

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ MEDIAL AXIS TRANSFORM (MAT) ΓΙΑ ΣΥΝΕΚΤΙΚΑ ΧΩΡΙΑ ΔΥΑΔΙΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ

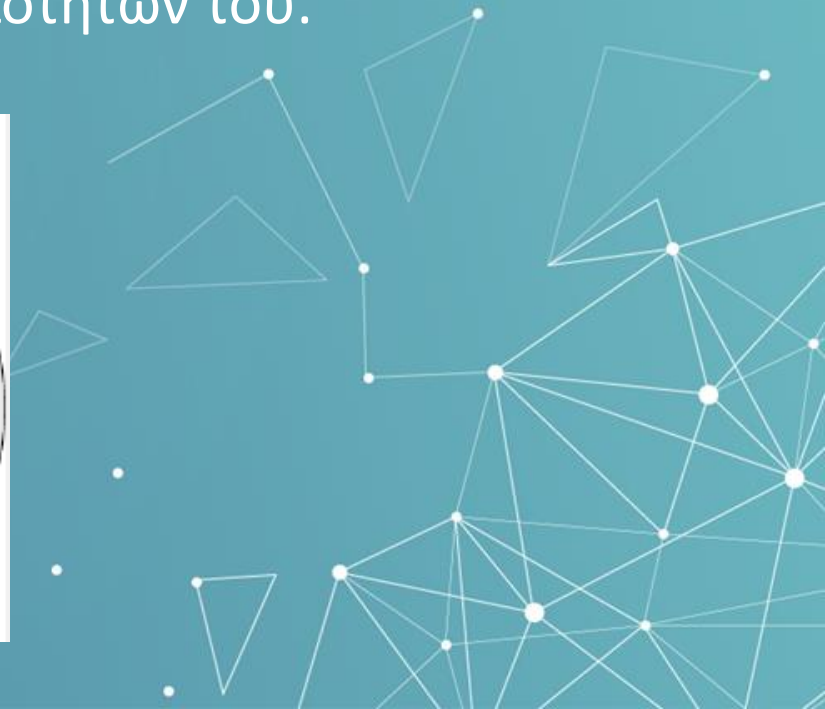
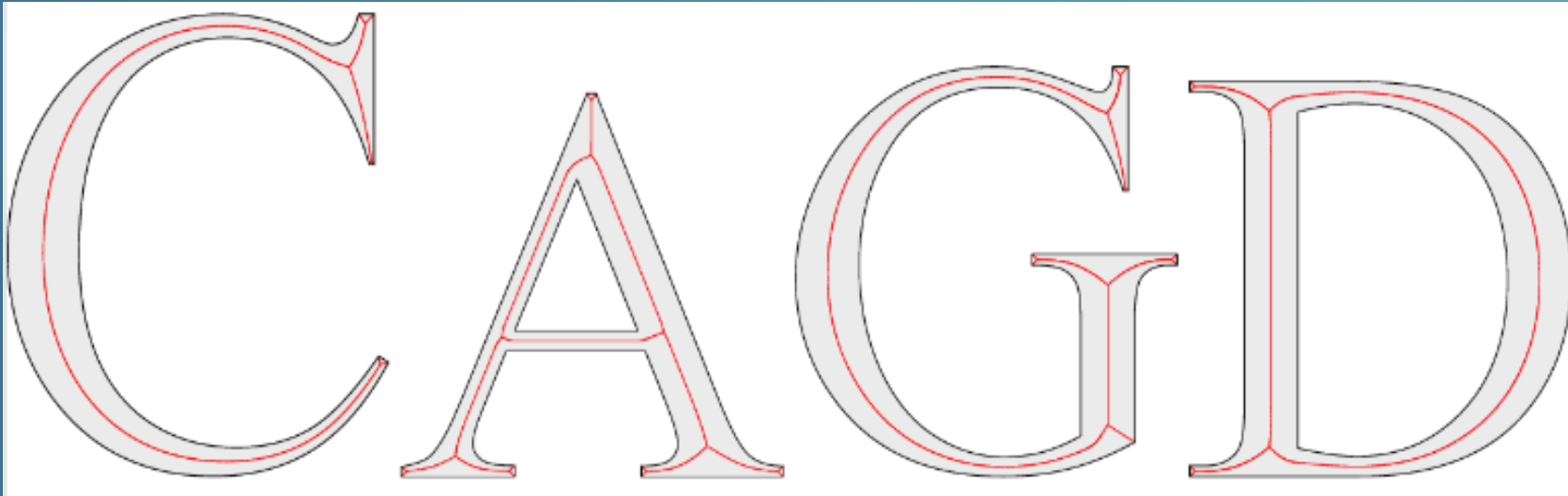
ΣΤΕΡΓΙΟΣ ΠΑΤΗΝΙΟΣ (ΑΕΜ:205)

Επιβλέπων καθηγητής: Χ. ΣΤΡΟΥΘΟΠΟΥΛΟΣ

ΣΕΡΡΕΣ 2023

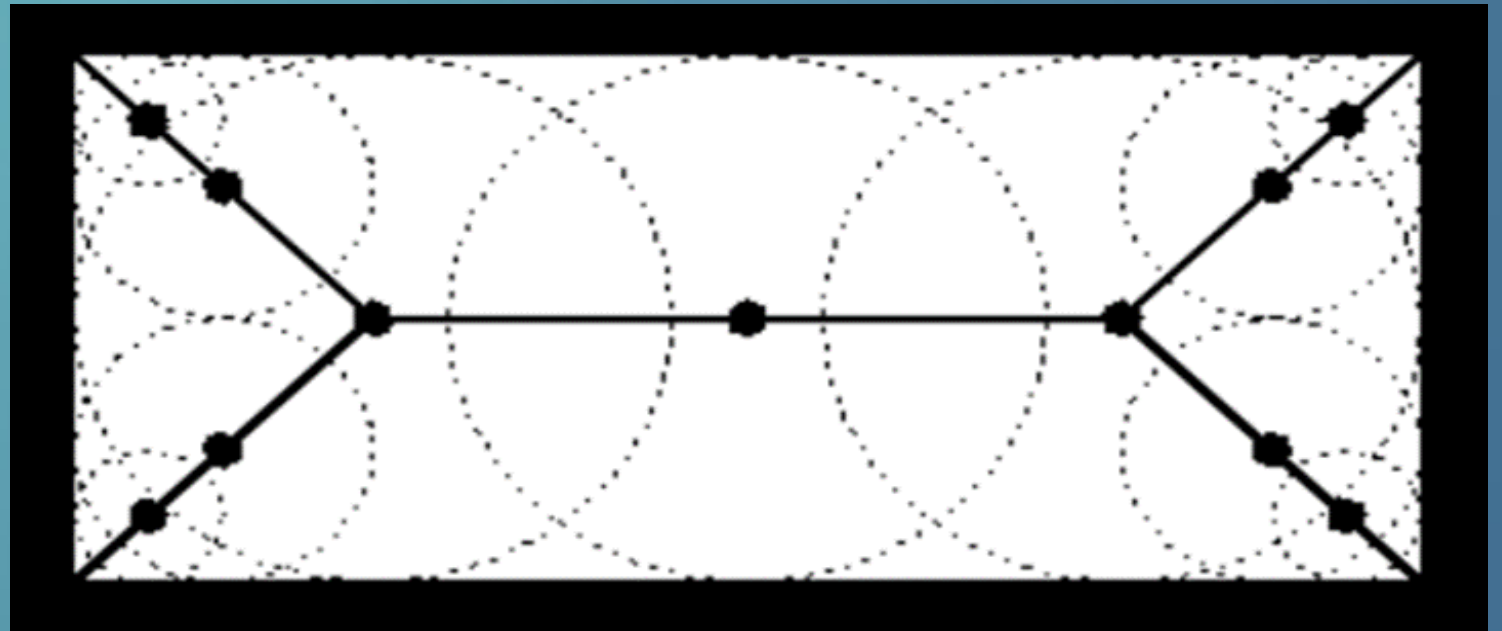
ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Ο Medial Axis Transform (MAT) είναι ένα σημαντικό εργαλείο στον τομέα της μηχανικής όρασης και της επεξεργασίας εικόνων για την εύρεση του σκελετού δυαδικών μορφών.
- Αποτελεί μια αναπαράσταση του σχήματος ενός αντικειμένου και χρησιμοποιείται για την εξαγωγή των γεωμετρικών ιδιοτήτων του.



Τι είναι ο Medial Axis Transform;

- Ορίζεται ως το σύνολο όλων των σημείων που έχουν περισσότερα από ένα κοντινότερα σημεία στα όρια του αντικειμένου
- Πιο απλά είναι το σύνολο των σημείων που ισαπέχουν από τα όρια ενός αντικειμένου



ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥ MAT

Μοναδικότητα

Αντιστρεψιμότητα

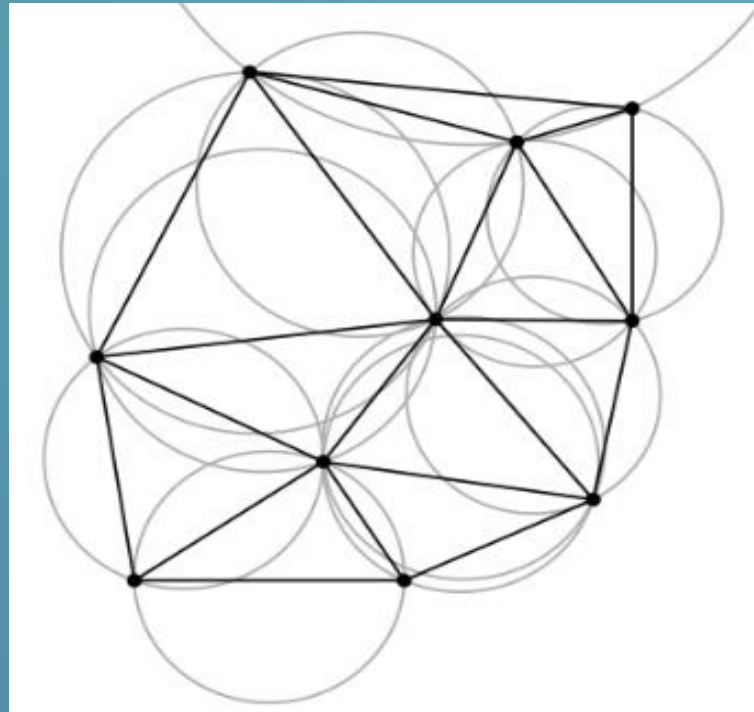
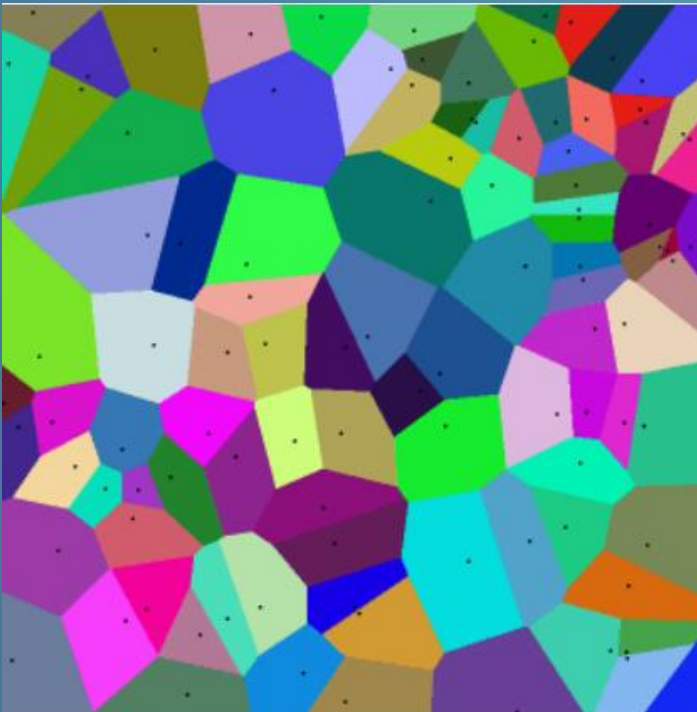
Μείωση διαστάσεων

Τοπολογική ισοδυναμία

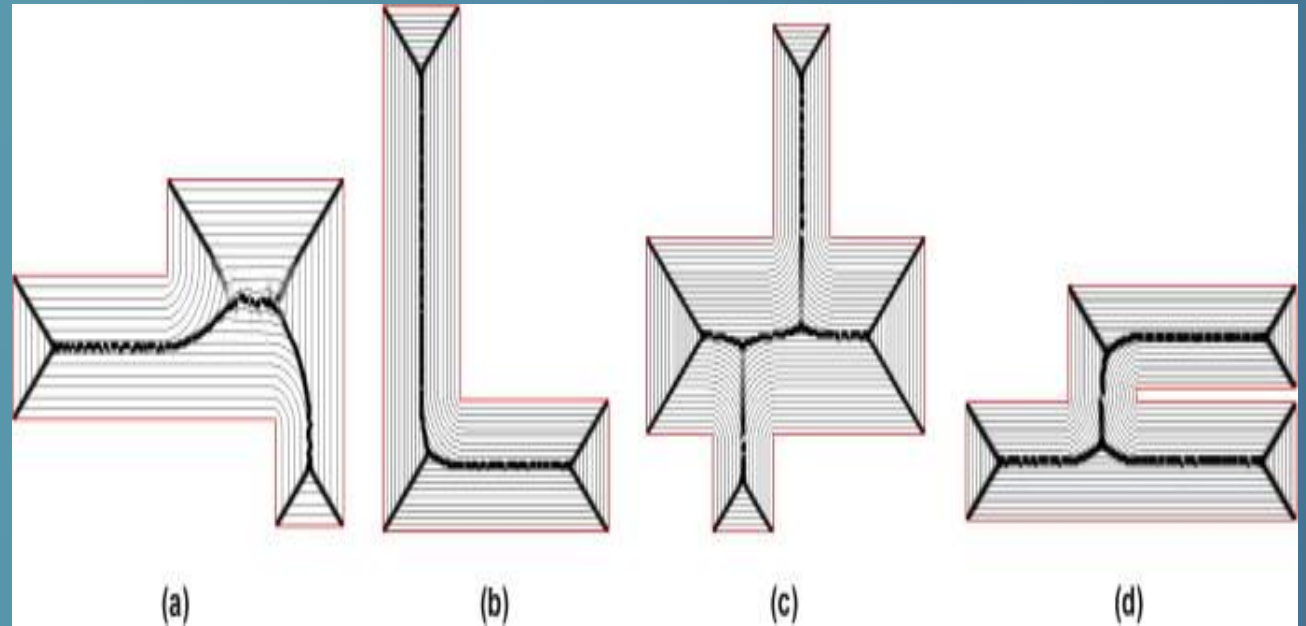
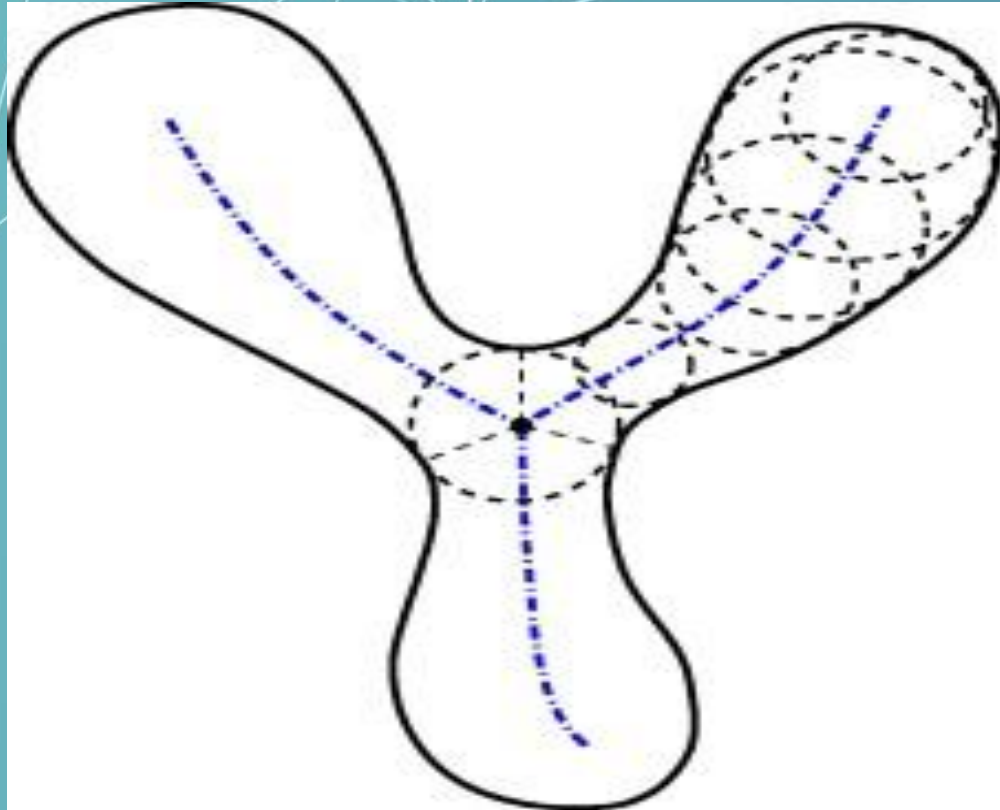


ΠΡΟΣΠΑΘΕΙΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ MAT

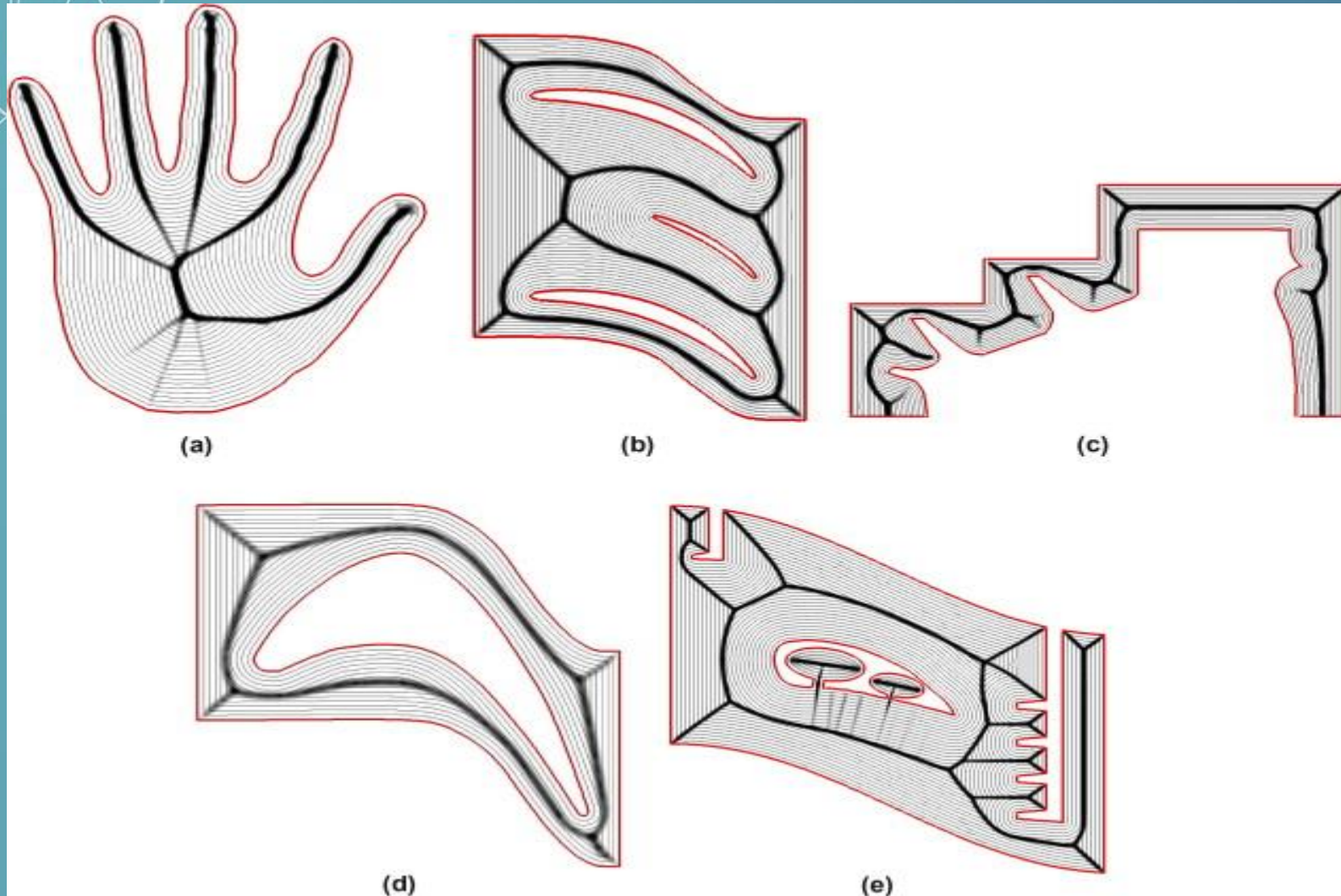
- U. Montanari. Continuous skeletons from digitized images. *Journal of the Association for Computing Machinery*, 16(4):534-549, October 1969.
- L. Guibas and J. Stolfi. Primitives for the manipulation of general subdivisions and the computation of Voronoi diagrams. *ACM Transactions on Graphics*, 4(2):74- 123, April 1985.



ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΙΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΟΥ ΜΑΤ



ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΙΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΟΥ ΜΑΤ

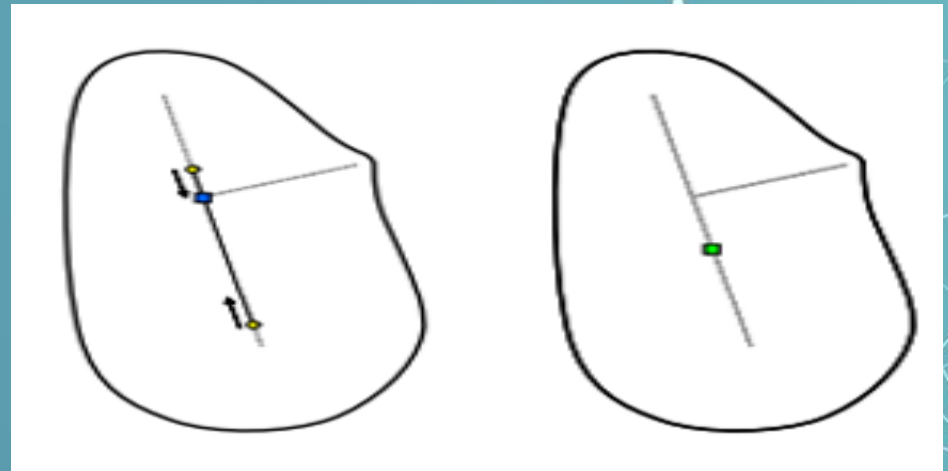
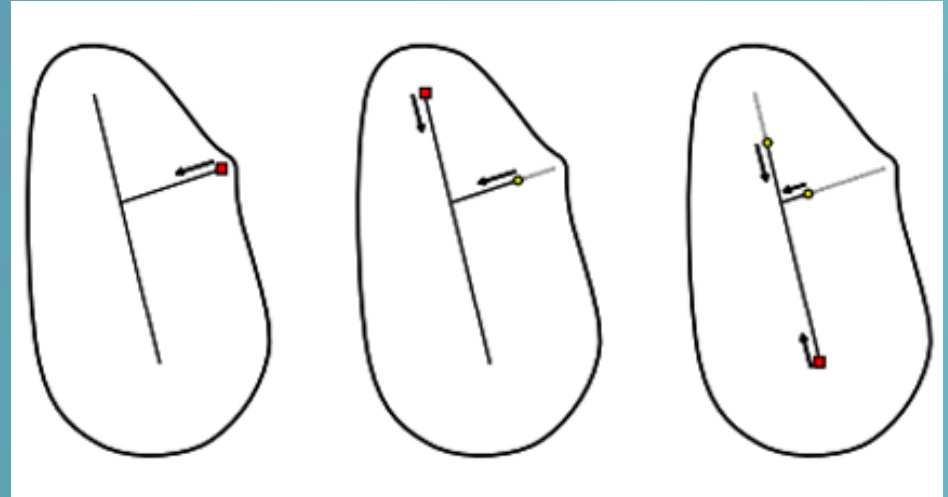


Αλγόριθμος Extended Grassfire Transform

Όταν ένα μέτωπο πυρκαγιάς φτάσει σε μια διασταύρωση συνεχίζει αν έχει απομείνει ακριβώς ένα κλαδί που δεν έχει καεί και εξαφανίζεται εάν απομένουν δύο ή περισσότερα κλαδιά.

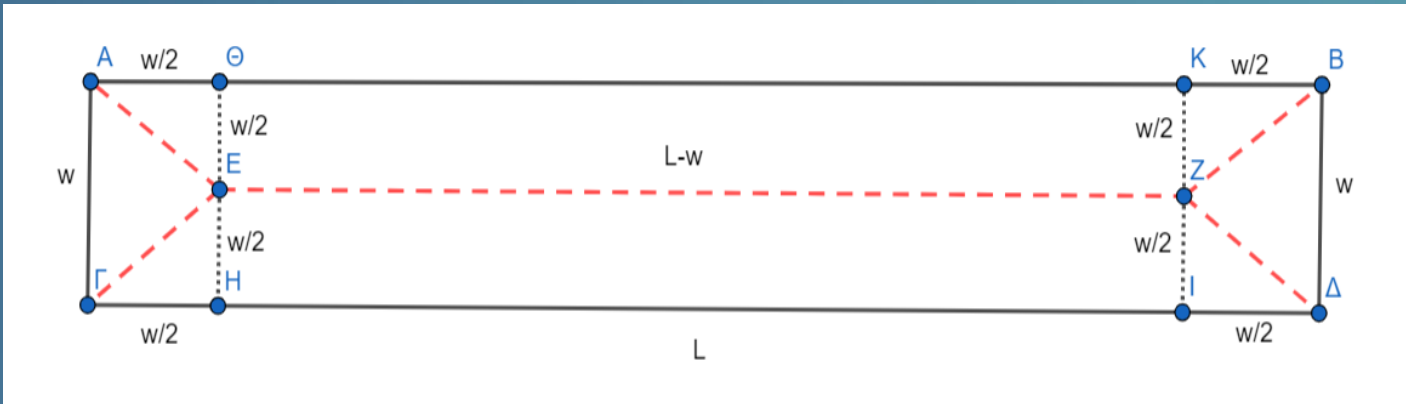
Όταν συναντώνται πολλά μέτωπα πυρκαγιάς στο ίδιο σημείο και εφόσον δεν έχουν απομείνει άκαυστα κλαδιά τα μέτωπα της φωτιάς σβήνουν εκεί.

Η διαδικασία τερματίζεται όταν κανένα μέτωπο πυρκαγιάς δεν είναι πλέον ενεργό.



Η σχέση του μήκους του ενδιάμεσου άξονα με το μήκος του περιγράμματος

ΡΑΒΔΟΣ



Μήκος περιγράμματος: $c = 2 * (L + w)$

Μήκος σκελετού: $S = L - w + \frac{4w\sqrt{2}}{2} = L - w + 2w\sqrt{2}$

Ισχύει ότι:

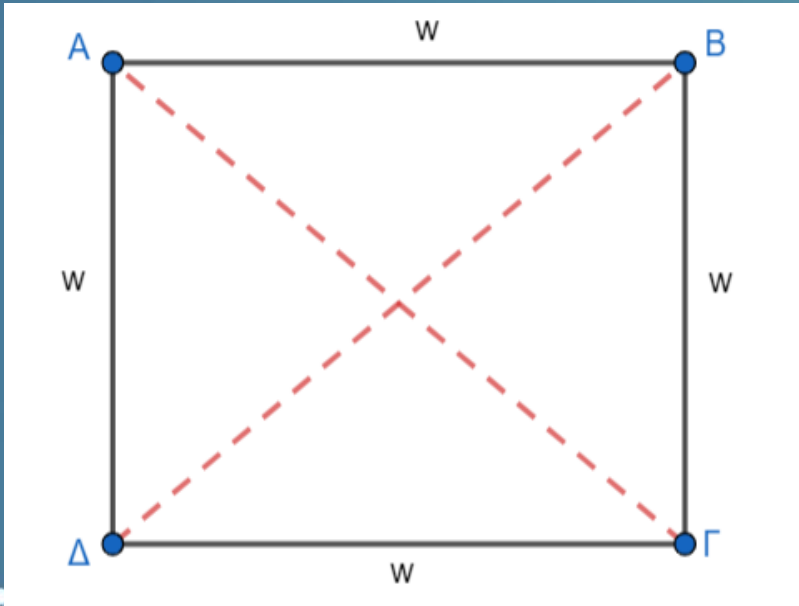
$$\frac{S}{C} = \frac{L - w + 2w\sqrt{2}}{2 * (L + w)}$$

Θέτοντας $L=\alpha w$ με $\alpha>1$ και υπολογίζοντας το όριο της συνάρτησης παρατηρείται το εξής:

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{\alpha - 1 + 2\sqrt{2}}{2\alpha + 2} = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{\alpha}{2\alpha} = \frac{1}{2}$$

Η σχέση του μήκους του ενδιάμεσου άξονα με το μήκος του περιγράμματος

Παράδειγμα ράβδου αν $\alpha=1$ και $L=w$



Μήκος περιγράμματος: $c = 4w$

Μήκος σκελετού: $S = 2w\sqrt{2}$

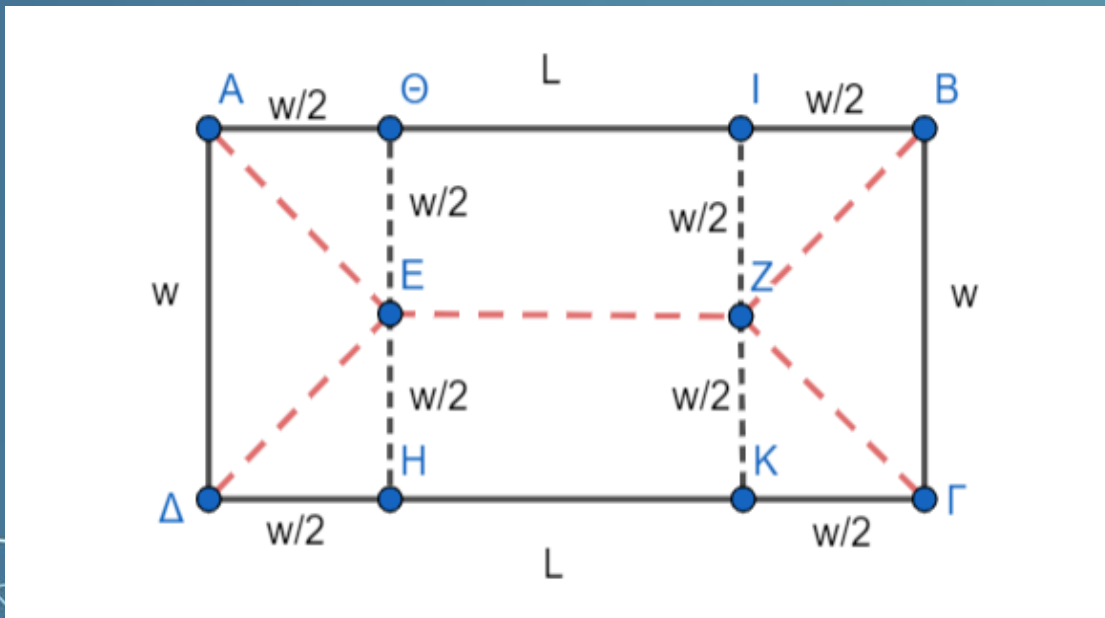
Ισχύει ότι:

$$\frac{S}{c} = \frac{2w\sqrt{2}}{4w} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cong 0.7$$



Η σχέση του μήκους του ενδιάμεσου άξονα με το μήκος του περιγράμματος

Παράδειγμα ράβδου αν $\alpha=2$ και $L=2w$



Σε αυτή τη περίπτωση έχουμε ότι:

$$\frac{S}{c} = \frac{w + 2w\sqrt{2}}{6w} = \frac{1 + 2\sqrt{2}}{6} \cong 0.63$$

Η σχέση του μήκους του ενδιάμεσου άξονα με το μήκος του περιγράμματος

ΔΑΚΤΥΛΙΟΣ

Μήκος περιγράμματος: $c = 2\pi R + 2\pi(R - w) = 4\pi R - 2\pi w$

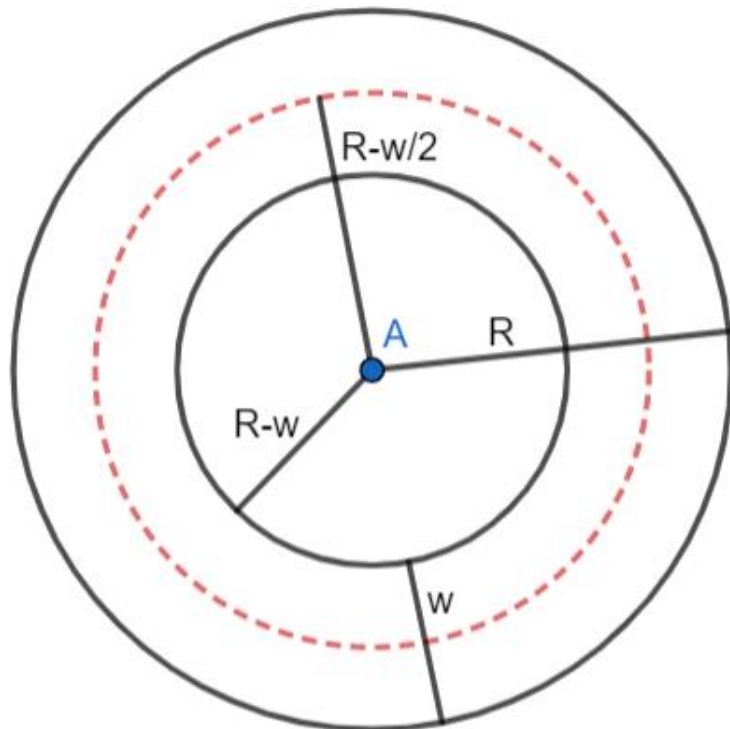
Μήκος σκελετού: $S = 2\pi \left(R - \frac{w}{2} \right) = 2\pi R - \pi w$

Ισχύει ότι:

$$\frac{S}{c} = \frac{2\pi R - \pi w}{4\pi R - 2\pi w} = \frac{2R - w}{4R - 2w}$$

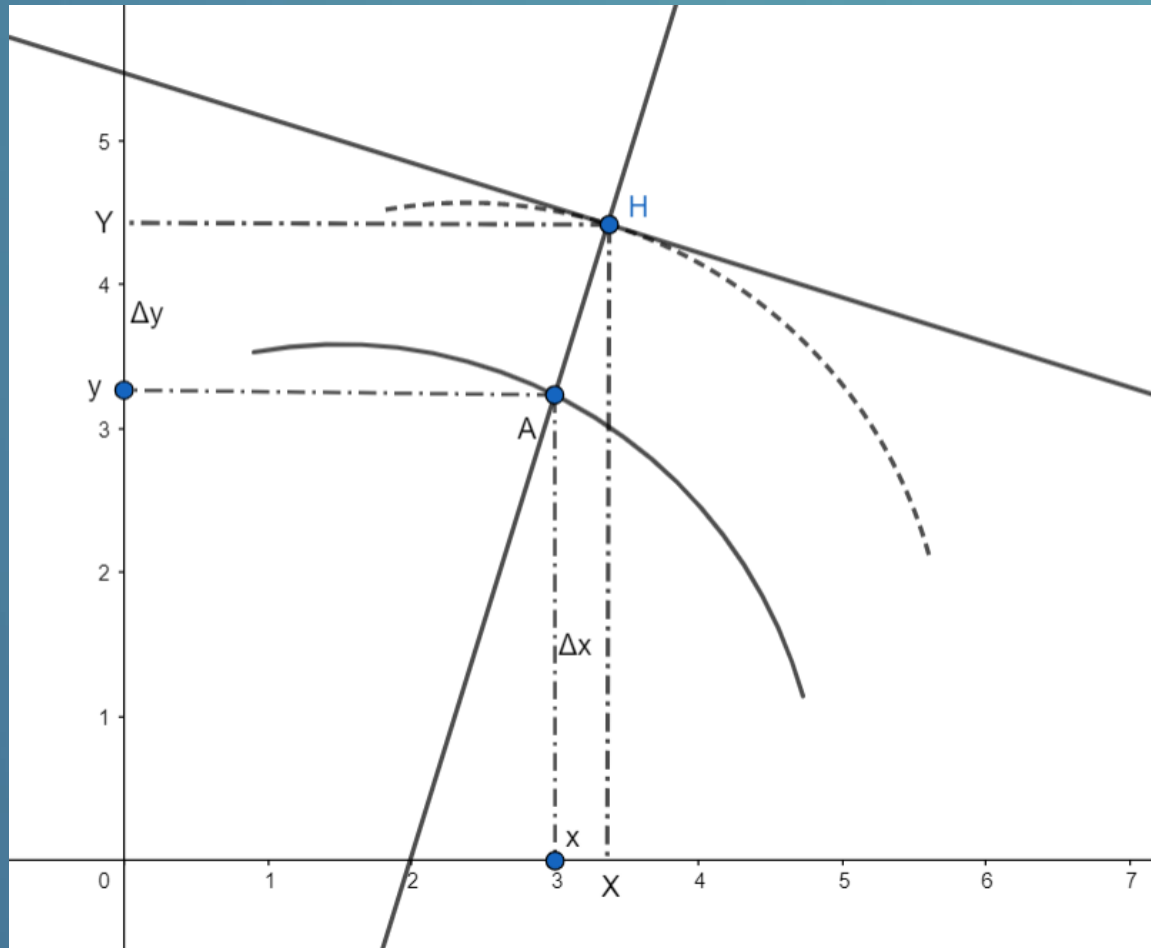
Αν θέσω $R = \alpha w$ προκύπτει το εξής:

$$\frac{S}{c} = \frac{2\alpha w - w}{4\alpha w - 2w} = \frac{2\alpha - 1}{4\alpha - 2} = \frac{2\alpha - 1}{2(2\alpha - 1)} = \frac{1}{2}$$



Η σχέση του μήκους του ενδιάμεσου άξονα με το μήκος του περιγράμματος

Ισαπέχουσες καμπύλες



Αρχικά ισχύει ότι: $\Delta y = Y - y = Y - f(x)$ και $\Delta x = X - x$ και $AH = w$.

Έχουμε ότι:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sigma\varphi\theta = -\frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{\eta\mu\theta} \quad (1)$$

$$\eta\mu^2\theta + \sigma\upsilon\nu^2\theta = 1 \Rightarrow 1 + \sigma\varphi^2\theta = \frac{1}{\eta\mu^2\theta} \Rightarrow \eta\mu\theta = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \sigma\varphi^2\theta}} \stackrel{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} \eta\mu\theta = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon\varphi^2\varphi}}$$

$$\text{ΕΩναι } f'(x) = \varepsilon\varphi\varphi \text{ και } \Delta y = \pm \frac{w}{\sqrt{1 + f'^2(x)}} \text{ και } \Delta x = \pm \frac{f'(x) * w}{\sqrt{1 + f'^2(x)}}$$

Άρα, ισχύει ότι:

$$X = x \pm \frac{f'(x) * w}{\sqrt{1 + f'^2(x)}} \quad \text{και} \quad Y = f(x) \pm \frac{w}{\sqrt{1 + f'^2(x)}}$$

Τα X και Y είναι συναρτήσεις του x, δηλαδή X(x) και Y(x).

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dx} &= \left(x \pm \frac{f'(x) * w}{\sqrt{1 + f'^2(x)}} \right)' = 1 \pm \left(\frac{f''(x) * w}{\sqrt{1 + f'^2(x)}} - \frac{f'(x) * w * \left(\sqrt{1 + f'^2(x)} \right)'}{1 + f'^2(x)} \right) = \\ &= 1 \pm \left(\frac{f''(x) * w}{\sqrt{1 + f'^2(x)}} - \frac{f'(x) * w * 2f'(x)f''(x)}{(1 + f'^2(x)) * 2 * \left(\sqrt{1 + f'^2(x)} \right)} \right) = \\ &= 1 \pm \left(\frac{f''(x) * w * (1 + f'^2(x))}{(1 + f'^2(x)) \left(\sqrt{1 + f'^2(x)} \right)} - \frac{f'(x) * w * f'(x)f''(x)}{(1 + f'^2(x)) \left(\sqrt{1 + f'^2(x)} \right)} \right) \\ &= 1 \pm \left(\frac{f''(x) * w * (1 + f'^2(x)) - w * f'^2(x) * f''(x)}{(1 + f'^2(x))^{\frac{3}{2}}} \right) = 1 \pm \left(\frac{f''(x) * w}{(1 + f'^2(x))^{\frac{3}{2}}} \right) \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{dY}{dx} &= \left(f(x) \pm \frac{w}{\sqrt{1 + f'^2(x)}} \right)' = f'(x) \pm \frac{w * \left(\sqrt{1 + f'^2(x)} \right)'}{1 + f'^2(x)} = \\ &= f'(x) \pm \frac{w * 2f'(x)f''(x)}{(1 + f'^2(x)) * 2 * \left(\sqrt{1 + f'^2(x)} \right)} = f'(x) * \left(1 \pm \frac{f''(x) * w}{(1 + f'^2(x))^{\frac{3}{2}}} \right) \quad (3)\end{aligned}$$

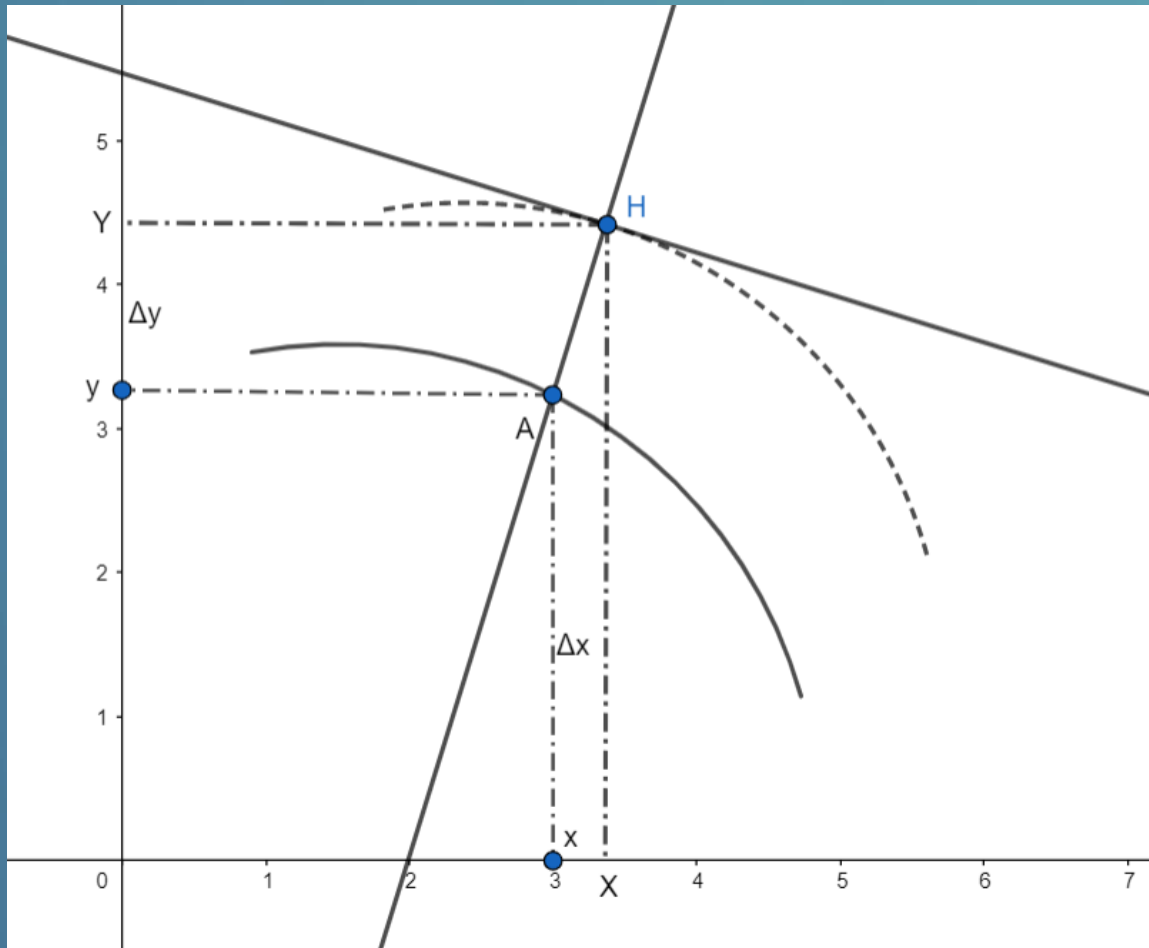
Από τις σχέσεις (2) και (3), αν τις διαιρέσουμε κατά μέλη προκύπτει ότι:

$$\frac{dY}{dX} = f'(x)$$



Η σχέση του μήκους του ενδιάμεσου άξονα με το μήκος του περιγράμματος

Ισαπέχουσες καμπύλες



Ο ΜΑΤ θα είναι καμπύλη που θα ισαπέχει από αυτές $w/2$ όπου $w=AH$.

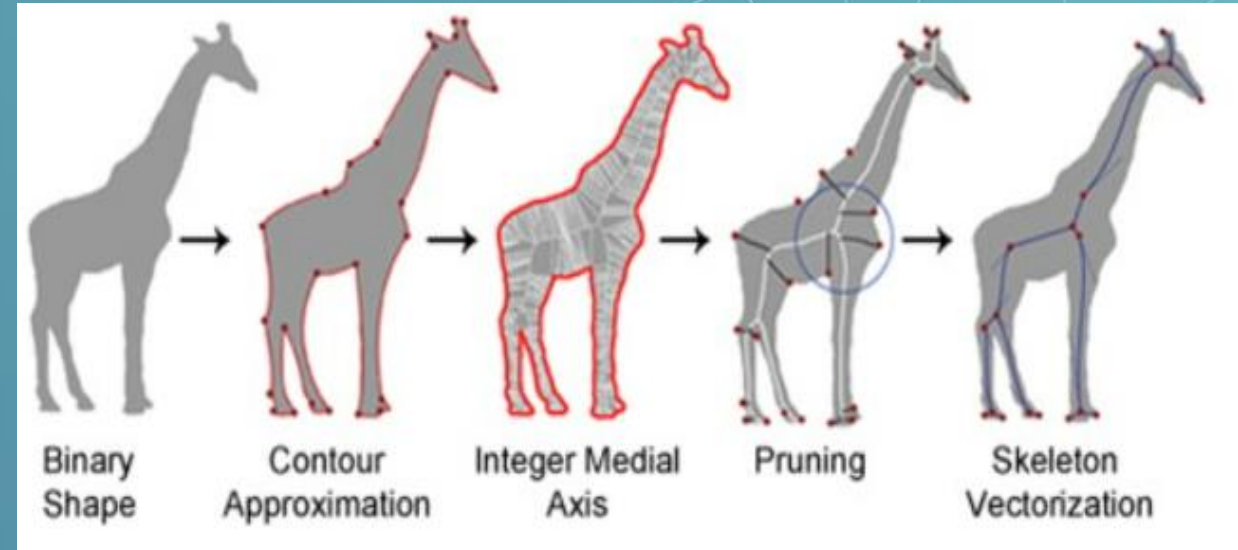
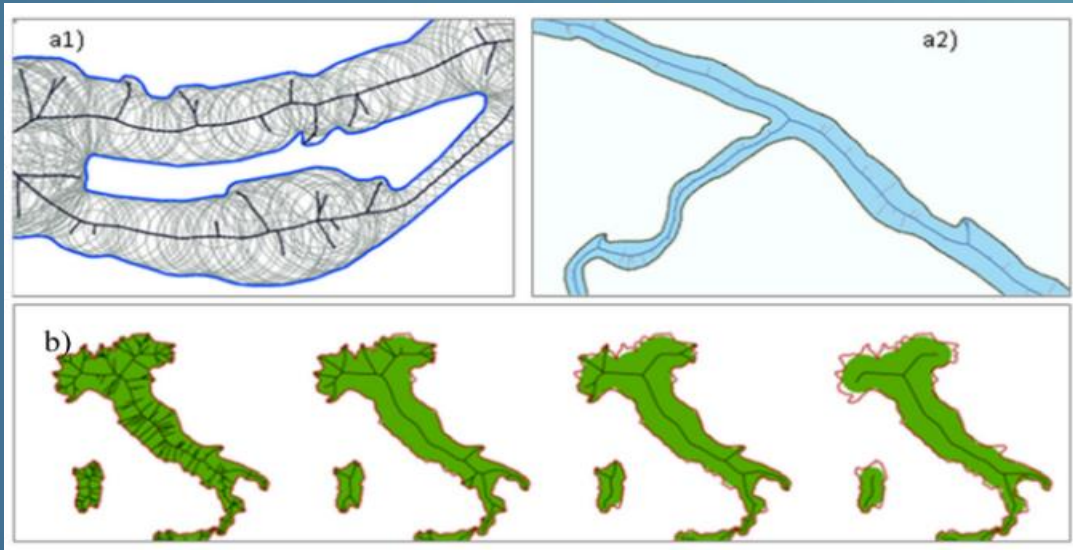
Αν θεωρήσουμε μεγάλο το μήκος των καμπυλών σε σχέση με το μήκος του κλειστού σχήματος που ορίζουν τότε προφανώς $S/C = 1/2$.

ΧΡΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ ΤΟΥ ΜΑΤ

Ρομποτική: Για την αποφυγή εμποδίων, τον σχεδιασμό διαδρομής και την πλοήγηση για ρομπότ σε πολύπλοκα περιβάλλοντα.

Επεξεργασία εικόνας: Για τμηματοποίηση και ανάλυση εικόνας ή για συμπίεση εικόνας

GIS (Συστήματα Γεωγραφικών Πληροφοριών) και χαρτογραφία: Για την απλοποίηση της αναπαράστασης δεδομένων εδάφους, διευκολύνοντας τη δημιουργία χαρτών και την εκτέλεση χωρικής ανάλυσης.

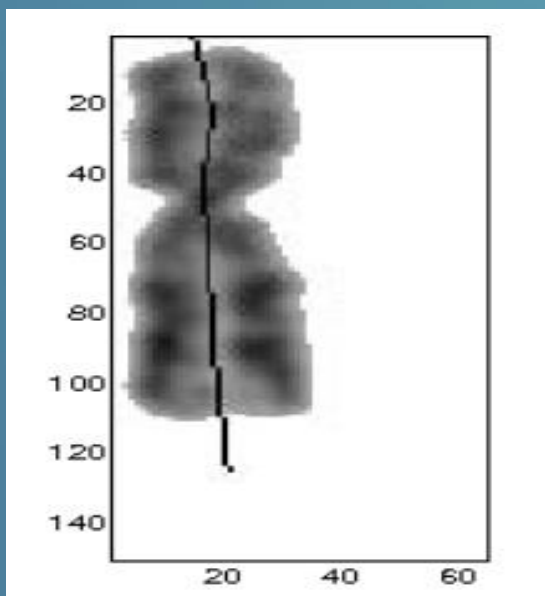


ΧΡΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΜΑΤ ΣΤΗΝ ΙΑΤΡΙΚΗ

Ανάλυση ιατρικών εικόνων όπως αξονικές τομογραφίες, μαγνητικές τομογραφίες και ακτινογραφίες για την εξαγωγή της δομής των οστών, των οργάνων και των ιστών.

Για τον εντοπισμό και την ανάλυση του σχήματος των αιμοφόρων αγγείων, των νεύρων και άλλων δομών σε ιατρικές εικόνες, οι οποίες μπορούν να παρέχουν σημαντικές πληροφορίες για τη διάγνωση και τον σχεδιασμό της θεραπείας.

Στον χειρουργικό σχεδιασμό και την προσομοίωση, για να βοηθήσει στον εντοπισμό κρίσιμων δομών και στον σχεδιασμό της ασφαλέστερης και αποτελεσματικότερης χειρουργικής προσέγγισης.



ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ

Ο MAT μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αναπαραστήσει την κίνηση των αντικειμένων με την πάροδο του χρόνου. Αυτό μπορεί να είναι χρήσιμο για την παρακολούθηση και τον εντοπισμό αλλαγών στο σχήμα ενός αντικειμένου. Θα μπορούσε, επίσης, να επεκταθεί για να αναπαραστήσει τα σχήματα τρισδιάστατων αντικειμένων τα οποία μπορεί να είναι χρήσιμα για εφαρμογές όπως η ρομποτική και η εικονική πραγματικότητα.

Συγκεκριμένα στον τομέα της Ιατρικής οι πιθανές εφαρμογές του MAT είναι ελπιδοφόρες, απαιτείται ωστόσο περαιτέρω έρευνα και ανάπτυξη για την πλήρη αξιοποίηση των δυνατοτήτων του και τη μετατροπή του σε πρακτικά και αξιόπιστα κλινικά εργαλεία.



ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΑΣ