθερός και εξαρτάται από την ταχύτητα του ανέμου. Ωστόσο από την καμπύλη ισχύος που δίνεται από τον κατασκευαστή μπορεί να υπολογιστεί ένας μέσος όρος μερικών χαρακτηριστικών συνδυασμών ισχύος και ταχύτητας ανέμου. Αυτός ο συντελεστής υπολογίζεται με αυτή την διαδικασία ίσος με 0,41.

Χρησιμοποιώντας τα προηγούμενα στοιχεία του αιολικού δυναμικού και πυκνότητας του αέρα, με εφαρμογή του παραπάνω τύπου στο EXCEL προκύπτει :

Πίνακας 4-3: Παραγόμενη Ηλεκτ. Ισχύς ανα έτος για κάθε πύργο

Vref (m/s)	Παραγόμενη ισχύς (Pell) σε KW /έτος				
	80	100	120	140	160
3	92,53711	99,36619	112,8272	183,0295	190,3641
3,5	146,9455	157,7898	179,1655	290,644	302,2912
4	219,3472	235,5347	267,4423	433,8476	451,2335
4,5	312,3128	335,3609	380,7919	617,7244	642,4789
5	428,4126	460,0287	522,3483	847,3586	881,3154
5,5	570,2171	612,2982	695,2456	1127,834	1173,031
6	740,2969	794,9296	902,6179	1464,236	1522,913
6,5	941,2224	1010,683	1147,599	1861,647	1936,25
7	1175,564	1262,319	1433,324	2325,152	2418,329
7,5	1445,892	1552,597	1762,926	2859,835	2974,439
8	1754,778	1884,277	2139,539	3000	3000
8,5	2104,791	2260,121	2566,297	3000	3000
9	2498,502	2682,887	3000	3000	3000
9,5	2938,482	3000	3000	3000	3000
10	3000	3000	3000	3000	3000
10,5	3000	3000	3000	3000	3000
11	3000	3000	3000	3000	3000
11,5	3000	3000	3000	3000	3000
12	3000	3000	3000	3000	3000

Για να βρεθούν οι παραγόμενες κιλοβατώρες ανά έτος πολλαπλασιάζουμε την παραγόμενη συνολική ισχύ με 365 (μέρες) επί 24 (ώρες) επί τον συντελεστή 0,30 που είναι οι ώρες που φυσάει ο άνεμος ως ποσοστό των συνολικών ωρών του έτους. Με εφαρμογή των παραπάνω στο EXCEL παίρνουμε :

Πίνακας 4-4: Παραγόμενες κιλοβατώρες ανα έτος για κάθε πύργο

Vref (m/s)	KWh				
	80	100	120	140	160
3	243187,5251	261134,3	296509,9	481001,5	500276,9
3,5	386172,774	414671,6	470846,9	763812,4	794421,3
4	576444,4416	618985,2	702838,4	1140151	1185842
4,5	820758,0384	881328,4	1000721	1623380	1688435
5	1125868,313	1208955	1372731	2226858	2316097
5,5	1498530,539	1609120	1827105	2963948	3082725
6	1945500,253	2089075	2372080	3848012	4002215
6,5	2473532,467	2656075	3015890	4892408	5088465
7	3089382,192	3317374	3766775	6110499	6355369
7,5	3799804,176	4080225	4632970	7515646	7816826
8	4611556,584	4951880	5622708	7884000	7884000
8,5	5531390,748	5939598	6744229	7884000	7884000
9	6566063,256	7050627	7884000	7884000	7884000
9,5	7722330,696	7884000	7884000	7884000	7884000
10	7884000	7884000	7884000	7884000	7884000
10,5	7884000	7884000	7884000	7884000	7884000
11	7884000	7884000	7884000	7884000	7884000
11,5	7884000	7884000	7884000	7884000	7884000
12	7884000	7884000	7884000	7884000	7884000

4.3.5. Οικονομικά στοιχεία

Η τιμή του χάλυβα ανά κιλό που περιλαμβάνει το κόστος παραγωγής και επεξεργασίας του υλικού, τη μεταφορά, τη συναρμολόγηση καθώς και δευτερεύοντα στοιχεία της κατασκευής όπως φλάντζες συνδέσεως, κοχλίες, σκάλες κ.ά. δίνεται για κάθε ποιότητα χάλυβα ως εξής :

χάλυβας S235 → 1,7 ευρώ / kg

χάλυβας S275 → 2,0 ευρώ / kg

χάλυβας S355 → 2,3 ευρώ / kg

Το κόστος του ηλεκτρομηχανολογικού εξοπλισμού του μοντέλου της ανεμογεννήτριας υπόκειται στους νόμους της αγοράς και της ζήτησης. Ωστόσο μπορεί να θεωρηθεί ως 1 ευρώ / KW αρκετά συντηρητικά, δηλαδή στα 3.000.000 ευρώ σύνολο για το κόστος του μοντέλου Vestas V90 – 3MW. Η τιμή πώλησης της κιλοβατώρας μπορεί να θεωρηθεί με βάση τα νέα ευρωπαϊκά δεδομένα ως 0,05 ευρώ / KWh. Αυτή η τιμή είναι η τελική και έχουν αφαιρεθεί το κόστος συντήρησης και επισκευής κατά την λειτουργία της ανεμογεννήτριας ανά κιλοβατώρα. Με εφαρμογή αυτών μπορούμε να βρούμε τα μεικτά κέρδη της ανεμογεννήτριας για κάθε ύψος και για ένα έτος :

Πίνακας 4-5:Μεικτά Κέρδη ανα έτος για κάθε πύργο

Vref (m/s)	Μεικτά Κέρδη σε ευρώ με τιμή πώλησης 0,05ευρώ/KWh				
	80	100	120	140	160
3	12159,37625	13056,72	14825,49	24050,08	25013,84
3,5	19308,6387	20733,58	23542,35	38190,62	39721,06
4	28822,22208	30949,26	35141,92	57007,57	59292,08
4,5	41037,90192	44066,42	50036,06	81168,99	84421,73
5	56293,41564	60447,77	68636,57	111342,9	115804,8
5,5	74926,52694	80455,98	91355,27	148197,4	154136,3
6	97275,01266	104453,7	118604	192400,6	200110,8
6,5	123676,6234	132803,7	150794,5	244620,4	254423,3
7	154469,1096	165868,7	188338,8	305525	317768,4
7,5	189990,2088	204011,2	231648,5	375782,3	390841,3
8	230577,8292	247594	281135,4	394200	394200
8,5	276569,5374	296979,9	337211,4	394200	394200
9	328303,1628	352531,4	394200	394200	394200
9,5	386116,5348	394200	394200	394200	394200
10	394200	394200	394200	394200	394200
10,5	394200	394200	394200	394200	394200
11	394200	394200	394200	394200	394200
11,5	394200	394200	394200	394200	394200
12	394200	394200	394200	394200	394200

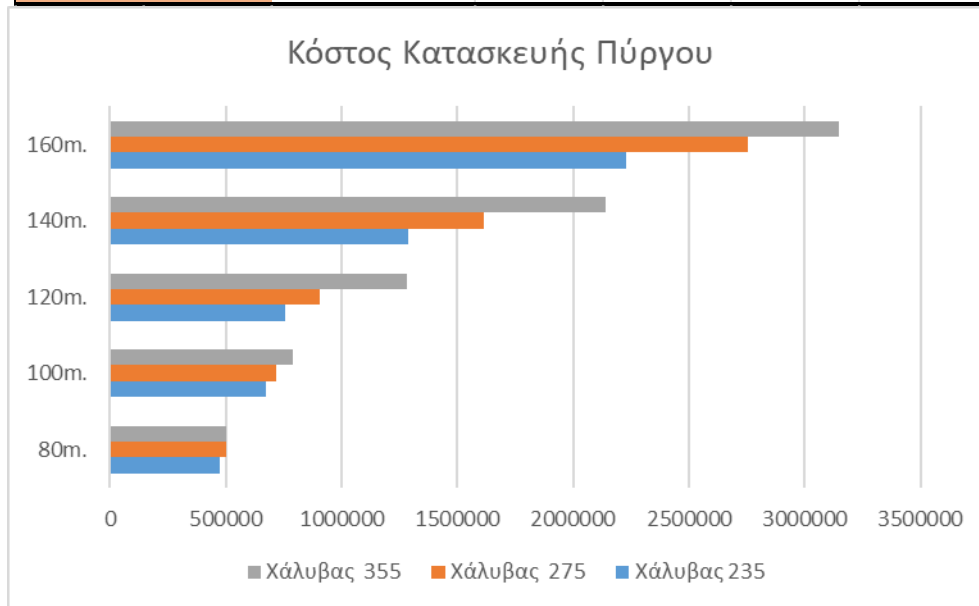
5. Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης

5.1. Κόστος Κατασκευής Πύργου – Ύψος Πύργου

Το αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης για τις τρεις διαφορετικές ποιότητες του χάλυβα με βάση τα διαφορετικά ύψη των πύργων δίνονται στο παρακάτω διάγραμμα:

Πίνακας 5-1: Κόστος Κατασκευής Πύργου

Κόστος Κατασκευής Πύργου					
	80m.	100m.	120m.	140m.	160m.
Χάλυβας 235	473712,36	672541,9	757676,3	1285366	2230019
Χάλυβας 275	500713,85	716212,4	906832,6	1612664	2753565
Χάλυβας 355	502029,67	786980,6	1281129	2142168	3146169



Διάγραμμα 2: Κόστος Κατασκευής για κάθε ποιότητα χάλυβα και μορφής πύργου

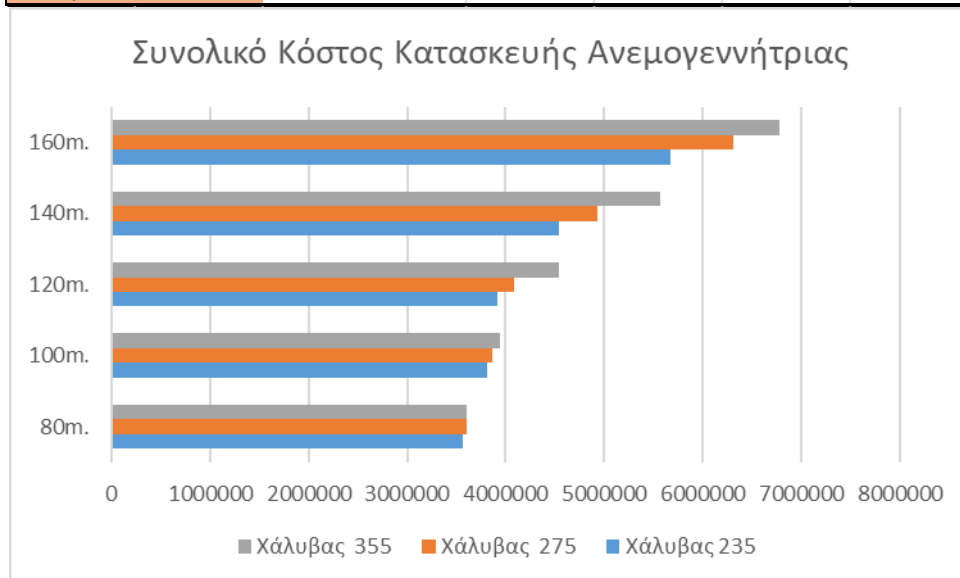
Από το διάγραμμα προκύπτει πως το κόστος κατασκευής του πύργου αυξάνεται συναρτήσει του ύψους αυτού. Αυτό είναι λογικό, αν αναλογιστούμε τα περισσότερα υλικά που απαιτούνται για την κατασκευή του. Όσον αφορά τις ποιότητες του χάλυβα κατασκευής παρατηρούμε ότι σε όλα τα ύψη οικονομικότερη κατασκευή προκύπτει με τον χάλυβα S235. Ομοίως, όσο αυξάνεται το ύψος του πύργου, τόσο αυξάνεται και η διαφορά ανάμεσα στις ποιότητες του χάλυβα.

5.2. Συνολικό Κόστος Ανεμογεννήτριας – Ύψος Πύργου

Για να βρούμε το συνολικό κόστος της ανεμογεννήτριας προσθέτουμε το κόστος θεμελίωσης, προσαυξάνοντας το κόστος κατασκευής κατά 20% και προσθέτουμε το κόστος του ηλεκτρομηχανολογικού εξοπλισμού που βρέθηκε προηγουμένως. Εξαιτίας αυτής της μεθοδολογίας δεν περιμένουμε διαφοροποιήσεις σε αυτή τη φάση, σε σύγκριση με την προηγούμενη παράγραφο, αλλά ο πίνακας και το διάγραμμα θα βοηθήσουν στην επίτευξη του επόμενου στόχου που είναι ο υπολογισμός του καθαρού κέρδους στον κύκλο ζωής του έργου.

Πίνακας 5-2: Συνολικό Κόστος Κατασκευής Ανεμογεννήτριας

	Συνολικό Κόστος Κατασκευής Ανεμογεννήτριας				
	80m.	100m.	120m.	140m.	160m.
Χάλυβας 235	3568454,83	3807050	3909212	4542440	5676023
Χάλυβας 275	3600356,62	3859455	4088199	4935197	6304278
Χάλυβας 355	3602435,61	3944377	4537718	5570601	6775402



Διάγραμμα 3: Συνολικό Κόστος Κατασκευής Ανεμογεννήτριας

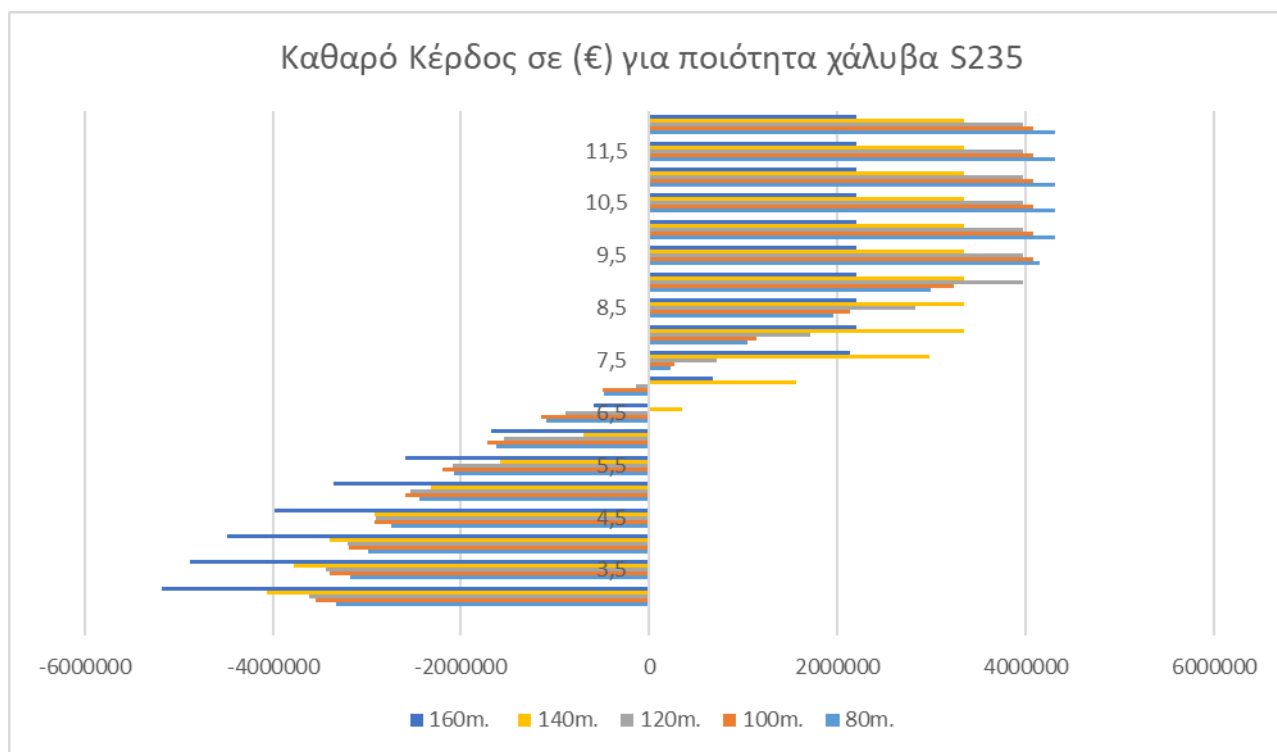
5.3. Καθαρό Κέρδος στον Κύκλο Ζωής της Ανεμογεννήτριας

Έχοντας ήδη υπολογίσει τα μεικτά κέρδη του κάθε ύψους του πύργου για τις διαφορετικές μέσες ετήσιες ταχύτητες ανά έτος, γίνεται αναγωγή αυτών στα 20 χρόνια που θεωρείται, συμβατικά, η διάρκεια ζωής μιας ανεμογεννήτριας. Από τα αποτελέσματα αυτά αφαιρούνται οι προηγούμενες τιμές του συνολικού κόστους κατασκευής και βρίσκουμε το καθαρό κέρδος της ανεμογεννήτριας στα 20 χρόνια για τα εξεταζόμενα ύψη και για κάθε ποιότητα χάλυβα.

Υπολογίστηκαν, λοιπόν, για τις τρεις διαφορετικές ποιότητες χάλυβα, τα αντίστοιχα καθαρά κέρδη των ανεμογεννητριών, χρησιμοποιώντας το μοντέλο Vestas V90-3MW, για ένα φάσμα μέσων ετήσιων ταχυτήτων αναφοράς (μετρημένων στα 10 μέτρα) από 3-12 m/s με βήμα 0,5 m/s, ανηγμένες στα αντίστοιχα εκάστοτε ύψη.

Πίνακας 5-3: Καθαρό Κέρδος σε (€) μιας ανεμογεννήτριας για ποιότητα χάλυβα S235

Vref (m/s)	Χάλυβας S235				
	80m.	100m.	120m.	140m.	160m.
3	-3325267,305	-3545916	-3612702	-4061438	-5175746
3,5	-3182282,056	-3392379	-3438365	-3778627	-4881602
4	-2992010,388	-3188065	-3206373	-3402288	-4490181
4,5	-2747696,792	-2925722	-2908490	-2919060	-3987588
5	-2442586,517	-2598095	-2536480	-2315582	-3359926
5,5	-2069924,291	-2197931	-2082106	-1578492	-2593297
6	-1622954,577	-1717975	-1537132	-694428	-1673808
6,5	-1094922,363	-1150975	-893321	349968,4	-587558
7	-479072,638	-489676	-142436	1568060	679345,7
7,5	231349,346	273174,6	723758	2973206	2140803
8	1043101,754	1144830	1713497	3341560	2207977
8,5	1962935,918	2132548	2835017	3341560	2207977
9	2997608,426	3243577	3974788	3341560	2207977
9,5	4153875,866	4076950	3974788	3341560	2207977
10	4315545,17	4076950	3974788	3341560	2207977
10,5	4315545,17	4076950	3974788	3341560	2207977
11	4315545,17	4076950	3974788	3341560	2207977
11,5	4315545,17	4076950	3974788	3341560	2207977
12	4315545,17	4076950	3974788	3341560	2207977



Διάγραμμα 4: Καθαρό Κέρδος σε (€) μιας ανεμογεννήτριας για ποιότητα χάλυβα S235

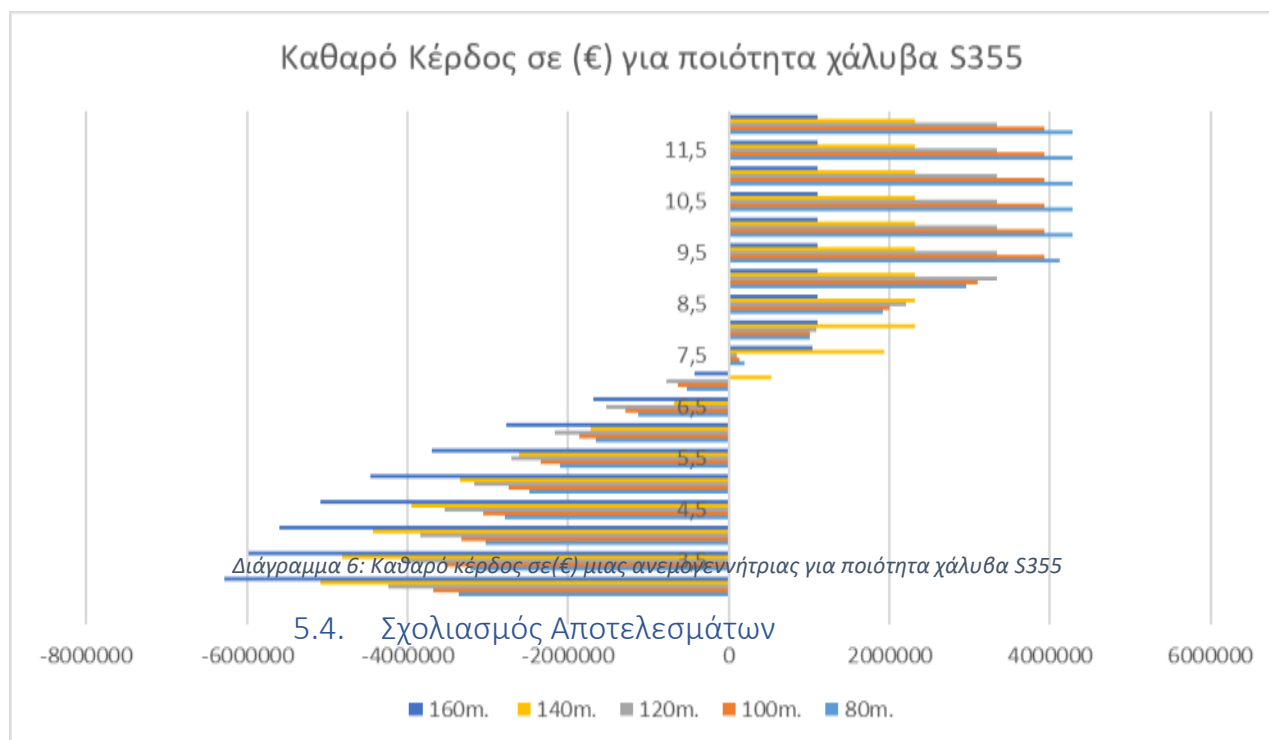
Πίνακας 5-4: Καθαρό Κέρδος σε (€) μιας ανεμογεννήτριας για ποιότητα χάλυβα S275

Καθαρό Κέρδος σε (€) ανεμογεννήτριας για ποιότητα χάλυβα S275					
Vref (m/s)	Χάλυβας S275				
	80m.	100m.	120m.	140m.	160m.
3	-3357169,095	-3598320	-3791689	-4454195	-5804001
3,5	-3214183,846	-3444783	-3617352	-4171384	-5509856
4	-3023912,178	-3240470	-3385361	-3795045	-5118436
4,5	-2779598,582	-2978126	-3087478	-3311817	-4615843
5	-2474488,307	-2650499	-2715468	-2708338	-3988181
5,5	-2101826,081	-2250335	-2261094	-1971249	-3221552
6	-1654856,367	-1770380	-1716119	-1087184	-2302062
6,5	-1126824,153	-1203380	-1072309	-42788,3	-1215813
7	-510974,428	-542081	-321424	1175303	51090,84
7,5	199447,556	220770,1	544770,4	2580450	1512548
8	1011199,964	1092425	1534509	2948803	1579722
8,5	1931034,128	2080143	2656029	2948803	1579722
9	2965706,636	3191172	3795801	2948803	1579722
9,5	4121974,076	4024545	3795801	2948803	1579722
10	4283643,38	4024545	3795801	2948803	1579722
10,5	4283643,38	4024545	3795801	2948803	1579722
11	4283643,38	4024545	3795801	2948803	1579722
11,5	4283643,38	4024545	3795801	2948803	1579722
12	4283643,38	4024545	3795801	2948803	1579722



Πίνακας 5-5: Καθαρό κέρδος σε(€) μιας ανεμογεννήτριας για ποιότητα χάλυβα S355

Vref (m/s)	Χάλυβας S355				
	80m.	100m.	120m.	140m.	160m.
3	-3359248,085	-3683242	-4241208	-5089600	-6275125
3,5	-3216262,836	-3529705	-4066871	-4806789	-5980981
4	-3025991,168	-3325392	-3834879	-4430450	-5589561
4,5	-2781677,572	-3063048	-3536996	-3947222	-5086968
5	-2476567,297	-2735421	-3164986	-3343743	-4459305
5,5	-2103905,071	-2335257	-2710612	-2606654	-3692677
6	-1656935,357	-1855302	-2165638	-1722589	-2773187
6,5	-1128903,143	-1288302	-1521827	-678193	-1686937
7	-513053,418	-627002	-770942	539898,2	-420034
7,5	197368,566	135848,2	95251,97	1945045	1041423
8	1009120,974	1007503	1084991	2313399	1108598
8,5	1928955,138	1995221	2206511	2313399	1108598
9	2963627,646	3106250	3346282	2313399	1108598
9,5	4119895,086	3939623	3346282	2313399	1108598
10	4281564,39	3939623	3346282	2313399	1108598
10,5	4281564,39	3939623	3346282	2313399	1108598
11	4281564,39	3939623	3346282	2313399	1108598
11,5	4281564,39	3939623	3346282	2313399	1108598
12	4281564,39	3939623	3346282	2313399	1108598



Όπως παρατηρούμε τα έξι διαγράμματα που αναφέρονται στο κέρδος σε βάθος είκοσι χρόνων από την λειτουργία της ανεμογεννήτριας με τους συνδυασμούς τριών ποιοτήτων χάλυβα κατασκευής έχουν πολλά κοινά σημεία τα οποία παρατίθενται συνοπτικά παρακάτω:

- Για μέσες ετήσιες ταχύτητες αναφοράς (στα 10m) ανέμου μικρότερες ή ίσες από 6,5 m/s το συγκεκριμένο μοντέλο ανεμογεννήτριας κρίνεται ως ζημιογόνο σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις με εξαίρεση την τοποθέτηση του στον πύργο ύψους 140 μέτρων κατασκευής από χάλυβα S235, όπου παρουσιάζει οριακά κέρδη της τάξης των 350.000€ σε βάθος 20 χρόνων. Το παραπάνω ισχύει μόνο στην περίπτωση για μέση ετήσια ταχύτητα ανέμου ίση με 6,5 m/s και είναι μη αποδεκτό ποσοστό κέρδους με βάση το ύψος της αρχικής επένδυσης που είναι της τάξης των 3.500.000€. Είναι σαφές ότι για αυτό το εύρος ταχυτήτων καταλληλότερη είναι μια ανεμογεννήτρια μικρότερης ισχύος, άρα και μικρότερου κόστους.
- Για μέσες ετήσιες ταχύτητες αναφοράς του ανέμου ανάμεσα σε 7 m/s και 8,5 m/s η πλέον κερδοφόρα τοποθέτηση της ανεμογεννήτριας είναι στα 140 μέτρα για όλους του συνδυασμούς. Παρακάτω θα εξεταστούν αναλυτικότερα οι συνδυασμοί για τη μέση ταχύτητα (8m/s) αυτού του διαστήματος.
- Για μέση ετήσια ταχύτητα αναφοράς του ανέμου στα 9m/s η τοποθέτηση της ανεμογεννήτριας στον πύργο ύψους 120 μέτρων παρουσιάζει το μέγιστο κέρδος στα 20 χρόνια ζωής του συστήματος (συμβατικά). Παρακάτω θα εξεταστούν αναλυτικότερα οι συνδυασμοί αυτής της περίπτωσης.
- Για μέση ετήσια ταχύτητα αναφοράς του ανέμου από 9,5 m/s και πάνω, πλέον κερδοφόρα αποδεικνύεται να είναι η τοποθέτηση της ανεμογεννήτριας στο χαμηλότερο από τα εξεταζόμενα ύψη, αυτό των 80 μέτρων. Επιπλέον για ταχύτητες ανέμου από 10 m/s και πάνω η ανεμογεννήτρια αποδίδει το μέγιστο των δυνατοτήτων της αποφέροντας και το μεγαλύτερο κέρδος σε βάθος 20 χρόνων. Για την τελευταία περίπτωση θα εξεταστούν αναλυτικά όλες οι περιπτώσεις συνδυασμών ποιότητας χάλυβα και μορφής του πύργου παρακάτω.

5.5. Χαρακτηριστικές περιπτώσεις των αποτελεσμάτων

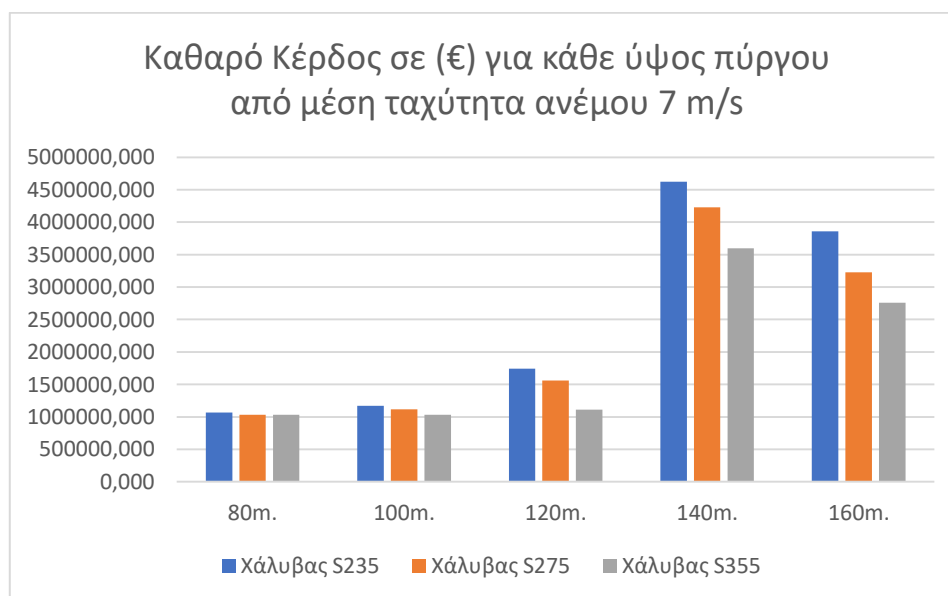
Όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο ξεχωρίζουν τρεις ειδικές περιπτώσεις ως αποτέλεσμα της παραπάνω μεθοδολογίας. Συγκεκριμένα θα εξεταστούν οι περιπτώσεις για μέσες ετήσιες ταχύτητες αναφοράς του ανέμου με τιμές 8, 9 ,10 m/s που παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθώς αντιστοιχούν σε διαφορετικά βέλτιστα ύψη του πύργου της ανεμογεννήτριας.

5.5.1. Μέση ετήσια ταχύτητα αναφοράς ανέμου 7 m/s

Για μέση ετήσια ταχύτητα αναφοράς (στα 10m) του ανέμου ίση με 7 m/s είδαμε ότι καταλληλότερο ύψος του πύργου για όλες τις περιπτώσεις είναι στα 140m. Παρακάτω δίνεται σε πίνακα και διάγραμμα το καθαρό κέρδος στα 20 χρόνια που παράγεται από την μέση ετήσια ταχύτητα αναφοράς του ανέμου 7 m/s.

Πίνακας 5-6: Καθαρό Κέρδος σε (€) για κάθε ύψος πύργου από μέση ετήσια ταχύτητα ανέμου 7 m/s

Καθαρό Κέρδος σε (€) για κάθε ύψος πύργου από μέση ταχύτητα ανέμου 7 m/s					
	80m.	100m.	120m.	140m.	160m.
Χάλυβας S235	1065618,458	1169011,208	1740951,648	4623309,254	3857030,048
Χάλυβας S275	1033716,668	1116606,658	1561964,068	4230552,534	3228775,148
Χάλυβας S355	1031637,678	1031684,758	1112445,648	3595147,914	2757650,648



Διάγραμμα 5-1:Καθαρό Κέρδος σε (€) για κάθε ύψος πύργου από μέση ετήσια ταχύτητα ανέμου 7 m/s

Στο παραπάνω πίνακα και στο αντίστοιχο διάγραμμα φαίνεται καθαρά ότι για την συγκεκριμένη μέση ετήσια ταχύτητα του ανέμου (7 m/s), το μεγαλύτερο καθαρό κέρδος προκύπτει για τοποθέτηση της ανεμογεννήτριας στα 140 μέτρα. Η βέλτιστη ποιότητα του χάλυβα κατασκευής του πύργου είναι S235. Σε αυτή την περίπτωση το καθαρό κέρδος είναι 4.623.309€ περίπου και ξεπερνά το αρχικό συνολικό κόστος επένδυσης (4.550.000€).

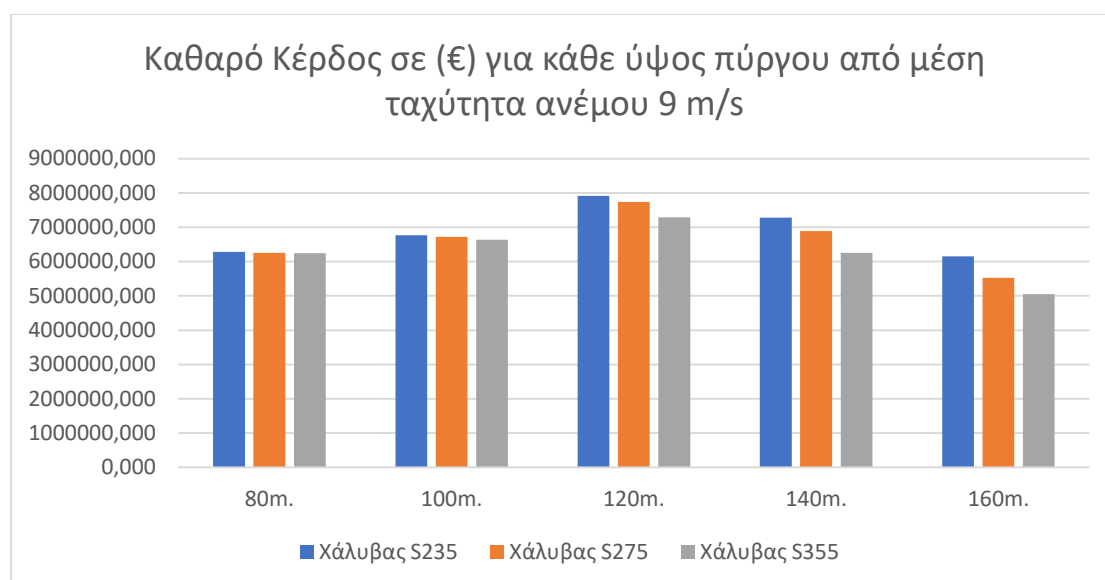
Η διαφορά, για το ίδιο ύψος των 140m, της βέλτιστης ποιότητας χάλυβα S235 με την ποιότητα S275 είναι 400.000€ ενώ η ποιότητα S355 στα 140m κρίνεται συγκριτικά λιγότερο συμφέρουσα καθώς έχει μικρότερο καθαρό κέρδος από τον πύργο ύψους 160m και ποιότητας S235.

5.5.2. Μέση ετήσια ταχύτητα αναφοράς ανέμου 9 m/s

Για μέση ετήσια ταχύτητα αναφοράς (στα 10m) του ανέμου ίση με 8 m/s είδαμε ότι καταλληλότερο ύψος του πύργου για όλες τις περιπτώσεις είναι στα 140m. Παρακάτω δίνεται σε πίνακα και διάγραμμα το καθαρό κέρδος στα 20 χρόνια που παράγεται από την μέση ετήσια ταχύτητα αναφοράς του ανέμου 9 m/s.

Πίνακας 5-7: Καθαρό Κέρδος σε (€) για κάθε ύψος πύργου από μέση ετήσια ταχύτητα ανέμου 9 m/s.

Καθαρό Κέρδος σε (€) για κάθε ύψος πύργου από μέση ταχύτητα ανέμου 9 m/s					
	80m.	100m.	120m.	140m.	160m.
Χάλυβας S235	6280640,054	6768890,264	7916788,44	7283560,07	6149977,13
Χάλυβας S275	6248738,264	6716485,714	7737800,86	6890803,35	5521722,23
Χάλυβας S355	6246659,274	6631563,814	7288282,44	6255398,73	5050597,73



Διάγραμμα 5-2: Καθαρό Κέρδος σε (€) για κάθε ύψος πύργου από μέση ετήσια ταχύτητα ανέμου 9 m/s

Παρατηρούμε ότι για την συγκεκριμένη μέση ετήσια ταχύτητα του ανέμου (9 m/s), το μεγαλύτερο καθαρό κέρδος προκύπτει για τοποθέτηση της ανεμογεννήτριας στα 120 μέτρα. Η βέλτιστη ποιότητα του χάλυβα κατασκευής του πύργου είναι S235. Σε αυτή την περίπτωση το καθαρό κέρδος αγγίζει τα 8.000.000€ περίπου και ξεπερνάει το 200% του αρχικού συνολικού κόστους επένδυσης (3.910.000€).

Η διαφορά, για το ίδιο ύψος των 120m, της βέλτιστης ποιότητας χάλυβα S235 με την ποιότητα S275 είναι περίπου 200.000€ ενώ η ποιότητα S355 στα 120m αποφέρει το ίδιο κέρδος με τον πύργο ύψους 140 μέτρων με S235 που είναι γύρω στα 7.700.000€.

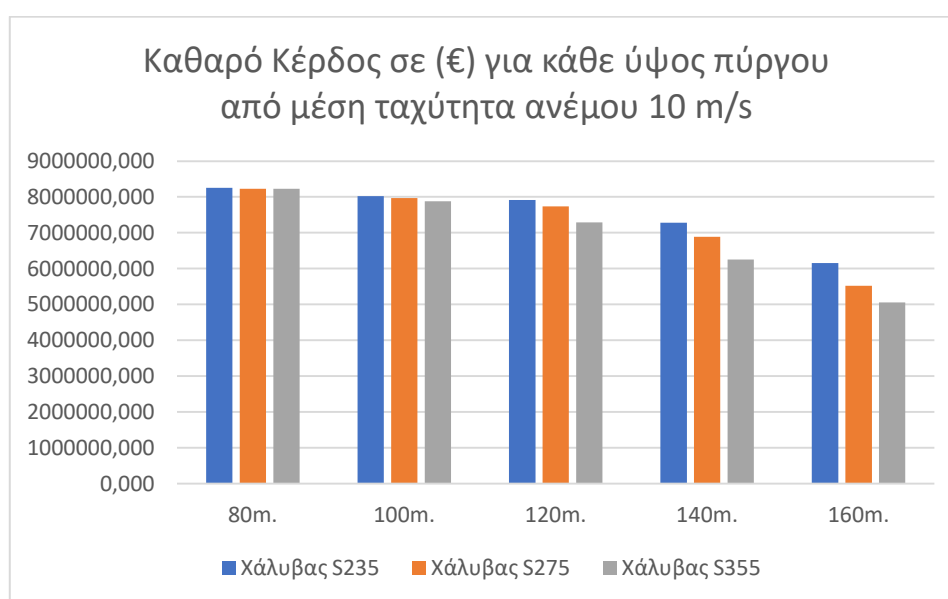
5.5.3. Μέση ετήσια ταχύτητα αναφοράς ανέμου 10 m/s

Για μέση ετήσια ταχύτητα αναφοράς (στα 10m) του ανέμου ίση με 10 m/s είδαμε ότι καταλληλότερο ύψος του πύργου για όλες τις περιπτώσεις είναι στα 80m. Η περίπτωση αυτή παρουσιάζει το μεγαλύτερο ενδιαφέρον καθώς από αυτή την τιμή

του ανέμου και πάνω αναμένεται το μεγαλύτερο καθαρό κέρδος ως απόλυτο νούμερο και ως ποσοστό του αρχικού κόστους. Παρακάτω δίνεται σε πίνακα και διάγραμμα το καθαρό κέρδος στα 20 χρόνια που παράγεται από την μέση ετήσια ταχύτητα αναφοράς του ανέμου 10 m/s.

Πίνακας 5-8: Καθαρό Κέρδος σε (€) για κάθε ύψος πύργου από μέση ετήσια ταχύτητα ανέμου 10m/s

Καθαρό Κέρδος σε (€) για κάθε ύψος πύργου από μέση ταχύτητα ανέμου 10 m/s					
	80m.	100m.	120m.	140m.	160m.
Χάλυβας S235	8257545,170	8018949,71	7916788,44	7283560,07	6149977,13
Χάλυβας S275	8225643,380	7966545,16	7737800,86	6890803,35	5521722,23
Χάλυβας S355	8223564,390	7881623,26	7288282,44	6255398,73	5050597,73



Διάγραμμα 5-3: Καθαρό Κέρδος σε (€) για κάθε ύψος πύργου από μέση ετήσια ταχύτητα ανέμου 10m/s

Παρατηρούμε ότι για την συγκεκριμένη μέση ετήσια ταχύτητα του ανέμου (10 m/s), το μεγαλύτερο καθαρό κέρδος προκύπτει για τοποθέτηση της ανεμογεννήτριας στα 80 μέτρα. Οι διαφορές μεταξύ των ποιοτήτων χάλυβα είναι μικρές. Η βέλτιστη ποιότητα του χάλυβα κατασκευής του πύργου είναι S235 και αποδίδει καθαρό κέρδος 8.258.000€ το οποίο αποτελεί ως ποσοστό το 250% του αρχικού συνολικού κόστους κατασκευής(3.510.000€).

Αξίζει να σημειωθεί ότι το παραπάνω κέρδος είναι το μέγιστο δυνατό καθαρό κέρδος που μπορεί να αποφέρει αυτό το μοντέλο ανεμογεννήτριας για μέσες ετήσιες ταχύτητες αναφοράς ανέμου 10 m/s και πάνω. Αυτό σημαίνει ότι όσο παραπάνω και να αυξηθεί η μέση ετήσια ταχύτητα του ανέμου το καθαρό κέρδος θα είναι το ίδιο και σε αυτή την περίπτωση θα πρέπει να εξετασθεί μια ανεμογεννήτρια με μεγαλύτερη ονομαστική ισχύ ή με ίδια ονομαστική ισχύ αλλά με μεγαλύτερη διάμετρο ρότορα.

6. Συμπεράσματα

Ένα από τα κυριότερα συμπεράσματα μετά την επεξεργασία των αποτελεσμάτων είναι ότι σε όλα τα εξεταζόμενα ύψη ο βέλτιστος σχεδιασμός του πύργου της ανεμογεννήτριας με βάση το κόστος προκύπτει για χάλυβα S235.

Όσον αφορά την ανάλυση των αποτελεσμάτων που σχετίζονται με το κέρδος στον κύκλο ζωής της ανεμογεννήτριας Vestas V90-3MW και το βέλτιστο ύψος τοποθέτησης της αυτή έδειξε τα εξής :

- Για διαθέσιμο αιολικό δυναμικό κάτω από 6,5 m/s --> έχουμε ζημία για όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις.
- Για διαθέσιμο αιολικό δυναμικό από 7 έως 8,5 m/s --> βέλτιστη τοποθέτηση σε πύργο 140 μέτρων από χάλυβα S235.
- Για διαθέσιμο αιολικό δυναμικό 9 m/s --> βέλτιστη τοποθέτηση σε πύργο 120 μέτρων από χάλυβα S235.
- Για διαθέσιμο αιολικό δυναμικό πάνω από 10 m/s --> βέλτιστη τοποθέτηση σε πύργο 80 μέτρων από χάλυβα S235.

7. Βιβλιογραφία

1. Baniotopoulos, Charalambos; Borri , Claudio; Stathopoulos, Theodore (2011) - Environmental Wind Engineering and Design of Wind Energy Structures.
2. Hani M. Negm, Karam Y. Maalawi, (1999)-Structural design optimization of wind turbine towers
3. P.E. Uys, J. Farkasb, K. J´armai, F. van Tonder, (2006) - Optimization of a steel tower for a wind turbine structure.
4. Rajesh katyal, S Gomathinayagam, Saleem Akhtar, and Siraj Ahmed, (2012) - Optimization of Wind Turbine Tubular Towers.
5. Karam Y. Maalawi, (2007) - A model for yawing dynamic optimization of a wind turbine structure.
6. Serdar Yıldırım, İbrahim Özkol (2010) - Wind turbine tower optimization under various requirements using genetic algorithm.
7. Marcelo A Silva, Reyolando MLRF Brasil, Jasbir S Arora, - Formulations for the optimal design of RC wind turbine towers
8. Eurocode 3.1.06. Strength and Stability of Shell Structures (2004)
9. Νίκος Λαγαρός (2000) - Βελτιστοποίηση κατασκευών με τη χρήση εξελικτικών αλγόριθμων και νευρωνικών δικτύων.
10. Παχύ Παρασκευή (2012) - Βελτιστοποίηση απόδοσης πάρκου ανεμογεννητριών με εφαρμογή μεταευσιστικών μεθόδων.
11. Ευάγγελος Ε. Πλεύρης (2001) - Βέλτιστος σχεδιασμός κατασκευών με πολλαπλά κριτήρια με χρήση στρατηγικών εξέλιξης
12. Ευαγγελία Ταμπακάκη (2012) - Βέλτιστος Σχεδιασμός Ειδικών Κατασκευών
13. www.ypeka.gr
14. Μπίρδας Μιχαήλ (Νοέμβριος 2012) - Βέλτιστος Δομικός Σχεδιασμός Ανεμογεννητριών, Διπλωματική Εργασία, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, ΕΜΠ.
15. Optimized frequency-based foundation design for wind turbine towers utilizing soil– structure interaction, Mohammad AlHamaydeha, Assistant Professor, Department of Civil Engineering, American University of Sharjah, Sharjah, UAE, Saif Hussain President, Seismic Structures International, Los Angeles, CA, USA, Available online 24 April 2010