



ΔΙΕΘΝΕΣ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ



ΔΙΕΘΝΕΣ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ  
Μεταπτυχιακό στην  
Εφαρμοσμένη  
Πληροφορική

## **Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής Υπολογιστών και Τηλεπικοινωνιών**

### **ΠΜΣ στην Εφαρμοσμένη Πληροφορική**

**Θέμα: Ανάπτυξη ψηφιακού υλικού στα Μαθηματικά της  
Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης μέσω της πλατφόρμας  
τηλεκπαίδευσης e – class**

**Καθηγητής : Καραβασίλης Γεώργιος**

**ΤΣΟΥΤΣΗΣ ΒΑΣΙΛΗΣ**

**ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2023**



ΔΙΕΘΝΕΣ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ



ΔΙΕΘΝΕΣ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ  
Μεταπτυχιακό στην  
Εφαρμοσμένη  
Πληροφορική

.....0	
ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	4
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 .....	5
1.ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ .....	5
1.1 ΣΚΟΠΟΙ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΙ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ .....	5
1.2 ΑΡΧΕΣ ΜΑΘΗΣΗΣ.....	5
1.3 ΓΕΝΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ .....	8
1.3.1 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΣΤΑΣΗ .....	8
1.3.2 ΓΛΩΣΣΚΗ ΔΙΑΣΤΑΣΗ .....	10
1.3.3 ΕΦΑΡΜΟΣΙΜΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΧΡΗΣΗ .....	10
1.3.4 ΔΟΜΗ.....	11
1.3.5 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΗ ΔΙΑΣΤΑΣΗ .....	11
1.3.6 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΔΙΑΣΤΑΣΗ.....	12
1.3.7 ΔΙΑΣΤΑΣΗ ΣΤΑΣΗΣ ΑΠΕΝΑΝΤΙ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ .....	12
1.5 ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ .....	13
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 .....	15
2. ΘΕΩΡΙΕΣ ΜΑΘΗΣΗΣ.....	15
2.1. Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΔΕΣΜΩΝ .....	15
2.1.1 Η ΑΝΑΠΤΥΞΙΑΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΡΙΑΓΕΤ. ....	16
2.1.2 ΜΑΘΗΣΗ ΜΕΣΩ ΑΝΑΚΑΛΥΨΗΣ.....	16
2.1.3 ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΜΕΣΩ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ .....	16
2.2 ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ.....	17
2.3 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ .....	19
2.4 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΙΤΥΧΗΜΕΝΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ .....	21
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 .....	23

3. ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ .....	23
3.1 ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ .....	24
3.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ ΩΣ ΣΥΜΒΟΛΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ.....	27
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 .....	30
4. ΟΙ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ .....	30
4.1 ΟΙ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΣΤΑ ΣΧΟΛΙΚΑ ΒΙΒΛΙΑ ΤΗΣ Α΄ ΚΑΙ Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ .....	30
4.1.1 Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ .....	30
4.1.2 Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ .....	33
4.2 ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΥΜΒΟΛΑ .....	35
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 .....	37
5. ΟΙ ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ .....	37
5.1 ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΟ ΠΕΡΑΣΜΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ.....	37
5.2 ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΚΑΙ ΛΑΘΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ.....	42
5.3 ΕΡΕΥΝΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ.....	46
5.4 ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ .....	47
5.5 ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΑΛΓΕΒΡΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ .....	50
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 .....	54
6. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ .....	54
6.1 ΟΙ ΝΕΕΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ.....	56
6.2 Η ΕΞ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ.....	58
6.3 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΞ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ.....	62
6.3.1 ΚΑΗΟΟΤ .....	62
6.3.2 KHAN ACADEMY.....	64
6.3.3 EDPUZZLE .....	65
6.3.4 SOCRATIVE .....	67
6.3.5 H5P .....	69
6.3.6 PADLET .....	70
6.3.7 EDMODO .....	72
6.3.8 MOODLE.....	74
6.3.9 ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗ ΠΛΑΤΦΟΡΜΑ Ε-ΜΕ .....	78
6.3.10 OPEN E CLASS.....	83
6.4 ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΑ ΛΟΓΙΣΜΙΚΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ .....	92
6.4.1 Αβάκιο/E-slate .....	92

6.4.2 Cabri Geometry II Plus.....	94
6.4.3 Function Probe.....	95
6.4.4 Geogebra.....	96
6.4.5 The Geometer’s Sketchpad.....	97
6.4.6 MicroWorlds Pro.....	98
6.4.7 Modellus.....	99
6.4.8 Τα προγράμματα προσομοίωσης Java Applets.....	100
6.4.9 Scratch.....	101
6.4.10 HANDS-ON EQUATIONS.....	102
6.4.11 Algebra Touch.....	102
6.4.12 Shapes 3D.....	103
6.4.13 Math Studio.....	103
6.4.14 Math Free Formula.....	104
6.4.15 iMathematics.....	104
6.5 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΗΤΗΣ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗΣ.....	105
6.5.1 Smodin Omni.....	105
6.5.2 Photomath.....	106
6.5.3 Socratic από την Google.....	107
6.5.4 Mathway.....	108
6.5.5 Wolfram Alpha.....	108
6.5.6 Maple Calculator.....	109
6.5.7 CameraMath.....	110
6.5.8 Brilliant.....	111
6.5.9 Microsoft Math Solver.....	111
6.5.10 MyScript.....	112
6.5.11 Symbolab.....	112
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7.....	113
7.1 ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ Ε CLASS ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΣΤΗΝ Α΄ ΚΑΙ Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ.....	113
8. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	134
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ.....	137

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η παρούσα εργασία στο πρώτο μέρος πραγματεύεται τη διδασκαλία των μαθηματικών στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση και συγκεκριμένα την διδασκαλία των εξισώσεων στην  $\alpha$  και  $\beta$  γυμνασίου. Αναλυτικότερα στην αρχή παρουσιάζονται οι σκοποί και οι στόχοι της διδασκαλίας των μαθηματικών στις πρώτες τάξεις του γυμνασίου και αναλύονται οι επτά άξονες των μαθηματικών στόχων. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι επικρατέστερες θεωρίες μάθησης και αναφέρονται τα χαρακτηριστικά της επιτυχημένης μαθηματικής εκπαίδευσης. Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται μια ιστορική αναδρομή της εξέλιξης των μαθηματικών, της άλγεβρας αλλά και του συμβολικού συστήματός της. Στο επόμενο κεφάλαιο παρουσιάζονται αναλυτικά το περιεχόμενο και οι ασκήσεις που αφορούν τις έννοιες της εξίσωσης και της μεταβλητής όπως αυτές παρουσιάζονται στα σχολικά εγχειρίδια της  $\alpha$  και  $\beta$  γυμνασίου καθώς και το τί αναμένεται να μάθουν οι μαθητές στις δύο αυτές τάξεις. Στο πέμπτο κεφάλαιο επισημαίνονται οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στο πέρασμά τους από την αριθμητική του δημοτικού στην άλγεβρα του γυμνασίου και οι λόγοι για τους οποίους εμφανίζονται αυτές οι δυσκολίες σύμφωνα με την ελληνική και ξένη βιβλιογραφία. Στο έκτο κεφάλαιο αναφέρονται τα πλεονεκτήματα της εισαγωγής των Τ.Π.Ε. στην εκπαίδευση και συγκεκριμένα στη διδασκαλία των μαθηματικών όπως επίσης παρουσιάζονται και τα χαρακτηριστικά της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης ενώ στη συνέχεια παρουσιάζονται διάφορα συστήματα εξ αποστάσεως εκπαίδευσης όπου για το καθένα αναλύονται τα χαρακτηριστικά τους και οι δυνατότητες που παρέχουν τόσο στους εκπαιδευτικούς όσο και στους εκπαιδευόμενους. Τέλος αναφέρονται εκπαιδευτικά λογισμικά που ανήκουν στο χώρο των μαθηματικών και της πληροφορικής και τα οποία χρησιμοποιούνται στη πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση.

Στο δεύτερο μέρος της παρούσας εργασίας περιγράφεται η πλατφόρμα τηλεεκπαίδευσης e-class η οποία έχει δημιουργηθεί με σκοπό τη διδασκαλία των εξισώσεων της  $\alpha$  και  $\beta$  γυμνασίου και παρουσιάζεται αναλυτικά το ψηφιακό υλικό το οποίο έχει περιληφθεί στη πλατφόρμα για το σκοπό αυτό.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1**

### **1. ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

#### **1.1 ΣΚΟΠΟΙ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΙ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

Ο λόγος για τη δημιουργία και την ανάπτυξη των μαθηματικών ήταν η επίλυση εσωτερικών και εξωτερικών προβλημάτων. Ως εξωτερικά προβλήματα νοούνται τα πρακτικά προβλήματα της καθημερινής ζωής, τα οποία οδήγησαν στη δημιουργία των πρώτων μαθηματικών, καθώς και τα προβλήματα που θέτουν άλλες επιστήμες, η επίλυση των οποίων ανάγεται στη λύση μαθηματικών προβλημάτων. Τα εσωτερικά προβλήματα αναφέρονται σε προβλήματα που προκύπτουν κατά τη διαδικασία ανάπτυξης των ίδιων των μαθηματικών.

Γιατί όμως διδάσκουμε τα μαθηματικά στα σχολεία; Διδάσκουμε μαθηματικά στα σχολεία για να μπορούν οι σημερινοί μαθητές και οι αυριανοί πολίτες:

(i) να κατανοούν τι συμβαίνει γύρω τους

(ii) να κατανοούν τον φυσικό κόσμο

(iii) να αναπτύξουν τη λογική σκέψη.

Προκειμένου να επιτευχθούν οι παραπάνω στόχοι, έχουμε θέσει τους ακόλουθους στόχους ανάλογα με το επίπεδο εκπαίδευσης

α) Οι μαθητές να κατανοούν έννοιες, μαθηματικές διαδικασίες, γεγονότα και αρχές.

β) Οι μαθητές να είναι σε θέση να επιλύουν προβλήματα.

γ) Οι μαθητές να μπορούν να εκτελούν πράξεις και διαδικασίες με ακρίβεια και ταχύτητα.

δ) Οι μαθητές να κατανοούν τη λογική δομή των αποδείξεων.

ε) Οι μαθητές να αναπτύσσουν θετικότητα, ενδιαφέρον, περιέργεια και πρωτοβουλία.

στ) Οι μαθητές μαθαίνουν πώς να μαθαίνουν και να επικοινωνούν αποτελεσματικά στα μαθηματικά και αναπτύσσουν συνήθειες ανεξάρτητης μάθησης και αναζήτησης της γνώσης.

#### **1.2 ΑΡΧΕΣ ΜΑΘΗΣΗΣ**

Για να επιτευχθούν αυτοί οι στόχοι, είναι απαραίτητο να ληφθούν υπόψη τόσο οι αρχές της μάθησης που αφορούν τη διαδικασία απόκτησης της γνώσης γενικά και της μαθηματικής γνώσης ειδικότερα, όσο και οι αρχές της μαθηματικής εκπαίδευσης, οι

οποίες υποστηρίζουν ότι η διαδικασία εκμάθησης των μαθηματικών είναι μια κατασκευαστική δραστηριότητα. Αυτή η αντίληψη διαφέρει από την ιδέα της μάθησης μέσω της απορρόφησης γνώσεων που διδάσκονται ή μεταδίδονται από κάποιον άλλο και απορροφώνται παθητικά από τον μαθητή. Η οικοδόμηση της γνώσης είναι δυνατή όταν η διαδικασία μάθησης βασίζεται στη συγκεκριμένη εμπειρία του ατόμου.

Η εκμάθηση μαθηματικών εννοιών και δεξιοτήτων είναι μια μακρά διαδικασία και περνά από διαδοχικά επίπεδα αφαίρεσης. Σύμφωνα με αυτή τη διαδικασία, η μάθηση είναι δυνατή επειδή κοινές ιδιότητες μπορούν να ανακαλυφθούν από διαφορετικές εμπειρίες και να αποθηκευτούν για μελλοντική χρήση. Οι νοητικές αναπαραστάσεις των κοινών ιδιοτήτων ονομάζονται έννοιες.

Κάθε φορά που βλέπουμε ή ακούμε κάτι στο περιβάλλον μας, ανακαλούμε μια έννοια που θεωρούμε ότι σχετίζεται με αυτό. Αναπαριστώντας μια έννοια με τη μορφή συμβόλων, μπορούμε να την ανακαλέσουμε ανά πάσα στιγμή χωρίς να καταφύγουμε σε εξωτερικά ερεθίσματα. Στην περίπτωση αυτή, η έννοια γίνεται αντικείμενο της συνείδησης το οποίο χειριζόμαστε με διάφορους τρόπους.

Με αυτόν τον τρόπο, έννοιες με κοινές ιδιότητες μπορούν να ομαδοποιηθούν και να σχηματίσουν έννοιες ανώτερης τάξης. Η συνεχής αφαίρεση που συντελείται κατά τη δημιουργία εννοιών ανώτερης τάξης ορίζει τον όρο της αφαιρετικής διαδικασίας.

Προκειμένου οι μαθητές να μεταβούν από το άτυπο στο τυπικό επίπεδο μαθηματικών γνώσεων, χρειάζονται κατάλληλα εργαλεία που θα τους βοηθήσουν να μεταβούν από το συγκεκριμένο στο αφηρημένο.

Οι έννοιες του αφηρημένου και του συγκεκριμένου συνδέονται μεταξύ τους. Αυτό που θεωρείται αφηρημένο για τους μαθητές μιας συγκεκριμένης ηλικίας λειτουργεί ως συγκεκριμένο εργαλείο για τους μεγαλύτερους μαθητές. Αυτό σημαίνει ότι τα σημεία αναφοράς που βασίζονται σε συγκεκριμένες εμπειρίες δεν πρέπει να αποτελούνται μόνο από υλικά αντικείμενα και ενέργειες δανεισμένες από την καθημερινή ζωή. Η παροχή μαθησιακού υλικού, μοντέλων, διαγραμμάτων, γραφικών παραστάσεων και συμβόλων μπορεί, για τους μαθητές μιας ορισμένης ηλικίας, να διαδραματίσει συγκεκριμένο ρόλο ως βάση για τη διαδικασία απόκτησης μαθηματικών γνώσεων.

Εκτός από την ατομική εργασία, η ομαδική εργασία μπορεί επίσης να συμβάλει στη διαδικασία μάθησης. Η μαθηματική εκπαίδευση πρέπει να προωθεί την αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών, να παρέχει ευκαιρίες για ανταλλαγή ιδεών, αντίκρουση και υπεράσπιση και ελεύθερη έκφραση.

Ο αντίκτυπος της ομαδικής εργασίας μπορεί να αξιολογηθεί στα ακόλουθα επίπεδα

- Διευκολύνει την επίλυση προβλημάτων, επειδή μπορούν να προσεγγιστούν από διαφορετικές οπτικές γωνίες και με διαφορετικούς τρόπους.
- Διευκολύνει τη διαδικασία του προσωπικού αναστοχασμού, η οποία αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα στοιχεία της μαθησιακής διαδικασίας.

Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι σε ένα ομαδικό περιβάλλον αναπτύσσεται η ικανότητα να αποστασιοποιείται κανείς από τις δικές του σκέψεις και πράξεις, να τις αναλύει και να τις αξιολογεί υπό το πρίσμα των δικών του στόχων. Έτσι, λαμβάνει χώρα μια διαδικασία αφομοίωσης, κατά την οποία νέες έννοιες και νοητικά αντικείμενα ενσωματώνονται στις υπάρχουσες γνώσεις, και κατά τη διαδικασία προσαρμογής, τα παλιά σχήματα αναπροσαρμόζονται σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό.

Ο εκπαιδευτής απλώς διορθώνει τα λάθη και τις παρανοήσεις και ο μαθητής προσαρμόζεται στο πλαίσιο του μαθησιακού συμβολαίου. Για να αποδεχθούν την ανάγκη αντικατάστασης ή συμπλήρωσης της υπάρχουσας γνώσης, οι ίδιοι οι μαθητές πρέπει να εμπλακούν σε γνωστικές συγκρούσεις. Ο σπουδαστής συμφωνεί να εγκαταλείψει το υπάρχον γνωστικό του σχήμα μόνο όταν συνειδητοποιεί ότι είναι ανεπαρκές για την αντιμετώπιση μιας δεδομένης κατάστασης. Η επίλυση προβλημάτων και όχι μόνο ασκήσεων, δεν είναι απλώς μια μαθησιακή άσκηση, μια άμεση εφαρμογή της θεωρίας, αλλά ένας ακρογωνιαίος λίθος της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Οι μαθηματικές γνώσεις που αναπτύσσονται μέσω της επίλυσης προβλημάτων πρώτα παγιώνονται στο διαισθητικό και εμπειρικό επίπεδο και στη συνέχεια στη βάση μιας αποδεικτικής διαδικασίας.

Η ιστορία των μαθηματικών είναι μια πλούσια πηγή τέτοιων προβλημάτων. Για τη μαθηματική εκπαίδευση, η πραγματικότητα είναι το σημείο όπου οι μαθηματικές έννοιες και δομές αντανάκλωνται και εφαρμόζονται. Η διάκριση μεταξύ διαφορετικών αρχών μάθησης και διδασκαλίας και οι μεταξύ τους σχέσεις δεν είναι απόλυτες, αλλά παρέχουν μια βάση για τη διατύπωση των στόχων της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Τέλος, η ανάπτυξη της τεχνολογίας έχει διευρύνει τους ορίζοντες της μαθηματικής έρευνας και των εφαρμογών. Η ικανότητα των ηλεκτρονικών υπολογιστών να επεξεργάζονται μεγάλες ποσότητες πληροφοριών σε σύντομο χρονικό διάστημα έχει καταστήσει δυνατή την ποσοτική και λογική ανάλυση δεδομένων σε ένα ευρύ φάσμα τομέων, όπως η οικονομία, η κοινωνιολογία, η ιατρική και η βιολογία.

Τα μαθηματικά που χρησιμοποιούνται σε αυτές τις επιστήμες δεν είναι απαραίτητα τα κλασικά μαθηματικά που μελετήθηκαν στο σχολείο, όπως η αριθμητική, η άλγεβρα, η ανάλυση και η γεωμετρία. Ως εκ τούτου, τα προγράμματα σπουδών θα πρέπει να παρέχουν ευκαιρίες στους μαθητές να κατανοήσουν μαθηματικά μοντέλα, δομές και



προσομοιώσεις που μπορούν να εφαρμοστούν σε τομείς πέραν των κλασικών μαθηματικών.

Η έκθεση στους υπολογιστές στα πρώτα στάδια της μαθηματικής εκπαίδευσης δεν υποκαθιστά, αλλά συμπληρώνει την εκπαίδευση. Πολλά προβλήματα μπορούν να επιλυθούν μόνο με νοερούς υπολογισμούς και άλλα απαιτούν τη συνήθη μέθοδο χαρτί και μολύβι ενώ για πιο πολύπλοκους συλλογισμούς η χρήση υπολογιστών διευκολύνει αισθητά τη διαδικασία επίλυσης.

### **1.3 ΓΕΝΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**

Για τη διατύπωση των στόχων της μαθηματικής εκπαίδευσης μπορούν να προσδιοριστούν επτά άξονες γενικών στόχων. Κάθε άξονας αναφέρεται σε μια συγκεκριμένη πτυχή της μαθηματικής εκπαίδευσης. Με άλλα λόγια, τα θέματα της μαθηματικής εκπαίδευσης μπορούν να αναλυθούν και να μελετηθούν από τις ακόλουθες οπτικές γωνίες

A) Η μαθηματική διάσταση

B) Η γλωσσική διάσταση

Γ) την πρακτικότητα και την εφαρμοσιμότητα

Δ) μαθηματική δομή

E) μεθοδολογική διάσταση

ΣΤ) η δυναμική διάσταση

Z) μέτρηση της στάσης των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά

#### **1.3.1 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΣΤΑΣΗ**

Κατά τη διαδικασία εκμάθησης των μαθηματικών, οι μαθητές πρέπει να έχουν την ευκαιρία :

- να αποκτήσουν βασικές μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες (π.χ. αλγοριθμικές δεξιότητες, δεξιότητες σχεδίασης γεωμετρικών σχημάτων) οι οποίες για κάθε βαθμίδα καθορίζονται λεπτομερώς από το αντίστοιχο πρόγραμμα σπουδών. Κατά τη συγγραφή των σχολικών εγχειριδίων, τα οποία αποτελούν το συνδετικό κρίκο μεταξύ του αναλυτικού προγράμματος και της εκπαιδευτικής υλοποίησης των στόχων που έχουν τεθεί, θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όλες οι πτυχές της μαθηματικής εκπαίδευσης και όχι μόνο η ορθότητα του μαθηματικού περιεχομένου.

- Διαμόρφωση επιστημονικού τρόπου σκέψης και ικανότητα επίλυσης καταστάσεων της πραγματικής ζωής. Διαμόρφωση επιστημονικού τρόπου σκέψης σημαίνει, πρώτα απ' όλα, ανάπτυξη της ικανότητας να ερευνάς και να αξιολογείς, να φαντάζεσαι και να σκέφτεσαι κριτικά.

Η διαδικασία επίλυσης προβλημάτων είναι το καλύτερο μέρος για την ανάπτυξη αυτών των δεξιοτήτων. Μέσω της βήμα προς βήμα διδασκαλίας της επίλυσης προβλημάτων, της μοντελοποίησης πραγματικών καταστάσεων και της διαδικασίας της απόδειξης, οι μαθητές συνειδητοποιούν σταδιακά ότι η άσκηση μαθηματικών δραστηριοτήτων αφορά κυρίως: τον εντοπισμό προβλημάτων, τη διατύπωση υποθέσεων σχετικά με τα αποτελέσματα, τον πειραματισμό με παραδείγματα, τη σύνθεση συλλογισμών, τη διατύπωση λύσεων, την επαλήθευση των αποτελεσμάτων και την αξιολόγησή τους. διατυπώνουν, επαληθεύουν τα αποτελέσματα και αξιολογούν την ορθότητά τους σε σχέση με το αρχικό πρόβλημα. διατυπώνουν, επαληθεύουν τα αποτελέσματα και αξιολογούν την ορθότητά τους σε σχέση με το αρχικό πρόβλημα. Για τους λόγους αυτούς, η επίλυση προβλημάτων πρέπει να βρίσκεται στο επίκεντρο του προγράμματος σπουδών των μαθηματικών, όχι απαραίτητα ως ανεξάρτητο αντικείμενο, αλλά ως ο κύριος άξονας που οργανώνει τη διδασκαλία των βασικών μαθηματικών εννοιών. Στα αρχικά στάδια της μάθησης, η θεματολογία των προβλημάτων προκύπτει από την άμεση εμπειρία του μαθητή, αλλά σταδιακά γίνονται πιο σύνθετα και σχετίζονται τόσο με καταστάσεις της πραγματικής ζωής όσο και με αμιγώς μαθηματικά θέματα.

Κατά τη διαδικασία επίλυσης των προβλημάτων, οι μαθητές :

- εξερευνούν και κατανοούν το μαθηματικό περιεχόμενο (έννοιες, συλλογισμούς κ.λπ.).
- διαμορφώνουν προβλήματα με βάση καθημερινές ή μαθηματικές καταστάσεις.
- αναπτύσσουν και εφαρμόζουν μια ποικιλία μεθόδων επίλυσης προβλημάτων.
- επαληθεύουν και ερμηνεύουν αποτελέσματα που σχετίζονται με το αρχικό πρόβλημα.
- διαμορφώνουν λύσεις και στρατηγικές που μπορούν να εφαρμοστούν σε νέες καταστάσεις.
- αποκτούν αυτοπεποίθηση για τις μαθηματικές τους ικανότητες.
- αποκτούν την ικανότητα να εφαρμόζουν διαδικασίες μοντελοποίησης σε πραγματικές καταστάσεις.

### **1.3.2 ΓΛΩΣΣΚΗ ΔΙΑΣΤΑΣΗ**

Τα μαθηματικά είναι ένας τρόπος περιγραφής πτυχών του κόσμου γύρω μας. Η μαθηματική εκπαίδευση θα πρέπει να στοχεύει στο να καταστήσει τους μαθητές ικανούς να αποκτήσουν πλήρη επάρκεια στη γλώσσα των μαθηματικών ως μέσο επικοινωνίας.

Για τους μαθητές, αυτό σημαίνει:

- Να αποκτήσουν ένα λεξιλόγιο μαθηματικών όρων και συμβόλων.
- Να κατανοούν τη σύνταξη της μαθηματικής γλώσσας και να μπορούν να χρησιμοποιούν σωστά τη γλώσσα αυτή όταν συζητούν, προετοιμάζουν λύσεις και θέτουν ερωτήσεις.
- Είναι σε θέση να διαβάζουν και να κατανοούν μαθηματικά κείμενα σε προφορική, γραφική και συμβολική μορφή.
- Να έχουν την ικανότητα μετάφρασης από τη φυσική γλώσσα στη μαθηματική γλώσσα.
- Να συσχετίζουν αντικείμενα, καταστάσεις, εικόνες και διαγράμματα της πραγματικής ζωής με μαθηματικές έννοιες και ιδέες

### **1.3.3 ΕΦΑΡΜΟΣΙΜΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΧΡΗΣΗ**

Η μαθηματική εκπαίδευση θα πρέπει να στοχεύει τόσο στην απόκτηση εφαρμοσμένων γνώσεων όσο και στην κατανόηση των πρακτικών εφαρμογών τους. Για παράδειγμα, θα πρέπει να δημιουργεί συνδέσεις μεταξύ καταστάσεων προβληματισμού (εντός και εκτός του μαθηματικού πλαισίου) και μεταξύ μαθηματικών εννοιών και δομών.

Για τους μαθητές, αυτό σημαίνει τα εξής:

- Να μάθουν να επαναδιατυπώνουν και να αναδιατυπώνουν ορισμένα προβλήματα από μια εξωθεματική περιοχή σε μαθηματικά προβλήματα.
- Να χρησιμοποιούν μαθηματικά εργαλεία (π.χ. μαθηματικά μοντέλα και μεθόδους) για την επίλυση προβλημάτων τόσο εντός όσο και εκτός του μαθηματικού περιβάλλοντος.
- Να κατανοούν τις δυνατότητες και τους περιορισμούς των μαθηματικών κατασκευάζοντας και αναπτύσσοντας μαθηματικά μοντέλα για την επίλυση προβλημάτων.
- Να αντιμετωπίζουν ικανοποιητικά καταστάσεις στις οποίες μπορούν να εφαρμοστούν μαθηματικές διαδικασίες.

-Να αναγνωρίζουν τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ διαφορετικών τομέων των μαθηματικών και μεταξύ των μαθηματικών και άλλων τομέων του προγράμματος σπουδών.

-Να εφαρμόζουν τα μαθηματικά για την επίλυση προβλημάτων σε άλλους επιστημονικούς κλάδους (π.χ. φυσική, βιολογία, μηχανική, κοινωνικές σπουδές) και σε καταστάσεις της καθημερινής ζωής.

-Να μαθαίνουν να χρησιμοποιούν νέα τεχνολογικά εργαλεία που σχετίζονται με τα μαθηματικά.

-Να εξερευνούν και αξιολογούν προσεγγίσεις και στρατηγικές για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων.

-Να ανακαλύπτουν ιδιότητες μαθηματικών αντικειμένων (πράξεις, σχέσεις, δομές κ.λπ.) κοινές για κάθε θεματική περιοχή.

-Να ερευνούν και να διατυπώνουν νόμους και κανόνες.

-Ικανότητα σύνθεσης παραδειγμάτων όταν δίνονται οι κανόνες. .

-Ορθολογικοποίηση τρόπων επίλυσης προβλημάτων με βάση τη μαθηματική λογική στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση και την άτυπη λογική στο δημοτικό σχολείο.

#### **1.3.4 ΔΟΜΗ**

Η μαθηματική εκπαίδευση πρέπει να επιτρέπει στους μαθητές να αναγνωρίζουν και να κατανοούν πώς οι μαθηματικές έννοιες συνδέονται μεταξύ τους και να αναγνωρίζουν τις γενικές αρχές που διέπουν τις διάφορες αναπαραστάσεις τους.

Για τους μαθητές, αυτό σημαίνει :

-να ανακαλύπτουν γενικές αρχές και σχέσεις σε τομείς όπως οι αριθμοί και η μορφή των αλγεβρικών εκφράσεων. να χρησιμοποιούν αυτές τις σχέσεις για να αναλύουν μαθηματικές καταστάσεις.

#### **1.3.5 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΗ ΔΙΑΣΤΑΣΗ**

Η μαθηματική εκπαίδευση θα πρέπει να στοχεύει στην κατάκτηση στρατηγικών διερεύνησης και συλλογισμού, όπως η διαίσθηση, η αναλογική- επαγωγική σκέψη και η παραγωγική σκέψη.

Για τους μαθητές, αυτό σημαίνει:

-εμπειρική προσέγγιση που χαρακτηρίζεται από διερεύνηση, παρατήρηση, διατύπωση και έλεγχο υποθέσεων και ενδεχομένως παραγωγικό συλλογισμό

- Μύηση στη λειτουργία της αποδεικτικής διαδικασίας και συνειδητοποίηση της δυνατότητας αυτονομίας που αυτή τους παρέχει στον έλεγχο της επιτυχίας ή αποτυχίας τους.

-Συνειδητοποίηση της σημασίας της αναλογικής σκέψης, της εκτίμησης, του τρόπου διατύπωσης μιας υπόθεσης, της απαγωγής και της παραγωγής.

-Μαθαίνουν πώς να επιλύουν συγκεκριμένα προβλήματα με στρατηγικές.

### **1.3.6 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΔΙΑΣΤΑΣΗ**

Τα μαθηματικά αναπτύσσονται και εξελίσσονται συνεχώς. Η μαθηματική εκπαίδευση πρέπει να επιτρέπει στους μαθητές να κατανοούν το εύρος και τη δυναμική των μαθηματικών τόσο σε υποκειμενικό όσο και σε αντικειμενικό επίπεδο.

Για τους μαθητές, αυτό σημαίνει τα εξής:

-Γνώση της ιστορικής εξέλιξης των μαθηματικών εργαλείων, συμβόλων και εννοιών (π.χ. η ανάπτυξη των αριθμητικών συστημάτων).

-Γνώση της εξέλιξης των αριθμητικών μεθόδων για την εκτέλεση βασικών πράξεων (π.χ. διάφοροι αλγόριθμοι) και των σύγχρονων εναλλακτικών μεθόδων.

### **1.3.7 ΔΙΑΣΤΑΣΗ ΣΤΑΣΗΣ ΑΠΕΝΑΝΤΙ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

Για να επιτευχθούν οι προηγούμενοι στόχοι, είναι απαραίτητο να αναπτυχθεί στους μαθητές μια θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά. Στη μαθηματική εκπαίδευση, αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές πρέπει να έχουν τη δυνατότητα να:

-να επισημαίνουν, να αξιολογούν και να διορθώνουν τα λάθη μέσω ευρετικών δραστηριοτήτων.

- να αξιολογούν τις μαθηματικές μεθόδους.

-να μαθαίνουν σε ένα πλούσια δομημένο μαθηματικό περιβάλλον όπου υπάρχει χώρος για πρωτοβουλία, εφευρετικότητα και πνευματική πρόκληση.

- να έχουν πλήρη ελευθερία να επιλέγουν τα μοντέλα που χρησιμοποιούν για την επίλυση καταστάσεων ή την απεικόνιση των ιδεών τους. Αυτή η ανεξαρτησία βοηθά τους μαθητές να αποκτήσουν εμπιστοσύνη στην ικανότητά τους να σκέφτονται και να δημιουργούν σε ένα μαθηματικό περιβάλλον.

## 1.5 ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΤΙΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Ποιες είναι οι γενικές αρχές στις οποίες πρέπει να βασίζεται η διδασκαλία των μαθηματικών για την επίτευξη των στόχων αυτών; Η βάση της διδασκαλίας είναι η βαθιά γνώση του αντικειμένου. Χωρίς αυτή την προϋπόθεση είναι αδύνατο να επιτευχθούν οι στόχοι. Όταν πληρούνται αυτή η προϋπόθεση, μπορούμε να αρχίσουμε να συζητάμε για τη διδασκαλία των μαθηματικών. Ορισμένες γενικές αρχές που πρέπει να διέπουν τη διδασκαλία των μαθηματικών είναι οι εξής:

(i) Η διδασκαλία των μαθηματικών πρέπει να είναι εννοιολογική. Η απομνημόνευση κανόνων και διαδικασιών χωρίς την κατανόησή τους μπορεί να δώσει βραχυπρόθεσμα αποτελέσματα, αλλά δεν θα οδηγήσει στην πλήρη ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των μαθητών. Επίσης, μακροπρόθεσμα, ο χρόνος λειτουργεί ως καταλύτης για τη μνήμη, αφήνοντας τον μαθητή με τίποτα.

(ii) Η μάθηση των μαθηματικών πρέπει να είναι μια αναπτυξιακή διαδικασία. Η ανάπτυξη της μαθηματικής κατανόησης είναι μια συνεχής διαδικασία αφομοίωσης νέων δεδομένων και πληροφοριών και ενσωμάτωσής τους στην υπάρχουσα γνώση.

Ο ρόλος του καθηγητή στην περίπτωση αυτή είναι :

(α) να προετοιμάσει μια σειρά από δραστηριότητες για να βοηθήσει τους μαθητές να κατανοήσουν τις έννοιες,

(β) να δημιουργήσει ένα κατάλληλο περιβάλλον για να παρέχει ευκαιρίες στους μαθητές να εξερευνήσουν τις μαθηματικές έννοιες με ποικίλους τρόπους

(γ) να καθοδηγεί τους μαθητές να αναπτύξουν τις υπάρχουσες άτυπες γνώσεις τους σχετικά με τις έννοιες.

iii) Η δομή του προγράμματος σπουδών θα πρέπει να είναι σπειροειδής. Τα μαθηματικά βασίζονται στην προηγούμενη γνώση. Η σωστή ιεράρχηση των μαθηματικών εννοιών είναι ζωτικής σημασίας. Η σπειροειδής ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών από τάξη σε τάξη και από κεφάλαιο σε κεφάλαιο είναι απαραίτητη για την απόκτηση μαθηματικών εννοιών. Στη σπειροειδή μορφή του προγράμματος σπουδών, κάθε έννοια βασίζεται στην προηγούμενη και την επεκτείνει με τέτοιο τρόπο ώστε να καλύπτει ένα ευρύτερο φάσμα των ιδιοτήτων της. Η υιοθέτηση της αρχής του σπειροειδούς σχεδιασμού του προγράμματος σπουδών συνεπάγεται ένα διπλό ρόλο για τον εκπαιδευτικό

α) Ο εκπαιδευτικός πρέπει να λαμβάνει υπόψη του τα ακόλουθα σημεία κατά τον προγραμματισμό της εργασίας του: Ο εκπαιδευτικός να έχει τις απαραίτητες γνώσεις για κάθε έννοια που διδάσκει. Είναι απαραίτητο να αναγνωρίζει τις αδυναμίες των

μαθητών ώστε αυτή η διάγνωση να τον βοηθήσει να προγραμματίσει το μάθημα του καλύτερα.

β) Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να γνωρίζει την υλη όχι μόνο της δική του τάξη αλλά και των τάξεων πριν και μετά από τη δική του.

iv) Τα κίνητρα των μαθητών επηρεάζουν τη διαδικασία της μάθησης και αντίστροφα. Θα πρέπει να σχεδιάζει δραστηριότητες που οι μαθητές να μπορούν να φέρουν εις πέρας. Η επιτυχία αποτελεί προϋπόθεση και κίνητρο για την παρακίνηση για μάθηση. Οι ενδιαφέρουσες δραστηριότητες διεγείρουν την περιέργεια των μαθητών και οδηγεί στην ανάπτυξη της αυτοπεποίθησης ότι είναι ικανοί να κάνουν μαθηματικά. Ως αποτέλεσμα αυτό οδηγεί σε μεγαλύτερη προσπάθεια, βαθύτερη κατανόηση και ακόμη καλύτερους βαθμούς.

v) Οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν τι αναμένεται από αυτούς. Έχει αποδειχθεί ότι όταν οι μαθητές γνωρίζουν τον τελικό στόχο, ενδιαφέρονται και κινητοποιούνται περισσότερο.

vi) Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να συμμετέχουν ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία. Η ενεργός συμμετοχή των μαθητών στα μαθήματα είναι ιδιαίτερα σημαντική για τη θετική αντίληψη των μαθημάτων και την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Ο κύριος ρόλος του εκπαιδευτικού είναι να επιλέγει δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές μπορούν να συμμετέχουν ενεργά.

vii) Η επικοινωνία και η συζήτηση πρέπει να αποτελούν μέρος των καθημερινών μαθησιακών δραστηριοτήτων. Όπως ο προφορικός λόγος προηγείται του γραπτού λόγου, έτσι και ο προφορικός λόγος των μαθητών πρέπει να προηγείται του συμβολικού λόγου στα μαθηματικά.

(viii) Η χρήση ποικίλων οπτικών βοηθημάτων προάγει τη μάθηση. Η μαθηματική σκέψη από τη φύση της είναι ιδιαίτερα αφηρημένη. Ως εκ τούτου, οποιοδήποτε οπτικό βοήθημα μπορεί να αναπαραστήσει τις μαθηματικές ιδέες, αλλά δεν μπορεί να τις μεταδώσει πλήρως.

ix) Η διδασκαλία πρέπει να βοηθά τους μαθητές να διατηρούν στη μνήμη τους βασικές έννοιες. Οι μαθητές ξεχνούν γρήγορα, αλλά μπορούν να βοηθηθούν να διατηρήσουν τις πιο σημαντικές έννοιες στη μνήμη τους. Συνήθως οι κανόνες και οι διαδικασίες που μαθαίνονται μηχανικά ξεχνιούνται γρήγορα. Το ίδιο ισχύει και για τις πρόχειρες γνώσεις και τους ορισμούς. Αντίθετα, είναι δύσκολο να ξεχαστούν διαδικασίες για την επίλυση προβλημάτων που απαιτούν πιο προχωρημένη μαθηματική σκέψη και στις οποίες έχει δοθεί πολύς διδακτικός χρόνος. Η διατήρηση των εννοιών στη μνήμη των μαθητών αποτελεί σημαντικό έργο στη διδασκαλία των μαθηματικών. Ορισμένοι τρόποι διατήρησης βασικών μαθηματικών εννοιών στη μνήμη των μαθητών περιλαμβάνουν:

α) Η κατανόηση των εννοιών και η ουσιαστική συμμετοχή στη μαθησιακή διαδικασία είναι απαραίτητες για την ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης. Η κατανόηση των εννοιών και η συμμετοχή των μαθητών στην "ανακάλυψη" αυτών των εννοιών τους βοηθά να τις κάνουν δικές τους.

β) Κατά τη διάρκεια εισαγωγής μιας νέας έννοιας πρέπει να γίνεται σύντομη επανάληψη και χρήση των προαπαιτούμενων γνώσεων

γ) Η συχνή και διαφορετική χρήση βασικών μαθηματικών εννοιών οδηγεί στην ανάπτυξη ανώτερης μαθηματικής σκέψης.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2**

### **2. ΘΕΩΡΙΕΣ ΜΑΘΗΣΗΣ**

Πριν από δεκαετίες, διαπιστώθηκε ότι η συμβολή της ψυχολογίας παίζει σημαντικό ρόλο στη μαθηματική έρευνα. Η συνεργασία μεταξύ μαθηματικών και ψυχολόγων μπορεί να οδηγήσει σε σημαντικά αποτελέσματα στη μαθηματική εκπαίδευση, διότι μπορεί να δώσει απαντήσεις σε ερωτήματα όπως "πώς σκέφτονται οι άνθρωποι στα μαθηματικά" και "πώς αναπτύσσεται η κατανόηση των μαθηματικών εννοιών". Στη δεκαετία του 1980, οι δυσκολίες εκμάθησης μαθηματικών εννοιών οδήγησαν στην αναζήτηση θεωριών που να εξηγούν πώς οι άνθρωποι κατανοούν τις μαθηματικές δομές. Ως αποτέλεσμα αυτού, διατυπώθηκαν διάφορες θεωρίες που έλαβαν υπόψη τόσο τη δομή του αντικειμένου όσο και τις θεωρητικές αρχές της γνώσης και της μάθησης και είχαν σημαντικό αντίκτυπο στην παιδαγωγική των μαθηματικών. Ορισμένες από αυτές παρατίθενται παρακάτω (Κολέζα,2000, Τουμάσης,2000):

#### **2.1. Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΔΕΣΜΩΝ**

Ιδρυτής της ήταν ένας ψυχολόγος ονόματι Edward Thorndike, ο οποίος υποστήριζε την τεχνική της πρακτικής και της εξάσκησης. Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή, η εξάσκηση και η πρακτική βοηθούν στην καλλιέργεια της ταχύτητας και της ακρίβειας, που αποτελούν τα κριτήρια για την επίτευξη της τελειότητας και την ανάπτυξη των υπολογιστικών δεξιοτήτων.

Ειδικότερα, ο Thorndike υποστήριξε ότι η ανθρώπινη συμπεριφορά μπορεί να αναλυθεί με τη βοήθεια των ερεθισμάτων και των αντιδράσεων. Όταν ένα ερέθισμα ακολουθείται από μια ανταμοιβή, τότε σχηματίζεται ένας δεσμός. Οι δεσμοί πρέπει να καθιερωθούν από τον εκπαιδευτικό και στη συνέχεια να ασκηθούν από τον μαθητή.



### **2.1.1 Η ΑΝΑΠΤΥΞΙΑΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ PIAGET.**

Η βασική αρχή του Piaget είναι ότι το κλειδί για τη γνωστική ανάπτυξη και η εξήγηση των νοητικών διαταραχών στη σκέψη των παιδιών βρίσκεται στη φύση της αλληλεπίδρασης μεταξύ του ατόμου και του περιβάλλοντος. Σύμφωνα με τον Piaget, υπάρχουν διάφορα στάδια γνωστικής ανάπτυξης στα παιδιά: το αισθησιοκινητικό στάδιο (0-2 ετών), όταν τα παιδιά αρχίζουν να χρησιμοποιούν τις αισθήσεις τους- το προενοσιολογικό στάδιο (2-7 ετών), όταν τα παιδιά αρχίζουν να σχηματίζουν στοιχειώδεις έννοιες και να ταξινομούν τα αντικείμενα ανάλογα με τις ιδιότητές τους- το στάδιο των συγκεκριμένων λειτουργιών: όταν τα παιδιά αναπτύσσουν την ικανότητα να κάνουν συσχετισμούς μεταξύ των πραγμάτων και αρχίζουν να ελέγχουν τη σκέψη τους αποκτώντας επίγνωση της αλληλουχίας των λειτουργιών που λαμβάνουν χώρα στο μυαλό τους (7-13 ετών) και τέλος το στάδιο των τυπικών λειτουργιών που αναπτύσσεται η αφαιρετική ικανότητα σκέψης (13 χρόνια και πάνω).

### **2.1.2 ΜΑΘΗΣΗ ΜΕΣΩ ΑΝΑΚΑΛΥΨΗΣ**

Η θεωρία αυτή διατυπώθηκε από τον Bruner, ο οποίος υποστήριξε ότι η μάθηση των μαθηματικών αρχίζει με μια σειρά φυσικών πράξεων από τις οποίες προκύπτουν μαθηματικές δομές που πηγάζουν από τις πράξεις πραγματικών καταστάσεων. Οι πράξεις αυτές αναπαρίστανται με τη μορφή εικόνων. Με τη βοήθεια των συμβολικών αναπαραστάσεων μπορεί κανείς να συμπεράνει τις τυπικές ιδιότητες των αντικειμένων που εμπλέκονται στην κατάσταση. Μέσω αυτής της διαδικασίας γνωστικής ανάπτυξης, το άτομο αναπτύσσει τρεις τύπους γνωστικών αναπαραστάσεων: την πραξιακή (που αντιστοιχεί στο αισθητικοκινητικό στάδιο του Piaget), την εικονιστική (που αντιστοιχεί στο προενοσιολογικό στάδιο του Piaget) και την συμβολική (που αντιστοιχεί στη λειτουργική σκέψη του Piaget).

### **2.1.3 ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΜΕΣΩ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ**

Σύμφωνα με το μοντέλο επεξεργασίας πληροφοριών, όλη η ανθρώπινη συμπεριφορά θεωρείται ως αποτέλεσμα του νου κατά την επεξεργασία των εισερχόμενων δεδομένων από το εσωτερικό ή το εξωτερικό περιβάλλον. Ο νους επεξεργάζεται τις λαμβανόμενες πληροφορίες μέσω μιας σειράς μνημών, καθεμία από τις οποίες έχει διαφορετικές δυνατότητες και υπόκειται σε διαφορετικούς περιορισμούς. Όλες αυτές οι μνήμες μαζί συνιστούν ένα σύστημα επεξεργασίας πληροφοριών.

## 2.2 ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Τα μοντέλα διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών μπορούν να χωριστούν σε δύο βασικές κατηγορίες (Τουμάσης 2000)

**Δασκαλοκεντρικό μοντέλο:** ο δάσκαλος και οι δηλώσεις του βρίσκονται στο επίκεντρο της διδασκαλίας. Η διδασκαλία βασίζεται εξ ολοκλήρου σε αυτόν. Η κύρια μέθοδος διδασκαλίας είναι η Αφηγηματική Προσέγγιση. Το κύριο χαρακτηριστικό της αφηγηματικής προσέγγισης είναι ότι ο δάσκαλος μιλάει, εξηγεί και δίνει πληροφορίες στους μαθητές, οι οποίοι αποτελούν το παθητικό ακροατήριο. Σε αυτή την προσέγγιση, όλοι οι μαθητές διδάσκονται με τον ίδιο ρυθμό, τον οποίο δεν μπορούν να ακολουθήσουν όλοι, με αποτέλεσμα κάποιοι από αυτούς να αντιμετωπίζουν δυσκολίες. Το μόνο που επιτυγχάνεται με το μοντέλο αυτό είναι η κάλυψη μεγάλου όγκου ύλης. Η αφηγηματική προσέγγιση αμφισβητείται επειδή οι νέες εκπαιδευτικές μεταρρυθμίσεις και οι νέες θεωρίες μάθησης ενθαρρύνουν την ενεργό συμμετοχή των μαθητών στην απόκτηση της γνώσης. Φυσικά, η διδασκαλία των μαθηματικών με αφηγηματική μορφή έρχεται σε αντίθεση με τις σύγχρονες θεωρίες μάθησης, διότι περιορίζει την αυτενέργεια των μαθητών, αλλά σε ορισμένες περιπτώσεις η χρήση της είναι αναπόφευκτη. Έτσι, η εισαγωγή στο μάθημα, οι ανασκοπήσεις των μαθημάτων, τα γεγονότα σχετικά με την ιστορία των μαθηματικών και οι πληροφορίες για τις εφαρμογές είναι μερικές από τις περιπτώσεις όπου η αφήγηση μπορεί να είναι πολύ αποτελεσματική.

**Μαθητοκεντρικό μοντέλο:** ο μαθητής είναι το επίκεντρο του μαθήματος. Ο εκπαιδευτικός απλώς διευκολύνει τη μάθηση οργανώνοντας δραστηριότητες και καταστάσεις που επιτρέπουν στον μαθητή να συμμετέχει ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία και να οικοδομεί τη γνώση. Το βασικό μοντέλο αυτής της μεθόδου διδασκαλίας είναι η ανακαλυπτική προσέγγιση. Το κύριο χαρακτηριστικό αυτής της προσέγγισης είναι ότι ο δάσκαλος ενεργεί ως σύμβουλος και επιτρέπει στους μαθητές να δράσουν μόνοι τους. Ο εκπαιδευτικός χρησιμοποιεί ερωτήσεις και δραστηριότητες για να καθοδηγήσει τον μαθητή προς το επιθυμητό αποτέλεσμα. Η ανακαλυπτική προσέγγιση, είτε είναι ελεύθερη είτε καθοδηγούμενη, περιλαμβάνει πάντα τα ακόλουθα πέντε βήματα:

- (α) Καθορισμός του προβλήματος
- (β) Συλλογή και ανάλυση δεδομένων
- (γ) Διατύπωση μιας υπόθεσης
- (δ) Έλεγχος της εγκυρότητας της υπόθεσης
- (ε) τελικό συμπέρασμα.

Η διδασκαλία με τη μορφή της καθοδηγούμενης ανακάλυψης έχει πολλά πλεονεκτήματα για τους μαθητές. Ωστόσο, ο σχεδιασμός και η υλοποίησή της συνεπάγεται ορισμένες δυσκολίες για τους εκπαιδευτικούς οι οποίοι πρέπει να αποφασίζουν σχετικά με το βαθμό επέμβασής τους και καθοδήγησης των παιδιών . Πρέπει επίσης να βρουν τρόπους να ελέγχουν τις υποθέσεις των μαθητών, να ανακεφαλαιώνουν κάθε φορά όσα έχουν ειπωθεί μέχρι κάποια ορισμένη στιγμή και να μην επιμένουν να προφέρουν λεκτικά διάφορα ευρήματα, ιδίως σε μικρές τάξεις.

Όταν σχεδιάζουν τη διδασκαλία της μαθηματικής ενότητας και λαμβάνουν υπόψη τους παραπάνω παράγοντες, οι εκπαιδευτικοί μπορούν να ακολουθήσουν μία από τις ακόλουθες μορφές καθοδηγούμενης ανακάλυψης

**1. Δειγματική μορφή:** σε αυτή τη μορφή διδασκαλίας, ο εκπαιδευτικός παρουσιάζει μια διαδικασία, η οποία αποτελεί παράδειγμα μιας δεξιότητας ή ένα μοντέλο ενός φαινομένου. Οι μαθητές παρατηρούν τη διαδικασία και προσπαθούν να αναπτύξουν τις αντίστοιχες δεξιότητες. Οι δειγματικές διδασκαλίες περιλαμβάνουν τη χρήση εποπτικών βοηθημάτων, εργαστηριακού εξοπλισμού και γεωμετρικών οργάνων.

**2. Διδασκαλία με βάση το φύλλο εργασίας:** Τα φύλλα εργασίας είναι γραπτές οδηγίες που δίνει ο εκπαιδευτικός στους μαθητές για να κατευθύνει τη συμπεριφορά και την εργασία τους γενικά. Η συμμετοχή των μαθητών είναι ενεργητική και γραπτή. Με τον τρόπο αυτό εξοικονομείται χρόνος και οργανώνεται το μάθημα.

**3. Εργαστηριακή προσέγγιση:** η εργαστηριακή προσέγγιση της διδασκαλίας συμβάλλει στην ανάπτυξη της αυτενέργειας και της δημιουργικότητας των μαθητών. Η ενασχόληση του παιδιού με τα κατάλληλα εκπαιδευτικά εργαλεία και ο πειραματισμός με αυτά παρέχει ευκαιρίες για αναδιοργάνωση και αναθεώρηση προηγούμενων γνώσεων και κατασκευή νέων γνώσεων με ενδιαφέροντα τρόπο. Η πειραματική μορφή συνιστάται και εφαρμόζεται κυρίως σε μικρότερες τάξεις, οι οποίες βρίσκονται στο στάδιο των συγκεκριμένων συλλογισμών και απαιτούν συγκεκριμένες ενέργειες και δραστηριότητες για τη μάθηση. Για να είναι επιτυχής αυτή η μορφή, είναι απαραίτητο ο εκπαιδευτικός να οργανώνει κατάλληλα το μάθημα. Αυτό προϋποθέτει την παροχή επαρκούς υλικού για όλους, την ενθάρρυνση της συνεργασίας μεταξύ των μαθητών, τη συνεχή παρακολούθηση της εργασίας τους και την επιβράβευση της πρωτοβουλίας, της φαντασίας και της πρωτοτυπίας τους.

**4. Συνεργατική μάθηση:** ο εκπαιδευτικός χωρίζει την τάξη σε ομάδες τεσσάρων ή πέντε μαθητών, οι οποίοι διερευνούν ένα θέμα ή επιλύουν ένα πρόβλημα μέσα σε ένα συγκεκριμένο χρονικό πλαίσιο. Αυτή η προσέγγιση αναπτύσσει την κριτική σκέψη των παιδιών και τα μαθαίνει να συνεργάζονται, να βοηθούν και να επικοινωνούν μεταξύ τους. Φυσικά, μπορεί να δημιουργήσει συγκρούσεις μεταξύ διαφορετικών ομάδων, οι οποίες μπορεί να οδηγήσουν σε προβλήματα. Ωστόσο, τα οφέλη της συνεργατικής μάθησης είναι πολύ μεγαλύτερα και αξίζει τον κόπο του εκπαιδευτικού να οργανώσει αυτού του είδους τη διδασκαλία.

**5. Διδασκαλία με ερωτήσεις:** Οι ερωτήσεις είναι ένα από τα πιο εκτεταμένα μέσα διδασκαλίας των μαθηματικών. Οι ερωτήσεις έχουν ποικίλες χρήσεις: μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να προκαλέσουν το ενδιαφέρον των μαθητών, να ενθαρρύνουν τη διερεύνηση, να εισάγουν νέα θέματα διδασκαλίας, να βοηθήσουν στην αναγνώριση και τη διατήρηση διαφόρων μαθηματικών εννοιών και τεχνικών, να διαγνώσουν, να αξιολογήσουν κ.λπ. Με άλλα λόγια, χρησιμοποιούνται απλά για να εξασκήσουν τη μνήμη, να εξηγήσουν καταστάσεις, να αναλύσουν τη γνώση και να διερευνήσουν. Οι κατάλληλες ερωτήσεις μπορούν να διευκολύνουν αποτελεσματικά τη μάθηση και να βοηθήσουν τα παιδιά να αποκτήσουν ευκολότερα νέες γνώσεις.

### **2.3 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ**

Υπάρχουν δύο προσεγγίσεις για την επίτευξη των γενικών στόχων της μαθηματικής εκπαίδευσης:

Οι στόχοι αυτοί χαρακτηρίζονται από:

-Συμπεριφορικά στοιχεία που εκφράζονται με τη μορφή ρημάτων που περιγράφουν παρατηρήσιμες και μετρήσιμες συμπεριφορές (π.χ. "οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση να σχεδιάζουν").

-Μαθηματικές έννοιες που αποτελούν το αντικείμενο του στόχου (π.χ. "σχεδιάστε ένα ισόπλευρο τρίγωνο")

Για να περιγραφεί πλήρως ο στόχος, είναι απαραίτητο να προσδιοριστεί η δραστηριότητα που πρέπει να είναι σε θέση να κάνουν οι μαθητές, καθώς και οι συνθήκες υπό τις οποίες πραγματοποιείται η δραστηριότητα και τα κριτήρια επιτυχίας π.χ. "οι μαθητές να είναι σε θέση να σχεδιάζουν ισόπλευρα τρίγωνα χρησιμοποιώντας χάρακα και διαβήτη". Εάν οι μαθητές μπορούν να σχεδιάσουν τρία διαφορετικά ισόπλευρα τρίγωνα, ο στόχος θεωρείται ότι έχει επιτευχθεί.

Σύμφωνα με αυτή την πρώτη προσέγγιση, η δομή του μαθήματος θα πρέπει να ακολουθήσει τα εξής βήματα:

-Καθορισμός των στόχων που πρέπει να επιτευχθούν μέσω της διδασκαλίας.

-Καταγραφή της παρατηρήσιμης συμπεριφοράς που πρέπει να επιδείξουν οι μαθητές για να αποδείξουν ότι οι στόχοι έχουν επιτευχθεί.

-Συγκέντρωση όλων των πληροφοριών σχετικά με τη σχέση του μαθητή με τους επιδιωκόμενους στόχους και προετοιμασία της διδασκαλίας.

- Προετοιμασία ενός σαφή καταλόγου των στόχων.

-Σχεδίαση και εφαρμογή διδακτικού υλικού που θα βοηθήσει στην επίτευξη των στόχων.

-Αξιολόγηση των τελικών αποτελεσμάτων.

Η ιδέα που διέπει τη δεύτερη προσέγγιση είναι ότι οι μαθητές που ασχολούνται με τα Μαθηματικά δεν διαφέρουν ουσιαστικά από τους ερευνητές ή τους καλλιτέχνες που οδηγούνται από μια εσωτερική επιθυμία για εξερεύνηση και ότι η επιθυμία αυτή διατηρείται και αυξάνεται από την ικανοποίηση που προκαλείται από τα νέα στοιχεία που προκύπτουν κατά τη διάρκεια της εξερεύνησης. Σύμφωνα με αυτό το σκεπτικό, η εκπαίδευση μπορεί να εξηγηθεί μόνο εν μέρει με όρους παρατηρήσιμης συμπεριφοράς.

Οι συγκεκριμένοι στόχοι εξηγούν μόνο το τελικό αποτέλεσμα, αφήνοντας στην άκρη τα πιο ουσιώδη μέρη της εκπαίδευσης, τα οποία περιλαμβάνουν ολόκληρο τον κύκλο της μαθηματικής περιπλάνησης με στιγμές αναζήτησης, επίλυσης επιμέρους προβλημάτων, εύρεσης της καλύτερης στρατηγικής, επιλογής συστηματικής προσέγγισης των αποτελεσμάτων, διατύπωσης λύσεων, διατύπωσης γενικών κανόνων επίλυσης κ.λπ.)

Επομένως, αν δεχτούμε ότι η μαθηματική εκπαίδευση δεν περιορίζεται στην απόκτηση γνώσεων ή ενός ορισμένου επιπέδου ικανοτήτων, αλλά περιλαμβάνει μαθησιακές διαδικασίες των διαστάσεων που ήδη αναφέρθηκαν, τότε οι στόχοι της μαθηματικής εκπαίδευσης εκφράζονται πληρέστερα με όρους δραστηριοτήτων παρά με όρους παρατηρήσιμων ενεργειών.

Η επιλογή των δραστηριοτήτων βασίζεται στα συγκεκριμένα κριτήρια που ορίζονται στους γενικούς στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης και η διατύπωσή τους επιτρέπει τη συμμετοχή όλων των μαθητών στην τάξη.

Για τους μαθητές αυτό σημαίνει ότι οι ίδιοι έχουν την ευκαιρία να σκεφτούν και να δράσουν σε προσωπικό επίπεδο και να θέσουν προσωπικούς στόχους.

Για τους εκπαιδευτικούς, αυτό σημαίνει επίσης υψηλό βαθμό αυτοενέργειας και πρωτοβουλίας. Οι εκπαιδευτικοί πρέπει να είναι σε θέση να βρίσκουν τους γενικούς στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης πίσω από το σχεδιασμό των δραστηριοτήτων και να τους προσαρμόζουν στις ιδιαιτερότητες της δικής τους τάξης.

Κατά την επιδίωξη των γενικών στόχων της μαθηματικής εκπαίδευσης μέσω της ανάπτυξης κατάλληλων δραστηριοτήτων, οι μαθητές μαθαίνουν να ερευνούν, να συλλογίζονται με αναλογίες, να αξιολογούν την εγκυρότητα πιθανών λύσεων, να επιχειρηματολογούν υπέρ των προτεινόμενων λύσεων και να αναγνωρίζουν τη δύναμη της μαθηματικής γλώσσας ως εργαλείο επικοινωνίας, ενώ μαθαίνουν να εκφράζουν τον εαυτό τους.

Αυτός είναι ο πραγματικός σκοπός της μαθηματικής εκπαίδευσης. Με άλλα λόγια, ο σκοπός αφορά την ίδια τη μαθησιακή διαδικασία και όχι απλώς τα μετρήσιμα αποτελέσματα.

Αυτό δεν σημαίνει, φυσικά, ότι μια μαθησιακή διαδικασία που βασίζεται σε δραστηριότητες επεξεργασίας δεν οδηγεί σε μαθησιακά "αντικείμενα", όπως αυτά εκφράζονται με τη μορφή παρατηρήσιμης συμπεριφοράς από τους υποστηρικτές της πρώτης προσέγγισης. Σημαίνει όμως ότι οι στόχοι της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι ευρείς και δεν μπορούν να περιοριστούν στη στείρα έκφραση "αποτελέσματα".

Όλα τα παραπάνω συνεπάγονται ότι σε κάθε τάξη, η διδασκαλία των μαθηματικών πρέπει να οργανώνεται στη βάση της συνύπαρξης του σχεδιασμού κατάλληλων και πλούσιων δραστηριοτήτων και του σχεδιασμού επιθυμητών τελικών ενεργειών. Εξάλλου, όταν πρόκειται για την απόκτηση προηγμένων διανοητικών δεξιοτήτων, είναι συχνά ελλιπές, αν όχι αδύνατο, να περιγραφούν οι στόχοι με τη μορφή των επιδιωκόμενων "αποτελεσμάτων" (π.χ. η αναλογική σκέψη και η κριτική ικανότητα δεν μπορούν να εκφραστούν με τη μορφή "αποτελεσμάτων"). Επομένως, η διδασκαλία πρέπει να οργανώνεται με βάση δραστηριότητες για την επίτευξη των γενικών στόχων της μαθηματικής εκπαίδευσης, και οι συγκεκριμένοι μετρήσιμοι στόχοι παίζουν το ρόλο ενός παραδείγματος για τους εκπαιδευτικούς ώστε να μεταφράσουν τους γενικούς στόχους.

Αναμφίβολα, οι δραστηριότητες δεν επιλέγονται ποτέ τυχαία και πίσω από αυτές κρύβονται πάντα συγκεκριμένοι στόχοι. Ωστόσο, ο πολύ πρώιμος καθορισμός αυτών των στόχων περιορίζει τις δυνατότητες της δραστηριότητας. Με άλλα λόγια, τόσο η πρώτη όσο και η δεύτερη προσέγγιση είναι από μόνες τους ελλιπείς. Η πρώτη είναι αρκετά περιοριστική στη διατύπωση των στόχων, ενώ η δεύτερη δεν αντικατοπτρίζει τον πλούτο της μαθησιακής εμπειρίας της ίδιας της δραστηριότητας. Επιπλέον, οι μετρήσιμοι στόχοι είναι ελλιπείς αλλά αυθύπαρκτοι, ενώ οι δραστηριότητες-στόχοι είναι πιο πλήρεις αλλά απαιτούν την ουσιαστική και υπεύθυνη συνεργασία ενός καλά ενημερωμένου εκπαιδευτικού.

## **2.4 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΙΤΥΧΗΜΕΝΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**

Η επιτυχής διδασκαλία των μαθηματικών πρέπει να περιλαμβάνει τα ακόλουθα στοιχεία:

i. Παρουσίαση από τον εκπαιδευτικό: η παρουσίαση κάθε ενότητας ή θέματος από τον εκπαιδευτικό αποτελεί βασικό στοιχείο του μαθήματος. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα βιβλία και τα εγχειρίδια που δίνονται γενικά στους μαθητές περιέχουν τις απαραίτητες γνώσεις, αλλά δεν παρέχουν ένα ζωντανό μοντέλο σκέψης όπως ο δάσκαλος. Επιπλέον, είναι γνωστό ότι μια ζωντανή παρουσίαση, σε οποιοδήποτε θέμα, εντυπώνει τις νέες γνώσεις στο μυαλό των παιδιών πιο αποτελεσματικά.

**ii.** Συζητήσεις δασκάλου-μαθητή και μαθητή-μαθητή: Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, οι νέες θεωρίες μάθησης δίνουν έμφαση στην ενεργό συμμετοχή του παιδιού στη μαθησιακή διαδικασία. Το παλιό σχήμα πομπός-δάσκαλος, δέκτης-μαθητής έχει αποδειχθεί αναποτελεσματικό. Επομένως, ο διάλογος, η συνεργασία, η αντιπαράθεση και, γενικά, η ελευθερία έκφρασης των μαθητών είναι απαραίτητα στοιχεία για την επιτυχή διδασκαλία.

**iii.** πρακτική: Είναι γενικά αποδεκτό ότι η θεωρία από μόνη της δεν αρκεί για την εκμάθηση των μαθηματικών. Είναι, με άλλα λόγια, η εφαρμογή της θεωρίας στην επίλυση προβληματικών καταστάσεων. Για να κατανοήσουν ένα νέο θέμα και να το διατηρήσουν στη μνήμη τους για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα, τα παιδιά πρέπει να εκτελούν ασκήσεις στα μαθηματικά.

**iv)** Επίλυση προβλημάτων που προσομοιάζουν σε πραγματικές προβληματικές καταστάσεις: όπως είδαμε στην προηγούμενη ενότητα, τα μαθηματικά δημιουργήθηκαν για να αντιμετωπίσουν προβλήματα της καθημερινής ζωής, όπως η κατανόηση της φύσης και η προσαρμογή των ανθρώπων στο περιβάλλον τους. Επομένως, η μαθηματική εκπαίδευση πρέπει να παρουσιάζει προβλήματα της πραγματικής ζωής, ώστε να παρακινεί τους μαθητές και να τους δίνει τη δυνατότητα να αντιμετωπίσουν αργότερα κάποιες δυσκολίες.

**v.** εξερευνητική εργασία. Εξάλλου, τα μαθηματικά δεν είναι μια ανθρώπινη έμπνευση, αλλά μια κατασκευή. Με άλλα λόγια, το βασικό χαρακτηριστικό των μαθηματικών είναι η εξερεύνηση. Είναι λογικό, λοιπόν, η εξερεύνηση να αποτελεί επίσης σημαντικό χαρακτηριστικό της εκπαίδευσης. Οι ερευνητικές εργασίες δίνουν στους μαθητές την ευκαιρία για πρωτοβουλία και αυτοδραστηριότητα. Μόνο με αυτόν τον τρόπο οι μαθητές μπορούν να κατακτήσουν το αντικείμενο των μαθηματικών για πάντα.

**vi.** Παρακίνηση των μαθητών: Για να μάθουν οι μαθητές μαθηματικά, πρέπει πρώτα να θέλουν οι ίδιοι να τα μάθουν. Το πρώτο καθήκον του δασκάλου είναι επομένως να προκαλέσει το ενδιαφέρον του μαθητή. Για να γίνει αυτό, οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί πρέπει να αγαπούν τη δουλειά τους και να είναι ενθουσιασμένοι με τη διδασκαλία. Μόνο τότε μπορούν να μεταδώσουν στους μαθητές τους μια θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά. Εκτός από αυτό, όμως, οι εκπαιδευτικοί μπορούν επίσης να προκαλέσουν το ενδιαφέρον των παιδιών παρουσιάζοντάς τους προβληματικές καταστάσεις που σχετίζονται άμεσα με τις εμπειρίες τους και με το περιβάλλον γενικότερα. Με αυτόν τον τρόπο, καθίσταται δυνατή η αυθόρμητη συμμετοχή των μαθητών στη μαθησιακή διαδικασία.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### 3. ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Η μαθηματική επιστήμη προέκυψε από την προσπάθεια του ανθρώπου να κατανοήσει και να εξηγήσει τα παγκόσμια γεγονότα. Κατά τη διάρκεια της ανάπτυξής της, προέκυψαν εμπόδια και αντιφάσεις που επηρέασαν πολλούς τομείς της ανθρώπινης ζωής, συμπεριλαμβανομένης της θρησκείας, της πολιτικής και της επιστήμης γενικότερα (Τουμάσης 2000).

Μια αναδρομή στο παρελθόν των μαθηματικών θα βοηθήσει τον αναγνώστη να κατανοήσει τον σημαντικό ρόλο που διαδραμάτισαν στη διαμόρφωση της σημερινής πραγματικότητας.

Η ιδέα της αρίθμησης υπήρχε από τους πρωτόγονους ανθρώπους ως μέσο για τη διενέργεια των καθημερινών εμπορικών συναλλαγών τους. Τα μαθηματικά ως επιστήμη εισήχθησαν για πρώτη φορά από τους Αιγύπτιους, οι οποίοι έπρεπε να επινοήσουν τρόπους για να οριοθετήσουν τη γη κάθε φορά που πλημμύριζε ο Νείλος και να κατασκευάσουν τεράστια κτίρια. Ακολούθησαν οι Βαβυλώνιοι, τα έγγραφα των οποίων αναφέρονται στην επίλυση προβλημάτων με εξισώσεις  $\beta$  βαθμού.

Στην αρχαία Ελλάδα, η μαθηματική σκέψη εισήχθη από τον Πλάτωνα, τον Αριστοτέλη, τον Πυθαγόρα, τον Ευκλείδη και άλλους μεγάλους στοχαστές, οι οποίοι ανακάλυψαν ότι ο κόσμος ήταν αρμονικά σχεδιασμένος με μαθηματικό τρόπο. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό των αρχαίων ελληνικών μαθηματικών ήταν η έννοια της απόδειξης. Οι αποδείξεις ήταν σε θέση να μετατρέψουν τις προτάσεις των ανατολικών χωρών σε ολοκληρωμένη μαθηματική επιστημονική γνώση. Χαρακτηριστικό γνώρισμα των Ελλήνων μαθηματικών, με εξαίρεση τον Αρχιμήδη, ήταν ότι δεν προσπαθούσαν να εξηγήσουν στους μαθητές τους τη διαδικασία της μαθηματικής ανακάλυψης. Ένα άλλο χαρακτηριστικό των αρχαίων Ελλήνων ήταν η αίσθησή τους για την απλότητα και την αρμονία. Έτσι, με την απόδειξη του Πυθαγόρειου θεωρήματος και την εμφάνιση των άρρητων αριθμών, άνοιξε μια ρωγμή στον τομέα των μαθηματικών.

Κατά τη διάρκεια της Αναγέννησης, οι Έλληνες μαθηματικοί κατάφεραν να θέσουν τα θεμέλια για μια αυστηρή μαθηματική επιστήμη. Κατά τη διάρκεια του Μεσαίωνα, τα μαθηματικά έζησαν μια ηρωική περίοδο, με την κατασκευή μεγαλοπρεπών κτιρίων που απαιτούσαν τεχνογνωσία στη μηχανική και τα μαθηματικά.

Τον 17ο αιώνα, προκύπτουν πολλά διλήμματα σχετικά με τον ρόλο του Θεού στη δημιουργία του σύμπαντος. Παρά την αβεβαιότητα που περιβάλλει την ερμηνεία της



φύσης σε σχέση με τα μαθηματικά, την περίοδο αυτή σημειώθηκαν μεγάλες πρόοδοι στην οργάνωση των μαθηματικών επιστημών με προσπάθειες αλγεβροποίησης της γεωμετρίας και την εμφάνιση του Απειροστικού λογισμού.

Η χρυσή εποχή των μαθηματικών έγινε ο 19ος αιώνας και, παράλληλα με την έναρξη της βιομηχανικής εποχής, αναπτύχθηκαν νέες μαθηματικές θεωρίες σχετικά με τους αλγορίθμους, τις συναρτήσεις, τη μη ευκλείδεια γεωμετρία κ.λπ. Η έννοια της συνάρτησης για παράδειγμα, την οποία σήμερα οι μαθητές αντιλαμβάνονται σαν μια εξίσωση που περιέχει αριθμούς και μεταβλητές, διαπέρασε όλους τους κλάδους των μαθηματικών και θεωρήθηκε σαν μια ενοποιητική, κεντρική ιδέα για την παραπέρα ανάπτυξη των μαθηματικών.

Η ενσωμάτωση της ιστορίας των μαθηματικών στην εκπαιδευτική διαδικασία είναι επωφελής με πολλούς τρόπους για τους μαθητές, τους εκπαιδευτικούς και τους ερευνητές. Οι μαθητές μπορούν να βιώσουν το μάθημα των Μαθηματικών σαν ένα σώμα γνώσεων που αλλάζει συνεχώς με την επίδραση των ανθρώπων. Επιπλέον, η ιστορία των μαθηματικών ενισχύει τους δεσμούς μεταξύ μαθηματικών θεμάτων και πρακτικών προβλημάτων της καθημερινής ζωής και εμβαθύνει την κατανόηση των μαθητών.

Παράλληλα, η ιστορία των μαθηματικών παρέχει ευκαιρίες στους μαθητές να κατανοήσουν καλύτερα τι είναι τα μαθηματικά, να αναπτύξουν δεξιότητες επίλυσης προβλημάτων και να εξοικειωθούν με τις έννοιες των συμβόλων και των μεταβλητών. Η κατανόηση των εκπαιδευτικών για την εξέλιξη των μαθηματικών επηρεάζει τον τρόπο που διδάσκουν και τον τρόπο που τα κατανοούν οι μαθητές τους. Τέλος, η ιστορική εξέλιξη των μαθηματικών βοηθά τους ερευνητές να βρουν τις κατάλληλες μεθόδους διδασκαλίας και προσεγγίσεις των μαθηματικών προβλημάτων και να αξιολογήσουν την εργασία των μαθητών.

### **3.1 ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ**

Η λέξη *άλγεβρα* προέρχεται από τη λατινική λέξη *Algebra*, η οποία με τη σειρά της προέρχεται από την αραβική λέξη *al-jabr*. Η αραβική λέξη εμφανίζεται για πρώτη φορά στο έργο "*Hisab al-jabr w' al- mugabalah*" του μεγάλου Άραβα μαθηματικού *al-Khwarizmi*, που γράφτηκε γύρω στο 825. Ο τίτλος μεταφράζεται κατά προσέγγιση ως "*Η Επιστήμη της συνένωσης και της αντίθεσης*" και η λέξη *al-jabr* ήταν για πολλά χρόνια συνώνυμη με την "*επιστήμη των εξισώσεων*". Το αραβικό κείμενο έγινε γνωστό στην Ευρώπη μέσω λατινικών μεταφράσεων: από τη λέξη *al-jabr* προήλθε η λατινική λέξη *Άλγεβρα*, η οποία αποδόθηκε στα ελληνικά ως "*άλγεβρα*"- το 1857 βρέθηκε μια λατινική μετάφραση η οποία αρχίζει με το «*Έχει πει ο Αλγορίθμι...*». Με άλλα λόγια, το όνομα του *al-Khourishmi* έγινε *Αλγορίθμι*, και από αυτή την

παράφραση γεννήθηκε ο όρος αλγόριθμος, που σημαίνει "η τυπική διαδικασία υπολογισμού με μια συγκεκριμένη μέθοδο".

Το βιβλίο του Αλ-Κουαρίσμι δεν χρησιμοποιεί σύγχρονη αλγεβρική σημειογραφία ή εξισώσεις. Τα πάντα είναι γραμμένα με λέξεις. Συζητά κυρίως τις εξισώσεις και συγκεκριμένα μελετά έξι τύπους εξισώσεων. Ωστόσο, τα ισλαμικά μαθηματικά δεν ασχολούνται με τους αρνητικούς αριθμούς. Στις εξισώσεις  $\beta$  βαθμού, για παράδειγμα, οι αρνητικές ρίζες αγνοούνται. Ωστόσο, το ίδιο βιβλίο περιέχει επίσης κανόνες αριθμητικής, διατυπωμένους σύμφωνα με τα ινδικά πρότυπα, για την εκτέλεση πράξεων με ινδικούς αριθμούς. Αναφέρει επίσης τετραγωνικές και κυβικές ρίζες, κλάσματα και στη μέθοδο των τριών.

Ο Abu Bakr al-Karaj συνέχισε το έργο του al-Khwarizmi, εστιάζοντας στην εφαρμογή των αριθμητικών τεχνικών στην άλγεβρα. Ανέπτυξε μια τεχνική κατά την οποία έδωσε όνομα στις νιοστές δυνάμεις  $\chi$ ν και στα αντίστροφα τους  $1/\chi$ ν. Ήταν έτσι σε θέση να εργαστεί σε πράξεις όπως η πρόσθεση, η αφαίρεση, ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση σε πολυώνυμα.

Αν και ο όρος άλγεβρα επινοήθηκε τον Μεσαίωνα, πολλές "αλγεβρικές" έννοιες υπήρχαν και πριν από αυτό. Ο Ευκλείδης ενδιαφερόταν για τις αλγεβρικές εξισώσεις  $\beta$ ' βαθμού όπου αναπαριστά τους αριθμούς με ευθύγραμμα τμήματα. Αλγεβρικές ταυτότητες όπως  $(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$  παρουσιάζονταν σε γεωμετρική μορφή και οι εξισώσεις  $\alpha$  βαθμού λύνονταν με γεωμετρικές κατασκευές. Οι εξισώσεις  $\beta$ ' βαθμού ανάγονταν σε γεωμετρικά ισοδύναμες μορφές και επιλύονταν με την εφαρμογή του ήδη καθιερωμένου θεωρήματος του εμβαδού. Αυτή η μέθοδος δεν διέφερε πολύ από τη βαβυλωνιακή μέθοδο, αλλά αυτή η "ελληνική" μέθοδος μπορούσε να οδηγήσει σε άρρητους αριθμούς. Οι εξισώσεις  $\beta$  'βαθμού καθιερώθηκαν, ιδίως για την επίλυση προβλημάτων που αφορούσαν το Πυθαγόρειο θεώρημα.

Αιώνες αργότερα, στην Αλεξάνδρεια τον 3ο αιώνα μ.Χ., ο Διόφαντος δημοσίευσε μια μη γεωμετρική άλγεβρα στο βιβλίο του Αριθμητικά, στο οποίο ξεχωρίζει η απουσία μιας γενικής μεθόδου για την επίλυση 130 προβλημάτων και η επινοήση έξυπνων τεχνασμάτων. Ένα άλλο στοιχείο που χαρακτηρίζει το έργο του είναι το πρώτο βήμα προς την αλγεβρική σημειολογία, αφού μέχρι τότε η άλγεβρα ήταν μόνο ρητορική. Εκείνος όμως δεν χρησιμοποιούσε γράμματα, αλλά συντομογραφίες. Το έργο του ανακαλύφθηκε από τους Ευρωπαίους 1200 χρόνια αργότερα. Όταν πέθανε, οι μαθητές του –κατά παραγγελίαν του– αντί άλλου επιγράμματος, συνέθεσαν ένα γρίφο και τον έγραψαν πάνω στον τάφο του.

Ιδού λοιπόν το Επίγραμμα του Διόφαντου.

«ΔΙΑΒΑΘΗ ΕΞ ΑΥΤΟ ΤΟΝ ΤΑΦΟ ΑΝΑΠΑΥΕΤΑΙ Ο ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ ΕΞ ΕΞΕΝΑ ΠΟΥ ΕΙΣΑΙ ΕΞΟΦΟΣ, Η ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΘΑ ΔΩΣΕΙ ΤΟ ΜΕΤΡΟ ΤΗΣ ΖΩΗΣ ΤΟΥ. ΑΚΟΥΣΕ

- Ο ΘΕΟΣ ΤΟΥ ΕΠΕΤΡΕΥΕ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΜΕΟΣ ΓΙΑ ΤΟ ΕΝΑ ΕΚΤΟ ΤΗΣ ΖΩΗΣ ΤΟΥ.
- ΑΚΟΜΗ ΕΝΑ ΔΩΔΕΚΑΤΟ ΚΑΙ ΦΥΤΡΩΣΕ ΤΟ ΜΑΥΡΟ ΓΕΜΙ ΤΟΥ.
- ΜΕΤΑ ΑΠΟ ΕΝΑ ΕΒΔΟΜΟ ΑΚΟΜΑ ΗΡΘΕ ΤΟΥ ΓΑΜΟΥ ΤΟΥ Η ΜΕΡΑ.
- ΤΟΝ ΠΕΜΠΤΟ ΧΡΟΝΟ ΑΥΤΟΥ ΤΟΥ ΓΑΜΟΥ ΓΕΜΝΗΘΗΚΕ ΕΝΑ ΠΑΙΔΙ.
- ΤΙ ΚΡΙΜΑ ΓΙΑ ΤΟ ΜΕΑΡΟ ΤΟΥ ΓΙΟ. ΑΦΟΥ ΕΖΗΣΕ ΜΟΝΑΧΑ ΤΑ ΜΙΣΑ ΧΡΟΝΙΑ ΑΠΟ ΤΟΝ ΠΑΤΕΡΑ ΤΟΥ ΓΝΩΡΙΞΕ ΤΗΝ ΠΑΓΩΜΙΑ ΤΟΥ ΘΑΝΑΤΟΥ.
- ΤΕΣΣΕΡΑ ΧΡΟΝΙΑ ΑΡΓΟΤΕΡΑ Ο ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ ΒΡΗΚΕ ΠΑΡΗΓΟΡΙΑ ΣΤΗ ΘΛΙΨΗ ΤΟΥ ΦΤΑΝΟΜΤΑΣ ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ ΤΗΣ ΖΩΗΣ ΤΟΥ».

Σύμφωνα μ' αυτό το επίγραμμα, πόσα χρόνια έζησε ο Διόφαντος; Αν  $x$  παριστάνει την ηλικία του Διόφαντου, όταν πέθανε, τότε το παραπάνω πρόβλημα παριστάνεται

από την εξίσωση:  $\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$ .

Στην Κίνα, τα « Εννέα Κεφάλαια της Μαθηματικής Τέχνης» ήταν μια καταγραφή της ανάπτυξης των πρώιμων μαθηματικών στην Κίνα. Ωστόσο, ο κύριος σκοπός του ήταν να εισαγάγει τη γνώση της αστρονομίας και όχι συγκεκριμένα των μαθηματικών. Ωστόσο, ένα σύστημα εξισώσεων 1<sup>ου</sup> βαθμού εισάγεται στο 8<sup>ο</sup> κεφάλαιο. Η μέθοδος ονομάζεται "fang cheng" και οδηγεί στην επίλυση εξισώσεων πρώτου βαθμού. Η πρόσθεση και η αφαίρεση που περιλαμβάνουν αρνητικούς αριθμούς αναφέρονται επίσης στο ίδιο βιβλίο, όπως και η "εξαγωγή" τετραγωνικών και κυβικών ριζών με μια μέθοδο που θυμίζει σύγχρονες μεθόδους.

Κατά τη διάρκεια της Αναγέννησης, οι θεμελιωτές της άλγεβρας ήταν οι Άραβες, οι οποίοι ανέπτυξαν το σημερινό σύστημα αριθμών και εισήγαγαν νέους συμβολισμούς και κανόνες πράξεων με τη χρήση άρρητων αριθμών. Κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου, το εμπόριο αναπτύχθηκε ραγδαία και οι έμποροι χρειάζονταν νέα και βελτιωμένα μαθηματικά. Οι περισσότεροι μαθηματικοί αρχικά βασίστηκαν αποκλειστικά σε αραβικά κείμενα, αλλά αργότερα και στην ελληνική "γεωμετρική" άλγεβρα.

Τον 14<sup>ο</sup> και 15<sup>ο</sup> αιώνα, οι Ιταλοί δίδαξαν στους εμπόρους ινδοαραβικές τεχνικές επίλυσης προβλημάτων, αναπτύσσοντας και επεκτείνοντας τις ισλαμικές μεθόδους και θέτοντας τις βάσεις για περαιτέρω ανάπτυξη. Οι Ιταλοί εισήγαγαν τον αλγεβρικό συλλογισμό, ο οποίος δεν υπήρχε στην ισλαμική άλγεβρα. Ωστόσο, τα πράγματα

άλλαξαν πολύ αργά και μόλις τον 17ο αιώνα καθιερώθηκε ο σύγχρονος αλγεβρικός συμβολισμός. Οι Ιταλοί ανέπτυξαν επίσης τη μελέτη των δευτεροβάθμιων εξισώσεων και αναζήτησαν λύσεις για εξισώσεις τρίτου και τέταρτου βαθμού. Ο Maestro Dardi da Pisa ασχολήθηκε με εξισώσεις τετάρτου βαθμού και ανήγαγε τις περισσότερες από αυτές σε εξισώσεις δευτέρου βαθμού. Ο Piero della Francesca ασχολήθηκε με τη λύση εξισώσεων πέμπτου και έκτου βαθμού.

Τον 16ο αιώνα, τα μαθηματικά άκμασαν στην Αγγλία, τη Γαλλία και τη Γερμανία. Ο Nicolas Schquet στη Γαλλία και ο Christoph Rudolph στη Γερμανία ανέπτυξαν τον εκθετικό συμβολισμό. Ο Rudolph επεσήμανε ότι ο πολλαπλασιασμός των δυνάμεων αντιστοιχεί στην πρόσθεση των εκθετών. Ο Ρούντολφ ήταν επίσης ο πρώτος που εισήγαγε το σύμβολο  $V$  για την τετραγωνική ρίζα. Ο λόγος είναι ότι μοιάζει με το πεζό γράμμα  $t$  αρχικό της λέξης radix ριζικό. Στο βιβλίο του Die Coss του 1526, μελετά τη λύση αλγεβρικών εξισώσεων. Μελέτησε τη λύση εξισώσεων τρίτου βαθμού και άνω, αλλά ήταν επιτυχής μόνο για εξισώσεις που μπορούσαν να αναχθούν στον δεύτερο βαθμό- για τη λύση δευτεροβάθμιων εξισώσεων, χρησιμοποίησε μια γενική μέθοδο παρόμοια με τις σύγχρονες λύσεις, αλλά αγνόησε τις ρίζες που είναι αρνητικοί αριθμοί ή μηδέν. Στο Ηνωμένο Βασίλειο, εισήχθη το έργο του Robert Recorde, επηρεασμένο από τους Γερμανούς. Στο σημαντικότερο έργο του, εμφανίζεται για πρώτη φορά το σύμβολο "ίσο" ( $=$ ), το οποίο δηλώνει ότι δύο αλγεβρικές ποσότητες είναι ίσες.

Στη σύγχρονη εποχή, η λεγόμενη "κλασική" άλγεβρα ασχολείται με "συγκεκριμένα μαθηματικά αντικείμενα", πραγματικούς και μιγαδικούς αριθμούς, πολυώνυμα και ειδικές ομάδες μετασχηματισμών. Η σύγχρονη άλγεβρα έχει αντικαταστήσει αυτά τα μαθηματικά αντικείμενα με στοιχεία ενός συνόλου για τα οποία οι σχέσεις μεταξύ τους αποκαλύπτονται από αξιώματα. Αυτή η σύγχρονη άλγεβρα μελετά σύνολα με έναν ή περισσότερους τελεστές των οποίων οι ιδιότητες προκύπτουν από τα αξιώματα. Αυτή η νέα άλγεβρα χαρακτηρίζεται από υψηλό βαθμό αφαίρεσης, σαφήνεια και γενικότητα. Οι μαθηματικοί χώροι που σχετίζονται με αυτή την άλγεβρα περιλαμβάνουν διανυσματικούς χώρους, θεωρία αριθμών και θεωρία ομάδων.

### **3.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ ΩΣ ΣΥΜΒΟΛΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ**

Είναι γενικά αποδεκτό από τους ιστορικούς των μαθηματικών ότι η άλγεβρα, όσον αφορά τη συμβολική της περιγραφή, έχει υποστεί τρία βασικά στάδια ανάπτυξης: το ρητορικό, το συγκοπτόμενο και το συμβολικό.

Η ρητορική φάση της άλγεβρας αναφέρεται στην προ-Διοφαντική περίοδο (γύρω στο 250 μ.Χ.). Κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου χρησιμοποιήθηκε η καθομιλουμένη γλώσσα για την επίλυση ειδικών προβλημάτων και δεν χρησιμοποιήθηκαν σύμβολα για τους αγνώστους.

Το δεύτερο στάδιο της συγκοπτόμενης άλγεβρας είναι από τον Διόφαντο έως το τέλος του 16ου αιώνα, όταν χρησιμοποιούνται γράμματα για άγνωστες ποσότητες. Η χρήση γραμμάτων για άγνωστες ποσότητες εισήχθη από τον Διόφαντο, ο οποίος έλυνε εξισώσεις με έναν ή δύο αγνώστους χρησιμοποιώντας μόνο ένα σύμβολο, με τον δεύτερο άγνωστο να εκφράζεται ως συνάρτηση του πρώτου (π.χ.  $x$  και  $x+40$ ). Θα πρέπει να τονιστεί ότι την περίοδο αυτή μόνο οι άγνωστες ποσότητες αναπαρίσταντο με γράμματα και οι μαθηματικοί ενδιαφέρονταν μόνο για την ανακάλυψη των τιμών των γραμμάτων και όχι για την έκφραση γενικοτήτων με γράμματα.

Κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου ανακαλύφθηκαν σταδιακά επιλύσιμες εξισώσεις, συμπεριλαμβανομένων των δευτεροβάθμιων και τριτοβάθμιων εξισώσεων. Ωστόσο, όλες αυτές οι εξισώσεις έχουν αριθμητικούς συντελεστές και οι λύσεις τους μπορούν να εκφραστούν μόνο με αριθμητικούς όρους. Μόνο οι τρόποι επίλυσης μπορούν να θεωρηθούν "γενικές", με την έννοια ότι μπορούν να εφαρμοστούν σε ένα γενικό σύνολο εξισώσεων. Προς το παρόν, δεν υπάρχουν "γενικές λύσεις" που να χρησιμοποιούν γράμματα. Τον 17ο αιώνα, ωστόσο, η κατάσταση αυτή άλλαξε.

Το τρίτο στάδιο της συμβολικής άλγεβρας ξεκίνησε όταν ο Φρανσουά Βιτέ (περ. 1600 μ.Χ.) εισήγαγε τη χρήση γραμμάτων και για δεδομένες ποσότητες. Αν και η ανακάλυψη αυτή ήταν απλή με τα σημερινά δεδομένα, άλλαξε τη μορφή της άλγεβρας. Η χρήση γραμμάτων για την αναπαράσταση δεδομένων ποσοτήτων εισήγαγε μια νέα αριθμητική έννοια στα μαθηματικά, την έννοια των αλγεβρικών ή συμβολικών αριθμών.

Αυτοί οι αριθμοί δεν έχουν ειδικό "μέγεθος" ή ειδική διάταξη. Κάθε γράμμα αναπαριστά ταυτόχρονα κάθε ένα και όλους τους αριθμούς σ' ένα δεδομένο σύνολο και μπορεί να οριστεί μια διάταξη όταν αυτό απαιτείται. Για παράδειγμα, στην έκφραση  $x + \psi = a$ , το "α" μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι ένα δεδομένο μέγεθος και μπορεί να αντιπροσωπεύει οποιονδήποτε (ή όλους) τους αριθμούς. Τα "x" και "ψ" μπορούν να είναι εξαρτημένες μεταβλητές ή άγνωστοι με αλγεβρικούς προσδιορισμούς.

Είναι αμέσως φανερό ότι η νοητική δραστηριότητα διεξάγεται με διαφορετική αντίληψη από ό,τι στην εποχή του Διόφαντου, όταν ενδιαφερόταν κανείς μόνο να βρει τον αριθμό που ικανοποιούσε μια εξίσωση όπως  $x+2=7$  ή  $x+\psi=6$ .

Αυτό είναι ένα παράδειγμα του πώς η εισαγωγή μιας νέας έννοιας στο γλωσσικό σύστημα της άλγεβρας άλλαξε ριζικά το νόημα που αποδιδόταν προηγουμένως στους αγνώστους.

Για να αποδείξει την ανωτερότητα του δικού του συστήματος άλγεβρας έναντι του συστήματος άλγεβρας του Διόφαντου, ο Viète επέλεξε το πρόβλημα που είχε λύσει ο Διόφαντος στο βιβλίο του Αριθμητική. Το πρόβλημα αυτό και η λύση του εκφράζονται στη σύγχρονη γλώσσα ως εξής:

"Αν δίδονται το άθροισμα και η διαφορά από οποιουδήποτε δύο αριθμούς, τότε μπορούμε πάντοτε να βρούμε ποιοι είναι αυτοί οι αριθμοί"

Η λύση του Διόφαντου απαιτεί την ακόλουθη νοητική διαδικασία:

- Έστω το άθροισμα 100 και η διαφορά 40.
- Έστω ότι ο μικρότερος αριθμός είναι ο  $x$ .
- Τότε ο μεγαλύτερος αριθμός είναι  $x+40$ .
- Επομένως,  $2x+40=100$ .
- Άρα  $x=30$ . Δηλαδή οι δύο αριθμοί είναι 30 και 70.

Σημειώστε ότι αυτή η λύση δεν μπορεί να γενικευτεί άμεσα (ο Viète το επισημαίνει αυτό). Θα πρέπει να προσαρμοστεί αυτή η μέθοδος για οποιοδήποτε άθροισμα ή διαφορά μας δίνεται. Το  $x$  εδώ αντιπροσωπεύει τον άγνωστο για τον οποίο πρέπει να βρεθεί μια τιμή.

Η μέθοδος επίλυσης του Viète αποφεύγει αυτή τη δυσκολία, επειδή δίνει την έννοια "κάθε αθροίσματος" και "κάθε διαφοράς" χρησιμοποιώντας γράμματα για τις δεδομένες τιμές. Αυτή η λύση είναι ισοδύναμη με την ακόλουθη λύση:

- Έστω  $a$  το άθροισμα και  $b$  η διαφορά.
- Έστω  $x$  ο μικρότερος αριθμός και  $x+b$  ο μεγαλύτερος αριθμός.
- Επομένως,  $2x+b=a$ .
- Επομένως,  $x=(a-b)/2$ . Αυτό σημαίνει ότι οι δύο αριθμοί είναι  $(a-b)/2$  και  $(a+b)/2$ .

Αυτή η λύση είναι γενική: ανεξάρτητα από το ποιους αριθμούς αντιπροσωπεύουν οι  $a$  και  $b$ , οι δύο αριθμοί δίνονται από τους  $(a-b)/2$  και  $(a+b)/2$ .

Σε μια μελέτη του Harper (1987), δόθηκε σε 144 μαθητές δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης το παραπάνω πρόβλημα του Viète, υποθέτοντας ότι υπάρχουν αναπτυξιακά στάδια στην κατανόηση των εγγράμμων όρων ως μεταβλητών. Ο συγγραφέας βρίσκει στις απαντήσεις των μαθητών τρεις τύπους λύσεων (ρητορικές,

διοφαντικές και Viète λύσεις) που υπάρχουν στην ιστορία των μαθηματικών. Παρατηρείται στις απαντήσεις των μαθητών μια πρόοδος από τη ρητορική απάντηση προς τη χρήση γραμμάτων για τον άγνωστο και στη συνέχεια τη χρήση γραμμάτων για τις δεδομένες ποσότητες όσο οι μαθητές αναπτύσσουν τη μαθηματική τους εμπειρία και γνώση. Ωστόσο, οι πιο ικανοί μαθητές είναι πιθανό να υιοθετήσουν τη μέθοδο του Viète, δηλαδή τη χρήση γραμμάτων για δεδομένες ποσότητες.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**

### **4. ΟΙ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ**

#### **4.1 ΟΙ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΣΤΑ ΣΧΟΛΙΚΑ ΒΙΒΛΙΑ ΤΗΣ Α΄ ΚΑΙ Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

##### **4.1.1 Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

Μία από τις κύριες διαφορές μεταξύ άλγεβρας και αριθμητικής είναι η χρήση των μεταβλητών. Προκειμένου να γεφυρωθεί το χάσμα μεταξύ αριθμητικής και άλγεβρας, οι μαθητές πρέπει να μάθουν τις έννοιες των μεταβλητών, των εξισώσεων και της ισότητας. Οι μαθητές θα πρέπει να εισαχθούν στην έννοια των μεταβλητών και να τους δοθούν εργασίες που περιλαμβάνουν συμβολικές εκφράσεις, όπως "διπλασιασμός ενός αριθμού" ή "το άθροισμα δύο αριθμών".

Η εισαγωγή της άλγεβρας στην Ελλάδα γίνεται στο πρώτο έτος της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Η βασική κατανόηση της έννοιας της άλγεβρας εξαρτάται από την κατανόηση της έννοιας των μεταβλητών. Τα παιδιά διδάσκονται για πρώτη φορά για τις μεταβλητές στην Α Γυμνασίου. Το εγχειρίδιο που χρησιμοποιείται στην Α Γυμνασίου είναι των Βανδουλάκη, Καλλιγά, Μαρκάκη και Φερεντίνο (2017).

Σε μία ενότητα 4.1, η οποία καταλαμβάνει τρεις σελίδες (σελ. 72-74), οι μαθητές εισάγονται στις έννοιες των μεταβλητών και των εξισώσεων μαζί. Η πρώτη εργασία σε αυτή την ενότητα αποσκοπεί στην ανάπτυξη της κατανόησης των μαθητών για τον τρόπο μετάφρασης λεκτικών εκφράσεων σε εξισώσεις- η δεύτερη εργασία περιλαμβάνει τη γραφή αριθμητικών εκφράσεων σε απλούστερη μορφή- η τρίτη εργασία περιλαμβάνει τη γραφή αριθμητικής έκφρασης σε απλούστερη μορφή- η τέταρτη εργασία περιλαμβάνει τη γραφή αριθμητικής έκφρασης σε απλούστερη μορφή. Η τρίτη εργασία έχει ως στόχο να βοηθήσει τους μαθητές να συνειδητοποιήσουν την αναγκαιότητα χρήσης της έννοιας της μέσω της επίλυσης

ενός προβλήματος. Τέλος, η τέταρτη εργασία ζητά από τους μαθητές να επαληθεύσουν ή μη μια ισότητα παραστάσεων για συγκεκριμένες τιμές των μεταβλητών που περιλαμβάνονται σε αυτήν.

Το σχολικό εγχειρίδιό της Α Γυμνασίου περιλαμβάνει εργασίες που χρησιμοποιούν σύμβολα για την αναπαράσταση σχέσεων, όπως "ο πατέρας είναι τρεις φορές μεγαλύτερος από τον γιο". Στις δύο πρώτες τάξεις, οι μαθητές μαθαίνουν να χρησιμοποιούν μεταβλητές για να αναπαριστούν διάφορες καταστάσεις της καθημερινής ζωής, να απαλοφούν τις παρενθέσεις και να κάνουν αναγωγές ομοίων όρων με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας. Οι μαθητές γνωρίζουν την επιμεριστική ιδιότητα από το δημοτικό σχολείο. Στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, μαθαίνουν για τη σημασία της απλοποίησης αλγεβρικών εκφράσεων και προετοιμάζονται για την επίλυση εξισώσεων.

Από την τελευταία τάξη του δημοτικού τα παιδιά διδάσκονται την έννοια των εξισώσεων- στην έκτη τάξη μαθαίνουν για πρώτη φορά πώς να λύνουν εξισώσεις. Η επίλυση εξισώσεων περιλαμβάνει αντίστροφες διαδικασίες. Η ισότητα έχει την έννοια της ισοδυναμίας. Για να είναι σε θέση οι μαθητές να απομονώσουν τους αγνώστους, πρέπει να έχουν γνώση των αριθμών, να μπορούν να εκτελούν αριθμητικές πράξεις και να γνωρίζουν τις ιδιότητές τους. Το σχολικό εγχειρίδιο της έκτης τάξης δίνει έμφαση στην έννοια της ισορροπίας: "Για να υπάρχει πάντα ισορροπία, ό, τι κάνεις στη μία πλευρά, πρέπει να το κάνεις και στην άλλη πλευρά". Αυτός είναι ο "χρυσός κανόνας". Η εξίσωση είναι σαν μια ισορροπία. Η ισορροπία πρέπει να διατηρηθεί μέχρι τέλους, έτσι ώστε να μείνει στη μία πλευρά ο άγνωστος αριθμός και η τιμή του αγνώστου στην άλλη. Στην Α' Γυμνασίου, οι μαθητές μαθαίνουν ότι "μια εξίσωση με έναν άγνωστο είναι μια ισότητα που περιέχει αριθμούς και ένα γράμμα (άγνωστος)».

Στην Α' τάξη οι μαθητές μαθαίνουν να λύνουν απλές εξισώσεις πρώτου βαθμού χρησιμοποιώντας την επαλήθευση των τεσσάρων πράξεων της πρόσθεσης, της αφαίρεσης, του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης. Στην Α' τάξη του γυμνασίου οι μαθητές μαθαίνουν να λύνουν εξισώσεις χωρίς την αναγωγή όμοιων όρων, να απαλείφουν τους παρονομαστές, να χωρίζουν γνωστούς αριθμούς από αγνώστους και να διαιρούν με τον συντελεστή του αγνώστου.

Οι μαθητές μαθαίνουν ότι η ισότητα της μορφής  $4 + x = 20$  ονομάζονται εξίσωση και ο άγνωστος σε αυτή τη σχέση είναι το  $x$ . Οι μαθητές μαθαίνουν ότι όπου εμφανίζεται ο άγνωστος αριθμός  $x$ , υπάρχει πάντα πρόβλημα. Αντιλαμβάνονται επίσης ότι μπορούν να χρησιμοποιούν αριθμούς και γράμματα για να φτιάχνουν προτάσεις και ότι μπορούν να χρησιμοποιούν γράμματα και αριθμούς για να φτιάχνουν εξισώσεις για την επίλυση προβλημάτων. Αυτές οι ισότητες ονομάζονται εξισώσεις. Μαθαίνουν επίσης ότι οι εξισώσεις αποτελούνται από δύο μέλη.



Στο 1ο έτος του Γυμνασίου, οι μαθητές μαθαίνουν τι είναι η λύση ή η ρίζα μιας εξίσωσης, τι σημαίνει επίλυση μιας εξίσωσης, την έννοια της αδύνατης εξίσωσης όπου με κατάλληλα παραδείγματα, βγάζουν το συμπέρασμα ότι κανένας αριθμός δεν μπορεί να είναι η λύση μιας τέτοιας εξίσωσης. Μαθαίνουν επίσης την έννοια των εξισώσεων με άπειρο αριθμό λύσεων (ταυτοτήτων), αποφεύγοντας τη λέξη "αόριστη", ώστε να βγάλουν το συμπέρασμα ότι κάθε αριθμός είναι λύση μιας τέτοιας εξίσωσης.

Οι εξισώσεις σε αυτήν την τάξη παρουσιάζονται στην τυποποιημένη τους μορφή με τη χρήση μεταβλητών:

$$\alpha + \chi = \beta \text{ με λύση την } \chi = \beta - \alpha$$

$$\chi - \alpha = \beta \text{ με λύση την } \chi = \beta + \alpha$$

$$\alpha - \chi = \beta \text{ με λύση την } \chi = \alpha - \beta$$

$$\alpha \cdot \chi = \beta \text{ με λύση την } \chi = \beta : \alpha$$

$$\alpha : \chi = \beta \text{ με λύση την } \chi = \alpha : \beta$$

$$\chi : \alpha = \beta \text{ με λύση την } \chi = \beta \cdot \alpha$$

Υπάρχουν 15 ασκήσεις και προβλήματα σε αυτήν την ενότητα. Η πρώτη άσκηση αφορά την αντιστοίχιση γλωσσικών και αλγεβρικών εκφράσεων, η δεύτερη αφορά τη μετατροπή αλγεβρικών εκφράσεων σε γλωσσικές εκφράσεις, η τρίτη αφορά την αντίστροφη διαδικασία, η τέταρτη άσκηση αφορά την απλούστερη γραφή μαθηματικών εκφράσεων και η πέμπτη αφορά την αντικατάσταση παραστάσεων με γράμματα μέσα σε άλλες παραστάσεις. Στην επόμενη άσκηση, οι μαθητές βρίσκουν περιορισμούς στις τιμές που μπορεί να πάρει μια μεταβλητή σε μια μαθηματική έκφραση. Στις επόμενες τρεις ασκήσεις, οι μαθητές πρέπει να επαληθεύσουν τις αριθμητικές παραστάσεις όταν αντικαταστήσουν τα γράμματα με συγκεκριμένες τιμές. Τρεις ασκήσεις αφορούν την επίλυση εξισώσεων, ενώ οι επόμενες τρεις αφορούν προβλήματα που λύνονται με τη βοήθεια εξισώσεων. Μέσα σε λίγες σελίδες του σχολικού βιβλίου γίνεται η εισαγωγή στην έννοια των μεταβλητών και στην επίλυση πρωτοβάθμιων εξισώσεων.

Η χρήση της μεταβλητής επικρατεί και σε θέματα θεωρίας στην Α Γυμνασίου ως μέσο τυποποίησης και γενίκευσης, για παράδειγμα η αντιμεταθετική ιδιότητα στην πρόσθεση  $2 + 4 = 4 + 2$  παρουσιάζεται με τη μορφή  $\alpha + \beta = \beta + \alpha$ . Οι μαθητές στην τάξη αυτή πρέπει να κατανοήσουν την ουσία των πράξεων και των ιδιοτήτων τους και στη συνέχεια να εκτιμήσουν τη χρήση των γραμμάτων για να μπορέσουν να συμβολίσουν ποσά που μεταβάλλονται ή όχι.

Τα παιδιά αντιμετωπίζουν δυσκολίες. Μαθαίνουν να χρησιμοποιούν όλα τα γράμματα του αλφαβήτου για να δηλώνουν μεταβλητές, όχι μόνο τα  $x$  και  $\psi$ , όπως γινόταν στα

παραδοσιακά σχολικά μαθηματικά. Αυτό σημαίνει ότι ένα μόνο γράμμα του αλφαβήτου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αναπαραστήσει τις διαφορετικές έννοιες μιας μεταβλητής.

#### 4.1.2 Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Το σχολικό βιβλίο που μελετάται στην ΄β τάξη του γυμνασίου είναι των Βλάμου, Δρούτσα, Πρέσβη και Ρέκουμα (2017) και σε δύο ενότητες (σελ. 11-21), τις 1.1 και 1.2, οι μαθητές μαθαίνουν τις έννοιες των μεταβλητών και των πρωτοβάθμιων εξισώσεων. Μέσα από δύο δραστηριότητες στην πρώτη ενότητα, οι μαθητές μαθαίνουν να αναπαριστούν διάφορες καταστάσεις της καθημερινής ζωής με όρους μεταβλητών και να κάνουν αναγωγές όμοιων όρων με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας. Στη συνέχεια μαθαίνουν να γράφουν παραστάσεις με απλούστερο τρόπο, να υπολογίζουν την τιμή μιας παράστασης, να απλοποιούν μια παράσταση και να υπολογίζουν την περίμετρο ενός ορθογωνίου σε τέσσερις ασκήσεις εφαρμογής. Υπάρχουν τρεις ερωτήσεις κατανόησης με αντιστοίχιση και επτά ασκήσεις.

Η πρώτη άσκηση ζητά από τους μαθητές να μετατρέψουν γλωσσικές εκφράσεις σε αλγεβρικές, ενώ η επόμενη άσκηση τους ζητά να αντιστρέψουν τη διαδικασία. Οι επόμενες τρεις ασκήσεις ζητούν την απλοποίηση κάποιων παραστάσεων, ενώ η επόμενη άσκηση ζητά από τους μαθητές να υπολογίσουν την αριθμητική τιμή μιας παράστασης. Η τελευταία άσκηση ζητά από τους μαθητές να υπολογίσουν τον δείκτη σωματικού βάρους και στη συνέχεια να κατατάξουν τα άτομα σε 1ο, 2ο ή 3ο βαθμό παχυσαρκίας.

Η επόμενη ενότητα του σχολικού βιβλίου αναφέρεται στην επίλυση εξισώσεων πρώτου βαθμού. Οι τρεις δραστηριότητες έχουν μια ζυγαριά που ισορροπεί. Οι μαθητές μαθαίνουν ότι για να διατηρηθεί η ισορροπία της ζυγαριάς πρέπει να κάνουμε από τη μια μεριά ό, τι κάνουμε και από την άλλη. Έτσι γίνεται αναφορά στην αλγοριθμική επίλυση των εξισώσεων. Για την επίλυση μιας εξίσωσης της μορφής  $\chi \cdot 5 = 20$  δίνεται ο κανόνας « Η ισορροπία της εξίσωσης διατηρείται, αν διαιρέσω και τα δύο μέλη μιας ισότητας με τον ίδιο αριθμό ». Οι εξισώσεις λύνονται με αντιστροφή πράξεων.

Στην ΄Β Γυμνασίου τα παιδιά μαθαίνουν ότι « η ισότητα που περιέχει τον άγνωστο αριθμό  $\chi$  ονομάζεται εξίσωση ». Μαθαίνουν επίσης ότι στην εξίσωση  $2\chi + 200 = \chi + 50$  η παράσταση  $2\chi + 200$  λέγεται πρώτο μέλος της εξίσωσης ενώ η παράσταση  $\chi + 5$  λέγεται δεύτερο μέλος. Στο βιβλίο αναφέρεται ο πρακτικός κανόνας : Σε μια εξίσωση μπορούμε να μεταφέρουμε όρους από το ένα μέλος στο άλλο αλλάζοντας το πρόσημό τους.

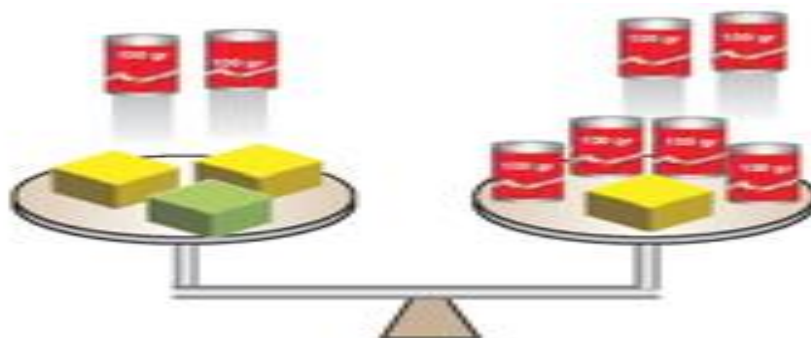
Στο βιβλίο των μαθηματικών της ΄Β Γυμνασίου οι μαθητές διδάσκονται πώς να μπορέσουν να επιλύουν πρωτοβάθμιες εξισώσεις. Ακολουθούν τα παρακάτω βήματα:

- 1) Πρώτα απαλοιφή των παρονομαστών
- 2) Στη συνέχεια κάνουμε τις πράξεις
- 3) Χωρίζουμε τους γνωστούς από τους αγνώστους
- 4) Κάνουμε αναγωγή όμοιων όρων
- 5) Και στο τέλος διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου

Το βιβλίο έχει τέσσερις εφαρμογές μέσα από τις οποίες οι μαθητές μαθαίνουν τη διαδικασία απαλοιφής παρονομαστών, ποια εξίσωση λέγεται αδύνατη και ποια ταυτότητα. Η ενότητα ολοκληρώνεται με τρεις ερωτήσεις κατανόησης και έντεκα ασκήσεις. Στην πρώτη ερώτηση κατανόησης πρέπει να συμπληρωθεί ένας αριθμός για να προκύψουν ισότητες. Στη δεύτερη πρέπει να εξετάσουν οι μαθητές αν κάποιες προτάσεις είναι σωστές ή λάθος και στη τρίτη να αντιστοιχίσουν κάθε εξίσωση με τη λύση της.

Στην πρώτη άσκηση εξετάζεται αν ο αριθμός που δίνεται είναι λύση της εξίσωσης. Στις επόμενες οκτώ ασκήσεις ζητείται να λυθούν κάποιες εξισώσεις πρώτου βαθμού και οι δύο τελευταίες είναι προβλήματα που επιλύονται με εξισώσεις.

Μία σημαντική συνεισφορά του σχολικού βιβλίου της Β΄ Γυμνασίου αφορά στην επίλυση των εξισώσεων α΄ βαθμού στην ενότητα 1.2 του Α΄ μέρους. Το μοντέλο της ζυγαριάς οπτικοποιεί την εξίσωση ερμηνεύοντας το σύμβολο της ισότητας με την ισορροπία. Στη Δραστηριότητα 3 (σελ. 16-18) η σύνδεση των εννοιών, των διαφορετικών αναπαραστάσεων και η μετάβαση από τη ζυγαριά στον αλγεβρικό φορμαλισμό συμβάλει σημαντικά στη βαθύτερη κατανόηση της έννοιας της εξίσωσης και την εξήγηση των αλγεβρικών ιδιοτήτων κατά την εκτέλεση μετασχηματισμών.



Σχήμα 1. Ο πίνακας αποτελεί τμήμα της Δραστηριότητας 3 του σχολικού βιβλίου που αναφέρεται στην επίλυση εξισώσεων (σελ. 17, ενότητα 1.2, Α΄ μέρος)

Το βιβλίο εκπαιδευτικού δεν κάνει καμιά αναφορά στο μοντέλο της ζυγαριάς, ενώ παρέχει σαφείς οδηγίες για την κατάκτηση της τυπικής μεθόδου επίλυσης εξισώσεων. Επιπλέον στην ενότητα 1.2 «Εξισώσεις α΄ βαθμού» όλες οι άλυτες ασκήσεις ακολουθούν το φορμαλιστικό πνεύμα. Θα μπορούσε ορισμένες από αυτές να προσεγγιστούν σύμφωνα με την προηγούμενη μεθοδολογία.

Στις δύο πρώτες τάξεις του γυμνασίου, ο μαθητής μαθαίνει στρατηγικές επίλυσης εξισώσεων όπως : αλλάζω μέλος, αλλάζω πρόσημο, χωρίς να καταλαβαίνει ο μαθητής τί κάνει και γιατί. Απλώς ακολουθούν τους κανόνες που διδάσκονται. Οι μαθητές περνούν γρήγορα από την αριθμητική που μαθαίνουν στο δημοτικό σχολείο στην άλγεβρα που μαθαίνουν στην πρώτη και δεύτερη τάξη του γυμνασίου, χωρίς κατάλληλη προετοιμασία. Είναι δύσκολο για τα παιδιά που έχουν διαβάσει μόνο μερικές σελίδες σε ένα σχολικό βιβλίο να συνηθίσουν γρήγορα σε μια αφηρημένη προσέγγιση των μεταβλητών. Οι περισσότερες δραστηριότητες και ασκήσεις στα σχολικά εγχειρίδια περιορίζονται στην απομνημόνευση κανόνων και τεχνικών για την επίλυση ασκήσεων. Παρατηρείται έλλειψη ή μικρή ανάπτυξη δεξιοτήτων διερεύνησης και συλλογισμού που βοηθούν τους μαθητές να αναπτύξουν βασικές μαθηματικές διαδικασίες. Ειδικότερα, τα εγχειρίδια του πρώτου έτους παρέχουν λίγες ασκήσεις που αφορούν τις έννοιες των μεταβλητών και των εξισώσεων.

## 4.2 ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΥΜΒΟΛΑ

Η αριθμητική και η άλγεβρα έχουν πολλά κοινά σύμβολα όπως είναι για παράδειγμα το σύμβολο της ισότητας "=" και της πρόσθεσης "+". Αν και φαίνεται να υπάρχει μια συνέχεια μεταξύ της αριθμητικής και της άλγεβρας όσον αφορά την ερμηνεία που δίνεται γι' αυτά τα σύμβολα βρίσκουμε να υπάρχουν αρκετές διαφορές στην θεώρηση που κάνει γι' αυτά η αριθμητική και η άλγεβρα.

Όσον αφορά στο σύμβολο "=" σύμφωνα με τους Cortes A., Vergnaud G. και Kavafian N. (1990) αυτό μπορεί να παίρνει τις παρακάτω διαφορετικές σημασίες:

α) Δίνει ένα αποτέλεσμα: Για πολλούς μαθητές στην αρχή της μάθησης της άλγεβρας το σύμβολο "=" έχει μόνο τη σημασία του "δίνει ένα αποτέλεσμα" π.χ.  $7+3=10$ . έτσι οι μαθητές αυτοί έχουν δυσκολίες να χειριστούν σχέσεις όπως  $7+3=6+4$  ή  $3x+5=x+17$  όπου το "=" έχει τη σημασία της ισοδυναμίας.

Αυτή η αντίληψη για το "=" που διδάσκεται και είναι κυρίαρχη στο δημοτικό διαμορφώνεται επίσης και από τη χρήση των υπολογιστών τσέπης. Πατώντας το πλήκτρο "=" εμφανίζεται το αποτέλεσμα των πράξεων ή σχέσεων που έχουμε ήδη εκτελέσει. Επίσης στους περισσότερους συνήθεις τύπους π.χ.  $E = β.υ$  το σύμβολο

"=" χρησιμοποιείται για να δείξει τον τρόπο που μπορούμε να υπολογίσουμε τον όρο του πρώτου μέλους π.χ. το E.

Η αποκλειστική χρήση του συμβόλου "=" με αυτή τη σημασία οδηγεί τους μαθητές να κάνουν λάθη όταν γράφουν ισότητες. Για παράδειγμα βρίσκουμε λάθη όπως:  $90-35=55+30=85-20=65$  ή  $3x-5=9+x=2x=14=x=7$ . όπου βλέπουμε να παραβιάζονται η συμμετρική και η μεταβατική ιδιότητα της ισότητας.

β) Ισοδυναμία: Στις εξισώσεις, για παράδειγμα, το σύμβολο "=" δίνει τη σημασία του ότι βρίσκεται στο αριστερό μέλος είναι ισοδύναμο με αυτό που βρίσκεται στο δεξί μέλος για κάποια κατάλληλη τιμή του αγνώστου ή των αγνώστων π.χ.  $5x + 15 = 2x + 30$ .

γ) Ταυτότητα: Πολλές φορές το σύμβολο "=" έχει τη σημασία της ταυτότητας, όπως για παράδειγμα στις περιπτώσεις των εγγράμματων σχέσεων ή ταυτοτήτων π.χ.  $(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta$ .

δ) Προσδιορισμός: Το σύμβολο "=" σε πολλές περιπτώσεις έχει τη σημασία του προσδιορισμού ή του ορισμού για κάτι που βρίσκεται από τα αριστερά του. Για παράδειγμα στη συνάρτηση  $f(x)=5x^2+x+3$ , το "=" προσδιορίζει την αναλυτική έκφραση της συνάρτησης  $f(x)$ .

Στο δημοτικό σχολείο αποδίδεται στο "=" περισσότερο η σημασία του "δίνει ένα αποτέλεσμα" παρά η σημασία της "ισοδυναμίας". Στην άλγεβρα θα πρέπει οι μαθητές να είναι ικανοί να ερμηνεύουν το σύμβολο "=" με όλες τις παραπάνω σημασίες. Βρίσκουμε πολλούς μαθητές στους οποίους υπερισχύει η αντίληψη για το "=" του "δίνει ένα αποτέλεσμα" όχι μόνο στο επίπεδο του δημοτικού αλλά και σε πολύ μεγαλύτερους μαθητές όπως της Β' και Γ' τάξης του γυμνασίου. Στους μαθητές αυτούς η ισχυρή αυτή αντίληψη για το "=" αποτελεί εμπόδιο και δημιουργεί λάθη στην επίλυση και κατάστρωση των εξισώσεων ( Λεμονίδης, 1996).

Στην άλγεβρα υπάρχει ακόμη η εξής ιδιαιτερότητα που δεν υπάρχει στην αριθμητική: Μια αλγεβρική έκφραση που θεωρείται ως απάντηση μπορεί να αναπαριστά μια σχέση ή τη διαδικασία από την οποία προέκυψε η απάντηση αυτή μπορεί όμως να αναπαριστά ταυτόχρονα την απάντηση αυτή καθαυτή. Αυτό ονομάζεται "δίλημμα διαδικασίας-ονόματος" (Davis, 1975) και μπορεί να δημιουργεί πολλές δυσκολίες στους μαθητές. Για παράδειγμα η αλγεβρική έκφραση " $v+5$ " μπορεί ταυτόχρονα να θεωρηθεί: πρώτο, ως μια διαδικαστική κατάσταση όπου αναφέρεται ότι το 5 προστίθεται στη μεταβλητή  $v$  και η έκφραση αυτή ερμηνεύεται ως "πρόσθεσε 5 στο  $v$ " και δεύτερο να θεωρηθεί ως απάντηση που δίνει ένα αποτέλεσμα μετά την εκτέλεση της πρόσθεσης, στην περίπτωση αυτή η έκφραση ερμηνεύεται ως "ο αριθμός που είναι κατά 5 μεγαλύτερος από το  $v$ ".

Στην αριθμητική το σύμβολο + χρησιμοποιείται συνήθως διαδικαστικά δηλαδή με την έννοια ότι εκτελείται η πράξη, αντίθετα στην άλγεβρα είναι απαραίτητες και οι

δύο αντιλήψεις του + ότι δηλαδή δείχνει το αποτέλεσμα της πρόσθεσης καθώς επίσης και τη λειτουργία της πράξης αυτής. Ο περιορισμένος τρόπος ανάγνωσης του συμβόλου + της πράξης προκαλεί το "δίλημμα διαδικασίας-ονόματος" που αναφέρουμε παραπάνω.

Τα συχνά λάθη του τύπου  $3\alpha+2\beta=5\alpha\beta$  που συναντούμε στις εγγράμματες παραστάσεις μπορεί να οφείλονται σ' ένα μεγάλο βαθμό στις εξής αιτίες:

Στην αριθμητική η έννοια της πρόσθεσης εισάγεται ως φυσική συνένωση δύο συνόλων.

Επιπλέον, το γεγονός ότι στους μεικτούς αριθμούς (π.χ.  $534 = 5+34$ ) και στο αριθμητικό σύστημα (π.χ.  $37 = 3$  δεκάδες +  $7$  μονάδες) χρησιμοποιείται η σύνδεση των όρων για να εκφραστεί η πρόσθεση ίσως οδηγεί τους μαθητές να συμπεριφέρονται ανάλογα και στην άλγεβρα (Matz, 1980).

Η μεγάλη τάση που παρουσιάζεται από τους μαθητές να θεωρούν όρους όπως  $5\alpha$  ως αθροίσματα και όχι ως γινόμενο ίσως θα πρέπει να μας οδηγήσει στο να γράφουμε τους όρους αυτούς με μια πλήρη αναπαράσταση ( $5\alpha$ ) για την αρχική τουλάχιστον περίοδο της ενασχόλησης τους με την άλγεβρα. Όσον αφορά τη γραφή των μεικτών αριθμών θα πρέπει ίσως να αλλάξει η γραφή τους και να γράφουμε τους αριθμούς αυτούς ως άθροισμα χρησιμοποιώντας το +.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**

### **5. ΟΙ ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ**

#### **5.1 ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΟ ΠΕΡΑΣΜΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ**

Το πέρασμα των μαθητών από την πρωτοβάθμια στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση δημιουργεί αρκετές δυσκολίες στους μαθητές οι οποίες είναι ιδιαίτερα σημαντικές στο μάθημα των Μαθηματικών (Booth, 1988). Οι μαθητές αντιμετωπίζουν δυσκολίες κατά τη μετάβαση από την αριθμητική, που έχει απλές υπολογιστικές διαδικασίες, στην άλγεβρα όπου συναντάνε αφηρημένα αντικείμενα. Βρίσκονται αντιμέτωποι με ένα καινούριο χώρο ο οποίος έχει έναν τελειώς διαφορετικό τρόπο σκέψης και ένα διαφορετικό τρόπο γραφής, από αυτόν που ήξεραν μέχρι τώρα στην αριθμητική. Συναντάνε ένα πλήθος νέων πληροφοριών και παρατηρούν σημαντικές διαφορές

αλλά και ομοιότητες με τις γνώσεις που είχαν από την αριθμητική, γεγονός που πολλές φορές τους δημιουργεί έντονη σύγχυση. Για παράδειγμα, ο Thwaites (1982) αναφέρει τέσσερις παράγοντες που καθιστούν τη διδασκαλία της άλγεβρας δύσκολη: την αδυναμία οπτικοποίησης των αλγεβρικών ιδεών, την αυθαίρετη φύση των αλγεβρικών ιδεών, την πολύπλοκη φύση τους και τη σχέση μεταξύ αλγεβρικού συμβολισμού και πλαισίου αναφοράς. Αρκετές έρευνες έχουν επικεντρώσει το ενδιαφέρον τους στις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην κατανόηση της σχέσης μεταξύ αριθμητικών και αλγεβρικών ιδεών και στον τρόπο με τον οποίο αυτή η σχέση αξιοποιείται στο πλαίσιο της διδασκαλίας. Η συνήθης διδακτική πρακτική, όταν εισάγεται μια αλγεβρική ιδέα, είναι η αναφορά στις προηγούμενες σχετικές αριθμητικές εμπειρίες των μαθητών και η εξαγωγή λογικών συμπερασμάτων. Αμέσως μετά οι μαθητές ασκούνται εκτεταμένα στο χειρισμό συμβολικών αναπαραστάσεων της αλγεβρικής ιδέας, με την εφαρμογή συγκεκριμένων κανόνων. Αυτή η προσέγγιση στηρίζεται στην αρχή ότι, εφόσον η αριθμητική και η άλγεβρα αφορούν σε αριθμούς και οι μαθητές είναι εξοικειωμένοι με τις ιδιότητες των αριθμών και τις πράξεις με αυτούς, υπάρχουν πολύ λίγα πράγματα που χρειάζεται να προστεθούν σε αυτήν τη γνώση, για να μπορέσουν να προσεγγίσουν τις αλγεβρικές ιδέες. Ωστόσο, αυτό δεν είναι αλήθεια. Τα στοιχεία και οι κανόνες της άλγεβρας αποτελούν αφαιρέσεις των αντίστοιχων στοιχείων και κανόνων της αριθμητικής, δηλαδή αποτελούν αφαιρέσεις αφαιρέσεων και, επομένως, η κατανόησή τους αποτελεί μια ιδιαίτερα απαιτητική διαδικασία. Οι σχετικές έρευνες υποδεικνύουν ότι πολλά παιδιά τείνουν να μεταφέρουν τους κανόνες της αριθμητικής στο αλγεβρικό πεδίο χωρίς καμία προσαρμογή, κυρίως εξαιτίας της έμφασης που δίνεται κατά τη διδασκαλία των αλγεβρικών ιδεών στην αντίληψη ότι «τα γράμματα είναι όπως οι αριθμοί», καθώς και του γεγονότος ότι οι μοναδικές «εικόνες αριθμών», τις οποίες διαθέτουν οι μαθητές, προέρχονται από την αριθμητική τους εμπειρία (π.χ., Bednarz et al., 1992).

Ένας άλλος παράγοντας που φαίνεται να ευθύνεται σημαντικά για τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην άλγεβρα είναι η εκτεταμένη χρήση συμβόλων που τη διακρίνει. Οι δυσκολίες των μαθητών συνδέονται με μια σειρά από χαρακτηριστικά γνωρίσματα των συμβόλων, όπως:

α) το επίπεδο αφαίρεσης των ιδεών που αναπαριστούν,

β) η πυκνότητα του νοήματος που μεταφέρουν,

γ) η εξάρτηση της σημασίας τους από τα σύμβολα με τα οποία γειτονεύουν,

δ) η έμφαση που δίνεται κατά τη διδασκαλία στο χειρισμό τους, χωρίς παράλληλη εστίαση στις αλγεβρικές ιδέες που αναπαριστούν. Με άλλα λόγια, οι μαθητές ωθούνται πολύ γρήγορα στο χειρισμό ενός ιδιαίτερα αφαιρετικού συστήματος αναπαράστασης, του συμβολικού, έχοντας μικρή εξοικείωση με αυτό, καθώς και ανεπαρκή και συχνά επισφαλή κατανόηση των ιδεών που αυτό αναπαριστά.

Μια άλλη πηγή προβλημάτων στην άλγεβρα αποτελεί η ιδιαιτερότητα της φυσικής γλώσσας που χρησιμοποιείται για την επεξεργασία των αλγεβρικών ιδεών (π.χ. Pimm, 1987). Εκφράσεις όπως «έστω  $a$  ένας τυχαίος θετικός αριθμός» δεν είναι εύκολο να γίνουν κατανοητές από τους μαθητές. Αυτό επιβαρύνεται και από το γεγονός ότι οι ρυθμοί μάθησης που επιβάλλει το Αναλυτικό Πρόγραμμα είναι συχνά τόσο ταχείς, ώστε δε δίνεται αρκετός χρόνος στους μαθητές, για να αφομοιώσουν τις σχετικές ιδέες και να οικειοποιηθούν τη γλωσσική τους έκφραση. Επιπλέον, η συνεχής εναλλαγή μεταξύ μαθηματικών συμβόλων και φυσικής γλώσσας, την οποία απαιτεί η μελέτη των αλγεβρικών ιδεών, προϋποθέτει μια σχετική ευχέρεια στη μετάβαση από το ένα σύστημα αναπαράστασης στο άλλο, η οποία δεν επιτυγχάνεται με ευκολία από όλους τους μαθητές (π.χ. Ryan & Williams, 1998).

Είναι φανερό ότι η ιδιαίτερα αφαιρετική φύση των αλγεβρικών εννοιών και διαδικασιών, η προσέγγισή τους ως γενίκευση των αντίστοιχων αριθμητικών, η ποικιλία και η απαιτούμενη συχνή εναλλαγή συστημάτων αναπαράστασης, καθώς και η υπερβολική έμφαση στους μηχανισμούς χειρισμού αυτών των συστημάτων αναπαράστασης καθιστούν την κατανόηση των αλγεβρικών ιδεών μια ιδιαίτερα πολύπλοκη και επίπονη μαθησιακή εμπειρία για τους μαθητές. Η μετάβαση από το πεδίο της αριθμητικής σε αυτό της άλγεβρας δεν συνιστά μια απλή διαδικασία επέκτασης ή γενίκευσης της αριθμητικής γνώσης ή εκμάθησης επιτυχούς διαχείρισης ενός συμβολικού συστήματος. Θα μπορούσε να υποστηριχτεί ότι η προσέγγιση των αλγεβρικών ιδεών προϋποθέτει τη συνειδητοποίηση των δυνατοτήτων του νου να αντιλαμβάνεται σχέσεις.

Η Booth (1984) θεωρεί ότι ο σημαντικότερος λόγος που οι μαθητές της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης δεν κατανοούν τη δομή της Άλγεβρας είναι η χρήση των γραμμάτων ως αναπαράσταση τιμών αλλά και η διαφορετική σημασία που έχουν αυτά όταν χρησιμοποιούνται στην αριθμητική. Ο μαθητής του γυμνασίου για να μπορέσει να κατανοήσει την αλγεβρική γλώσσα θα πρέπει να κάνει πάρα πολλές αλλαγές στον τρόπο σκέψης του.

Στην έρευνα του Λεμονίδη (1996) εξετάζονται οι επιδόσεις των Ελλήνων μαθητών της Β και Γ Γυμνασίου στην επίλυση απλών εξισώσεων πρώτου βαθμού και συγκρίνονται οι επιδόσεις αυτές μεταξύ τους. Σκοπός της έρευνας ήταν η μέτρηση του κατά πόσο ξέρουν οι μαθητές να επιλύουν απλές εξισώσεις στη Β και Γ τάξη, η σύγκριση των επιδόσεων στις δύο αυτές τάξεις, ο εντοπισμός των λαθών και των δύσκολων σημείων καθώς και των μεθόδων που χρησιμοποιούν οι μαθητές για την επίλυση των εξισώσεων και των προβλημάτων. Διαπιστώθηκε ότι στην έρευνα αυτή ότι τα κυριότερα σημεία δυσκολίας για τους μαθητές ήταν:

A) Οι υπολογισμοί με αρνητικούς αριθμούς και μονώνυμα

B) ένα άλλο σημείο στο οποίο έκαναν οι μαθητές πολλά λάθη ήταν η προτεραιότητα στην εκτέλεση των αριθμητικών πράξεων



Γ) παρατηρήθηκε επίσης ότι η ύπαρξη ρητού συντελεστή του αγνωστού δημιουργεί μεγάλη αποτυχία στους μαθητές

Δ) ένα άλλο σημαντικό σημείο δυσκολιών που στις απαντήσεις των μαθητών ήταν η σημασία που απέδιδαν στο σύμβολο « = » της εξίσωσης.

Στη μελέτη των Duru & Kokly, 2011 διερευνήθηκαν οι ικανότητες των μαθητών του γυμνασίου να μεταφράζουν μαθηματικά κείμενα σε αλγεβρικές αναπαραστάσεις και αντίστροφα. Επιπλέον διερευνήθηκαν οι δυσκολίες των μαθητών να κάνουν τέτοιες μεταφράσεις και οι πιθανές πηγές αυτών των δυσκολιών. Χρησιμοποιήθηκαν τόσο ποιοτικές όσο και ποσοτικές μέθοδοι για τη συλλογή δεδομένων για τη μελέτη αυτή, με ερωτηματολόγια και συνεντεύξεις. Το ερωτηματολόγιο που χρησιμοποιήθηκε στην έρευνα αποτελείται από δύο γενικούς τύπους ερωτήσεων : πολλαπλής επιλογής για τις οποίες ο ερωτώμενος επιλέγει την απάντηση από πολλαπλές επιλογές και από ερωτήσεις ανοιχτού τύπου για τις οποίες ο ερωτώμενος κατασκευάζει μία απάντηση.

Για να διερευνήσουν παραπάνω τις στρατηγικές των μαθητών κατά τη μετάφραση μαθηματικών κειμένων σε αλγεβρικές εκφράσεις και αντίστροφα, ερωτήθηκαν πέντε τυχαία επιλεγμένοι (  $n = 5$  ) μαθητές. Τα στοιχεία συγκεντρώθηκαν κατά τη σχολική χρονιά 2007 – 2008 από 185 μαθητές μέσης εκπαίδευσης ηλικίας 12 – 13 ετών. Σύμφωνα με τα ευρήματα αυτής της έρευνας αποδείχθηκε ότι οι μαθητές είχαν δυσκολίες στη μετάφραση των μαθηματικών κειμένων σε αλγεβρικές εκφράσεις χρησιμοποιώντας σύμβολα. Παρατηρήθηκε επίσης ότι οι μαθητές είχαν πολύ περισσότερες δυσκολίες να μεταφράσουν τις συμβολικές αναπαραστάσεις σε μαθηματικά κείμενα λόγω της αδυναμίας κατανόησης της ανάγνωσης στη μαθηματική γλώσσα και δυσκολιών στη έκφραση. Οι λέξεις έχουν άλλη έννοια στη καθημερινή γλώσσα και άλλη στη γλώσσα των μαθηματικών για παράδειγμα λέξεις όπως βαθμός, ομάδα και άλλες. Υπάρχουν λέξεις που έχουν διαφορετική σημασία ανάλογα με το πρόβλημα όπως το περισσότερο που μπορεί να σημαίνει ότι πρέπει να κάνεις πρόσθεση ή αφαίρεση. Για παράδειγμα αν κάποιος δε γνωρίζει ότι το άθροισμα σημαίνει πρόσθεση και το γινόμενο πολλαπλασιασμός συναντάει δυσκολίες στην επίλυση ενός προβλήματος που περιλαμβάνει αυτές τις λέξεις.

Στην έρευνα των Carparo & Joffrion, (2006) διερευνήθηκε ο βαθμός στον οποίο οι μαθητές της μέσης εκπαίδευσης είχαν την δυνατότητα να μεταφράσουν την φυσική τους γλώσσα σε μαθηματικά σύμβολα και αντίστροφα. Οι μαθητές χρειάζονται μια ισορροπία μεταξύ νοητικών και διαδικαστικών δεξιοτήτων καθώς ξεκινούν να αναπτύσσουν αλγεβρική κατανόηση. Το δείγμα αποτελείται από 668 μαθητές. Επιπλέον εξετάστηκαν 60 τυχαίες λανθασμένες απαντήσεις για να προσδιορίσουν τα μοτίβα των απαντήσεων που προέκυψαν. Ως επιβεβαιωτική διαδικασία πέντε μαθητές ερωτήθηκαν σε ένα εργαστήριο καθώς έλυναν ορισμένα ερωτήματα.

Μόνο οι 58 δηλαδή το 9% των μαθητών απάντησαν σωστά, δείχνοντας ότι οι μαθητές δεν ήταν διαδικαστικά ή εννοιολογικά έτοιμοι ώστε να μπορούν να μεταφράσουν το

γραπτό λόγο σε αλγεβρικές εκφράσεις. Στην έρευνα βρήκαν ότι οι μαθητές της μέσης εκπαίδευσης αντιμετωπίζουν προβλήματα στη μετάφραση των μαθηματικών κειμένων σε αλγεβρικές εκφράσεις χρησιμοποιώντας μαθηματικά σύμβολα. Δυστυχώς, η απλή γνώση των διαδικαστικών δεξιοτήτων προκάλεσε την αδυναμία των μαθητών να εφαρμόσουν μεθόδους επίλυσης του προβλήματος. Οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί δίνουν στους μαθητές μια λίστα με λέξεις – κλειδιά που υποδεικνύουν διαφορετικές λειτουργίες. Καθώς τα παιδιά μαθαίνουν μαθηματικά πρέπει να μάθουν την έννοια των νέων λέξεων που δεν αποτελούν μέρος του προφορικού λεξιλογίου τους ή εντελώς διαφορετικές έννοιες από αυτές που γνωρίζουν. Τα παιδιά μαθαίνουν τις έννοιες των περισσότερων λέξεων άμεσα μέσω καθημερινών εμπειριών μέσω της προφορικής και της γραπτής γλώσσας. Στα μαθηματικά όμως όλα είναι διαφορετικά.

Στην έρευνα του Πέτρου Βερίκιου (2003) σκοπός είναι να διαπιστωθεί αν οι μαθητές του γυμνασίου που έχουν διδαχθεί τουλάχιστον ένα έτος άλγεβρα έχουν βασικές γνώσεις στο χειρισμό αλγεβρικών παραστάσεων. Επίσης ερευνάται αν οι μαθητές μπορούν να λύσουν απλές εξισώσεις πρώτου βαθμού και αν οι μαθητές έχουν κατανοήσει την ισοδυναμία μεταξύ δύο εξισώσεων. Εξετάζεται αν μπορούν οι μαθητές χρησιμοποιώντας αλγεβρικό συμβολισμό να φτιάξουν μια αλγεβρική παράσταση. Δόθηκε ένα φυλλάδιο προβλημάτων σε 167 μαθητές της Β και της Γ γυμνασίου σε σχολεία ενός μέσου προαστείου της Αθήνας. Στόχος της έρευνας ήταν η μελέτη της κατανόησης της άλγεβρας από μαθητές γυμνασίου καθώς και να μελετηθεί αν οι μαθητές μπορούν να λύνουν απλές γραμμικές εξισώσεις καθώς επίσης αν κατανοούν την ισοδυναμία μεταξύ δύο εξισώσεων. Ένα πράγμα που διαπιστώνεται είναι ότι οι ερωτήσεις στις οποίες απαιτείται μια γενίκευση παρουσιάζουν μικρό ποσοστό επιτυχίας. Η ερμηνεία εστιάζεται κατά την έρευνα αφενός μεν στο γεγονός ότι σ' αυτήν την ηλικία το ζήτημα της γενίκευσης είναι από τα δυσκολότερα θέματα που αντιμετωπίζουν οι μαθητές και αφετέρου δε στο γεγονός ότι τα παιδιά δε διδάσκονται τέτοιες δραστηριότητες.

Στην έρευνα των Δραμαλίδη & Σακονίδη (2006), τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι περισσότεροι μαθητές του δείγματος που είναι 13 – 15 χρόνων δεν ήταν σε θέση να απαντήσουν σωστά σε ερωτήσεις οι οποίες απαιτούσαν την αντιμετώπιση του γράμματος ως γενικευμένου αριθμού ή ακόμη και ως συγκεκριμένου αριθμού. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι μαθητές για να μπορέσουν να ερμηνεύσουν τη γράμματα και αλγεβρικές εκφράσεις, στηρίζονται πολύ συχνά σε εικασίες, στη διαίσθησή τους, σε αναλογίες με άλλα συμβολικά συστήματα που γνωρίζουν καθώς και σε λανθασμένες αντιλήψεις που αποτελούν προϊόν αποτυχημένης διδασκαλίας. Επιπλέον πολλές φορές φαίνεται να μη γνωρίζουν βασικές αρχές του συμβολικού συστήματος των μαθηματικών. Οι παρανοήσεις αυτές τους οδηγούν σε δυσκολίες στην προσέγγιση των αλγεβρικών ιδεών, οι οποίες αν δεν αντιμετωπιστούν είναι δυνατόν να παραμείνουν για χρόνια.

Τα παραπάνω δείχνουν ότι ενώ οι μαθητές πλησιάζουν στο τέλος του γυμνασίου, η αλγεβρική τους σκέψη δείχνει να αναπτύσσεται με ιδιαίτερα αργούς ρυθμούς, παρουσιάζοντας έτσι ζητήματα σε κατακτήσεις που αφορούν συνήθως διαδικαστικά χαρακτηριστικά της αλγεβρικής γνώσης και παρουσιάζουν σοβαρά κενά και παρανοήσεις, που συνδέονται με εννοιολογικά και δομικά δεδομένα της, γεγονός που δείχνει χαμηλά επίπεδα τυποποίησης αυτής της γνώσης και καθιστά ένα ασταθές υπόβαθρο για την περαιτέρω μαθηματική σκέψη.

Στην έρευνα της Elizabeth Warren, (2003) εξετάζεται η κατανόηση από τους μαθητές της πρόσθεσης και της διαίρεσης ως γενικές διαδικασίες, μετά την ολοκλήρωση της πρωτοβάθμιας σχολικής εκπαίδευσης, οι οποίες βοηθούν την επιτυχή μετάβαση από την αριθμητική στην άλγεβρα. Πραγματοποιήθηκε γραπτή δοκιμασία σε 672 μαθητές. Στα αποτελέσματα εντοπίστηκαν οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με αυτές τις διαδικασίες και τις παρανοήσεις που κάνουν, όχι μόνο μη κατανοώντας την έννοια μιας μεταβλητής αλλά και τα προβλήματα που παρουσιάζουν κατά την επίλυση των αλγεβρικών εξισώσεων και στη μετάφραση των προβλημάτων με λέξεις σε αλγεβρικά σύμβολα. Δύο πτυχές θεωρούνται κρίσιμες στη μετάβαση από την αριθμητική στην άλγεβρα. Αυτές είναι: η χρήση των γραμμάτων για την παρουσίαση των αριθμών και η ρητή συνειδητοποίηση της μαθηματικής μεθόδου που συμβολίζεται από τη χρήση των αριθμών και των γραμμάτων.

Πολλές από τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην άλγεβρα οφείλονται στην ανεπαρκή αριθμητική βάση γνώσεων. Στην παραδοσιακή προσέγγιση της άλγεβρας, υποτίθεται ότι οι μαθητές είναι εξοικειωμένοι με αυτές τις έννοιες με την αριθμητική. Η γραπτή δοκιμασία δόθηκε σε 672 μαθητές ηλικίας 11 – 14 ετών. Τα αποτελέσματα αυτής της μελέτης δείχνουν ότι οι περισσότεροι μαθητές δε φαίνεται να κατανοούν τη πρόσθεση και τη διαίρεση ως γενικευμένες διαδικασίες.

Πολλοί μαθητές φαίνεται ότι έχουν ολοκληρώσει το δημοτικό σχολείο χωρίς να έχουν κατανοήσει την πρόσθεση ως γενικευμένη διαδικασία. Από αυτή τη μελέτη φαίνεται ότι η πλειοψηφία των μαθητών αποχωρεί από την πρωτοβάθμια εκπαίδευση με περιορισμένη συνειδητοποίηση της έννοιας της μαθηματικής δομής και των αριθμητικών πράξεων ως γενικές διαδικασίες.

Απαιτείται περαιτέρω έρευνα για να αποφασιστεί η κατάλληλη μάθηση κατά τη διάρκεια της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης που θα βοηθούσε τους μαθητές να αποκτήσουν πρόσβαση στις αλγεβρικές εκφράσεις.

## **5.2 ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΚΑΙ ΛΑΘΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ**

Η διδασκαλία της άλγεβρας στην υποχρεωτική εκπαίδευση επικεντρώνεται σε τέσσερις βασικούς μαθησιακούς στόχους: στην κατανόηση και μελέτη αλγεβρικών

παραστάσεων, στην επίλυση γραμμικών και μεγαλύτερου (κυρίως δεύτερου) βαθμού εξισώσεων, στην επίλυση προβλημάτων με εξισώσεις και στη μελέτη συναρτήσεων.

Παρακάτω παρουσιάζονται μερικές από τις βασικότερες δυσκολίες των μαθητών σε καθεμιά από τις αντίστοιχες ενότητες, με εξαίρεση αυτή των συναρτήσεων, που αποτελεί μια ιδιαίτερα σημαντική ενότητα της άλγεβρας, η μελέτη της οποίας δεν εντάσσεται στους στόχους της παρούσας εργασίας.

#### **(α) Αλγεβρικές παραστάσεις-χρήση των γραμμάτων:**

Μεγάλο μέρος της σχολικής άλγεβρας αφορά στην κατανόηση και διαχείριση αλγεβρικών αναπαραστάσεων. Παρόλα αυτά, οι σχετικές έρευνες καταγράφουν πολύ χαμηλά επίπεδα επίδοσης των μαθητών σε σχετικές δραστηριότητες. Αρκετοί ερευνητές αποδίδουν αυτήν την αποτυχία στην άγνοια βασικών ιδιοτήτων και δομικών χαρακτηριστικών των τεσσάρων πράξεων της αριθμητικής από πολλούς μαθητές. Για παράδειγμα, η Booth,(1984) υποστήριξε ότι, όταν ένας μαθητής αδυνατεί να κατανοήσει (ή να αποδεχτεί)ότι ο συνολικός αριθμός των αντικειμένων που περιέχονται σε δύο σύνολα με 3 και 5 αντικείμενα είναι  $3+5$  (και όχι μόνον 8), τότε είναι πολύ πιθανό να δυσκολεύεται να αναγνωρίσει ότι η έκφραση  $m+n$  παριστάνει το σύνολο των αντικειμένων δύο συνόλων με  $m$  και  $n$  αντικείμενα αντιστοίχως.

Σημαντικός αριθμός ερευνών επικεντρώνεται στην περιορισμένη κατανόηση από τους μαθητές του τρόπου με τον οποίο χρησιμοποιούνται τα γράμματα στις αλγεβρικές παραστάσεις. Τα περισσότερα ευρήματα συγκλίνουν στο γεγονός ότι οι μαθητές τείνουν να ερμηνεύουν ένα γράμμα ως το όνομα ενός συγκεκριμένου αριθμού, δηλαδή ως συγκεκριμένο άγνωστο (π.χ. Booth, 1988). Για παράδειγμα, πολλοί μαθητές πιστεύουν ότι οι εξισώσεις  $5n+14=89$  και  $5m+14=89$  έχουν διαφορετικές λύσεις. Σημαντική συμβολή στην κατανόηση του τρόπου, με τον οποίο οι μαθητές αντιλαμβάνονται πώς χρησιμοποιούνται τα γράμματα στην άλγεβρα είχε η έρευνα του Kuchemann (1981) στη Βρετανία. Η συγκεκριμένη έρευνα αποτελούσε μέρος του ερευνητικού προγράμματος Concepts in Secondary Mathematics and Science(CSMS), στο πλαίσιο του οποίου κατασκευάστηκε ένας αριθμός από δοκιμασίες για διάφορες ενότητες των μαθηματικών. Η δοκιμασία της άλγεβρας σχεδιάστηκε για την αξιολόγηση της αλγεβρικής κατανόησης μαθητών ηλικίας 13+ έως 15+ ετών, από τους οποίους ζητήθηκε να εργαστούν σε μια ποικιλία από τυπικές δραστηριότητες της σχολικής άλγεβρας. Ο Kuchemann κατηγοριοποίησε καθεμιά από τις 51 υποερωτήσεις της δοκιμασίας σε μια από τις παρακάτω έξι κατηγορίες που περιγράφουν χρήσεις του γράμματος σε μια αλγεβρική έκφραση. Η σειρά με την οποία αναφέρονται αυτές οι κατηγορίες αντικατοπτρίζει και το επίπεδο δυσκολίας των αντίστοιχων ερωτήσεων:

- η τιμή του γράμματος μπορεί να υπολογιστεί, δηλαδή να του δοθεί μια συγκεκριμένη τιμή (π.χ.  $a+5=15$ ,  $a=;$ )

- το γράμμα μπορεί να αγνοηθεί ή να του δοθεί κάποια συγκεκριμένη τιμή (π.χ.  $\alpha + \beta = 5$ ,  $\alpha + \beta + 4 =$ ;) )
- το γράμμα μπορεί να θεωρηθεί ως κάποιο συγκεκριμένο αντικείμενο, π.χ. αν  $\chi$  είναι η πλευρά ενός ισόπλευρου τριγώνου, τότε η περίμετρός του  $\Pi =$ ;) )
- το γράμμα γίνεται αντιληπτό ως κάποιος συγκεκριμένος άγνωστος (π.χ.  $\alpha + \beta = 8$ ,  $\alpha + \beta + \gamma =$ ;) )
- το γράμμα μπορεί να θεωρηθεί ότι αναπαριστά ένα γενικευμένο αριθμό, δηλαδή
- μπορεί να πάρει διάφορες τιμές (π.χ. η ισότητα  $\alpha + \beta + \gamma = \alpha + \delta + \gamma$  είναι αληθής πάντοτε, μερικές φορές ή ποτέ;) )
- το γράμμα γίνεται κατανοητό ως μια μεταβλητή (π.χ. ποιος αριθμός είναι μεγαλύτερος, ο  $2\alpha$  ή ο  $\alpha + 2$ ;) )

Τα αποτελέσματα της έρευνας του Kuchemann έδειξαν ότι, αν και η ερμηνεία που επέλεξαν οι μαθητές να υιοθετήσουν σε κάθε περίπτωση σχετιζόταν με τη φύση και την πολυπλοκότητα της ερώτησης, πολύ λίγοι από αυτούς ήταν σε θέση να θεωρήσουν το γράμμα ως γενικευμένο αριθμό, παρά την εμπειρία τους σε δραστηριότητες που επικεντρώνονταν στην έκφραση αριθμητικών κανονικοτήτων.

Ακόμη λιγότεροι ήταν οι μαθητές του δείγματος που μπόρεσαν να ερμηνεύσουν το γράμμα ως μεταβλητή. Η πλειοψηφία τους είτε αγνόησε τα γράμματα, είτε επέλεξε να τα χειριστεί ως συγκεκριμένα αντικείμενα, ενώ αρκετοί τα αντιμετώπισαν ως συγκεκριμένους αγνώστους. Για παράδειγμα, για τους 3.000 μαθητές ηλικίας 14 περίπου χρόνων που συμμετείχαν στην έρευνα τα ποσοστά επιτυχίας σε ερωτήσεις όπου το γράμμα μπορούσε να ερμηνευτεί ως αντικείμενο, να αγνοηθεί ή να υπολογιστεί η τιμή του, κυμάνθηκαν μεταξύ του 60% και του 97%, σε ερωτήσεις στις οποίες το γράμμα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ως συγκεκριμένος άγνωστος ή ως γενικευμένος αριθμός ήταν μεταξύ του 5% και του 41% και, τέλος, στη μοναδική ερώτηση όπου το γράμμα έπρεπε να αντιμετωπιστεί ως μεταβλητή, το ποσοστό επιτυχίας ανήλθε μόλις στο 6%.

### **(β) Εξισώσεις:**

Μια από τις βασικές διαπιστώσεις ενός μεγάλου αριθμού ερευνών, που ασχολήθηκαν με τις επιδόσεις των μαθητών στις εξισώσεις, είναι ότι πολλοί από τους μαθητές θεωρούν το '=' ως ένα σημάδι για «να κάνεις κάτι» και συχνά «να δώσεις την απάντηση, έναν αριθμό» και όχι ως το σύμβολο της ισότητας μεταξύ του δεξιού και του αριστερού σκέλους. Αυτή η αντίληψη του συμβόλου της ισότητας δημιουργεί δυσκολίες στην κατανόηση και στο χειρισμό των μετασχηματισμών της εξίσωσης, που απαιτούνται για την επίλυσή της. Η επίλυση μιας εξίσωσης προϋποθέτει την

ικανότητα του μαθητή να τη χειρίζεται ως αντικείμενο, εκτελώντας τις ίδιες πράξεις και στις δύο πλευρές της (τυπική μέθοδος επίλυσης). Ωστόσο, η σχετική έρευνα αποκαλύπτει ότι συχνά οι μαθητές είτε ακολουθούν άλλες μεθόδους επίλυσης μιας εξίσωσης (π.χ. Kieran, 1992), που έχουν μικρή εμβέλεια, είτε υιοθετούν την τυπική μέθοδο, αλλά εργάζονται μηχανικά, χωρίς να αντιλαμβάνονται τους χειρισμούς που εκτελούν. Και στις δύο περιπτώσεις, σύντομα οδηγούνται σε αδιέξοδο. Τα αποτελέσματα των σχετικών ερευνών συγκλίνουν στην άποψη ότι οι μαθητές που κατανοούν και εφαρμόζουν με επιτυχία την τυπική μέθοδο έχουν κατανοήσει την εξίσωση ως μια κατάσταση «ισορροπίας» μεταξύ δύο ποσοτήτων (π.χ. MacGregor & Stacey, 1998). Καθώς οι μαθητές προχωρούν στην επίλυση γραμμικών εξισώσεων, καλούνται να ασχοληθούν με περιπτώσεις εξισώσεων στις οποίες εμπλέκονται πολλές πράξεις και απαιτούνται κατάλληλοι μετασχηματισμοί. Η έρευνα δείχνει ότι οι μαθητές δυσκολεύονται και συχνά υιοθετούν φτωχές ή και περιορισμένης εμβέλειας στρατηγικές για την επίλυσή τους (π.χ. Farmaki et al., 2004). Συγκεκριμένα, η βασική τους δυσκολία φαίνεται να έγκειται στο γεγονός ότι αδυνατούν να διαμορφώσουν και να διατηρήσουν μια σαφή αντίληψη των χαρακτηριστικών μιας εξίσωσης, στα οποία θα πρέπει να επικεντρωθούν, προκειμένου να αποφασίζουν ποιος είναι ο επόμενος μετασχηματισμός που θα πρέπει να εκτελεστεί, όπως η ύπαρξη ή μη κλασμάτων, οι αλγεβρικές πράξεις που υφίστανται, κ.ά.

Αρκετές έρευνες εντόπισαν τη δυσκολία των μαθητών να μεταβούν από τη διαδικαστική αντίληψη της αλγεβρικής εξίσωσης (έμφαση στην εκτέλεση αριθμητικών πράξεων, με στόχο την εύρεση ενός αριθμητικού αποτελέσματος) στη δομική της αντίληψη (έμφαση στην εκτέλεση πράξεων με αλγεβρικές παραστάσεις και στην εύρεση αλγεβρικού αποτελέσματος). Για παράδειγμα, οι Wagner et al. (1984) ζήτησαν από 15χρονους μαθητές να λύσουν την εξίσωση  $k/8-3=14$  και στη συνέχεια την εξίσωση  $l/8-3=14$ . Οι περισσότεροι από αυτούς αντιλήφθηκαν ότι οι λύσεις των δύο εξισώσεων δε θα διέφεραν. Ωστόσο, όταν στην πρώτη εξίσωση το  $k$  αντικαταστάθηκε με το  $k+1$  και ζητήθηκε από τους ίδιους μαθητές η τιμή του  $k+1$ , οι περισσότεροι έλυσαν την εξίσωση ως προς  $k$  και κάποιοι ως προς  $k+1$  και στη συνέχεια υπολόγισαν την τιμή του  $k$ . Τα αποτελέσματα αυτά δείχνουν τη δυσκολία των μαθητών να αναγνωρίσουν ομοιότητες επιφανειακής δομής μεταξύ εξισώσεων.

### **(γ) Προβλήματα με εξισώσεις:**

Τα πορίσματα των σχετικών ερευνών προτείνουν την αναζήτηση των χαμηλών επιδόσεων που καταγράφονται στις δραστηριότητες επίλυσης προβλημάτων με εξισώσεις στις πρώτες κιάλας μαθηματικές εμπειρίες των μαθητών στο Δημοτικό Σχολείο (π.χ., Carpenter & Moser, 1982). Συγκεκριμένα, υποστηρίζεται ότι σε όλη τη διάρκεια της πρωτοβάθμιας μαθηματικής εκπαίδευσης, η έμφαση στην επίλυση προβλημάτων βρίσκεται στις πράξεις που πρέπει να

εκτελεστούν και όχι στην αναπαράστασή τους. Κατά συνέπεια, όταν ζητηθεί από τους μαθητές να σκεφτούν με αλγεβρικούς όρους, η σκέψη τους θα πρέπει να κάνει ένα μεγάλο άλμα, καθώς επιβάλλεται να επικεντρωθεί στη δομή του προβλήματος και όχι στις πράξεις που απαιτούνται για την επίλυσή του.

Η έρευνα που εστιάζεται στις διαδικασίες αναπαράστασης που χρησιμοποιούν οι μαθητές, όταν επιλύουν ένα πρόβλημα με εξισώσεις, εντοπίζει δύο κυρίαρχες προσεγγίσεις. Στην πρώτη, το πρόβλημα «μεταφράζεται» φράση προς φράση σε αλγεβρική μορφή. Ο σχηματισμός των αντίστοιχων εξισώσεων απαιτεί κάποια σημασιολογική γνώση, αλλά συχνά οι μαθητές που υιοθετούν αυτήν την προσέγγιση εργάζονται αποκλειστικά με βάση τη γλωσσική σύνταξη του προβλήματος.

Η δεύτερη προσέγγιση αφορά στη χρησιμοποίηση ενός μαθηματικού τύπου ή κανόνα. Για παράδειγμα, όταν οι μαθητές αυτής της προσέγγισης διαβάζουν σε ένα πρόβλημα «ένα αυτοκίνητο κινείται σε μία ευθεία ...» υποθέτουν ότι πρόκειται για ένα πρόβλημα σχετικό με χρόνο, απόσταση και ταχύτητα, δηλαδή το κατηγοριοποιούν άμεσα με βάση κάποια ερμηνεία μαθηματικού περιεχομένου. Γενικά, έχει παρατηρηθεί ότι οι μαθητές δυσκολεύονται ιδιαίτερα να εντοπίσουν τις ομοιότητες δομής μεταξύ προβλημάτων με εξισώσεις, τα οποία διαθέτουν διαφορετικά σενάρια. Συχνά καταφεύγουν σε στρατηγικές «μετάφρασης» ή αντικαθιστούν διάφορες τιμές στις εξισώσεις που κατασκευάζουν, για να διαπιστώσουν αν είναι σωστές και, μερικές φορές, χρησιμοποιούν πίνακες τιμών, για να εντοπίσουν τις σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών του προβλήματος. Σε οποιαδήποτε περίπτωση, η πλειοψηφία των μαθητών δυσκολεύεται να αναγνωρίσει τις σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών ενός προβλήματος. Η ελάχιστη διαφοροποίηση στο σενάριο ενός προβλήματος μπορεί να τους οδηγήσει σε αποτυχία στην κατασκευή της κατάλληλης εξίσωσης (Kieran, 1992).

### **5.3 ΕΡΕΥΝΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ**

Σύμφωνα με τους Stacey και MacGregor (1997), οι μαθητές έχουν τρεις αντιλήψεις για τις εξισώσεις. Κάποιοι μαθητές πιστεύουν ότι οι εξισώσεις είναι διαδικασίες εύρεσης λύσεων, άλλοι μαθητές πιστεύουν ότι οι εξισώσεις είναι ένας τρόπος περιγραφής πράξεων και η τρίτη κατηγορία μαθητών πιστεύει ότι οι εξισώσεις περιγράφουν σχέσεις.

Σύμφωνα με την Kieran (1992), στο δημοτικό και στις πρώτες τάξεις του γυμνασίου οι μαθητές επηρεάζονται από τις εμπειρίες τους ή τις αριθμητικές τους γνώσεις για την επίλυση εξισώσεων. Στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, οι μαθητές μαθαίνουν στρατηγικές για το πώς να λύνουν εξισώσεις. Για παράδειγμα όταν αλλάζω μέλος

αλλάζω πρόσημο και ότι μπορώ να κάνω την ίδια πράξη και στα δύο μέλη χωρίς να αλλάξει το αποτέλεσμα.

Σύμφωνα με την Kieran, οι μαθητές που χρησιμοποιούν τη δεύτερη μέθοδο κατανοούν και χρησιμοποιούν το σύμβολο της ισότητας ως ισοδυναμία, ενώ όσοι χρησιμοποιούν τη στρατηγική "αλλάζω μέλος, αλλάζω πρόσημο" απλώς εφαρμόζουν όσα έχουν μάθει στο σχολείο.

Ο Λεμονίδης (1996) σημειώνει ότι οι μαθητές χρησιμοποιούν τρεις μεθόδους για την επίλυση εξισώσεων:

- 1) Με το διαισθητικό τρόπο
- 2) Με τη δοκιμαστική αντικατάσταση
- 3) Με την τυπική μέθοδο.

Σύμφωνα με τον Λεμονίδη, στη διαισθητική μέθοδο οι μαθητές αναλύουν τις αριθμητικές σχέσεις χωρίς να χρησιμοποιούν τα βήματα του αλγορίθμου επίλυσης. Με τη δοκιμαστική αντικατάσταση δοκιμάζουν διάφορες τιμές για τον άγνωστο μέχρι να βρουν την τιμή που επαληθεύει την εξίσωση. Η μέθοδος αυτή είναι ιδιαίτερα χρονοβόρα. Η τυπική μέθοδος είναι ο αλγόριθμος που διδάσκονται τα παιδιά στο σχολείο, αλγεβρικοί μετασχηματισμοί, χωρίζουν γνωστούς από αγνώστους. Τους δύο πρώτους τρόπους επίλυσης εξισώσεων χρησιμοποιούν στο δημοτικό.

#### **5.4 ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ**

Η άλγεβρα αποτελεί πηγή σημαντικής σύγχυσης και αρνητικής στάσης μεταξύ των μαθητών. Ορισμένες μελέτες έχουν επισημάνει σημαντικές γνωστικές δυσκολίες στη συμβολική διατύπωση απλών μαθηματικών σχέσεων που παρουσιάζουν οι μαθητές (Clement et all 1981, Hart 1981) και ότι αυτή η μαθηματική δραστηριότητα είναι πιο πολύπλοκη γνωστικά από ό,τι φαίνεται (Clement 1982). Ο στόχος της διδασκαλίας της άλγεβρας στο γυμνάσιο είναι να οικοδομήσει και να ενισχύσει τη σκέψη των μαθητών χρησιμοποιώντας έννοιες και διαδικασίες ώστε να μπορούν να αναλύουν καταστάσεις, να αναπαριστούν αλγεβρικές δομές, να διατυπώνουν υποθέσεις, να ελέγχουν αν είναι σωστές, να εφαρμόζουν τεχνικές, να λύνουν εξισώσεις και να ελέγχουν τα αποτελέσματα. Πολλές έρευνες έχουν γίνει για την παροχή θεωρητικού υπόβαθρου για τη διδασκαλία και τη μάθηση της άλγεβρας.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει το έργο του Kuchemann (1981), ο οποίος ασχολείται με το πώς τα παιδιά κατανοούν τις μεταβλητές- το έργο του Wagner (1981) ασχολείται με το κατά πόσο οι μαθητές μπορούν να κατανοήσουν ότι η αλλαγή των γραμμάτων σε μια εξίσωση δεν αλλάζει το νόημά της. Για να επιτύχουν οι μαθητές στην άλγεβρα,



πρέπει να είναι σε θέση να οργανώνουν τις σκέψεις τους- οι Dubinski κ.ά. (Dubinski 1991, Cottril et all 1996) πρότειναν τη θεωρία APOS- οι Gray και Tall (1991) όρισαν το precept να είναι ο συνδυασμός συμβόλου που αναπαριστά είτε τη διαδικασία είτε το αποτέλεσμα της διαδικασίας.

Οι Sfard και Linchevski (1994) πιστεύουν ότι η δυαδικότητα της διαδικασίας και του αντικειμένου επηρεάζει την ανάπτυξη της κατανόησης, όπως η σχέση μεταξύ των σημείων ισότητας- ο Sfard (1991) προτείνει ότι για πολλούς, οι λειτουργικές-διαδικαστικές ιδέες είναι η αρχή της απόκτησης νέων μαθηματικών εννοιών. Η μετάβαση από τις υπολογιστικές διαδικασίες στα αφηρημένα αντικείμενα επιτυγχάνεται με μια διαδικασία που ολοκληρώνεται σε τρία στάδια: την εσωτερίκευση, τη συμπύκνωση και την υποστασιοποίηση. Το τρίτο στάδιο είναι δύσκολο και μπορεί να παραμείνει απρόσιτο για πολλούς μαθητές. Η εσωτερίκευση είναι μια διαδικασία που λαμβάνει χώρα σε ένα ήδη γνωστό αντικείμενο, η συμπύκνωση κατά την οποία η διαδικασία γίνεται μια αυτόνομη οντότητα και η υποστασιοποίηση είναι η δυνατότητα αυτής της νέας οντότητας να γίνει ένα πλήρες μαθηματικό αντικείμενο.

Η θεωρία της γνωστικής επιστήμης προτείνει ότι το σημείο εκκίνησης της εκπαίδευσης είναι τα μαθηματικά ως ανθρώπινη δραστηριότητα. Οι μαθητές να κατανοούν μαθηματικές έννοιες μέσω καθημερινών προβλημάτων. Στην παραδοσιακή προσέγγιση, οι εκπαιδευτικοί δίνουν έμφαση στους υπολογισμούς και διδάσκουν στους μαθητές πώς να αναπτύξουν τις ικανότητές τους, ελπίζοντας ότι αυτό θα τους βοηθήσει να επιτύχουν την κατανόηση των αλγεβρικών εννοιών. Οι μαθητές μαθαίνουν να μιμούνται κανόνες χωρίς να κατανοούν το πώς και το γιατί. Στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα, οι μαθητές εισάγονται στην άλγεβρα στην 1η τάξη του γυμνασίου, όταν τα γράμματα χρησιμοποιούνται ως αφηρημένα σύμβολα. Μέσα σε λίγες σελίδες του σχολικού βιβλίου, οι μαθητές πρέπει να κατανοήσουν την έννοια των μεταβλητών και να μάθουν πώς να λύνουν πρωτοβάθμιες εξισώσεις. Οι μαθητές μαθαίνουν να λύνουν εξισώσεις χρησιμοποιώντας αλγοριθμικές διαδικασίες, καθώς η κύρια προσέγγιση είναι «αλλάζω μέλος αλλάζω πρόσημο», καλούνται να εφαρμόσουν κανόνες και τύπους.

Σύμφωνα με την Kieran (1997), η παραδοσιακή εκπαίδευση έχει επικεντρωθεί στις εξισώσεις και την επίλυση εξισώσεων και έχει περιορίσει τη χρήση των γραμμάτων για την παράσταση γενικότητας.

Το ενδιαφέρον και η στάση των μαθητών απέναντι στην άλγεβρα δεν είναι καλή. Ωστόσο, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να αλλάξουν αυτή την αντίληψη των μαθητών και να μειώσουν τις αλγεβρικές παρανοήσεις. Οι μέθοδοι διδασκαλίας και οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών επηρεάζουν τη μάθηση των μαθητών.

Ο κονστρουκτιβισμός είναι μια θεωρία κατασκευής της γνώσης που οδηγεί στη μάθηση. Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή, η μάθηση βασίζεται σε δύο γενικές αρχές (Von Glasersfeld 1991):

- Η γνώση δεν αποκτάται παθητικά, αλλά αναπτύσσεται δυναμικά από το μαθητή.
- Με άλλα λόγια, ο μαθητής δεν ανακαλύπτει μια πραγματικότητα που ήδη υπάρχει, αλλά οργανώνει τον κόσμο των εμπειριών του.

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι για να λειτουργήσουν αυτές οι αρχές στην τάξη (Jaworski, 1994), μεταξύ των οποίων:

1. οι εκπαιδευτικοί γνωρίζουν ότι η γνώση δεν μεταφέρεται στους μαθητές απλώς με την παρουσίασή της, αλλά με την προσωπική τους δραστηριότητα
2. ο εκπαιδευτικός υποστηρίζει τις προσπάθειες του μαθητή και προσπαθεί να κατανοήσει πώς ο μαθητής αντιλαμβάνεται τις έννοιες που συναντάει
3. ο εκπαιδευτικός εστιάζει στην κατανόηση της έννοιας και όχι στην επανάληψη της συμπεριφοράς του μαθητή.

Η εισαγωγή σε νέες έννοιες πρέπει να βασίζεται σε δραστηριότητες, προβλήματα από την καθημερινή ζωή, ένα ευρύ φάσμα καταστάσεων και εφαρμογών που επιτρέπουν στους μαθητές να μετασχηματίζουν, να ανακατασκευάζουν και να επεκτείνουν τις υπάρχουσες γνώσεις τους.

Ορισμένες μελέτες έχουν δείξει ότι οι μικρότεροι μαθητές μπορούν να κάνουν πολλά αν τους δοθεί η κατάλληλη διδασκαλία στην άλγεβρα.

Σε μια μελέτη των Pirie και Martin (1997), οι μαθητές με χαμηλότερες επιδόσεις διδάχθηκαν εξισώσεις χρησιμοποιώντας αριθμόκουτα. Το αριθμόκουτο είναι ένα κουτί το οποίο τα παιδιά πρέπει να συμπληρώσουν κάποιους αριθμούς προκειμένου να ισχύουν κάποιες ιδιότητες. Για παράδειγμα,  $25 + \quad + 3 = \quad + 48$ . Οι μαθητές κατανοούν το νόημα των εξισώσεων χωρίς να έρχονται αντιμέτωποι με την έννοια των μεταβλητών και χωρίς να μαθαίνουν κανόνες και αλγόριθμους. Οι μαθητές ανακαλύπτουν μόνοι τους τη γνώση αναζητώντας αριθμούς και κανόνες.

Στη μελέτη του, ο Vlassis (2002) τόνισε ότι οι εξισώσεις είναι πιο προβληματικές για τους μαθητές όταν περιέχουν αγνώστους και στα δύο μέλη. Στην ίδια μελέτη, οι μαθητές προσπάθησαν να λύσουν μια εξίσωση που περιείχε αγνώστους και στα δύο μέλη, ενώ χρησιμοποίησαν μια ζυγαριά για να λύσουν μια πρωτοβάθμια εξίσωση. Τα παιδιά κατανοούν την έννοια ότι η εξίσωση είναι μια ισορροπία, αλλά όχι την έννοια της ιδιότητας του αγνώστου. Αυτή η μέθοδος δεν επιτρέπει στους μαθητές να δουν τις μεταβλητές ως αγνώστους. Αυτή η μέθοδος δεν μπορεί να αντιμετωπίσει αρνητικούς αριθμούς. Το πρόβλημα των αρνητικών αριθμών μπορεί να λυθεί με τη χρήση μπαλονιών- ο Janvier προσπάθησε να σηκώσει ένα καλάθι χρησιμοποιώντας

ένα μπαλόνι γεμάτο ήλιο (θετικό πρόσημο) και να το κατεβάσει χρησιμοποιώντας μια σακούλα με άμμο (αρνητικό πρόσημο).

Παρά την ανάπτυξη θεωρητικών προσεγγίσεων για τη διδασκαλία και τη μάθηση της άλγεβρας, οι ισχύουσες διδακτικές πρακτικές δεν ανταποκρίνονται στις σύγχρονες αντιλήψεις. Τα μαθήματα είναι δασκαλοκεντρικά. Οι καθηγητές απαιτούν από τους μαθητές να μαθαίνουν μηχανικά διαδικασίες και κανόνες. Οι εκπαιδευτικοί καθοδηγούν τους μαθητές και τους προσαρμόζουν στον δικό τους τρόπο σκέψης. Οι μαθητές μαθαίνουν μόνο να μιμούνται ορισμένους από τους κανόνες και τις αλγεβρικές πράξεις από τον καθηγητή, χωρίς να είναι σε θέση να κατανοήσουν τι και πώς. Τα παιδιά μεταπηδούν από την αριθμητική στην άλγεβρα πολύ γρήγορα χωρίς κατάλληλη προετοιμασία. Είναι δύσκολο για τους μαθητές να εισαχθούν αμέσως σε αφηρημένους τρόπους προσέγγισης των μεταβλητών. Οι μαθητές είναι παθητικοί. Αυτή η προσέγγιση δεν βελτιώνει την εκμάθηση άλγεβρας από τους μαθητές. Η εισαγωγή των μαθητών στην άλγεβρα γίνεται όταν αρχίζουν να χρησιμοποιούν γράμματα ως αφηρημένα αριθμητικά σύμβολα και αρχίζουν να συνδυάζουν αριθμούς και μεταβλητές, γνώσεις για σύμβολα, κανόνες των απλών πράξεων, την μαθηματική έννοια του ίσον. Η βιβλιογραφία είναι σπάνια όσον αφορά τις παρερμηνείες των μαθητών στην άλγεβρα έτσι ώστε να μειωθούν τα λάθη που κάνουν οι μαθητές.

## **5.5 ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΑΛΓΕΒΡΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ**

Ορισμένες μελέτες έχουν δείξει ότι οι μαθητές έχουν δυσκολίες στην κατανόηση των αλγεβρικών εννοιών. Αρκετές μελέτες επισημαίνουν διάφορες εννοιολογικές και συμβολικές αλλαγές που υποδεικνύουν διαφορές μεταξύ της αριθμητικής και της αλγεβρικής σκέψης των ατόμων. Αυτές περιλαμβάνουν διαφορές στην ερμηνεία των μεταβλητών (Booth, 1984) και στην έννοια της ισότητας (Kieran, 1980 & 1981). Ένας τρόπος για να μάθουμε τι κάνει την άλγεβρα δύσκολη είναι να εντοπίσουμε τα λάθη που κάνουν συνήθως οι μαθητές στην άλγεβρα και να βρούμε το γιατί. Τα λάθη μπορούν να εμφανιστούν σε οποιοδήποτε στάδιο της επίλυσης λεκτικών προβλημάτων και κατά τη χρήση της διαδικασίας- ο Thwaites (1982) αναφέρει ότι υπάρχουν τέσσερις παράγοντες που δυσκολεύουν τη διαδικασία της άλγεβρας:

- (α) Αδυναμία οπτικοποίησης των αλγεβρικών εννοιών.
- (β) η αυθαίρετη φύση των αλγεβρικών εννοιών
- (γ) η πολύπλοκη φύση
- δ) Ο αλγεβρικός συμβολισμός και η σχέση του με το πλαίσιο αναφοράς.

Πολλές από τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στα πρώτα χρόνια της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης οφείλονται στις αριθμητικές διαδικασίες που διδάσκονται στο δημοτικό σχολείο και στον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας της άλγεβρας, όπου οι μαθητές μαθαίνουν κανόνες και αλγεβρικές πράξεις και δεν διεκδικούν εννοιολογική κατανόηση. Η εκμάθηση αλγεβρικών πράξεων απαιτεί από τους μαθητές να απορροφήσουν νέες μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες και οι Linchevsi και Herscovier (1996) διαπίστωσαν ότι η ομαδοποίηση αλγεβρικών όρων δεν είναι ένα απλό πρόβλημα, επειδή οι μαθητές δεν μπορούν να λειτουργήσουν αυθόρμητα με το άγνωστο. Υποστήριξαν ότι οι μαθητές εξέτασαν τις αλγεβρικές εκφράσεις διαισθητικά ως υπολογιστικές διαδικασίες (Sfard & Linchevski, 1994).

Η άλγεβρα προκύπτει από την αριθμητική και αποτελείται από τις προηγούμενες γνώσεις των μαθητών για τα σύμβολα. Για παράδειγμα, οι μαθητές πρέπει να διαμορφώνουν πιο αφηρημένες απόψεις, να επεκτείνουν τις συναρτήσεις και να αφομοιώνουν νέες γνώσεις σε αλγεβρικές δομές.

Μια μελέτη των Δεμίρη, Μαρκέτου & Μπάρμπα (1994) έδειξε ότι οι μαθητές δυσκολεύονται να εκτελέσουν πράξεις με γράμματα. Η μελέτη έδειξε ότι η έλλειψη κατανόησης των μεταβλητών από τους μαθητές μπορεί να οδηγήσει σε ασυνέπειες και σύγχυση κατά τη χρήση τους. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στα μαθήματα αριθμητικής στο δημοτικό σχολείο, τα σύμβολα λαμβάνουν μόνο μία τιμή.

Σύμφωνα με τους Βερούκιο & Κλαουδάτο (1999), η κατανόηση της έννοιας των μεταβλητών επηρεάζει την κατανόηση διαφόρων μαθηματικών εννοιών και έχει σημαντικό ρόλο στα προβλήματα γενίκευσης στο γυμνάσιο. Ειδικότερα, οι μαθητές μπορεί να αντιμετωπίσουν δυσκολίες λόγω της έλλειψης κατανόησης των πράξεων διαίρεσης, της προτεραιότητας των πράξεων, της επιμεριστικής ιδιότητας και της έννοιας των πράξεων που αντιμετωπίζουν τα γράμματα ως μεταβλητές.

Οι μαθητές εισάγονται στο αφηρημένο σύστημα αναπαράστασης των συμβόλων με μικρή εξοικείωση με τις πράξεις του. Στην αριθμητική, οι μαθητές βασίζονται στη διαίσθησή τους και δεν χρειάζεται να εξηγήσουν τις διαδικασίες που χρησιμοποιούν. Οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές κατά τη μετάβαση από την αριθμητική στην άλγεβρα σχετίζονται με τη γλωσσική κατανόηση των εννοιών των μεταβλητών, των εξισώσεων και της ισότητας.

Οι Herscovics & Linchevski (1994) διαπίστωσαν ότι όταν τους ζητήθηκε να προσθέσουν 4 και  $3n$ , μόνο το 36% των 14χρονων μαθητών μπορούσαν να δώσουν τη σωστή απάντηση. Αυτό οφείλεται γιατί χρησιμοποιούνται συντομογραφίες στην αριθμητική. Για παράδειγμα, το  $5m$  στην αριθμητική σημαίνει πέντε μέτρα, αλλά στην άλγεβρα το  $m$  έχει διπλή σημασία, άλλοτε σημαίνει ένα μέτρο και άλλοτε έναν άγνωστο αριθμό μέτρων. Τέτοιες παραλλαγές προκαλούν στους μαθητές "έλλειψη αριθμητικής αναφοράς" (Booth, 1984).

Η μελέτη του Kuchemann (1981) παρουσίασε έξι διαφορετικές ερμηνείες που δίνουν οι μαθητές στα γράμματα που υπάρχουν στις αλγεβρικές εκφράσεις. Οι ερμηνείες που δίνουν οι μαθητές στα γράμματα είναι οι εξής

1. Μια τυχαία αριθμητική τιμή, για παράδειγμα θέτουν  $x = 1$  στην παράσταση  $x + 2$  και στην συνέχεια χρησιμοποιούν το αποτέλεσμα.
2. θεωρώντας διαφορετικές μεταβλητές ως μία, π.χ.  $x + 2y + 3z = 6xyz$
3. π.χ. η έκφραση  $3s+2x$  αντιπροσωπεύει τρία σπίτια και δύο ξενοδοχεία γιατί η μεταβλητές εκλαμβάνονται από τους μαθητές ως συντομογραφίες.
4. άγνωστη αλλά χρησιμοποιείται ως συγκεκριμένος αριθμός, οι μεταβλητές προσδιορίζονται ως συγκεκριμένοι αριθμοί.
5. χρησιμοποιείται ως γενικός αριθμός που μπορεί να πάρει περισσότερες από μία τιμές. Για παράδειγμα, στην εξίσωση  $\gamma+\delta=4$ , οι μαθητές μπορούν να βρουν πολλαπλούς συνδυασμούς που δίνουν αυτό το αποτέλεσμα.
6. χρησιμοποιείται ως μεταβλητή που δεν παίρνει συγκεκριμένη τιμή. Για παράδειγμα, η μορφή  $\psi=2x$ .

Σύμφωνα με τον Βερούκιο (2003), οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές περιλαμβάνουν

- α) την έννοια των αλγεβρικών εκφράσεων
- (β) την έννοια της ισότητας
- (γ) την έννοια των μεταβλητών.

Το σύμβολο της ισότητας έχει διάφορες επιπτώσεις για τους μαθητές: σύμφωνα με τον Davis (1975), η δυσκολία που αντιμετωπίζουν οι μαθητές κατά την εκμάθηση της άλγεβρας είναι το λεγόμενο "δίλημμα – διαδικασία ονόματος», σύμφωνα με αυτό μια αλγεβρική έκφραση που πιστεύεται ότι είναι η απάντηση, μπορεί να αναπαριστά μια σχέση από την οποία προέκυψε η απάντηση ή ακόμα μπορεί να αναπαριστά και την ίδια την απάντηση. Πολλοί μαθητές κάνουν λάθη, όπως  $3\alpha+2\beta=5\alpha\beta$ , τα οποία μπορεί να οφείλονται στη χρήση όρων σχέσεων για την αναπαράσταση της πρόσθεσης σε μικτούς αριθμούς (π.χ.  $2\frac{1}{2}=2+\frac{1}{2}$ ) και σε συστήματα αριθμών (π.χ.  $23=2$  δεκάδες και 3 μονάδες), γεγονός που προκαλεί σύγχυση στους μαθητές σχετικά με την άλγεβρα. Πολλοί μαθητές συγχέουν επίσης όρους (π.χ.  $2b$ ) θεωρώντας τους ως αθροίσματα και όχι ως γινόμενο. Η αριθμητική χρησιμοποιεί μεθόδους που δεν μπορούν να γενικευτούν και να εφαρμοστούν στην άλγεβρα. Στην άλγεβρα, οι μαθητές δυσκολεύονται με τις τυπικές μαθηματικές μεθόδους: μια μελέτη των Stacey & MacGregor (1997) εξέτασε πάνω από 2000 Αυστραλούς μαθητές ηλικίας 11-15 ετών. Η μελέτη διαπίστωσε ότι οι μαθητές παρεξηγούσαν έννοιες όπως η χρήση

γραμματών για την αναπαράσταση αντικειμένων και παρείχαν λύσεις που δεν αντανάκλυσαν την κατανόηση της χρήσης των εξισώσεων.

Η άλγεβρα θεωρήθηκε ως γενίκευση της αριθμητικής με όρους και σύμβολα που οι μαθητές πρωτοσυναντούσαν στα μαθήματα αριθμητικής. Οι μαθητές αντιμετωπίζουν πολλές προκλήσεις κατά τη διαδικασία του αλγεβρικού συλλογισμού, της εκτέλεσης της αφαίρεσης και της γενίκευσης (Drijvers et al., 2011).

Οι Fillow & Rojano (1989) αναφέρουν ότι πολλά προβλήματα στην άλγεβρα σχετίζονται με αναπτυξιακές δυσκολίες. Οι μαθητές μπορεί να μην έχουν την απαραίτητη γνωστική ανάπτυξη για να εισαχθούν στην άλγεβρα. Σημαντικό ρόλο παίζει επίσης η έλλειψη θεμελίωσης της αριθμητικής στις κατώτερες τάξεις. Η μελέτη των Warren, Trigueros & Ursini (2016) υπογραμμίζει ότι για να αναπτυχθεί η αλγεβρική σκέψη, πρέπει να βελτιωθεί η κατανόηση των μεταβλητών από τους μαθητές και η μηχανική της έκφρασης γενικεύσεων. Δύο πτυχές της μετάβασης από την αριθμητική στην άλγεβρα φαίνονται σημαντικές. Πρώτον, η χρήση γραμμάτων για την αναπαράσταση αριθμών και δεύτερον, η σαφής επίγνωση της μαθηματικής μεθόδου που συμβολίζεται με τη χρήση αριθμών και γραμμάτων (Kieran, 1992). Αυτό συνεπάγεται την απομάκρυνση από τις καθαρά αριθμητικές λύσεις και την εξέταση μεθόδων και διαδικασιών, όπου πολλές από τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην εκμάθηση της άλγεβρας οφείλονται σε ανεπαρκή αριθμητική βάση γνώσεων (Lincheski & Hersovics, 1996).

Προκειμένου οι μαθητές να κατανοήσουν την άλγεβρα, πρέπει πρώτα να κατανοήσουν τη φύση των πράξεων και να είναι σε θέση να περιγράψουν και να εκφράσουν αυτή τη φύση σε ένα συμβολικό σύστημα. Το θέμα της γενίκευσης παρουσιάζει δυσκολίες στη διατύπωση γενικών προβλημάτων και στη μετάβαση από το συγκεκριμένο στο αφηρημένο.

Στην άλγεβρα, η κατανόηση του τρόπου επίλυσης προβλημάτων που διατυπώνονται με λέξεις βοηθά τους μαθητές να κάνουν συνδέσεις μεταξύ των διαφόρων εννοιών που μαθαίνουν. Η κατανόηση του τρόπου επίλυσης αλγεβρικών προβλημάτων μπορεί επίσης να εφαρμοστεί στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων σε άλλους τομείς των μαθηματικών.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

### 6. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Ο συνδυασμός της παγκοσμιοποίησης και της τεχνολογίας των πληροφοριών και των επικοινωνιών (ΤΠΕ) θεωρείται σημαντικός παράγοντας για τη μεταμόρφωση της κοινωνίας της γνώσης και τον αντίκτυπό της στην εκπαίδευση. Η υπερπαραγωγή πληροφοριών και η ανάγκη διανομής και αξιοποίησης των πληροφοριών μέσω του διαδικτύου αποτελούν σύγχρονη πρόκληση και έχουν επιπτώσεις στον τομέα της εκπαίδευσης. Λαμβάνοντας υπόψη τον όγκο των πληροφοριών που κυκλοφορούν στη σημερινή απαιτητική εποχή, αξίζει να αναφερθεί ο νόμος του Moore. Σύμφωνα με τον νόμο του Moore, η ποσότητα των πληροφοριών που μπορούν να αποθηκευτούν και να διανεμηθούν διπλασιάζεται κάθε 18 μήνες.

Η τεχνολογία της πληροφορίας και των επικοινωνιών (ΤΠΕ) είναι ένα πεδίο εφαρμογής σε διάφορους επιστημονικούς κλάδους και έχει αναπτυχθεί ραγδαία κατά τη διάρκεια των δύο τελευταίων δεκαετιών - η ειδική έρευνα για την ενσωμάτωση και τη σύγκλιση των ΤΠΕ στις δραστηριότητες της καθημερινής ζωής έχει γίνει πολύ δημοφιλής, καθώς έχουν εκτιμηθεί οι θετικές επιπτώσεις της εφαρμογής τους στην εκπαίδευση, την οικονομία και την κοινωνία. Έχει γίνει ένας ιδιαίτερα δημοφιλής τομέας.

Εκτός από τις αλλαγές στην αξία της πληροφορίας και στον αριθμό και την ποικιλία των μορφών της, αλλαγές συμβαίνουν και στη λογική της μάθησης, της εκπαίδευσης και της κατάρτισης. Όροι όπως η συνεργατική μάθηση και η εξατομικευμένη μάθηση, η συνεχιζόμενη εκπαίδευση και η εκπαίδευση ενηλίκων βρίσκονται πλέον στο προσκήνιο. Οι ανάγκες για μάθηση και κατάρτιση, σε συνδυασμό με τους περιορισμούς που υπάρχουν (απόσταση, εργασία, έλλειψη χρόνου κ.λπ.), έχουν οδηγήσει στην υιοθέτηση ευέλικτων εκπαιδευτικών μεθόδων, όπως η εξ αποστάσεως εκπαίδευση. Η ευρεία χρήση του διαδικτύου έχει μειώσει τις αποστάσεις και έχει φέρει πρωτοφανή πρόσβαση σε πληθώρα πληροφοριών και πόρων. Η χωρητικότητα των γραμμών διασύνδεσης έχει αυξηθεί σημαντικά τα τελευταία χρόνια, δημιουργώντας συνθήκες που ευνοούν την ανάπτυξη νέων τεχνολογιών. Είναι σαφές ότι οι δυνατότητες αυτές δεν θα μπορούσαν να μην έχουν αντίκτυπο στον τομέα της εκπαίδευσης.

Οι νέες τεχνολογίες λοιπόν μπορούν να αποτελέσουν ισχυρά εργαλεία για την ενίσχυση της εκπαιδευτικής διαδικασίας και να δώσουν μια νέα διάσταση στη μάθηση. Με το νέο εκπαιδευτικό σύστημα, το σύγχρονο σχολείο αναλαμβάνει νέες ευθύνες και πρέπει να μεταρρυθμίσει ριζικά τη δομή του συστήματός του, ώστε να γίνει πιο ελκυστικό για τους μαθητές και να προσαρμοστεί στις νέες απαιτήσεις. Τα

σχολεία πρέπει πλέον να προετοιμάζουν τους αυριανούς πολίτες, εξοπλίζοντάς τους όχι μόνο με στείρες γνώσεις προς απομνημόνευση, αλλά κυρίως με τις δεξιότητες και τις ικανότητες να διακρίνουν από τη μάζα των πληροφοριών τα στοιχεία που προωθούν τη δική τους ανάπτυξη και πρόοδο. Οι εκπαιδευτικοί είναι το μέσο με το οποίο επιτυγχάνεται τελικά η ομαλή ένταξη και συμμετοχή των νέων στις κοινοτικές διαδικασίες και αποτελούν βασικούς ηγέτες σε αυτή την προσπάθεια. Οι τεχνολογίες πληροφοριών και επικοινωνιών (ΤΠΕ) ή νέες τεχνολογίες (ΝΤ) είναι ψηφιακές τεχνολογίες που επιτρέπουν την κωδικοποίηση, επεξεργασία, αποθήκευση, ανάκτηση και μετάδοση πληροφοριών σε ψηφιακή μορφή με τη χρήση υπολογιστών και δικτύων υπολογιστών.

Η εισαγωγή τους στην εκπαίδευση αποτελεί πλέον αδιαμφισβήτητη αναγκαιότητα: η σωστή χρήση των ΤΠΕ θα αλλάξει την κατάσταση και θα επιφέρει ουσιαστικές καινοτομίες μεσοπρόθεσμα και μακροπρόθεσμα, τόσο στα διδακτικά εργαλεία όσο και στην ίδια τη διαδικασία μάθησης και διδασκαλίας. Η χρήση της τεχνολογίας των υπολογιστών και των δικτύων στην εκπαίδευση αποτελεί μια ποσοτική και ποιοτική παρέμβαση στο εκπαιδευτικό σύστημα της χώρας μας.

Η χρήση των ΤΠΕ στα σχολεία αποσκοπεί στην ενίσχυση και ανάπτυξη της δημιουργικής και κριτικής σκέψης των μαθητών, καθώς και στην αλλαγή των διδακτικών πρακτικών, της επικοινωνίας μεταξύ μαθητών και εκπαιδευτικών και των συνεργατικών διαδικασιών μάθησης. Στόχος μέσω αυτών των νέων εκπαιδευτικών μεταρρυθμίσεων είναι η προώθηση της διερευνητικής και συνεργατικής μάθησης και, γενικότερα, η απόκτηση νέων γνωστικών δεξιοτήτων από τους μαθητές.

Ωστόσο, για να επιτευχθούν οι στόχοι αυτοί, απαιτείται η κατάλληλη ανάπτυξη του ανθρώπινου δυναμικού (κατάρτιση εκπαιδευτών και εκπαιδευτικών) και η κατάλληλη υλικοτεχνική υποδομή (δημιουργία και στελέχωση σχολικών εργαστηρίων, χρήση δικτυακών υπηρεσιών πληροφορικής, κατάλληλα δίκτυα και κατάλληλα λογισμικά προγράμματα ανάπτυξη προγραμμάτων λογισμικού) είναι απαραίτητες. Μέσω αυτού του πλαισίου, η χρήση των ΤΠΕ αναμένεται να συμβάλει όχι μόνο στην εξοικείωση των μαθητών με τις ΤΠΕ, αλλά και στην αλλαγή ολόκληρης της διαδικασίας διδασκαλίας και μάθησης. Αυτό συνδέεται, φυσικά, μεταξύ άλλων, με αλλαγές στις στάσεις και τις πρακτικές των εκπαιδευτικών. Τα εκπαιδευτικά συστήματα των ανεπτυγμένων χωρών προσπαθούν να ενσωματώσουν γόνιμα τις ΤΠΕ στο σχολικό πρόγραμμα και τις βλέπουν ως μοχλό ανάπτυξης όχι μόνο για το εκπαιδευτικό σύστημα αλλά και για τη γενικότερη πρόοδο της χώρας σε όλους τους τομείς. Ως εκ τούτου, η χρήση των ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία θεωρείται ως μια καινοτομία που μπορεί να προσφέρει πολλά στο σύγχρονο σχολείο.

Οι καινοτόμες εκπαιδευτικές δραστηριότητες πρέπει να υποστηρίζουν νέους ρόλους διδασκαλίας και μάθησης, καθώς όλο και περισσότεροι μαθητές έχουν τις γνώσεις και τις δεξιότητες να χρησιμοποιούν την τεχνολογία σε υψηλότερο επίπεδο από τους



εκπαιδευτικούς και τους γονείς τους. Τα σχολεία και οι εκπαιδευτικοί αναλαμβάνουν επομένως νέους ρόλους με πρωταρχικό στόχο την προετοιμασία των μαθητών για τη νέα κοινωνία της γνώσης, της δημιουργίας και της τεχνολογίας. Κατά συνέπεια, οι εκπαιδευτικοί χρειάζονται περαιτέρω κατάρτιση: η χρήση των ΤΠΕ αποτελεί πρόκληση και είναι σημαντικό για τους εκπαιδευτικούς να αποδεχθούν την πρόκληση αυτή και να υιοθετήσουν θετική στάση απέναντι στις νέες τεχνολογίες, προκειμένου να ενσωματώσουν τις ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία. Επομένως, ο καθοριστικός παράγοντας για την επιτυχία αυτής της καινοτομίας είναι ο εκπαιδευτικός.

Η ενσωμάτωση των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση απαιτεί μια ριζική αλλαγή και, ως εκ τούτου, απαιτεί μια συντονισμένη, σχεδόν συστημική μεταμόρφωση. Προϋπόθεση για αυτό είναι η διαθεσιμότητα εξοπλισμού και υψηλής ποιότητας δικτυακής υποδομής. Οι αλλαγές στο θεσμικό πλαίσιο του εκπαιδευτικού συστήματος (αλλαγές στη σχετική νομοθεσία) πρέπει να ενσωματωθούν με τις αλλαγές στα προγράμματα σπουδών των μελλοντικών εκπαιδευτικών (καθηγητικές σχολές, παιδαγωγικά τμήματα). Ένας άλλος σημαντικός παράγοντας είναι η κατάρτιση των εκπαιδευτικών και του προσωπικού (διευθυντές, επόπτες, σύμβουλοι κ.λπ.). Ωστόσο, προϋπόθεση για την ύπαρξη όλων αυτών και τη σωστή χρήση τους είναι η αλλαγή της γενικής νοοτροπίας και της κουλτούρας μας.

## **6.1 ΟΙ ΝΕΕΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

Η ανάπτυξη της τεχνολογίας έχει διευρύνει τους τομείς εφαρμογής των μαθηματικών, σε περιοχές όπως Οικονομία, Βιολογία, Ιατρική, Κοινωνιολογία, κ.α. Για αυτό, σύμφωνα με το νέο πρόγραμμα σπουδών, η εξοικείωση των μαθητών με τους υπολογιστές αποτελεί ένα από τους στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης. Ο υπολογιστής συμπληρώνει τη διδασκαλία, αφού κάθε διδακτικό πακέτο συμπληρώνεται από το ανάλογο λογισμικό. Παρόλα αυτά στο χώρο της παιδείας, η χρήση του υπολογιστή αντιμετωπίζεται με αρκετό σκεπτικισμό και επιφυλακτικότητα. Αυτό οφείλεται, κυρίως, στο γεγονός ότι οι εκπαιδευτικοί δεν έχουν πειστεί για τις δυνατότητες της νέας τεχνολογίας.

Οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές έχουν εισαχθεί από καιρό στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση διαφόρων χωρών του κόσμου (κυρίως της Δύσης και της Αμερικής). Αρχικά, χρησιμοποιήθηκαν ως μέσο διδασκαλίας του μαθήματος της Πληροφορικής και ως απαραίτητο εργαλείο για τη διοίκηση των σχολείων. Με την πάροδο του χρόνου, όμως, οι διάφορες έρευνες και η εμπειρία έδειξαν πως οι υπολογιστές μπορούν κάλλιστα να χρησιμοποιηθούν στη διδασκαλία των Μαθηματικών αφού παρέχουν πολλές δυνατότητες όπως:

ί. Προσαρμόζονται στους προσωπικούς ρυθμούς μάθησης του κάθε παιδιού, δίνοντάς του, έτσι, την ευκαιρία να κατανοήσει καλύτερα κάποιες έννοιες και να καλύψει τυχόν κενά που έχει.

ίί. Προσφέρουν αμοιβαία επικοινωνία μαθητή- μηχανής. Ο μαθητής καλείται να σκεφτεί και να απαντήσει και ο υπολογιστής καλείται να τον επιβραβεύσει ή να το διορθώσει και να του υποδείξει την ορθή απάντηση.

ίίί. Οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές παρέχουν, επίσης, τη δυνατότητα στους μαθητές να δημιουργούν γραφικές παραστάσεις και να τις μετατοπίζουν πάνω στην οθόνη διατυπώνοντας και ελέγχοντας, έτσι, τις διάφορες υποθέσεις πολύ ευκολότερα.

ίν. Μετασχηματίζουν τους αριθμούς και τις διάφορες μαθηματικές σχέσεις, από αφηρημένα και ψυχρά σύμβολα, σε εικόνα, ήχο, κίνηση, χρώμα.

ν. Βοηθούν στη μελέτη της Γεωμετρίας και των Συναρτήσεων, θέματα των Μαθηματικών, τα οποία απαιτούν ιδιαίτερη προσοχή και ακρίβεια και στα οποία ο σωστός σχεδιασμός και η εποπτεία παίζουν πολύ μεγάλο ρόλο.

νί. Προσφέρονται για μαθητές, οι οποίοι είναι ιδιαίτερα δραστήριοι μέσα στην τάξη, δεν παρακολουθούν τον καθηγητή, δυσκολεύονται στο διάβασμα και γενικά δεν ανταποκρίνονται στο σύνηθες μοντέλο διδασκαλίας.

νίί. Διαθέτουν αντικειμενικότητα, συνέπεια, προσαρμοστικότητα, υπομονή, πληρότητα στην παρουσίαση του αντικειμένου και ευελιξία.

νίίί. Παρέχουν τη δυνατότητα του πειραματισμού και της δοκιμής, βοηθώντας, έτσι το μαθητή να μάθει από τα ίδια του λάθη.

ίχ. Καταρρίπτουν το μύθο της αυθεντίας του καθηγητή και δίνουν τον έλεγχο της όλης διαδικασίας στα παιδιά.

χ. Δίνουν τη δυνατότητα ανάλυσης, σύνθεσης και αξιολόγησης.

χί. Συμβάλλουν στη δημιουργία θετικών στάσεων των μαθητών για τα Μαθηματικά.

Παρά τις παραπάνω δυνατότητες, όμως, που παρέχουν οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές στην εκπαίδευση, παρουσιάζουν και αρκετά μειονεκτήματα. Αυτά είναι τα ακόλουθα:

ί. Η χρήση Η/Υ περιορίζει τη μάθηση σε μηχανικά βήματα και την αποξενώνει από τον ανθρώπινο παράγοντα.

ίί. Οι υπολογιστές απαιτούν την ανάλογη υποδομή, η οποία είναι αρκετά δαπανηρή, ενώ και η αγορά τους έχει υψηλό κόστος.

ίίί. Απαιτούν γνώσεις χρήσης Η/Υ.

iv. Προϋποθέτουν αρκετά καλή γνώση Αγγλικών.

v. Απαιτούν διαρκή ενημέρωση σχετικά με τις νέες κυκλοφορίες στην αγορά εκπαιδευτικού λογισμικού και τη βέλτιστη επιλογή αυτών.

vi. Δεν μπορούν να σκέφτονται, να κάνουν λογικές κρίσεις, να καταλαβαίνουν τη γλώσσα, τις ικανότητες και την εμπειρία που έχει ο κάθε μαθητής.

Αν λάβουμε υπόψη τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα από τη χρήση των Η/Υ στη διδασκαλία και τη μάθηση των Μαθηματικών, θα διαπιστώσουμε πως το όφελος για την εκπαίδευση από μια τέτοια δραστηριότητα είναι πολύ μεγάλο. Ο Η/Υ αποτελεί ένα πολύ αξιόλογο διδακτικό μέσο. Προσαρμόζεται στις ιδιαιτερότητες του κάθε μαθητή, παρακινεί τα παιδιά να ανακαλύψουν τη γνώση, συμβάλλει άμεσα στην ταχύτερη επίλυση των προβλημάτων και κάνει το μάθημα των Μαθηματικών πιο διασκεδαστικό, πιο ευχάριστο και πιο ενδιαφέρον. Η χρήση του θα πρέπει, όμως, να γίνεται μέσα σε λογικά πλαίσια, τα οποία δεν θα επιτρέπουν την αλλοίωση του παιδαγωγικού σκοπού της εκπαίδευσης. Ο Η/Υ δεν πρέπει με κανέναν τρόπο να αντικαταστήσει τον καθηγητή. Ο Η/Υ αποτελεί απλά ένα εργαλείο, ένα μέσο που μπορεί να βελτιώσει τη μαθησιακή διαδικασία. Ο καθηγητής είναι το μόνο πρόσωπο, που μπορεί να κάνει αυτή τη διαδικασία αποτελεσματική και πλήρη, όχι μόνο από γνώσεις και εμπειρίες, αλλά και από συναισθήματα και ψυχική ολοκλήρωση

## 6.2 Η ΕΞ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Στη διεθνή βιβλιογραφία συναντώνται διάφορες προσεγγίσεις και ορισμοί που ορίζουν ένα πλαίσιο στο οποίο η εξ αποστάσεως εκπαίδευση είναι μια παιδαγωγική μαθησιακή διαδικασία με τα ακόλουθα κύρια χαρακτηριστικά (Porocani & Zaccellari, 2022)

α) Οι μαθητές μπορούν να εκπαιδεύονται και να αποκτούν γνώσεις χωρίς την παρουσία ενός εκπαιδευτικού κοντά τους, όπως συμβαίνει στη μάθηση πρόσωπο με πρόσωπο.

β) Διαθεσιμότητα ευέλικτων μεθοδολογιών μάθησης που επιτρέπουν την προσαρμογή της μαθησιακής διαδικασίας στις ανάγκες και το γνωστικό επίπεδο του εκπαιδευόμενου μέσω της χρήσης τεχνολογικών εργαλείων στη διαδικασία επικοινωνίας μεταξύ του εκπαιδευόμενου και του εκπαιδευτή.

γ) Πρόσβαση σε μαθησιακό υλικό.

δ) Οι εκπαιδευόμενοι στην εξ αποστάσεως εκπαίδευση ακολουθούν ενεργά μια αλγοριθμική πορεία προς τη γνώση.

ε) Οι μαθητές γίνονται με τη συμμετοχή σε αυτόνομες μαθησιακές διαδρομές που βασίζονται στην υπάρχουσα εμπειρία και γνώση τους.

Όλα ανεξαιρέτως τα προγράμματα που αφορούν την εξ αποστάσεως εκπαίδευση ξεκινούν με προσεκτικό σχεδιασμό, εστίαση και κατανόηση των απαιτήσεων και των αναγκών των εκπαιδευομένων στο μάθημα. Η ανάπτυξη αποτελεσματικών προγραμμάτων εξ αποστάσεως εκπαίδευσης δεν γίνεται τυχαία. Διαμορφώνεται ως αποτέλεσμα επίπονης εργασίας και σημαντικών προσπαθειών όλων των συμμετεχόντων σε αυτή την εκπαιδευτική διαδικασία. Ειδικότερα, η επιτυχία της συντίθεται από όλες τις πολύτιμες προσπάθειες των εκπαιδευομένων, των εκπαιδευτικών, τις δυνατότητες που παρέχει κάθε τεχνολογικό εργαλείο και τη συνδρομή των παρόχων υπηρεσιών των διαχειριστών του κάθε συστήματος (Αναστασιάδης, 2017).

Η εξ αποστάσεως εκπαίδευση αποτελεί τη θεμελιώδη μέθοδο του συστήματος ανοικτής εκπαίδευσης, καθώς και το σημείο απόκλισης και διαφοροποίησης από την παραδοσιακή εκπαίδευση (Αναστασιάδης, 2014). Η εξ αποστάσεως εκπαίδευση ελαχιστοποιεί όλες τις δυσκολίες των παραδοσιακών μεθόδων και διευρύνει τους ορίζοντες μέσω νέων προσεγγίσεων. Λόγω των ραγδαίων τεχνολογικών καινοτομιών και των μεταβαλλόμενων συνθηκών της αγοράς, τα εκπαιδευτικά συστήματα στις περισσότερες αναπτυσσόμενες χώρες αναγκάζονται να παρέχουν περισσότερες εκπαιδευτικές ευκαιρίες χωρίς να αυξάνουν τους προϋπολογισμούς τους.

Δυστυχώς, όσες προσπάθειες και αν καταβάλλονται για την ενσωμάτωση της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης στη νοοτροπία του ελληνικού εκπαιδευτικού συστήματος, η αναμενόμενη ανάπτυξη εξακολουθεί να θεωρείται ανεπαρκής στην Ελλάδα. Το εκπαιδευτικό σύστημα φαίνεται να έχει αδυναμίες. Όταν η πρόσφατη πανδημία του κοροναϊού σταμάτησε τη φυσική λειτουργία των εκπαιδευτικών ιδρυμάτων, μέρος της εκπαιδευτικής κοινότητας ήταν αδύναμο να πάρει μια υπεύθυνη απόφαση για την εφαρμογή της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης.

Βέβαια, αξίζει να σημειωθεί ότι η εξ αποστάσεως εκπαίδευση είναι διαθέσιμη σε πολλά μεταπτυχιακά προγράμματα στα ανώτατα εκπαιδευτικά ιδρύματα και συνδυάζεται με δια ζώσης σπουδές, καθώς και ότι το Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο υπάρχει εδώ και πολλά χρόνια και προσφέρει προγράμματα σε προπτυχιακό και μεταπτυχιακό επίπεδο.

Η πραγματική πρόκληση που αντιμετωπίζει η εκπαιδευτική κοινότητα είναι η βιώσιμη ενσωμάτωση των νέων τεχνολογιών και της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης σε ένα πλαίσιο που να περιλαμβάνει θετικά τεχνολογικά στοιχεία χωρίς να χάνει τους πραγματικούς στόχους. Οι Varier et al. (2017) τονίζουν ότι υπάρχουν πολλές μελέτες και ανασκοπήσεις που παρουσιάζουν τεχνολογίες και μεθόδους για την ενσωμάτωση της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης που έχουν πρόσφατα. Παρά την ανάπτυξη κατά την

τελευταία δεκαετία, τονίζουν ότι εναπόκειται στους ίδιους τους εκπαιδευτικούς να αντιμετωπίσουν τις προκλήσεις αυτής της νέας πραγματικότητας.

Μελετητές υποστηρίζουν ότι η στάση των εκπαιδευτικών απέναντι στις νέες τεχνολογίες είναι καθοριστικός παράγοντας για το πώς τις χρησιμοποιούν στη διδακτική τους πρακτική και κατά πόσο υπάρχουν αναπτυξιακά κίνητρα που τους ενδιαφέρουν, ώστε να μπορέσουν πραγματικά να αγκαλιάσουν και να συμμετάσχουν στην εξ αποστάσεως εκπαίδευση. Με βάση τα παραπάνω, απαιτείται περαιτέρω έρευνα σχετικά με τη σχέση μεταξύ της διαδικασίας της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης και των εκπαιδευτικών ιδρυμάτων, καθώς και με τις επιπτώσεις της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης στην εργασία και την ψυχολογία των εκπαιδευτικών.

Η παγκόσμια πανδημία του κοροναϊού στις αρχές του 2020 αποτέλεσε καθοριστικό παράγοντα για την εξέλιξη της ανθρώπινης σφαίρας. Καθώς δεν υπήρχε τρόπος να αντιμετωπιστεί ο ιός, επιβλήθηκαν συνθήκες καραντίνας και κλείσιμο σχολείων σε πολλές χώρες του κόσμου- οι Καραλής & Ράικου (2020) υποστηρίζουν ότι μια τέτοια κατάσταση έκτακτης ανάγκης απαιτούσε άμεσες και ευέλικτες λύσεις, ώστε να μη διαταραχθεί η εκπαιδευτική διαδικασία. Έτσι, η εξ αποστάσεως εκπαίδευση έγινε μονόδρομος. Ο Καραλής (2020) τονίζει ότι τέτοιες αλλαγές απαιτούν κατάλληλες τροποποιήσεις στα γνωστά παραδοσιακά χαρακτηριστικά της τυπικής εκπαίδευσης.

Ορισμένα παραδείγματα περιλαμβάνουν:

Τα αναλυτικά προγράμματα σπουδών

ο Μέθοδοι διδασκαλίας

ο Η τεχνική μάθησης

ο Το επίπεδο γνώσης του κάθε εκπαιδευτικού.

Μια σημαντική απόφαση της 11ης Μαρτίου 2020 καθόρισε και ανέστειλε τη φυσική λειτουργία των σχολείων (ΚΥΑ: Αρ. Δ1α/ΓΠ.οικ. 2021- ΠΝΠ: ΦΕΚ 42/Α/25.02.2020). Όλα τα παραπάνω εφαρμόστηκαν μέσα σε τρεις εβδομάδες, ξεκινώντας τη μετάβαση από την παραδοσιακή τάξη σε ένα ψηφιακό περιβάλλον μάθησης, με κύριο στόχο τη διατήρηση της επαφής μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητή καθ' όλη τη διάρκεια της εκπαιδευτικής διαδικασίας (Μπακιρτζή, 2021).

Στα δημοτικά σχολεία, οι ιστότοποι e-class και e-me χρησιμοποιήθηκαν ως πλατφόρμες για ασύγχρονη εξ αποστάσεως μάθηση. Για την παροχή σύγχρονων μορφών εξ αποστάσεως εκπαίδευσης έγινε χρήση πλατφόρμας Cisco Webex ενώ μαγνητοσκοπημένα μαθήματα μεταδόθηκαν στην εθνική τηλεόραση στο πλαίσιο της πρωτοβουλίας "Μείνετε στο σπίτι - Μάθετε στο σπίτι". Οι Huang et al. (2020) υποστηρίζουν ότι οι παγκόσμιοι εκπαιδευτικοί πρέπει να αντιμετωπίσουν μια σειρά από κρίσιμες προκλήσεις, συμπεριλαμβανομένων των γνώσεων για τη διαχείριση των

τεχνολογικών μέσων και την έλλειψη και ανεπάρκεια των δικτύων για τη συνδεσιμότητα, καθώς και το κατάλληλο διδακτικό υλικό προσαρμοσμένο για την εξ αποστάσεως μάθηση, και υποστηρίζουν ότι πρέπει να αντιμετωπίσουν μια σειρά από κρίσιμες προκλήσεις.

Οι Σπυρομήτρος και Ιορδανίδης (2017) επισημαίνουν ότι, εκτός από την απομόνωση, το άγχος και η αβεβαιότητα που βιώνουν οι εκπαιδευτικοί λόγω πολλών παραγόντων εκτός της τάξης μπορεί να οδηγήσει σε αισθήματα ανασφάλειας σχετικά με την επάρκεια των δεξιοτήτων τους όσον αφορά την επάρκεια, την καινοτομία και την αυτοπεποίθηση κατά τη διάρκεια των παιδαγωγικών δράσεων. Ο Καραλής, (2020) σημειώνει ότι η διαδικασία μετάβασης σε ένα καθεστώς εξ αποστάσεως εκπαίδευσης αποτελεί μια δραματική αλλαγή των οικείων χαρακτηριστικών της εκπαιδευτικής πράξης για τους εκπαιδευτικούς, στηριζόμενη σε διαδικασίες που δεν σχετίζονται με την τυπική εκπαίδευση, όπως οι διαφοροποιήσεις των τεχνολογικών μεθόδων και εργαλείων, η ευελιξία των προγραμμάτων και των δυνατοτήτων επικοινωνίας κ.λπ.

Έτσι, οι προκλήσεις που προέκυψαν από την κατάργηση των σχολικών τμημάτων και τη μεταφορά της μάθησης στο ψηφιακό περιβάλλον της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης ήταν αρκετές. Ωστόσο, υπήρχαν αναμφίβολα ελλείψεις όσον αφορά τον τεχνικό εξοπλισμό, την προστασία των προσωπικών δεδομένων και την ισότητα της μαθησιακής κοινότητας. Όλα αυτά είναι σημαντικά ζητήματα που πρέπει να αντιμετωπιστούν επείγοντως. Ταυτόχρονα, οι εκπαιδευτικοί έχουν σημαντικό ρόλο να διαδραματίσουν, καθώς αναμένεται να αντιμετωπίσουν όλες τις ελλείψεις του εκπαιδευτικού συστήματος και να χρησιμοποιήσουν όλους τους πόρους και τις γνώσεις τους. Ωστόσο, προέκυψε το εξής ερώτημα: "Σε ποιο βαθμό οι εκπαιδευτικοί διαθέτουν τον εξοπλισμό, τις γνώσεις και τη γενική επάρκεια για την επιτυχή εφαρμογή και την άμεση εφαρμογή των τεχνολογιών της πληροφορίας και της επικοινωνίας στην εξ αποστάσεως εκπαίδευση;". Ένας άλλος παράγοντας που επηρεάζει τη μελέτη του αντίκτυπου της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης στην εκπαιδευτική κοινότητα φαίνεται να είναι η έννοια της ρουτίνας και η διατάραξή της που διαμορφώνεται από τις συνήθειες.

Έτσι, ο ρόλος των συνηθειών ρυθμίζει τις στάσεις που διαμορφώνουν το νέο και μπορεί να ενισχύουν ή όχι την επιθυμία συμμετοχής και υιοθέτησης της εμπειρίας. Πιο συγκεκριμένα, οι εκπαιδευτικοί έχουν ορισμένες συνήθειες που συχνά υιοθετούνται για την ευκολία της ρουτίνας και αποτελούν τα λεγόμενα εμπόδια στην υιοθέτηση νέων πρακτικών. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι Έλληνες εκπαιδευτικοί, οι οποίοι είναι κατά μέσο όρο μεγαλύτεροι σε ηλικία, απαιτούν μεγαλύτερη προσπάθεια από την πλευρά τους για να χάσουν τις σταθερές συνήθειες πάνω στις οποίες έχουν χτίσει τις διδακτικές τους προσεγγίσεις (Οικονόμου, 2017).

Ως εκ τούτου, καταστάσεις όπως η πανδημία απειλούν τη σταθερότητα και τη βιωσιμότητα του εκπαιδευτικού συστήματος. Οι εκπαιδευτικοί αισθάνθηκαν

αβοήθητοι και ανεπαρκείς στη νέα πραγματικότητα της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης. Αυτό οδήγησε στην ανάγκη εκσυγχρονισμού του εξοπλισμού και των συστημάτων καθώς και της εκπαίδευσής τους.

## 6.3 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΞ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

### 6.3.1 ΚΑΗΟΤ

The screenshot shows the Kahoot! Premium+ interface. At the top, there's a purple header with 'K! Premium+', 'Enter kahoot title...', 'Settings', 'Saving', 'Preview', 'Exit', and 'Done'. The main content area displays a question: 'Solve  $2x^2 - 14x + 24 = 0$  using the Quadratic formula'. Below the question, the quadratic formula is shown as  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ . A handwritten version of the formula is also visible. The interface includes a 'Time limit' of 20 seconds, 'Points' of 1000, and 'Answer options' set to 'Single select'. The answer options are: 4.3 (correct, marked with a green checkmark), -4.3, 0, and -3.4. There are also buttons for 'Add question', 'Question bank', 'Import slides', and 'Import spreadsheet'.

Είναι ένα δωρεάν σύγχρονο εργαλείο για τη δημιουργία και κοινή χρήση διαδραστικών κουίζ. Για να δημιουργήσετε και να μοιραστείτε κουίζ, πρέπει να εγγραφείτε. Η διαδικασία είναι πολύ απλή και αποτελεσματική.

Το κύριο πλεονέκτημα αυτού του εργαλείου είναι ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε κινητά τηλέφωνα, ταμπλέτες και άλλες κινητές συσκευές, όπως κινητά τηλέφωνα και ταμπλέτες, στις οποίες οι μαθητές έχουν καθημερινή πρόσβαση.

Το Kahoot μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε οποιοδήποτε μάθημα, σε οποιοδήποτε επίπεδο εκπαίδευσης. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να χρησιμοποιήσουν το Kahoot για ανασκόπηση προηγούμενων μαθημάτων, συλλογή ιδεών για προβληματισμό κ.λπ.

Το Kahoot μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη δημιουργία κουίζ, συζητήσεων και ερευνών αλλά και για επίλυση ασκήσεων για την προετοιμασία των μαθητών. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να δημιουργούν κουίζ με βάση κείμενα, φωτογραφίες και βίντεο από το Youtube και να αναζητούν ενδιαφέροντα κουίζ χρησιμοποιώντας την ενσωματωμένη μηχανή αναζήτησης.

Το Kahoot είναι ένα πολύ απλό εργαλείο. Μετά τη δημιουργία ενός νέου κουίζ ο εκπαιδευτικός στέλνει τον κωδικό του κουίζ στον μαθητή. Οι μαθητές μπορούν στη συνέχεια να εισάγουν το όνομά τους και τον κωδικό τους και να απολαύσουν το κουίζ. Ενώ οι μαθητές απαντούν σε κάθε ερώτηση, εμφανίζεται η κατάταξη των συμμετεχόντων και αυτό παρακινεί τους μαθητές και τους ενθαρρύνει να

ανταγωνίζονται μεταξύ τους. Επίσης το χρονικό όριο μπορεί να ρυθμιστεί από τον εκπαιδευτή κατά τη δημιουργία του κουίζ.

#### Τα κύρια πλεονεκτήματα του Kahoot!

- Μπορούν να δημιουργηθούν ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής,
- Μπορούν να προστεθούν ερωτήσεις και γραφικές απαντήσεις,
- Τα κουίζ παρέχονται δωρεάν μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου,
- Οι συμμετέχοντες μπορούν να λύσουν τα κουίζ ατομικά
- Υπάρχει μια μεγάλη βάση δεδομένων με έτοιμα κουίζ διαθέσιμα για δωρεάν λήψη.
- Είναι εντελώς δωρεάν,
- Δίνει τη δυνατότητα για απεριόριστο αριθμό συμμετεχόντων.

#### Οφέλη για τους εκπαιδευτικούς.

- Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να διαχειρίζονται τα τεστ σε ένα λιγότερο αγχωτικό περιβάλλον
- Στο τέλος του κουίζ, ο δάσκαλος μπορεί να ελέγξει τις απαντήσεις των μαθητών.
- Τα λεπτομερή αποτελέσματα μπορούν επίσης να μεταφορτωθούν στο Excel.

#### Οφέλη για τους μαθητές.

- Η χρήση κινητών συσκευών κάνει το μάθημα πιο ελκυστικό για τους μαθητές,
- Οι μαθητές μπορούν να σημειώσουν αν τους άρεσε το κουίζ,
- Οι μαθητές μπορούν να μοιραστούν τι έμαθαν από το κουίζ.
- Εάν οι μαθητές δώσουν μια λανθασμένη απάντηση, μπορούν να δουν τη σωστή απάντηση.

#### Απαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες.

Οι εκπαιδευτικοί και οι μαθητές θα πρέπει να έχουν βασικές δεξιότητες χρήσης υπολογιστή. Το Kahoot! εργαλείο είναι πολύ απλό και εύκολο στη χρήση και δεν απαιτεί ιδιαίτερες δεξιότητες και χρόνο για την προετοιμασία ενός κουίζ.

**Μειονεκτήματα και περιορισμοί.** Το περιβάλλον εργασίας του εργαλείου είναι στα αγγλικά, αλλά τα κουίζ μπορούν να δημιουργηθούν σε οποιαδήποτε γλώσσα.



### 6.3.2 KHAN ACADEMY.

Το Khan Academy προσφέρει εξατομικευμένα σχέδια μαθημάτων, ασκήσεις εξάσκησης, τεστ και εκπαιδευτικά βίντεο. Αποστολή της είναι να παρέχει δωρεάν επιστημονική εκπαίδευση χρησιμοποιώντας την πιο πρόσφατη προσαρμοστική τεχνολογία για τον εντοπισμό των δυνατών και αδύνατων σημείων των μαθητών.

Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να χρησιμοποιούν την πλατφόρμα ως ένα τακτικό, πρακτικό εργαλείο για να βοηθήσουν τους μαθητές να μάθουν νέα πράγματα και να βελτιωθούν. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να κατεβάσουν αρχεία και να καταγράφουν ποιοι μαθητές χρειάζονται επιπλέον βοήθεια.

Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να χρησιμοποιήσουν αυτό το εργαλείο για να θέτουν στους μαθητές εργασίες για το σπίτι και οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιούν κινητές συσκευές ή υπολογιστές για να ολοκληρώσουν τις εργασίες τους έχοντας στη διάθεση τους μια εκτεταμένη βάση δεδομένων με βίντεο, άρθρα και ασκήσεις που βρίσκονται στη πλατφόρμα.

Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να κατευθύνουν τους μαθητές να μελετήσουν ένα συγκεκριμένο βίντεο ή άρθρο πριν από την έναρξη του μαθήματος με αποτέλεσμα οι μαθητές να είναι προετοιμασμένοι να συζητήσουν αυτά τα θέματα από την αρχή του μαθήματος. Αυτή είναι μια πολύτιμη δραστηριότητα για άλλες δραστηριότητες κατά τη διάρκεια του μαθήματος. Έτσι εξοικονομείται χρόνος για άλλες πολύτιμες δραστηριότητες στο μάθημα, όπως η εργασία σε ομάδες ή οι πρακτικές δραστηριότητες. Ένα άλλο πλεονέκτημα της Khan Academy είναι οι διαθέσιμες γλώσσες εφόσον τα μαθήματα που διατίθενται στην πλατφόρμα έχουν μεταφραστεί σε δεκάδες γλώσσες.

Το Khan Academy κάνει την εκπαίδευση εύκολη και διασκεδαστική για τα μικρά παιδιά και τους μαθητές. Οι μαθητές μπορούν να ελέγχουν τους βαθμούς τους μετά

από κάθε μάθημα και να συγκρίνουν τις επιδόσεις τους με τους άλλους μαθητές της τάξης. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν επίσης να έχουν πρόσβαση σε όλα τα απαραίτητα δεδομένα για τους μαθητές τους. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να κατεβάζουν τα δεδομένα και να γνωρίζουν τι κάνουν οι μαθητές στην τάξη. Τα προφίλ τάξης επιτρέπουν στους εκπαιδευτικούς να παρακολουθούν την πρόοδο ολόκληρης της τάξης και να εντοπίζουν γρήγορα ποιοι μαθητές χρειάζονται περισσότερη προσοχή και σε ποιους τομείς.

#### Οφέλη για τους εκπαιδευτικούς.

- Εξατομικευμένη διδασκαλία στην τάξη,
- Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να παρακολουθούν τη δραστηριότητα, την πρόοδο και τη μάθηση των μαθητών και τις δυσκολίες και, βάσει αυτών, να αναθέτουν στους μαθητές τις αντίστοιχες εργασίες για πρακτική εξάσκηση.
- Διευκολύνεται η διαδικασία αξιολόγησης των εργασιών στο σπίτι.

#### Οφέλη για τους μαθητές.

- Άμεση διόρθωση και ανατροφοδότηση για τις λανθασμένες απαντήσεις,
- Μαθαίνουν μέσα από παιγνιώδεις δραστηριότητες

**Απαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες.** Οι εκπαιδευτικοί και οι μαθητές χρειάζονται βασικές γνώσεις πληροφορικής. Το Khan Academy είναι πολύ απλό και εύκολο στη χρήση και δεν απαιτεί πολλές δεξιότητες ή χρόνο για την προετοιμασία του κοιζ.

### 6.3.3 EDPUZZLE.

Multi Step Equations - Simplifying  
Edpuzzle Curriculum

Multi Step Equations Simplifying

$$3x + 4 - 7x - 5 = 6$$
$$\begin{array}{r} -4x - 1 = 6 \\ \hline -4x \quad -4 \\ \hline x = -\frac{7}{4} \end{array}$$

YouTube

00:00 07:05

Το Edpuzzle είναι ένα εργαλείο, με το οποίο μπορείτε να εντάξετε σε ένα βίντεο ερωτήσεις που θα θέλατε να κάνετε στους μαθητές σας κατά τη διάρκεια της παρακολούθησής του. Είναι ένα εύκολο εργαλείο για να κάνετε τα βίντεο αλληλεπιδραστικά εισάγοντας ερωτήσεις κουίζ, ήχους, σημειώσεις κ.ά., ενώ μπορείτε να κάνετε ακόμα και περικοπή συγκεκριμένων σημείων του βίντεο που εσείς θέλετε να αξιοποιήσετε.

Εναλλακτικά, επιλέγετε ένα διαθέσιμο βίντεο στη βάση δεδομένων βίντεο και το εξατομικεύετε. Αυτό το εργαλείο σας επιτρέπει να προσθέσετε μουσική, μπορούν επίσης να προστεθούν σημειώσεις ή ερωτήσεις κουίζ. Το Edpuzzle είναι ένα καθολικό εργαλείο που οι εκπαιδευτικοί μπορούν να χρησιμοποιήσουν ανεξάρτητα από το μάθημα που διδάσκουν και έχει άμεση εκπαιδευτική αξία. Η χρήση βίντεο στα μαθήματα έχει πολλά πλεονεκτήματα, όπως

- Αυξημένη συμμετοχή των μαθητών στις συζητήσεις και καταγραφή των συζητήσεων
- Συμμετοχή των μαθητών σε συζητήσεις στην τάξη και καταγραφή της ανατροφοδότησής τους,
- Ανάπτυξη της φαντασίας με τη συμπλήρωση ιστοριών.
- Η φαντασία διεγείρεται με τη συμπλήρωση των ιστοριών που βλέπουμε στο βίντεο,
- Ανάπτυξη δεξιοτήτων ακρόασης και κατανόησης,
- Επιτρέπει στους μαθητές να ελέγχουν τις γνώσεις τους μέσω κουίζ.

Οι εκπαιδευτικοί που αποφασίζουν να χρησιμοποιήσουν αυτό το εργαλείο πρέπει πρώτα να συνδεθούν και να επιλέξουν το βίντεο με το οποίο επιθυμούν να εργαστούν. Στη συνέχεια, κατά τη διάρκεια της διαδικασίας επεξεργασίας, μπορούν να προσθέσουν μουσική, κουίζ και σχόλια. Ο εκπαιδευτικός δημιουργεί μια τάξη στην πλατφόρμα και προσκαλεί τους μαθητές δίνοντάς τους έναν κωδικό τάξης. Αυτοί καλούνται να συμμετάσχουν δίνοντας τον κωδικό της τάξης. Κατά τη διάρκεια του μαθήματος, όταν προβάλλεται το βίντεο, οι μαθητές ακολουθούν τις προκαθορισμένες οδηγίες του καθηγητή.

#### Πλεονεκτήματα για τον εκπαιδευτικό.

- Ο εκπαιδευτικός μπορεί να προσθέσει σχόλια στις απαντήσεις των μαθητών
- Ο εκπαιδευτικός μπορεί να ελέγχει τις απαντήσεις των μαθητών ανά πάσα στιγμή και να παρακολουθεί την πρόοδο των μαθητών ανά πάσα στιγμή, Ο εκπαιδευτικός μπορεί να ελέγχει τις απαντήσεις των μαθητών ανά πάσα στιγμή και να παρακολουθεί την πρόοδο των μαθητών ανά πάσα στιγμή.

## Πλεονεκτήματα για τους μαθητές.

- Ενδιαφέρουσα μορφή μάθησης,
- Άμεση διόρθωση και ανατροφοδότηση.

## Γνώσεις και δεξιότητες που απαιτούνται

Η εργασία με το EDpuzzle είναι απλή και ξεκάθαρη και δεν απαιτεί πολλές δεξιότητες. Ωστόσο, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να έχουν δει προηγουμένως τις οδηγίες βίντεο εκ των προτέρων.

## Μειονεκτήματα και περιορισμοί.

-Η διεπαφή του εργαλείου είναι διαθέσιμη στα αγγλικά, αλλά το κουίζ είναι διαθέσιμο σε οποιαδήποτε γλώσσα.

-Η διεπαφή είναι διαθέσιμη στο περιβάλλον εργασίας χρήστη, ωστόσο τα κουίζ μπορούν να δημιουργηθούν σε οποιαδήποτε γλώσσα.

### 6.3.4 SOCRATIVE.

#### One And Multi-Step Equations

The screenshot shows the Socrative quiz interface. On the left, there is a quiz titled "One And Multi-step Equations (Quiz ID ZQRJTQ8)". It contains two questions: 1.  $2b - 10 = 4$  with the instruction "Translate the equation into a sentence:" and 2.  $d - 8 = 6$  with the instruction "Solve - SHOW WORK!". On the right, there is a green button "COPY QUIZ TO MY SOCRATIVE ACCOUNT" and a "Video tutorial: How to use this quiz" link. Below that, "Details about this quiz:" lists: Subject area: Math; Grades: Grade 6, Grade 7, Grade 8; Keywords: Algebra, Equations, Expressions; Activity Type(s): Practice; # of Questions: 9; Common core standards; Author: J. Kelley; and Why J. Kelley developed this quiz: This practice activity is used to develop proficiency of the concept.

Το Socrative είναι ένα δωρεάν διαδικτυακό εργαλείο. Πρόκειται για ένα εργαλείο για τη διεξαγωγή κουίζ σε οποιαδήποτε γλώσσα. Μπορείτε να διεξάγετε online τεστ σε πραγματικό χρόνο χρησιμοποιώντας οποιαδήποτε κινητή συσκευή με πρόσβαση στο διαδίκτυο (smartphones, tablets, φορητούς υπολογιστές και notebooks). Το εργαλείο είναι πολύ απλό και άμεσο στη χρήση. Η πλατφόρμα επιτρέπει στους εκπαιδευτικούς να παρακολουθούν τις εξετάσεις σε πραγματικό χρόνο. Χάρη στον λογαριασμό Socrative, οι εκπαιδευτικοί μπορούν να παρακολουθούν την πρόοδο της εξέτασης. Μπορούν να ελέγχουν την ορθότητα των απαντήσεων των μεμονωμένων μαθητών. Όταν το τεστ ολοκληρωθεί, ο εκπαιδευτικός λαμβάνει μια αναφορά με τα αποτελέσματα του τεστ, που συνοψίζει τις απαντήσεις των μαθητών.

- **Κουίζ:** η κύρια λειτουργία της εφαρμογής. Μετά τη δημιουργία λογαριασμού οι εκπαιδευτικοί μπορούν να δημιουργήσουν τεστ πολλαπλών επιλογών, σωστού/λάθους ή ανοικτού τύπου όπου οι μαθητές μπορούν να απαντήσουν εύκολα

στις ερωτήσεις. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να προσθέσουν εικόνες, γραφήματα ή διαγράμματα σε ασκήσεις που βασίζονται σε κείμενο γεγονός που κάνει τα τεστ λιγότερο βαρετά.

#### Απαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες.

Οι εκπαιδευτικοί και οι μαθητές που χρησιμοποιούν αυτή την πλατφόρμα θα πρέπει να έχουν βασικές δεξιότητες χρήσης υπολογιστή. Επιπλέον, ο ιστότοπος περιλαμβάνει οδηγίες για τον τρόπο χρήσης του εργαλείου.

#### Πλεονεκτήματα για τους εκπαιδευτικούς

- Οι εξετάσεις και τα τεστ διεξάγονται σε πραγματικό χρόνο,
- Όταν ένας μαθητής ολοκληρώνει το τεστ, αυτό ελέγχεται αυτόματα,
- Μειώνει τον κίνδυνο σφαλμάτων κατά τον έλεγχο και εξοικονομεί χρόνο για τους εκπαιδευτικούς.
- Τα αποτελέσματα των εξετάσεων αποθηκεύονται στην καρτέλα "Αναφορές", ώστε οι εκπαιδευτικοί να μπορούν να τα επανεξετάσουν ανά πάσα στιγμή.
- Δεν υπάρχουν αρνητικές επιπτώσεις στο περιβάλλον, καθώς όλα τα τεστ διεξάγονται μέσω διαδικτύου.
- Οι εκπαιδευτικοί έχουν τη δυνατότητα να αναλύσουν θέματα που απασχολούν τους μαθητές τους και μπορούν να εντοπιστούν οι αδυναμίες των μαθητών.

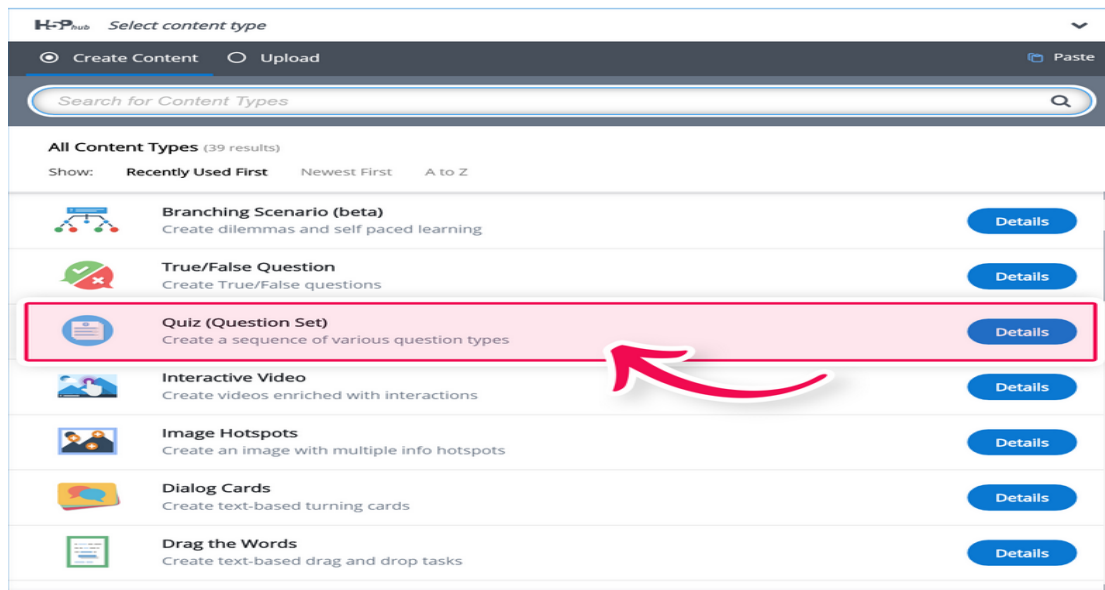
#### Πλεονεκτήματα για τον μαθητή.

- Οι μαθητές μπορούν να δουν τα αποτελέσματά τους μετά το τεστ,
- Οι μαθητές είναι εξοικειωμένοι με αυτή την τεχνολογία και πρόκειται για ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο. Αυτό καθιστά αυτή τη μορφή εξέτασης πολύ ελκυστική για τους μαθητές,
- Η θέαση της προόδου στο τεστ δίνει κίνητρα στους μαθητές.

#### Μειονεκτήματα ή περιορισμοί:

Οι ασκήσεις μπορούν να είναι σε διάφορες γλώσσες, αλλά η πλοήγηση είναι πάντα στα αγγλικά.

### 6.3.5 H5P



Το H5P είναι ένα δωρεάν εργαλείο και μια διαδικτυακή εφαρμογή ανοικτού κώδικα που σας επιτρέπει να δημιουργήσετε διαδραστικό και σύγχρονο περιεχόμενο που μπορεί να διαμοιραστεί σε εκπαιδευτικές πλατφόρμες (Moodle, WordPress, Drupal, Tiki). Το εργαλείο επιτρέπει στους χρήστες να δημιουργούν περιεχόμενο κειμένου και γραφικών (στο οποίο μπορούν να προστεθούν βίντεο και μουσική).

Τι μπορεί να κάνει αυτή εφαρμογή :

- Δημιουργία παιχνιδιών και κουίζ (κουίζ μαθηματικών, τεστ σωστού/λάθους,
- Μπορείτε να δημιουργήσετε μαθηματικά κουίζ, κουίζ, ερωτήσεις κουίζ, συμπλήρωση κενών σε κείμενο, αντιστοίχιση εικόνων, παιχνίδια μνήμης,ταξινόμηση εικόνων, ερωτηματολόγια, τεστ πολλαπλών επιλογών, ταξινόμηση εικόνων κ.λπ.)
- δημιουργία παρουσιάσεων (δημιουργία γραφημάτων, καρτών, παρουσιάσεις πολυμέσων, χρονοδιαγράμματα),
- δημιουργία διαδραστικών βίντεο και εικονικών περιηγήσεων
- Δημιουργία διαδραστικού περιεχομένου

Απαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες

Το πλεονέκτημα της χρήσης αυτής της εφαρμογής είναι ότι ο χρήστης δεν χρειάζεται να γνωρίζει τη γλώσσα του λογισμικού. Το μόνο που απαιτείται είναι ένα εγκατεστημένο πρόγραμμα περιήγησης και πρόσβαση σε μια διαδικτυακή πλατφόρμα. Επιπλέον, υπάρχουν πολλά σεμινάρια και δωρεάν εκπαιδευτικά βίντεο διαθέσιμα στο Διαδίκτυο.

### Οφέλη για τους εκπαιδευτικούς.

- Το περιεχόμενο είναι συμβατό με όλες τις συσκευές,
- Διατίθενται εκτεταμένα εργαλεία και λειτουργίες. Τα εκτεταμένα και διαθέσιμα εργαλεία επιτρέπουν στους εκπαιδευτικούς να δημιουργήσουν ένα ευρύ φάσμα ασκήσεων. Μπορούν να μεταφέρουν τα μαθήματά τους σε υψηλότερο εκπαιδευτικό επίπεδο.
- Το H5P μπορεί εύκολα να ενσωματωθεί σε υπάρχοντες ιστότοπους και διαδικτυακά εργαλεία.

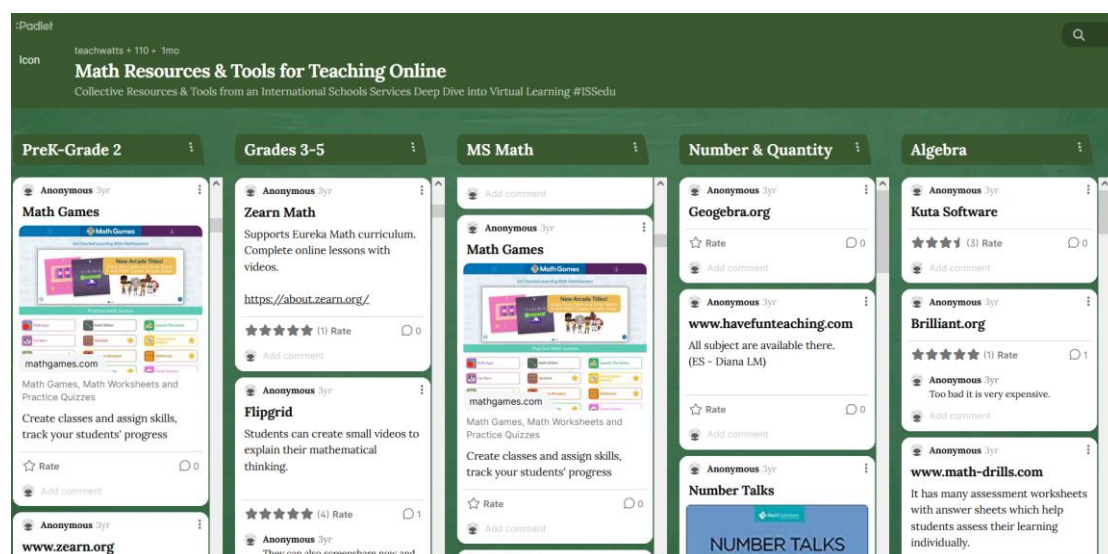
### Οφέλη για τους μαθητές.

- Η μάθηση μέσω του παιχνιδιού και της επίλυσης κουίζ είναι πιο ελκυστική για τους μαθητές
- Με τα κουίζ, η ποικιλία και η διαδραστικότητα του περιεχομένου καθιστούν τα κουίζ πολύ πιο ελκυστικά από τις παραδοσιακές μεθόδους μάθησης.

### Μειονεκτήματα και περιορισμοί.

- Το H5P δεν απαιτεί από τους χρήστες να είναι εξοικειωμένοι με το λογισμικό
- Οι εκπαιδευτικοί ενθαρρύνονται να παρακολουθούν εκπαιδευτικές συνεδρίες, καθώς ο επεξεργαστής αυτού του τύπου λογισμικού δεν είναι τόσο φιλικός προς το χρήστη όσο άλλα εργαλεία αυτού του τύπου. Αν και οι ασκήσεις μπορούν να δημιουργηθούν σε διάφορες γλώσσες σε διάφορες γλώσσες, αλλά η πλοήγηση γίνεται στα αγγλικά.

## 6.3.6 PADLET



Το Padlet είναι ένας εικονικός πίνακας, ο οποίος δίνει τη δυνατότητα συγκέντρωσης ψηφιακού υλικού σε ένα μέρος. Αυτός ο ιστότοπος σας επιτρέπει να δημιουργείτε

ψηφιακό υλικό για διάφορα θέματα, χρησιμεύει ως χώρος συζήτησης και βοηθά στη δημιουργία "καταιγισμού ιδεών", διαγωνισμών και συλλογής πληροφοριών. Η δημιουργία ενός Padlet είναι πολύ απλή και κατανοητή. Αφού συνδεθούμε έχουμε τη δυνατότητα να δημιουργήσουμε ένα Padlet από την αρχή ή να χρησιμοποιήσουμε έτοιμα μοντέλα. Θα μπορούσαμε να ορίσουμε το Padlet ως ένα πίνακα ή ένα μεγάλο χαρτί. Ο δημιουργός και οι χρήστες ξεκινούν από το μηδέν και μπορούν να ανεβάσουν τα πάντα σε αυτό. Όταν λέμε τα πάντα, από βίντεο, μέχρι κείμενο, αρχεία PDF, εικόνες, tweets, αρχεία Excel, συνδέσμους προς ιστοσελίδες, μέχρι και Spotify Playlists. Αφού ανέβουν, ο καθένας από όσους έχουν πρόσβαση στο Padlet μας, μπορεί να σχολιάζει κάτω από κάθε ανάρτηση.

Οι μαθητές μπορούν να προσθέσουν τις αναρτήσεις τους στο Padlet, συμπεριλαμβάνοντας τις πληροφορίες, τις ερωτήσεις, τα σχόλιά τους κ.λπ. Ο εκπαιδευτικός και οι μαθητές έχουν συνεχή ενημέρωση σχετικά με το Padlet. Μετά την επεξεργασία των δημοσιεύσεων, ο εκπαιδευτικός έχει τη δυνατότητα να επεξεργαστεί τις ρυθμίσεις του πίνακα και να τον μοιραστεί με άλλους χρήστες χρησιμοποιώντας τα μέσα κοινωνικής δικτύωσης ή κοινοποιώντας τον πίνακα σε ένα ιστολόγιο ή ιστότοπο αφού επικολλήσει τον κατάλληλο κώδικα HTML. Αυτό το εργαλείο μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε όλες τις φορητές συσκευές και υπολογιστές και είναι διαθέσιμο σε 29 γλώσσες.

#### Οφέλη για τους εκπαιδευτικούς:

- Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να συγκεντρώσουν το υλικό τους σε ένα μέρος,
- Είναι μια πλατφόρμα για την παροχή ανατροφοδότησης που μπορεί να χρησιμοποιηθεί και μετά το πέρας του μαθήματος,
- Διαδραστική παρουσίαση υλικού,
- Απλή κοινοποίηση συνδέσμων.

#### Οφέλη για τους μαθητές:

- Τα υλικά συλλέγονται σε ένα μέρος ώστε να είναι εύκολα προσβάσιμα στον μαθητή,
- Ο διαδραστικός πίνακας επιτρέπει τη διατήρηση του ενδιαφέροντος των μαθητών.

#### Γνώσεις και δεξιότητες που απαιτούνται.

Τόσο ο εκπαιδευτικός όσο και ο μαθητής θα πρέπει να έχουν βασικές γνώσεις χρήσης υπολογιστή. Το Padlet είναι πολύ εύκολο και κατανοητό στη χρήση και δεν απαιτεί επιπλέον δεξιότητες.



## Μειονεκτήματα ή περιορισμοί:

Το Padlet απαιτεί εγγραφή χρήστη και στη βασική του έκδοση, έχει περιορισμούς στον αριθμό των επεξεργασμένων padlet, στον χώρο του δίσκου και στη διαχείριση της πρόσβασης για άλλους. Το Padlet διαθέτει και μια εκπαιδευτική έκδοση στην οποία ο εκπαιδευτικός ή το σχολείο έχει τη δυνατότητα να αγοράσει τη συνδρομή του.

### 6.3.7 EDMODO

edmodo  
Μαθαίνουμε καλύτερα μαζί

Διαχειριστείτε την τάξη σας. Παρακινήστε τους μαθητές σας.  
Ασφαλές. Απλό. Δωρεάν.

Ξεκινήστε ως...

Εκπαιδευτικός    Μαθητής    Γονιός

**ΓΙΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥΣ**  
Εργαλεία που χρειάζονται οι εκπαιδευτικοί  
Επίσης μπορείτε να παραστήτε υλικό τάξης και κάθε τη στιγμή προσβάσιμο από παντού. Γλιτώστε χρόνο βάζοντας μαζί όλα τα εργαλεία για την τάξη σας.  
[Μάθετε περισσότερα](#)

**ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ**  
Μια πλατφόρμα που αγαπούν οι μαθητές  
Αναβάστε την αυτοεκτίμησή της, βρείτε τη φωνή σας και όποτε τι απαιτείται να είναι υπεύθυνος ποιότητας. Ενισχύστε τη μάθησή σας γίνεται με τους μαθητές κοινότητας τάξης.  
[Μάθετε περισσότερα](#)

**ΓΙΑ ΓΟΝΙΟΥΣ**  
Μια πλατφόρμα που αγαπούν οι γονιούς  
Αναβάστε την αυτοεκτίμησή της, βρείτε τη φωνή σας και όποτε τι απαιτείται να είναι υπεύθυνος ποιότητας. Ενισχύστε τη μάθησή σας γίνεται με τους μαθητές κοινότητας τάξης.  
[Μάθετε περισσότερα](#)

Το Edmodo είναι μια δωρεάν εκπαιδευτική πλατφόρμα που επιτρέπει την κοινοποίηση, τη διάθεση και τη χρήση εκπαιδευτικού υλικού που έχει ήδη δημιουργηθεί από εκπαιδευτικούς από όλο τον κόσμο. Το Edmodo χρησιμοποιεί δυναμικά και ψηφιακά εργαλεία, τα οποία επιτρέπουν στον εκπαιδευτικό να βελτιώσει τη διδακτική διαδικασία. Χρησιμοποιώντας το Edmodo οι εκπαιδευτικοί μπορούν να :

- συνδεθούν με ασφάλεια με τους μαθητές τους και να επικοινωνούν για συζήτηση, επίλυση αποριών, παροχή χρήσιμων συμβουλών, ανταλλαγή ιδεών, κ.α.
- παρέχουν κείμενα και άλλες πηγές διδασκαλίας για το μάθημα τους (έγγραφα, φωτογραφίες, βίντεο, links κ.α.).
- δημιουργούν διαδραστικές ασκήσεις και τεστ, για την εμπέδωση του μαθήματος και την αξιολόγηση.
- αναθέτουν εργασίες ατομικές ή και ομαδικές.

χρησιμοποιούν επιβραβεύσεις για να στηρίξουν και να αυξήσουν τη μάθηση και την ενασχόληση των μαθητών.

### Οι μαθητές μπορούν να:

- μπαίνουν στη σελίδα της τάξης με τον κωδικό που θα τους παρέχει ο εκπαιδευτικός και με μια απλή εγγραφή. χωρίς να είναι απαραίτητη η χρήση του email τους.
- παίρνουν τα μαθήματα και τις εργασίες τους, για τις ημέρες που απουσιάζουν από το σχολείο.
- ασχολούνται με το μάθημα, τις εργασίες και τις δραστηριότητες, όποια στιγμή θέλουν.
- Να υποβάλλουν τα ερωτήματά τους, να ζητούν διευκρινήσεις ή και να συζητούν με όλα τα μέλη της ομάδας.
- Να ανεβάζουν και να μοιράζονται με την τάξη, ό,τι θέλουν (έγγραφα, φωτογραφίες, βίντεο, links κ.α.)

Η χρήση του είναι πολύ απλή. Μετά την εγγραφή μας σαν εκπαιδευτικοί, δημιουργούμε μια τάξη, στην οποία είτε προσθέτουμε μόνοι μας μαθητές, είτε δίνοντάς τους τον κωδικό της τάξης, τους προσκαλούμε να εγγραφούν μόνοι τους. Μετά αρχίζουμε τις δημοσιεύσεις σχολίων, κουίζ, εργασιών και την επικοινωνία με τους μαθητές. Μπορούμε ακόμα να δημιουργούμε ομάδες με άλλους εκπαιδευτικούς, για να ανταλλάσσουμε ιδέες και υλικό. Το Edmodo προσφέρεται και στην ελληνική γλώσσα.

Για να ξεκινήσετε να χρησιμοποιείτε την πλατφόρμα, πρέπει να εγγραφείτε μέσω email και κωδικού πρόσβασης. Αφού συνδεθείτε, δημιουργείτε το προσωπικό σας προφίλ το οποίο μπορείτε να εξατομικεύσετε. Ο εκπαιδευτικός έχει τη δυνατότητα να δημιουργήσει ομάδες ή τάξεις, ή ακόμη και να καλέσει άλλους εκπαιδευτικούς για να συνεργαστούν μαζί του. Ένα αναμφισβήτητο πλεονέκτημα αυτής της πλατφόρμας είναι η δυνατότητα αλληλεπίδρασης με εξωτερικούς δίσκους όπως το Google ή το Office 365, καθώς και το γεγονός ότι τα υλικά αποθηκεύονται σε ένα μόνο μέρος - τη βιβλιοθήκη Edmodo. Χάρη σε αυτό, ο εκπαιδευτικός μπορεί εύκολα να επεξεργαστεί το υλικό του ανάλογα με τις τρέχουσες προσδοκίες του. Με τη βοήθεια του Edmodo, ο εκπαιδευτικός μπορεί να μοιραστεί τις απαραίτητες πληροφορίες με τους μαθητές του, όπως το χρονοδιάγραμμα, τις ασκήσεις και το διδακτικό υλικό. Η πλατφόρμα δίνει τη δυνατότητα στους εκπαιδευτικούς να δημιουργούν τεστ, κουίζ και ασκήσεις και έπειτα οι μαθητές μπορούν να τα λύσουν απευθείας στην πλατφόρμα. Επιπλέον, η πλατφόρμα επιτρέπει τη διατήρηση ενός ηλεκτρονικού ημερολογίου στο οποίο ο εκπαιδευτικός μπορεί να αποθηκεύει αρχεία και να καταγράφει τους βαθμούς των μαθητών του.

### Οφέλη για τους εκπαιδευτικούς:

- Παρακολούθηση της μαθησιακής διαδικασίας και της προόδου των μαθητών,
- Δυνατότητα δημιουργίας έργων από κοινού με σχολεία από άλλες χώρες,
- Ευκολότερη επικοινωνία με μαθητές,
- Δυνατότητα δημιουργίας ομάδων, τάξεων κ.λπ.,
- Με το Edmodo ο καθηγητής μπορεί να επεξεργαστεί μεγαλύτερο όγκο δεδομένων.

### Οφέλη για τους μαθητές:

- Συνεχής επαφή με τον εκπαιδευτικό,
- Προβολή των υλικών ανά πάσα στιγμή και οπουδήποτε,
- Ο μαθητής έχει την ευκαιρία να οργανώσει τους φακέλους του, έτσι ώστε το υλικό να βρίσκεται οργανωμένο σε ένα σημείο.

### Γνώσεις και δεξιότητες που απαιτούνται

-Τόσο ο εκπαιδευτικός όσο και ο μαθητής θα πρέπει να έχουν βασικές γνώσεις χρήσης υπολογιστή. Το Edmodo είναι πολύ εύκολο και κατανοητό στη χρήση και δεν απαιτεί επιπλέον δεξιότητες.

**Μειονεκτήματα ή περιορισμοί:** Η διεπαφή της πλατφόρμας είναι διαθέσιμη μόνο στα Αγγλικά.

## 6.3.8 MOODLE



Το Moodle είναι κατάλληλο για εκπαιδευτικά προγράμματα σε εκπαιδευτικά ιδρύματα, χρησιμοποιείται όλο και περισσότερο παγκοσμίως, υποστηρίζει νέες γλώσσες και προστίθενται συνεχώς νέα εργαλεία. Η κύρια διαφορά με παρόμοιες πλατφόρμες είναι ότι υπάρχουν τρεις μορφές οργάνωσης μαθημάτων: εβδομαδιαία, θεματική και κοινωνική. Οι εκπαιδευτικοί επιλέγουν ποια μορφή θα εφαρμόσουν με βάση το γνωστικό αντικείμενο που διδάσκουν.

### **Τεχνικές προδιαγραφές του Moodle**

Το λογισμικό Moodle μπορεί να εγκατασταθεί σε διακομιστές που τρέχουν διάφορες εκδόσεις των Windows, με την προϋπόθεση ότι υπάρχει ένας διακομιστής ιστού (IIS ή Apache) και μια κατάλληλη βάση δεδομένων.

Το Moodle αναπτύχθηκε σε λειτουργικό περιβάλλον Linux με τη χρήση MySQL και PHP, γνωστό ως πλατφόρμα LAMP, οπότε θα λειτουργήσει και σε διακομιστές Unix, όπου η εγκατάσταση της PHP απαιτεί ένα πακέτο λογισμικού για την επικοινωνία με τη βάση δεδομένων. Το Moodle μπορεί να χρησιμοποιηθεί με οποιοδήποτε πρόγραμμα περιήγησης που υποστηρίζει HTML 3 ή νεότερη έκδοση.

### **Εργαλεία υποστήριξης των εκπαιδευτικών**

Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να χρησιμοποιήσουν το περιβάλλον εργασίας για να προετοιμάσουν έργα για διδασκαλία επιλέγοντας μία από τις τρεις μορφές:

Εβδομαδιαία: το κύριο μενού εμφανίζει διάφορες πληροφορίες και δραστηριότητες για την εβδομάδα που βρίσκεται σε εξέλιξη.

Θεματική: το κύριο μενού εμφανίζει όλες τις πληροφορίες σχετικά με τα θέματα που αφορούν το διδακτικό έργο.

Κοινωνικό: η κύρια σελίδα εμφανίζει πληροφορίες σχετικά με τα διάφορα φόρουμ.

Κατά τη δόμηση ενός μαθήματος, ο εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιήσει επτά διαφορετικές δραστηριότητες: 1. ψηφοφορία 3. περιοχή συζήτησης 4. ατομική συζήτηση μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητών 5. εξέταση γραπτού υλικού 6. κουίζ 7. επισκόπηση. Κατά το σχεδιασμό ενός μαθήματος, ο εκπαιδευτικός μπορεί να ενεργοποιήσει όλες ή ορισμένες από τις δραστηριότητες. Δεν απαιτούνται εξειδικευμένες τεχνικές γνώσεις για να σχεδιάσουν οι εκπαιδευτικοί τα μαθήματα.

- Μόνο εκπαιδευτικοί μπορούν να "ανεβάσουν" διδακτικό υλικό στο κεντρικό μενού.
- Μέσω της πλατφόρμας μπορούν να δημιουργηθούν διάφορες ομάδες εργασίας μαθητών.
- Ο εκπαιδευτικός έχει στη διάθεση του εργαλείο παρακολούθησης συμμετοχής των μαθητών στην πλατφόρμα που του δίνει μια αναφορά για τον κάθε μαθητή με στοιχεία όπως συχνότητα επισκέψεων ,logins,τελευταία είσοδο καθώς και διάφορα

διαγράμματα και λεπτομέρειες για κάθε μάθημα όπως την συμμετοχή του μαθητή σε δραστηριότητες ,εργασίες και άλλα.

- Οι διδάσκοντες μπορούν να δημιουργήσουν έναν πίνακα περιεχομένου για κάθε μάθημα.

- Οι εκπαιδευτές μπορούν να αποθηκεύουν ερωτήσεις σε μια βάση δεδομένων και να τις χρησιμοποιούν για τη δημιουργία διαφορετικών τύπων τεστ. Στα τεστ μπορούν να δοθούν μεταβλητοί συντελεστές βαρύτητας με αντίστοιχη βαθμολογία και μπορεί να δοθεί συγκεκριμένο χρονικό διάστημα για την ολοκλήρωσή τους. Υπάρχει η επιλογή για το αν θα προβάλλονται οι σωστές απαντήσεις στο τέλος του τεστ ή ακόμα μπορεί να επιτραπούν και οι πολλαπλές προσπάθειες . Οι βαθμολογίες εξάγονται αυτόματα στο τέλος κάθε δοκιμασίας.

- Στην πλατφόρμα μπορεί να δημιουργηθεί ένα βιβλίο καταχώρησης βαθμολογίας για κάθε μαθητή σε κάθε μάθημα για την παρακολούθηση των επιδόσεών του.

- Όταν η εργασία ενός φοιτητή βαθμολογείται, η πλατφόρμα αποστέλλει αυτόματα ενημερωτικό μήνυμα ηλεκτρονικού ταχυδρομείου στον φοιτητή, ενώ ο εκπαιδευτής μπορεί να επιτρέψει την υποβολή της διορθωμένης εργασίας καθώς και την επαναβαθμολόγηση της.

#### **Εργαλεία εξυπηρέτησης μαθητών:**

-Οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να δημιουργήσουν μια απλή σελίδα με τα προσωπικά τους στοιχεία η οποία να περιλαμβάνει και μια φωτογραφία τους.

-Για το εκπαιδευτικό υλικό υπάρχει μηχανισμός αναζήτησης βασισμένο σε λέξεις κλειδιά.

-Οι μαθητές μπορούν να κρατούν σημειώσεις σε προσωπικό χώρο.

-Οι μαθητές μπορούν να δουν την ατομική τους βαθμολογία αλλά ο εκπαιδευτής έχει τη δυνατότητα να την αποκρύψει αν κρίνει ότι αυτό είναι απαραίτητο.

#### **Εργαλεία επικοινωνίας**

-Οι μαθητές μπορούν να έχουν και να χρησιμοποιούν εξωτερικό email αλλά δεν υπάρχει η δυνατότητα ανταλλαγής μηνυμάτων μέσα στη πλατφόρμα.

-Η παράδοση εργασιών γίνεται μέσω drop box εντός προκαθορισμένων ημερομηνιών όπου καταγράφεται αυτόματα και η ημερομηνία υποβολής του κάθε αρχείου.

-Οι μαθητές μπορούν να πάρουν μέρος σε φόρουμ συζητήσεων ,οι δημοσιεύσεις μπορούν να είναι προσβάσιμες από τους υπόλοιπους μαθητές ενώ ο εκπαιδευτής ορίζει το βαθμό εμπλοκής του μαθητή σε αυτές.

-Υπάρχει πίνακας ανακοινώσεων που εμφανίζεται στο κεντρικό μενού καθώς και δυνατότητα συμμετοχής σε σύγχρονη επικοινωνία chat.

### **Διαχείριση πλατφόρμας**

-Για να εισέλθει ένας χρήστης στην πλατφόρμα γίνεται πιστοποίηση της ταυτότητας του με username και password.Υπάρχουν τέσσερις ομάδες χρηστών που έχουν διαβαθμισμένα διαφορετικά δικαιώματα πρόσβασης : α) Διαχειριστές (administrators) β) Εκπαιδευτές (instructors) γ) μαθητές (students) δ) επισκέπτες (guests).

-Όλα τα δεδομένα ελέγχονται και επικυρώνονται αυτόματα ενώ γίνεται και κωδικοποίηση με χρήση cookies.

-Οι βασικοί διαχειριστικοί μηχανισμοί είναι αυτοματοποιημένοι και έτσι η παρέμβαση του διαχειριστή απαιτείται ελάχιστα επομένως ο ρόλος του είναι περιορισμένος.

-Μπορεί να δίνεται ένα report στο διαχειριστή με στατιστικά στοιχεία και διαγράμματα κίνησης για τα μαθήματα που βρίσκονται στην πλατφόρμα.

-Η τεχνική υποστήριξη παρέχεται αποκλειστικά από τον δημιουργό της πλατφόρμας ενώ στην ιστοσελίδα του Moodle παρέχονται υπηρεσίες hosting σε ιδιόκτητους servers και οργανωμένη τεχνική υποστήριξη ,υπηρεσίες οι οποίες είναι αμειβόμενες.

### **Άλλα γενικά χαρακτηριστικά:**

--Στην πλατφόρμα υπάρχει μηχανισμός τήρησης back up αρχείων όλων των εκπαιδευτικών προγραμμάτων για την περίπτωση μιας ολικής κατάρρευσης του συστήματος.

Για όλα τα εκπαιδευτικά προγράμματα που υπάρχουν στην πλατφόρμα μπορεί να γίνει ταυτόχρονος χειρισμός.

-Για την αλλαγή του φόντου ,των χρωμάτων και της μορφής διατίθενται δέκα διαφορετικά plug in themes.

### 6.3.9 ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗ ΠΛΑΤΦΟΡΜΑ Ε-ΜΕ



#### Σκοπός του e-me

Η ψηφιακή εκπαιδευτική πλατφόρμα e-me είναι ένα ασφαλές και ολοκληρωμένο ψηφιακό περιβάλλον μάθησης και απευθύνεται σε εκπαιδευτικούς και εκπαιδευόμενους. Ο στόχος της πλατφόρμας είναι η βελτίωση της αποτελεσματικότητας της μάθησης και διευκόλυνση της δικτύωσης, της επικοινωνίας και της συνεργασίας μεταξύ των μελών της σχολικής κοινότητας.

Το e-me αναπτύχθηκε για να λειτουργήσει ως:

- Ένα προσωπικό περιβάλλον εργασίας για κάθε καθηγητή και κάθε μαθητή
- Ένας ασφαλής χώρος για την ανταλλαγή αρχείων και τη χρήση ψηφιακού περιεχομένου επικοινωνίας και συνεργασίας
- Ένας ιστότοπος κοινωνικής δικτύωσης για εκπαιδευτικούς και μαθητές
- Πλαίσιο για τη φιλοξενία εξωτερικών εργαλείων και εφαρμογών (apps)
- Χώρος για τους εκπαιδευτικούς, τους φοιτητές και τους μαθητές για να δημοσιεύουν και να παρουσιάζουν το έργο τους

#### Εκδόσεις e-me: Α) Επίσημη έκδοση

Απευθύνεται κατά αποκλειστικότητα μόνο σε εκπαιδευτικούς και μαθητές που έχουν εγκεκριμένους λογαριασμούς από το Πανελλήνιο Σχολικό Δίκτυο (ΠΣΔ). Εισάγοντας τα διαπιστευτήριά του δηλωμένου προσωπικού λογαριασμού τους στο ΠΣΔ οι χρήστες μπορούν να εισέλθουν στο επίσημο περιβάλλον του e-me. Η επίσημη εκδοχή εξασφαλίζει ορισμένα πλεονεκτήματα: παραμένει πληρέστερη, από πλευράς δυνατοτήτων, έχει προτεραιότητα, ως προς την ενημέρωση των λειτουργιών και των

υπηρεσιών της, ενώ ακόμη περιλαμβάνει υποστήριξη χρηστών. Οι πιστοποιημένοι χρήστες της επίσημης εκδοχής της e-me, έχουν την δυνατότητα να αλληλεπιδράσουν και να συνεργασθούν, με ασφάλεια, με τους υπολοίπους διαπιστευμένους χρήστες της εκπαιδευτικής κοινότητας.

## **B) «e-me για όλους»**

Η «e-me για όλους απευθύνεται σε όλους όσοι επιθυμούν να αξιοποιήσουν το περιβάλλον της e-me, χωρίς να διαθέτουν ή χωρίς να χρησιμοποιήσουν πιστοποιημένο λογαριασμό του ΠΣΔ. Παρέχει ανοικτή και ελεύθερη πρόσβαση σε εκπαιδευτικούς, μαθητές, ερευνητές, επιμορφωτές, φοιτητές, προσωπικό φορέων και γενικώς, σε κάθε ενδιαφερόμενο. Η είσοδος και η περιήγηση πραγματοποιούνται με απλή εγγραφή λογαριασμού, στο αντίστοιχο περιβάλλον. Η «e-me για όλους» περιλαμβάνει την πλειονότητα των δυνατοτήτων και των λειτουργιών της επίσημης εκδοχής της e-me. Ωστόσο, δεδομένου ότι δεν διενεργείται προκαταρκτική ταυτοποίηση των χρηστών, η εν λόγω διευρυμένη έκδοση υστερεί ως προς το επίπεδο ασφαλείας. Επί πλέον, απουσιάζουν οι αντίστοιχες προσωποποιημένες παροχές και δεν προσφέρεται υποστήριξη χρηστών. Παρά τις προαναφερθείσες ελλείψεις της, έναντι της επίσημης, η συγκεκριμένη έκδοση λειτουργεί χωρίς προβλήματα.

## **Λειτουργίες της e-me**

Στον κεντρικό χώρο εργασίας της e-me θα βρείτε:

Τις προ-εγκατεστημένες εφαρμογές:

 Κυψέλη	 Αρχεία	 e-me assignments (ανάθεση εργασιών)	 e-me content (δημιουργία περιεχομένου)
 e-me blogs (ιστολόγια)	 e-me portfolio (ηλεκτρονικό πορτφόλιο)	 my Photodentro	 Ημερολόγιο

Τις βασικές εφαρμογές:

 Προφίλ	 Επαφές	 Ρυθμίσεις	 e-me store (αποθήκη εφαρμογών)
---	---	--	--

Τις υπόλοιπες διαθέσιμες εφαρμογές θα τις βρείτε μέσα στην Αποθήκη εφαρμογών (e-me store), απ' όπου μπορείτε πολύ εύκολα να τις εγκαταστήσετε (επιλέγοντας απλά «εγκατάσταση»).

- **«Προφίλ»:** Διαμόρφωση προσωποποιημένων επιλογών για κάθε χρήστη.
- **«Επαφές»:** Ευρετήριο για την αναζήτηση, προσθήκη και διαχείριση επαφών(λογαριασμών χρηστών της e-me).
- **«Κυψέλες»:** Χώροι αλληλεπιδράσεως, επικοινωνίας και συνεργασίας εκπαιδευτικών και μαθητών. Η επικοινωνία λαμβάνει χώρα μέσω αναρτήσεων, στον Τοίχο κάθε



Κυψέλης. Η επιλογή Δημοσίας ή Ιδιωτικής Κυψέλης καθορίζει την προσβασιμότητα και το επίπεδο δικαιωμάτων των μελών/συμμετεχόντων.

- **«Επικοινωνία»:** Διεξαγωγή κλήσεων βίντεο ή ηχητικών κλήσεων και αποστολή ηλεκτρονικών μηνυμάτων, σε πραγματικό χρόνο μεταξύ επαφών.
- **«Ειδοποιήσεις»:** Λήψη ειδοποιήσεων, σε πραγματικό χρόνο, από εφαρμογές, Κυψέλες και χρήστες.
- **«e-me store»:** Αποθετήριο εφαρμογών που ενεργοποιούνται και λειτουργούν στο πλαίσιο της e-me.
- **«Αρχεία»:** Προσωπικός χώρος αποθηκείσεως αρχείων, σε περιβάλλον υπολογιστικού νέφους.
- **«e-me blogs»:** Προσωπικά ιστολόγια και ιστολόγια Κυψελών.
- **«e-me content»:** Δημιουργία διαδραστικών μαθησιακών αντικειμένων ή εκπαιδευτικών πόρων. Περιλαμβάνει εργαλεία αναπτύξεως H5P περιεχομένου.
- **«e-me assignments»:** Δημιουργία και ανάθεση εργασιών σε μέλη Κυψελών.
- **«e-portfolio»:** Προσωπικοί φάκελοι, όπου οργανώνονται και προβάλλονται οι εργασίες

εκπαιδευτικών και μαθητών.

- **«my photodentro»:** Δημιουργία προσωπικού αποθετηρίου μαθησιακών αντικειμένων.
- **«Διαδραστικά Σχολικά Βιβλία»:** Μετάβαση στο αποθετήριο «Διαδραστικά Σχολικά Βιβλία e-books».
- **«Φωτόδεντρο LOR»:** Μετάβαση στο Πανελλήνιο Αποθετήριο Μαθησιακών Αντικειμένων «Φωτόδεντρο LOR».
- **«ΕΛεΦυΣ»:** Εικονογραφημένο Λεξικό Φυσικής για το Σχολείο.

Στο ψηφιακό περιβάλλον της e-me, κάθε χρήστης δύναται να εκτελέσει πληθώρα ενεργειών. Οι βασικότερες, συχνότερα χρησιμοποιούμενες και πλέον απαραίτητες, για την ευδόκιμη περιήγηση και αξιοποίηση των δυνατοτήτων της e-me, καταγράφονται ακολούθως:

- επεξεργασία των επιλογών του λογαριασμού,
- εξατομίκευση της εμφανίσεως του περιβάλλοντος και επιλογή γλώσσας (Ελληνικά ή Αγγλικά),
- αναζήτηση άλλων χρηστών της e-me και δημιουργία λίστας Επαφών,




- ορισμός καταστάσεως συνδέσεως (ενεργός ή ανενεργός), αποστολή μηνυμάτων σε πραγματικό χρόνο και πραγματοποίηση κλήσεων (ηχητικές ή βίντεο) με μέλη της λίστας Επαφών,
- δημιουργία Κυψελών και αποστολή προσκλήσεων συμμετοχής σε αυτές ή συμμετοχή σε Κυψέλες άλλων χρηστών,
- αναρτήσεις στους Τοίχους Κυψελών, αξιοποιώντας τις πολλαπλές δυνατότητες του ενσωματωμένου επεξεργαστή κειμένου τους,
- μεταφόρτωση και αποθήκευση αρχείων σε προσωπικούς χώρους Αρχείων, συγχρονισμένη διατήρησή τους, μέσω του νέφους, σε προσωπικό υπολογιστή ή κάποια φορητή συσκευή, καθώς και διαμοιρασμός τους με άλλες Επαφές,
- δημιουργία προσωπικού φακέλου «e-portfolio», όπου θα προβάλλεται το αποτέλεσμα των εκπονουμένων εργασιών,
- δημιουργία διαδραστικών μαθησιακών αντικειμένων και διαδραστικών εκπαιδευτικών πόρων (μέσω της εφαρμογής «e-me content»), που μοιράζονται με άλλους χρήστες, στους Τοίχους Κυψελών,
- συμμετοχή σε συνεργατικά ιστολόγια Κυψελών ή δημιουργία νέων, όπου δημοσιεύονται αναρτήσεις και Η5Ρ διαδραστικά αντικείμενα («e-me content»),
- δημιουργία και ανάθεση εργασιών σε μέλη Κυψελών, ανάληψη εργασιών ανατεθειμένων από άλλους χρήστες, υποβολή απαντήσεων και λήψη ή παροχή ανατροφοδοτήσεως,
- λήψη ειδοποιήσεων, στο περιβάλλον της e-me, σε πραγματικό χρόνο, από εφαρμογές,





### **Κυψέλες και χρήστες**

- ανακατεύθυνση και απ' ευθείας διασύνδεση με τις υπηρεσίες «Διαδραστικά Σχολικά Βιβλία e-books», «ΕΛεΦυΣ» και «Φωτόδεντρο Μαθησιακά Αντικείμενα», καθώς και στις υπηρεσίες του ΠΣΔ (ιστολόγια, τηλεδιασκέψεις κτλ.) και εγκατάσταση και αξιοποίηση των διαθέσιμων εφαρμογών (apps) που διατίθενται στο αποθετήριο «e-me store».

### **Φωτόδεντρο: Ψηφιακά Αποθετήρια Ανοιχτών Εκπαιδευτικών Πόρων**


Επτά (7) ψηφιακά Αποθετήρια Ανοιχτών Εκπαιδευτικών Πόρων με το όνομα Φωτόδεντρο που φιλοξενούν πάνω από 11.500 Ανοιχτούς Εκπαιδευτικούς Πόρους για την Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση:

Τα «Βασικά» Φωτόδεντρα (με έλεγχο ποιότητας περιεχομένου)		
 <b>Φωτόδεντρο</b> ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ	Πανελλήνιο Αποθετήριο Μαθησιακών Αντικειμένων	Photodentro LOR <a href="http://photodentro.edu.gr/lor">photodentro.edu.gr/lor</a>
 <b>Φωτόδεντρο</b> ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΑ ΒΙΝΤΕΟ	Πανελλήνιο Αποθετήριο Εκπαιδευτικών Βίντεο	Photodentro video <a href="http://photodentro.edu.gr/video">photodentro.edu.gr/video</a>
 <b>Φωτόδεντρο</b> ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΑ ΛΟΓΙΣΜΙΚΑ	Πανελλήνιο Αποθετήριο Εκπαιδευτικών Λογισμικών	Photodentro edusoft <a href="http://photodentro.edu.gr/edusoft">photodentro.edu.gr/edusoft</a>

Τα «Φωτόδεντρα των εκπαιδευτικών»		
 <b>Φωτόδεντρο</b> e-ΥΛΙΚΟ ΧΡΗΣΤΩΝ	Πανελλήνιο Αποθετήριο Εκπαιδευτικού Υλικού Χρηστών	Photodentro UGC <a href="http://photodentro.edu.gr/ugc">photodentro.edu.gr/ugc</a>
 <b>Φωτόδεντρο</b> Εκπαιδευτικά Σενάρια	Πανελλήνιο Αποθετήριο Εκπαιδευτικών Σεναρίων & περιβάλλον συγγραφής εκπαιδευτικών σεναρίων	Photodentro LS & Photodentro Learning Scenario Designer <a href="http://photodentro.edu.gr/ls">photodentro.edu.gr/ls</a>
 <b>Φωτόδεντρο</b> ΑΝΟΙΧΤΕΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΕΣ ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ	Πανελλήνιο Αποθετήριο Ανοιχτών Εκπαιδευτικών Πρακτικών	Photodentro OEP <a href="http://photodentro.edu.gr/oep">photodentro.edu.gr/oep</a>
 <b>Φωτόδεντρο</b> i-CREATE	Πανελλήνιο Αποθετήριο Μαθητικών Δημιουργιών	Photodentro i-create <a href="http://photodentro.edu.gr/i-create">photodentro.edu.gr/i-create</a>

## Εθνικός Συσσωρευτής Εκπαιδευτικού Περιεχομένου ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ

Πρόκειται για την υπηρεσία που αντλεί, συγκεντρώνει (συσσωρεύει) και αποθηκεύει στοιχεία (μεταδεδομένα) από χιλιάδες ψηφιακούς πόρους που βρίσκονται είτε στα ψηφιακά αποθετήρια «Φωτόδεντρο» του ΥΠΑΙΘ, είτε σε αποθετήρια μουσείων ή άλλων φορέων, τα εμπλουτίζει αναδεικνύοντας την εκπαιδευτική τους διάσταση και δίνει τη δυνατότητα ενιαίας αναζήτησης όλων των ψηφιακών πόρων μέσα από μία κεντρική πύλη. Η κεντρική πύλη αναζήτησης ψηφιακών Ανοιχτών Εκπαιδευτικών Πόρων για την Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση είναι στη διεύθυνση [photodentro.edu.gr](http://photodentro.edu.gr)

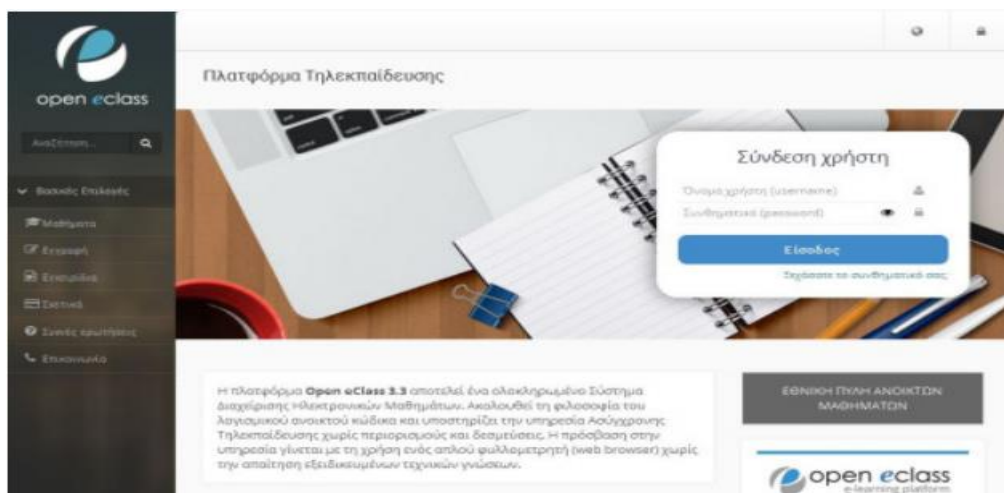
	Εθνικός Συσσωρευτής Εκπαιδευτικού Περιεχομένου (Photodentro Aggregator)	κεντρική πύλη αναζήτησης ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ (portal) <a href="http://photodentro.edu.gr">photodentro.edu.gr</a>
---	---	---

### 6.3.10 OPEN E CLASS

#### Περιγραφή Πλατφόρμας

##### 1. Εισαγωγή

Η πλατφόρμα Open eClass είναι ένα ολοκληρωμένο Σύστημα Διαχείρισης Ηλεκτρονικών Μαθημάτων και αποτελεί την πρόταση του Ακαδημαϊκού Διαδικτύου (GUnet) για την υποστήριξη Υπηρεσιών Ασύγχρονης Τηλεκπαίδευσης. Έχει σχεδιαστεί με προσανατολισμό την ενίσχυση της εκπαιδευτικής διαδικασίας, βασίζεται στη φιλοσοφία του λογισμικού ανοικτού κώδικα, υποστηρίζεται ενεργά από το GUnet και διανέμεται ελεύθερα.



Η εισαγωγή της Ασύγχρονης Τηλεκπαίδευσης δίνει νέες δυνατότητες στην εκπαίδευση, προσφέροντας ένα μέσο αλληλεπίδρασης και συνεχούς επικοινωνίας εκπαιδευτή -εκπαιδευόμενου. Παράλληλα, υποστηρίζεται η ηλεκτρονική οργάνωση, αποθήκευση και παρουσίαση του εκπαιδευτικού υλικού, ανεξάρτητα από τους περιοριστικούς παράγοντες του χώρου και του χρόνου της κλασσικής διδασκαλίας, δημιουργώντας τις προϋποθέσεις ενός δυναμικού περιβάλλοντος εκπαίδευσης. Η πλατφόρμα Open eClass είναι σχεδιασμένη με στόχο την υλοποίηση νέων εκπαιδευτικών δράσεων. Κεντρικοί ρόλοι είναι αυτοί του εκπαιδευτή και του εκπαιδευόμενου. Ειδικότερα ο χρήστης - εκπαιδευτής μπορεί εύκολα και γρήγορα να δημιουργεί εύρηστα και λειτουργικά ηλεκτρονικά μαθήματα, χρησιμοποιώντας το εκπαιδευτικό υλικό που διαθέτει (σημειώσεις, παρουσιάσεις, κείμενα, εικόνες, κλπ). Παράλληλα οι εκπαιδευόμενοι αποκτούν ένα εναλλακτικό κανάλι πρόσβασης στην προσφερόμενη γνώση. Η πλατφόρμα Open eClass υποστηρίζει τις υπηρεσίες Ασύγχρονης Τηλεκπαίδευσης χωρίς περιορισμούς και δεσμεύσεις. Η πρόσβαση σε αυτές γίνεται με τη χρήση ενός απλού φυλλομετρητή (web browser) χωρίς την απαίτηση εξειδικευμένων τεχνικών γνώσεων.

## **2. Φιλοσοφία Πλατφόρμας**

Η πλατφόρμα Open eClass βρίσκεται σε μια φάση λειτουργικής και σχεδιαστικής ωριμότητας. Βασικός προσανατολισμός παραμένει η ενίσχυση και η υποστήριξη της εκπαιδευτικής δραστηριότητας μέσα από ένα εύχρηστο περιβάλλον τεχνολογικής αιχμής. Στόχος είναι η υποστήριξη ολοκληρωμένων δράσεων Τηλεκατάρτισης προσφέροντας στον εκπαιδευτή ένα δυναμικό περιβάλλον οργάνωσης και διάχυσης της γνώσης, στον εκπαιδευόμενο ένα εναλλακτικό κανάλι εξατομικευμένης μάθησης ανεξάρτητο από χωροχρονικές δεσμεύσεις, στο διαχειριστή ένα ανοικτό, ασφαλές και αξιόπιστο σύστημα και τέλος στον εκπαιδευτικό οργανισμό αποτελεσματικότητα, αξιοποίηση της συσσωρευμένης εμπειρίας, οικονομία κλίμακας και εποικοδομητική χρήση της υπάρχουσας δικτυακής υποδομής.

Παράλληλα, σημαντικοί σχεδιαστικοί άξονες αποτελούν η προσαρμοστικότητα στις απαιτήσεις, η ευελιξία, η ευκολία στη χρήση, η δυνατότητα αναβάθμισης και επέκτασης, η ελεύθερη διάθεση χωρίς την απαίτηση αδειών χρήσης και συντήρησης, οι μικρές λειτουργικές απαιτήσεις, η ανεξαρτησία από το υποκείμενο Λειτουργικό Σύστημα, η χρήση ανοικτών προτύπων, η δυνατότητα ολοκλήρωσης της πλατφόρμας με άλλες δικτυακές υπηρεσίες, η πολυγλωσσική υποστήριξη, οι ξεκάθαρες λειτουργικές δομές (εγγραφή, πρόσβαση, δημιουργία μαθήματος, διαχείριση κλπ), καθώς και η συνεχής υποστήριξη από το Πανελλήνιο Ακαδημαϊκό Διαδίκτυο (GUnet).

## **3. Στόχοι – Οφέλη**

Βασική επιδίωξη της πλατφόρμας αποτελεί η ανάπτυξη υποδομών εκπαίδευσης και κατάρτισης ανεξάρτητα από τους περιοριστικούς παράγοντες του χώρου και του χρόνου της συμβατικής διδασκαλίας. Ειδικότερα, οι βασικοί στόχοι που ικανοποιούνται από το σχεδιασμό και τα οφέλη που αποκομίζονται από τη χρήση της πλατφόρμας είναι τα εξής:

- ενσωμάτωση των νέων τεχνολογιών της πληροφορίας και των επικοινωνιών (ΤΠΕ) στην εκπαιδευτική δραστηριότητα για την παροχή ανταγωνιστικών υπηρεσιών εκπαίδευσης υψηλής ποιότητας μέσα από ένα σύγχρονο περιβάλλον τεχνολογικής αιχμής

- δημιουργία ενός εύχρηστου μέσου αλληλεπίδρασης και συνεχούς επικοινωνίας εκπαιδευτή και εκπαιδευόμενου

- αξιοποίηση του πλούσιου εκπαιδευτικού υλικού και της συσσωρευμένης εκπαιδευτικής εμπειρίας

- εποικοδομητική χρήση του Διαδικτύου και της άρτιας δικτυακής υποδομής των εκπαιδευτικών οργανισμών

-ευκολία στη χρήση από εκπαιδευτές – εκπαιδευόμενους για την υποστήριξη ατόμων με διαφορετική τεχνολογική παιδεία και κουλτούρα αλλά με τις ίδιες υψηλές απαιτήσεις στην ποιότητα της προσφερόμενης εκπαίδευσης

-υποστήριξη μιας αξιόπιστης χαμηλού κόστους υπηρεσίας τηλεματικής για την Ασύγχρονη Τηλεκπαίδευση

- προσαρμοστικότητα στις ιδιαίτερες απαιτήσεις και ανάγκες

-ευκολία στη διαχείριση, την αναβάθμιση και την επέκταση

-ελεύθερη διάθεση και κεντρική υποστήριξη από το Πανελλήνιο Ακαδημαϊκό Διαδίκτυο GUnet

#### **4. Βασικά Χαρακτηριστικά**

Τα βασικά χαρακτηριστικά της πλατφόρμας που συνθέτουν τη λειτουργική της δομή και παρουσιάζονται αναλυτικά στη συνέχεια είναι τα εξής:

- οι διακριτοί ρόλοι των χρηστών
- οι διακριτές κατηγορίες των μαθημάτων
- η δομημένη παρουσίαση του μαθήματος
- η ευκολία χρήσης & δημιουργίας μαθήματος
- η ευκολία στη διαχείριση

#### **Ρόλοι Χρηστών**

Οι βασικοί ρόλοι χρηστών που υποστηρίζει η πλατφόρμα είναι τρεις, ο χρήστης - εκπαιδευτής, ο χρήστης - εκπαιδευόμενος και ο διαχειριστής (υπάρχουν ενδιάμεσοι ρόλοι όπως βοηθός διαχειριστή, διαχειριστής χρηστών, βοηθός καθηγητή, υπεύθυνος ομάδας, χρήστης επισκέπτης, κλπ).

Ο χρήστης εκπαιδευτής είναι υπεύθυνος για τη δημιουργία και τη διαχείριση των ηλεκτρονικών μαθημάτων. Ο λογαριασμός του δημιουργείται από τους διαχειριστές της πλατφόρμας, κατόπιν αίτησης του ενδιαφερόμενου. Ο εκπαιδευτής μπορεί να δημιουργήσει όσα μαθήματα επιθυμεί, να επικοινωνεί με τους εκπαιδευόμενους (που παρακολουθούν τα μαθήματά του), να εισάγει και να διαχειρίζεται το εκπαιδευτικό υλικό του μαθήματος (κείμενα, εικόνες, παρουσιάσεις, βίντεο, εργασίες, ασκήσεις αυτοαξιολόγησης κλπ), να δημιουργεί ομάδες εργασίας και περιοχές συζητήσεων και γενικά να ελέγχει την εκπαιδευτική διαδικασία.

Ο χρήστης εκπαιδευόμενος μπορεί να εγγραφεί σε όσα μαθήματα του επιτρέπεται, να έχει πρόσβαση στο εκπαιδευτικό υλικό που περιέχουν, και να συμμετάσχει σε ομάδες εργασίας, περιοχές συζητήσεων και ασκήσεις αυτοαξιολόγησης. Ο λογαριασμός του

δημιουργείται είτε αυτόματα με την εγγραφή του στην πλατφόρμα είτε από τους διαχειριστές της πλατφόρμας, κατόπιν αίτησης του ενδιαφερόμενου.

Τέλος ο διαχειριστής είναι αυτός που έχει τη συνολική εποπτεία της πλατφόρμας. Δημιουργεί και ελέγχει τους λογαριασμούς των χρηστών, διαχειρίζεται τα μαθήματα, καθώς επίσης παρακολουθεί και διαχειρίζεται τον εξυπηρετητή και τη βάση δεδομένων.

### **Κατηγορίες Μαθημάτων**

Οι διακριτές κατηγορίες μαθημάτων που υποστηρίζει η πλατφόρμα είναι τρεις, τα ανοικτά μαθήματα, τα μαθήματα που απαιτούν εγγραφή, και τα κλειστά μαθήματα. Ο τύπος πρόσβασης σε ένα ηλεκτρονικό μάθημα καθορίζεται από τον υπεύθυνο εκπαιδευτή κατά τη δημιουργία του μαθήματος, ενώ μπορεί να αλλάξει δυναμικά μέσα από τη διεπαφή διαχείρισης του μαθήματος. Αναλυτικότερα οι υποστηριζόμενες κατηγορίες μαθημάτων είναι οι εξής:

-Ανοικτά μαθήματα είναι τα μαθήματα ελεύθερης πρόσβασης, όπου έχουν πρόσβαση ακόμα και χρήστες που δεν διαθέτουν λογαριασμό στην πλατφόρμα.

-Ανοικτά σε εγγραφή είναι τα μαθήματα στα οποία ένας χρήστης μπορεί να έχει πρόσβαση μόνο αν διαθέτει λογαριασμό στην πλατφόρμα και εγγραφεί σε αυτά.

- Κλειστά μαθήματα είναι τα μαθήματα στα οποία ένας χρήστης που έχει λογαριασμό στην πλατφόρμα έχει πρόσβαση μόνο αν του το επιτρέψει ο υπεύθυνος εκπαιδευτής.

-Τέλος ανενεργά μαθήματα είναι τα μαθήματα στα οποία έχει πρόσβαση μόνο ο υπεύθυνος εκπαιδευτής και δεν είναι ορατά στον κατάλογο μαθημάτων

### **Δομή Ηλεκτρονικού Μαθήματος**

Το Ηλεκτρονικό Μάθημα αποτελεί τον κεντρικό πυρήνα της πλατφόρμας Open eClass. Κάθε μάθημα αποτελεί μια αυτόνομη οντότητα στην πλατφόρμα η οποία ενσωματώνει μια σειρά από υποσυστήματα (εργαλεία μαθήματος). Ουσιαστικά το ηλεκτρονικό μάθημα είναι μια αρθρωτή δομή, η οποία οργανώνεται και διαχειρίζεται από τον υπεύθυνο εκπαιδευτή, ανάλογα με το υλικό που διαθέτει και το μοντέλο ηλεκτρονικής μάθησης που θα υιοθετήσει (από μια απλή ενημερωτική ιστοσελίδα του μαθήματος έως ένα πλήρως δυναμικό περιβάλλον εκπαίδευσης).

Στην κεντρική οθόνη του μαθήματος υπάρχει η ταυτότητα του ηλεκτρονικού μαθήματος όπου αναφέρονται βασικές πληροφορίες (τίτλος, κωδικός, σύντομη περιγραφή, υπεύθυνος εκπαιδευτής, τμήμα, τύπος πρόσβασης, εγγεγραμμένοι χρήστες, λέξεις κλειδιά, κλπ). Στο αριστερό τμήμα της οθόνης υπάρχει το μενού με τα υποσυστήματα (εργαλεία μαθήματος), καθώς και τα εργαλεία διαχείρισης του

μαθήματος. Στο δεξί τμήμα της αρχικής οθόνης του μαθήματος υπάρχει ένα μενού με εργαλεία/συντομεύσεις ενεργειών.

Ειδικότερα, υπάρχει:

-η δυνατότητα επικοινωνίας με τον υπεύθυνο εκπαιδευτή του μαθήματος μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου (προϋποθέτει οι εκπαιδευόμενοι, να έχουν ορίσει διεύθυνση email στο προφίλ τους),

-η δυνατότητα μετάβασης του υπεύθυνου εκπαιδευτή στο ρόλο του εκπαιδευόμενου ώστε να ελέγξει το μάθημά του και από τη διεπαφή του εκπαιδευόμενου,

- η προσθήκη της ηλεκτρονικής διεύθυνσης (URL) της αρχικής σελίδας του ηλεκτρονικού μαθήματος στους σελιδοδείκτες του φυλλομετρητή (browser) με την προϋπόθεση ότι το μάθημα είναι ανοικτό, και

- η δυνατότητα εγγραφής σε ροή RSS με τις ανακοινώσεις του μαθήματος.

Σε γενικές γραμμές το ηλεκτρονικό μάθημα είναι μια αρθρωτή δομή αποτελούμενη από δεκαπεντά (17) υποσυστήματα (εργαλεία μαθήματος) και τέσσερα (4) εργαλεία διαχείρισης. Στα υποσυστήματα αυτά αποθηκεύεται και οργανώνεται το πρωτογενές εκπαιδευτικό υλικό του μαθήματος. Ο υπεύθυνος εκπαιδευτής μπορεί να τα ενεργοποιεί και να τα απενεργοποιεί ανάλογα με τη δομή και το υλικό του μαθήματος που διαθέτει, ώστε να απλοποιείται το περιβάλλον του εκπαιδευόμενου, και να εμφανίζονται μόνο οι απολύτως απαραίτητες εκπαιδευτικές ενότητες. Αναλυτικότερα τα υποστηριζόμενα υποσυστήματα που συνθέτουν το ηλεκτρονικό μάθημα είναι τα εξής:

- **Ατζέντα** όπου παρουσιάζονται χρονικά τα γεγονότα σταθμοί του μαθήματος (διαλέξεις, συναντήσεις, αξιολογήσεις, κλπ).

- **Έγγραφα** όπου αποθηκεύεται, οργανώνεται και παρουσιάζεται το εκπαιδευτικό υλικό του μαθήματος. Ειδικότερα το υποσύστημα αυτό παρέχει έναν εύχρηστο μηχανισμό για τη διαχείριση, την οργάνωση και την ομαδοποίηση του εκπαιδευτικού υλικού (κείμενα, παρουσιάσεις, εικόνες, διαγράμματα, κλπ) μέσα από ένα σύστημα καταλόγων και υποκαταλόγων.

- **Ανακοινώσεις** που αφορούν το μάθημα και ενημερώνουν τους εγγεγραμμένους χρήστες, εκπαιδευτές και εκπαιδευόμενους.

-**Περιοχές Συζητήσεων** για την ανταλλαγή απόψεων και ιδεών σε θέματα σχετικά με το μάθημα. Αποτελεί ένα υποσύστημα αλληλεπίδρασης εκπαιδευτή – εκπαιδευόμενου.

-**Ομάδες Εργασίας** (ανοικτές ή κλειστές), αποτελούν μια συλλογή από εγγεγραμμένους χρήστες (εκπαιδευόμενοι και εκπαιδευτές) που μοιράζονται την ίδια



περιοχή συζητήσεων καθώς και την ίδια περιοχή μεταφόρτωσης αρχείων και εργασιών, και προάγουν τη συνεργασία και την αλληλεπίδραση ανάμεσα στους εκπαιδευόμενους.

- **Σύνδεσμοι** – χρήσιμες πηγές από το Διαδίκτυο που αφορούν το μάθημα και ομαδοποιούνται σε κατηγορίες.

- **Εργασίες Εκπαιδευόμενων**, ένα χρήσιμο εργαλείο που επιτρέπει την ηλεκτρονική διαχείριση, υποβολή και βαθμολόγηση των εργασιών του μαθήματος.

- **Ασκήσεις** αυτοαξιολόγησης που δημιουργεί ο εκπαιδευτής με στόχο την εξάσκηση των Εκπαιδευόμενων στην ύλη του μαθήματος. Το υποσύστημα αυτό ενσωματώνει μια γεννήτρια παραγωγής Ασκήσεων με ερωτήσεις πολλαπλών επιλογών, καθώς και ασκήσεις του τύπου «συμπληρώματος κενών» ή «ταιριάσματος στηλών».

- **Περιγραφή Μαθήματος**, χώρος όπου παρουσιάζονται πληροφορίες σχετικά με την ύλη, τους στόχους, τις εκπαιδευτικές δραστηριότητες, τα βοηθήματα, τους τρόπους αξιολόγησης, κλπ του μαθήματος.

- **Γλωσσάριο**, χώρος για την προσθήκη και διαχείριση όρων που περιλαμβάνονται στο μάθημα.

- **Ηλεκτρονικό Βιβλίο**, χώρος για την εισαγωγή, διαχείριση και παρουσίαση ηλεκτρονικών βιβλίων σε μορφή HTML.

- **Πολυμέσα**, χώρος αποθήκευσης και διάθεσης οπτικοακουστικού εκπαιδευτικού υλικού. Υπάρχουν δύο επιλογές: προσθήκη πολυμεσικού αρχείου και προσθήκη εξωτερικού συνδέσμου σε αρχείο πολυμέσων που βρίσκεται αποθηκευμένο πχ. στο YouTube, ή σε έναν VideoOnDemand Server (VoD), κλπ και αφορούν το μάθημα.

- **Γραμμή Μάθησης**, παρέχει τη δυνατότητα στους εκπαιδευτές να οργανώσουν το εκπαιδευτικό τους υλικό σε δομημένες ενότητες και στους εκπαιδευόμενους να ακολουθούν μια σειρά από βήματα ως δραστηριότητες μάθησης. (SCORM).

- **Κουβέντα** είναι ένα υποσύστημα που παρέχει τη δυνατότητα ανταλλαγής γραπτών μηνυμάτων (chat) σε πραγματικό χρόνο.

- **Τηλεσυνεργασία** είναι ένα υποσύστημα που παρέχει τη δυνατότητα επικοινωνίας με εργαλείο whiteboard και να επικοινωνεί με εικόνα και ήχο με τους με τους εκπαιδευόμενους σε πραγματικό χρόνο.

- **Ερωματολογία** είναι ένα υποσύστημα που παρέχει τη δυνατότητα δημιουργίας δημοσκοπήσεων και ερευνών μαθησιακού προφίλ.

- **Wiki** είναι ένα εργαλείο συνεργασίας που επιτρέπει στους συμμετέχοντες στο μάθημα εκπαιδευτές κι εκπαιδευόμενους να επεξεργάζονται από κοινού το περιεχόμενο διαφόρων κειμένων.

- **Χώρος Ανταλλαγής Μηνυμάτων** όπου υποστηρίζεται η ανάδραση στην εκπαιδευτική δραστηριότητα με την ανταλλαγή μηνυμάτων μεταξύ των υπεύθυνων εκπαιδευτών και των εγγεγραμμένων εκπαιδευόμενων του μαθήματος.

- **Βαθμολόγιο:** Καταγραφή βαθμολογίας εκπαιδευομένων.

- **Παρουσιολόγιο:** Καταγραφή παρουσιών/απουσιών εκπαιδευομένων.

- **Στατιστικά:** Στατιστικά στοιχεία χρηστών.

Τα ενεργά υποσυστήματα (εργαλεία) του μαθήματος εμφανίζονται με έντονους χαρακτήρες στο αριστερό μενού της κεντρικής σελίδας του μαθήματος, και είναι ορατά και από τους εκπαιδευόμενους. Αντίθετα τα απενεργοποιημένα υποσυστήματα (εργαλεία) εμφανίζονται με αχνούς χαρακτήρες στο αριστερό μενού της κεντρικής σελίδας του μαθήματος και δεν είναι ορατά από τους εκπαιδευόμενους. Η ενεργοποίηση – απενεργοποίηση των υποσυστημάτων (εργαλείων μαθήματος) γίνεται από τον υπεύθυνο εκπαιδευτή του μαθήματος, μέσα από το αντίστοιχο διαχειριστικό εργαλείο. Να σημειωθεί ότι τα απενεργοποιημένα υποσυστήματα του μαθήματος παραμένουν λειτουργικά διατηρώντας την πληροφορία που τυχόν έχει εισαχθεί, αλλά δεν είναι ορατά από τους εκπαιδευόμενους.

Αντίστοιχα τα εργαλεία διαχείρισης μαθήματος επιτρέπουν την αλλαγή των πληροφοριών και του τύπου πρόσβασης του μαθήματος, τη διαγραφή - ανανέωση, τη διαχείριση των εγγεγραμμένων χρηστών καθώς και την εισαγωγή νέων υποσυστημάτων στη δομή του μαθήματος. Τέλος παρέχεται η δυνατότητα στον υπεύθυνο εκπαιδευτή να παρακολουθεί στατιστικά στοιχεία που αφορούν τη συμμετοχή στο μάθημα.

### **Θεματικές Ενότητες**

Πρόκειται για μια ευέλικτη ομαδοποίηση του εκπαιδευτικού περιεχομένου που έχει αναρτηθεί σε συγκεκριμένο μάθημα, με σκοπό την επίτευξη του εκπαιδευτικού στόχου του μαθήματος. Στο κάτω τμήμα της κεντρικής οθόνης του μαθήματος, εντοπίζονται τα περιεχόμενα των θεματικών ενότητων του μαθήματος, όπως ακριβώς τα έχει οργανώσει ο υπεύθυνος εκπαιδευτής – διαχειριστής του μαθήματος. Ο εκπαιδευόμενος μπορεί να επιλέξει τη θεματική ενότητα που επιθυμεί για να εισέλθει στα περιεχόμενα της.

## **Διεπαφές Χρηστών**

Όλες οι διεπαφές της πλατφόρμας έχουν ανασχεδιαστεί με σκοπό να γίνουν περισσότερο εύχρηστες και να αποκτήσουν αισθητική και λειτουργική συνέπεια. Στη συνέχεια περιγράφονται συνοπτικά οι βασικές διεπαφές της πλατφόρμας. Αναλυτικές πληροφορίες για όλες τις διεπαφές της πλατφόρμας μπορείτε να βρείτε στα αντίστοιχα εγχειρίδια του εκπαιδευτή, του εκπαιδευόμενου και του διαχειριστή.

### **Αρχική Σελίδα πλατφόρμας**

Η αρχική σελίδα της πλατφόρμας περιλαμβάνει: τον κατάλογο των μαθημάτων που φιλοξενούνται, τις διεπαφές δημιουργίας λογαριασμού χρήστη (εκπαιδευόμενου και εκπαιδευτή), όλα τα χρήσιμα εγχειρίδια, την ταυτότητα της πλατφόρμας όπου παρουσιάζονται χρήσιμα στατιστικά για τη χρήση της πλατφόρμας καθώς και τα στοιχεία επικοινωνίας με τους υπεύθυνους διαχειριστές.

Παράλληλα, υπάρχει η βασική φόρμα εισόδου για την εισαγωγή στα ηλεκτρονικά μαθήματα, καθώς κι ένας σύνδεσμος για την υπενθύμιση του συνθηματικού των εγγεγραμμένων χρηστών.

### **Χαρτοφυλάκιο Χρήστη**

Με την είσοδό ενός εγγεγραμμένου χρήστη στην πλατφόρμα μεταφέρεται στο προσωπικό του χαρτοφυλάκιο (αναλυτικό ή συνοπτικό), όπου του δίνεται η δυνατότητα να οργανώνει και να ελέγχει τη συμμετοχή του στα ηλεκτρονικά μαθήματα της πλατφόρμας. Στην αριστερή στήλη, υπάρχει μια σειρά από επιλογές που αφορούν τη δημιουργία μαθήματος, την εγγραφή σε μάθημα, τη διαμόρφωση του προφίλ του χρήστη, το ημερολόγιο, κλπ. Στη δεξιά στήλη, υπάρχει μια λίστα με τα μαθήματα που υποστηρίζετε ως εκπαιδευτής καθώς και μία λίστα με τα μαθήματα που παρακολουθείτε ως εκπαιδευόμενος. Στα μαθήματα που υποστηρίζετε ως εκπαιδευτής υπάρχει δεξιά η επιλογή «Διαχείριση» του μαθήματος ενώ κάνοντας κλικ στον τίτλο του μαθήματος εισέρχεστε στο ηλεκτρονικό μάθημα με δικαιώματα εκπαιδευτή. Αντίστοιχα στα μαθήματα που παρακολουθείτε έχοντας κάνει εγγραφή υπάρχει δεξιά η επιλογή «Απεγγραφή» ώστε να το διαγράψετε από τη λίστα, ενώ κάνοντας κλικ στον τίτλο του μαθήματος εισέρχεστε στο ηλεκτρονικό μάθημα με δικαιώματα εκπαιδευόμενου.

Στην αναλυτική μορφή του χαρτοφυλακίου χρήστη υπάρχει λίστα με τα μαθήματα που παρακολουθείτε ή υποστηρίζετε στην πλατφόρμα ενώ συγχρόνως μπορείτε να παρακολουθείτε για τα μαθήματα αυτά α) τις διορίες των εργασιών, β) τα τελευταία έγγραφα που έχουν αναρτηθεί, γ) τις τελευταίες ανακοινώσεις καθώς και δ) τις συζητήσεις από όλα στα μαθήματα που συμμετέχετε.

## **Πτυσσόμενο Μενού**

Το πτυσσόμενο μενού (sliding menu) βρίσκεται στο πάνω δεξιό άκρο της αρχικής οθόνης. Το συγκεκριμένο μενού αποτελείται από τρία υπο-μενού ως εξής:

-Τα μαθήματα μου

-Νέα μηνύματα

-Γρήγορη Σημείωση

## **Τα μαθήματα μου**

Επιλέγοντας το συγκεκριμένο υπο-μενού έχετε την δυνατότητα να προβάλετε τα μαθήματα στα οποία είστε εγγεγραμμένος και να μεταβείτε γρήγορα σε αυτά πατώντας απλά πάνω τους. Επίσης σε αυτό το μενού εκτός από τον τίτλο του μαθήματος παρουσιάζονται και τα ονόματα των υπευθύνων των μαθημάτων.

## **Νέα μηνύματα**

Μπορείτε εύκολα να προβάλετε τα εισερχόμενα μηνύματα σας απλά επιλέγοντας το συγκεκριμένο επομένον.Επί πρόσθετα σας δίνεται η δυνατότητα να προβάλετε όλα σας τα μηνύματα εισερχόμενα/εξερχόμενα επιλέγοντας το σύνδεσμο “όλα τα μηνύματα”

## **Γρήγορη σημείωση**

Με την συγκεκριμένη επιλογή μπορείτε εύκολα και γρήγορα να συντάξετε μια νέα σημείωση. Εισάγετε απλά τον τίτλο και την περιγραφή της σημείωσης σας και πατήστε αποθήκευση.Επίσης σας δίνεται η δυνατότητα να εμφανίσετε όλες τις σημειώσεις πατώντας στο σύνδεσμο όλες οι σημειώσεις.

## **Ηλεκτρονικό Μάθημα**

Το Ηλεκτρονικό Μάθημα αποτελεί τη βασική λειτουργική οντότητα της πλατφόρμας Open eClass. Κάθε μάθημα ενσωματώνει μια σειρά από υποσυστήματα, τα οποία οργανώνονται και διαχειρίζονται από τον υπεύθυνο εκπαιδευτή. Ειδικότερα, η κεντρική οθόνη του μαθήματος εξαρτάται από το ρόλο του χρήστη στο μάθημα (εκπαιδευτής, εκπαιδευόμενος) και παρουσιάζεται στις παρακάτω εικόνες.

## **Περιοχή Διαχείρισης πλατφόρμας**

Τέλος η περιοχή Διαχείρισης της Πλατφόρμας ενσωματώνει εργαλεία διαχείρισης των εγγεγραμμένων χρηστών, των ηλεκτρονικών μαθημάτων, του εξυπηρετητή, της βάσης δεδομένων καθώς και σειρά υποστηρικτικών εργαλείων που επιτρέπουν στους υπεύθυνους διαχειριστές να έχουν μια συνολική εποπτεία της πλατφόρμας. Στην

περιοχή διαχείρισης έχουν πρόσβαση μόνο οι υπεύθυνοι διαχειριστές της πλατφόρμας.

Η πλατφόρμα Open eClass ([www.openeclass.org](http://www.openeclass.org)) ακολουθεί τη φιλοσοφία του λογισμικού ανοικτού κώδικα και διανέμεται ελεύθερα χωρίς την απαίτηση αδειών χρήσης και συντήρησης. Υποστηρίζεται ενεργά από την ομάδα Ασύγχρονης Τηλεκπαίδευσης του Πανελλήνιου Ακαδημαϊκού Διαδικτύου GUnet. Κάθε εγκατάσταση της πλατφόρμας υποστηρίζεται από τους τοπικούς διαχειριστές οι οποίοι είναι υπεύθυνοι για την καλή λειτουργία της πλατφόρμας, καθώς και την εξυπηρέτηση των αιτημάτων των εγγεγραμμένων χρηστών (εκπαιδευτών, εκπαιδευομένων).

## **6.4 ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΑ ΛΟΓΙΣΜΙΚΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

Στην ενότητα αυτή γίνεται μια αναφορά σε ορισμένα εκπαιδευτικά λογισμικά που ανήκουν κυρίως στο χώρο των μαθηματικών και της πληροφορικής και τα οποία χρησιμοποιούνται αρκετά συχνά στην Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Τα λογισμικά για την διδασκαλία των μαθηματικών προσφέρουν στο μαθητή διάφορες αναπαραστάσεις και την διασύνδεση αυτών, τη δυνατότητα να κατασκευάσει και να ανακαλύψει μόνος του τα μαθηματικά και να αλληλεπιδράσει με αυτά. Εμπλέκουν τους μαθητές με τη νέα γνώση μέσα από δραστηριότητες που κατάλληλα θα έχει σχεδιάσει ο εκπαιδευτικός και αναπτύσσεται η επικοινωνία ανάμεσα στα μέλη της μαθητικής κοινότητας. Μερικά από τα σημαντικότερα λογισμικά Διδακτικής των μαθηματικών είναι:

### **6.4.1 ΑΒΑΚΙΟ/Ε-SLATE**

Αναπτύχθηκε στα πλαίσια του προγράμματος ΟΔΥΣΣΕΙΑ στο εργαστήριο εκπαιδευτικής τεχνολογίας του ΦΠΨ του ΕΚΠΑ. Πρόκειται για λογισμικό που χρησιμοποιείται για πειραματισμό, διερεύνηση και συσχετισμό μαθηματικών εννοιών και υποθέσεων. Αποτελείται από εργαλεία για την συναρμολόγηση διαφόρων ψηφίδων τους «Μικρόκοσμους» (συγκεκριμένες εφαρμογές). Οι Ψηφίδες παρέχονται μέσα από το Αβάκιο από το μενού Ψηφίδα→ Νέα χωρισμένες σε ομάδες(3Δ, Logo, Δεδομένων, Διεπαφής χρήστη-UI, Πολυμέσων, Χαρτογραφική, Χειριστήριο, Χρόνου) που μπορούν να συνδεθούν μεταξύ τους και να αλληλεπιδράσουν για την δημιουργία του μικρόκοσμου. Μέσα από μία συμβολική γλώσσα προγραμματισμού Logo Like μπορεί να προγραμματιστεί η σύνδεση των ψηφίδων και των διάφορων εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων (μικρόκοσμων). Το Αβάκιο- E-slate προσφέρει, όπως και τα υπόλοιπα λογισμικά, πολλαπλές δυναμικές αλληλοεξαρτώμενες αναπαραστάσεις εννοιών, προγραμματιζόμενα αντικείμενα, πολυμεσικό υλικό, προσομοιώσεις και διασυνδέσεις με εργαστηριακά όργανα μέτρησης. Διάφορα kit

εφαρμογών του Αβάκιου είναι διάφοροι μικρόκοσμοι όπως ο Χελονόκοσμος, το Ταξινομούμε

## Παραδείγματα Μικρόκοσμων



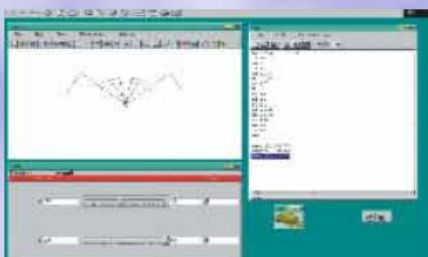
### «Hλιακό Σύστημα»

Ο μικρόκοσμος «Hλιακό Σύστημα» μπορεί να ενταχθεί στο μάθημα της Γεωγραφίας της Ε' και Στ' Δημοτικού και επιτρέπει στους μαθητές: α. να διαχειρίζονται ένα πλήθος διεπιστημονικών πληροφοριών για τα κυριότερα χαρακτηριστικά του ηλιακού μας συστήματος, μέσω πολλαπλών αναπαραστάσεων, β. να δημιουργούν και να οικοδομούν τις δικές τους γνώσεις διαμέσου της διαχείρισης και διερεύνησης των δεδομένων-πληροφοριών.



### Μικρόκοσμοι Φυσικής

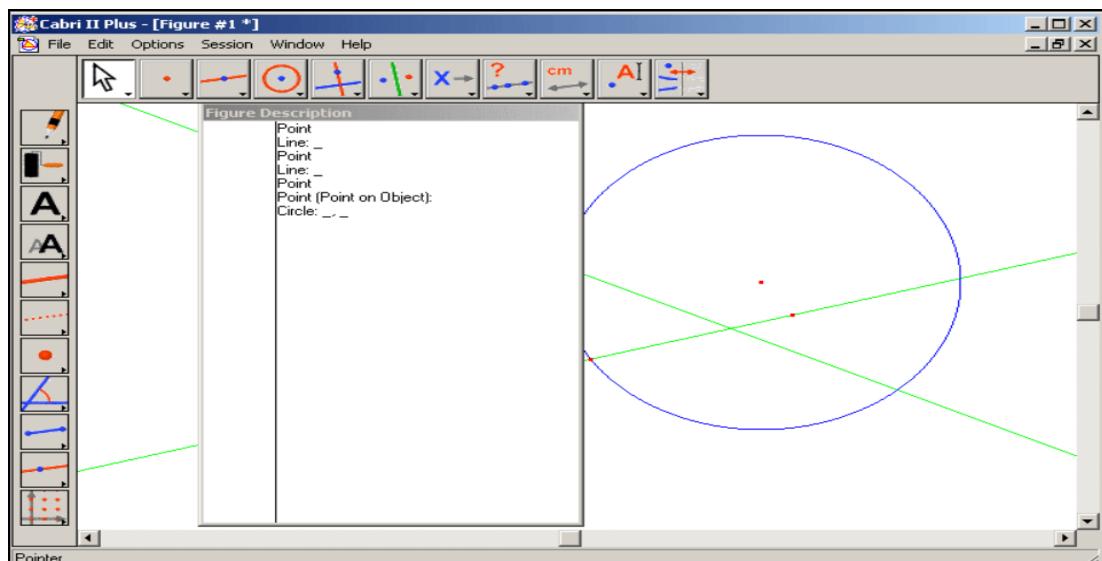
Μικρόκοσμοι με προσομοιώσεις διαφόρων πειραμάτων της φυσικής σχετικά με τη διατήρηση της ενέργειας, των δυνάμεων κ.λ.π., και με τη χρήση σωμάτων, ελατηρίων, κεκλιμένων επιπέδων και φυσικών ιδιοτήτων άμεσα διαχειριζόμενων από το χρήστη.



### Χελονόκοσμοι

Μικρόκοσμοι με τη χρήση Συμβολικής Γλώσσας (Logo) σχεδιασμένοι για τη διερεύνηση αλγεβρικών και γεωμετρικών εννοιών: δυναμικός χειρισμός βασικών γεωμετρικών αναπαραστάσεων, κατασκευή γεωμετρικών σχημάτων, εμπέδωση γραφικών απεικονίσεων μέσα από αναπαραστάσεις πραγματικών καταστάσεων.

## 6.4.2 CABRI GEOMETRY II PLUS.



Το Cabri είναι ένα λογισμικό που μπορεί να χρησιμοποιηθεί τελευταίες τάξεις του Δημοτικού. Στα πλαίσια του προγράμματος ΟΔΥΣΣΕΙΑ(έργο Οδυσσέας) έγινε μετάφραση στα Ελληνικά του λογισμικού αυτού. Είναι ένα πρόγραμμα που μπορεί να ενσωματωθεί στο σχολείο για να καλύψει τις ανάγκες των μαθητών άλλα και των εκπαιδευτικών στην μαθησιακή και διδακτική διαδικασία. Στο Γυμνάσιο και στο Λύκειο απευθύνεται πρωτίστως σε μαθηματικούς και ενδεχομένως και σε φυσικούς. Το λογισμικό είναι ένα πλήρες εργαλείο για διερευνητική μάθηση στη Γεωμετρία και σε άλλες περιοχές των Μαθηματικών και της Φυσικής, σε όλες σχεδόν τις τάξεις του Γυμνασίου και του Λυκείου. Εντάσσεται εύκολα μέσω δραστηριοτήτων στην καθημερινή διδακτική πρακτική. Προσφέρει δυνατότητες πειραματισμού και διερεύνησης που δεν μπορούν να γίνουν τόσο εύκολα με τα συμβατικά μέσα (κανόνας, διαβήτη κ.τ.λ.) επεκτείνοντας έτσι τις δυνατότητες οικοδόμησης των εννοιών από τον ίδιο το μαθητή. Η κατασκευή των γεωμετρικών σχημάτων γίνεται με βάση τις γεωμετρικές τους ιδιότητες και όχι σχεδιαστικά. Έτσι οι ενέργειες του χρήστη αντιστοιχούν σε πραγματικές και φυσικές ενέργειες. Μέσα από το περιβάλλον του αναδεικνύει τον πειραματισμό και την διερευνητική μάθηση. Προσφέρει την δυνατότητα για πολλαπλή αναπαράσταση της γνώσης. Θεωρείται απλό και φιλικό στην χρήση του από εκπαιδευτικούς και μαθητές που δεν έχουν ειδικευτεί στους υπολογιστές. Από τα μενού του προσφέρονται τα βασικά σχήματα (σημείο, ευθύγραμμο τμήμα, ημιευθεία, ευθεία και κύκλος), βασικές γεωμετρικές κατασκευές καθώς επίσης και βασικοί γεωμετρικοί μετασχηματισμοί (μεταφορά και στροφή). Από την κατασκευή ενός γεωμετρικού σχήματος μας παρέχει τους τύπους μέτρησης διαφόρων μεγεθών όπως μήκη πλευρών, γωνιών, περιμέτρων και εμβαδών. Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα μέσω calculator και του δυναμικού χειρισμού των σχημάτων να επεξεργάζεται τα αριθμητικά αποτελέσματα που προβάλλονται στην οθόνη και να φτάνει στις μαθηματικές εικασίες διαφόρων εννοιών. Η δυνατότητα

animations προσφέρει ένα ιδανικό περιβάλλον για τη διδασκαλία της γεωμετρίας καθώς προσφέρει πολλαπλές αναπαραστάσεις. Έχει απλό, κατανοητό και φιλικό περιβάλλον διεπαφής που μπορεί εύκολα να χειρισθεί τόσο από εκπαιδευτικούς όσο και από μαθητές.

#### **6.4.3 FUNCTION PROBE**

Το περιβάλλον διεπαφής του το καθιστά ιδανικό για να χρησιμοποιείται κυρίως για την μελέτη και διερεύνηση των συναρτήσεων και την μαθηματική μοντελοποίηση . Είναι λογισμικό που απευθύνεται σε εκπαιδευτικούς και μαθητές τόσο του Γυμνασίου όσο και του Λυκείου και αυτό μέσα από το έργο ΟΔΥΣΣΕΙΑ μεταφράστηκε στα Ελληνικά. Δεν απαιτεί ιδιαίτερες ικανότητες και εμπειρία στη διαχείρισή του, διότι αποτελείται από ένα σχετικά φιλικό προς τον χρήστη περιβάλλον διεπαφής. Το εκπαιδευτικό λογισμικό διερευνητικού χαρακτήρα Function Probe είναι ένα κατεξοχήν «ανοιχτό» περιβάλλον μάθησης, προορισμένο να χρησιμοποιείται σε μαθήματα άλγεβρας, τριγωνομετρίας και ανάλυσης (πριν τον διαφορικό και τον ολοκληρωτικό λογισμό) σε τάξεις του Γυμνασίου και του Λυκείου Είναι κατάλληλο για να αναδεικνύει τις σχέσεις ανάμεσα στις διάφορες αναπαραστάσεις των συναρτήσεων που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στο μάθημα των μαθηματικών. Επιπλέον, με το Function Probe μπορούμε να σχεδιάσουμε γραφικές παραστάσεις, να μεταφέρουμε τιμές της συνάρτησης σε πίνακα τιμών ώστε να αναλύουμε τα δεδομένα και να εκτελούμε μετασχηματισμούς και γραμμικές παλινδρομήσεις κ.α. Μέσα από τα παραπάνω διευρύνονται οι μαθηματικές έννοιες μέσω οικείων διαδικασιών από τους μαθητές και μάλιστα επιλέγουν οι ίδιοι τις διαδικασίες με απώτερο στόχο την συνεχή και σταδιακή βελτίωσή τους.

Αποτελεί ένα ευέλικτο και δυναμικό εργαλείο, σχεδιασμένο έτσι ώστε να είναι εξίσου εύκολο στην εκμάθηση και τη χρήση. Οι μαθητές έχουν την δυνατότητα να συμμετέχουν ενεργά στη χρήση του προγράμματος κατά την διάρκεια της προσπάθειας που καταβάλλουν στην επίλυση προβλημάτων. Οι καθηγητές έχουν την δυνατότητα να χρησιμοποιούν το Function Probe για να επιδεικνύουν τεχνικές επίλυσης προβλημάτων και για να καθοδηγούν συζητήσεις μέσα στην τάξη. Το Function Probe δεν είναι αυστηρά συνδεδεμένο με συγκεκριμένο διδακτικό υλικό. Αντίθετα, είναι σχεδιασμένο έτσι ώστε να είναι συμβατό με ενέργειες και αναπαραστάσεις που οι μαθητές δημιουργούν και χρησιμοποιούν σε μια ποικιλία προβλημάτων, που μπορεί να συναντήσουν μελετώντας μαθηματικά. Επίσης, είναι ένα ιδανικό εργαλείο για την επεξεργασία και την μοντελοποίηση δεδομένων σε μαθήματα που βασίζονται στην άλγεβρα και την τριγωνομετρία. Πρόκειται για ένα πολυ-εποπτικό πακέτο που περιλαμβάνει τρία ξεχωριστά εργαλεία: το Γράφημα, τον Πίνακα δεδομένων και την Αριθμομηχανή.



## 6.4.4 GEOGEBRA

≡ GeoGebra

A Γυμνασίου Άλγεβρα

1ο φυσικοί - ακέραιοι αριθμοί

2ο κλάσματα

3ο δεκαδικοι αριθμοί

4ο εξισώσεις - προβλήματα

Εξίσωση με ζυγαριά

Εννοια εξίσωσης - Μεταφορά γνω...

Εννοια εξίσωσης - Μεταφορά γνω...

Πρόβλημα - εμβαδά

5ο ποσοστά

6ο ανάλογα - αντιστρόφως ανάλογα π...

7ο θετικοί και αρνητικοί αριθμοί

### Εννοια εξίσωσης - Μεταφορά γνωστού στο 2ο μέλος $x + \alpha = \beta$

Συγγραφέας: grammatikopoulos xristos

ανισότητα

2 < 4

Δές του αριθμούς να αλλάζουν και την ζυγαριά να γέρνει προς τον μεγαλύτερο ή να ισοροπεί όταν οι αριθμοί είναι ίσοι.

Μία εξίσωση λειτουργεί όπως μία ζυγαριά

Για να ισοροπεί πρέπει ότι υπάρχει αριστερά απο το "=" να είναι ίσο με ότι υπάρχει στα δεξια

Όταν αριστερά και δεξιά του ίσον υπάρχουν μόνο αριθμοί ( όπως στο διπλανό σχήμα) τότε μπορούμε εύκολα να καταλάβουμε το μέρος που θα γέρνει η ζυγαριά ή αν ισοροπεί

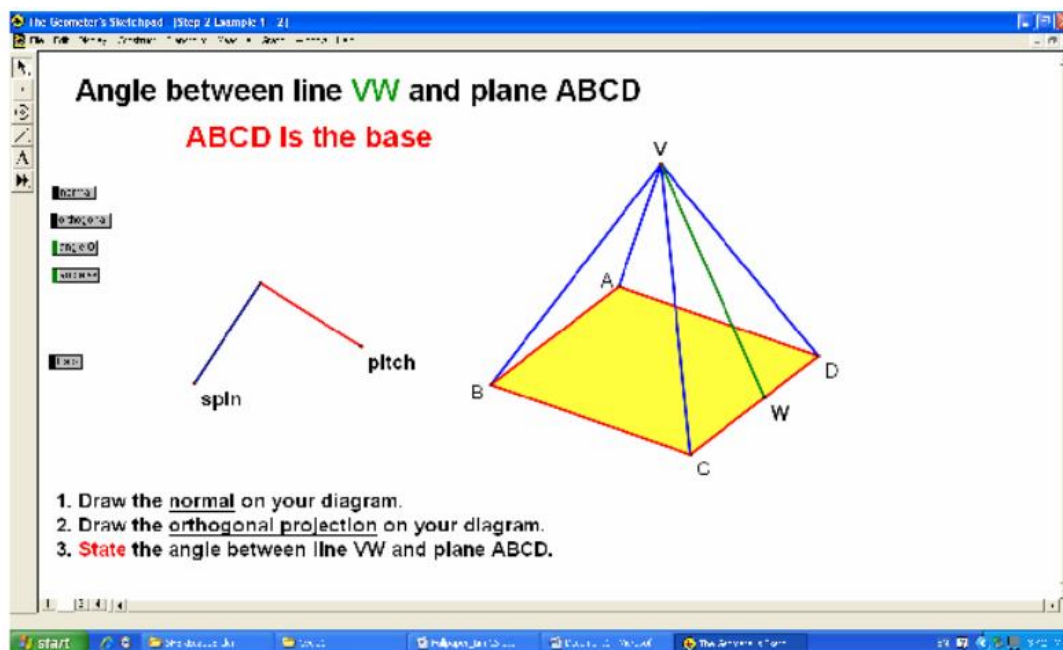
Τι γίνεται όμως αν στην μία, ή και στις δύο πλευρές υπάρχει και κάποιος αγνωστος?

Αρχή

Επόμενο

Το συγκεκριμένο λογισμικό αναπτύχθηκε από τον Αυστριακό μαθηματικό Markus Hohenwortter στα πλαίσια εκπόνησης του μεταπτυχιακού του. Χρηματοδοτείται πλέον από την Αυστριακή Ακαδημία Επιστημών, την Αυστριακή κυβέρνηση και το Εθνικό Ίδρυμα Επιστημών των ΗΠΑ για την περαιτέρω εξέλιξή του. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τους μαθητές και τους εκπαιδευτικούς όλων των βαθμίδων. Το Geogebra συνδυάζει την Άλγεβρα και τη Γεωμετρία (Geometry & Algebra). Είναι ελεύθερο λογισμικό ανοιχτού κώδικα. Το GeoGebra είναι ένα λογισμικό που τρέχει σε όλες τις πλατφόρμες (Mac OS X, Windows, Linux, Solaris) είτε ως αυτόνομη εφαρμογή είτε μέσω του φυλλομετρητή ιστού. Επίσης, έχει δημιουργηθεί το geogebra tube όπου η κοινότητα των χρηστών του μπορεί να επικοινωνεί και να ανεβάζει δραστηριότητες κατασκευασμένες με το geogebra. Επίσης έχει δυνατότητες δυναμικής γεωμετρίας όπως το Sketchpad, Cabri, αλλά και σχεδίασης γραφικής παράστασης όπως το Function Probe. Τα γραφικά του μπορούν να εξαχθούν σε ένα επεξεργαστή κειμένου (Ms Word, OpenOffice Writer) μέσα από την εντολή σχέδιο στην μνήμη σε μορφή png. Επιπλέον, μπορεί το αρχείο να εξαχθεί σαν αρχείο html δηλαδή να προβληθεί μέσα από έναν φυλλομετρητή σαν ιστοσελίδα με μορφή δυναμικού φύλλου εργασίας. Ο χρήστης μπορεί να κάνει κατασκευές με σημεία, διανύσματα, ευθύγραμμα τμήματα, ευθείες, κωνικές τομές καθώς επίσης να χρησιμοποιήσει συναρτήσεις και στη συνέχεια να τις τροποποιήσει με ένα δυναμικό τρόπο. Το λογισμικό επιτρέπει, επίσης, την απευθείας εισαγωγή εξισώσεων και συντεταγμένων. Έχει τη δυνατότητα να χειρίζεται μεταβλητές για αριθμούς, διανύσματα και σημεία, να βρίσκει παραγώγους και ολοκληρώματα συναρτήσεων και να παρέχει εντολές για την εύρεση ριζών και ακρότατων. Η εφαρμογή παρέχει επίσης τη δυνατότητα στους εκπαιδευτικούς να δημιουργήσουν αλληλεπιδραστικά φύλλα εργασίας, τα οποία μπορούν να μοιραστούν με χιλιάδες εκπαιδευτικούς ανά τον κόσμο.

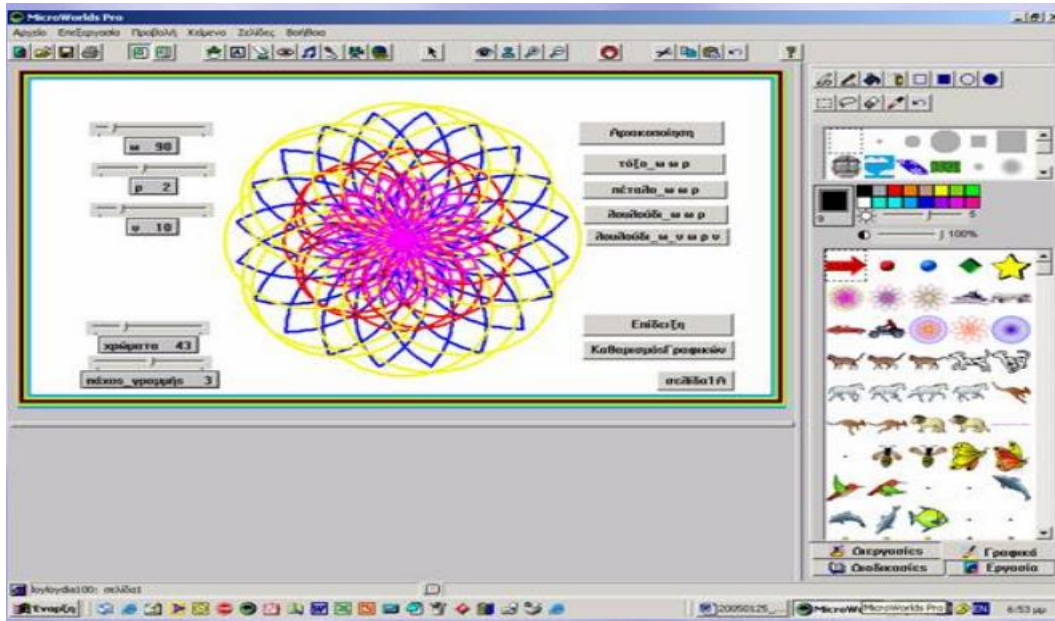
### 6.4.5 THE GEOMETER'S SKETCHPAD



Ένα καταξιωμένο λογισμικό που η δημιουργία του στηρίχθηκε σε θεωρίες μάθησης της διδακτικής των μαθηματικών αποτελώντας κατάλληλο λογισμικό για τη διδασκαλία της Άλγεβρας, της Γεωμετρίας και της Τριγωνομετρίας. Η φιλοσοφία του στηρίζεται στην διερευνητική μέθοδο μάθησης όπου βοηθάει τον μαθητή να κατανοήσει με ολοκληρωμένο τρόπο τις μαθηματικές έννοιες μέσα από πολλαπλές αναπαραστάσεις και τον άμεσο χειρισμό των παραμέτρων τους. Είναι ένα ανοικτό περιβάλλον διερευνητικής μάθησης που επιτρέπει την άμεση διαχείριση των μαθηματικών αντικειμένων και σχημάτων καθώς και την επεξεργασία τους από διαφορετικές οπτικές γωνίες.

Η δυνατότητα της κίνησης και της παρακολούθησης των αλλαγών των στοιχείων και των μεγεθών του σχήματος διευκολύνει την εικασία και τον πειραματισμό στα Μαθηματικά. Οι δυνατότητές του είναι τόσο ευρείες που αν και αρχικά σχεδιάστηκε για τις ανάγκες της γυμνασιακής εκπαίδευσης, σήμερα συνιστάται από την Πέμπτη τάξη του Δημοτικού μέχρι τις τελευταίες τάξεις του Λυκείου. Οι δυνατότητες αυτές το μετέτρεψαν σε ένα εκπαιδευτικό εργαλείο με απεριόριστο αριθμό εφαρμογών. Αν και σχεδιάστηκε αρχικά για το μάθημα της Γεωμετρίας, σήμερα οι μαθητές μπορούν να το χρησιμοποιήσουν για να εξερευνήσουν μαθήματα όπως Άλγεβρα, Τριγωνομετρία, Τέχνη, Επιστήμη και πολλά άλλα.

#### 6.4.6 MICROWORLDS PRO



Το MicroWorlds Pro στηρίζεται στη γλώσσα προγραμματισμού υψηλού Logo, γλώσσα υψηλού επιπέδου που σχεδιάστηκε από την αρχή για την εκπαίδευση. Επίσης προσφέρεται και για διαθεματικότητα διότι είναι το περιβάλλον Logo που διδάσκονται οι μαθητές της Γ΄ Γυμνασίου στο σχολικό του βιβλίο (βλ. εικόνα 9). Παρέχει όπως και τα υπόλοιπα λογισμικά ένα περιβάλλον που ευνοεί τη διερεύνηση-πειραματισμό. Επιπρόσθετα, η γλώσσα προγραμματισμού Logo που στηρίζεται είναι κατεξοχήν παιδαγωγική γλώσσα παρέχοντας μία πλούσια αντιμετώπιση εφαρμογών με παιδαγωγική αξία σε διάφορους τομείς των μαθηματικών. Η πολυπλοκότητα προγραμματισμού ποικίλει ξεκινώντας από απλές εντολές (οδηγίες), χωρίς να προϋποθέτουν προ-ηγουμένη εμπειρία στον προγραμματισμό μέχρι πιο εξειδικευμένες δομές προγραμματισμού ( εμφωλευμένες εντολές, δομές επανάληψης και ελέγχου). Η οργάνωση ενός προγράμματος Logo έχει προεκτάσεις στην γενικότερη φιλοσοφία και δομή γλωσσών προγραμματισμού συνδυάζοντας την διαθεματικότητα με το μάθημα της Πληροφορικής (ιεραρχική δόμηση προγράμματος, δομές δεδομένων, ορισμός μεταβλητών, αναδρομές συναρτήσεις, κ.ο.κ). Μέσα από τη γλώσσα Logo αναδεικνύεται ο κονστрукτιβιστικός τρόπος δόμησης της γνώσης γιατί μέσα από απλές διαδικασίες μπορούμε να κατασκευάσουμε άλλες πιο σύνθετες. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται χρήση της επαγωγικής σκέψης, απαραίτητο στοιχείο της μαθηματικής γνώσης.

Μέσα από το περιβάλλον της χελώνας, γίνεται βιωματική σύνδεση η κατασκευή και διερεύνηση γεωμετρικών κατασκευών από πολύ μικρές ηλικίες, π.χ. με τα σύνθετα γεωμετρικά σχήματα από πιο απλά σχήματα αναπτύσσεται επίσης η επικοινωνία και η συνεργατική μάθηση ανάμεσα στους μαθητές λόγω της διακριτής δομής των προγραμμάτων. Το περιβάλλον του MicroWorlds Pro είναι ιδιαίτερα ελκυστικό αφού προσφέρει έναν πολυμεσικό περιβάλλον που μπορεί να υποστηρίξει την ανάπτυξη

συνθετικών εργασιών σε πολλά διαφορετικά μαθήματα (Μαθηματικά, Φυσική, Χημεία, Βιολογία κα). Μπορεί να χρησιμοποιηθεί από όλες τις βαθμίδες εκπαίδευσης καθώς επίσης μπορούμε μέσα από τα εργαλεία που προσφέρονται από τα μενού οι διάφοροι τύποι χελωνών να διαχειριστούμε τα προγραμματιζόμενα αντικείμενα. Εξάλλου η διαχείριση των προγραμματιζόμενων αντικειμένων και την κίνησή τους στην οθόνη σε διάφορα επίπεδα διαστρωμάτωσης κάνουν πιο γνήσιες αυθεντικές προσομοιώσεις. Άλλωστε, αυτή είναι και η βασική ιδιότητα του περιβάλλοντος του MicroWorlds Pro, η δημιουργία δηλαδή και αναπαραγωγή πολυμεσικών σεναρίων αποτελούμενα από προγραμματιζόμενα αντικείμενα.

### 6.4.7 MODELUS

The screenshot shows the Modelus software interface with the following components:

- Mathematical Model:**

```

angle = omega * t
x = R * cos( angle )
y = R * sin( angle )
R = 100
omega = 60

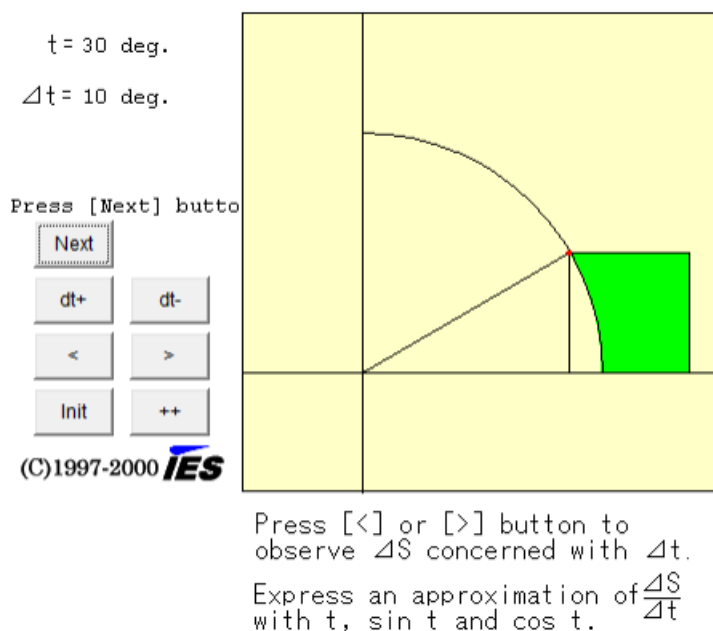
```

Write a model, using functions, differential equations or iterations...
- Graph:** A 2D plot showing a sine wave. The x-axis ranges from 0.00 to 15.00, and the y-axis ranges from -200.00 to 1000.00. A yellow box says: "Visualize one or more quantities on a graph and, or, on a table".
- Table:** A data table with columns for time (t), angle, x, y, and velocity (v). The table contains 24 rows of data points.
- Animation:** A circle with radius R = 100.00 and center at (50.00, 0.00). A yellow box says: "Make an animation using the model...".
- Notes:** A text area at the bottom left.
- Timeline:** A slider at the bottom right showing t = 13.00, with a range from 0.00 to 30.00.

Είναι λογισμικό που αναπτύχθηκε στο Πανεπιστήμιο Λισαβόνας της Πορτογαλίας ,ένα ισχυρό εργαλείο, ιδιαίτερα χρήσιμο για τη διδασκαλία των θετικών επιστημών.. Είναι ιδανικό για μοντελοποίηση, πειραματισμό και προσομοίωση, απαραίτητο για την ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων και την επεξεργασία τους μέσα από γραφικές παραστάσεις, πίνακες και animations..Είναι ένα δυναμικό εργαλείο για διαλογική κατασκευή και διερεύνηση μαθηματικών μοντέλων, το οποίο δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να κατασκευάζουν, να προσομοιώνουν και να αναλύουν μοντέλα με διαλογικό τρόπο Μπορεί να υποστηρίξει μία πληθώρα μαθημάτων κυρίως θετικών επιστημών όπως τα Μαθηματικά, Φυσική, Χημεία και Βιολογία αλλά και οικονομικών επιστημών. Τα μαθηματικά μοντέλα, όπου ο μαθητής μπορεί να τα γράφει στην περιοχή εργασίας με την μορφή εξισώσεων ή ορισμών, επεξεργάζονται από το λογισμικό μέσα από γραφικές παραστάσεις, πίνακες τιμών, animations και

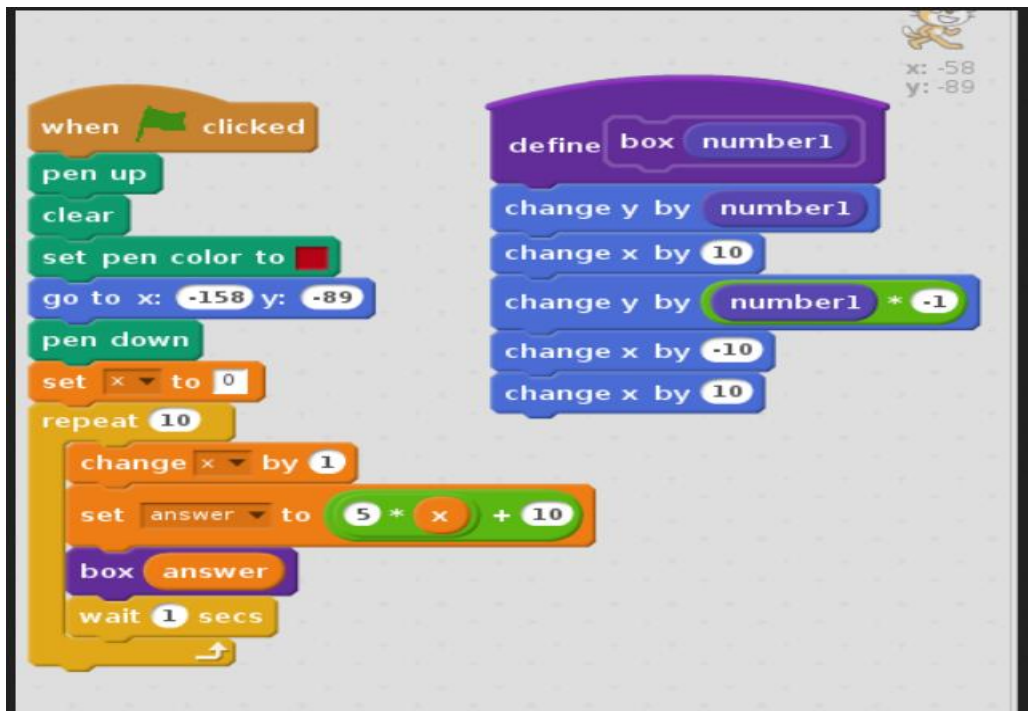
αναπαράσταση της εξέλιξης του φαινομένου που περιγράφει το εξεταζόμενο μαθηματικό μοντέλο.

#### 6.4.8 ΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ JAVA APPLETS



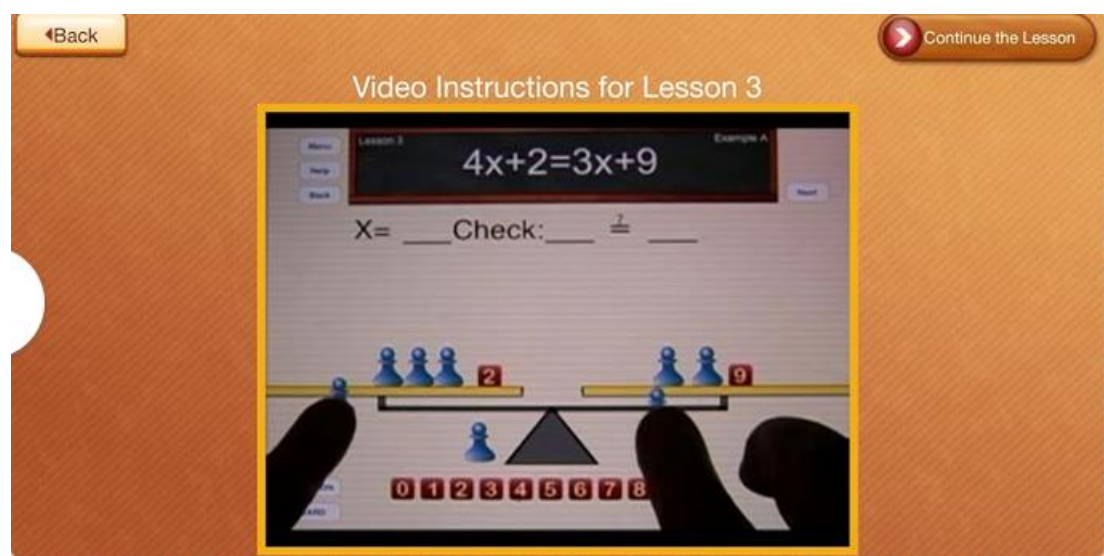
Με την γλώσσα αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού Java μπορούμε να κατασκευάσουμε εφαρμογές που κάνουν προσομοίωση διαφόρων φυσικών καταστάσεων. Μεταφέρονται τα Java Applets μέσω διαδικτύου από τον Server στο Client όπου μπορούν να τρέξουν σε διάφορα περιβάλλοντα λειτουργικών συστημάτων (Windows, Macintosh, UNIX, LINUX κα.). Μπορούμε να πετύχουμε κίνηση, εφέ και διαδραστικές ασκήσεις. Παράλληλα, μεταβάλλοντας ο χρήστης κάποιες παραμέτρους μπορεί να χρησιμοποιήσει ένα Java Applets σαν πείραμα ή διερεύνηση μαθηματικών σχέσεων και μοντέλων και να παρατηρεί τα αποτελέσματα επί της οθόνης. Τα Java Applets είναι φιλικά προς τους μαθητές, συνεπώς δεν απαιτείται να καταναλώσουν χρόνο για να μάθουν την λειτουργία του ψηφιακού εργαλείου και μπορούν άμεσα να εμπλακούν στην κατασκευή μαθηματικών νοημάτων μέσα από την προσομοίωση διαφόρων πειραμάτων. Ένα καλοσχεδιασμένο Java Applets παρέχει αλληλεπιδραστικό περιβάλλον για το μαθητή και πρέπει να έχει υπόψη κάποια παιδαγωγική θεωρία και το επίπεδο γνώσεων των μαθητών που απευθύνεται.

### 6.4.9 SCRATCH



Το Scratch είναι ένα περιβάλλον προγραμματισμού που βασίζεται σε μπλοκ, επιτρέποντας την εύκολη δημιουργία κινουμένων σχεδίων, διαδραστικών αφηγήσεων και τον προγραμματισμό απλών 2D παιχνιδιών. Υποστηρίζει την εισαγωγή και επεξεργασία γραφικών και ήχου, περιλαμβάνοντας και εργαλεία ηχογράφησης και ζωγραφικής. Επιπλέον, επιτρέπει το μοίρασμα έργων στον ιστότοπο του Scratch και στην κοινότητα χρηστών που έχει δημιουργηθεί, παρέχοντας κίνητρα και ευκαιρίες για μάθηση από τους άλλους. Το Scratch είναι μια διερμηνεύσιμη δυναμική οπτική γλώσσα προγραμματισμού βασισμένη και υλοποιημένη σε Squeak. Όντας δυναμική, επιτρέπει σε αλλαγές του κώδικα ακόμη και κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης των προγραμμάτων. Έχει ως στόχο τη διδασκαλία εννοιών προγραμματισμού σε παιδιά και εφήβους και να τους επιτρέψει να δημιουργήσουν παιχνίδια, βίντεο και μουσική. Μπορεί να μεταφορτωθεί δωρεάν και χρησιμοποιείται σε μια ευρεία ποικιλία δράσεων εντός και εκτός του σχολείου ανά τον κόσμο. Το όνομα Scratch παραπέμπει στην τεχνική του *scratching* στα παλαιά πικάπ, και αναφέρεται τόσο στη γλώσσα όσο και στην υλοποίησή της. Η ομοιότητα προς το *scratching* στη μουσική είναι η εύκολη επαναχρησιμοποίηση κομματιών: στο Scratch όλα τα αλληλεπιδραστικά αντικείμενα, γραφικά και ήχοι μπορούν εύκολα να εισαχθούν σε ένα νέο πρόγραμμα και να συνδυαστούν με νέους τρόπους. Έτσι οι αρχάριοι μπορούν να λάβουν γρήγορα αποτελέσματα και αποκτούν κίνητρο να προσπαθήσουν περαιτέρω..

### 6.4.10 HANDS-ON EQUATIONS



Hands-On Equations είναι μια μεγάλη εφαρμογή για να εισαγάγει άλγεβρα σε παιδιά πρωτοβάθμιας και μέσης σχολικής ηλικίας. Αποτελείται από έξι μαθήματα και ένα μάθημα επανεξέτασης. Υπάρχουν περισσότερες από 80 εξισώσεις για να απολαύσετε και να λύσετε και τα παιδιά θα έχουν σίγουρα τη διασκέδαση και η αίσθηση της αυτοεκτίμησης θα αυξηθεί καθώς μαθαίνουν εξισώσεις. Οι μαθητές που χρειάζονται βοήθεια με την άλγεβρα θα επωφεληθούν από τις Hands-On Equations. Αυτή η εφαρμογή μπορεί να διδάξει τα παιδιά να κατανοήσουν τις βασικές έννοιες της άλγεβρας που τους κράτησαν πίσω. Hands-On Equations έχει σχεδιαστεί για να φιλοξενεί πολλαπλούς χρήστες ενώ παρακολουθεί τα προβλήματα που επιλύονται από κάθε χρήστη. Με άλλα λόγια, μπορεί να χρησιμοποιηθεί από πολλαπλά μέλη μιας οικογένειας ταυτόχρονα. .

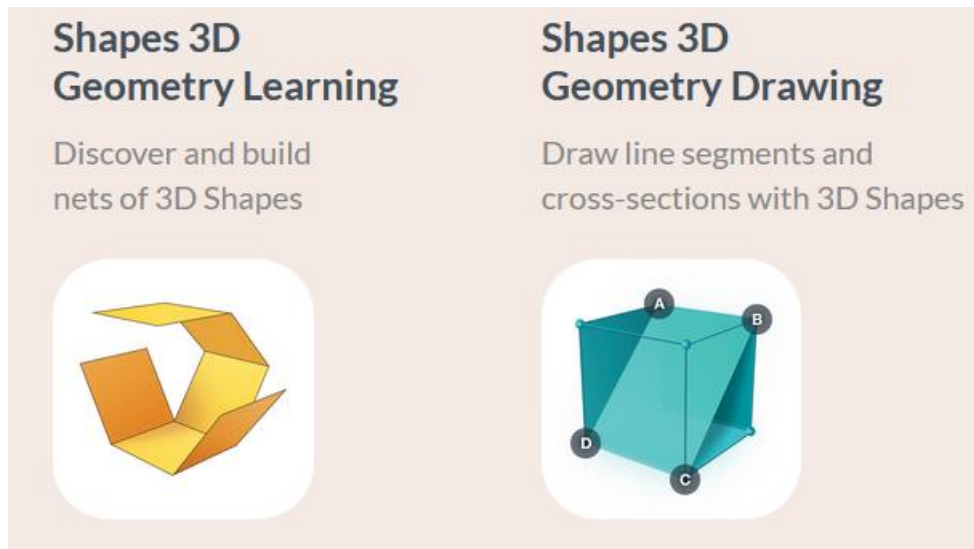
### 6.4.11 ALGEBRA TOUCH



## Algebra Touch

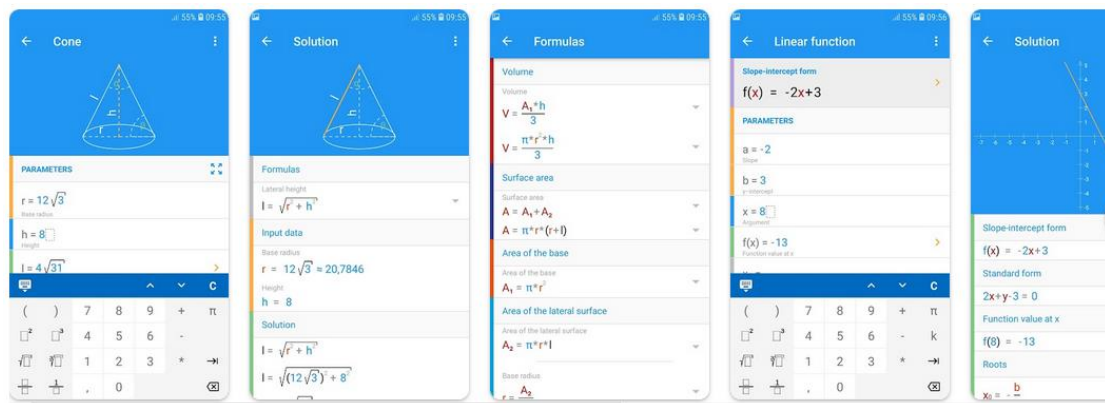
Κάτι τρέχει με την Άλγεβρα; Αισθάνεσαι ότι το μυαλό σου έχει αρχίσει να ξεχνάει τις αγαπημένες εξισώσεις; Με την εφαρμογή Algebra Touch θα φρεσκάρεις τις γνώσεις σου, απολαμβάνοντας τα υπέροχα εννοιολογικά άλματα της άλγεβρας, χωρίς τους περιορισμούς των παραδοσιακών μεθόδων εκμάθησης.

### 6.4.12 SHAPES 3D



Θέλεις να εξερευνήσεις το συναρπαστικό κόσμο των τρισδιάστατων σχημάτων όπως τα πρίσματα και τις πυραμίδες; Έχεις ιδέα τι είναι τα Πλατωνικά στερεά ή τα στερεά από περιστροφή όπως η σφαίρα και ο κώνος; Με την εφαρμογή Shapes 3D, μπορείς να ξεκινήσεις από τα απλούστερα και να εξερευνήσεις σταδιακά τα πιο περίπλοκα, να δημιουργήσεις τα δικά σου γεωμετρικά σχήματα από το μηδέν και να τα ψηλαφίσεις μέσω επαυξημένης πραγματικότητας ή αν είσαι πιο παραδοσιακός να τα εκτυπώσεις και να τα συναρμολογήσεις.

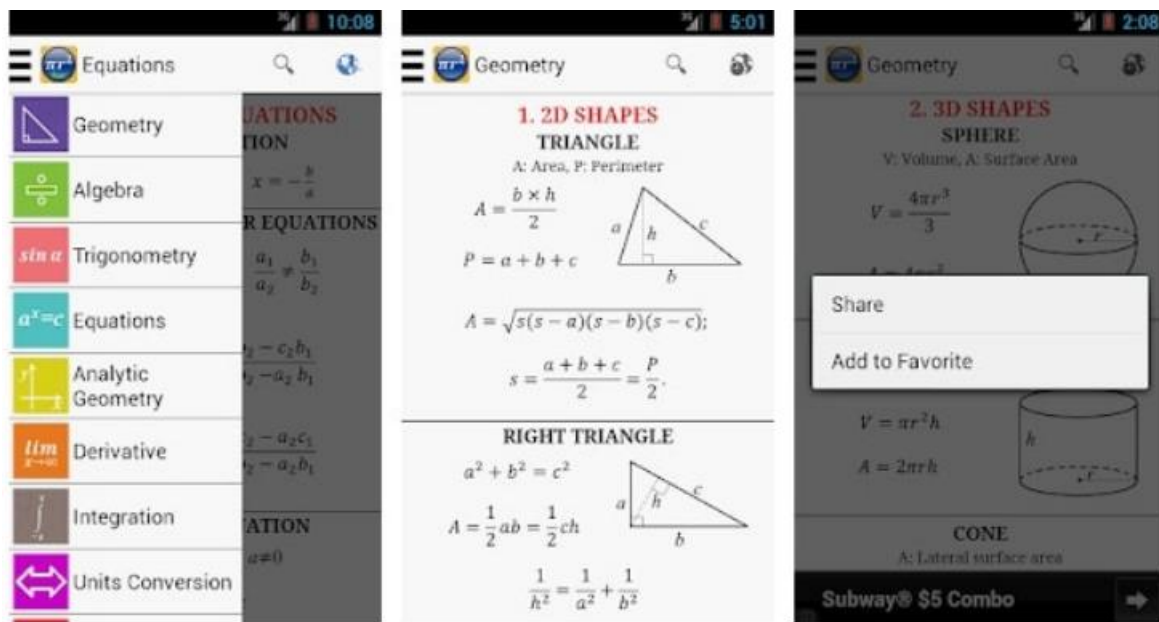
### 6.4.13 MATH STUDIO



Η εφαρμογή MathStudio, αποτελεί μια πλήρη επιστημονική αριθμομηχανή με εκατοντάδες μαθηματικές συναρτήσεις που καλύπτουν από βασικά μαθηματικά και τριγωνομετρία μέχρι λογισμούς και στατιστική. Έχει επίλυση εξισώσεων, ολοκληρώματα, υπολογισμούς παραγώγων και γραφήματα.

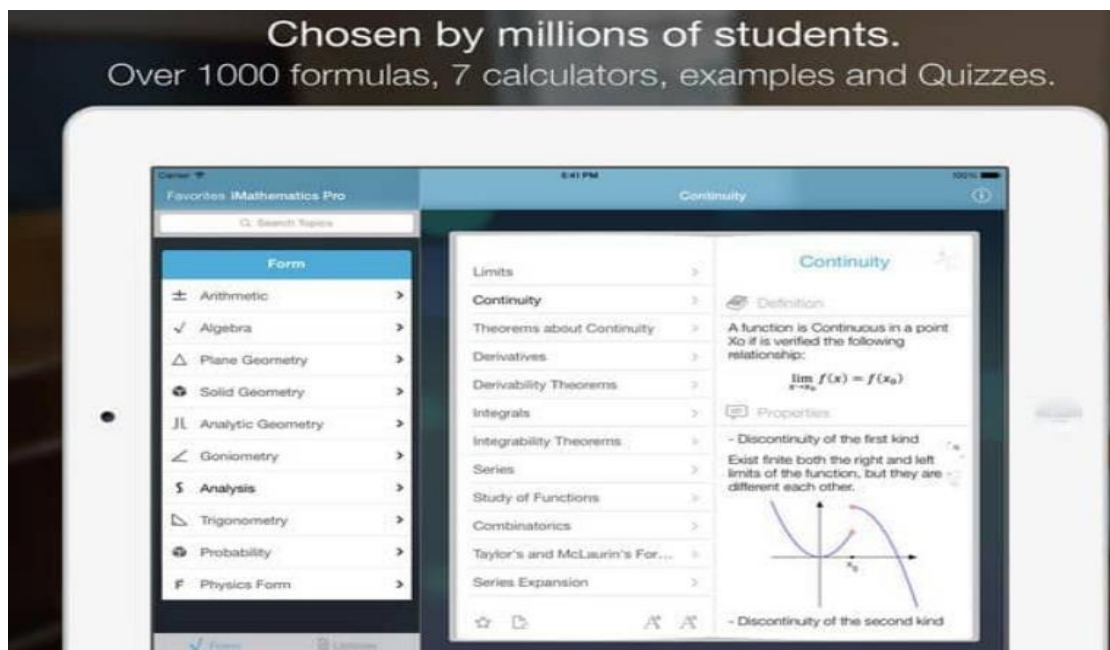


#### 6.4.14 MATH FREE FORMULA



Όπως δηλώνει το όνομα, το Math Formula είναι δωρεάν. Αυτή η εφαρμογή θα σας παρέχει κάθε τύπο από την πρωτοβάθμια έως τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Μαζί με τον τύπο, θα λάβετε την κατάλληλη εξήγηση για το πώς προκύπτει αυτός ο τύπος. Μπορείτε ακόμη και να δημιουργήσετε τους δικούς σας τύπους εάν δεν βρείτε τύπο στην εφαρμογή για να τον υπενθυμίσετε. Η εφαρμογή υποστηρίζει διαφορετικές γλώσσες. Επομένως, ο μαθητής δεν θα υποφέρει από κανένα γλωσσικό πρόβλημα. Επιπλέον, μπορείτε να μοιραστείτε τις προσαρμοσμένες φόρμουλες σας στα μέσα κοινωνικής δικτύωσης. Οι μέγιστες μορφές θεμάτων καλύπτονται πιθανώς σε αυτήν την εφαρμογή.

#### 6.4.15 iMATHEMATICS



Το iMathematics μπορεί να μοιάζει με προϊόν της Apple, αλλά στην πραγματικότητα είναι μια εφαρμογή επίλυσης εξισώσεων. Είναι σαν τον μεγάλο αδερφό της ήδη υπάρχουσας εφαρμογής που είναι γνωστή ως Photomath. Μπορεί να λύσει εύκολα εξισώσεις. Μπορείτε επίσης να μάθετε διάφορα μαθηματικά κόλπα και τεχνικές από τη μονάδα εκμάθησης που παρέχεται στον πίνακα ελέγχου της εφαρμογής. Το μόνο που έχετε να κάνετε είναι να εισαγάγετε την εξίσωση στο πλαίσιο και θα έχετε μια λυμένη απάντηση σε χρόνο μηδέν.

## 6.5 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΗΤΗΣ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗΣ

Η Τεχνητή Νοημοσύνη (AI) αλλάζει το παιχνίδι σε πολλούς τομείς, συμπεριλαμβανομένων των μαθηματικών. Με τις εφαρμογές επίλυσης μαθηματικών που λειτουργούν με AI, η επίλυση εφαρμογές παρέχουν περισσότερα από απλές απαντήσεις. Αναλύουν τη βασική αριθμητική σε προηγμένα προβλήματα λογισμού, προσφέροντας λύσεις βήμα προς βήμα. Αυτή η προσέγγιση βοηθά στην οικοδόμηση μιας βαθύτερης κατανόησης των μαθηματικών εννοιών, ενισχύοντας την επίλυση προβλημάτων και τις μαθηματικές ικανότητες.

θα εξερευνήσουμε τις καλύτερες εφαρμογές επίλυσης μαθηματικών τεχνητής νοημοσύνης που είναι διαθέσιμες σήμερα. Αυτά τα εργαλεία χρησιμοποιούν προηγμένους αλγόριθμους, χειρίζονται μια σειρά από μαθηματικά θέματα και παρέχουν διαδραστικά γραφήματα, μετατρέποντας τους μαθηματικούς αγώνες σε παρελθόν.

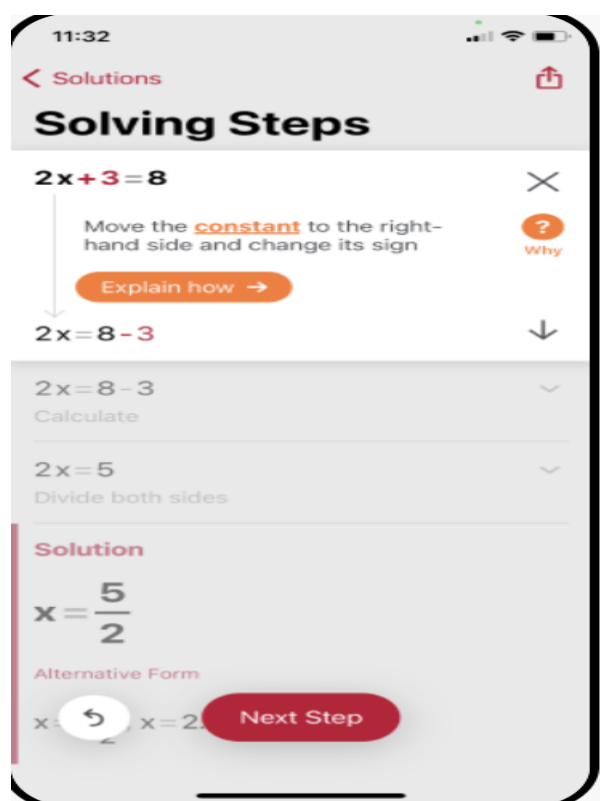
### 6.5.1 SMODIN OMNI



Το Smodin Omni, ένας λύτης μαθηματικών που βασίζεται σε AI, είναι μια προηγμένη λύση για πολύπλοκα μαθηματικά προβλήματα. Σχεδιασμένο με μια εξελιγμένη αλγοριθμική προσέγγιση, εξοικονομεί σημαντικό χρόνο και ενισχύει την ακαδημαϊκή σας απόδοση παρέχοντας ακριβείς λύσεις με συνέπεια. Το Smodin Omni βοηθά μαθητές γυμνασίου και πανεπιστημίου να ξεπεράσουν δύσκολα μαθηματικά

προβλήματα. Οι προηγμένοι αλγόριθμοι ερμηνεύουν και λύνουν μαθηματικά προβλήματα με ταχύτητα και ακρίβεια, αντικαθιστώντας τη συνηθισμένη απογοήτευση και σύγχυση που σχετίζεται με την εργασία των μαθηματικών. Όσον αφορά την προετοιμασία για τις εξετάσεις, ο Smodin Omni αποδεικνύεται ένας ανεκτίμητος βοηθός. Δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να εξασκηθούν στην επίλυση προβλημάτων και να αναθεωρήσουν κρίσιμες έννοιες, διασφαλίζοντας ολοκληρωμένη ετοιμότητα για εξετάσεις. Το Smodin Omni υπερβαίνει την απλή προσφορά λύσεων. Παρέχει καθοδήγηση βήμα προς βήμα, βελτιώνοντας την κατανόηση των υποκείμενων εννοιών και εφαρμόζοντας αυτήν την κατανόηση σε μελλοντικές εργασίες. Παρέχει γρήγορες, ακριβείς λύσεις, επιτρέποντας την ολοκλήρωση των εργασιών πιο αποτελεσματικά. Ως εκ τούτου, διευκολύνει την καλύτερη διαχείριση του χρόνου και προωθεί πιο υγιεινές συνήθειες μελέτης. Το Smodin Omni είναι κάτι περισσότερο από λύτης μαθηματικών – είναι ένα εργαλείο για το ξεκλείδωμα του ακαδημαϊκού δυναμικού. Παρέχοντας με συνέπεια ακριβείς λύσεις και προωθώντας τη βαθύτερη κατανόηση των μαθηματικών εννοιών, ανοίγει το δρόμο για την ακαδημαϊκή επιτυχία.

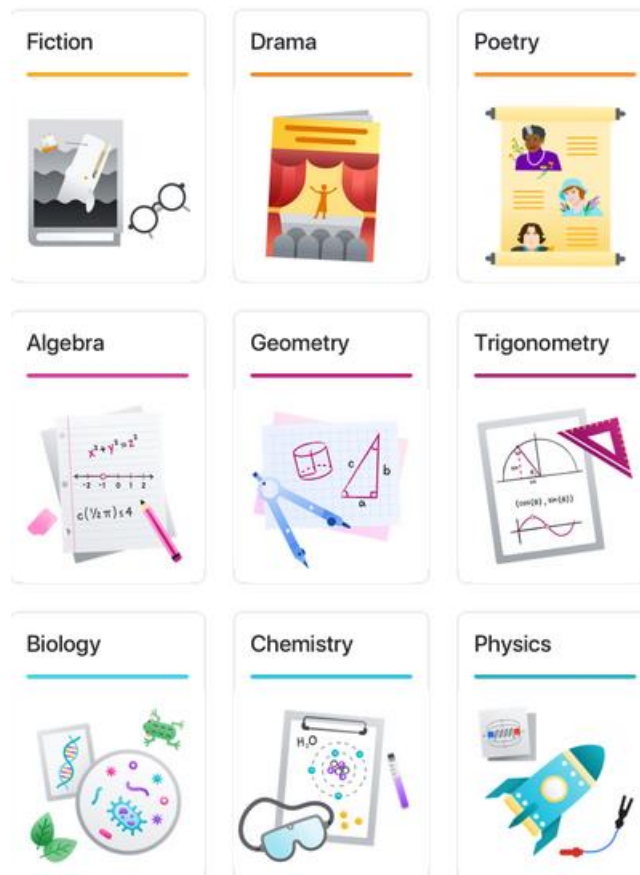
### 6.5.2 PHOTOMATH



Το Photomath, μια εφαρμογή με τεχνητή νοημοσύνη, παρέχει μια νέα προσέγγιση στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Επιτρέπει στους χρήστες να τραβήξουν μια φωτογραφία ενός μαθηματικού προβλήματος και, στη συνέχεια, η εφαρμογή παρέχει αμέσως μια λύση βήμα προς βήμα. Καλύπτοντας μια σειρά μαθηματικών θεμάτων από την αριθμητική έως τον λογισμό, είναι μια ανεκτίμητη πηγή για

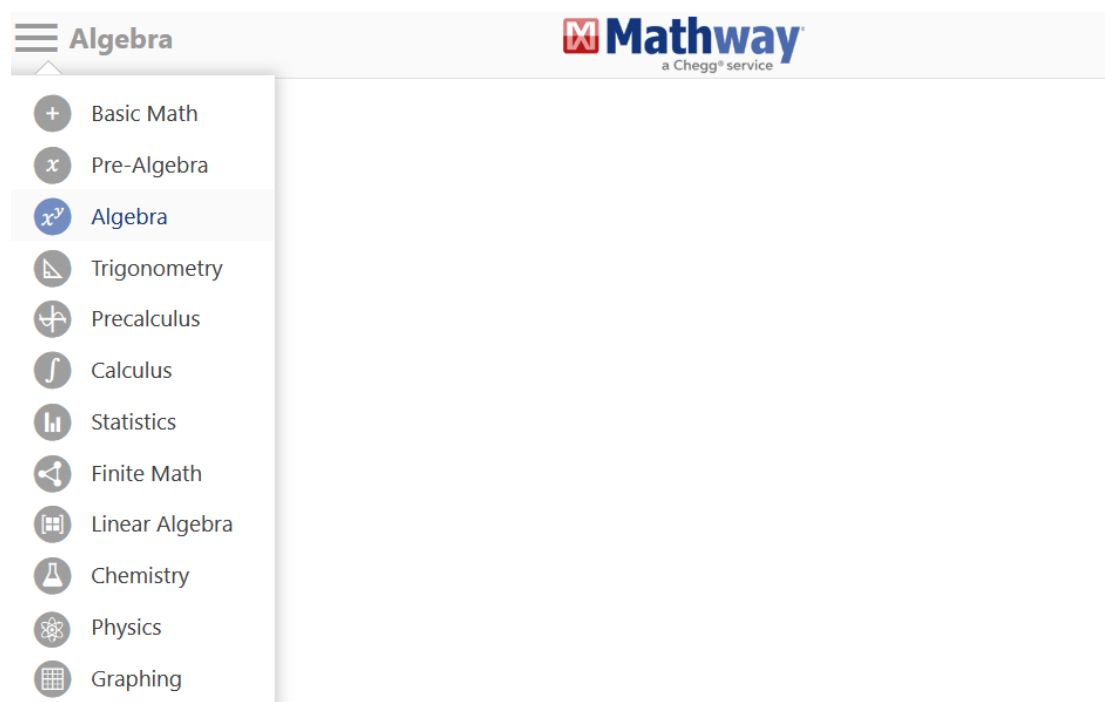
μαθητές, γονείς και δασκάλους. Η φιλική προς το χρήστη διεπαφή του Photomath το καθιστά μια προτιμώμενη επιλογή για όσους αναζητούν βοήθεια στα μαθηματικά.

### 6.5.3 SOCRATIC ΑΠΟ ΤΗΝ GOOGLE



Το Socratic, που υποστηρίζεται από την Google, προσφέρει μια πλούσια πλατφόρμα για μαθητές που χρειάζονται βοήθεια για την εργασία. Η δύναμη της εφαρμογής έγκειται στην παροχή επεξηγήσεων βήμα προς βήμα για μαθηματικά προβλήματα, σε θέματα από τη βασική αριθμητική έως τον προηγμένο λογισμό. Επιπλέον, περιέχει βίντεο, ορισμούς και χρήσιμους συνδέσμους, προσφέροντας ένα ολοκληρωμένο εκπαιδευτικό εργαλείο που όχι μόνο λύνει προβλήματα αλλά βοηθά επίσης τους μαθητές να κατανοήσουν τη διαδικασία.

### 6.5.4 MATHWAY





Το Mathway, που αναπτύχθηκε από την Chegg, είναι ένα διαδικτυακό εργαλείο επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων που αξιοποιεί την τεχνητή νοημοσύνη για να βοηθήσει τους μαθητές. Είτε πρόκειται για άλγεβρα, λογισμό ή τριγωνομετρία, οι δυνατότητες ΑΙ της Mathway προσφέρουν λύσεις βήμα προς βήμα, ενισχύοντας την κατανόηση των μεθοδολογιών επίλυσης προβλημάτων. Είναι ένα αξιόπιστο εργαλείο για μαθητές που χρειάζονται πρόσθετη υποστήριξη με την εργασία τους στα μαθηματικά.


### 6.5.5 WOLFRAM ALPHA



Το Wolfram Alpha αναπτύχθηκε από τον Βρετανό φυσικό Stephen Wolfram (γνωστός από το πακέτο mathematica) και τους συνεργάτες του, με σκοπό τη δημιουργία μιας εφαρμογής που θα προσφέρει άμεση απάντηση σε «οποιοδήποτε ερώτημα». Αν π.χ. εισάγετε το όνομα μιας χώρας ή πόλης, θα δείτε στοιχεία για τον πληθυσμό, την έκταση ή ακόμα και τον καιρό. Αν γράψετε μια μαθηματική πράξη ή εξίσωση θα δείτε το αποτέλεσμα της και το σχετικό γράφημα. Αν δώσετε κάποιον επιστημονικό όρο, θα δείτε όλα τα σχετικά στοιχεία. Το Wolfram Alpha είναι μια ολοκληρωμένη μηχανή υπολογιστικής γνώσης που χρησιμοποιεί τεχνητή νοημοσύνη

για την αντιμετώπιση πραγματικών ερωτημάτων σε πολλά θέματα, συμπεριλαμβανομένων των μαθηματικών.

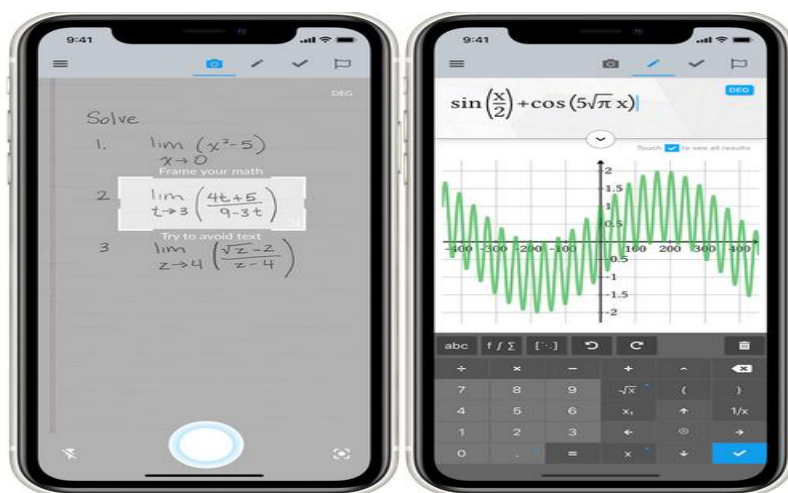
 Browse Examples 

**MATHEMATICS** 

- Elementary Math
- Algebra
- Geometry
- Plotting & Graphics
- Calculus & Analysis
- Differential Equations
- Statistics
- Mathematical Functions
- Numbers
- Linear Algebra
- Famous Math Problems
- Number Theory
- Applied Mathematics
- Trigonometry
- Probability
- Complex Analysis
- Logic & Set Theory
- Discrete Mathematics
- Mathematical Definitions
- ALL »

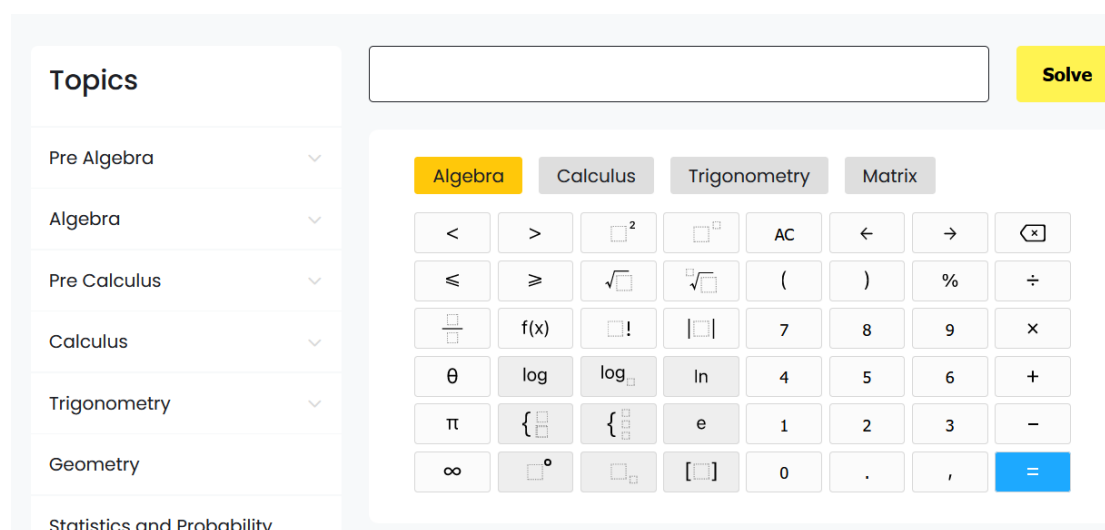
Ξεχωρίζει για την ικανότητά του να λύνει σύνθετα μαθηματικά προβλήματα και συναρτήσεις γραφημάτων, παρέχοντας λύσεις βήμα προς βήμα για να βοηθήσει τους μαθητές να κατανοήσουν τις υποκείμενες έννοιες. Με την πρόσβασή του σε ένα τεράστιο αποθετήριο μαθηματικών εννοιών, τύπων και εξισώσεων, το Wolfram Alpha είναι ένα ανεκτίμητο εργαλείο για κάθε σπουδαστή μαθηματικών που θέλει να διαπρέψει στις σπουδές του.

### 6.5.6 MAPLE CALCULATOR



Αξιοποιεί τη δύναμη της τεχνητής νοημοσύνης για να παρέχει γρήγορες λύσεις σε πολύπλοκα μαθηματικά προβλήματα. Σχεδιασμένο με μια σειρά προηγμένων συναρτήσεων, εργαλείων γραφημάτων και λύσεων βήμα προς βήμα, χειρίζεται τα πάντα, από αλγεβρικές εξισώσεις μέχρι λογισμό και τριγωνομετρία. Το εργαλείο προσφέρει επίσης μια συναρπαστική σειρά εκπαιδευτικών παιχνιδιών και παζλ για τη βελτίωση της μαθησιακής εμπειρίας. Είναι ένα εξαιρετικό εργαλείο AI για μαθητές που θέλουν να βελτιώσουν τις μαθηματικές τους δεξιότητες.

### 6.5.7 CAMERAMATH



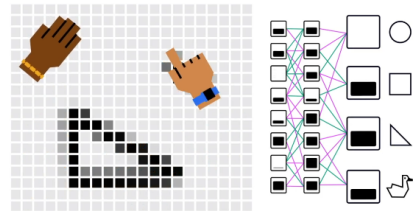
Το CameraMath, μια εφαρμογή για κινητά με τεχνητή νοημοσύνη, προσφέρει μια ολοκληρωμένη λύση για μαθητές μαθηματικών. Τα ξεχωριστά χαρακτηριστικά του περιλαμβάνουν Ask Tutors, Math Bank, Calculators και Math Solver. Με τη λειτουργία Math Solver, η εφαρμογή χρησιμοποιεί AI για την επίλυση σύνθετων μαθηματικών προβλημάτων και προσφέρει λύσεις βήμα προς βήμα. Το CameraMath είναι ένα εξαιρετικό εργαλείο AI για μαθητές που πρέπει να διαπρέψουν στις σπουδές τους στα μαθηματικά.

## 6.5.8 BRILLIANT

### The best way to learn math and computer science

Guided interactive problem solving that's effective and fun. Master concepts in 15 minutes a day.

Get started



Math



Data Analysis



Computer Science



Programming



Science & Engineering

Το Brilliant, μια πλατφόρμα εκπαίδευσης μαθηματικών με τεχνητή νοημοσύνη, βοηθά τους μαθητές να μάθουν μαθηματικές έννοιες και στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων. Με τους αλγόριθμους AI, το Brilliant παρέχει εξατομικευμένη ανατροφοδότηση με βάση την πρόοδο του κάθε μαθητή, επιτρέποντας στους μαθητές να μαθαίνουν με το ρυθμό τους. Σε αντίθεση με τα παραδοσιακά εργαλεία, το Brilliant εστιάζει στη διδασκαλία των αρχών των μαθηματικών, καθιστώντας το ένα ανεκτίμητο εργαλείο για κάθε μαθητή μαθηματικών.

## 6.5.9 MICROSOFT MATH SOLVER

Microsoft | Math Solver

Solve Play Practice Download

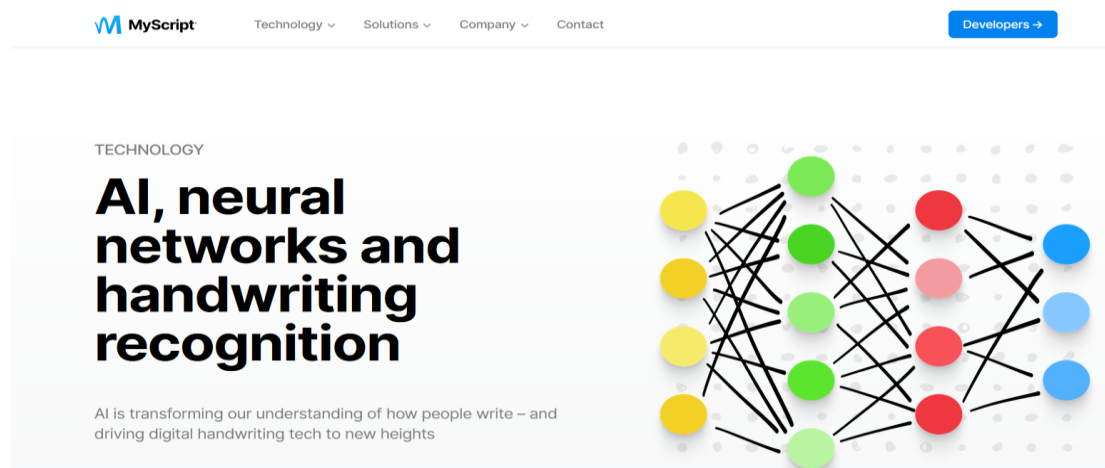
The screenshot shows the Microsoft Math Solver interface. At the top, there is a search bar with the input  $9! = 362880$  and a "Solve" button. Below the search bar, there is a navigation menu on the left with "Topics" (Pre-Algebra, Algebra, Trigonometry, Calculus) and "Calculators" (Algebra Calculator, Trigonometry Calculator, Calculus Calculator, Matrix Calculator). The main area displays the result of the calculation:  $9! = 362880$  with a green checkmark. Below this, there is a "View solution steps" button. The "Factor" section shows the prime factorization:  $2^7 \times 3^4 \times 5 \times 7$  with a green checkmark. On the right, there is an "Examples" section with three examples: "Quadratic equation" ( $x^2 - 4x - 5 = 0$ ), "Trigonometry" ( $4 \sin \theta \cos \theta = 2 \sin \theta$ ), and "Linear equation" ( $y = 3x + 4$ ). At the bottom, there is an "Arithmetic" example:  $699 * 533$ .

Το Microsoft Math Solver χρησιμοποιεί τεχνολογία AI για να παρέχει μια ευέλικτη πλατφόρμα για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Προσφέρει λύσεις βήμα



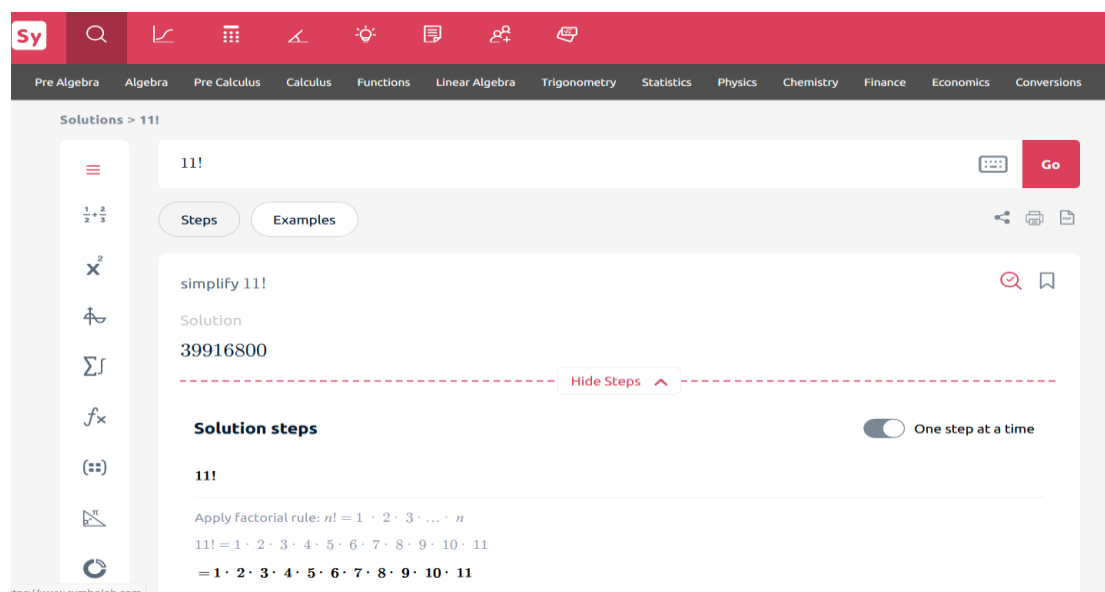
προς βήμα και οπτικά βοηθήματα για τη βελτίωση της κατανόησης και την επίλυση προβλημάτων από τη βασική αριθμητική έως τον προηγμένο λογισμό. Η ικανότητα αναγνώρισης χειρόγραφων μαθηματικών προβλημάτων επιτρέπει στους μαθητές να διασταυρώνουν τη χειρωνακτική εργασία τους, καθιστώντας το ένα φιλικό προς τον χρήστη εργαλείο για μαθητές μαθηματικών.

### 6.5.10 MYSCRIPT



Το MyScript είναι μια καινοτόμος εφαρμογή που χρησιμοποιεί αλγόριθμους μηχανικής μάθησης για να ερμηνεύει χειρόγραφες μαθηματικές εκφράσεις και να παρέχει ανατροφοδότηση σε πραγματικό χρόνο. Αυτή η εφαρμογή συνδυάζει την ευκολία της ψηφιακής λήψης σημειώσεων με την ακρίβεια επίλυσης μαθηματικών με τεχνητή νοημοσύνη. Το MyScript είναι ένα απαραίτητο εργαλείο για μαθητές που χρειάζονται βοήθεια με την εργασία τους στα μαθηματικά.

### 6.5.11 SYMBOLAB



Το Symbolab είναι μια εφαρμογή επίλυσης μαθηματικών με τεχνητή νοημοσύνη που προσφέρει μια ποικιλία από αριθμομηχανές και εργαλεία επίλυσης προβλημάτων. Τα ολοκληρωμένα χαρακτηριστικά του βοηθούν τους μαθητές να κατακτήσουν δύσκολες έννοιες και να χτίσουν εμπιστοσύνη στις μαθηματικές τους ικανότητες. Το Symbolab είναι ένα πολύτιμο εργαλείο AI για μαθητές που θέλουν να διαπρέψουν στα μαθηματικά.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

### 7.1 ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ Ε CLASS ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΣΤΗΝ Α΄ ΚΑΙ Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Δημιουργήθηκε ένα μάθημα στο e-class σαν παράδειγμα για τη βοήθεια που μπορεί να δώσει σε ένα εκπαιδευτικό η πλατφόρμα, για τη διδασκαλία των εξισώσεων στην Α΄ και Β΄ γυμνασίου. Πρόσβαση στο μάθημα έχουν μόνο όσοι βρίσκονται στη Λίστα Χρηστών του μαθήματος. Η μορφή του είναι δομημένη σε ενότητες εβδομαδιαίες και θεματικές και αποτελείται από τις παρακάτω ενότητες:

Ενότητες  

**1) ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ( Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )**  

Η επίλυση εξίσωσης εδώ γίνεται με χρήση του ορισμού των πράξεων και οι εξισώσεις περιορίζονται σε αυτές που έχουν τον άγνωστο μόνο στο ένα μέλος.

Οι εξισώσεις:  $a+x=b$ ,  $x-a=b$ ,  $a-x=b$ ,  $a-x=b$ ,  $a-x=b$  και  $x:a=b$

**2) ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ( Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )**  

Πρέπει να δοθεί έμφαση στην παραγωγή αλγεβρικών παραστάσεων που εκφράζουν ένα πρόβλημα ή μια κατάσταση και οδηγούν σε εξισώσεις. Τέτοιες απλές διαδικασίες μοντελοποίησης δίνουν νόημα στην εισαγωγή της άλγεβρας και υποστηρίζουν την ανάπτυξη ικανοτήτων επίλυσης προβλήματος.

**3) ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ( Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )**  

Στην ενότητα αυτή θα περιγράψουμε ορισμένα βασικά βήματα που ακολουθούμε στην επίλυση προβλημάτων με τη βοήθεια των εξισώσεων.

#### 4) ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ - Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ( Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )



Στόχος είναι η εξοικείωση των μαθητών με διαδικασίες αλγεβρικής μοντελοποίησης οι οποίες δίνουν νόημα στην άλγεβρα αλλά μπορούν να υποστηρίξουν και την κατανόηση των διαδικασιών (όπως για παράδειγμα την επιμεριστική ιδιότητα). Επιπρόσθετα, οι μαθητές θα πρέπει να εμπλακούν σε δραστηριότητες που θα δίνουν νόημα στις αναγωγές ομοίων όρων και τις απλοποιήσεις αλγεβρικών παραστάσεων με χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας.

#### 5) ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Α ΒΑΘΜΟΥ ( Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )



Στις εξισώσεις ο χωρισμός γνωστών από άγνωστους να μην γίνεται από την αρχή με τον πρακτικό κανόνα «αλλάζω μέλος – αλλάζω πρόσημο», που μοιάζει μαγικός στο μαθητή και τον οδηγεί σε μηχανιστικούς και άνευ νοήματος χειρισμούς, αλλά με βάση τις ιδιότητες των πράξεων.

#### 6) ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ (Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )



Τα προβλήματα είναι η σημαντικότερη αφετηρία δημιουργίας και επίλυσης εξισώσεων στο πλαίσιο της διδασκαλίας του Γυμνασίου. Η υποστήριξη των μαθητών ώστε να εμπλακούν επιτυχώς με αυτά είναι σημαντικός στόχος.

#### 7) Μαθηματικά παιχνίδια για την τάξη



Για να αποφύγετε τα βαρετά μαθηματικά παιχνίδια, ακολουθεί μια λίστα με 10 **μαθηματικά παιχνίδια στην τάξη!** Αυτά μπορεί να είναι υπέροχα παγοθραυστικά, εγκεφαλικά διαλείμματα ή διασκεδαστικό παιχνίδι αν έχετε λίγο ελεύθερο χρόνο.

#### 8 ) ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ



Εδώ θα βρείτε εφαρμογές , μικροπειράματα από το Φωτόδεντρο που θα σας βοηθήσουν να κατανοήσετε τις εξισώσεις καλύτερα.

## 9) ΒΙΒΛΙΑ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ



Ο **κόσμος των μαθηματικών** φαντάζει ως ένα σύμπαν ερμητικά κλειστό για τους μη μυημένους. Η μόδα όμως της «**μαθηματικής λογοτεχνίας**», συνέβαλε ώστε να ανατραπεί αυτό το στερεότυπο: όσοι δεν έχουν καλή σχέση με τους αριθμούς, μικροί και μεγάλοι, μπορούν να απολαύσουν ένα μαθηματικό μυθιστόρημα ή ένα βιβλίο που συμβάλει στην κατανόηση του μαγικού κόσμου των μαθηματικών.

Σας παρουσιάζουμε τα παρακάτω λογοτεχνικά βιβλία που θα σας κάνουν να γνωρίσετε την πιο συναρπαστική πλευρά των μαθηματικών, να τα κατανοήσετε λίγο καλύτερα και – γιατί όχι; – να τα αγαπήσετε.

## 10) ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΑΞΗ



Αυτές οι εφαρμογές μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να καταλάβουν κάποιες έννοιες και ασκήσεις καλύτερα.

Στην αρχή δημιουργήθηκαν κάποιες ασκήσεις πολλαπλής επιλογής, αντιστοίχισης στο εργαλείο Ασκήσεις οι οποίες σε δεύτερο χρόνο μεταφέρθηκαν και ενσωματώθηκαν στις αντίστοιχες ενότητες

Χαρτοφυλάκιο / ΤΣΟΥΤΣΗΣ ΒΑΣΙΛΗΣ / Ασκήσεις

### ΤΣΟΥΤΣΗΣ ΒΑΣΙΛΗΣ (tb01)

Ασκήσεις

Εμφάνισε 10 αποτελέσματα

Αναζήτηση...

Όνομα Άσκησης	Ρυθμίσεις άσκησης	Αποτελέσματα	
ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Α ΒΑΘΜΟΥ ' Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	Έναρξη: 30/9/23, 2:15 μ.μ.	—	
Εξισώσεις α βαθμού ' β γυμνασίου	Έναρξη: 30/9/23, 1:52 μ.μ.	—	
αλγεβρικών παραστάσεις β ' γυμνασίου	Έναρξη: 30/9/23, 11:59 π.μ.	—	
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	Έναρξη: 29/9/23, 11:31 π.μ.	Εμφάνιση 1 υποβολή	
ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	Έναρξη: 29/9/23, 9:47 π.μ.	—	

Στο εργαλείο Ανακοινώσεις αναρτήθηκαν κάποιες ανακοινώσεις γενικού ενδιαφέροντος πάνω στα μαθηματικά συνοδευόμενες από τους αντίστοιχους συνδέσμους.

Ανακοίνωση	Ημερομηνία	Κατάσταση	
<a href="https://www.lifo.gr/culture/vivlio/mporoy-n-a-se-paraplanisoy-n-oi-arithmoi-mia-oikonomologos-pisteyei-oti-mporoy-n">https://www.lifo.gr/culture/vivlio/mporoy-n-a-se-paraplanisoy-n-oi-arithmoi-mia-oikonomologos-pisteyei-oti-mporoy-n</a> Μπορούν να σε παραπλανήσουν οι αριθμοί; Μι... περισσότερα	χθες - 5:20 μ.μ.	Ορατή	
<a href="https://www.olympia.gr/1552141/viral/i-istoria-toy-pio-epanastatikoy-arithmoy-ston-kosmo/">https://www.olympia.gr/1552141/viral/i-istoria-toy-pio-epanastatikoy-arithmoy-ston-kosmo/</a> Η ιστορία του πιο επαναστατικού αριθμού στο... περισσότερα	χθες - 5:19 μ.μ.	Ορατή	
<a href="https://www.tovima.gr/print/science/mathimatika-kai-kinimatografos/">https://www.tovima.gr/print/science/mathimatika-kai-kinimatografos/</a> Μαθηματικά και κινηματογράφος: Αναζητούμε urbi et orbi, με μια λέξη παντού, έργα κινηματογραφικά που να έχουν μια βασική λ... περισσότερα	χθες - 4:46 μ.μ.	Ορατή	
<a href="https://www.lifo.gr/culture/vivlio/teykros-mihailidis-me-goiteyei-panta-i-sylogikotita-ki-m-ehei-apogoteyseis-s-oli">https://www.lifo.gr/culture/vivlio/teykros-mihailidis-me-goiteyei-panta-i-sylogikotita-ki-m-ehei-apogoteyseis-s-oli</a> Τεύκρος Μιχαηλίδης . Ο γνωστός μαθηματικός και πολυγραφότατος συγγραφέας μιλά στη LiFO για την πορεία του, για τα μαθηματικά...	χθες - 4:44 μ.μ.	Ορατή	

Στο εργαλείο Γλωσσάριο δόθηκαν οι ερμηνείες από διάφορους όρους που συναντάνε οι μαθητές σε αυτά τα κεφάλαια .

Όρος	Ορισμός	
<b>Αδύνατη</b> Κατηγορία: Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	Μια εξίσωση λεγεται αδύνατη όταν κανενας αριθμος δεν την επαληθευει.Για παραδειγμα ,αδύνατες εξισώσεις είναι οι : $0x = 2$ , $0x = 10$ , $x0 = 8$ , $x + 3 = x + 4$ .Παρατηρούμε πως κανενας αριθμος δεν επαληθευει τις παραπάνω ισότητες αφού αν πολλαπλασιασουμε ενα αριθμο με το 0 το αποτελεσμ είναι παντα 0 και όχι ενας αριθμος.	
<b>Αλγεβρική παράσταση</b> Κατηγορία: Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	Αλγεβρική παράσταση ονομάζεται μια παράσταση η οποία περιέχει πράξεις με αριθμούς και μεταβλητές, δηλαδή γράμματα ( $x$ , $\psi$ , $t$ ,...) που παριστάνουν έναν οποιονδήποτε αριθμό.	
<b>Αναγωγή ομοίων όρων</b> Κατηγορία: Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	Οι προσθετέοι μιας αλγεβρικής παράστασης ονομάζονται όροι της παράστασης. Όσοι όροι περιέχουν την ίδια μεταβλητή ονομάζονται όμοιοι. Μπορούμε να γράψουμε σε απλούστερη μορφή μια αλγεβρική παράσταση "συγκεντρώνοντας" τους όμοιους όρους, κάνοντας δηλαδή αναγωγή ομοίων όρων. Στη διαδικασία αυτή χρησιμοποιούμε την επιμεριστική ιδιότητα, η οποία μπορεί να γραφεί και στη μορφή: $\beta a + \gamma a = (\beta + \gamma)a$	
<b>Αόριστη ή ταυτοτητα</b> Κατηγορία: Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	Μια εξίσωση ονομάζεται ταυτοτητα ή αοριστη ,οταν ολοι οι αριθμοι είναι λυσεις της εξίσωσης. Για παραδειγμα αοριστες εξισώσεις είναι οι : $0x=0$ , $x + 2 = x + 2$ , $x - 3 = x - 3$ . Παρατηρούμε πως οποιονδηποτε αριθμο και να βαλουμε στη θεση του $x$ η ισότητα επαληθευεται ,αφου αν πολλαπλασιασουμε με 0 ενα αριθμο το αποτελεσμα είναι παντα 0.Δηλαδή ολοι οι αριθμοι είναι λυσεις της εξίσωσης.	
<b>Απαλοιφή παρενθσεων</b> Κατηγορία: Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το "+" ( ή δεν έχει πρόσημο), τότε μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το "+" και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με τα πρόσημά τους. Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το "-", τότε μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το "-" και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με τα αντίθετα πρόσημα. Παραδείγματα: $a) + (7 - 2 + x) = 7 - 2 + x$ $\beta) - (- 3 + \psi - \chi) = + 3 - \psi + \chi$	

<b>Εξίσωση</b> Κατηγορία: A ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	Εξίσωση με ένα αγνώστο είναι μια ισότητα που περιέχει αριθμούς και ένα γράμμα που είναι ο αγνώστος	⚙️
<b>Επίλυση εξίσωσης</b> Κατηγορία: A ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	Η διαδικασία μέσω της οποίας βρίσκουμε τη λύση μιας εξίσωσης ονομάζεται επίλυση εξίσωσης	⚙️
<b>Επίλυση προβλήματος</b> Κατηγορία: A ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	Επίλυση ενός προβλήματος ονομάζεται η διαδικασία με την οποία βρίσκουμε την λύση του. Για να λύσουμε ένα πρόβλημα με την βοήθεια μιας εξίσωσης εργαζόμαστε ως εξής: 1) Εντοπίζουμε το αγνώστο στοιχείο του προβλήματος και το συμβολίζουμε με ένα γράμμα ( $x$ ή $\psi$ ή $\omega$ ) που είναι ο αγνώστος του προβλήματος. 2) Εκφραζουμε τα στοιχεία του προβλήματος με τη βοήθεια του αγνώστου. 3) Περιγράφουμε το πρόβλημα με μια εξίσωση. 4) Λύνουμε την εξίσωση. 5) Επαληθεύουμε τη λύση που βρήκαμε.	⚙️
<b>Επιμεριστική ιδιότητα</b> Κατηγορία: B' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	Ισχύει ότι: $a(\beta + \gamma) = a\beta + a\gamma$ ή αλλιώς $(\beta + \gamma)a = \beta a + \gamma a$	⚙️
<b>Λυση ή ριζα</b> Κατηγορία: A ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	Λυση ή ριζα της εξίσωσης είναι ο αριθμός που όταν αντικαταστήσει το αγνώστο, επαληθεύει την ισότητα που μας δόθηκε	⚙️
<b>Τυπος</b> Κατηγορία: B' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	Τυπος είναι μια ισότητα που συνδέει μαθηματικά ή φυσικά μεγέθη, π.χ. Ο τυπος που δίνει το εμβαδο ενός ορθογωνιου είναι $E = a\beta$ όπου $E$ συμβολιζει το εμβαδο του ορθογωνιου, $a$ το μηκος και $\beta$ το πλατος.	⚙️

Στο εργαλείο Εργασίες δόθηκαν εργασίες οι οποίες έχουν χρονικό περιορισμό δηλαδή συγκεκριμένη ημερομηνία μέχρι την οποία θα πρέπει οι μαθητές να ανεβάσουν τις απαντήσεις τους.

Εργασίες

+ Δημιουργία Εργασίας
1½ Βαθμολογικές Κλίμακες
Ρουμπρίκες

Εμφάνιση: 10 αποτελέσματα Αναζήτηση...

Τίτλος	Υποβλ.	Μη βαθμ.	Προθεσμία υποβολής	⚙️
Εξισώσεις α' βαθμού Ατομική εργασία	0	-	Πέμπτη 30 Νοεμβρίου 2023 - 12:05 π.μ. <span style="background-color: #ffc107; padding: 2px;">απομένουν 58 ημέρες 42 λεπτά</span>	⚙️
ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ Ατομική εργασία	0	-	Τρίτη 31 Οκτωβρίου 2023 - 5:05 μ.μ. <span style="background-color: #ffc107; padding: 2px;">απομένουν 28 ημέρες 17 ώρες 42 λεπτά</span>	⚙️
φύλλα εργασίας Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ Ατομική εργασία	0	-	Τρίτη 24 Οκτωβρίου 2023 - 1:10 π.μ. <span style="background-color: #ffc107; padding: 2px;">απομένουν 21 ημέρες 1 ώρα 47 λεπτά</span>	⚙️
Φύλλα Αξιολόγησης Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ Ομαδική εργασία	0	-	Τρίτη 17 Οκτωβρίου 2023 - 12:05 π.μ. <span style="background-color: #ffc107; padding: 2px;">απομένουν 14 ημέρες 42 λεπτά</span>	⚙️
φύλλα εργασίας β' γυμνασιου Ατομική εργασία	0	-	Πέμπτη 12 Οκτωβρίου 2023 - 12:05 π.μ. <span style="background-color: #ffc107; padding: 2px;">απομένουν 9 ημέρες 42 λεπτά</span>	⚙️

Στο εργαλείο Πολυμέσα δημιουργήθηκαν 7 ενότητες που περιέχουν βίντεο που εξηγούν στους μαθητές τις έννοιες αλλά και το πως λύνονται οι ασκήσεις που αντιμετωπίζουν στη κάθε ενότητα. Αυτά μεταφέρθηκαν και ενσωματώθηκαν, σε δεύτερο χρόνο, στις αντίστοιχες ενότητες.

Πολυμέσα

➕ Προσθήκη αρχείου ➕ Σύνδεσμος βίντεο ⚙️

Γενικά πολυμεσικά αρχεία ▾ Ημερομηνία ⚙️

Κατηγορίες πολυμεσικών αρχείων ▾ Ημερομηνία ⚙️

- ▢ 1 ΕΝΟΤΗΤΑ Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ( Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ) ⚙️
- ▢ 2 ΕΝΟΤΗΤΑ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ( Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ) ⚙️
- ▢ 3 ΕΝΟΤΗΤΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ( Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ) ⚙️
- ▢ 4 ΕΝΟΤΗΤΑ ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ - Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ( Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ) ⚙️
- ▢ 5 ΕΝΟΤΗΤΑ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Α ΒΑΘΜΟΥ ( Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ) ⚙️
- ▢ 6 ΕΝΟΤΗΤΑ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΥΠΩΝ ( Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ) ⚙️
- ▢ 7 ΕΝΟΤΗΤΑ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ( Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ) ⚙️

Στο εργαλείο Έγγραφα δημιουργήθηκαν 3 αρχικού φάκελοι : 2 φάκελοι Α΄ και Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ που περιέχουν φακέλους με φυλλάδια από την κάθε ενότητα και 1 φάκελος με εξωσχολικά βιβλία μαθηματικών για την τελευταία ενότητα. Όλο το υλικό ,σε δεύτερο χρόνο μεταφέρθηκε και ενσωματώθηκε στην κάθε ενότητα για την οποία δημιουργήθηκε.

Έγγραφα

📁 Ανέβασμα αρχείου 📄 📁 ⚙️

Αρχικός κατάλογος 📄

Τύπος	Αρχείο ▾	Μέγεθος	Ημερομηνία	⚙️
📁	A ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ		26/9/23	⚙️
📁	B ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	➕ Προστέθηκαν 2	26/9/23	⚙️
📁	εξωσχολικά βιβλία μαθηματικων		1/10/23	⚙️

Στο εργαλείο Σύνδεσμοι δημιουργήθηκαν 5 αρχικοί φάκελοι που περιέχουν συνδέσμους που παραπέμπουν σε εφαρμογές όπου ο μαθητής μπορεί να πειραματιστεί και να εφαρμόσει έννοιες και ασκήσεις που αφορούν την κάθε ενότητα. Όλο το υλικό ,σε δεύτερο χρόνο μεταφέρθηκε και ενσωματώθηκε στην κάθε ενότητα για την οποία δημιουργήθηκε.

Κατηγορίες συνδέσμων	
Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	↑ ↓ ⚙
Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	↑ ↓ ⚙
ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ	↑ ↓ ⚙
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΑΞΗ	↑ ↓ ⚙
ΠΑΙΧΝΙΔΙΑ	↑ ↓ ⚙

Παρακάτω θα δούμε αναλυτικά το περιεχόμενο της κάθε ενότητας:

## ΕΝΟΤΗΤΑ 1: Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ( Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )




















































Στόχος της ενότητας είναι οι μαθητές να κατανοήσουν την εμπέδωση του τρόπου μετατροπής των λεκτικών σε μαθηματικές εκφράσεις , το χειρισμό των αριθμητικών παραστάσεων για απλούστερη έκφραση , την αναγκαιότητα χρήσης της έννοιας της εξίσωσης μέσα από τη λύση ενός απλού προβλήματος και την τη διαδικασία επαλήθευσης ή μη μιας ισότητας παραστάσεων για συγκεκριμένες τιμές των γραμμάτων που περιέχει.

Το υλικό που δόθηκε θέλει να δείξει στο μαθητή τη διαδικασία που απαιτείται για να επιλυθεί ένα πρόβλημα με την εύρεση της κατάλληλης εξίσωσης και τον ορισμό του αγνώστου, που αντιπροσωπεύει την άγνωστη ποσότητα και επαληθεύει τη λύση της εξίσωσης και συνεπώς του αντίστοιχου προβλήματος. Μέσα στην ενότητα υπάρχουν ασκήσεις: αντιστοίχισης μεταξύ λεκτικών και μαθηματικών εκφράσεων, μετατροπής των μαθηματικών εκφράσεων σε λεκτικές, χειρισμού των αριθμητικών παραστάσεων για απλούστερη έκφραση, αντικατάστασης παραστάσεων με γράμματα μέσα σε άλλες παραστάσεις, ασκήσεις που αφορούν περιορισμούς στις τιμές που μπορεί να πάρει μια μεταβλητή, σε μία μαθηματική έκφραση ,ασκήσεις που αφορούν την επαλήθευση αριθμητικών παραστάσεων όταν αντικαθιστούμε τα γράμματα με συγκεκριμένες τιμές, ασκήσεις που αφορούν την εύρεση των λύσεων διαφόρων εξισώσεων, ασκήσεις που αφορούν προβλήματα που λύνονται με τη βοήθεια εξίσωσης των προαναφερόμενων μορφών.



## 1) ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ( Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )

- Κατανόω την έννοια της εξίσωσης
- Ελέγχω αν κάποιος αριθμός είναι λύση εξίσωσης
- Η επίλυση εξίσωσης εδώ γίνεται με χρήση του ορισμού των πράξεων της μορφής:  $a+x=b$ ,  $x-a=b$ ,  $a-x=b$ ,  $a \cdot x=b$ ,  $a:x=b$  και οι εξισώσεις περιορίζονται σε αυτές που έχουν τον άγνωστο μόνο στο ένα μέλος.

	<b>ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ</b> Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής για να κανετε εξασκηση.Δινεται συγκεκριμενος χρονος και στο τελος παρουσιαζονται οι σωστες απαντησεις.	 
	<b>ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ</b> Φυλλαδιο που εξηγει την εννοια της εξισωσης και περιχει λυμενα παραδειγματα καθως και ασκησεις για εξασκηση.	 
	<b>Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 1</b> Φυλλαδιο με ασκησεις	 
	<b>Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 2</b> Φυλλαδιο με ασκησεις	 
	<b>Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 3</b> Φυλλαδιο με ασκησεις	 
	<b>Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ 4</b> Φυλλαδιο με ασκησεις	 
	<b>Λυσε τις εξισωσεις</b> Εφαρμογη που μπορεις να λυσεις εξισωσεις σε συγκεκριμεα χρονικα ορια και στο τελος μπορεις να δεις ποιες εκανες σωστα και ποιες λαθος και φυσικα να ξαναδοκιμασεις οσες φορες θελεις.	 
	<b>Εξισώσεις με έναν άγνωστο</b> Εφαρμογη οπου ταιριαζει τη κάθε εξίσωση με τη σωστή λύση .	 
	<b>Ασκήσεις στις εξισώσεις</b> Εφαρμογη οπου ταιριαζει τη κάθε εξίσωση με τη σωστή λύση .	 
	<b>1η ΓΥΜΝ 4.1 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ</b> Εκπαιδευτικο βιντεο.	 
	<b>4.1 Η έννοια της εξίσωσης - Εφαρμογή 1</b> Εκπαιδευτικο βιντεο.	 
	<b>4.1 Η έννοια της εξίσωσης - Δραστηριότητα 4</b> Εκπαιδευτικο βιντεο.	 
	<b>4.1 Η έννοια της εξίσωσης - Δραστηριότητα 3</b> Εκπαιδευτικο βιντεο.	 
	<b>4.1 Η έννοια της εξίσωσης - Δραστηριότητα 2</b> Εκπαιδευτικο βιντεο.	 
	<b>4.1 Η έννοια της εξίσωσης - Δραστηριότητα 1</b> Εκπαιδευτικο βιντεο.	 
	<b>Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ</b> Διαγωνισμα στις εξισωσεις για να κανετε εξασκηση .Περιχει και τις λυσεις .	 
	<b>ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2 ΣΤΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ</b> Διαγωνισμα στις εξισωσεις για να κανετε εξασκηση.	 

## ΕΝΟΤΗΤΑ 2: ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ( Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )

Στόχος της ενότητας είναι να δείξει στους μαθητές ότι σε ένα πρόβλημα ενδέχεται να αντιστοιχεί μία μαθηματική έκφραση μιας εξίσωσης με βάση την οποία μπορεί να λυθεί, και αντίστροφα σε μία μαθηματική έκφραση μιας εξίσωσης ενδέχεται να αντιστοιχούν ένα ή περισσότερα του ενός προβλήματα.

2) ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ( Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )

Πρέπει να δοθεί έμφαση στην παραγωγή αλγεβρικών παραστάσεων που εκφράζουν ένα πρόβλημα ή μια κατάσταση και οδηγούν σε εξισώσεις. Τέτοιες απλές διαδικασίες μοντελοποίησης δίνουν νόημα στην εισαγωγή της άλγεβρας και υποστηρίζουν την ανάπτυξη ικανοτήτων επίλυσης προβλημάτων.

- ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ  
Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής για να κανετε εξασκηση. Δίνεται συγκεκριμενος χρονος και στο τελος παρουσιαζονται οι σωστες απαντησεις.
- Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΤΕΣΤ 1 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ  
Διαγωνισμα στις εξισωσεις για να κανετε εξασκηση . Περιχει και τις λυσεις .
- Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΤΕΣΤ 3 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ  
Τεστ στις εξισωσεις για να κανετε εξασκηση .
- Α\_ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΤΕΣΤ 4-ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ  
Τεστ στις εξισωσεις για να κανετε εξασκηση .
- 1η ΓΥΜΝ 4.2 ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ  
Εκπαιδευτικο βιντεο.
- 4.2 Επίλυση προβλημάτων Παράδειγμα 2 α' γυμνασίου  
Εκπαιδευτικο βιντεο.
- 4.2 Επίλυση προβλημάτων Παράδειγμα 1 α' γυμνασίου  
Εκπαιδευτικο βιντεο.
- Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ  
Εκπαιδευτικο βιντεο.
- 1η ΓΥΜΝ 4.2 ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ  
Εκπαιδευτικο βιντεο.

## ΕΝΟΤΗΤΑ 3: ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ( Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )

Στόχος της ενότητας είναι να δείξει στους μαθητές τις διαφορετικές περιπτώσεις προβλημάτων, που προέρχονται από τις εμπειρίες της καθημερινότητας, τις διαδικασίες με τις οποίες καταστρώνονται διάφορες στρατηγικές επίλυσης. Όπως είναι π.χ. ο συμβολισμός του αγνώστου, η μετατροπή της λεκτικής έκφρασης του προβλήματος σε μαθηματική, η ανάλυση των δεδομένων, ο σχεδιασμός ενός πίνακα, η διερεύνηση όλων των ειδικών περιπτώσεων με τελικό σκοπό την εύρεση της λύσης και την επαλήθευσή της. Τα προτεινόμενα βίντεο σε συνδυασμό και με το υλικό που δόθηκε στις 2 προηγούμενες ενότητες καλύπτουν τις παραπάνω περιπτώσεις και αποτελούν ένα δείγμα για την εξάσκηση των μαθητών και την εμπέδωση των τεχνικών επίλυσης προβλημάτων.

### 3) ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ( Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )

Στην ενότητα αυτή θα περιγράψουμε ορισμένα βασικά βήματα που ακολουθούμε στην επίλυση προβλημάτων με τη βοήθεια των εξισώσεων.

1η ΓΥΜΝ 4.3 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ Εκπαιδευτικό βίντεο.	+ -
4.3 Παραδείγματα Παράδ. 3 μαθηματικά α΄ γυμνασίου Εκπαιδευτικό βίντεο.	+ -
4.3 Παραδείγματα Επίλυσης Παράδειγμα 1 α΄ γυμνασίου Εκπαιδευτικό βίντεο.	+ -
4.3 Παραδείγματα Παράδ. 2 μαθηματικά α΄ γυμνασίου Εκπαιδευτικό βίντεο.	+ -
1η ΓΥΜΝ 4.3 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ Εκπαιδευτικό βίντεο.	+ -

## ΕΝΟΤΗΤΑ 4 : ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ - Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ( Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )

Στόχος της ενότητας είναι να κατανοήσουν οι μαθητές την έννοια της μεταβλητής και να εξοικειωθούν με τις πράξεις με αλγεβρικές παραστάσεις, να εκφράζουν με μεταβλητές διάφορες καταστάσεις της καθημερινής ζωής, να απαλείφουν παρενθέσεις και να κάνουν αναγωγές όμοιων όρων με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας. Οι μαθητές γνωρίζουν από την Α΄ Γυμνασίου την επιμεριστική ιδιότητα. Στο σημείο αυτό πρέπει να αναδειχτεί η σημασία της στην απλοποίηση παραστάσεων και οι μαθητές να προετοιμαστούν για την επίλυση εξισώσεων που ακολουθούν στην επόμενη θεματική ενότητα. Να τονιστεί ότι προκειμένου να υπολογιστεί η αριθμητική τιμή μιας αλγεβρικής παράστασης για δεδομένες τιμές των μεταβλητών που περιέχει, είναι προτιμότερο να απλοποιηθεί πρώτα η παράσταση και στη συνέχεια να γίνει η αντικατάσταση των τιμών των μεταβλητών. Ο καθηγητής μπορεί να εξηγήσει με δικά του παραδείγματα ποιοι όροι ενός αθροίσματος λέγονται όμοιοι και να διευκρινίσει την έννοια του συντελεστή των όρων, γιατί είναι απαραίτητη για το τελικό βήμα της επίλυσης μιας εξίσωσης, όταν διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου.

Οι μεταβλητές θεωρούνται ως μια από τις ενοποιητικές ιδέες των σχολικών Μαθηματικών και ιδιαίτερα της Άλγεβρας (όπως εξάλλου και η έννοια του συνόλου) και χρησιμοποιούνται για το συμβολισμό τους όλα τα γράμματα του αλφαβήτου και όχι μόνο το  $x$  ή το  $y$ , όπως γινόταν στα παραδοσιακά σχολικά Μαθηματικά. Έτσι, ένα απλό γράμμα της αλφαβήτου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να δηλώσει τις διαφορετικές έννοιες της μεταβλητής.

#### 4) ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ - Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ( Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )

Στόχος είναι η εξοικείωση των μαθητών με διαδικασίες αλγεβρικής μοντελοποίησης οι οποίες δίνουν νόημα στην άλγεβρα αλλά μπορούν να υποστηρίξουν και την κατανόηση των διαδικασιών (όπως για παράδειγμα την επιμεριστική ιδιότητα). Επιπρόσθετα, οι μαθητές θα πρέπει να εμπλακούν σε δραστηριότητες που θα δίνουν νόημα στις αναγωγές ομοίων όρων και τις απλοποιήσεις αλγεβρικών παραστάσεων με χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας.

	Αλγεβρικές παραστάσεις β΄ γυμνασίου Περιχει ασκήση αντιστοιχίας για να κανετε εξασκηση.Δίνεται συγκεκριμενος χρονος και στο τελος παρουσιαζονται οι σωστες απαντησεις.		
	1.1_Η_έννοια_της_Μεταβλητής_- Αλγεβρικές_Παραστάσεις Φύλλαδιο στις αλγεβρικές παραστασεις		
	Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ – ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ Φύλλαδιο στις αλγεβρικές παραστασεις.Περιχει μεθοδολογια ,λυμενες ασκησης και αλυτες.		
	Η έννοια της μεταβλητής Εφαρμογη που εχει ασκησης με κενα που πρεπει να συμπληρωθουν σε συγκεκριμενο χρονο.Δοκιμασε και κανε εξασκηση.		
	Αντιστοιχίστε σε κάθε αλγεβρική παράσταση της 1ης στήλης το αποτέλεσμά της απο τη 2η στήλη. Εφαρμογη που περιεχει ασκηση αντιστοιχισης στην αλγεβρικές παραστασεις.Δοκιμασε και κανε εξασκηση.		
	Επιμεριστική ιδιότητα (Εφαρμογή σε αλγεβρικές παραστάσεις) Εκπαιδευτικο βιντεο.		
	2 3 15 Αριθμητική & Αλγεβρική Παράσταση MathsEdu.gr Εκπαιδευτικο βιντεο.		
	Αριθμητική και αλγεβρική παρασταση Εκπαιδευτικο βιντεο.		
	1.1 Η εννοια της μεταβλητης-αλγεβρικές παραστασεις Εκπαιδευτικο βιντεο.		
	Η εννοια της μεταβλητης Εκπαιδευτικο βιντεο.		

#### ΕΝΟΤΗΤΑ 5: ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Α ΒΑΘΜΟΥ ( Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )



Στόχος της ενότητας είναι να κατανοήσουν οι μαθητές την έννοια της εξίσωσης και τη σχετική ορολογία, να μάθουν να επιλύουν εξισώσεις πρώτου βαθμού με έναν άγνωστο, να διακρίνουν πότε μία εξίσωση είναι αδύνατη ή ταυτότητα. Οι μαθητές έχουν μάθει απλές εξισώσεις στην Α΄ Γυμνασίου χωρίς όμως πράξεις και αναγωγές ομοίων όρων. Επομένως, χρειάζεται να εισαχθούν στη διαδικασία: απαλοιφή παρονομαστών, επιμεριστική ιδιότητα, αναγωγή ομοίων όρων, χωρισμός γνωστών και αγνώστων, διαίρεση με το συντελεστή του αγνώστου. Πρέπει να διευκρινιστεί η ορολογία που χρησιμοποιούμε: εξίσωση, πρώτο μέλος εξίσωσης, δεύτερο μέλος εξίσωσης, γνωστός όρος, άγνωστος όρος, λύση ή ρίζα εξίσωσης, επίλυση εξίσωσης, λύνουμε την εξίσωση, επαλήθευση. Για να απλοποιηθεί το τεχνικό μέρος της επίλυσης εξίσωσης, όταν κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών, πολλαπλασιάζουμε κάθε όρο της εξίσωσης με το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των παρονομαστών. Στην περίπτωση που η εξίσωση έχει τη μορφή ισότητας δύο κλασμάτων, η απαλοιφή παρονομαστών γίνεται απλούστερη με το οικείο στους μαθητές σχήμα «χιαστί».

Ιδιαίτερη προσοχή δόθηκε στην έννοια της αδύνατης εξίσωσης, όπου με κατάλληλα παραδείγματα πρέπει οι μαθητές να οδηγηθούν στο συμπέρασμα ότι κανένας αριθμός δεν είναι λύση μιας τέτοιας εξίσωσης. Επίσης, με κατάλληλα παραδείγματα ενσωματώθηκε η έννοια της εξίσωσης με άπειρες λύσεις (ταυτότητα) αποφεύγοντας τον όρο «αόριστη», έτσι ώστε οι μαθητές να οδηγηθούν στο συμπέρασμα ότι όλοι οι αριθμοί είναι λύσεις μιας τέτοιας εξίσωσης. Έγινε προσπάθεια ώστε η μεθοδολογία επίλυσης εξισώσεων να μην αποβαίνει σε βάρος της ανάπτυξης των διαισθητικών ικανοτήτων των μαθητών .

5) ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Α ΒΑΘΜΟΥ ( Β ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )

Στις εξισώσεις ο χωρισμός γνωστών από άγνωστους να μην γίνεται από την αρχή με τον πρακτικό κανόνα «αλλάζω μέλος – αλλάζω πρόσημο», που μοιάζει μαγικός στο μαθητή και τον οδηγεί σε μηχανιστικούς και άνευ νοήματος χειρισμούς, αλλά με βάση τις ιδιότητες των πράξεων.

- Εξισώσεις α΄ βαθμού Β΄ γυμνασίου  
 Περιεχει ασκηση πολλαπλης επιλογης που πρεπει να λυθει σε συγκεκριμενο χρονο.Στο τελος δινεται βαθμολογια και οι σωστες απαντησεις.
- ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Α ΒΑΘΜΟΥ ΄ Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ  
 Περιεχει ασκηση αντιστοιχισης που πρεπει να λυθει σε συγκεκριμενο χρονο.Στο τελος δινεται βαθμολογια και οι σωστες απαντησεις.
- Περιγραφή της διαδικασίας επίλυσης εξισώσεων 1ου βαθμού με ένα άγνωστο  
 Για να λύσουμε μία εξίσωση πρώτου βαθμού με ένα άγνωστο ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:
- ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ (Β)  
 Φυλλαδιο που εχει μεθοδολογια στο πως λυνουμε διαφορετικες μορφες εξισωσης.Διαβασε το.
- ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ( Β ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ)  
 Περιεχει λυμενα παραδειγματα Σ-Λ ,αντιστοιχισης και ασκησεων.Μπορεις να το ριξεις μια ματια.
- ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΛΥΜΕΝΕΣ ΚΑΙ ΑΛΥΤΕΣ  
 Φυλλαδιο με λυμενες και αλυτες εξισωσεις.
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 1  
 Φυλλαδιο με εξισωσεις.
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 2  
 Φυλλαδιο με εξισωσεις.
- Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ 1.2 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Α ΒΑΘΜΟΥ  
 Φυλλαδιο με εξισωσεις.
- ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ  
 Φυλλαδιο με εξισωσεις και προβληματα.
- ΔΟΚΙΜΑΣΕ ΤΟ ΤΕΣΤ  
 Περιεχει ασκηση με εξισωσεις .Μετα την ολοκληρωση της παρουσιαζει και βαθμολογια.
- ΔΟΚΙΜΑΣΕ ΤΟ ΤΕΣΤ 2  
 Περιεχει ασκηση αντιστοιχισης
- Εφαρμογή στην επίλυση εξίσωσης  
 Περιεχει ασκηση αντιστοιχισης
- Λυσε τις εξισωσεις  
 Περιεχει ασκηση με εξισωσεις .Μετα την ολοκληρωση της παρουσιαζει και βαθμολογια. Πρεπει να απαντηθουν σε συγκεκριμενο χρονο.








































	Επίλυση εξισώσεων α' βαθμού (ΜΕΡΟΣ Α) Εκπαιδευτικο βιντεο	 
	Επίλυση εξισώσεων α' βαθμού (ΜΕΡΟΣ Β) Εκπαιδευτικο βιντεο.	 
	Επίλυση εξισώσεων α' βαθμού (ΜΕΡΟΣ Γ) Εκπαιδευτικο βιντεο	 
	Επίλυση εξισώσεων α' βαθμού (ΜΕΡΟΣ Δ) Εκπαιδευτικο βιντεο	 
	Επίλυση εξισώσεων α' βαθμού (ΜΕΡΟΣ Ε) Εκπαιδευτικο βιντεο	 
	Επίλυση εξισώσεων α' βαθμού (ΜΕΡΟΣ ΣΤ) Εκπαιδευτικο βιντεο.	 
	first degree equalizations mathgreece Εκπαιδευτικο βιντεο.	 
	1.2 Εξισώσεις α' βαθμού άσκ.5α, Β Γυμνασίου Εκπαιδευτικο βιντεο.	 
	1.2 Εξισώσεις α' βαθμού άσκ.5γ, Β Γυμνασίου Εκπαιδευτικο βιντεο.	 
	1.2 Εξισώσεις α' βαθμού άσκ.6α, Β Γυμνασίου Εκπαιδευτικο βιντεο.	 
	1.2 Εξισώσεις α' βαθμού άσκ.9 Β Γυμνασίου Εκπαιδευτικο βιντεο.	 

## ΕΝΟΤΗΤΑ 6: ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΥΠΩΝ (Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ)

Στόχος της ενότητας είναι οι μαθητές να επιλύουν έναν τύπο ως προς μια μεταβλητή, θεωρώντας τον ως εξίσωση με άγνωστο τη μεταβλητή αυτή, να αναγνωρίζουν στους τύπους ποια μεγέθη είναι δοσμένα και ποια άγνωστα. Οι μαθητές πρέπει να κατανοήσουν με κατάλληλα παραδείγματα και δραστηριότητες από τα Μαθηματικά και άλλα γνωστικά αντικείμενα, τη χρησιμότητα της επίλυσης τύπων ως προς έναν άγνωστο. Η επίλυση τύπων είναι δύσκολο και σύνθετο πρόβλημα για τα παιδιά της Β' Γυμνασίου. Επομένως, χρειάζεται προσοχή πόσες και ποιες ασκήσεις θα επιλεγούν για να διδαχθούν.

## 6 ) ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΥΠΩΝ ( Β ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )

Όταν έχουμε ένα τυπο του οποίου γνωρίζουμε τις τιμές που παίρνουν όλες οι μεταβλητές εκτός από μια , τότε επιλύουμε τον τυπο ως προς την αγνώστη μεταβλητή.

 1.3_Επίλυση_Τύπων.pdf Φυλλάδιο στην επίλυση τυπων με τη βοήθεια εξισώσεων	 
 Επίλυση τυπων Φυλλάδιο με λυμένα παραδείγματα και ασκήσεις για λύση στίππων στην επίλυση τυπων.	 
 1.3 Επίλυση τυπων Εκπαιδευτικό βίντεο.	 
 1.3 Επίλυση τυπων ερώτ. καταν.Β Γυμνασίου Εκπαιδευτικό βίντεο.	 
 1.3 Επίλυση τυπων δραστ.2 Β Γυμνασίου Εκπαιδευτικό βίντεο.	 
 1.3 Επίλυση τυπων δραστ 1 Β Γυμνασίου Εκπαιδευτικό βίντεο.	 
 1.3 Επίλυση τυπων ασκ.14 Β Γυμνασίου Εκπαιδευτικό βίντεο.	 
 1.3 Επίλυση τυπων ασκ.13 Β Γυμνασίου Εκπαιδευτικό βίντεο.	 
 1.3 Επίλυση τυπων ασκ.11,12 Β Γυμνασίου Εκπαιδευτικό βίντεο.	 
 1.3 Επίλυση τυπων ασκ.6-8 Β Γυμνασίου Εκπαιδευτικό βίντεο.	 
 1.3 Επίλυση τυπων ασκ.5 Β Γυμνασίου Εκπαιδευτικό βίντεο.	 
 1.3 Επίλυση τυπων ασκ.1-4 Β Γυμνασίου Εκπαιδευτικό βίντεο.	 
 1.3 Επίλυση τυπων ασκ. 9,10 Β Γυμνασίου Εκπαιδευτικό βίντεο.	 

## ΕΝΟΤΗΤΑ 7: ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ( Β ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ )

Στόχος της ενότητας είναι οι μαθητές να διακρίνουν τα δεδομένα από τα ζητούμενα του προβλήματος , να κάνουν εισαγωγή του αγνώστου , να καταστρώνουν την εξίσωση, δηλαδή να «μεταφράζουν» το πρόβλημα σε μαθηματική γλώσσα , να επιλύουν την εξίσωση και να ελέγχουν αν το αποτέλεσμα είναι «συμβατό» με το πρόβλημα , να καταγράφουν την απάντηση. Η λύση προβλημάτων με εξισώσεις είναι από τα πιο βασικά θέματα του κεφαλαίου αλλά και ολόκληρου του σχολικού βιβλίου. Θεωρείται μια από τις πιο σπουδαίες πλευρές των Μαθηματικών και γι' αυτό δόθηκε ιδιαίτερη σημασία. Πολύ λίγοι ενήλικες θα χρειαστούν κάποιες φορές τον τύπο των ριζών της δευτεροβάθμιας εξίσωσης ή τις ιδιότητες των λογαρίθμων. Εκείνο που θα
















χρειαστούν όμως και το οποίο θα έπρεπε να το έχουν αποκτήσει ως συνέπεια της εκπαίδευσής τους, είναι η ικανότητα να σκέπτονται προσεκτικά και να χρησιμοποιούν με έξυπνο και αποτελεσματικό τρόπο τις προγενέστερες γνώσεις τους, όταν έρχονται αντιμέτωποι με προβλήματα της καθημερινής ζωής. Με τη βοήθεια των εξισώσεων οι μαθητές υιοθετούν μια μέθοδο επίλυσης προβλημάτων πιο ουσιαστική από τις μεθόδους της πρακτικής αριθμητικής.

Η θεματολογία των προβλημάτων πρέπει να προκύπτει από τις άμεσες εμπειρίες των μαθητών, ώστε να διεγείρεται το ενδιαφέρον τους, πράγμα που αποτελεί ισχυρό κίνητρο για την ενασχόληση με τα Μαθηματικά. Η διαδικασία επίλυσης προβλημάτων προσφέρεται ως το πιο κατάλληλο πεδίο για την καλλιέργεια των ικανοτήτων για εξερεύνηση, πειραματισμό, φαντασία και κριτική σκέψη. Επίσης, θεωρείται κατάλληλο πεδίο για να συσχετίσουν οι μαθητές τις αφηρημένες μαθηματικές έννοιες με πραγματικές καταστάσεις και προβλήματα. Ένας από τους πιο σπουδαίους ρόλους του δασκάλου είναι να καθοδηγήσει τους μαθητές του έτσι, ώστε να αναλύουν καταστάσεις με μαθηματικό τρόπο. Ένα μεγάλο ποσοστό μαθητών μας στη Β/θμια Εκπαίδευση έχει δυσκολίες με τα «αφηγηματικά» προβλήματα, στα οποία οι μαθητές πρέπει να καταστρώσουν αλγεβρικές εξισώσεις με τον άγνωστο ή τους αγνώστους του προβλήματος. Η δυσκολία αυτή πιθανόν να οφείλεται σε διάφορους παράγοντες, π.χ. ορολογία, ικανότητα μετάφρασης, μαθηματικό υπόβαθρο.

Είναι πιθανόν όμως το μεγαλύτερο πρόβλημα να βρίσκεται στη διαδικασία της μετάφρασης από τη φυσική γλώσσα στην αλγεβρική γλώσσα. Με άλλα λόγια, οι μαθητές έχουν ανάγκη να βοηθηθούν από το δάσκαλο: α) για να αναπτύξουν ένα πλούσιο μαθηματικό λεξιλόγιο και β) για να μεταφράζουν τη φυσική τους γλώσσα σε μαθηματική γλώσσα και το αντίστροφο.

6) ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ (Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ)

Τα προβλήματα είναι η σημαντικότερη αφετηρία δημιουργίας και επίλυσης εξισώσεων στο πλαίσιο της διδασκαλίας του Γυμνασίου. Η υποστήριξη των μαθητών ώστε να εμπλακούν επιτυχώς με αυτά είναι σημαντικός στόχος.

 -ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ-ΚΑΙ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ- 1 Φυλλάδιο με εξισώσεις και προβλήματα.	 
 Εξισώσεις-Προβλήματα 2 Φυλλάδιο με εξισώσεις και προβλήματα.	 
 Επίλυση προβλημάτων με εξισώσεις 3 Φυλλάδιο με εξισώσεις και προβλήματα.	 
 Επίλυση προβλημάτων με εξισώσεις Φυλλάδιο με εξισώσεις και προβλήματα.	 
 εξισώσεις με εμβαδα Περιχει ασκηση με προβληματα εμβαδων.Ειναι αμεσης βαθμολογησης και τα ερωτηματα πρεπει να απαντηθουν σε συγκεκριμενο χρονο.	 



1.4. επίλυση προβλημάτων με εξισώσεις σελ 30 άσκηση 5 Εκπαιδευτικο βιντεο.	+ ⚙
1.4. Επίλυση προβλημάτων με εξισώσεις σελ 30 άσκηση 1 Εκπαιδευτικο βιντεο.	+ ⚙
1.4. Επίλυση προβλημάτων με εξισώσεις σελ 30 άσκηση 3 Εκπαιδευτικο βιντεο.	+ ⚙
1.4. Επίλυση προβλημάτων με εξισώσεις σελ 27 εφαρμ 2 Εκπαιδευτικο βιντεο.	+ ⚙

## ΕΝΟΤΗΤΑ 8: Μαθηματικά παιχνίδια για την τάξη

Η μάθηση γίνεται πιο αποτελεσματική μέσα από το παιχνίδι. Γι' αυτό αφιερώνω πολύ χρόνο στην τάξη αλλά και στα διαλείμματα με σκοπό το συνδυασμό της γνώσης με το βίωμα. Τα παιχνίδια μας βοηθούν να αναπτύξουμε τη φαντασία μας, άλλα μας μαθαίνουν να ακολουθούμε μια λογική σειρά σκέψης, κάποια από αυτά μας ζητούν να ανακαλύψουμε το μαθηματικό «κόλπο» στο οποίο βασίζονται Σύμφωνα με τη θεωρία της μάθησης βασικές αρχές που ευνοούν τη μάθηση αποτελούν η ενεργητική ενασχόληση, η κοινωνική συμμετοχή, οι εποικοδομητικές δραστηριότητες, η ανάπτυξη στρατηγικής για την κατανόηση και επίλυση προβλημάτων, ο αυτοέλεγχος, η αναδόμηση της προϋπάρχουσας γνώσης, η οργάνωση του υλικού γύρω από γενικές αρχές και επεξηγήσεις, η εφαρμογή σε πραγματικές καταστάσεις, ο επαρκής χρόνος πειραματισμού, οι εξατομικευμένες διαφορές και η παροχή εξωτερικού ή εσωτερικού κινήτρου (Βοσνιάδου, 2002). Τα διαδραστικά παιχνίδια αποτελούν περιβάλλοντα τα οποία έχουν τη δυνατότητα να υποστηρίξουν όλες τις παραπάνω βασικές αρχές μάθησης ενώ ταυτόχρονα παρακινούν τους μαθητές να ασχοληθούν με αυτά, προσφέροντάς τους έναν ευχάριστο εικονικό κόσμο στον οποίο αλληλοεπιδρούν είτε ατομικά είτε σε συνεργασία με άλλους μαθητές. Η συνειδητοποίηση της παραπάνω δυναμικής των διαδραστικών παιχνιδιών έχει οδηγήσει σε έρευνες σχετικά με τους τρόπους που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα ηλεκτρονικό παιχνίδι ως ένα εκπαιδευτικό περιβάλλον διατηρώντας παράλληλα τα χαρακτηριστικά τα οποία το καθιστούν ελκυστικό στους μαθητές. Τα διαδραστικά παιχνίδια, σύμφωνα με μελέτες (Malone, 1981), γοητεύουν τους μαθητές και τους παρακινούν να ασχοληθούν με αυτά. Προσφέρουν εξωγενή αλλά και εσωτερικά κίνητρα όπως είναι τα αισθήματα του ελέγχου, της περιέργειας και της φαντασίας. Με βάση τα εσωτερικά κίνητρα οι μαθητές συμμετέχουν σε δραστηριότητες χωρίς να απαιτούν οποιαδήποτε ανταμοιβή. Ένα πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό της εσωτερικής παρακίνησης του μαθητή είναι η πεποίθησή του ότι απαραίτητο στοιχείο επιτυχίας αποτελεί η προσπάθεια (Βοσνιάδου, 2002). Με βάση αυτά τα χαρακτηριστικά οι Lepper και Malone (1987), πρότειναν τη χρήση των διαδραστικών παιχνιδιών ως ένα μέσο εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων. Τα εκπαιδευτικά διαδραστικά παιχνίδια είναι εκείνα τα παιχνίδια που ενθαρρύνουν την ανάπτυξη της λογικής και την απόκτηση δεξιοτήτων και γνώσης με έναν ευχάριστο τρόπο (Klawe & Phillips, 1995). Το υπόβαθρό τους

σχετίζεται με κομμάτια γνώσης τα οποία οι χρήστες πρέπει να εφαρμόσουν με σκοπό να επιτύχουν τους στόχους που τους προτείνονται. Από τις πρώτες έρευνες που έγιναν για την χρήση των παιχνιδιών στην εκπαίδευση αποδείχθηκε ότι αποτελούν μία πηγή κινήτρου για τους χρήστες να δοκιμάσουν τις γνώσεις τους, να τις αναπτύξουν εφαρμόζοντάς τις καθώς και να μάθουν πράγματα που δεν γνωρίζουν, ενώ ταυτόχρονα διασκεδάζουν (Malone, 1980). Συγκεκριμένα, η χρήση των πολυμέσων, οι ελκυστικές ιστορίες που παρουσιάζουν πραγματικούς ή φανταστικούς στόχους, πράκτορες (agents) που συνοδεύουν το χρήστη κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού προσφέροντάς τους κίνητρο να συνεχίσουν το παιχνίδι και εφοδιάζοντάς τους με ανατροφοδότηση, και η δυνατότητα δοκιμής διαφόρων δεξιοτήτων και στρατηγικών, αυξάνουν την μαθησιακή επίτευξη.

Ας δούμε μερικές εκπαιδευτικές δραστηριότητες και παιχνίδια:

### 7) Μαθηματικά παιχνίδια για την τάξη

Για να αποφύγετε τα βαρετά μαθηματικά παιχνίδια, ακολουθεί μια λίστα με **μαθηματικά παιχνίδια στην τάξη!** Αυτά μπορεί να είναι υπέροχα παγοθραυστικά, εγκεφαλικά διαλείμματα ή διασκεδαστικό παιχνίδι αν έχετε λίγο ελεύθερο χρόνο.




















































- WORDWALL ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ  
57 ΠΑΙΧΝΙΔΙΑ ΜΕ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΓΙΑ ΝΑ ΓΙΝΕΙ ΕΞΑΣΚΗΣΗ ΜΕ ΕΥΧΑΡΙΣΤΟ ΤΡΟΠΟ
- Math Land is an educational video game for children and adults.
- ahaslides Ζωντανές Δημοσκοπήσεις, Κουίζ, Q&A, εργαλεία Brainstorming και πολλά άλλα.
- Prodigy μαθηματικό παιχνίδι
- Komodo Math
- Monster Math – Παιχνίδια μαθηματικών για την τάξη
- Δάσκαλος Μαθηματικών
- 2048 , Παιχνίδια μαθηματικών στην τάξη
- Κουέντο
- Toon Math
- Δάσκαλος Νοητικών Μαθηματικών

## ΕΝΟΤΗΤΑ 8: ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ

Στην ενότητα αυτή θα βρούμε μικροπειράματα πάνω στις εξισώσεις, δραστηριότητες που απαιτούν μικρό χρόνο εφαρμογής, αναφέρονται σε μια συγκεκριμένη έννοια, ενότητα του σχολικού βιβλίου, περιλαμβάνονται στο εμπλουτισμένο σχολικό βιβλίο και στο Φωτόδεντρο. Περιέχουν ένα αρχείο λογισμικού με ενσωματωμένα ερωτήματα για τους μαθητές και ενδεχομένως οδηγίες χρήσης των εργαλείων του λογισμικού τα οποία προβλέπεται να αξιοποιηθούν. Υλοποιήσιμα στην τάξη με χρήση διαδραστικού συστήματος ή με χρήση βιντεοπροβολέα ή στο εργαστήριο υπολογιστών. Τα μικροπειράματα εμπεριέχουν διασυνδεδεμένες αναπαραστάσεις και η βασική χρήση τους από μαθητές προβλέπει δυναμικό χειρισμό μαθηματικών αντικειμένων ώστε συμπεριφορές, σχέσεις και ιδιότητες να γίνονται αντικείμενο προβληματισμού, διερεύνησης και διαπραγμάτευσης (τι μένει σταθερό και τι αλλάζει, καθώς μετεξελισσονται τα μαθηματικά αντικείμενα). Για παράδειγμα, με αφετηρία μια δραστηριότητα – άσκηση του σχολικού βιβλίου, ένα μικροπείραμα μπορεί να στοχεύει στην επεξήγηση μιας έννοιας ή στην απαραίτητη εμβάθυνση για την κατανόησή της από τους μαθητές. Έτσι, το κάθε μικροπείραμα μπορεί να καλύπτει μια έννοια στενά ή σε ένα ευρύτερο εννοιολογικό πεδίο όπου εμπλέκονται συνδεδεμένες μαθηματικές έννοιες. Για παράδειγμα, σε μια δραστηριότητα κατασκευής της περιμέτρου ενός τριγώνου με ένα εργαλείο δυναμικής γεωμετρίας (μέσω τομής κύκλων) περιλαμβάνονται στοιχεία που αφορούν τον τρόπο κατασκευής ισοσκελούς και ισοπλεύρου τριγώνου, αλλά και αναγκαίες συνδέσεις με γνώσεις που έχουν οι μαθητές για τις ιδιότητες του κύκλου. Τα μικροπειράματα σε κάποιες περιπτώσεις βασίζονται στη χρήση έτοιμων εφαρμογών (applets) από έγκυρες ιστοσελίδες. Με αυτό τον τρόπο επιδιώκεται η ενίσχυση των ευκαιριών μάθησης των αντίστοιχων μαθηματικών εννοιών από τους μαθητές. Τα μικροπειράματα λοιπόν προορίζονται για χειρισμό από το μαθητή (εξατομικευμένα ή σε συνεργασία σε ομάδα) με δια ζώσης διδακτική υποστήριξη από τον εκπαιδευτικό, ενώ μπορεί να χρησιμοποιηθούν κατά την παραδοσιακή μετωπική διδασκαλία με χρήση διαδραστικού πίνακα ως μέσα επεξήγησης εννοιών, αλλά και ως μέσα για σχεδιασμό μιας διευρυμένης μαθηματικής διερεύνησης ενώπιον όλης της τάξης. Τα μικροπειράματα είναι σχεδιασμένα ώστε οι όποιες απαντήσεις των μαθητών να αφήνουν πεδίο παρέμβασης στον εκπαιδευτικό και αφορμές για διενέργεια συζήτησης στην ολομέλεια της τάξης (π.χ. μέθοδος επίλυσης ενός προβλήματος ή εύρεσης μιας απάντησης, γενίκευση της λύσης, ερμηνεία αποτελεσμάτων και συμπεριφορών μαθηματικών αντικειμένων).

## 8 ) ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ

Εδώ θα βρείτε εφαρμογες , μικροπειράματα από το Φωτόδεντρο που θα σας βοηθήσουν να κατανοήσετε τις εξισώσεις καλύτερα.

 Ανεβαίνοντας με τη σκάλα στον τοίχο	 
 Από την εξίσωση στο πρόβλημα ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ	 
 Βρίσκω ένα πρόβλημα ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ	 
 Γεμίζοντας τη δεξαμενή - Οι βρύσες	 
 Εξασκούμε στη λύση εξισώσεων ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ	 
 Εξισώσεις - Ισοσκελές τρίγωνο ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ	 
 Εξισώσεις - Ισότητα εμβαδών ορθογωνίων ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ	 
 Εξισώσεις - Κατασκευή τετραπλεύρου ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ	 
 Η ζυγαριά και η έννοια της εξίσωσης ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ	 
 Λύνοντας εξισώσεις με τη βοήθεια της αριθμογραμμής ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ	 
 Μαθηματικά για μαθητές Δημοτικού - επεισόδιο 2 Πρόσθεση ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ	 
 Μαθηματικά για μαθητές Δημοτικού - επεισόδιο 3 Αφαίρεση	 
 Με πόσες πλάκες θα καλυφθεί περιμετρικά η τετράγωνη πισίνα;	 
 Πόσα τραπέζια χρειάζονται για 34 μαθητές; ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ	 
 Πόσες χειραψίες έγιναν;	 
 Σχηματίζοντας την εξίσωση ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ	 
 Τρεις διαδοχικοί αριθμοί	 

## ΕΝΟΤΗΤΑ 9: ΒΙΒΛΙΑ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Θα μπορούσαμε να πούμε ότι Μαθηματική Λογοτεχνία, είναι κάθε είδους μυθοπλασία όπου τα μαθηματικά παίζουν καθοριστικό ρόλο, είτε επειδή το αντικείμενο της πλοκής σχετίζεται με αυτά είτε γιατί κάποιιοι από τους χαρακτήρες της συνδέονται με αυτά και οι ενέργειές τους επηρεάζονται σημαντικά από αυτή τη σχέση. Τα τελευταία χρόνια έχουν εκδοθεί πολλά βιβλία, μέρος των οποίων παρουσιάζεται παρακάτω, που αφορούν τα Μαθηματικά αλλά ανήκουν παράλληλα και στο χώρο της Λογοτεχνίας. Η προσέγγισή τους είναι τέτοια, που να μπορούν να παρουσιάσουν με εύληπτο τρόπο την ομορφιά της μαθηματικής σκέψης και βεβαίως

να αγγίξουν όσους και όσες είτε «φοβούνται» τα μαθηματικά, είτε τα θεωρούν απρόσιτα και ακατανόητα.

9) ΒΙΒΛΙΑ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ο **κόσμος των μαθηματικών** φαντάζει ως ένα σύμπαν ερμητικά κλειστό για τους μη μυημένους. Η μόδα όμως της «**μαθηματικής λογοτεχνίας**», συνέβαλε ώστε να ανατραπεί αυτό το στερεότυπο: όσοι δεν έχουν καλή σχέση με τους αριθμούς, μικροί και μεγάλοι, μπορούν να απολαύσουν ένα μαθηματικό μυθιστόρημα ή ένα βιβλίο που συμβάλει στην κατανόηση του μαγικού κόσμου των μαθηματικών.

Σας παρουσιάζουμε τα παρακάτω λογοτεχνικά βιβλία που θα σας κάνουν να γνωρίσετε την πιο συναρπαστική πλευρά των μαθηματικών, να τα κατανοήσετε λίγο καλύτερα και – γιατί όχι; – να τα αγαπήσετε.




 An Introduction to Mathematical Cosmology 2nd ed. - J. Islam	 
 διαλογος με τον αρχιμηδη	 
 ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗΣ Ο ΚΥΡΗΝΑΙΟΣ - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΚΑΙ ΠΟΙΗΤΙΚΟ ΕΡΓΟ	 
 Η ΑΠΟΛΟΓΙΑ ΕΝΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ	 
 Η ιστορία του π"	 
 Η-εργασία-Ιστορία-των-αριθμών	 
 οι φυσικοι αριθμοι και η αναπαρασταση τους	 
 πυθαγορεια εγκληματα	 




## ΕΝΟΤΗΤΑ 10: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΑΞΗ




Τα εκπαιδευτικά λογισμικά και το διαδίκτυο αποτελούν ένα χρήσιμο εργαλείο στα χέρια των εκπαιδευτικών αλλά και των γονιών. Βελτιώνουν τη διαδικασία της μάθησης και την κάνουν πιο ενδιαφέρουσα και διασκεδαστική. Έτσι, οι μαθητές οδηγούνται σε πληρέστερη κατανόηση των εννοιών, ενώ παράλληλα ενεργοποιούν τις αισθήσεις τους και ακολουθούν τους δικούς τους ρυθμούς μάθησης. Ανάγκη για πιο άμεση επικοινωνία συνεργατική μάθηση και αλληλεπιδραστικότητα. Η χρήση εικόνων, γραφημάτων ήχου και βίντεο σε συνδυασμό με την αλληλεπιδραστικότητα συμβάλλουν στην καλύτερη μετάδοση της πληροφορίας παράλληλα με την παραδοσιακή διδασκαλία. Τα υπάρχοντα πολυμεσικά εργαλεία είναι αρκετά εύχρηστα και ικανά να δημιουργήσουν εφαρμογές προκειμένου να υποστηρίξουν μαθηματικές θεωρίες, να αναπαραστήσουν γραφικές παραστάσεις, να βοηθήσουν τον μαθητή στη μελέτη του μέσα από ποικίλα και ευέλικτα παραδείγματα, να τον επιμορφώσουν και να τον ψυχαγωγήσουν. Ο τομέας των μαθηματικών θεωρείται ένας ευαίσθητος τομέας μια και η αναπαράσταση των πληροφοριών πρέπει να βασίζεται σε στοιχεία που θα προσεγγίσουν τους μαθητές πιο εύκολα χωρίς να τους κουράσουν.




## 10) ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΑΞΗ




Αυτες οι εφαρμογες μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητες να καταλάβουν κάποιες εννοιες και ασκήσεις καλύτερα.




-  [GeoGebra Apps](#)  




Free offline GeoGebra apps for iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook and Linux
-  [Padlet](#)  




Make beautiful boards to collect, organize, and present anything.
-  [Fractions](#)  

The Fractions app lets students use a bar or circle to represent, compare, and perform operations with fractions with denominators from 1 to 100. Choose to create a bar or circle fraction and choose the total number of equal parts in the whole. Then show a fraction by filling in parts of the whole with color. Show or hide numeric labels as needed. Superimpose fractions upon each other to compare fractions or see equal parts.
-  [Geoboard](#)  

The Geoboard app is a tool for exploring a variety of mathematical topics introduced in the elementary and middle grades. Learners stretch bands around the pegs to form line segments and polygons and make discoveries about perimeter, area, angles, congruence, fractions, and more. This virtual version of the manipulative is an open-ended educational tool, ideal for elementary classrooms and other learning environments that use laptops, iPads, or Chromebooks.
-  [Math Clock](#)  

Math Clock helps students become fluent working with time. Learners use analog clocks with geared or free-moving hands to learn how to tell time, explore jumps with count-by numbers, and visualize story problems involving intervals of time. By placing and shading fraction overlays, students use the clock to contextualize fractions with frequently used denominators.
-  [Shapes 3D - Geometry Learning](#)  

Shapes 3D inspire students to investigate geometric solids and help them understand spatial geometry. Applications assist teachers in explaining abstract problems in 3D geometry and help them spark curiosity in the classroom by creating engaging math moments.
-  [Math Free Formula](#)  

Available in many languages, this is a perfect app on Google Play that provides all basic formulas in mathematics. It's very convenient for all students in high school or university and engineers to look for any easy or complicated formulas. It includes: Geometry, Algebra, Trigonometry, Equations, Analytic Geometry, Differentiation, Integration, Matrix, Probability and statistics, Units Conversion and Math Tricks. This app also has many tools to calculate the geometric shapes or find the roots of equations. Users can also share any formulas with friends by many ways: email, message, or Facebook.
-  [iMathematics Pro](#)  

iMathematics Pro is a useful reference tool that helps kids learn about a wide range of math topics. Two main options are on the home screen: Form and Utilities. Form has the main content of the app, which is organized into topics within chapters. Each topic is further organized into relevant categories. For example, in the chapter about arithmetic, kids can find a section on prime numbers. Within that section, kids can find a definition, a list of properties, a link to useful resources, and a quiz. From the home screen, the Utilities option takes kids to interactive features such as a fraction approximator, a graphic calculator, and a systems solver. Both the Form and the Utilities options have a link that takes kids to a blank page for taking notes. Kids can also create a list of favorites, and they can share their quiz results using social media links within the app.

## 8. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Το μάθημα που δημιουργήθηκε στο e-class στην παρούσα μελέτη αξιοποιήθηκε τεχνολογικά για τον εκπαιδευτικό σχεδιασμό του διδασκόμενου αντικείμενου. Υιοθετήθηκαν εκπαιδευτικές θεωρίες για το σχεδιασμό και τη διαχείριση της ανάλυσης, σχεδίασης, ανάπτυξης, εφαρμογής και αξιολόγησης του εκπαιδευτικού και του μαθησιακού υλικού. Επομένως, μπορεί να λειτουργήσει ως οδηγός διαχείρισης του Προγράμματος Σπουδών και να συμβάλει στη διαμόρφωση του εκπαιδευτικού σχεδιασμού του διδασκόμενου αντικείμενου με συνεχή ανατροφοδότηση από πολλαπλές πηγές και πολυμέσα, με το να προκαθορίζεται τι θα διδαχθεί αλλά και πώς θα διδαχθεί.

Όπως φάνηκε από τη μελέτη της βιβλιογραφίας παρανοήσεις που δημιουργούνται λόγω της προηγούμενης γνώσης των μαθητών φαίνεται ότι επηρεάζουν τις επιδόσεις τους στην άλγεβρα και αποτελούν εμπόδιο για την εξέλιξη τους στην μαθηματική εξέλιξη. Για να γίνει κατανοητή η μαθηματική έννοια της μεταβλητής ως σύμβολο πραγματικών αριθμών θα πρέπει να επανεξεταστεί ο τρόπος της διδασκαλίας της μεταβλητής αλλά και το πώς παρουσιάζεται στα σχολικά βιβλία. Καλό είναι να ενημερώνονται οι εκπαιδευτικοί αλλά και οι συγγραφείς των σχολικών βιβλίων για τα αποτελέσματα των ερευνών που γίνονται ώστε να γνωρίζουν τον τρόπο με τον οποίο σκέφτονται οι μαθητές, να ερμηνεύουν σωστά τα λάθη τους με στόχο την βελτίωση της διδασκαλίας και την καλύτερη απόδοση της νέας γνώσης στα σχολικά βιβλία.

Ένα συμπέρασμα που φαίνεται να προκύπτει από την παρούσα εργασία και είναι σύμφωνο με τη μαθηματική εκπαιδευτική βιβλιογραφία είναι ότι υπάρχει ουσιαστικό πρόβλημα με τη μάθηση της άλγεβρας και των μαθηματικών γενικότερα. Συνεπώς δεν είναι άνευ σημασίας το ερώτημα: 'μήπως πρέπει να επανεξετάσουμε το τι μαθηματικά θέλουμε να διδάξουμε, σε ποιους θέλουμε να τα διδάξουμε και πώς θα τα διδάξουμε;'

### **Περιορισμοί της Έρευνας και προτάσεις για περαιτέρω διερεύνηση**

Ένας περιορισμός ήταν ο διαθέσιμος χρόνος, αφού το παρόν θέμα ήταν ανεξάντλητο, και αυτό έκανε ακόμη πιο δύσκολη την επιλογή άρθρων ανάμεσα σε ένα μεγάλο αριθμό διαθέσιμων άρθρων σε πολλές και ποικίλες βάσεις δεδομένων. Συνεπώς, μπορεί να μη μελετήθηκαν και άρθρα που θα μπορούσαν να εμπλουτίσουν τη συγκεκριμένη βιβλιογραφική ανασκόπηση με περισσότερα ευρήματα από έρευνες με εστίαση κυρίως στις διάφορες κατηγορίες μαθησιακών αποτελεσμάτων, διδακτικών μεθόδων, ψηφιακών εργαλείων και της σύνδεσης όλων μεταξύ τους. Λόγω του ότι η εξ αποστάσεως εκπαίδευση, οι διδακτικές μέθοδοι και τα ψηφιακά εργαλεία για την επίτευξη της βελτίωσης των μαθησιακών αποτελεσμάτων διαρκώς ανανεώνονται, αναβαθμίζονται και εκσυγχρονίζονται, θα ήταν χρήσιμο να γίνουν περαιτέρω μελέτες στον ελληνικό χώρο και σε κάθε βαθμίδα ξεχωριστά και να συγκριθούν τα αποτελέσματα, να ανιχνευθούν τυχόν παραλείψεις ή περιορισμοί και να

παρουσιαστούν νέες ιδέες, θεωρίες και σχεδιασμοί σε επίπεδο εφαρμογής τόσο του διδακτικού υλικού όσο και της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Έχοντας ως βάση για τη διαμόρφωση του θεωρητικού πλαισίου εκτενή βιβλιογραφική ανασκόπηση, ποσοτικές έρευνες με τη χρήση ερωτηματολογίου και ποιοτικές με τη διεξαγωγή συνεντεύξεων, παρατηρήσεων και μελέτης ομάδων εστίασης που εμπλέκονται ενεργά στην εξ αποστάσεως εκπαίδευση μπορούν να προσφέρουν χρήσιμα ευρήματα με αναφορά τόσο στην επιλογή των διδακτικών μεθόδων όσο και στη χρήση των ψηφιακών εργαλείων. Συνεπώς, υπάρχουν μελλοντικές ερευνητικές ευκαιρίες για τους εκπαιδευτές να ενσωματώσουν και να δοκιμάσουν συγκεκριμένες στρατηγικές από το εννοιολογικό πλαίσιο και να προσφέρουν περαιτέρω βελτιώσεις στο συγκεκριμένο εκπαιδευτικό πλαίσιο.

### **Μελλοντικές εξελίξεις**

Τα συστήματα διαχείρισης της μάθησης (LMS - Learning Management Systems) στην εκπαίδευση διαδραματίζουν σημαντικό και ζωτικό ρόλο μεταξύ των εκπαιδευτικών ιδρυμάτων παγκοσμίως, όπου αυτά τα συστήματα διαχείρισης μάθησης χρησιμοποιούνται για τη βελτίωση των μαθησιακών συνόδων με τον πλέον κατάλληλο και αποτελεσματικό τρόπο, έτσι ώστε η διδασκαλία και η μάθηση να είναι μια διαφορετική εμπειρία που βιώνουν τόσο οι δάσκαλοι όσο και οι μαθητές. Τα συστήματα LMS είναι μια από τα τεχνολογικές καινοτομίες που εισήχθη στον εκπαιδευτικό τομέα για να προσφέρει μια μοναδική εμπειρία στους αντίστοιχους ενδιαφερόμενους που τον χρησιμοποιούν. Μελλοντικά τα συστήματα διαχείρισης της μάθησης θα αντικατασταθούν με την εισαγωγή ενός βελτιωμένου συστήματος διαχείρισης μάθησης. Αυτό το σύστημα διαχείρισης μάθησης μπορεί επίσης να είναι γνωστό ως Virtual Learning Environment, όπου το περιβάλλον εκμάθησης λειτουργεί κυρίως μέσω του Διαδικτύου. Επωφελούμενοι του ότι το κινητό γίνεται αναπόφευκτο μέρος της ζωής μας, το e-Learning έφερε στην επιφάνεια την έννοια του "Μάθετε οτιδήποτε, οπουδήποτε και οποτεδήποτε". Αυτό κάνει την εκμάθηση μέσω κινητού τηλεφώνου τον πιο βολικό τρόπο εκμάθησης, οι μαθητές έχουν άμεση πρόσβαση στο υλικό του μαθήματος και ποτέ δεν είναι μακριά. Η ευελιξία στη χρήση και η προσβασιμότητα των συσκευών τροφοδοτούνται από εκπαιδευτικούς φορείς που έχουν εξασφαλίσει ότι το προϊόν τους είναι φιλικό προς το κινητό. Με βίντεο και κουίζ που ήδη υπάρχουν ως μέρος της κινητής μάθησης, θα πρέπει να ανοίξουν και άλλες μορφές μάθησης στο μέλλον. Συνεχίζοντας με τη μάθηση μεγέθους μικρών αποσπασμάτων (Bite-sized learning), τα δομικά στοιχεία μάθησης πρέπει να διατηρούνται σύντομα. Οι διάφορες μορφές εδώ περιλαμβάνουν τα βίντεο, τα αρχεία ήχου, τις γρήγορες αναγνώσεις κλπ. Αυτά είναι χωρισμένα με τακτικές αξιολογήσεις ή κουίζ και έρευνες για να δοκιμάσουν τις γνώσεις που αποκτήθηκαν. Εμπνέοντας έναν μαθητή να μάθει σε σύντομο χρονικό διάστημα, είναι αυτό που έκανε την μάθηση μεγέθους μικρών αποσπασμάτων, μια σημαντική καινοτομία. Μελέτες έχουν ήδη αποδείξει ότι ο ανθρώπινος εγκέφαλος διατηρεί/απορροφά τα δεδομένα όταν παρουσιάζεται σε μικρά αποσπάσματα.



Προχωρώντας προς τις μελλοντικές εξελίξεις της ηλεκτρονικής μάθησης, πολλοί βλέπουν το gamification ως το μέλλον της ηλεκτρονικής μάθησης . Ως gamification θα περιγράψαμε την ενσωμάτωση πρακτικών και διαδικασιών παιχνιδιού σε δράσεις άλλου ύφους και περιεχομένου με σκοπό την ενίσχυση της εμπλοκής και συμμετοχής σε αυτές. Επί της ουσίας, η τεχνική αξιοποιεί τα χαρακτηριστικά της συμμετοχής σε ένα παιχνίδι, όπως διαγωνισμό μεταξύ των συμμετεχόντων, πρόκληση για καλύτερο αποτέλεσμα, επιβράβευση με δώρα και βαθμολόγηση της προσπάθειας.

## **BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ**

Αναστασιάδης, Π. (2017). «ΟΔΥΣΣΕΑΣ 2000-2015»: Σχολική Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση με την χρήση των ΤΠΕ στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση. Μια αποτίμηση της ερευνητικής συνεισφοράς. *Ανοικτή Εκπαίδευση: το περιοδικό για την Ανοικτή και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση και την Εκπαιδευτική Τεχνολογία*, 13(1), 88-128.

Αναστασιάδης, Π. (2014). Η έρευνα για την ΕξΑΕ με τη χρήση των ΤΠΕ (e-learning) στο Ελληνικό Τυπικό Εκπαιδευτικό Σύστημα. Ανασκόπηση και προοπτικές για την Πρωτοβάθμια, Δευτεροβάθμια και Τριτοβάθμια Εκπαίδευση. *Ανοικτή Εκπαίδευση: το περιοδικό για την Ανοικτή και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση και την Εκπαιδευτική Τεχνολογία*, 10(1), 5-32.

Βερούκιος, Π. (2003)1. Η μετάβαση από την αριθμητική στην άλγεβρα : Εμπόδια στη μαθησιακή πορεία του μαθητή. Η περίπτωση της εξίσωσης. Πρακτικά του 20<sup>ου</sup> Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας. Βέροια : Ε.Μ.Ε., Βέροια.

Βερούκιος, Π. (2003)2. Κατανόηση εννοιών της άλγεβρας από μαθητές του Γυμνασίου. Πρακτικά Συνεδρίου με θέμα «Τα μαθηματικά στο Γυμνάσιο». Αθήνα: Μαθηματικό Τμήμα Πανεπιστημίου Αθηνών

Βερούκιος, Π. & Κλαουδάτος, Ν. (1999). Τα επίπεδα κατανόησης της έννοιας της μεταβλητής από μαθητές της Γ Γυμνασίου. Πρακτικά του 16<sup>ου</sup> Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε. (σελ. 431-439). Λάρισα: Ε.Μ.Ε. Λάρισα.

Bednarz, N., Radford, L., Janvier, B. & Lepage, A. (1992). Arithmetic and algebraic thinking in problem-solving. In W. Geeslin & Graham (Eds.), *Proceedings of the 16th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, 65-72). Durham, N. Hampshire: Program Committee.

Booth, L. R. (1984). *Algebra: Children's strategies and errors*. Windsor, UK: NFER-Nelson.

Booth, L. R. (1988). Children's Difficulties in Beginning Algebra. In A. F. Coxford (Ed.), *The Ideas of Algebra, K-12 (1988 Yearbook)* (pp. 20-32). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Βοσνιάδου, Σ. (2002). Πώς μαθαίνουν οι μαθητές. Διεθνές γραφείο εκπαίδευσης της UNESCO.

Capraro, M. M., & Joffrion, H. (2006). Algebraic equations: Can middle-school students meaningfully translate from words to mathematical symbols? *Reading Psychology*, 27(2-3), pp.147-164.

Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1982). The development of addition and subtraction problem-solving skills. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and Subtraction: a cognitive perspective* (9-24). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.

Clement, J. (1982). Algebra word problem solutions: Thought processes underlying a common misconception. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13, 16-30.

Clement, J., Lochhead, J., & Monk, G. S. (1981). Translation difficulties in learning mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 88(4), 286-290.

Cortes A., Vergnaud G., Kavafian N. (1990). From arithmetic to algebra: negotiating a jump in the learning process. Proceedings of the 14th P.M.E. Conference. (Vol. II, pp. 27-34), Oaxtepec, Mexico.

Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K., & Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process schema, *Journal of Mathematical Behavior*, Volume 15, pp. 167- 92.

Davis, Robert B. (1975). Cognitive Processes Involved in Solving Simple Algebraic Equations. *Journal of Children's Mathematical Behaviour* 1(3) 1975.

Drijvers, P., Goddijn, A., & Kindt, M. (2011). Algebra education: exploring topics and themes. In *Secondary algebra education* (pp. 5-26): Springer.

Dubinsky, E. (1991). Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking. In Tall, D.O. (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. pp. 95-124.

Duru, A., & Koklu, O. (2011). Middle school students' reading comprehension of mathematical texts and algebraic equations. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(4), pp. 447-468

Δεμίρη Ε., Μαρκέτος Α., Μπαρμπάς Γ. (1994). Οι αντιλήψεις των μαθητών της Α' Γυμνασίου για τη μεταβλητή. **Διάσταση 4**, (1994), Ε.Μ.Ε., Θεσσαλονίκη.

Δ.Ε.Π.Π.Σ – Α.Π.Σ Μαθηματικών (2003). *Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών*. ΥΠΕΠΘ – Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. Ανακτήθηκε από :<http://www.pi-schools.gr/programs/depps/>

Δραμαλίδης, Α., & Σακονίδης, Χ., (2006). Η επίδοση μαθητών ηλικίας 13 – 15 χρόνων σε θέματα σχολικής άλγεβρας. *Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων*, (11), 100-114.

Farmaki, B., Klaoudatos, N., & Verikios, P. (2004). From functions to equations: introduction to algebraic thinking to 13 year-old students. In M. J. Hoines, & A.B. Fuglestad (Eds.) *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for*

*the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. IV, 393-400). Bergen, Norway: Program Committee

Fillow, E., & Rojano, T. (1998). Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. *For the learning of mathematics*, 9(2), 19-25.

Gray, E. M. & Tall, D. O. (1991a). Duality, Ambiguity and Flexibility in Successful Mathematical Thinking. *Proceedings of the XV International Conference for the Psychology of Mathematics Education* Vol. 2. Assisi. pp. 72-79.

Harper, E (1987). Ghosts of Diophantus. *Educational Studies in Mathematics* 18 (1987) pp. 75 - 90.

Hart, K. M. (ed.) (1981) *Children's Understanding of Mathematics: 11-16*, London: John Murray.

Herskovics, N., & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra, *Educational studies in mathematics* 27, pp. 59-78.

Huang, R., Liu, D., Tlili, A., Knyazeva, S., Chang, T. W., Zhang, X. & Holotescu, C. (2020). *Guidance on open educational practices during school closures: Utilizing OER under COVID-19 pandemic in line with UNESCO OER recommendation*. Beijing: Smart Learning Institute of Beijing Normal University.

Jaworski, B. (1994). Investigating mathematics teaching: A constructivism enquiry. London: Falmer press.

Karalis, T. (2020). Planning and evaluation during educational disruption: Lessons learned from COVID-19 pandemic for treatment of emergencies in education. *European Journal of Education Studies*. 7(4), 1-18.

Karalis, T. & Raikou, N. (2020). Teaching at the times of COVID-19: Inferences and implications for higher education pedagogy. *International Journal of Academic Research in Business and Social Sciences*, 10(5), 479-493.

Kieran, C., (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), 317-320

Kieran, C. (1992). The Learning and Teaching of School Algebra. In Grouws, D.A. (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing Company. Pp. 390-419.

Kieran, C. (1997). 'Mathematical Concepts at the Secondary School Level: The Learning of Algebra and Functions' in T. Nunes, P. Bryant (eds) *Learning and Teaching Mathematics: An Intentional Perspective*, Psychology Press.

- Klawe, M. & Phillips, E. (1995). *A classroom study: electronic games engage children as researchers*. Proceeding of CLS'95 conference, Bloomington, Indiana, pp. 209-213.
- Kuchemann (1981). Algebra. In K. M. Hart, (Ed.), *Children's Understanding of Mathematics: 11-16* (pp. 102-119). London: John Murray.
- Λεμονίδης Χ. (1996). Δυσκολίες και αντιλήψεις των μαθητών κατά το πέρασμα από την αριθμητική στην άλγεβρα. ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ Γ' Τόμος 13, Τεύχος 45 σσ. 61-70.
- Λεμονίδης Χ. (1996). Εμπειρική έρευνα στην ικανότητα επίλυσης εξισώσεων Α' βαθμού από μαθητές γυμνασίου. Ερευνητική Διάσταση της Διδακτικής των Μαθηματικών 1, Ε.Μ.Ε., Θεσ/νίκη.
- Lepper, M. R. & Malone, T. W. (1987). *Intrinsic motivation and instructional effectiveness in computer-based education*. In R.E. Snow and M.J. Farr (Eds.), *Ability, learning and instruction* (vol 3): Conative and affective process analyses. Hillsdale, N.J. Lawrence Erlbaum Associates.
- Μπακιρτζή, Ι. (2021). Κλείσιμο σχολείων. Και τώρα τι;-Μια διερεύνηση των απόψεων των εκπαιδευτικών για τη σύγχρονη και ασύγχρονη εκπαίδευση. *1ο Διεθνές Διαδικτυακό Εκπαιδευτικό Συνέδριο Από τον 20ο στον 21ο αιώνα μέσα σε 15 ημέρες*, 324-330.
- MacGregor, M., & Stacey, K. (1998). Cognitive models underlying algebraic and non-algebraic solutions to unequal partition problems. *Mathematics Education Research Journal*, 10 (2), 46-60.
- Malone, T. W. (1980). *What makes things fun to learn? A study of intrinsically motivating computer games*. Cognitive and International Science Series, CIS-7, Xerox Palo Alto Research Center, Palo Alto.
- Malone, T. W. (1981). Toward a theory of intrinsically motivating instruction. *Cognitive Science*, 333-369
- Matz, Marilyn. (1980). Towards a Computational Theory of Algebraic Competence. *Journal of Children's Mathematical Behaviour* 3(1) 1980.
- Νέο Πρόγραμμα Σπουδών για τα Μαθηματικά, 2011. ΕΣΠΑ 2007 - 13 \ Ε.Π. Ε&ΔΒΜ \ Α.Π. 1 - 2 - 3 «ΝΕΟ ΣΧΟΛΕΙΟ (Σχολείο 21 ου αιώνα) – Νέο Πρόγραμμα Σπουδών , Οριζόντια Πράξη» MIS : 295450 Με την συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης (Ε. Κ. Τ.).

Οικονόμου, Χ. (2017). Η αυτοδύναμη εξ αποστάσεως σχολική εκπαίδευση στη Γερμανία. Μελέτη περίπτωσης τεσσάρων εκπαιδευτικών ιδρυμάτων εξ αποστάσεως σχολικής εκπαίδευσης. Διπλωματική Εργασία. Πάτρα: Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο.

Pirie, S., & Martin, L. (1997). The equation, the whole equation and nothing but the equation! One approach to the teaching of linear equations. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1–36.

Pimm, D. (1987). *Speaking Mathematically: Communication in Mathematics Classrooms*. London: Routledge Kegan & Paul.

Poroçani, N., Zaçellari, L. (2022). Challenges of distance didactics (data and recommendations). *Journal of Language and Linguistic Studies*, 18 (Special Issue). 299-312

Ryan, J., & Williams, J. (1998). The search for pattern: student understanding of the table of values representation for function. In C. Kanes, M. Goos, & E. Warren (Eds), *Teaching mathematics in New Times. Proceedings of the 18th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, 2, Brisbane: MERGA

Thwaites, G. N. (1982). Why do children find algebra difficult? *Mathematics in School*, 11 (4), 16-17.

Σπυρομήτρος, Α. & Ιορδανίδης, Γ. (2017). Σύνδρομο επαγγελματικής εξουθένωσης και επαγγελματικό άγχος των εκπαιδευτικών δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης: η περίπτωση της περιφέρειας δυτικής Θεσσαλονίκης. *Επιστημονική Επετηρίδα Παιδαγωγικού Τμήματος Νηπιαγωγών Πανεπιστημίου Ιωαννίνων*, 10(1), 142- 186.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.

Sfard, A., & Linchevski, L. (1994). The gains and the pitfalls of reification—the case of algebra. *Educational studies in mathematics*, 26(2-3), 191-228.

Stacey, K. and MacGregor, M. (1997). Building foundations for algebra. *Mathematics teaching in the middle school*, 2, 252-260.

Τουμάσης, Μ., «Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών», Αθήνα, 2000.

Variar, D., Dumke, E. K., Abrams, L. M., Conklin, S. B., Barnes, J. S., & Hoover, N. R. (2017). Potential of one-to-one technologies in the classroom: Teachers and students weigh in. *Educational Technology Research and Development*, 65(4), 967-992.

Vlassis, J. (2002). The balance model: hindrance or support for the solving of linear equations with one unknown. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 341 – 359

von Glasersfeld, E. (1983) 'Learning as a constructive activity', in J.C. Bergeron and N. Herscovicz (eds) *Proceedings of the Fifth Meeting of PME-NA*, University of Montreal.

Von Glasersfeld, E. (1991) *Radical Constructivism: a way of knowing and learning*, London: The Falmer Press.

Wagner, S. (1981). Conservation of equation and function under transformations of variable. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12, 107-118.

Wagner, S., Rachlin, S. L., & Jensen, R. J. (1984). *Algebra Learning Project: Final Report*. Athens: University of Georgia, Dpt. of Mathematics.

Warren, E. (2003). The Role of Arithmetic Structure in the Transition from Arithmetic to Algebra

Warren, E., Trigueros, M., & Ursini, S. (2016). Research on the Learning and Teaching of Algebra. In *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 73-108): Springer.