ΔΙΕΘΝΕΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ, ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

Πτυχιακή Εργασία

«Διεπιστημονική προσέγγιση των Μαθηματικών και της Πληροφορικής σε επίπεδο τριτοβάθμιας εκπαίδευσης»

Στέργιος Κωνσταντίνου

Επόπτης: Βασίλειος Σάλτας

Σέρρες, 2023

ΔΙΕΘΝΕΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ

Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής, Υπολογιστών και τηλεπικοινωνιών.

Πτυχιακή Εργασία

«Διεπιστημονική προσέγγιση των μαθηματικών και της πληροφορικής στην τριτοβάθμια εκπαίδευση»

Κωνσταντίνου Στέργιος

(Α.Μ.: 7932)

Επόπτης: Σάλτας Βασίλειος

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή στις __/__/____

Όνομα Επίθετο

……………………

Όνομα Επίθετο

……………………

Όνομα Επίθετο

……………………

Σέρρες, 2023

Στέργιος Κωνσταντίνου: ΔΗΛΩΣΗ ΜΗ ΛΟΓΟΚΛΟΠΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΗΨΗΣ ΠΡΟΣΩΠΙΚΗΣ ΕΥΘΥΝΗΣ

Με πλήρη επίγνωση των συνεπειών του νόμου περί πνευματικών δικαιωμάτων, δηλώνω ενυπογράφως ότι είμαι αποκλειστικός/ή συγγραφέας της παρούσας Μεταπτυχιακής Διπλωματικής Εργασίας (ΜΔΕ), για την ολοκλήρωση της οποίας κάθε βοήθεια είναι πλήρως αναγνωρισμένη καιαναφέρεται λεπτομερώς στην ΜΔΕ αυτή. Έχω αναφέρει πλήρως και με σαφείς αναφορές, όλες τις πηγές χρήσης δεδομένων, απόψεων, θέσεων και προτάσεων, ιδεών και λεκτικών αναφορών, είτε κατά κυριολεξία, είτε βάσει επιστημονικής παράφρασης. Αναλαμβάνω την προσωπική και ατομική ευθύνη ότι σε περίπτωση αποτυχίας στην υλοποίηση των ανωτέρω δηλωθέντων στοιχείων, είμαι υπόλογος έναντι λογοκλοπής, γεγονός που σημαίνει αποτυχία στη ΜΔΕ μου και κατά συνέπεια αποτυχία απόκτησης Τίτλου Σπουδών, πέραν των λοιπών συνεπειών του νόμου περί πνευματικών δικαιωμάτων. Δηλώνω, συνεπώς, ότι αυτή η ΜΔΕ προετοιμάστηκε και ολοκληρώθηκε από εμένα προσωπικά και αποκλειστικά και ότι, αναλαμβάνω πλήρως όλες τις συνέπειες του νόμου στην περίπτωση κατά την οποία αποδειχθεί, διαχρονικά, ότι η εργασία αυτή ή τμήμα της δεν μου ανήκει διότι είναι προϊόν λογοκλοπής άλλης πνευματικής ιδιοκτησίας.

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ ΣΤΕΡΓΙΟΣ

20/09/2023

Περίληψη

Η παρούσα εργασιακή εκπόνηση, όπως απορρέει απ’ τον τίτλο της, έχει ως αντικείμενο ανάλυσης την διεπιστημονική προσέγγιση των μαθηματικών και της πληροφορικής σε επίπεδο τριτοβάθμιας εκπαίδευσης. Συγκεκριμένα, θα αναπτύξουμε τον ορισμό και τους στόχους των μαθηματικών δίνοντας έμφαση στα εργαλεία δισασκαλίας (διαγνωστική αξιοολόγηση, τεχνολογία) και πώς μπορούν αυτά να διακπερεωθούν σε όλο το φάσμα των μαθητών. Επιπροσθέτως, θα ορίσουμε την διαθεματικότητα και την διεπιστημονικότητα καθώς και τον σκοπό, τα οφέλη και την επιρροή τους ως προς την παιδεία. Στην συνέχεια, παρατίθεντε ανα εξάμηνο τα διδασκόμενα μαθήματα, από τα οποία ¨αναδύονται¨ διάφορες μαθηματικές θεωρίες και ταυτότητες. Αυτά έρχονται σε αντιστροιχία με συγγράμματα που έχουν δωθεί για την εκπόνηση της εργασίας. Κλείνοντας, βάσει τα παραπάνω δημιουργηθηκε μία πλατφόρμα η οποία θα μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ακαδημαικό επιπεδο.

Λέξεις κλειδιά

Διεπιστημονικότητα, Διαθεματικότητα, Διδασκαλία, Μαθηματικά, Πληροφορική

Περιεχόμενα

Εισαγωγή

Ως οριστέα έννοια, τα μαθηματικά είναι η επιστήμη που εξετάζει τις σχέσεις αλληλεπίδρασης μεταξύ των αριθμών, των σχημάτων, των σημείων αλλά και των εν γένει φυσικών μεγεθών. Η προέλευσή της πηγάζει από την λέξη μάθημα του ρήματος ¨μανθάνω¨ της αρχαίας ελληνικής, κοινώς μαθαίνω. Αξίζει να σημειωθεί ότι η ιστορία των μαθηματικών εξελίχθηκε με την πάροδο των χρόνων. Συγκεκριμένα, τα μαθηματικά συναντώνται στον καθημερινό τρόπο ζωής, σε κάθε ανθρώπινη δραστηριότητα όπως ο αθλητισμός, η τεχνολογία, οι χάρτες που χρησιμοποιούνται στον εμπόριο, οι λεγόμενες συντεταγμένες καθώς και στον τομέα της οικονομίας.

Η ιστορία σηματοδοτείται ήδη από τους homo sapiens που αξιοποιούν αριθμητικές λέξεις. Έπειτα οι τροφοσυλλέκτες φαίνεται να κατανοούν τις βασικές πράξεις των μαθηματικών (πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού, διαίρεσης) αφού έπρεπε να καταμερίσουν την τροφή τους. Η πρώτη και κύρια εμφάνιση των μαθηματικών εντοπίστηκε στους Σουμέριους για εμπορικούς λόγους, ενώ αργότερα οι Βαβυλώνιοι έφτασαν σε ένα αρκετά υψηλό μαθηματικό επίπεδο. Οι Αιγύπτιοι με την σειρά τους χρησιμοποίησαν συστήματα αριθμών για την ανάπτυξη της πολιτισμικής τους ταυτότητας, όπως άμεσα γίνεται αντιληπτό μέσα από τον τρόπο κατασκευής των Πυραμίδων. Αδιαμφισβήτητα, μεταξύ των διακεκριμένων προσωπικοτήτων που αποτέλεσαν ορόσημο ώστε τα μαθηματικά να θεωρηθούν επιστήμη, είναι ο Θαλής, ο Πυθαγόρας, ο Ευκλείδης κι ο Αρχιμήδης.

Άμεση σύνδεση με την εφαρμογή των μαθηματικών είναι και η επιστήμη της πληροφορικής. Η αποτυχία των μαθηματικών επιστημόνων να φέρουν το σχέδιο του D. Hilbert, ο οποίος ήλπιζε να αυτοματοποιήσει την μαθηματική σκέψη βάζοντας ως βασικά θεμέλια των επιστημών της Λογικής και της Πληροφορικής. Ο στόχος ήταν η απόδειξη της συνέπειας των μαθηματικών θεωριών. Ο Gödel πατώντας στην αποτυχία αυτήν, εισήγαγε αναδρομικές συναρτήσεις αλλά και την δυνατότητα τυπικών συστημάτων. Όλα αυτά είχαν αποτέλεσμα να οδηγήσουν των Turing να κατάληξη στην δημιουργία, σε θεωρητικό επίπεδο, της επιστήμης της πληροφορικής και στην αποφασιστική συμβολή της θεμελίωσης των μαθηματικών και της θεωρίας συνόλων. (Κολέτσος 2015).

Τα μαθηματικά είναι ο κινητήριος μοχλός της ανθρώπινης προόδου από την αρχαιότητα. Από την στιγμή που εμφανίστηκαν τα μαθηματικά μέχρι και σήμερα η σημασία τους δεν έχει αλλάξει ποτέ και είναι η ίδια παγκοσμίως . Ο ρόλος τους, έχει αλματώδη τεχνολογική και ηλεκτρονική εξέλιξη και η συμβολή τους είναι καθοριστική για την πρόοδο της ανθρώπινης δράσης όπως είναι και καθοριστική και για το τμήμα μηχανικών πληροφορική και τηλεπικοινωνίων στο Δ.Ι.Π.Α.Ε. Σερρών. Τα τελευταία χρόνια έχει σημειωθεί μεγάλος αριθμός ερευνών που ως στόχο έχουν τον τρόπο με τον οποίο η μαθηματική γνώση αναπτύσσεται. Καθώς, οι άνθρωποι στην καθημερινή τους ζωή συναντάνε ποικιλία προβλημάτων και καταστάσεων τα οποία θα πρέπει να επιλύσουν. Για την αντιμετώπιση αυτόν, απαραίτητε είναι η διδακτική των μαθηματικών η οποία οικοδομείται από μικρή ηλικία με νέες και στοχευμένες μεθόδους.

ΚΕΦΆΛΑΙΟ 1

Διδασκαλία των μαθηματικών

1.1 Ορισμός και στόχοι της διδασκαλίας των μαθηματικών.

Η διδασκαλία των μαθηματικών είναι η διαδικασία με την οποία οι εκπαιδευτικοί διδάσκουν στους μαθητές τις μαθηματικές δεξιότητες, τις έννοιες και τις τεχνικές που απαιτούνται για να μπορούν να κατανοηθούν και να πραγματωθούν τα μαθηματικά σε διάφορα προβλήματα και καταστάσεις. Ο σκοπός της διδασκαλίας των μαθηματικών είναι η προώθηση των γνώσεων, των δεξιοτήτων, της ανάπτυξης και της κριτικής σκέψης των νέων στον τομέα αυτόν, ώστε να αφομοιώσουν τις έννοιες, τις θεωρίες και τις αρχές, οι οποίες θα οδηγήσουν στον υπολογισμό, στην ανάλυση και στην χρήση των μαθηματικών εργαλείων. Επομένως, σε περιπτώσεις οι οποίες είναι δυσεπίλυτες (πληρωμή δανείου, κατάσχεση ακινήτων) θα μπορούν να τις διαχειρίζονται κριτικά, εφαρμόζοντας όσα έχουν διδαχθεί. Βέβαια, αυτό για να επιτευχθεί, απαιτείται η διδασκαλία να ενθαρρύνει τους φοιτητές, μέσω ορισμένων οπτικοακουστικών μεθόδων, ώστε το επίπεδο των μαθηματικών να διευρύνεται σταδιακά. Η κυριότερη, όμως, βοήθεια που θα μπορούν να έχουν οι μαθητές είναι η συνεργασία μεταξύ τους. Δηλαδή να μπορούν οι μαθητές να μοιράζονται ιδέες και να βρίσκουν την καλύτερη πιθανή λύση του προβλήματος υπό την καθοδήγηση του εκάστοτε καθηγητή, ο οποίος με μεθοδικότητα θα ενθαρρύνει τους ακροατές του στην εξερεύνηση των μαθηματικών. (Γλαβάς 2012) (Κοτοπούλης 2007). (Πετροπούλου 2018). (Σάλτας 2008).

1.2 Για ποιους λόγους η μαθηματική εκπαίδευση είναι σημαντική;

Στη σύγχρονη κοινωνία η εξέλιξη τις τεχνολογίας τα τελευταία χρόνια παρουσιάζει μεγάλη απήχηση και συχνότητα, γεγονός που χρήζει σπουδαίας σημασίας τη μαθηματική εκπαίδευση. Αναλυτικότερα, η εκπαίδευση των μαθηματικών είναι μια δεξιότητα βασική, η οποία απαιτείται στην καθημερινή μας ζωή, ενεργοποιώντας τον νου. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα, την ανάπτυξη της κριτική μας σκέψη, που θα βοηθήσουν στην επίλυση ουσιωδών προβλημάτων όπως για παράδειγμα τη διαχείριση του χρόνο στις οικονομικές αποφάσεις. Επιπροσθέτως, η μαθηματική εκπαίδευση είναι σημαντική είναι για την επαγγελματική επιτυχία. Δηλαδή, πολλοί επαγγελματικοί κλάδοι χρειάζονται την απαραίτητη κατανόηση των μαθηματικών˙ όπως είναι η φυσική, η πληροφορική, η ρομποτική, καθώς κι η μηχανική οικονομία, διότι θέτουν ζητήματα μαθηματικής φύσεως, τα οποία κρίνονται αναγκαία στην εύρεση λύσεων, που απαιτούνται στα εκάστοτε ζητήματα. Συνολικά, η εκμάθηση των μαθηματικών δεν είναι απλώς μια σειρά αριθμών και τύπων, αλλά η κινητήρια δύναμη πίσω από την ανακάλυψη διαφόρων κλάδων. (Κοτοπούλης 2007).

1.3 Προετοιμασία της διδασκαλίας.

Θεμελιώδης σημασία για την επιτυχή διδασκαλία των μαθηματικών είναι η σωστή κατανόηση των μαθητών, με βάσει τις αρχικές γνώσεις των προηγούμενων ετών. Αυτή η μέθοδος οδηγεί τους εκπαιδευτικούς στην κατάλληλη προσαρμογή της διδασκαλία τους, ώστε να επιτευχθούν όσο το δυνατόν περισσότερα αποτελέσματα. Οι καθηγητές για να μπορέσουν να έχουν μια εποικοδομητική εκπαιδευτική εμπειρία, θα πρέπει να ακολουθούν μια σειρά στόχων, υπό την αιγίδα των γνώσεων τους. Με άλλα λόγια, ο καθηγητής, συνδυάζοντας τη σωστή του εκπαίδευση με την κρίση του νου, μπορεί να δημιουργήσει επικοινωνιακές σχέσεις με τους μαθητές, με σκοπό να αναδειχθεί το αίσθημα της ενσυναίσθησης. Επίσης, βασικός πυλώνας, είναι να αξιολογήσει το επίπεδο γνώσεων των νέων από τα προηγούμενα έτη μαθημάτων. Αυτό μπορεί να γίνει μέσω ερωτηματολογίων ή διαφόρων διαγνωστικών τεστ και ανάλογα με την απόδοσή τους, ο καθηγητής να μπορεί να αντιληφθεί τη βαθμίδα των γνωστικών στοιχείων των μαθητών του. Άρα, κατανοώντας τους μαθητές και αξιολογώντας τις ανάγκες, που έχει ο καθένας, οι εκπαιδευτικοί μπορούν να δημιουργήσουν μια φόρμα εκπαίδευσης που θα είναι αποτελεσματική και προσαρμοσμένη, για την επιτυχή κατανόηση των μαθηματικών. Ένας εξίσου σημαντικός και κρίσιμος παράγοντας για την προετοιμασία και την επιτυχία της διδασκαλίας των μαθηματικών είναι η επιλογή των σωστών διδακτικών υλικών όπως είναι τα βιβλία, οι πόροι και το λογισμικό. Τα διδακτικά υλικά τα οποία θα χρησιμοποιηθούν για τις ανάγκες των μαθητών θα πρέπει να είναι συμβατά με τους στόχους της διδασκαλίας και να καλύπτουν τα μαθησιακά στοιχεία. Θα πρέπει να είναι επιστημονικά ακριβή και να παρέχουν τις σωστές πληροφορίες. Αυτό επιτυγχάνεται από τις πηγές των διδακτικών υλικών οι οποίες δείχνουν αν είναι αξιόπιστες ή όχι. Το πιο σωστό είναι τα υλικά τα οποία έχουν επιλεχθεί να προσφέρουν μεγάλη ποικιλία σε μεθόδους για τη προσέγγιση της μάθησης. Τα εργαλεία θα πρέπει να είναι ενδιαφέροντα, ευχάριστα προς τους μαθητές οι οποίοι θα ασχοληθούν με τα μαθηματικά. Αφού, ολοκληρωθούν οι παραπάνω ενέργειες και ο εκπαιδευτικός κατανοήσει τις γνώσεις που έχουν μαθητές του για τα μαθηματικά προσαρμόζει τη διδασκαλία στις ανάγκες τους. Ο λόγος για τον οποίον γίνεται αυτό είναι, επειδή ο κάθε μαθητής είναι μοναδικός και μπορεί να έχει διαφορετικό τρόπο σκέψης, μάθησης και δυνατοτήτων κατανόησης των μαθηματικών. Ακόμη, χρήζει υψηλής σημασίας, ο καθηγητής να ενημερώνει ανά τακτά χρονικά διαστήματα τους γονείς και αντίστροφα για τις συμπεριφορές των παιδιών σε μαθηματικά ζητήματα. Τέλος, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να έχει συνεχής επικοινωνία και συνεργασία με άλλους εκπαιδευτικούς όπου θα μπορεί να «δανείζεται» διαφορές ιδέες, ως προς την αξιολόγηση των υλικών αλλά στην συνεχόμενη αναζήτηση στον τομέα αυτό. (Πετροπούλου 2018).

1.4 Εργαλεία διδασκαλίας.

Ο αποτελεσματικότερος τρόπος διδασκαλίας και κατανόησης του αντικειμένου είναι η επίλυση πραγματικών προβλημάτων. Αυτή η προσέγγιση, παρέχει πλούσιες ευκαιρίες για την ανάπτυξη δεξιοτήτων τους, για την εφαρμογή των μαθηματικών σε καθημερινές καταστάσεις και την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης. Η επιλογή κατάλληλων μαθηματικών εργασιών θα πρέπει να παίρνει ερεθίσματα από το κοινωνικό περιβάλλον δημιουργώντας απορίες στους μαθητές με αποτέλεσμα να αντιληφθούν τον ρεαλισμό των προβλημάτων. Αρχικά, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να βοηθήσει τους μαθητές εξηγώντας και αναλύοντας τις βασικές μαθηματικές έννοιες. Στη συνέχεια, θα πρέπει οι μαθητές να κατανοήσουν και να προβούν στην επίλυση του προβλήματος. Ο καθηγητής προτρέποντάς τους να δοκιμάσουν διάφορες τακτικές είτε σωστές είτε λανθασμένες, τους ενθαρρύνει να μην φοβούνται τα λάθη τους αλλά να μαθαίνουν από αυτά. Από την στιγμή που επιλυθεί το πρόβλημα, πρέπει να συζητηθούν όλες οι τεχνικές οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν, εξηγώντας, τους λογούς για τους οποίους οι μαθητές έχουν πράξει λάθος και καθοδηγώντας τους στον σωστό τρόπο επίλυσης. Μια ακόμα στρατηγική που θα βοηθήσει, είναι η συνεχής ανάθεση εργασιών, με αποτέλεσμα οι μαθητές που έχουν ολοκληρώσει σωστά να τους δοθούν νέες προκλήσεις, ενώ εκείνοι οι οποίοι δεν χρησιμοποίησαν τους σωστούς τρόπους επίλυσης να τους διευρύνει τις δεξιότητές του. Αυτό το εργαλείο διδασκαλίας είναι μια μορφή επιβράβευσης. (Πετροπούλου 2018).

Ένα επιπλέον εργαλείο διδασκαλίας είναι η ομαδικότητα. Με την μέθοδο αύτη διοργανώνονται συζητήσεις σχετικά με μαθηματικά θέματα. Ο διδάσκων προβαίνει σε στοχευμένες ερωτήσεις, οι οποίες δημιουργούν προβληματισμούς και από την μεριά της η ομάδα ανταλλάσσει απόψεις για την επίλυση του προβλήματος. Στην συνέχεια, ο εκπαιδευτικός αναθέτει διάφορους ρόλους σε κάθε ομάδα για την παρουσίαση των σκέψεων τους. Με αυτόν τον τρόπο ανταλλάσσονται απόψεις τεκμηριωμένες από όλες τις ομάδες για τις τεχνικές που χρησιμοποιήθηκαν στην επίλυση του προβλήματος. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, την καλύτερη κατανόηση των εννοιών και των δεξιοτήτων του μαθήματος. (Bloom & Krathwohl 1986). (Πετροπούλου 2018).

1.5 Διαγνωστική αξιολόγηση της διδασκαλίας.

Η αξιολόγηση της κατανόησης των μαθητών στα μαθηματικά είναι ένα κρίσιμο μέρος της διδακτικής διαδικασίας. Η σωστή αξιολόγηση μπορεί να βοηθήσει τους εκπαιδευτικούς να κατανοήσουν την πρόοδο των μαθητών, να προσαρμόσουν τη διδασκαλία τους και να παρέχουν την απαραίτητη υποστήριξη. Χρησιμοποιώντας διάφορα τεστ και ερωτήσεις μπορούν να αντιληφθούν τις γνώσεις των μαθητών σε σχέση με την ύλη που έχουν διδαχθεί στα μαθηματικά. Αυτό επιτυγχάνεται από την στιγμή που τα τεστ και οι ερωτήσεις έχουν ποικιλία απαντήσεων, όπου μέσω των απαντήσεων αποδεικνύεται κατά πόσο ο μαθητής έχει κατανοήσει τα μαθηματικά. Η ανάθεση εργασιών απαιτεί την εφαρμογή διάφορων θεωριών σε προβλήματα, αξιολογώντας την λογική που έχει χρησιμοποιηθεί. Οι εξετάσεις είναι ένα αποτελεσματικός τρόπος που μπορεί ο καθηγητής να αντιληφθεί τις αδυναμίες και τις ανάγκες που έχουν οι μαθητές του. Όλα τα παραπάνω θα πρέπει να βασιστούν στην δίκαιη και διαφανή αξιολόγηση, με αποτέλεσμα να βελτιωθούν οι μαθητές. Διαγνωστικά τεστ όπως της Khan Academy που προσφέρουν για τους μαθητές από προσχολική ηλικία μέχρι και το λύκειο. Οι εκδοτικοί οίκοι παρέχουν ποικιλία διαγνωστικών τεστ όπως και ορισμένα πανεπιστήμια και εκπαιδευτικά ινστιτούτα. Όλες αυτές οι υπηρεσίες χρησιμοποιούν αυτά τα διάφορα τεστ ώστε να μπορούν να αξιολογήσουν το επίπεδο κατανόησης και να προσαρμοστεί η διδασκαλία. Ανάλογα με τα αποτελέσματα των διαγνωστικών τεστ, παρέχετε ατομική υποστήριξη στους μαθητές που χρειάζονται μια επιπλέον βοήθεια στα μαθηματικά. Η υποστήριξη αυτήν παρέχετε με συμπληρωματικά μαθηματικά, εξάσκηση και με ιδιαίτερη έμφαση στα σημεία όπου δυσκολεύεται ο μαθητής. Υπάρχουν εκπαιδευτικά λογισμικά που προσφέρουν διάφορες ασκήσεις τα οποία προσαρμόζονται στις ανάγκες των μαθητών για την ενίσχυση των δεξιοτήτων τους στα μαθηματικά. (Καλαβάσης & Μεϊμάρης 2000).

1.6 Η τεχνολογία στην διδασκαλία των μαθηματικών.

Για την διδασκαλία των μαθηματικών η χρήση του υπολογιστή και του λογισμικού κινούν το ενδιαφέρων των μαθητών αλλά ενισχύουν και την αποτελεσματικότητά τους. Ο διαδραστικός πίνακας καθώς μπήκε στην εκπαίδευση έχει κινήσει τους ειδικούς να προγραμματίζουν πλατφόρμες και προγράμματα τα οποία θα χρησιμοποιούν οι καθηγητές και τα παιδία. Το μάθημα γίνεται με διάφορες εικόνες και βίντεο όπου εξηγούνται οι τρόποι που εργάζονται αλλά και τα σημεία που πρέπει να δώσουν οι μαθητές περισσότερο έμφαση. Τα λογισμικά όπου έχουν δημιουργηθεί προσφέρουν μεγάλη ποικιλία δραστηριοτήτων. Μαθηματικά παιχνίδια , παζλ αλλά και προβλήματα είναι μερικά παραδείγματα τα οποία έχουν κατασκευαστεί για την διδασκαλία των μαθηματικών. Προγράμματα τα οποία έχουν γραφικό περιβάλλον βοηθάνε τα παιδιά να μπορούν να κάνουν πιο γρήγορα τους υπολογισμούς και να τα αναλύουν πιο λεπτομερειακά. Πέρα από τα παιδιά και οι καθηγητές έχουν την δυνατότητα να χρησιμοποιούν εξίσου τέτοια προγράμματα όπου θα τους βοηθήσουν στην παρουσίαση του διαδραστικού μαθήματος. Ακόμη οι μηχανές εξερεύνησης είναι από τα σημαντικά εργαλεία που εκπαιδευτικοί και μαθητές εύκολα και γρήγορα μπορούν να αναζητήσουν οτιδήποτε χρειάζονται πάνω στα μαθηματικά. Η χρήση των υπολογιστών δίνουν έναν πιο ενδιαφέρον τρόπο εκμάθησης όπου προσφέρει διασκεδαστικές και αποτελεσματικές διαστάσεις στην διδασκαλία των μαθηματικών αλλά και να βοηθήσει μαθητές και εκπαιδευτικούς να αναπτύξουν μαθηματικές δεξιότητες. Πέρα από τον υπολογιστή και τις εφαρμογές και ο διαδικτυακός κόσμος προσφέρει πληθώρα πόρων και εκπαιδευτικών εφαρμογών. Η Khan Academy για παράδειγμα είναι ένας μη κερδοσκοπικός οργανισμός ο οποίος προσφέρει χιλιάδες ασκήσεις για τα μαθηματικά σε όλα τα επίπεδα. Επίσης διαθέτει σύστημα παρακολούθησης αποτελεσμάτων και έτσι ο γονέας, ο εκπαιδευτικός ή και ο μαθητής ξέρει σε τι επίπεδο βρίσκεται και τι πρόοδο έχει. Ο Desmos είναι ένας διαδικτυακός πίνακας ο οποίος σαν στόχο έχει να βοηθήσει τους μαθητές να μάθουν μαθηματικά. Είναι ένα εκπαιδευτικό εργαλείο που επιτρέπει τους μαθητές να εξερευνήσουν τις γραφικές παραστάσεις και τις μαθηματικές έννοιες. Οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να εξερευνήσουν τα εργαλεία που υπάρχουν στην εφαρμογή, να συνδέουν διαφορετικές αναπαραστάσεις δυναμικά, να κάνουν εικασίες και στη συνέχεια να αναπτύσσουν εντελώς νέες ιδέες. Η GeoGebra είναι μια πολυβραβευμένη εφαρμογή μαθηματικών για όλα τα επίπεδα της εκπαίδευσης, που ενσωματώνει: γεωμετρία, άλγεβρα, στατιστική, πίνακες και γραφήματα, σε ένα εύκολο περιβάλλον χρήσης και παρέχει στους εκπαιδευτικούς και τους μαθητές τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσουν τα δικά τους φύλλα εργασίας ή να χρησιμοποιήσουν κάποια από τα χιλιάδες έτοιμα. Οι μαθητές και οι καθηγητές μπορούν να τις χρησιμοποιήσουν τις εφαρμογές αυτές στα κινητά τους τηλέφωνα, στα tablet όπως επίσης και τα διάφορα προγράμματα και λογισμικά τα οποία έχουνε δημιουργηθεί για τα μαθηματικά όπως τα παιχνίδια μαθηματικών (Prodigy Math Game). Η χρήση του YouTube μπορεί να βοηθήσει στη διδασκαλία των μαθηματικών με πολλά εκπαιδευτικά κανάλια που παρέχουν δωρεάν μαθήματα μαθηματικών άλλα και άλλες ηλεκτρονικές πλατφόρμες οι οποίες έχουν τη δυνατότητα συμμετοχής σε διαδικτυακά μαθήματα φόρουμ, όπου μπορούν να θέτουν ερωτήσεις, να λαμβάνουν απαντήσεις από άλλους μαθητές ή και εκπαιδευτικούς. Αυτοί οι διαδικτυακοί πόροι και εκπαιδευτικές εφαρμογές μπορούν να ενισχύσουν την διδασκαλία των μαθηματικών και να κάνουν τη μάθηση, πιο ενδιαφέρουσα και πιο προσαρμοσμένη στις ανάγκες των μαθητών. Σημαντικά εργαλεία για την εκπαίδευση και την πρόσβαση σε πληροφορίες και μάθηση, μέσω του διαδικτύου προσφέρουν οι διαδικτυακοί πόροι. Τέλος οι πόροι αυτοί και οι εφαρμογές προσφέρουν πολλά πλεονεκτήματα στον εκπαιδευτικό χώρο. (Γαγάτσης1993) (Bloom & Krathwohl 1986).

1.7 Υποστήριξη μαθητών με ειδικές ανάγκες.

Η διδασκαλία θα πρέπει να είναι προσαρμοσμένη στις ανάγκες των μαθητών και ιδιαίτερα σε μαθητές με διαφορετικές δεξιότητες απαιτείται προσεκτικός σχεδιασμός και προσαρμογή της διδασκαλίας ώστε να ανταποκρίνονται στις ανάγκες. Επειδή ο κάθε μαθητής είναι μοναδικός, θα πρέπει να υπάρχει ενημέρωση από τους γονείς του και από τους ειδικούς εκπαιδευτικούς για το πρόβλημα το οποίο αντιμετωπίζει. Αυτό κυρίως γίνεται για να μπορέσει ο καθηγητής να χρησιμοποιήσει διαφοροποιημένες διδακτικές προσεγγίσεις και να προσαρμόσει τη διδασκαλία στις ανάγκες των μαθητών. Αυτό απαιτεί προσαρμογή των μαθημάτων σύμφωνα με το επίπεδο του κάθε μαθητή. Μαθητές με ιδικές ανάγκες, χρειάζονται υποστήριξη, κυρίως με πρόσθετο χρόνο για την εκμάθηση, με ειδικές διδακτικές στρατηγικές αλλά και με εξειδικευμένα τεχνολογικά εργαλεία. Η χρήση τεχνολογίας είναι ένα κομμάτι το οποίο προσφέρει μεγάλη γκάμα εκπαιδευτικού υλικού που μπορούν να προσαρμοστούν στις ανάγκες των μαθητών, όπως εφαρμογές και εκπαιδευτικά λογισμικά για άτομα τα οποία δεν έχουν ακοή είναι τυφλά ή έχουν οποιοδήποτε άλλο πρόβλημα. Στους μαθητές αυτούς θα πρέπει να υπάρχει περισσότερο ενθάρρυνση, ώστε να αναγνωρίζουν τις ικανότητές τους και να αναπτύξουν αυτοπεποίθηση στο μάθημα. Με αυτές τις κινήσεις οι μαθητές θα μπορέσουν να ανταποκριθούν στις προκλήσεις και να ενισχυθεί η εμπιστοσύνη τους. Τέλος η διδασκαλία προσαρμοσμένη στις ανάγκες των μαθητών απαιτεί συνεχή παρακολούθηση και αξιολόγηση της προόδου τους. (Αγαλιάτης)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Διαθεματικότητα και διεπιστημονικότητα των μαθηματικών.

2.1 Τι είναι Διαθεματικότητα;

Η διαθεματικότητα είναι μια εκπαιδευτική φιλοσοφία που αναγνωρίζει ότι η γνώση δεν είναι απομονωμένη μόνο στα μαθηματικά, στις γλώσσες, στις επιστήμες ή σε άλλα εξειδικευμένα μαθήματα. Αντίθετα, η γνώση είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με πολλούς τομείς. Η διαθεματικότητα δίνει έμφαση στο να βλέπουμε τα μαθήματα ως μέσα για την ανάπτυξη της συνολικής γνώσης και της εφαρμογής της στην πρακτική ζωή. (Βικιπαιδεία)

2.2 Η διαθεματικότητα των μαθηματικών.

Η διαθεματικότητα στα μαθηματικά αναφέρεται στην ικανότητα να συνδυάζουν τα μαθηματικά με άλλους τομείς της γνώσης και της πράξης. Τα μαθηματικά δεν είναι απλά αριθμοί και τύποι αλλά μπορούν να εφαρμόζονται σε πραγματικά προβλήματα και σε διάφορους τομείς της ζωής. Τα οφέλη της διαθεματικότητας των μαθηματικών είναι πάρα πολλά. Οι μαθησιακές γνώσεις οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων σε πολλούς τομείς όπως είναι η φυσική, η πληροφορική, η οικονομία, η επιστήμη των υπολογιστών και η μηχανική. Ακόμη και η μαθηματική ανάλυση μπορεί να βοηθήσει στην κατανόηση των φυσικών φαινομένων και των διαδικασιών σε διάφορους τομείς, όπως είναι η αστρονομία και η βιολογία. Επίσης μπορεί να ενθαρρύνει τη δημιουργική σκέψη την καινοτομία καθώς οι μαθηματικές έννοιες μπορούν να εφαρμοστούν σε νέους τομείς και προβλήματα. Σημαντικός παράγοντας είναι η επικοινωνία και εργασία μεταξύ ειδικοτήτων. Οι επιστήμονες, μηχανικοί και ερευνητές από διάφορους τομείς μπορούν να εργαστούν μαζί με την επίλυση προβλημάτων και αυτό δημιουργείτε από την επικοινωνία η οποία απαιτείτε να υπάρχει. Για παράδειγμα, η διαθεματικότητα στα μαθηματικά είναι η χρήση γραφημάτων και δικτύων για την ανάλυση κοινωνικών δεδομένων και των συνεργασιών μεταξύ ατόμων. Αυτό συνδυάζει τις μαθηματικές γνώσεις σχετικά με τα γραφήματα με την κοινωνική επιστήμη και την πραγματική ανάγκη να κατανοήσουμε την κοινωνική δυναμική. (Μηνά 2018).

2.3 Στόχοι της διαθεματικότητας.

Η ενίσχυση της κατανόησης είναι ένας από τους στόχους της διαθεματικότητας των μαθηματικών . Οι μαθητές μπορούν να κατανοήσουν πιο βαθιά ένα θέμα όταν έχουν 2 διαφορετικές οπτικές γωνίες και συνδέσουν τις έννοιες μεταξύ τους. Ένας από τους βασικούς στόχους για την διαθεματικότητα στον εκπαιδευτικό τομέα είναι η ενίσχυση της κατανόησης. Η διαθεματικότητα των μαθηματικών συμβάλλει σημαντικά στην βαθύτερη κατανόηση των μαθητών για διάφορα θέματα και μαθήματα. Οι μαθητές συνδέουν έννοιες, ορισμούς και προβλήματα από τα μαθηματικά, τα οποία τα συσχετίζουν με άλλα μαθήματα. Με τη διαθεματικότητα οι μαθητές εξελίσσονται, εφαρμόζοντας τις γνώσεις τους σε ένα πρόβλημα. Με αυτόν τον τρόπο, ενισχύεται η κατανόησή τους πέρα από τη μνήμη και τη μηχανική εκμάθηση. Επίσης μπορούν να τα εφαρμόσουν και σε προβλήματα της καθημερινότητας . Η προώθηση της εφαρμογής στη γνώση είναι ακόμη ένας στόχος της διαθεματικότητας. Οι μαθητές γνωρίζουν πώς μπορούν να εφαρμόσουν τα μαθηματικά σε διάφορες επιστήμες, τέχνες αλλά και άλλες μορφές γνώσης όπως πραγματικά προβλήματα. Η προώθηση της εφαρμογής της γνώσης είναι ένας σημαντικός παράγοντας και η διαθεματικότητα μπορεί να συμβάλει σημαντικά στην επίτευξη του. Η διαθεματική προσέγγιση στη μάθηση διευκολύνει τη μεταφορά και την εφαρμογή των γνώσεων σε πραγματικά προβλήματα και καταστάσεις. Τα μαθηματικά επιτρέπουν τους μαθητές να δουν πως οι γνώσεις τους σχετίζονται με τον πραγματικό κόσμο. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω πρακτικών παραδειγμάτων και εφαρμογών, όπου με την κατανόηση της σημασίας των προβλημάτων τους βοηθά να αναπτύξουν δεξιότητες επίλυσης προβλημάτων. Έτσι διευρύνεται ο ορίζοντας τους και τους επιτρέπει να εξερευνήσουν διάφορες επαγγελματικές δραστηριότητες και ενδιαφέροντα. Για να μπορέσουν όμως να διαλέξουν την κατάλληλη επαγγελματική δραστηριότητα θα πρέπει πρώτα να αναπτύξουν την αυτό επίβλεψη και την αυτό καθοδήγησή τους, καθώς μαθαίνουν πώς να εφαρμόζουν τις γνώσεις τους σε διάφορα προβλήματα, χωρίς συνεχή καθοδήγηση. Επίσης η ανάπτυξη κριτικής σκέψης είναι και αυτός ένας σημαντικός στόχος. Οι μαθητές μαθαίνουν να αναλύουν, να αξιολογούν και να συνδέουν πληροφορίες από διάφορες πηγές, με αποτέλεσμα να αναπτύσσονται οι ικανότητες κρίσης και ποιότητας των εκάστοτε πληροφοριών. Αυτό τους βοηθάει να δουν σφαιρικά το πρόβλημα και να εξετάσουν τις διαφορετικές απόψεις και προσεγγίσεις για να επιλύσουν το θέμα τους, αιτιολογώντας και επιχειρηματολογώντας τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκαν και έφτασαν στο αποτέλεσμα αυτό. Σημαντικό είναι όμως να υπάρχει συνεργασία και συζήτηση με άλλους μαθητές αλλά και με τον εκπαιδευτικό, ώστε να μπορέσουν να ανταλλάξουν απόψεις πάνω στο πρόβλημα, να ασκούν την κριτική τους σκέψη και να μπορούν να φτάσουν όσο πιο γρήγορα και πιο ορθά στην επίλυση του προβλήματος. (Μηνά 2018).

2.4 Τα οφέλη της διαθεματικότητας.

Η διαθεματικότητα των μαθηματικών επιφέρει πολλά οφέλη στην μάθηση των μαθητών. Ένα από αυτά είναι και η βελτίωση της μάθησης. Οι μαθητές είναι πιο αφοσιωμένοι και συμμετέχουν πολύ πιο ενεργά στην μάθηση, όταν αντιλαμβάνονται ότι η σημασία του μαθήματος συναντάται στην πραγματική ζωή. Με αυτόν τον τρόπο, οι μαθητές δείχνουν περισσότερο ενδιαφέρον στα προβλήματα και τις έννοιες στις οποίες μαθαίνουν. Οι θεωρίες, οι ορισμοί αλλά και τα πορίσματα είναι αυτά τα οποία συνδέονται και με άλλα μαθήματα. Έχοντας αυτές τις γνώσεις και αναπτύσσοντας τες, μελετώντας όλο και περισσότερο θα ενισχυθεί η αυτοπεποίθηση των μαθητών και σε συνδυασμό των γνώσεων που έχουν θα διευκολύνουν την κατανόηση και την αποτελεσματική εφαρμογή των προβλημάτων των οποίων θα συναντήσουν. Η ανάπτυξη της ευρείας γνώσης είναι ένα ακόμη από τα οφέλη της διαθεματικότητας των μαθηματικών. Συμβάλει σημαντικά στην ανάπτυξη ευρείας γνώσης των μαθητών. Αυτό επιτυγχάνεται με την σύνδεση των διαφορετικών πεδίων γνώσεων. Η διαθεματικότητα επιτρέπει στους μαθητές να συνδυάζουν τις γνώσεις που έχουν από τα μαθηματικά και να τις συνδέουν με άλλα μαθήματα όπως με την φυσική, την πληροφορική και πολλά άλλα μαθήματα. Με αυτόν τον τρόπο, οι μαθητές ανοίγουν τον ορίζοντά τους , ενισχύεται η μνήμη τους με αποτέλεσμα να μπορούν να ανακαλούν πληροφορίες και τέλος αναπτύσσουν δεξιότητες συνεργασίας, κάτι το οποίο συχνά απαιτεί συνεργατικά έργα και συζητήσεις. Με την διαθεματικότητα των μαθηματικών ωφελούμαστε και στην ανάπτυξη τις ευρείας γνώσης μας. Ο συνδυασμός των μαθηματικών με άλλα μαθήματα και η κατανόηση των συνδέσεων αυτών βοηθά στην ανάπτυξη πρακτικών δεξιοτήτων. Εν κατακλείδι η διαθεματικότητα των μαθηματικών βοηθά στην ανάπτυξη μιας πλούσιας συνδεδεμένης γνώσης, η οποία επιτρέπει στους μαθητές να κατανοούν τον κόσμο με βάθος και ευρύτητα. (Μηνά 2018).

2.5 Η διαθεματικότητα των μαθηματικών στην παιδεία.

Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να εφαρμόσουν την διαθεματικότητα των μαθηματικών στα υπόλοιπα μαθήματα του σχολείου. Η διαθεματικότητα είναι μια προσέγγιση στην διδασκαλία που βελτιώνει την εκπαίδευση. Με την ενσωμάτωση διαθεματικών ενοτήτων στο πρόγραμμα σπουδών θα μπορέσουν οι μαθητές να εξερευνήσουν συνδέσεις των μαθηματικών με άλλα μαθήματα. Επίσης, τα σχέδια διαθεματικής μάθησης θα μπορούσαν να ωθήσουν τους μαθητές να εργάζονται σε ένα φάσμα θεμάτων σε συνεργασία με τους καθηγητές τους. Από την άλλη μεριά, οι καθηγητές διαφορετικών μαθημάτων θα πρέπει να συνεργάζονται μεταξύ τους και να πραγματοποιούν ανά τακτά χρονικά διαστήματα διασκέψεις, για να μπορούν να ακολουθήσουν όλοι μαζί μια όμοια μορφή εκπαίδευσης. Στα πανεπιστήμια είναι πιο σημαντική η διαθεματικότητα των μαθηματικών. Με την διαθεματικότητα προωθείται μια πιο ολιστική και διασυνδεδεμένη προσέγγιση της εκπαίδευσης. Τα πανεπιστήμια μπορούν να και αναπτύσσουν διαθεματικά προγράμματα τα οποία ενσωματώνονται με τα στοιχεία των μαθηματικών. Αυτό επιτρέπει τους μαθητές να εξερευνήσουν τις συνδέσεις που υπάρχουν ανάμεσα στα μαθήματα και να αποκτήσουν πιο ολοκληρωμένη εκπαίδευση. Με τα ερευνητικά προγράμματα και μέσω εργαστηρίων οι μαθητές μπορούν να συνεργάζονται και να χρησιμοποιούν γνώσεις από προηγούμενα εξάμηνα αλλά και από παλαιότερα χρόνια για την υλοποίηση και την επίλυση προβλημάτων σε μαθήματα τα οποία μπορούν να βοηθήσουν τα μαθηματικά. Ακόμη οργανώνονται πολλά συνέδρια αλλά και διαλέξεις τόσο από καθηγητές όσο και από εξωτερικούς παράγοντας, όπου οι μαθητές μπορούν αν ενημερωθούν και να ενθαρρύνουν τον διάλογο μεταξύ των ειδικοτήτων τους. (Μηνά 2018).

2.6 Ορισμός τις διεπιστημονικότητας.

Πρώτη φορά που χρησιμοποιήθηκε ο όρος αυτός ήταν στα τέλη του τριάντα από τον κοινωνιολόγο Louis Wirtz. Ο πρώτος όρος της διεπιστημονικότητας ως αρχικό πεδίο είναι το ενδιαφέρων που έχει ο κάθε επιστημονικός κλάδος και προσφέρει εξέταση ενός θέματος. Πιο συγκεκριμένα είναι ο συνδυασμός δύο ή και περισσότερων κλάδων επιστημονικής γνώσεως σε μία δραστηριότητα. Ο όρος βρίσκει την πλήρη σημασία του, όταν δημιουργείται κάτι το νέο από τη σκέψη πέρα από τα σύνορα των επιστημών. Η διεπιστημονικότητα αναπτύχθηκε για ζητήματα τα οποία προβλημάτισαν και δεν μπορούσαν να καταπολεμήσουν προβλήματα, τα οποία προέκυπταν πάνω σε έρευνες. Με τον όρο αυτό άμεσα καταπολεμήθηκαν προβλήματα τα οποία προέκυψαν από έρευνες. (Μηνά 2018). (Σφουγκάρης 2020) (Βικιπαίδεια)

2.7 Ο σκοπός της διεπιστημονικότητας στα μαθηματικά.

Ο σκοπός της διεπιστημονικότητας στα μαθηματικά είναι να ενισχύσει τη συνεργασία μεταξύ των μαθηματικών και άλλων επιστημονικών πεδίων. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με την εφαρμογή των μαθηματικών σε διάφορα πεδία της επιστήμης και την αξιοποίηση των γνώσεων από άλλους επιστημονικούς τομείς. Η εφαρμογή των μαθηματικών σε άλλες επιστήμες, όπως είναι για παράδειγμα πληροφορική είναι ένας από τους πολλούς τρόπους με τους οποίους η διεπιστημονικότητα μπορεί να συμβάλει στα μαθηματικά. Ακόμη και η ανάπτυξη νέων μαθηματικών θεωριών ενισχύει τη δημιουργία μαθηματικών, τις οποίες μπορούν να εφαρμόσουν σε αλλά μαθήματα. Η πολυπλοκότητα των προβλημάτων που αντιμετωπίζονται σε διάφορους τομείς μπορούν να επιλυθούν αποτελεσματικά χρησιμοποιώντας μαθηματικά εργαλεία. Για να μπορέσουν να υλοποιηθούν όλα τα παραπάνω θα πρέπει οι εκπαιδευτικοί και κυρίως οι μαθηματικοί να μπορούν να αναπτύξουν μοντέλα και θεωρίες οι οποίες θα βοηθήσουν στην κατανόηση και στην εξήγηση των μαθηματικών προβλημάτων. Με άλλα λόγια η επιστημονικότατα στα μαθηματικά επιτρέπει να αναπτυχθούν νέες γνώσεις για την επίλυση προβλημάτων ενώ σε άλλη περίπτωση δεν θα μπορούσαμε να έχουμε λύση μόνο με την προσέγγιση ενός επιστημονικού πεδίου. (Μηνά 2018).

2.8 Τα οφέλη της διεπιστημονικότητας.

Ένα από τα σημαντικά οφέλη της διεπιστημονικότητας είναι η ενσωμάτωση γνώσεων. Για την σημασία της ενσωμάτωσης θα πρέπει οι μαθητές να κατανοούν, ότι θα πρέπει να διασυνδέσουν γνώσεις από διάφορες πηγές και πεδία για την αντιμετώπιση του προβλήματος. Η καινοτομία των προβλημάτων είναι και αυτήν που αναγκάζει τους μαθητές και τους οδηγοί στην αναζήτηση νέων ιδεών και αποφάσεων για την επίλυση των προβλημάτων, τα οποία είναι σύνθετα και με μεγαλύτερο βαθμό δυσκολίας. Για να μπορέσει να υλοποιηθεί αυτό, θα πρέπει να υπάρξει μια διαδικασία όπου οι μαθητές θα πρέπει να έχουν συλλογή γνώσεων από τα μαθήματά τους, από βιβλία, σημειώσεις και επιστημονικά άρθρα για να μπορέσουν να κατανοήσουν το πρόβλημα και να το συνδέσουν με διάφορες πηγές ώστε να το επιλύσουν. Ένα ακόμη όφελος της διεπιστημονικότητας, είναι ότι υπάρχει ευρύτερη και ολοκληρωμένη κατανόηση. Οι μαθητές μπορούν να εξετάσουν ένα θέμα από πάρα πολλές οπτικές γωνίες και αυτό να επιφέρει πλήρη αποτελέσματα και σφαιρική λύση ενός θέματος. Έτσι οι μαθητές μπορούν να αντιμετωπίσουν προβλήματα πολύπλοκα. (Μηνά 2018).

2.9 Η διεπιστημονικότητα στην παιδεία.

Η ευρεία εκπαίδευση δίνει την δυνατότητα στους μαθητές να αποκτήσουν και να αναπτύξουν δεξιότητες μαθηματικών που να καλύπτουν πολλά πεδία. Σε συνδυασμό και με την διεπιστημονικότητα η προσέγγιση στα μαθηματικά αλλά και στην παιδεία γίνεται ακόμη πιο ισχυρή. Πολλά είναι τα πεδία στα οποία η ευρεία εκπαίδευση μπορεί να συνδυαστεί με την διεπιστημονικότητα. Ένα από αυτά είναι η ολοκληρωμένη κατανόηση, όπου οι μαθητές λαμβάνουν γνώσεις για την κατανόηση του κόσμου, καθώς εξερευνούν διαφορετικούς τομείς. Με αυτόν τον τρόπο επιτρέπεται η ενσωμάτωση γνώσεων από διαφορετικές επιστημονικές πηγές, βοηθώντας τους να δουν τις συνδέσεις μεταξύ αυτών των πεδίων. Έτσι, διευκολύνεται η επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων. Αυτό μπορούμε να το διακρίνουμε και από την αυτοπεποίθηση που έχουν οι μαθητές, επειδή έχουν αναπτύξει επιστημονικά την εκπαίδευσή τους. Η εκπαίδευση πρέπει να ενθαρρύνει τους μαθητές και τους φοιτητές να εξερευνούν ευρείες γνώσεις. Η διεπιστημονικότητα στην εκπαίδευση είναι σημαντική, καθώς βοηθάει στην ενίσχυση της εκπαιδευτικής ανάπτυξης της διασυνοριακής κατανόησης των προβλημάτων. Μεγάλο μέρος αυτού του συνόλου είναι τα διεπιστημονικά προγράμματα και διερευνητικά έργα. Η δημιουργία εκπαιδευτικών προγραμμάτων όπου συνδυάζουν διάφορα επιστημονικά μαθήματα επιτρέπουν τους φοιτητές να αποκτήσουν απαραίτητες γνώσεις. Σε συνδυασμό όμως με τις ερευνητικές ομάδες, οι γνώσεις όπου αποκτούνται, συζητιούνται, επεξεργάζονται και έτσι αναπτύσσεται η συνεργασία μεταξύ των φοιτητών. Συνοψίζοντας η διεπιστημονικότητα στην εκπαίδευση είναι η πρώτη, όπου αναπτύσσει την κριτική σκέψη των μαθητών για την επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων. Επίσης βοηθάει στην δημιουργικότητα αλλά και στην προετοιμασία για την ένταξή τους στην κοινωνία, όπου θα έρθουν αντιμέτωποι με τις προκλήσεις της σύγχρονης κοινωνίας . (Μηνά 2018).

Η διαθεματικότητα και η διεπιστημονικότητα αποτελούν σημαντικές προσεγγίσεις στον τομέα των μαθηματικών που συμβάλλουν στην εμβάθυνση της κατανόησης και της εφαρμογής των μαθηματικών σε διάφορους τομείς. Συγκεκριμένα η διαθεματικότητα των μαθηματικών ενσωματώνονται σε άλλα επιστημονικά πεδία όπως η φυσική, η πληροφορική, η ιατρική και πολλά άλλα για την ανάλυση και την επίλυση προβλημάτων. Επίσης η διαθεματικότητα συμβάλλει σημαντικά στην εκπαίδευση, όπου τα εκπαιδευτικά προγράμματα μπορούν να σχεδιαστούν, έτσι ώστε να συμπεριλαμβάνουν τον θεματικό χαρακτήρα των μαθηματικών επιτρέποντας σε μαθητές και εκπαιδευτικούς να διακρίνουν συνδέσεις μεταξύ μαθηματικών και άλλων επιστημών. Από την άλλη η διεπιστημονικότητα των μαθηματικών είναι το μέσο με το οποίο οι μαθηματικοί μπορούν και συνεργάζονται με επιστήμονες από διάφορους τομείς για την επίλυση προβλημάτων που απαιτούν μαθηματική ανάλυση. Οι μαθηματικές διοικητικές χρησιμοποιούνται για την αντιμετώπιση πραγματικών προβλημάτων στους τομείς της υγείας και πολλών ακόμη. Ουσιαστικά η διαθεματικότητα και η διεπιστημονικότητα ενισχύουν την εφαρμογή των μαθηματικών σε πρακτικά προβλήματα και συμβάλλουν στην ανάπτυξη και την εξέλιξη του παιδιού. Τέλος διευκολύνουν τη συνεργασία μεταξύ επιστημόνων από διάφορες επιστημονικές κοινότητες για την επίλυση προβλημάτων που απαιτούν μεγάλη προσοχή λόγω της πολυπλοκότητας της κατανόησής τους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Εξάμηνο Α΄

Φυσική

Διανύσματα

Μέτρο, άθροισμα μοναδιαίου διανύσματος

Παράδειγμα:

Όπως φαίνεται στον άξονα χ υπάρχουν τρία σημειακά φορτία. Το θετικό φορτίο q1=15,0μC. Βρίσκεται στη θέση χ=2,00m , το θετικό φορτίο q2=6,00μC βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, και η συνισταμένη δύναμη που βρίσκεται στο q3 είναι μηδενική. Ποια είναι η συντεταγμένη του q3 στον άξονα χ

Λύση:

Μοντελοποίηση. Επειδή q3 βρίσκεται κοντά σε άλλα δύο φορτία, δέχεται δυο ηλεκτρικές δυνάμεις. Ωστόσο οι δυνάμεις βρίσκονται πάνω στην ίδια κατεύθυνση. Εφόσον το q3 είναι αρνητικό, ενώ τα και είναι θετικά , οι δυνάμεις q1 και q2 είναι θετικά, οι δυνάμεις $\vec{F}_{13}$και $\overrightarrow{F_{23}}$ είναι και οι δύο ελκτικές.

Κατηγοριοποίηση. Η συνισταμένη στο q3 είναι μηδενική θα μοντελοποιήσουμε το σημειακό φορτίο ως σωματίδιο σε ισορροπία.

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{23} + \vec{F}_{13} = -k_e \frac{|q_2| \cdot |q_3|}{x^2} \hat{\imath} + k_e \frac{|q_1| \cdot |q_3|}{(2{,}00 - x)^2} \hat{\imath} = 0$$

Μεταφέρετε το δεύτερο όρο στο δεξιό σκέλος της εξίσωσης και κατόπιν εξίσωσε τους συντελεστές του μοναδιαίου διαστήματος $\hat{\imath}$:

$k_e \frac{|q_2||q_3|}{x^2}$=$k_e \frac{|q_1||q_3|}{(2{,}00-x)^2}$

Απαλείψτε ταk_e και |q3 | ξαναγράψει την εξίσωση:

$$(2{,}00-x)^2|q_2| = x^2|q_1|$$

(4,00 – 4,00x + x^2)$(6{,}00 \times 10^{-6}$ C) = x$^2(15{,}9 \times 10^{-6}$ C)

αναγάγετε τη δευτεροβάθμια εξίσωση σε πιο απλή μορφή:

$$3{,}00x^2 + 8{,}00x - 8{,}00 = 0$$

βρείτε τη θετική ρίζα της δευτεροβάθμιας εξίσωσης : *χ=0,755m*

Εσωτερικό γινόμενο

Η ροπή που ασκείται σε ένα ηλεκτρικό δίπολο που βρίσκεται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο$\vec{E}$ είναι$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ (Serway & Jewett 2010).

Εξωτερικό γινόμενο

Η δυναμική ενέργεια του συστήματος ενός ηλεκτρικού δίπολου που βρίσκεται σε ένα εξωτερικό ομογενές ηλεκτρικό πεδίο $\overrightarrow{E}$ είναι$U = \vec{p} \cdot \vec{E}$ (Serway & Jewett 2010).

Όριο

$$\vec{E} = k_e \lim_{\Delta qi \to 0} \sum_{\iota} \frac{\Delta qi}{ri^2} \hat{r}_i = k_e \int \frac{dq}{r_i^2} \hat{r}$$

<u>Παράδειγμα:</u>

Ένας σφαιρικός πυκνωτής αποτελείται από ένα σφαιρικό αγώγιμο κέλυφος, με ακτίνα b και φορτίο -Q, και μια ομόκεντρη μικρότερη αγώγιμη σφαίρα, με ακτίνα α και φορτίο Q. Βρείτε τη χωρητικότητα της διάταξης.

Λύση:

Μοντελοποίηση. Όπως και στο παράδειγμα Η4.1 το σύστημα περιλαμβάνει ένα ζεύγος αγωγών άρα μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι πυκνωτής.

Κατηγοριοποίηση. Η σφαιρική συμμετρία του συστήματος μας επιτρέπει να αξιοποιήσουμε τα αποτελέσματα προηγούμενων αναλύσεων σφαιρικό συστημάτων για να βρούμε τη χωρητικότητα.

Ανάλυση. Όπως αποδείξαμε στο κεφάλαιο Η2 , είδη ένδυσης του ηλεκτρικού πεδίου έξω από μια σφαιρική συμμετρική κατανομή φορτίου είναι ακτινική και το μέτρο που του πεδίου δίνεται από τη σχέση$E = k_e Q/r^2$ σε αυτήν την περίπτωση ακόμα το αποτέλεσμα αναφέρεται στο πεδίο μεταξύ των σφαιρών (a<r<b).

Γράψτε, με τη βοήθεια εξίσωσης τη σχέση που εκφράζεται τη διαφορά δυναμικού μεταξύ 2 αγωγών:

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

εφαρμόστε το αποτέλεσμα του παραδείγματος για το ηλεκτρικό πεδίο έξω μια σφαιρική συμμετρική κατανομή φορτίου και προσέξτε ότι το$\vec{E}$ έχει ακτινική διεύθυνση και είναι παράλληλο του$d\vec{s}$

$$V_b - V_a = -\int_a^b E_r \, dr = k_e Q \int_a^b \frac{dr}{r^2} = k_e Q \left[\frac{1}{r}\right]_a^b$$

ολοκλήρωση. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σφαιρών στην εξίσωση (1) είναι αρνητική, επειδή το Q είναι θετικό και b>a. επομένως στην εξίσωση Η4.6, όταν θεωρούμε την απόλυτη τιμή, αλλάζουμε την ποσότητα a-b σε b-a. το αποτέλεσμα είναι θετικός αριθμός.

(1)

$$V_b - V_a = k_e Q \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) = k_e Q \; \frac{a-b}{ab}$$

Αντικαταστήστε την απόλυτη τιμή του ΔVστην εξίσωση:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{|V_b - V_a|} = \frac{ab}{k_e(b-a)}$$

ΚΙ ΑΝ…..; Αν η ακτίνα b της εξωτερικής σφαίρας τείνει στο άπειρο, τι θα συμβεί στη χωρητικότητα; απάντηση στην εξίσωση Η4.6, ότι $b \to \infty$

$$C = \lim_{b\to\infty}\left(\frac{ab}{k_e(b-a)}\right) = \frac{ab}{k_e(b)} = \frac{a}{k_e} = 4\pi\varepsilon_0\alpha$$

Παρατηρήστε ότι αυτή η σχέση είναι η ίδια με την εξίσωση Η4.2, τη χωρητικότητα ενός απομονωμένου σφαιρικού αγωγού. (Serway & Jewett 2010).

Ολοκλήρωμα

Παράδειγμα:

Μια ράβδος μήκους l ομοιόμορφα φορτισμένη με θετικό φορτίο ανά μονάδα μήκους λ και συνολικό φορτίο Q. Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο σε ένα σημείο Σ του επιμήκους άξονα της ράβδου, σε απόσταση α από το ένα άκρο της.

Λύση:

Μοντελοποίηση. Το πεδίο $d\vec{E}$στο Σ οφείλεται σε κάθε στοιχειώδες φορτίο της ράβδου έχει κατεύθυνση ίδια με την αρνητική κατεύθυνση του άξονα χ, επειδή κάθε στοιχειώδες τμήμα φέρει θετικό φορτίο.

Κατηγοριοποίηση. Επειδή η ράβδος είναι συνεχής, θα υπολογίσουμε το πεδίο που δημιουργεί μια συνεχής κατανομή φορτίου και όχι μια ομάδα μεμονωμένων φορτίων. Καθώς κάθε τμήμα της ράβδου παράγει ηλεκτρικό πεδίο προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα χ, μπορούμε να βρούμε το άθροισμα των συνεισφορών τους χωρίς να χρειαστεί να προσθέσουμε διανύσματα.

Ανάλυση. Έστω ότι η ράβδος βρίσκεται στον άξονα χ, ότι dx είναι το μήκος ενός στοιχειώδους τμήματος της ακόμα και ότι dq είναι το φορτίο του τμήματος αυτού.

Επειδή ράβδος φέρει φορτίο ανά μονάδα μήκους λ, το φορτίο dqστο στοιχειώδες τμήμα είναι dq= λdχ.

Βρείτε την τιμή του ηλεκτρικού πεδίου του φορτίου που δημιουργεί ένα τμήμα της ράβδου με φορτίο dq στο σημείο Σ

$$dE = k_e \frac{dq}{x^2} = k_e \frac{\lambda\, dx}{x^2}$$

βρείτε το συνολικό πεδίο στο Σ χρησιμοποιώντας την εξίσωση Η1.11

$$E = \int_a^{l+a} k_e \lambda \frac{dx}{x^2}$$

παρατηρήσετε ότι k_eκαι λ=$\frac{Q}{l}$ είναι σταθερές και μπορούν να βγουν εκτός ολοκλήρωσης, και υπολογίστε την τιμή του ολοκληρώματος

$$E = k_e\, \lambda \int_a^{l+a} \frac{dx}{x^2} = k_e \lambda \left[-\frac{1}{x}\right]_a^{l+a}$$

$$E = k_e \frac{Q}{l}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{l-a}\right) = \frac{k_e\, Q}{a(l+a)}$$

Ολοκλήρωση. Αν $\alpha \to 0$, κάτι που αντιστοιχεί με ολίσθηση της ράβδου προς τα αριστερά ώσπου το αριστερό άκρο της να βρεθεί στην αρχή των αξόνων,

τότε Ε→ ∞. Αυτό αντιπροσωπεύει την κατάσταση στην οποία το σημείο παρατήρησης σίγμα ταυτίζεται με το φορτίο στο άκρο της ράβδου, οπότε το πεδίο γίνεται άπειρο .

ΚΙ ΑΝ…; Υποθέστε ότι το Σ βρίσκεται σε πολύ μεγάλη απόσταση από τη ράβδο. Ποια είναι η φύση του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα τέτοιο σημείο;

Απάντηση. Αν το Σ είναι μακριά από τη ράβδο (α $\gg l$) στον παρονομαστή της εξίσωσης (1) μπορεί να θεωρηθεί αμελητέο και έτσι$E \approx k_e \frac{Q}{a^2}$. Αυτό είναι ακριβώς ότι θα αναμένατε από ένα σημειακό φορτίο . Άρα, για μεγάλες τιμές του $\frac{\alpha}{l}$, η κατανομή φορτίου μοιάζει με αυτήν ενός σημειακού φορτίου με την τιμήQτο σημείοΣ απέχει τόσο πολύ από τη ράβδο ώστε δεν μπορούμε να διακρίνουμε το μέγεθος της. Συχνά, ή οριακή προσέγγιση

($\frac{\alpha}{l} \to \infty$)αποτελεί καλή μέθοδο ελέγχου μιας μαθηματικής παράστασης. (Serway & Jewett 2010).

Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα

Παράδειγμα:

Νόμος του Gauss : $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{εντός}}{\varepsilon_0}$

Οι συμπαγείς σφαίρα ακτίνας α έχει ομοιόμορφη χωρική πυκνότητα φορτίο ευρώ και φέρει συνολικό θετικό φορτίο Q. Υπολογίστε το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο που βρίσκεται εκτός της σφαίρας.

Λύση:

Μοντελοποίηση. Παρατηρήστε στη διαφορά αυτού του προβλήματος σε σχέση με όσα έχουμε αναφέρει για το νόμο του gauss στην ενότητα Η2.2 μελετήσαμε το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργούν σημειακά φορτία. Τώρα, όμως ακόμα εξετάζουμε το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί μια κατανομή φορτίου. Στο κεφάλαιο η Η1 να υπολογίσουμε το πεδίο για διάφορες κατανομές φορτίου με ολοκλήρωση στην εκάστοτε κατανομή. Αυτό το παράδειγμα διαφοροποιείται από την ανάλυση που κάναμε στο κεφάλαιο η ένα. Σε αυτό το κεφάλαιο, θα βρούμε το ηλεκτρικό πεδίο χρησιμοποιώντας τον νόμο του gauss.

Κατηγοριοποίηση. Επειδή το φορτίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο σε ολόκληρη τη σφαίρα, η κατανομή έχει σφαιρική συμμετρία, οπότε, για να βρούμε το ηλεκτρικό πεδίο, μπορούμε να εφαρμόσουμε το νόμο του gauss.

Ανάλυση. για να εκμεταλλευτούμε τη σφαιρική συμμετρία, ας ελπίσουμε μια σφαιρική επιφάνεια gauss ακτίνας r, ομόκεντρη με τη σφαίρα. Με την επιλογή αυτή, ικανοποιεί τη συνθήκη (2) σε κάθε σημείο της επιφάνειας και ισχύει ότι $\vec{E} \cdot d\vec{A} = EdA$

Αντικαταστήστε το$\vec{E} \cdot d\vec{A}$ στο νόμο του gauss με το απλό γινόμενοEdA:

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E\, dA = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Λόγω συμμετρίας, το έψιλον είναι σταθερό σε κάθε σημείο της επιφάνειας, κάτι που ικανοποιεί τη συνθήκη ένα κόμμα άρα μπορούμε να βγάλουμε το έψιλον εκτός ολοκληρώματος

$$\oint E\, dA = E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Λύστε ως προς E: (1) E=$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = k_e \frac{Q}{r^2}$ $(\gamma\iota\alpha\ r > a)$

Ολοκλήρωση. Το πεδίο αυτό είναι πανομοιότυπο με εκείνο ενός σημειακού φορτίου. Επομένως, το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί μια ομοιόμορφα φορτισμένη σφαίρα στην περιοχή έξω από τη σφαίρα είναι ισοδύναμο με εκείνο που δημιουργεί ένα σημειακό φορτίο το οποίο βρίσκεται στο κέντρο της σφαίρας. (Serway & Jewett 2010).

Εξάμηνο Β΄

Φυσική 2

Όρια

Παράδειγμα:

Η ταχύτητα ενός σωματιδίου που κινείται κατά μήκος του άξονα χ μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση$v_x = 40 - 5_t^2$, όπου η ταχύτητα v_x μετριέται σε μέτρα ανά δευτερόλεπτο και ο χρόνος t σε δευτερόλεπτα.

Λύση:

Φανταστείτε την κίνηση του σωματιδίου χρησιμοποιώντας τη μαθηματική αναπαράσταση. Κινείται τη χρονική στιγμήt=0; επιταχύνει ή επιβραδύνει; στην εικόνα M2.9 παρουσιάζεται ένα γράφημα $v_x - t$το οποίο δημιουργήθηκε από τη σχέση ταχύτητας-χρόνου που δίνεται στην εκφώνηση του προβλήματος επειδή η κλίση ολόκληρης της καμπύλης$v_x - t$ είναι αρνητική ακόμα είναι αναμενόμενο ότι η επιτάχυνση θα είναι αρνητική.

Βρείτε την ταχύτητα κατά τις χρονικές στιγμές $t_i = t_A = 0$ και

$t_f = t_B$=2.0 s: Αντικαθιστώντας αυτές τις τιμές του tστη σχέση της ταχύτητας:

$$v_{x\,A} = 40 - 5{t_A}^2 = 40 - 5(0)^2 = +\frac{40m}{s}$$

$$v_{x\,B} = 40 - 5{t_B}^2 = 40 - 5(2.0)^2 = +\frac{20m}{s}$$

βρείτε τιμές επιτάχυνσης στο χρονικό διάστημα Δt =$t_B - t_A = 2.0\ s$

$$a_{x,\mu\acute{\varepsilon}\sigma\eta} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} = \frac{v_{xB} - v_{xA}}{t_B - t_A} = \frac{20\frac{m}{s} - \frac{40m}{s}}{2.0s - 0s} = -\frac{10m}{s^2}$$

Το αρνητικό πρόσημο επειδή επιβεβαιώνει τις προβλέψεις μας ή με στάχυ επιτάχυνση η οποία αναπαρίσταται από την κλίση της ευθείας που ενώνει το ναυτικό και το τελικό σημείο μας στο γράφημα ταχύτητας χρόνου είναι αρνητική.

Προσδιορίστε την επιτάχυνση τη χρονική στιγμή t=2.0s

γνωρίζοντας ότι η αρχική τάχει ήταν σε κάθε χρονική στιγμή t είναι $v_{xi} = 40 - 5t^2$, δείτε την ταχύτητα σε οποιαδήποτε μεταγενέστερη χρονική στιγμή t + Δt :

$$v_{xf} = 40 - 5(t - \Delta t)^2 = 40 - 5t^2 - 10t\,\Delta t - 5(\Delta t)^2$$

βρείτε τη μεταβολή της ταχύτητας στο χρονικό διάστημα Δt:

$$\Delta_{v_x} = v_{xf} - v_{xi} = -10\Delta t - 5(\Delta t)^2$$

για να βρείτε την επιταγή σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή t, διαιρέστε τη σχέση αυτή με Δt και βρείτε το όριο του αποτελέσματος καθώς το Δt τείνει στο μηδέν:

$$a_x = \lim_{\Delta_x \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \lim_{\Delta x \to 0} (-10t - 5\Delta t) = -10t$$

αντικαταστήστε το t=2.0s :

$$a_x = (-10)(2.0)\frac{m}{s^2} = -\frac{20m}{s^2}$$

Στιγμή, η ταχύτητα του σωματιδίου είναι θετική και επιτάχυνση του είναι αρνητική, το σωματίδιο επιβραδύνει. (Serway & Jewett 2010).

Τριγωνομετρία

Πολικές συντεταγμένες

Παράδειγμα:

Οι καθίσει άνεση τεταγμένες ενός σημείου στο επίπεδο xyείναι(x,y) = (-3.50, -2.50) mΌπως φαίνεται στην δυναμική εικόνα Μ3,3. βρείτε τις πολικές συνταγμένες του σημείου

Λύση:

Μοντελοποίηση. Μπορούμε να μοντελοποιήσουμε το πρόβλημα με την βοήθεια του σχεδιαγράμματος της δυναμικής εικόνας Μ3,3.

Κατηγοριοποίηση. Από τη διατύπωση και το βήμα μοντελοποίησης του προβλήματος αντιλαμβανόμαστε ότι πρόκειται για μια απλή μετατροπή από καρτεσιανές και πολικές συντεταγμένες. Άρα ακόμα μπορούμε να κατηγοριοποιήσουμε το παράδειγμα ως πρόβλημα αντικατάστασης. γενικά ακόμα στα προβλήματα αντικατάστασης το βήμα της ανάλυσης είναι σύντομο, καθώς περιλαμβάνει μόνο αντικατάσταση αριθμών σε μια συγκεκριμένη εξίσωση. Παρομοίως, στο βήμα της ολοκλήρωσης ελέγχου με κύριες τις μονάδες και βεβαιωνόμαστε ότι η απάντηση είναι λογική. Για αυτόν το λόγο, στα προβλήματα αντικατάστασης δεν θα παραθέτουμε τα βήματα ανάλυσης και ολοκλήρωσης ως ξεχωριστές ενότητες της λύσης χρησιμοποίησε την εξίσωση M3,4 για να βρείτε την απόστασηr:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3.50m)^2 + (-2.50\ m)^2} = 4.30m$$

χρησιμοποίησε την εξίσωσηM3.3 για να βρείτε τη γωνία θ :

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-2.5m}{-3.5m} = 0.714$$

$$\theta = 216°$$

.

Μιγαδικοί

Άθροισμα μιγαδικών

Παράδειγμα:

βρείτε το άθροισμα 2 διανυσμάτων μετατόπισης $\vec{A}$και $\vec{B}$ στο επίπεδο χy το οποίο δίνονται από τις σχέσεις$\vec{A} = (2.0\hat{\imath} + 2.0\hat{\jmath})m\ και\ \vec{B} = (2.0\hat{\imath} - 4.0\hat{\jmath})m$

Λύση :

Μοντελοποίηση. Μπορούμε να μοντελοποιήσουμε το παράδειγμα συνδυάζοντας τα διανύσματα σε χαρτί μιλιμετρέ. Κατηγοριοποίηση. Θα κατηγοριοποιήσουμε το παράδειγμα ως ένα απλό πρόβλημα αντικατάστασης. Συγκρίνοντας αυτή τη σχέση για το $\vec{A}$ με τη γενική σχέση$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}$Βλέπουμε ότι$A_x = 2.0m,\ A_y = 2.0m,$ $A_z = 0$Παρομοίως η$B_x = 2.0m,$

$B_y = -4.0m,\ B_z = 0$ Εφόσον δεν υπάρχουν συνιστώσες zet μπορούμε να προσεγγίσουμε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας 2 διαστάσεις

Χρησιμοποιείς την εξίσωση M3.14 για να βρείτε τη συνισταμένη$\vec{R}$

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (2.0 + 2.0)\hat{\imath}\, m + (2.0 - 4.0)\hat{\jmath} m$$

υπολογίστε τις συνιστώσες του $\vec{R}$$R_x = 4.0m \quad R_y = -2.0m$

χρησιμοποιήστε την εξίσωση M3.16 για να βρείτε το μέτρο του $\vec{R}$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_x^2} = \sqrt{(4.0m)^2 + (-2.0m)^2} = \sqrt{20}m = 4.5m$$

βρείτε την κατεύθυνση του $\vec{R}$ από την εξίσωση M3.17

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-2.0m}{4.0m} = -0.50$$

Εσωτερικό γινόμενο

Παράδειγμα:

Τα διανύσματα $\overrightarrow{A}$και $\vec{B}$ δίνονται από τις σχέσεις$\vec{A} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}\ και\ \vec{B} = -\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}.$

(A) βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{A} \cdot \vec{B}$.

Λύση:

Μοντελοποίηση. Σε αυτή την περίπτωση, δεν χρειάζεται να φανταστούμε κάποιο φυσικό σύστημα. Πρόκειται για μια καθαρά μαθηματική άσκηση με 2 διανύσματα. Κατηγοριοποίηση. Εφόσον έχουμε ορίσει το εσωτερικό γινόμενο, κατηγορία κατηγοριοποιούμε το παράδειγμα ως πρόβλημα αντικατάστασης. Αντικατάστησε τις διανυσματικές σχέσεις για τα $\overrightarrow{A}$και $\vec{B}$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = (2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath})\cdot(-\hat{\imath} + 2\hat{\jmath})$$

$$-2\hat{\imath}\cdot\hat{\imath} + 2i\cdot 2j - 3\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}\cdot 2j$$

$$-2(1) + 4(0) - 3(0) + 6(1) = -2 + 6 = 4$$

(B) Βρείτε τη γωνία θ η μεταξύ των $\overrightarrow{A}$ και $\vec{B}$

<u>Λύση:</u>

υπολογίστε τα μέτρα των $\overrightarrow{A}$ και $\vec{B}$ από το πυθαγόρειο θεώρημα

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{5}$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{AB} = \frac{4}{\sqrt{13}\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{4}{\sqrt{65}} = 60{,}3°$$

(Serway & Jewett 2010).

Εξωτερικό γινόμενο

Παράδειγμα

Μια δύναμη$\vec{F} = (2.00\hat{\imath} + 3.00\hat{\jmath})N$ εφαρμόζεται σε ένα σώμα, το οποίο περιστρέφεται γύρω από τους σταθερό άξονα που είναι παράλληλος με τον άξονα συντεταγμένων z. Η δύναμη ασκείται στο σημείο με θέση $\vec{r} = (4.00\hat{\imath} + 5.00\hat{\jmath})m$ βρείτε τη ροπή $\vec{r}$ που δέχεται το σώμα

Λύση

Μοντελοποίηση. Σκεφτείτε την κατεύθυνση τον δανεισμό των της δύναμης και της θέσης, λαμβάνοντας υπόψη τον τρόπο με τον οποίο εκφράζονται συναρτήσει των μαγαζιών διανυσμάτων. Αν η δύναμη εφαρμοστεί σε αυτό το σημείο, προς ποια κατεύθυνση θα στρέψει ένα σώμα περιστρέφεται γύρω από την αρχή των αξόνων,

Κατηγοριοποίηση. Εφόσον θα χρησιμοποιήσουν με τον ορισμό του διανυσματικό γινόμενο που δεν τυπώσαμε σε αυτή την ενότητα ακόμα μπορούμε να εντάξουμε το παράδειγμα αυτό στα προβλήματα αντικατάστασης.

Βρείτε το διάνυσμα της ροπής χρησιμοποιώντας.

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = [(4.00\hat{\imath} + 5.00\hat{\jmath})m] \times [2.00\hat{\imath} + 3.00\hat{\jmath})N]$$

Πολλαπλασιάστε

$$\vec{\tau} = (4.00)(2.00)\hat{\imath} \times \hat{\imath} + (4.00)(3.00)\hat{\imath} \times \hat{\jmath} + (5.00)(2.00)\hat{\jmath} \times \hat{\imath} + (5.00)(3.00)\hat{\jmath} \times \hat{\jmath}]N \cdot m$$

χρησιμοποίηση της εξίσωσης Μ11.7αέως Μ11.7δ για να υπολογίσει τους διάφορους όρους

$$\vec{\tau} = \left[0 + 12{,}0\hat{k} - 10{,}0\hat{k} + 0\right]N \cdot m = 2.0\hat{k}\ N \cdot m$$

Συνισταμένη μετατόπισης, μοναδιαίο διάνυσμα, μέτρο

Παράδειγμα

Ένα σωματείο πραγματοποιεί τρεις διαδοχικές μετατοπίσεις

$$\Delta_{\vec{r}_1} = \left(15\hat{\imath} + 30\hat{\jmath} + 12\hat{k}\right)cm,$$

$$\Delta_{\vec{r}_2} = \left(24\hat{\imath} + 14\hat{\jmath} + 5.0\hat{k}\right)cm,$$

$$\Delta_{\vec{r}_3} = (-13\hat{\imath} + 15\hat{\jmath})cm,$$

Βρήκε συνισταμένη μετατοπίστηκε το μέτρο της σε μορφή μοναδιαίων διανυσμάτων

Λύση

Μοντελοποίηση. Η συνταγμένη χ αρκεί για να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σημείου σε μια στιγμή σε μια διάσταση, αλλά για να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σημείου σε δυο ή τρεις διαστάσεις, χρειαζόμαστε ένα διάνυσμα $\vec{r}$. Ο συμβολισμός $\Delta\vec{r}$ είναι μια γενίκευση της μονοδιάστατης μετατόπισης Δχ στην εξίσωση Μ2, 1. Οι μετατοπίσεις σε τρεις διαστάσεις είναι πιο δύσκολο να μοντελοποιηθούν από τις μετατοπίσεις σε δύο διαστάσεις, επειδή οι τελευταίες μπορούν να σχεδιαστούν στο χαρτί. Το συγκεκριμένο πρόβλημα, φανταστείτε ότι ξεκινά με το μολύβι σας από την αρχή των συντεταγμένων σε ένα φύλλο μιλιμετρέ στο οποίο έχει σχεδιάσει άξονες χ και y. Μετακινήστε το μολύβι σας 15cmπρος τα δεξιά κατά μήκος του άξονα χ, έπειτα 30 cm προς τα πάνω κατά μήκος του άξονα y, και μετά 12 cm κατά μήκος της κάθετου στο φύλλο μιλιμετρέ και προς τα εσάς. Με αυτή τη διαδικασία προκύπτει μετατόπιση που περιγράφει το διάνυσμα $\Delta\vec{r}$. Από το συγκεκριμένο σημείο, μετακινήσει το μολύβι σας 23cm προς τα δεξιά και παράλληλα προς τον άξονα χ, έπειτα 14 cm παράλληλα στο χαρτί μιλιμετρέ προς την κατεύθυνση -y, και μετά 5,0 cm κατά μήκος της κάθετου στο φύλλο μιλιμετρέ και προς αυτό. Τώρα Η μετατόπιση σας από την αρχή των συντεταγμένων περιγράφεται από το διάνυσμα $\Delta\vec{r_1} + \Delta\vec{r_2}$. Από αυτό το σημείο ακόμα μετακινήσει το μολύβι 13cm προς τα αριστερά στην κατεύθυνση -x και (τέλος!) 15 cm παράλληλα προς το χαρτί μιλιμετρέ κατά μήκος του άξονα y. Η μετατόπιση της τελικής από την αρχή του κειμένου είναι $\Delta\vec{r_1} + \Delta\vec{r_2} + \Delta\vec{r_3}$.

Κατηγοριοποίηση. Παρά την δυσκολία μοντελοποίησης σε τρείς διαστάσεις, χάρη στις ακριβείς μεθόδους που έχουμε αναπτύξει για τα διανύσματα μπορούμε να κατηγοριοποιήσουμε το πρόβλημα ως πρόβλημα αντικατάστασης. Όπως θα δούμε στη συνέχεια ακόμα και μαθηματικοί υπολογισμοί περιγράφουν την κίνηση στους 3 κάθετους άξονες μεθοδικά και απλά.

Προσθέστε τα 3 διαλείμματα για να βρει τη συνισταμένη μετατόπιση

$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r_1} + \Delta\vec{r_2} + \Delta\vec{r_3}$.

$=(15+23-13)\hat{\imath}$cm+ $(30-14+15)\hat{\jmath}$cm + $(12-5.0+0)\hat{k}$cm

$=(25\hat{\imath} + 31\hat{\jmath} + 7.5\hat{k})$ cm

βρείτε το μέτρο της συνισταμένης

R=$\sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$

= $\sqrt{(25\ cm)^2 + (31\ cm)^2 + (7.5\ cm)^2} = 40cm.$ (Serway & Jewett 2010).

Μιγαδικοί

Έργο δύναμης

<u>Παράδειγμα:</u>

Ένα σωματίδιο δέχεται μια σταθερή δύναμη $\vec{F} = (5.0\hat{\imath} + 2.0\widehat{\jmath})N$ και υφίσταται μια μετατόπιση στο πεδίο , η οποία δίνεται από τη σχέση $\Delta\vec{r} = (2.0\hat{\imath} + 3.0\widehat{\jmath})m.$ Υπολογίζεται το έργο που παράγει η $\vec{F}$ στο σωματίδιο.

<u>Λύση:</u>

Μοντελοποίηση. Αν και το παράδειγμα αυτό είναι περισσότερο από το προηγούμενο, καθώς περιλαμβάνει μια δύναμη και μια μετατόπιση, έχει παρόμοια μαθηματική δομή. Κατηγοριοποίηση εφόσον δίνονται διανύσματα δυναμικής και μετατόπισης και ζητείται το έργο που παράγει η δύναμη, κατηγοριοποιούμε το παράδειγμα ως προβολή αντικατάστασης

αντικαταστήσει τις σχέσεις για τα$\vec{F}$ και $\Delta\vec{r}$στην εξίσωση Μ7,3 και χρησιμοποίησε τις εξισώσεις Μ7,4 και Μ7,5

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = [(5.0\hat{\imath} + 2.0\hat{\jmath}\,)N] \cdot [(2.0\hat{\imath} + 3.0\hat{\jmath})\ m]$$

$$= (5.0\hat{\imath} \cdot 2.0\hat{\imath} + 5.0\hat{\imath} \cdot 3.0\hat{\jmath} + 2.0\hat{\jmath} \cdot 2.0\hat{\imath} + 2.0\hat{\jmath} + 3.0\hat{\jmath})N \cdot m$$

$= [10 + 0 + 0 + 6]N \cdot m = 16$ (Serway & Jewett 2010).

Ολοκληρώματα (Αόριστα)

Παράδειγμα:

Δείξτε ότι το κέντρο μάζας μιας ράβδου με μάζα M και μήκος L βρίσκεται στο μέσο της. Θεωρήστε ότι η ράβδος έχει ομοιόμορφη κατανομή μάζας ανά μονάδα μήκους

Λύση:

Για την ομογενή ράβδο, η μάζα ανά μονάδα μήκους (αυτό το μέγεθος ονομάζεται γραμμική πυκνότητα) μπορεί να γραφτεί ως λ=M/L. Αν η ράβδος χωριστεί σε στοιχειώδη τμήματα μήκους dx, η μάζα κάθε στοιχείου είναι dm=λ dx.

Χρησιμοποιήσει την εξίσωση M9,32 για να βρει τη σχέση που δίνει την συντεταγμένη x_{KM}

$$x_{KM} = \frac{1}{M}\int \chi \, dm = \frac{1}{M}\int_0^L \chi\lambda \, dx = \frac{\lambda}{M}\frac{\chi^2}{2}\bigg|_0^L = \frac{\lambda L^2}{2M}$$

αντικαταστήστε λ=M/L

$$x_{KM} = \frac{L^2}{2M}\left(\frac{M}{L}\right) = \tfrac{1}{2}L$$

(Serway & Jewett 2010).

Εξάμηνο Γ΄

Θεωρία της πληροφορίας

Αριθμητική σειρά

Εντροπία της πηγής :

$$H = -\sum_{j=1}^{n} P\ (Ej) \log_2 P\ (Ej)$$

Πολλαπλές σειρές

Θεώρημα της προσθετικής:

$$H\left(\frac{X}{Y}\right) = -\sum_{i}\sum_{j} P\ (Xi, Yj) \log_2 P\ (xi, yj)$$

Λογάριθμος

Παράδειγμα:

Θεωρούμε πηγή που εκπέμπει 6 σύμβολα με τις παρακάτω πιθανότητες Α=1/2, Β=1/4, Γ=1/8, Δ=1/16, Ε=1/32 , Ξ=1/32

Λύση:

$$H = -\left(\frac{1}{2}\log\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\log\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\log\frac{1}{8} + \frac{1}{16}\log\frac{1}{16} + \frac{1}{32}\log\frac{1}{32} + \frac{1}{32}\log\frac{1}{32}\right)$$

$$= 1\frac{15}{16} bits/symbol$$

(Βουκάλης 2009*)*.

Όρια

Η χωρητικότητα του καναλιού σε ένα διακριτό σύστημα ακόμα μπορεί να ορίζεται με τον τύπο :

$$C = \lim_{T\to\infty} \frac{\log \Sigma\ (T)}{T}$$

Ολοκληρώματα

Το σήμα μας είναι η στατική στοχαστική ανέλιξη W(t) με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $P_{W(t)}$. Τότε ορίζεται το παρακάτω μέγεθος και συνάρτηση.

Μέση ή αναμενόμενη τιμή :

$\overline{w} = E[W(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} aP_{W(t)}(a)da$

(Βουκάλης 2009).

Εξάμηνο Δ΄

Δίκτυα υπολογιστών

Fourier

Στις αρχές του $19^{ο}$ αιώνα, ο Γάλλος μαθηματικός Ζαν-Μπαπτιστ Φουριερ απέδειξε ότι οποιαδήποτε μη ιδιάζουσα περιοδική συνάρτηση g(t) με περίοδο T μπορεί να αναπαρασταθεί ως άθροισμα μιας (πιθανόν άπειρης) σειράς ημίτονων και συνημίτονων:

$$g(t) = \frac{1}{2}c + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(2\pi nft) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos(2\pi nft)$$

Παράγωγος / τριγωνομετρία

Μπορούμε να υπολογίσουμε τα πλάτη α_nγια οποιοδήποτε συνάρτηση g(t) πολλαπλασιάζοντας και τις δύο πλευρές της παραπάνω εξίσωσης επί $\sin(2\pi\kappa ft)$

και παίρνοντας στην συνέχεια το ολοκλήρωμα από 0 έως T.

$$\int_0^T \sin(2\pi\kappa ft)\sin(2\pi ft)dt = \begin{cases} 0\ \gamma\iota\alpha\ \kappa \neq n \\ T/_2\ \gamma\iota\alpha\ \kappa = n \end{cases}$$

Άθροισμα.

Δύο ακολουθίες θραυσμάτων είναι ορθογώνιες και εκφράζονται με μαθηματικούς όρους ως εξής :

$$S \cdot T \equiv \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} S_i T_i = 0$$

(Tanenbaum, Wetherall 2011).

Ψηφιακή επεξεργασία σημάτων

Ακολουθίες

Τα χρονοδιακριτά σήματα παριστάνονται μαθηματικά με ακολουθίες αριθμών. Μία ακολουθία αριθμών χ, όπου ο n-οστός όρος της ακολουθίας συμβολίζεται με $\chi[n]^{-1}$, συνήθως γράφεται $\chi = \{\chi[n]\}, \quad -\infty < n < +\infty$

Εκθετική μιγαδική ακολουθία

Η εκθετική ακολουθία Α α^nμε α μιγαδικό έχει πραγματικά και φανταστικά μέρη τα οποία είναι εκθετικά σταθμισμένα ημιτονοειδή. Ειδικότερα, αν$\alpha = |\alpha|e^{j\omega_0}$και $A = |A|e^{j\Phi}$,η ακολουθία Α α^nμπορεί να εκφραστεί με οποιονδήποτε από τους ακόλουθους τρόπους:

$$\chi[n] = \mathrm{A}\,\alpha^n = |A|e^{j\varphi}|\alpha|e^{j\omega_0} = |A||a|^n e^{j(\omega_0 n+\Phi)}$$

$$= |A||a|^n \cos(\omega_0 n + \Phi) + j|A||a|^n \sin(\omega_0 n + \Phi)$$

Αθροίσματα

Και μετά το γενικό σύστημα μετακινούμενων μέσω ορίζεται από την εξίσωση.

$$y[n] = \frac{1}{M_1 + M_2 + 1} \sum_{k=-M_1}^{M_2} x[n-k]$$

$$= \frac{1}{M_1 + M_2 + 1} \{x[n + M_1] + x[n + M_1 - 1] + .. + x[n] + x[n-1] + .. + x[n - N_2]\}$$

(Oppenheim & Schafer 2013).

Λογάριθμοι

Θεωρούμε το σύστημα

$$w[n] = \log_{10}(|x[n]|$$

Το σύστημα αυτό δεν είναι γραμμικό . Για να το αποδείξουμε, αρκεί να βρούμε ένα αντιπαράδειγμα, δηλαδή, ένα σύνολο εσόδων και όλα δείχνουν ότι το σύστημα παραβιάζει την αρχή της επαλληλίας. Οι είσοδοι $\chi_1[n] = 1$ και $x_2[n] = 10$αποτελούν ένα αντιπαράδειγμα. Ωστόσο η έξοδός του $\chi_1[n] + \chi_2[n] = 11$είναι

$$\log_{10}(1 + 10) = \log_{10}(11) \neq \log_{10}(1) + \log_{10}(10) = 1$$

Τριγωνομετρία (ημιτονοειδής απόκριση)

Ημιτονοειδή είσοδο

$$x[n] = A\cos(\omega_0 n + \Phi) = \frac{A}{2}e^{j\Phi}e^{j\omega_0 n} + \frac{A}{2}e^{-j\Phi}e^{-j\omega_{0n}}$$

(Oppenheim & Schafer 2013).

Παραγοντικό

$$Cm = \frac{1}{(s-m)!\,(-d_i)^{s-m}}\left\{\frac{d^{s-m}}{dw^{s-m}}\left[(1-d_i w)^2 X(w^{-1})\right]\right\}_{w=d_i^2}$$

Παραγώγηση.

Στο παράδειγμα αυτό , θα χρησιμοποιήσουμε την ιδιότητα της παραγώγισης και την ιδιότητα της μετατόπισης στον χρόνο για να υπολογίσουμε το αντίστροφο z-μετασχημάτισμα

$$X(z) = \log(1 + az^{-1}), \qquad |z| > |a|$$

Πρώτα παραγωγίζουμε ώστε να προκύψει ρητή παράσταση:

$$\frac{dX(z)}{dz} = \frac{-az^{-2}}{1 + az^{-1}}$$

Από την ιδιότητα της παραγώγισης ,

$$nx[n] \leftarrow Z \rightarrow \ -z\frac{dX(z)}{dz} = \frac{-az^{-1}}{1 + az^{-1}} |z| > |a|$$

Το αντίστροφο μετασχημάτισμα μπορεί να υπολογιστεί αν συνδυάσουμε το ζεύγος z-μετασχηματίσματος , την ιδιότητα της γραμμικότητας ,και την ιδιότητα της μετατόπισης στο χρόνο. Συγκεκριμένα , μπορούμε να εκφράσουμε την nx[n] ως $nx[n] = a(-a)^{n-1}u[u-1]$

Άρα

$$x[n] = (-1)^{n+1}\frac{a^n}{n}u[u-1] \leftarrow Z \rightarrow \log(1 + az^{-1}), \quad |z| > |a|$$

(Oppenheim & Schafer 2013).

Εξάμηνο Δ΄

Ασύρματα ευζωνικά δίκτυα

Τριγωνομετρία

Η συνάρτηση since ορίζεται ως:

$$sinc(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$$

(Andrews & Ghost & Muhamed 2007).

Ολοκληρώματα

Το φαινόμενο ICI μεταξύ των υποφορών l και l+m που χρησιμοποιούν ένα προσαρμοσμένο φίλτρο, το FFT, είναι απλά το εσωτερικό γινόμενο μεταξύ τους:

$$I_m = \int_0^{LT_s} x_l(t)\hat{x}_{l+m}(t)dt = \frac{LT_s X_m(1 - e^{-j2\pi(\delta+m)}}{j2\pi(m+\delta)}$$

(Andrews & Ghost & Muhamed 2007).

Μιγαδικοί

Επειδή τα συστήματα πολλαπλού φορέα μεταδίδουν δεδομένα σε αρκετά παράλληλα κανάλια συχνοτήτων, η τελική κυματογράφο είναι η απόθεση L σημάτων στενού εύρους ζώνης. Πιο συγκεκριμένα ακόμα κάθε ένα από τα L δείγματα εξόδου από μια ενέργεια IFFTL στιγμών έχει να κάνει με το άθροισμα L μιγαδικών αριθμών.

εξαιτίας του κεντρικού οριακού θεωρήματος, οι τελικές τιμές εξόδου $\{x_1, x_2, \dots., x_L\}$ μπορούν να μοντελοποιηθούν με ακρίβεια ακόμα ιδιαίτερα για μεγάλο L, μιγαδικές τυχαίες μεταβλητές GAUSS με μηδενική μέση τιμή και διακύμανση $\sigma^2 = {}^{\varepsilon_\chi}/_2$. Αυτό σημαίνει ότι τα πραγματικά και φανταστικά μέρη έχουν μηδενική μέση τιμή και διακύμανση$\sigma^2 = {}^{\varepsilon_\chi}/_2$. Το πλάτος του σήματος εξόδου είναι$|x[n]| = \sqrt{(Re\{x[n]\})^2 + (Im\{x[n]\})^2}$ (Andrews & Ghost & Muhamed 2007).

Ασύρματες επικοινωνίες

Αθροίσματα

Ο λόγος σήματος προς την παρεμβολή για ένα κινητό δέκτη που παρακολουθεί εμπροσθόφορο κανάλι μπορεί να εκφραστεί ως :

$$\frac{S}{I} = \frac{S}{\sum_{i=1}^{i_0} I_i}$$

Λογάριθμος

Η μέση λαμβανόμενη ισχύς P_rσε μία απόσταση dαπό την εκπέμπουσα κεραία δίνεται προσεγγιστικά από την σχέση :

$$P_r(dBm) = P_0(dBm) - 10n \log\left(\frac{d}{d_0}\right)$$

(Κωττής & Αράπογλου 2017-2014).

Παραγοντικό

Ο τύπος Erlang-B δίνεται από τον τύπο:

$$P_r[blocking] = \frac{\frac{A^C}{C!}}{\sum_{k=0}^{C} \frac{A^k}{k!}} = GOS$$

(Κωττής & Αράπογλου 2017-2014).

Εξάμηνο ΣΤ΄

Ασύρματες επικοινωνίες

Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα.

Η συνολική στιγμιαία ισχύς που ακτινοβολείται από μια κεραία προκύπτει ολοκληρώνοντας την κάθετη συνιστώσα του$p(r,t)$ επί μιας κλειστής επιφάνειες S που επιβάλλει την κεραία, δηλαδή:

$$P(t) = \oint \oint_S \; p(r,t) \cdot dS$$

(Rappaport 2002).

Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα.

Ένταση ακτινοβολίας: η ένταση ακτινοβολίας

$$U(\theta, \Phi) = r^2 |P_{au}(r)|$$

είναι μέγεθος που χαρακτηρίζει τη μακρινή περιοχή μιας κεραίας και εκφράζει την ισχύ που ακτινοβολείται ανά μονάδα στερεάς γωνίας από την παραπάνω εξίσωση μπορεί να γραφεί αυτή υπό τη μορφή

$$U(\theta, \Phi) = \frac{r^2}{2Z}|E_{au}(r)|^2 = \frac{1}{2Z}[|E_{au}(\theta, \Phi)|^2 + |E_{\Phi}(\theta, \Phi)|^2]$$

Η συνολική ισχύς που ακτινοβολεί μια κεραία προκύπτει και μέσω της έντασης ακτινοβολίας με ολοκλήρωσή της σε ολόκληρη τη στερεά γωνία ωμέγα που περιβάλλει την κεραία, δηλαδή

$$P_{rad} = \oint_{\Omega} U(\theta, \Phi)\, d\Omega = \int_0^{2\pi} d\Phi \int_0^{\pi} d\theta\ \sin\theta U(\theta, \Phi)$$

(Rappaport 2002).

Διανύσματα

Ακτινοβολίας στην μακρινή περιοχή. Η γενική λύση της κυματικής εξίσωσης που διέπει το διανυσματικό δυναμικό με σφαιρικές συντεταγμένες γράφεται υπό τη μορφή:

$$A(r) = A_r\hat{r} + A_{\theta}\hat{\theta} + A_{\Phi}\hat{\Phi}$$

Η εξάρτηση του πλάτους των ανωτέρω συνιστωσών από την ακτινική απόσταση r περιλαμβάνει όλους ανάλογους των δυνάμεων $(1/r)^n, n = 1,2,3$ ...Σε μεγάλες αποστάσεις από την κεραία ,οι όροι που αντιστοιχούν σε δυνάμεις n>2 αγνοούνται προ του όρου που είναι ανάλογος του (1/r), οπότε η παραπάνω εξίσωση καταλήγει στη μορφή:

$$A(r) \cong [A'_r(\theta, \Phi)\hat{r} + A'_{\theta}(\theta, \Phi)\hat{\theta} + A'_{\Phi}(\theta, \Phi)\hat{\Phi})\exp{(-jkr)}/r$$

Η από πάνω εξίσωση αποδίδει το χαρακτηριστικό ότι ακόμα και στη μακρινή περιοχή μιας κεραίας, η ακτινική εξάρτηση του διανυσματικού δυναμικού είναι διαχωρίσιμη από την εγκάρσια εξάρτηση του . Με βάση την από πάνω εξίσωση προκύπτει η ακόλουθη έκφραση για το μακρινό ηλεκτρικό πεδίο:

$$E(r) = \frac{1}{r}\left\{-j\omega \exp(-jkr)\left[A'_{\theta}(\theta,\Phi)\hat{\theta} + A'_{\Phi}(\theta,\Phi)\hat{\Phi}\right]\right\} + \frac{1}{r^2}\{\dots\} + \cdots$$

(Rappaport 2002).

Τριγωνομετρία

Με βάση το σχήμα οι συντελεστές ανάκλασης ομαλής επιφάνειας για παράλληλη κάθε πόλωση του προσπίπτοντος κύματος σε σχέση με το επίπεδο πρόσπτωσης δίνονται, αντίστοιχα, από τις εκφράσεις :

$$R_{\parallel} = \frac{\eta 2 \sin\theta_t - \eta 1\ \sin\theta_i}{\eta 2 \sin\theta_t + \eta 1\ \sin\theta_i}(\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\eta\ \pi\acute{o}\lambda\omega\sigma\eta)$$

$$R_{\parallel} = \frac{-\varepsilon_r \sin\theta_i + \sqrt{\varepsilon_r - \cos^2\theta_i}}{\varepsilon_r \sin\theta_i + \sqrt{\varepsilon_r - \cos^2\theta_i}}$$

$$R_{\perp} = \frac{\eta 2 \sin\theta_i - \eta 1\ \sin\theta_t}{\eta 2 \sin\theta_i + \eta 1\ \sin\theta_t}(\kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\tau\eta\ \pi\acute{o}\lambda\omega\sigma\eta)$$

$$R_{\perp} = \frac{\sin\theta_i - \sqrt{\varepsilon_r - \cos^2\theta_i}}{\sin\theta_t + \sqrt{\varepsilon_r - \cos^2\theta_i}}$$

(Rappaport 2002).

Πίνακες

Ο πίνακας Η περιλαμβάνει τις μιγαδικές αποκρίσεις (κέρδη) h_{ij} για κάθε δυνατό συνδυασμό δίαυλο μεταξύ κεραίας εκπομπής j και κεραίας λήψης i σε περίπτωση όπου δίαυλος είναι στατικός, ο πίνακας Η έχει τη μορφή

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1N} \\ \vdots & \ldots & \vdots \\ h_{M1} & \ldots & h_{MN} \end{bmatrix}$$

Αθροίσματα

Παράδειγμα:

Έστω ότι για ένα ασύρματο δίκτυο εσωτερικού χώρου που λειτουργεί στα 900MHz Έχουν ληφθεί μετρήσεις απώλειας διάδοσης P_R/P_T Του πίνακα 3.2 . να υπολογιστεί ο εκθέτης απωλειών γ που ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα μεταξύ του γενικού μοντέλου και των μετρήσεων. Υποτίθεται ότι$d_0 = 1m$ και ότι το Κ προκύπτει από την εξίσωση απωλειών ελεύθερου χώρου στην απόσταση αυτή. Με βάση το γεγονός μοντέλο απωλειών, να προσδιορισθεί η ισχύς λήψης στα 150m θεωρώντας ότι η ισχύς εκπομπής είναι 1mW(0dBm).

Απάντηση:

Αρχικά επισημαίνεται ότι η ελαχιστοποίηση του σφάλματος πραγματοποιείται για τιμές στην κλίμακαdB αντί για τις αντίστοιχες γραμμικές τιμές ώστε να διατηρηθεί ο ίδιος βαθμός αξιοπιστίας μεταξύ μετρήσεων και θεωρητικών τιμών. Συνεπώς, η συνάρτηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος γράφεται

$$MT\Sigma(\gamma) = \sum_{i=1}^{5} [M_{msm}(d_i) - M_{mod}(d_i)]^2$$

Όπου $M_{msm}(d_i)$ η μέτρηση της απώλειας του πίνακα 3.2 σε απόσταση d_iκαι $M_{mod}(d_i) = k - 10\gamma \log\left({d_i}/{d_0}\right)$η απώλεια που προκύπτει με την εφαρμογή της γενικής σχέσης . Επιπλέον , K =20log$(0{,}3333/(4\pi)) = -31{,}54dB$. Τότε

$$\begin{aligned} MT\Sigma(\gamma) &= (-70 + 31{,}54 + 10\gamma)^2 + (-75 + 31{,}54 + 13{,}01\gamma)^2 \\ &\quad + (-90 + 31{,}54 + 16{,}99\gamma)^2 + (-110 + 31{,}54 + 20\gamma)^2 \\ &\quad + (-125 + 31{,}54 + 24.77\gamma)^2 = 21676{,}3 - 11654{,}9\gamma + 1571{,}47\gamma^2 \end{aligned}$$

Για την ελαχιστοποίηση της ΜΤΣ(γ) επιλύεται ως προς γ η εξίσωση

$$\frac{\partial MT\Sigma(\gamma)}{\partial \gamma} = -11654{,}9 + 3142{,}94\gamma = 0 => \gamma = 3{,}71$$

Η ισχύς λήψης σε απόσταση 150mπροσδιορίζεται από την σχέση

$$P_R = P_T + K - 10\gamma \log(d/d_0) = -112.27dBm$$

Αν η τιμή γ=3,71 αντικατασταθεί στο γενικό μοντέλο απωλειών διάδοσης , τα αποτελέσματα που προκύπτουν δεν συμφωνούν απόλυτα με τις μετρήσεις. (Rappaport 2002).

Ψηφιακές επικοινωνίες

Fourier

Παράδειγμα:

Η αναπαράσταση μιας κυματομορφής στο πεδίο του χρόνου με τη μορφή σειράς Fourier γράφεται συνήθως ως το οικονομετρικό η εκθετικό ανάπτυγμα, το οποίο έχει την ακόλουθη μορφή. (Bateman 2016).

Τριγωνομετρικό ανάπτυγμα

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(2\pi n f_0 t) + b_n \sin(2\pi n f_0 t))$$

Όπου

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T x(t) \cdot dt = μέσητιμή\ ενέργειαςσήματος$$

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\cos(2\pi n f_0) \cdot dt$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\sin(2\pi n f_0 t) \cdot dr$$

Μιγαδικό άθροισμα

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi n f_0 t}$$

$$c_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-j2\pi n f_0 t}\, dt$$

(Bateman 2016).

Τριγωνομετρία

Παράδειγμα:(1.5 ΣΕΛ44)

Ένας διανυσματικός διαμορφωτής τροφοδοτείται με ένα ημιτονοειδές σήμα τέλειας ορθολογικότητας στην είσοδο αλλά υπάρχει ένα μικρό σφάλμα φάσης πέμπτου μεταξύ των υποτιθέμενων ορθογώνιων εισόδων του φέροντος. Ποιος θα είναι ο λόγος των ισχύων, σε dB, των σημάτων άθροισης και διαφοράς στην έξοδο, ως αποτέλεσμα αυτής της διαφοράς φάσης που εμφανίζεται στο φέρον;

Λύση:

Ας γράψουμε τα σήματα εισόδου στον διανυσματικό διαμορφωτή ως εξής:

$$\cos(\omega_0)t, \quad \sin(\omega_0 t)$$

και τις εισόδους του φέροντος με αντίστοιχο τρόπο:

$$\cos(\omega_c)t, \quad \sin(\omega_c t + \Phi)$$

όπου φ είναι το σφάλμα φάσης. Γνωρίζουμε ότι είναι:

$$\sin(\omega_c t + \Phi) = \sin \omega_0 t \cos \Phi - \cos \omega_c t \sin \Phi$$

κοιλιά μικρό σφάλμα φάσης η ανώτερη σχέση μπορεί να προσεγγιστεί ως:

$$\sin(\omega_c t + \Phi) = \sin \omega_c t \cos \Phi$$

οι έξοδοι των μικτών γίνονται επομένως:

$$\cos(\omega_0 t) \cos(\omega_c t) = 0{,}5 \cos(\omega_c + \omega_0) + 0{,}5 \cos(\omega_c - \omega_0)\, t$$

$$\sin(\omega_0 t) \sin(\omega_0 t + \Phi) = -0{,}5 \cos(\omega_c - \omega_0) t \cos \Phi + 0.5 \cos(\omega_c - \omega_0)\, t \cos \Phi$$

στην έξοδο της βαθμίδας άθροισης λαμβάνουμε έναν επιθυμητό όρο με συχνότητα τη διαφορά των συχνοτήτων, και έναν επιθυμητό όρο (που συχνά αναφέρεται ως είδωλο) ο οποίος εμφανίζεται στο άθροισμα των 2 συχνοτήτων.

ο όρος διαφοράς:

$$0.5[1 + cos\, \Phi]\, cos(\omega_c - \omega_0) t$$

όρος αθροίσματος:

$$0.5[1 - cos\, \Phi]\, cos(\omega_c - \omega_0) t$$

ο λόγος των πλατών του επιθυμητού προς τον ανεπιθύμητο όρο είναι ο εξής:

$$\textit{Λόγος πλατών (συμπίεση ειδώλου)} = \frac{[1 + \cos \Phi]}{[1 - \cos \Phi]}$$

για σφάλμα φάσεις πέμπτου ο λόγος των πρώτων προκύπτει ότι είναι 525:1, Και επομένως σχετικός λόγος των ισχίων είναι περίπου 27dB

Λογάριθμος

Η χωρητικότητα ενός καναλιού για ένα κανάλι βασικής ζώνης με εύρος ζώνης B Ηζείναι: χωρητικότητα καναλιού

$$C = 2\,B\,\log_2 M\; bits/sec$$

(Bateman 2016).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΒΙΒΛΙΟ: ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι

Βασικά στοιχεία συντεταγμένων.

Το κεφάλαιο βασικά στοιχεία συντεταγμένων από το βιβλίο «ΛΟΓΙΣΜΟΣ 1» μας βοήθησε στην επίλυση ασκήσεων για το μάθημα της Φυσικής.

Άσκηση: Δίνονται τα σημεία Α(3), Β(-1), Γ(2). Να υπολογιστούν τα ακόλουθα: $\overline{AB}, \overline{B\Gamma}, \overline{A\Gamma}, \left|\overrightarrow{AB}\right|,\ \left|\overrightarrow{B\Gamma}\right|\ \kappa\alpha\iota\ \left|\overrightarrow{A\Gamma}\right|$

Λύση:

$$\left|\overline{AB}\right| = -1 - 3 = -4$$

$$\left|\overline{B\Gamma}\right| = 2 - (-1) = 3$$

$$\left|\overline{A\Gamma}\right| = 2 - 3 = 1$$

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = |-1 - 3| = 4$$

$$\left|\overrightarrow{B\Gamma}\right| = |2 - (-1)| = 3$$

$$\left|\overrightarrow{A\Gamma}\right| = |2 - 3| = 1$$

(Σάλτας 2016)

Διανύσματα στο επίπεδο.

Το κεφάλαιο διάνυσμα στο επίπεδο από το βιβλίο «ΛΟΓΙΣΜΟΣ 1» μας βοήθησε στην επίλυση ασκήσεων για τα μαθήματα της Φυσικής, Φυσικής 2.

Ορισμός: Όταν πάνω σε μία ευθεία ε βρίσκονται δύο σημεία το Α και το Β και ανάμεσα σε αυτό υπάρχει ένα άλλο σημείο Γ, τότε λέγεται εσωτερικό γινόμενο, διαφορετικά λέγεται εξωτερικό γινόμενο. (Σάλτας 2016)

Όριο συνάρτησης μιας ανεξάρτητης μεταβλητής.

Το κεφάλαιο ορίων από το βιβλίο «ΛΟΓΙΣΜΟΣ 1» μας βοήθησε στην επίλυση ασκήσεων για τα μαθήματα : Φυσική, Φυσική 2 και στην Θεωρία Της Πληροφορίας.

Άσκηση1:Να δειχτεί ότι το όριο της συνάρτηση $f(x) = 2x + 3$, για χ=3, είναι ο αριθμός 5.

Λύση

Για κάθε $\varepsilon > 0$, πρέπει να βρεθεί $\delta > 0$, τέτοιο ώστε για κάθε $\chi \neq 1\ \kappa\alpha\iota\ |(2\chi + 5) - 5| < \varepsilon$. Επιλέγεται τυχαίο $\varepsilon > 0$. Για να βρούμε το δ εργαζόμαστε με τον ακόλουθο τρόπο :

$|(2\chi + 3) - 5| < \varepsilon \Leftrightarrow |2\chi + 3 - 5| < \varepsilon \leq> |2\chi - 2| < \varepsilon \leq> |2(\chi - 1)| < \varepsilon \leq > 2|\chi - 1| < \varepsilon \leq> |\chi - 1|$ <ε/2

Επιλέγεται $\delta = \varepsilon/2$ και τότε για δ>0, $\chi \neq 1, |\chi - 1| < \delta$, ισχύει ότι :$|(2\chi + 5) - 5| < \varepsilon$ και επομένως $\lim_{\chi \to 1}(2\chi + 3) = 5$

Άσκηση2:Να υπολογιστούν τα ακόλουθα όρια: Α)$\lim_{\chi \to 0} \frac{\chi + 3}{\chi^2}$, B)$\lim_{\chi\to 1}\frac{\chi 2}{\chi^2-1}$,Γ) $\lim_{\chi\to -1}\frac{\chi^2}{\chi^2-1}$

Λύση:

Α)

$$\lim_{\chi\to 0}\frac{\chi+3}{\chi^2}=\frac{0+3}{0^2}=+\infty$$

Β)

$$\lim_{\chi\to 1}\frac{\chi 2}{\chi^2-1}=\frac{1^2}{1^2-1}=+\infty$$

Γ)

$$\lim_{\chi\to -1}\frac{\chi^2}{\chi^2-1}=\lim_{\chi\to -\infty}\frac{\chi}{\sqrt{\chi^2+1}}=\lim_{\chi\to -\infty}\frac{\chi}{\sqrt{\chi^2\left(1+\frac{1}{\chi^2}\right)}}=\lim_{\chi\to -\infty}\frac{\chi}{|\chi|\sqrt{1+\frac{1}{\chi^2}}}$$

$$=\lim_{\chi\to -\infty}\frac{\chi}{-\chi\sqrt{1+\frac{1}{\chi^2}}}=-\lim_{\chi\to -\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{\chi^2}}}=-1$$

(Σάλτας 2016)

Παράγωγος συνάρτησης μιας ανεξάρτητης μεταβλητής.

Το κεφάλαιο παράγωγος από το βιβλίο «ΛΟΓΙΣΜΟΣ 1» μας βοήθησε στην επίλυση ασκήσεων για το μάθημα Ψηφιακή Επεξεργασία Σημάτων.

Άσκηση 1: Να υπολογιστή η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = x^2 - 1$

Λύση: Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f(x) είναι όλο το σύνολο των πραγματικών αριθμών R. Για τυχαίο $\Delta\chi \neq 0$ έχουμε τα εξής:

$$\Delta_y = f(\xi + \Delta_\chi) - f(\xi) = (\xi + \Delta_\chi)^2 - 1 - (\xi^2 - 1) = 2\xi\Delta_\chi + {\Delta_\chi}^2 =$$
$$(2\xi + \Delta_\chi)\Delta_\chi$$

$$\frac{\Delta_y}{\Delta_\chi} = \frac{(2\xi + \Delta_\chi)\Delta_\chi}{\Delta_\chi} = 2\xi + \Delta_\chi$$

$$\lim_{\Delta_\chi \to 0} \frac{\Delta_y}{\Delta_\chi} = \lim_{\Delta_\chi \to 0} (2\xi + \Delta_\chi) = 2\xi + 0 = 2\xi$$

Επομένως$f'(x), για\ κάθε\ \chi\ \in R$ (Σάλτας 2016)

Αόριστα ολοκληρώματα.

Το κεφάλαιο αόριστα ολοκληρώματα από το βιβλίο «ΛΟΓΙΣΜΟΣ 1» μας βοήθησε στην επίλυση ασκήσεων για το μάθημα Φυσική 2.

Άσκηση1: Να υπολογιστή το ακόλουθο ολοκλήρωμα.

$$\int \sqrt{\chi} d_x$$

Λύση:

$$\int \sqrt{\chi} d_x = \int x^{\frac{1}{2}} d_x = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + c = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c$$

(Σάλτας 2016)

ΒΙΒΛΙΟ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ «ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΠΡΑΞΗ»

Διπλό ολοκλήρωμα.

Το κεφάλαιο διπλό ολοκλήρωμα από το βιβλίο «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ» μας βοήθησε στην επίλυση ασκήσεων για το μάθημα Ασύρματες Επικοινωνίες.

Άσκηση: Να υπολογιστεί το διπλό ολοκλήρωμα $I = \iint_P \; x^2 y \, dx \, dy$ αν το P ορίζεται από τις ανισώσεις $0 \le \chi \le 1 \; \kappa\alpha\iota \; 0 \le y \le 2$

Λύση:

$$I = \int_0^1 \left[\int_0^2 \chi^2 \upsilon y \, dy \right] dx = \int_0^1 \left[\frac{1}{2} x^2 y^2 \right]_0^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^1 x^2 [y^2]_0^2 \, dx =$$

$$\frac{1}{2}\int_{0}^{1} 4x^2\,dx = \frac{4}{2}\int_{0}^{1} x^2\,dx = 2\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = 2\left(\frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

(Σάλτας 2012)

Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα.

Το κεφάλαιο επικαμπύλιο ολοκλήρωμα από το βιβλίο «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ» μας βοήθησε στην επίλυση ασκήσεων για τα μάθημα τις Φυσικής και στις Ασύρματες Επικοινωνίες.

Άσκηση: Να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα

$$I = \oint_K \left(y^2\,dx + x\,dy\right)$$

Αν Κ είναι τετράγωνο ΑΒΓΔ με συντεταγμένες κορυφών του τις Α(0,0), Β(2,0), Γ(2,2) και Δ(0,2)

Λύση:

$$I = \oint_K \left(y^2\,dx + x\,dy\right) = \iint_D (1-2y)\,dx\,dy = \int_0^2 \left[\int_0^2 (1-2y)\,dy\right] dx = -4$$

(Σάλτας 2012)

Μιγαδικοί αριθμοί

Το κεφάλαιο μιγαδικοί αριθμοί από το βιβλίο «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ» μας βοήθησε στην επίλυση ασκήσεων για τα μάθημα Φυσική 2, Ασύρματα Ευρυζονικά Δίκτυα Ασύρματες Επικοινωνίες.

Άσκηση1 :Δίνονται οι μιγαδικοί αριθμοί $z_1 = 1 + i, z_2 = 2 - 3i,\ z_3 = 3 + 2i$ να υπολογιστούν τα ακόλουθα: $z_1 + z_2,\ \ z_1 z_2$

Λύση: $z_1 + z_2 = (1 + i) + (2 - 3i) = (1 + 2) + (1 - 3)i = 3 - 2i$

$$z_1 z_2 = (1 + i)(2 + 3i) = [1 \times 2 - 1 \times (-3)] + [1 \times (-3) + 1 \times 2]i$$

$$= (2 + 3) + (-3 + 2)i = 5 - i$$

(Σάλτας 2012)

Γραμμική άλγεβρα

Το κεφάλαιο γραμμική άλγεβρα από το βιβλίο «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ» μας βοήθησε στην επίλυση ασκήσεων για το μάθημα Ασύρματες επικοινωνίες.

Άσκηση: Δίνονται οι πίνακες

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -4 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -7 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

Να υπολογιστή ο πίνακας C=A+B

Λύση:

$$C = A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -4 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 3 & -7 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+3 & 3-7 \\ 3+2 & -4+4 & 3+0 \\ 2+1 & 1-2 & 5-3 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 & -4 \\ 5 & 0 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

(Σάλτας 2012)

Περιπτώσεις συνεχούς κατανομής.

Το κεφάλαιο συνεχούς κατανομής από το βιβλίο «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ» μας βοήθησε στην επίλυση ασκήσεων για το μάθημα Ψηφιακές Επεξεργασίες Σημάτων.

Άσκηση: Εταιρία μεταφέρει ημερησίως στη αποθήκη της ένα συγκεκριμένο προϊόν σε ποσότητα 4000. Η πιθανότητα να καταστραφεί κατά τη μεταφορά κάποιο προϊόν είναι 0,00025. Να υπολογιστεί η πιθανότητα να καταστραφούν κατά τη μεταφορά των προϊόντων 5 από αυτά.

Λύση:

Έχουμε ότι : ν=4000, p=0.00025, οπότε λ=νp = 4000×0.00025=1

Κατά συνέπεια, με βάση την κατανομή poisson:

$P_{4000}(5) = \frac{1^5 e^{-1}}{5!} \cong 0.003$

(Σάλτας 2012)

ΒΙΒΛΙΟ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 3 «ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΠΡΑΞΗ»

Η έννοια της αριθμητικής σειράς.

Το κεφάλαιο έννοια της αριθμητικής σειράς από το βιβλίο «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 3» μας βοήθησε στην επίλυση ασκήσεων για τα μάθημα Θεωρία Της Πληροφορίας, Ασύρματες Επικοινωνίες, Ψηφιακή Επεξεργασία Σημάτων και Δίκτυα Υπολογιστών.

Άσκηση: Δίνεται η αριθμητική σειρά

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$$

Να αποδειχτεί ότι είναι συγκλίνουσα

Λύση: Έχουμε ότι

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{x^{k-1}}{(k-1)!} = 1 - \frac{\chi}{1!} + \frac{\chi^2}{2!} + \frac{\chi^3}{3!} + \cdots + \frac{\chi^k}{k!} + \cdots$$

Έστω ότι

$$S_n(x) = 1 - \frac{\chi}{1!} + \frac{\chi^2}{2!} + \frac{\chi^3}{3!} + \cdots + \frac{\chi^{n-1}}{(n-1)!}$$

Βάσει τον τύπο Maclaurin, θα έχουμε ότι $e^x = S_n(x) + R_n(x)$, όπου $R_n(x)$ είναι το n-οστό υπόλοιπο. Αλλά για n→ ∞ και για κάθε $\chi \in (-\infty, +\infty)$, το άθροισμα S(x) συγκλίνει στο e^x. Κατά συνέπεια και η αριθμητική σειρά

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$$

Θα είναι συγκλίνουσα με άθροισμα ίσο με το e^x. (Σάλτας 2014)

Μαθηματική στατιστική.

Το κεφάλαιο μαθηματική στατιστική και συγκεκριμένα οι πιθανότητες από το βιβλίο «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 3» μας βοήθησε στην επίλυση ασκήσεων για το μάθημα Θεωρία Της Πληροφορίας.

Άσκηση: Ένα διαγώνισμα στα μαθηματικά εξετάζει συνολικά Ν τύπους ασκήσεων (το Ν είναι άρτιος αριθμός). Ένας φοιτητής έχει μάθει να λύνει κ τύπους ασκήσεων με $\kappa \leq N$. Η διεξαγωγή του διαγωνίσματος θα υλοποιηθεί με την επιλογή 2 από τις Ν τύπων ασκήσεις, με τον ακόλουθο τρόπο: αναγράφονται όλοι οι τύποι σε χαρτάκια σε ζεύγη διαφορετικών τύπων ασκήσεων. Ο φοιτητής <<περνάει>> το μάθημα αν λύσει σωστά και τις δύο ασκήσεις (άρα ξέρει να λύνει και τους 2 τύπους ασκήσεων).Να υπολογιστεί η πιθανότητα να <<περάσει>> ο φοιτητής το μάθημα με γνωστούς τους κ από τους Ν τύπους ασκήσεων.\

Λύση: Ισχύει ότι :

$$P(A) = \frac{\mu}{\nu} = \frac{\binom{\kappa}{2}}{\binom{N}{2}} = \frac{\kappa(\kappa - 1)}{N(N - 1)}$$

Κατά συνέπεια, αν Ν=24 και κ=20, τότε θα έχουμε τα ακόλουθα:

$$P(A) = \frac{20(20 - 1)}{24(24 - 1)} = \frac{20 \times 19}{24 \times 23} = \frac{380}{552} \cong 0.688$$

(Σάλτας 2016)

Fourier

Το κεφάλαιο ορισμός σειράς Fourierαπό το βιβλίο «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 3» μας βοήθησε στην επίλυση ασκήσεων για το μάθημα Ψηφιακές Επικοινωνίες.

Άσκηση: Δίνεται η συνάρτηση $\mathrm{f}(x) = e^{-2x}, x \in [0{,}2\pi]$ με περίοδο αυτής T=2π. Να υπολογιστούν οι τρείς συντελεστές Fourier για την συνάρτηση αυτή

Λύση:

$$a_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} 2e^{-x}\sigma\upsilon\nu kx dx \;=\; \frac{2}{\pi}\int_0^{2\pi} e^{-x}\sigma\upsilon\nu kx dx \;=\; \frac{2}{\pi} I_1, k \in N$$

$$I_1 = \int_0^{2\pi} e^{-x}\sigma\upsilon\nu kx dx \;= \frac{1}{k}\int_0^{2\pi} e^{-x} d\eta\mu x kx \;=\; \frac{1}{k}[e^{-x}\eta\mu kx]_0^{2\pi} + \frac{1}{k}\int_0^{2\pi} e^{-x}\eta\mu dxkx$$

$$= \left(\frac{e^{-2\pi}}{k}\eta\mu 2k\pi - \frac{e^0}{k}\eta\mu 0\right) - \frac{1}{k^2}\int_0^{2\pi} e^{-x} d\sigma\upsilon\nu kx$$

$$= -\frac{1}{k^2}[e^{-x}\sigma\upsilon\nu kx]_0^{2\pi} - -\frac{1}{k^2}\int_0^{2\pi} e^{-x}\sigma\upsilon\nu kx dx$$

$$= - -\frac{1}{k^2}(e^{-2\pi}\sigma\upsilon\nu 2k\pi - e^0\sigma\upsilon\nu 0) - \frac{1}{k^2}(e^{-2\pi} - 1) - \frac{1}{k^2} I_1$$

$$= \frac{1}{k^2}(1 - e^{-2\pi}) - \frac{1}{K^2} I_1$$

Οπότε θα έχουμε ότι:

$$I_1 = \frac{1}{k^2}(1 - e^{-2\pi}) - \frac{1}{k^2} I_1 \leftrightarrow \left(1 + \frac{1}{k^2}\right) I_1 = \frac{1}{k^2}(1 - e^{-2\pi}) \;\leftrightarrow\; \left(\frac{1 + k^2}{k^2}\right) I_1$$

$$= \frac{1}{k^2}(1 - e^{-2\pi}) \;\leftrightarrow (1 + k^2) I_1 = 1 - e^{-2\pi} \leftrightarrow I_1 = \frac{1 - e^{-2\pi}}{1 + k^2}$$

Κατά συνέπεια :

$$\alpha_k = \frac{2(1 - e^{-2\pi})}{\pi(1 + k^2)}.$$

Ανάλογα υπολογίζεται και το b_k…

Το κεφάλαιο σειράς Fourierμε μιγαδική μορφή από το βιβλίο «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 3» μας βοήθησε στην επίλυση ασκήσεων για το μάθημα Ψηφιακές Επικοινωνίες.

Άσκηση: Να βρεθεί ο μιγαδικός τύπος της σειράς Fourier για την περιοδική συνάρτηση $f(x) = x, x \in [\pi, -\pi]\ \mu\varepsilon\ \pi\varepsilon\rho\acute{\iota}o\delta o\ \alpha\upsilon\tau\acute{\eta}\varsigma\ T = 2\pi.$

Λύση: Βάσει τον τύπο

$$c_k = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)e^{-ikx}dx, k \in Z$$

Θα έχουμε τα ακόλουθα :

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \chi e^{-ikx}dx = -\frac{1}{2\pi ik}\int_{-\pi}^{\pi} xd(e^{-ikx}) \\ &= -\frac{1}{2\pi ik}\left[xe^{-ikx}\right]_{-\pi}^{\pi} + \frac{1}{2\pi ik}\int_{-\pi}^{\pi} e^{-ikx}\, dx \\ &= -\frac{\pi\left(e^{-ik\pi} + e^{ik\pi}\right)}{2\pi ik} - \frac{1}{2\pi i^2k^2}\left[e^{-ikx}\right]_{-\pi}^{\pi} = -\frac{\sigma\upsilon\nu k\pi}{ik}, k \neq 0 \end{aligned}$$

Κατά συνέπεια

$$f(x) = \int_{k=-\infty}^{+\infty} -\frac{\sigma\upsilon\nu k\pi}{ik} e^{ikx} = -\frac{1}{i}\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma\upsilon\nu k\pi}{k} e^{ikx}$$

(Σάλτας 2016)

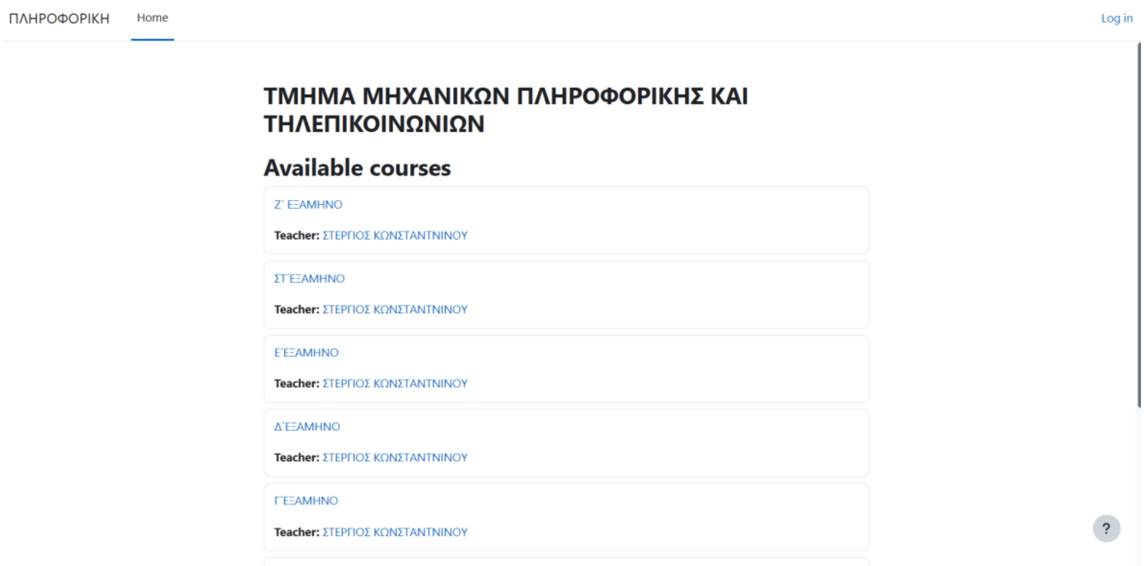
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Υλοποίηση προγράμματος

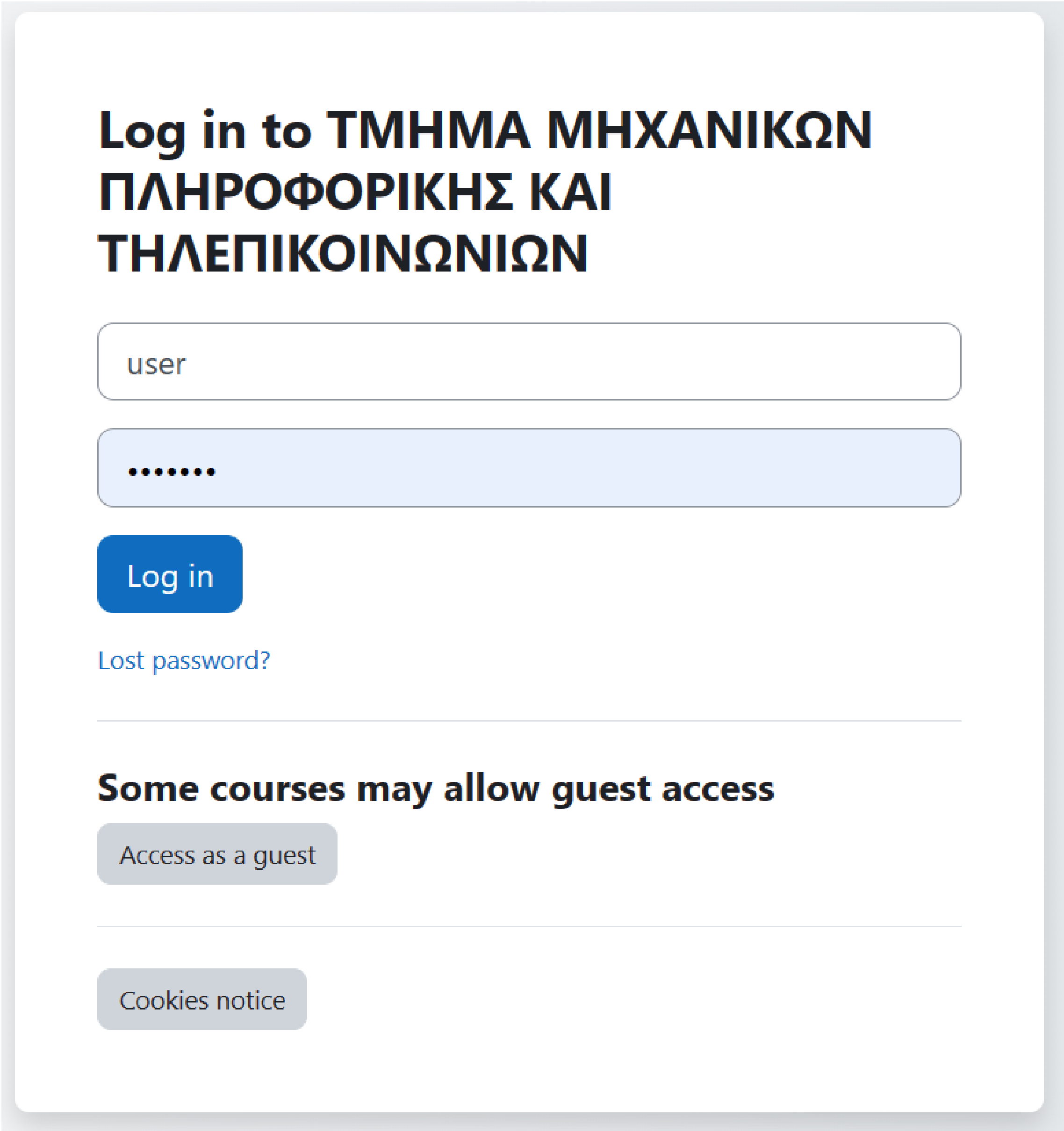
Ο τρόπος με τον οποίο εργάστηκα για την δημιουργία του e-learning είναι ο εξής. Σε ένα virtual machine χρησιμοποιώντας το token εγκατέστησα μια έκδοση του Moodle ώστε να τρέχει online. Σύνδεσα και μια βάση δεδομένων ώστε να μπορώ να μπω να μπω και να κάνω το configuration του Moodle. Αφού έτρεξε όλο αυτό που έκανα δημιούργησα έναν λογαριασμό ο όποιος με επέτρεπε να μπαίνω και να σχεδιάζω το e-learning.

http://empedus.services:54123/?redirect=0

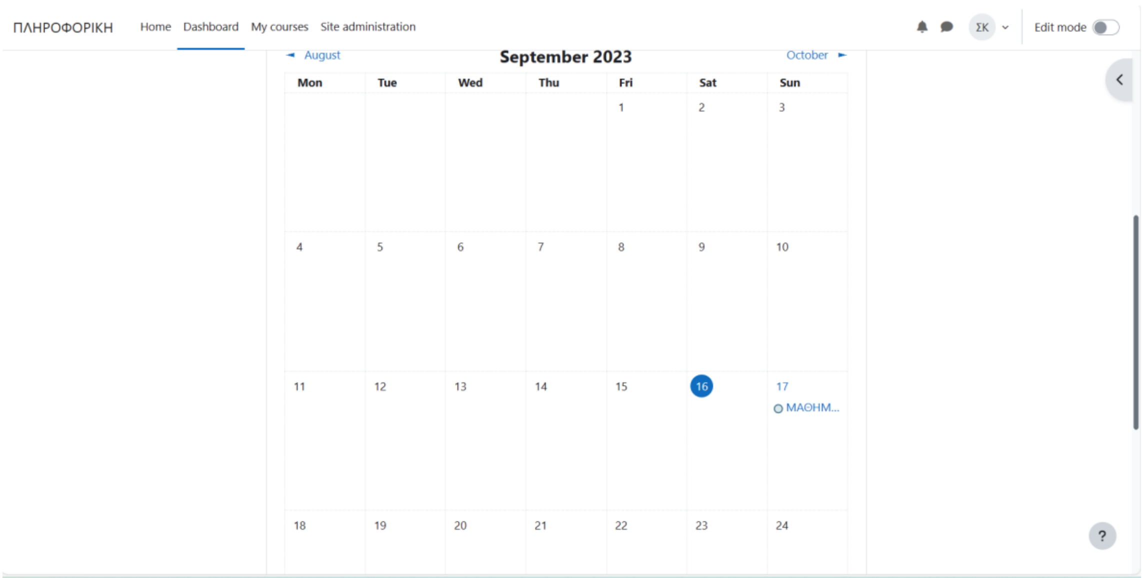
Το πρόγραμμα αποτελείτε από ένα κεντρικό menu το οποίο δείχνει το όνομα του ΤΕΙ και από κάτω υπάρχουν τα εξάμηνα.



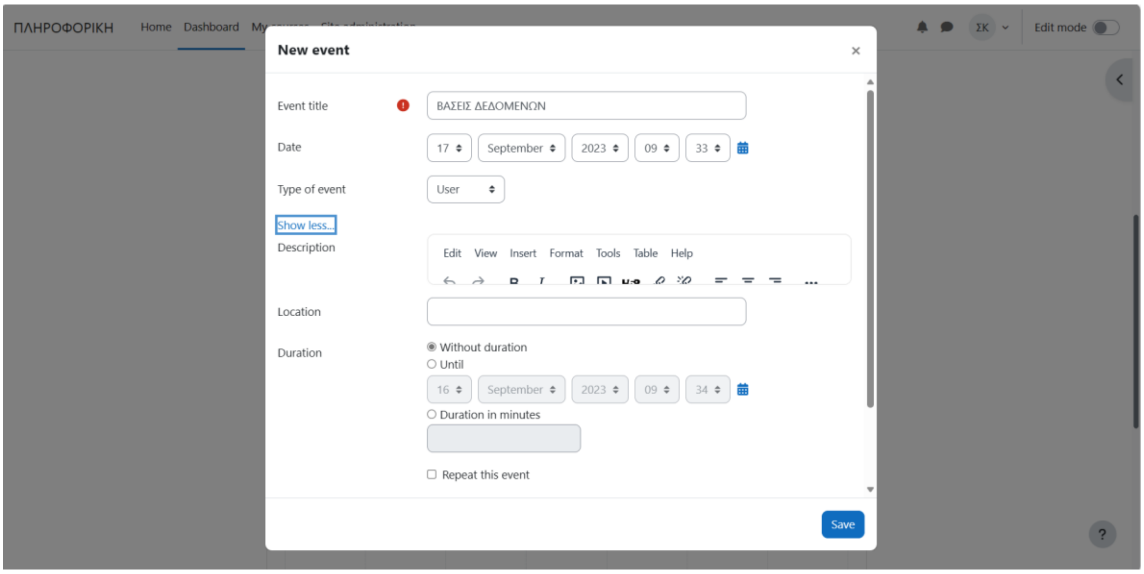
Πατώντας το log in που βρίσκεται πάνω δεξιά μας εμφανίζει ένα άλλο παράθυρο στο οποίο μας ζητάει το username (user) και το password (bitnami) .


Log in to ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ
user
•••••••
Log in
Lost password?
Some courses may allow guest access
Access as a guest
Cookies notice

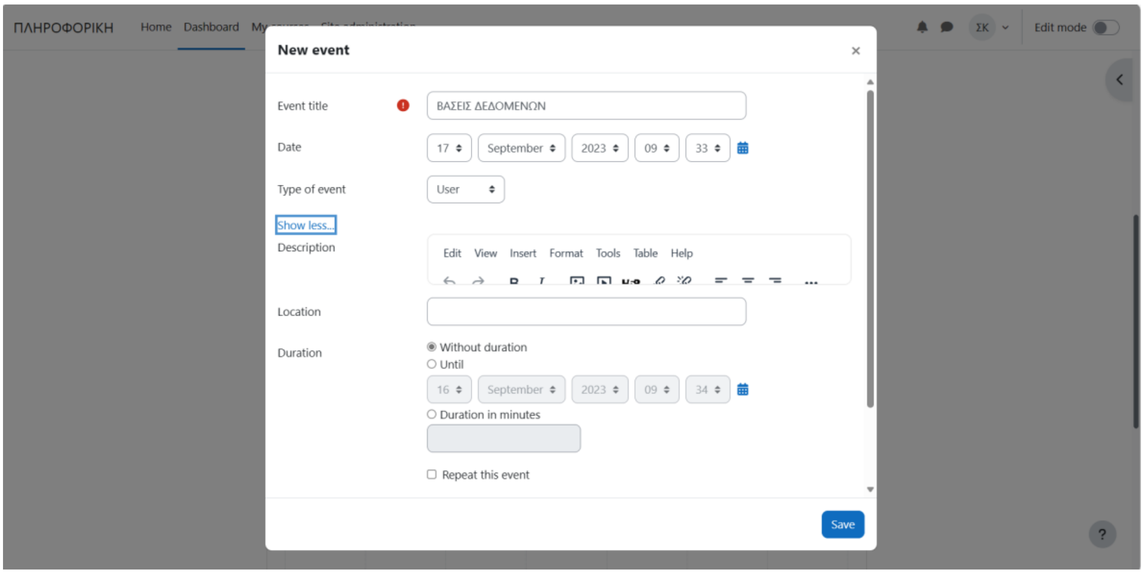
Πατώντας Log in μπαίνουμε στην αρχική του προγράμματος. Μας εμφανίζει ένα ημερολόγιο όπου δείχνει τον μήνα που έχουμε και την ημερομηνία στην οποία βρισκόμαστε.



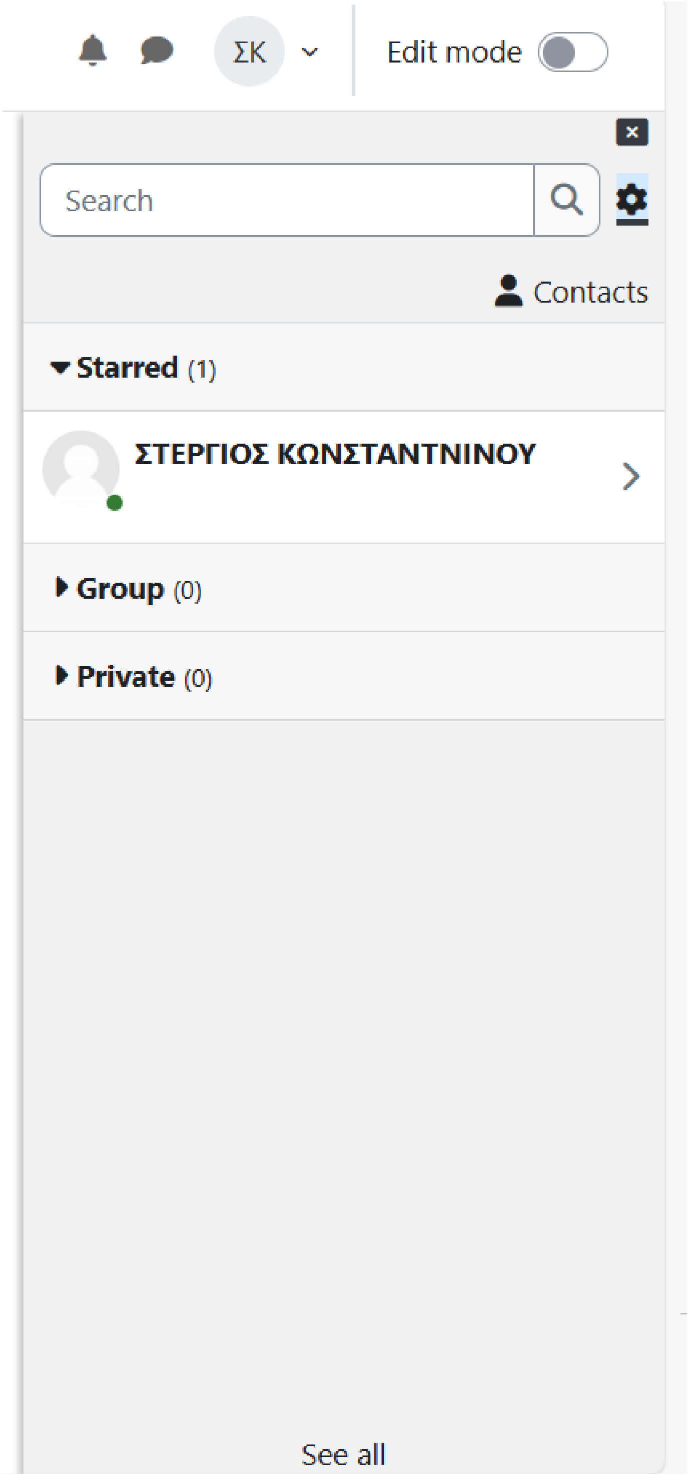
Στο ημερολόγιο το οποίο υπάρχει μπορούμε να σημειώνουμε το πρόγραμμα σπουδών, το πρόγραμμα τις εξεταστικής μας και οτιδήποτε άλλο θέλουμε πατώντας πάνω στην ημέρα όπου θέλουμε να βάλουμε την σημείωση. Έχουμε πολλές επιλογές όπως να βάλουμε τίτλο, να βάλουμε σχόλια, να προσθέσουμε τις σημειώσεις όπου θα διαβάσουμε, την αίθουσα όπου θα γράψουμε και πολλά ακόμη.



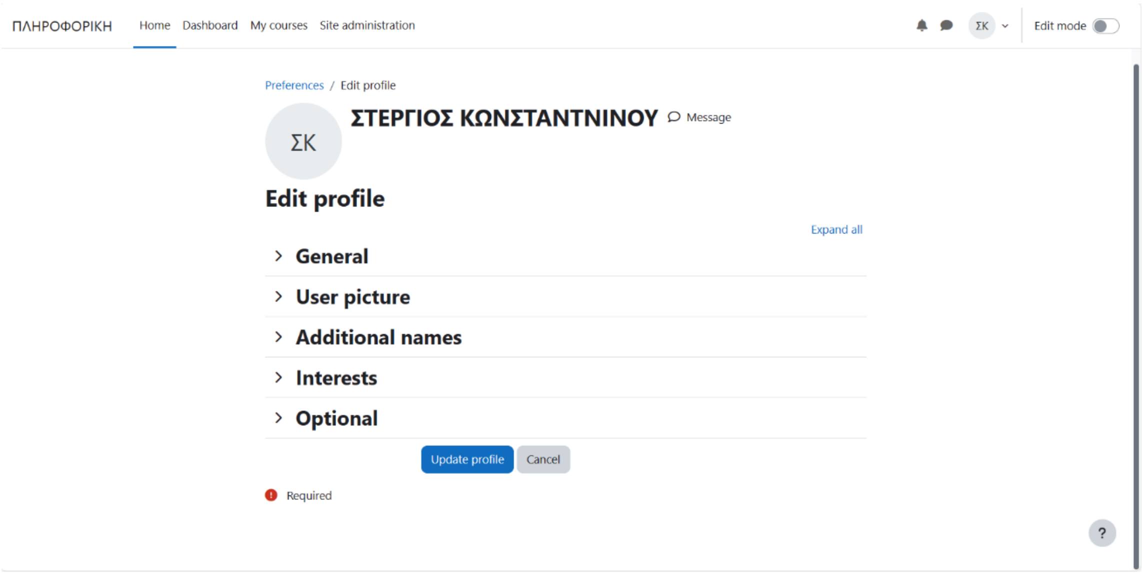
Πάνω δεξιά υπαρχουν τρία εικονιδια. Το πρώτιο εικονίδιο είναι αυτό το οποίο δείχνει τις ανακοινώσεις οι οποίες ερχονται. Ανακοινώσεις για παραδειγμα ότι εχει προσθεθει καπιοι μάθημα καινουργιο εχει γινει καποια τροποποίηση και διαφορα αλλα.

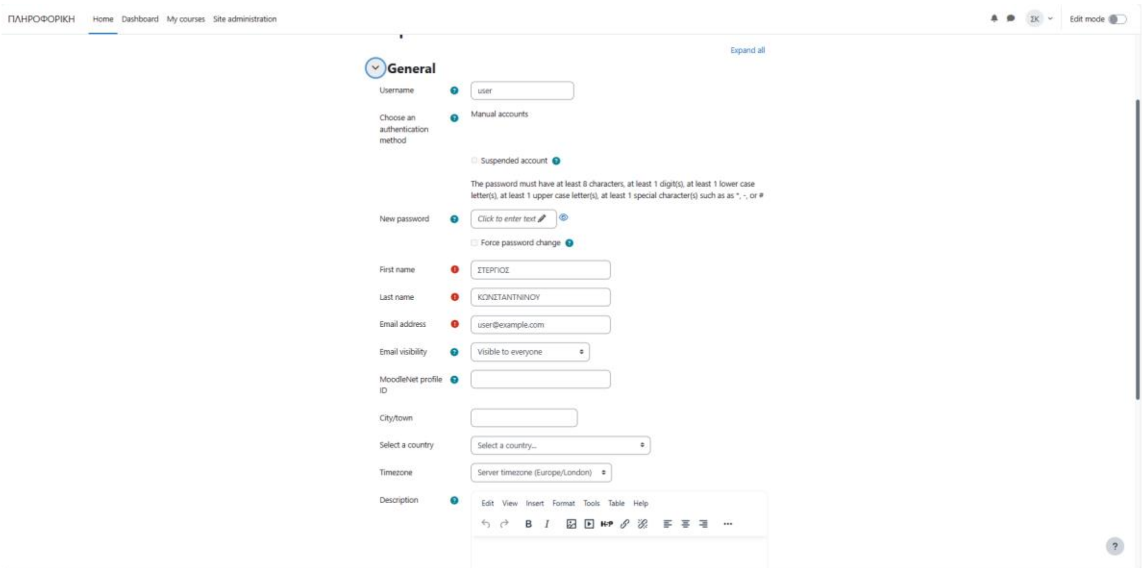

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ
Home
Dashboard
Edit mode
New event
Event title
ΒΑΣΕΙΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ
Date
17
September
2023
09
33
Type of event
User
Show less...
Description
Edit View Insert Format Tools Table Help
Location
Duration
Without duration
Until
16
September
2023
09
34
Duration in minutes
Repeat this event
Save

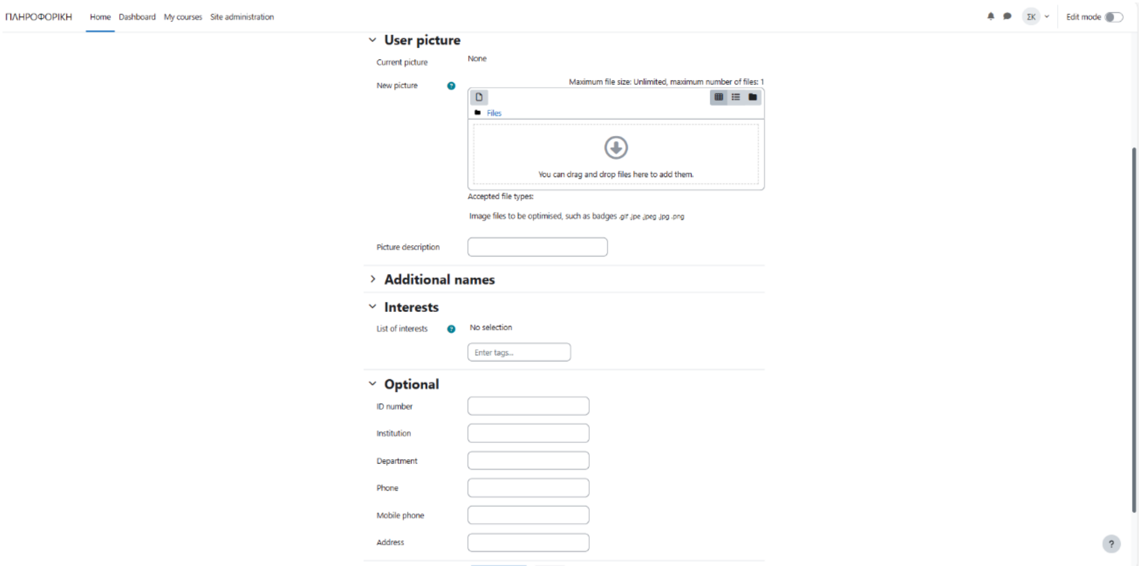
Το δεύτερο εικονίδιο είναι επιλογη η οποία δείχνει τα μηνυματα τα οποία μας στελνουν καθηγητες. Συνομιλίες με άλλους συμφοιτητές μας για την ανταλλαγη απόψεων και σημειώσεων.



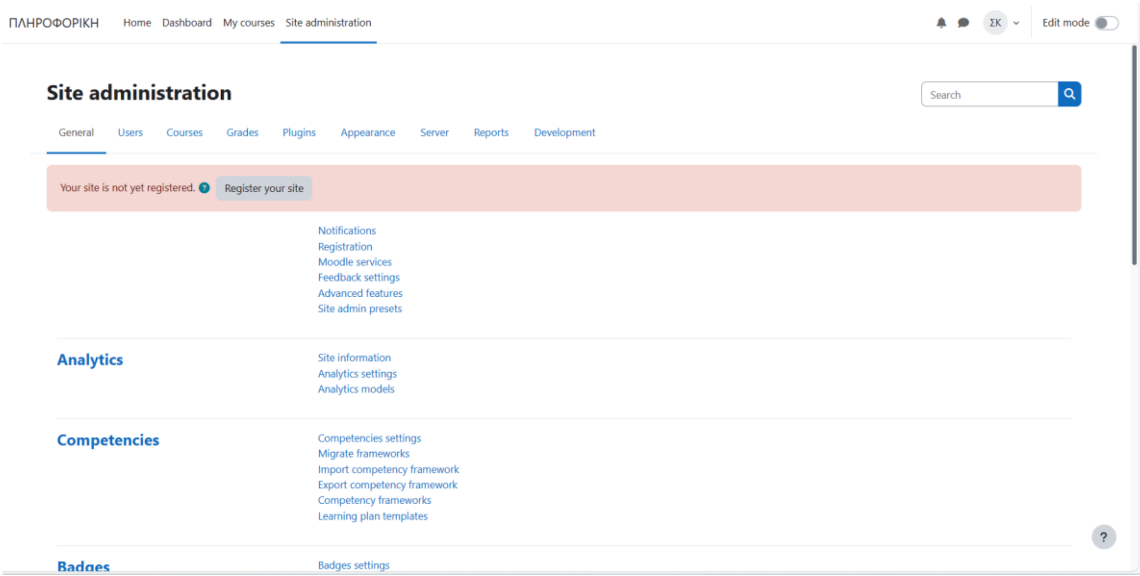
Το τελευταίο εικονίδιο είναι και αυτό όπου μπορούμε να μπούμε στο προφίλ και να το διαμορφώσουμε ανάλογα στο πως θέλουμε να φαίνεται. Μπορούμε να προσθέσουμε φωτογραφία να βάλουμε μερικά σχόλια για εμάς άλλα και χρήσιμες πληροφορίες όπως τηλέφωνο διεύθυνση και πολλά ακόμη.



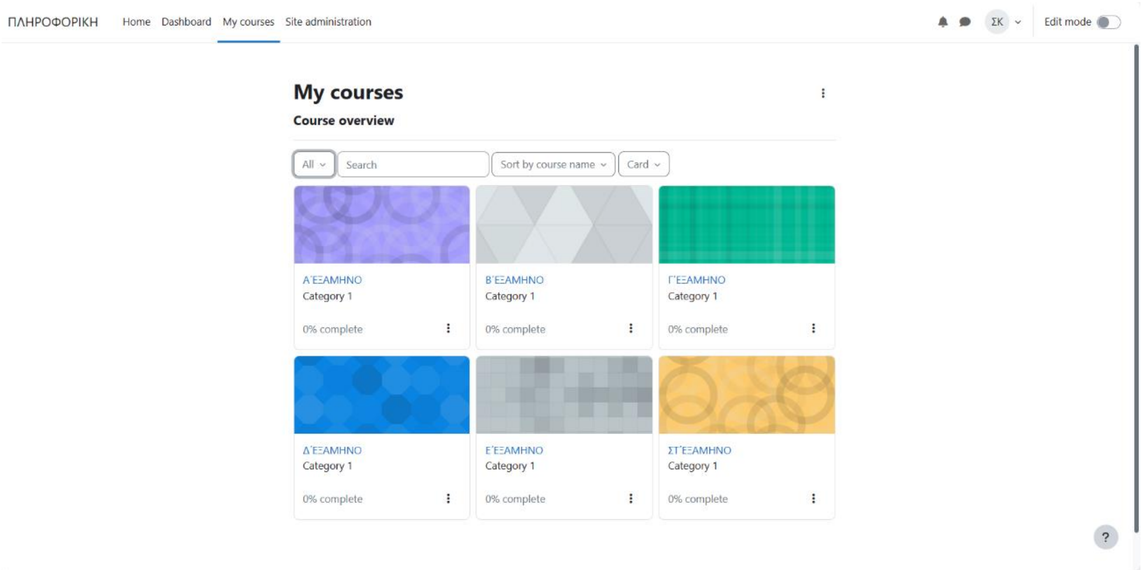




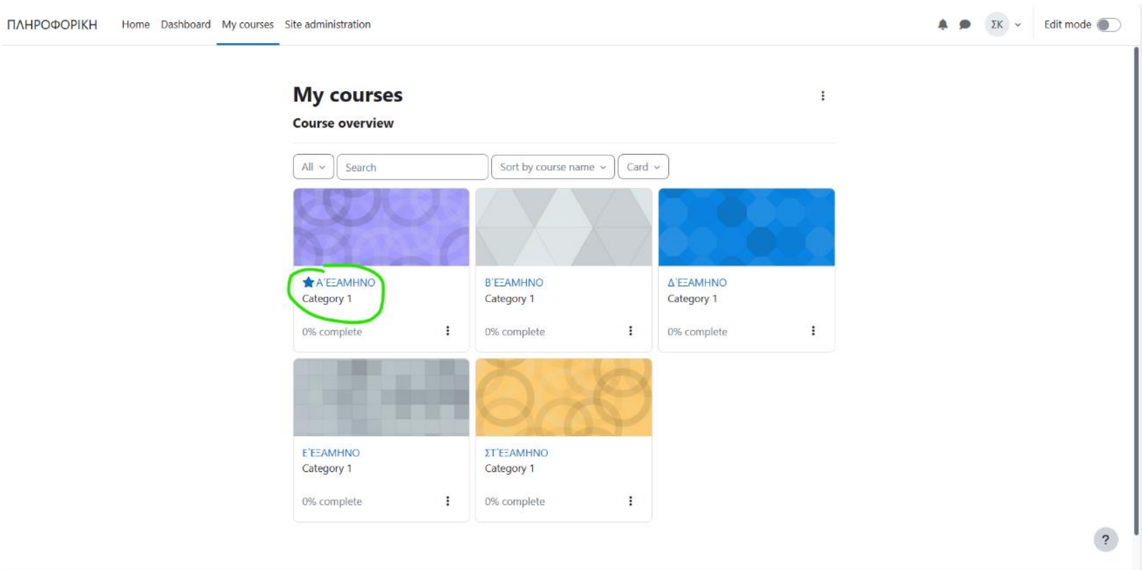
Γυρνώντας πάλι στο αρχικό menu μπορούμε να διακρίνουμε πως αριστερά υπάρχει μια ακόμη μπάρα με επιλογές. Μια επιλογή από αυτές είναι το site administrator όπου εκεί διαχειριζόμαστε και βλέπουμε όλα όσα είναι απαραίτητα για την σχολή μας και γενικά με το e-learning.



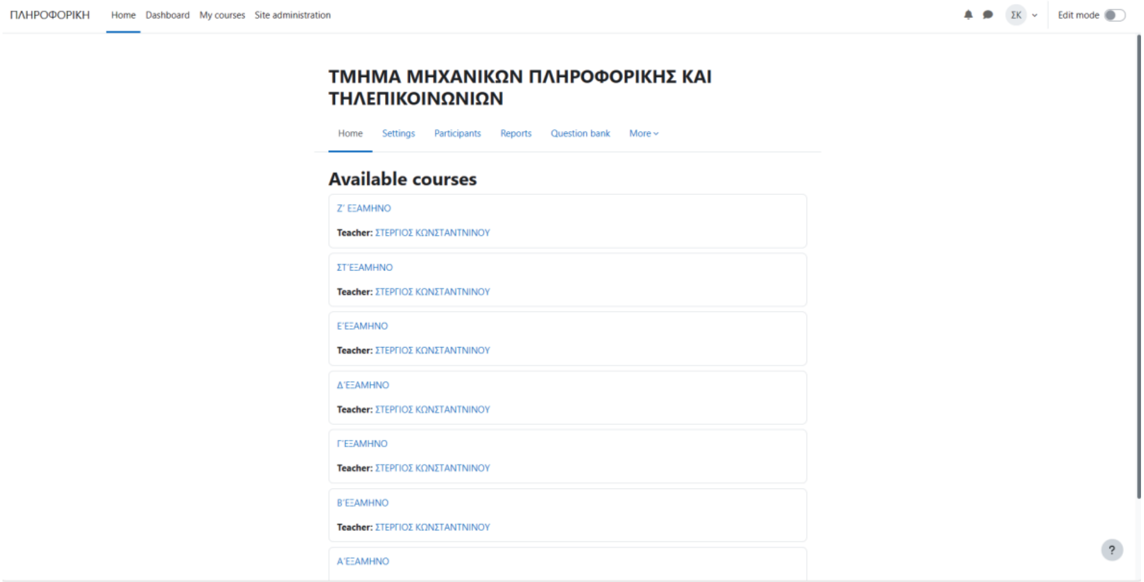
Η επιλογή my courses εμφανίζει τα εξάμηνα διαμορφωμένα. Μπορούμε να κάνουμε πολλές επεξεργασίες. Για παράδειγμα να βάλουμε αστεράκι με το πιο θέλουμε να φαίνεται σημαντικό αλλά και να αποκρύψουμε εξάμηνα για οποιονδήποτε λόγο.



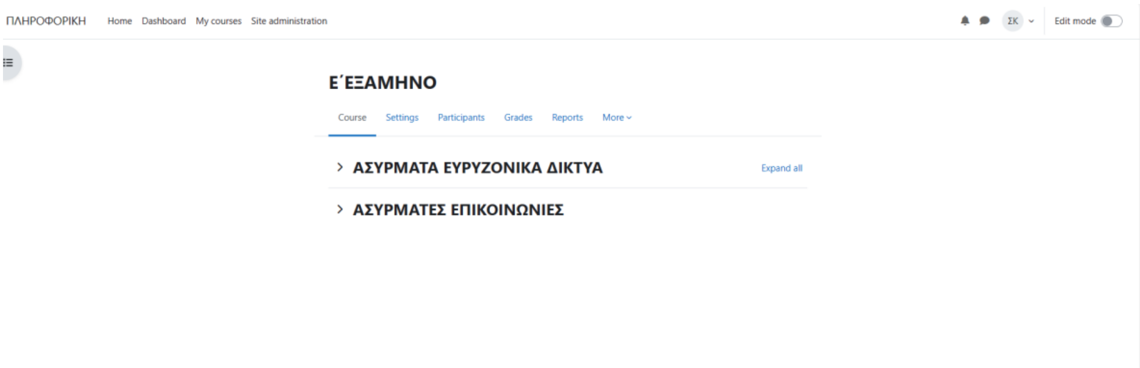
Παρατηρούμε πως το εξάμηνο Α’ το έχουμε βάλει να σήμανση και ότι λείπει το Εξάμηνο.



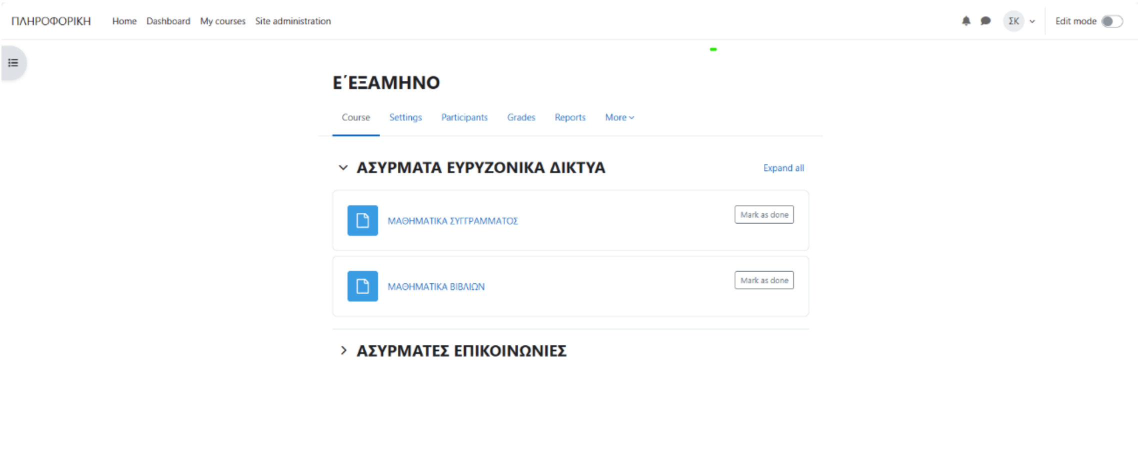
Η επιλογή Dashboard είναι το ημερολόγιο όπου αναφέραμε πριν. Δίπλα από αυτήν την επιλογή είναι η επιλογή Home. Η επιλογή Home εμφανίζει όλα εξάμηνα.



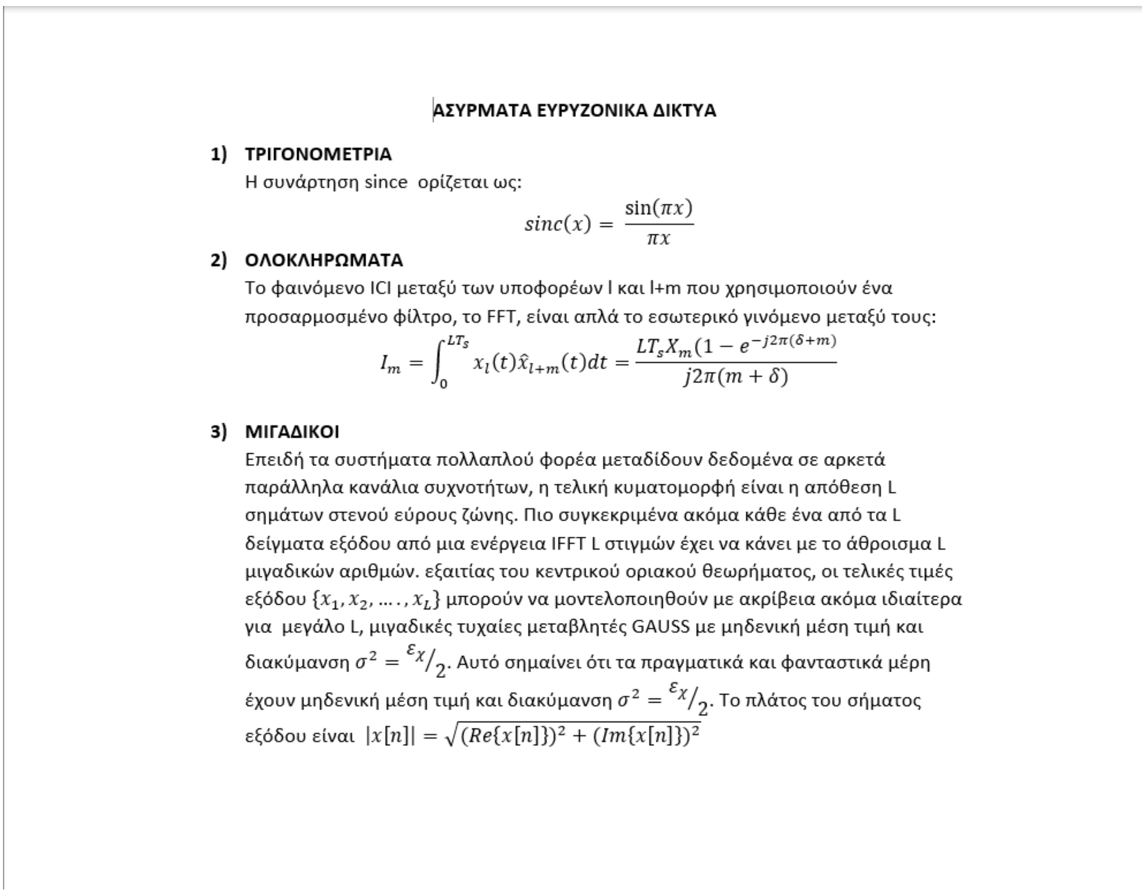
Επιλέγοντας ένα από τα εξάμηνα μας εμφανίζει τα μαθήματα τα οποία υπάρχουν στο εξάμηνο.



Το κάθε μάθημα αποτελείτε από δύο αρχεία.



Το πρώτο αρχείο περιλαμβάνει όλα τα μαθηματικά τα οποία έχουν χρησιμοποιηθεί και για κάθε κεφάλαιο μαθηματικών στο οποίο χρησιμοποιεί το μάθημα υπάρχει και ένα παράδειγμα του μαθήματος.



ΑΣΥΡΜΑΤΑ ΕΥΡΥΖΟΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

1) ΤΡΙΓΟΝΟΜΕΤΡΙΑ

Η συνάρτηση since ορίζεται ως:

$$sinc(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$$

2) ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

Το φαινόμενο ICI μεταξύ των υποφορέων l και l+m που χρησιμοποιούν ένα προσαρμοσμένο φίλτρο, το FFT, είναι απλά το εσωτερικό γινόμενο μεταξύ τους:

$$I_m = \int_0^{LT_s} x_l(t)\hat{x}_{l+m}(t)dt = \frac{LT_s X_m(1 - e^{-j2\pi(\delta+m)})}{j2\pi(m+\delta)}$$

3) ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ

Επειδή τα συστήματα πολλαπλού φορέα μεταδίδουν δεδομένα σε αρκετά παράλληλα κανάλια συχνοτήτων, η τελική κυματομορφή είναι η απόθεση L σημάτων στενού εύρους ζώνης. Πιο συγκεκριμένα ακόμα κάθε ένα από τα L δείγματα εξόδου από μια ενέργεια IFFT L στιγμών έχει να κάνει με το άθροισμα L μιγαδικών αριθμών. εξαιτίας του κεντρικού οριακού θεωρήματος, οι τελικές τιμές εξόδου $\{x_1, x_2, \ldots, x_L\}$ μπορούν να μοντελοποιηθούν με ακρίβεια ακόμα ιδιαίτερα για μεγάλο L, μιγαδικές τυχαίες μεταβλητές GAUSS με μηδενική μέση τιμή και διακύμανση $\sigma^2 = {}^{\varepsilon_X}/_2$. Αυτό σημαίνει ότι τα πραγματικά και φανταστικά μέρη έχουν μηδενική μέση τιμή και διακύμανση $\sigma^2 = {}^{\varepsilon_X}/_2$. Το πλάτος του σήματος εξόδου είναι $|x[n]| = \sqrt{(Re\{x[n]\})^2 + (Im\{x[n]\})^2}$

Το δεύτερο αρχείο αποτελείτε από τα βιβλία: Λογισμός Ι, Μαθηματικά ΙΙ <ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΠΡΑΞΗ>, Μαθηματικά ΙΙΙ <ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΠΡΑΞΗ>, τα οποία είναι συγγραφή του Σάλτα Βασίλειου. Το συγκεκριμένο αρχείο περιλαμβάνει τους μαθηματικούς τύπους που έχουν χρησιμοποιηθεί στο μάθημα και υπάρχουν αντίστοιχα στα παραπάνω συγγράμματα. Για κάθε ένα ξεχωριστό κεφάλαιο το οποίο χρησιμοποιεί το μάθημα υπάρχει και ένα παράδειγμα από τα βιβλία αυτά.

ΒΙΒΛΙΟ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ «ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΠΡΑΞΗ»

1) **Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα.**

Ασκηση: Να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα

$$I = \oint_K (y^2\,dx + x\,dy)$$

Αν Κ είναι τετράγωνο ΑΒΓΔ με συντεταγμένες κορυφών του τις Α(0,0), Β(2,0), Γ(2,2) και Δ(0,2)

Λύση:

$$I = \oint_K (y^2\,dx + x\,dy) = \iint_D (1-2y)\,dx\,dy = \int_0^2 \left[\int_0^2 (1-2y)\,dy\right] dx = -4$$

2) **Μιγαδικοί αριθμοί**

Ασκηση1 :Δίνονται οι μιγαδικοί αριθμοί $z_1 = 1 + i, z_2 = 2 - 3i,\ z_3 = 3 + 2i$ να υπολογιστούν τα ακόλουθα: $z_1 + z_2,\ \ z_1 z_2$

Λύση: $z_1 + z_2 = (1 + i) + (2 - 3i) = (1 + 2) + (1 - 3)i = 3 - 2i$

$$\begin{aligned} z_1 z_2 &= (1 + i)(2 + 3i) = [1 \times 2 - 1 \times (-3)] + [1 \times (-3) + 1 \times 2]i \\ &= (2 + 3) + (-3 + 2)i = 5 - i \end{aligned}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Συμπεράσματα

Συνοψίζοντας, όλα όσα έχουμε αναζητήσει και αναγράψει στο πλαίσιο της συγκεκριμένης εργασίας, θα πρέπει για ακόμα μία φορά να επαναλάβουμε ότι η ύπαρξη των μαθηματικών είναι ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες της ζωής. Είναι πολλές οι επιστήμες όπου σε όλα τα στάδια ανάπτυξής τους έχουν ως μπούσουλα τα μαθηματικά. Ένα από τα κυριότερα που έχουμε μελετήσει και εμείς είναι η επιστήμη της πληροφορικής. Για να μπορέσουν να αναπτυχθούν όλες οι επιστήμες έπρεπε τα μαθηματικά από αρχαιοτάτων χρόνων να διδαχθούν. Αυτό έχει επιτευχθεί με τη διδασκαλία των μαθηματικών η οποία είναι πολύ σημαντική για την εκπαίδευση. Έχει ως στόχο την προώθηση γνώσεων τόσο σε μαθητές όσο και διδάσκοντες. Οι διδάσκοντες με τη σωστή προετοιμασία και τα κατάλληλα εργαλεία έχουν βοηθήσει σε μεγάλο ποσοστό ανθρώπους για την αντιμετώπιση προβλημάτων που συναντώνται στην καθημερινή ζωή τους. Στηριζόμενοι σε εφαρμογές αλλά και σε αξιολογήσεις ή διδασκαλία των μαθηματικών γίνεται πιο ειδικοί και πιο επιμορφωτική σε όλους τους ανθρώπους. Κυρίως με αυτό των ειδών διδασκαλίας άτομα με διαφορετικές δεξιότητες όπου απαιτείται διαφορετικός σχεδιασμός της διδασκαλίας έχει επιφέρει μεγάλη επιτυχία. Επίσης παρατηρείται πως στη διδασκαλία των μαθηματικών μεγάλη σημασία έχει η επιστημονικότητα και η διαθεματικότητα των μαθηματικών. Οι όροι αυτοί από τη μεριά τους μας δίνουν το συμπέρασμα ότι με τους στόχους που έχουν η δημιουργούνται πολλά οφέλη τα οποία συμβάλλουν σημαντικά στην παιδεία και κατά επέκταση στο τμήμα μηχανικών πληροφορικής. Από τη μεριά του το τμήμα μηχανικών πληροφορικής, τα συγγράμματα τα οποία χρησιμοποιεί για την εκμάθηση της επιστήμης του έρχονται σε άμεση αντιστοιχία με μαθηματικά βιβλία τα οποία βοηθάνε για την εκμάθηση της επιστήμης. Μπορούμε με αυτόν τον τρόπο να καταλάβουμε για ακόμα μια φορά πως τα μαθηματικά είναι πολύ σημαντικά και ότι χωρίς αυτά δεν θα μπορούσαν να είχαν αναπτυχθεί και εξελιχθεί επιστήμες όπως και η επιστήμη της πληροφορικής. Για την καλύτερη παρατηρήσεις το πώς τα μαθηματικά βοηθάνε στο τμήμα μας κατασκευάστηκε μια πλατφόρμα στην οποία γίνεται αντιληπτό όσα έχουμε αναφέρει. Κλείνοντας το κυριότερο συμπέρασμα το οποίο προκύπτει είναι ότι τα μαθηματικά είναι ο κινητήριος μοχλός της της ανθρώπινης εξέλιξης.

Βιβλιογραφία

Αγαλιάτης, Ι. Υποστήριξη μαθητών με ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες και προβλήματα συμπεριφοράς. Πανεπιστήμιο Μακεδονίας.

Βικιπαίδεια. *Διαθεματικότητα.*

Βικιπαίδεια. *Διεπιστημονικότητα.*

Βουκάλης, Δημήτριος (2009*). Θεωρία Πληροφοριών – Κώδικες.* Αθήνα: ΙΩΝ

Γαγάτσης, Α. (1993). *Διδακτική των μαθηματικών.* Θεσσαλονίκη.

Γλαβάς, Ι. (2012). *Οι στόχοι της μαθηματικής παιδείας.* Αθήνα

Η διδασκαλία των μαθηματικών. Σκοποί και στόχοι της διδασκαλίας των μαθηματικών. Ημερομηνία ανάκτησης: 10/08/2023. https://eclass.uoa.gr/modules/document/file.php/MATH115/%CE%A3%CE%B7%CE%BC%CE%B5%CE%B9%CF%8E%CF%83%CE%B5%CE%B9%CF%82.pdf

Καλαβάσης, Φ. & Μεϊμάρης, Μ. (2000*). Αξιολόγηση και διδασκαλία των μαθηματικών.* Αθήνα: Gutenberg.

Κολέτσος, Γ. (2015). *Μαθηματική λογική* [Προπτυχιακό εγχειρίδιο]. Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις. https://hdl.handle.net/11419/2299

Κοτοπούλης, Θ. (2007) *Η διδακτική των μαθηματικών εννοιών στη βασική εκπαίδευση. Όψεις και προοπτικές.* Επιστημονικό Βήμα.

Κωττής, Π. & Αράπογλου, Π-Δ. (2017-2014). *Ασύρματες Επικοινωνίες.* Αθήνα: Τζιόλα.

Μηνά, Π., (2018). *Η διαθεματικότητα και η διεπιστημονικότητα στην εκπαίδευση.* Ρόδος: Πανεπιστήμιο Αιγαίου.

Προβληματισμοί για την βελτίωση τις διδασκαλίας των μαθηματικών στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Ημερομηνία ανάκτησης: 10/08/2023. https://users.sch.gr/gkosyvas/autosch/joomla15/images/%CE%A3%CE%A7%CE%95%CE%94%CE%99%CE%91%CE%A3%CE%9C%CE%9F%CE%A3.pdf

Πετροπούλου, Γ. (2018). *Η διδασκαλία των μαθηματικών στην τριτοβάθμια εκπαίδευση*. Αθήνα: Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών.

Σάλτας, Β. (2008). *Σύγχρονη διδασκαλία των μαθηματικών.* Θεσσαλονίκη: Επίκεντρο.

Σάλτας, Β. (2012). *Μαθηματικά ΙΙ: Θεωρία και πράξη*. Αθήνα: Κλειδάριθμος.

Σάλτας, Β. (2014). *Μαθηματικά ΙΙΙ: Θεωρία και πράξη.* Θεσσαλονίκη: Αφοί Κυριακίδη.

Σάλτας, Β. (2014). *Σύγχρονη διδασκαλία βασικών μαθηματικών εννοιών*. Θεσσαλονίκη: Επίκεντρο.

Σάλτας, Β. (2016). *Λογισμός Ι.* Θεσσαλονίκη: Επίκεντρο.

Σφουγκάρης, Σ. (2020). *Διεπιστημονική προσέγγιση Ανωτέρων Μαθηματικών.* Σέρρες: Διεθνές Πανεπηστήμιο Της Ελλάδος.

Andrews, J & Ghost, A & Muhamed, R. (2007). Ασύρματα Ευρυζωνικά δίκτυα. Αθήνα: Παπασωτηρίου

Bateman, A. (2016), *Ψηφιακές Επικοινωνίες.* Αθήνα: Τζιόλα.

Biehler, R. (1993*). Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*. Kluwer: Academic Publishers.

Bloom, B. & Krathwohl, D. (1986). *Ταξινομία Διδακτικών Στόχων.* Αθήνα: Κώδικας.

Brown, M. (1997*). Real Problems for Mathematics Teachers.* Oxford University Press.

Oppenheim, A. & Schafer, R. (2013). *Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος.* Αθήνα: FountasBooks

Rappaport, T. (2002). *Ασύρματες Επικοινωνίες. Αρχές και Πρακτική.* Αθήνα: Μ. Γκιούρδας

Serway, R. & Jewett, J. (2010). *Φυσική για επιστήμονες και μηχανικούς. Ηλεκτρισμός και Μαγνητισμός, Φως και Οπτική, Σύγχρονη Φυσική*. Αθήνα: Κλειδάριθμος

Serway, R. & Jewett, J. (2010). *Φυσική για επιστήμονες και μηχανικούς. Μηχανική, Ταλαντώσεις και Μηχανικά Κύματα, Θερμοδυναμική, Σχετικότητα.* Αθήνα: Κλειδάριθμος.

Tanenbaum, A. & Wetherall D (2011). *Δίκτυα Υπολογιστών.* Αθήνα: Κλειδάριθμος.