

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΤΕ**



ΤΙΤΛΟΣ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

**ΚΕΡΑΙΕΣ ΤΥΠΟΥ V ΚΑΙ ΡΟΜΒΙΚΕΣ. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΙ
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΜΑΤΛΑΒ**

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΑΠΟΣΤΟΛΟΣ ΚΟΥΙΡΟΥΚΙΔΗΣ

ΣΠΟΥΔΑΣΤΕΣ: ΚΑΤΣΑΓΓΕΛΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ-ΛΕΒΕΝΤΟΠΟΥΛΟΣ ΓΙΩΡΓΟΣ

ΣΕΡΡΕΣ 2018

Υπεύθυνη Δήλωση: Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της πτυχιακής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην πτυχιακή εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η πτυχιακή εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τις απαιτήσεις του προγράμματος σπουδών του Τμήματος Μηχανικών και Πληροφορικής.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία με θέμα “Κεραίες τύπου V και ρομβικές. Αναλυτική μελέτη και αριθμητική επεξεργασία στο λογισμικό Matlab.”, πραγματοποιήθηκε, στο πλαίσιο του προγράμματος σπουδών του Τμήματος Μηχανικών Πληροφορικής ΤΕ του Τ.Ε.Ι. Κεντρικής Μακεδονίας.

Στο σημείο αυτό αισθάνομαι την ανάγκη να εκφράσω τις ειλικρινείς και θερμές ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα καθηγητή κύριο Κουιρουκίδη Απόστολο, επιστημονικό συνεργάτη του τμήματος Μηχανικών Πληροφορικής του ΤΕΙ Κεντρικής Μακεδονίας, τόσο για την προσφορά του θέματος, όσο και για την εμπιστοσύνη του. Τον ευχαριστώ επίσης για τις πολύτιμες γνώσεις και συμβουλές που μου παρείχε καθ’ όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας, καθώς και για την καθοδήγηση και πολύτιμη βοήθεια του όποτε και όπου υπήρξε απαραίτητη.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω και όλους τους ανθρώπους εντός και εκτός του ακαδημαϊκού περιβάλλοντος, τους συμφοιτητές και φίλους που συνάντησα στα όμορφα αυτά φοιτητικά μου χρόνια, και πάνω απ’ όλα την οικογένεια μου για την στήριξη, υπομονή και συμπαράσταση τους.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ως γλώσσα προγραμματισμού και εργαλείο γραφικής αναπαράστασης δεδομένων, το Matlab διαθέτει ένα πλούσιο σύνολο δυνατοτήτων και λειτουργιών για την επίλυση προβλημάτων σε τεχνικούς, επιστημονικούς, υπολογιστικούς και μαθηματικούς τομείς. Σπουδαία δυνατότητα του προγράμματος μεταξύ άλλων είναι και αυτή του προγραμματισμού καθώς επιτρέπει ανάπτυξη εφαρμογών παρόμοιων με εκείνες άλλων γλωσσών προγραμματισμού.

Ανάμεσα στα εργαλεία του Matlab ξεχωρίζουμε το εργαλείο διασύνδεσης με το χρήστη μέσω γραφικών (graphicaluserinterface – GUI) το οποίο μας επιτρέπει να το χρησιμοποιήσουμε ως εφαρμογή εργαλείων ανάπτυξης. Έτσι ο συνδυασμός δομών δεδομένων πίνακα, δυνατοτήτων προγραμματισμού, και εργαλείων GUI κάνει το Matlab ένα εξαιρετικά ισχυρό εργαλείο για την επίλυση προβλημάτων σε διάφορους επιστημονικούς τομείς. Έτσι ως περιβάλλον ανάπτυξης της παρούσας εργασίας, όπου αντικείμενο αποτελεί η κατασκευή και η ανάπτυξη ενός εκπαιδευτικού πακέτου ασκήσεων το οποίο προσομοιώνει το προσδιορισμό θέσης κινούμενου σώματος στον χώρο, μέσω του Matlab.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1 ^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ	
1.1 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ MAXWELL.....	6
1.2 ΒΑΘΜΩΤΑ ΚΑΙ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ	8
1.3 ΑΡΜΟΝΙΚΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΑ ΠΕΔΙΑ	11
1.4 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΚΕΡΑΙΩΝ: ΗΜ-ΠΕΔΙΟ.....	12
1.5 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΝΤΑΣΗΣ ΠΕΔΙΟΥ.....	16
1.6 ΠΟΛΩΣΗ ΠΕΔΙΟΥ.....	17
1.7 Διαγράμματα Ισχύος.....	19
1.8 Εμβαδόν Δέσμης.....	19
1.9 Κατευθυντικότητα.....	20
1.10 Κέρδος.....	21
1.11 Η κεραία ως στοιχείο κυκλώματος.....	22
1.12 Θεώρημα Αμοιβαιότητας.....	22
1.13 Ίδια σύνθετη αντίσταση.....	23
1.14 Αμοιβαία σύνθετη Αντίσταση.....	24
1.15 Ισότητα αμοιβαίων σύνθετων αντιστάσεων.....	25
1.16 Ισότητα διαγραμμάτων εκπομπής – λήψης.....	25
1.17 Ισότητα ίδιας σύνθετης αντίστασης	26
1.18 Μετάδοση ισχύος στον δέκτη.....	26
1.19 Ενεργός Επιφάνεια.....	27
2 ^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ	
2.1 ΛΕΠΤΕΣ ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΔΙΠΟΛΙΚΕΣ ΚΕΡΑΙΕΣ.....	28
2.2 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΔΙΠΟΛΙΚΗ ΚΕΡΑΙΑ ΤΥΧΑΙΟΥ ΜΗΚΟΥΣ	31
2.3 ΙΔΙΑ ΣΥΝΘΕΤΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ.....	35
2.4 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΔΙΠΟΛΙΚΗ ΚΕΡΑΙΑ ($\lambda/2$).....	41
3 ^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ	
3.1 Κεραίες Οδεύοντος κύματος, Τύπου V και Ρομβικές.....	42
3.1.1 Γραμμική κεραία οδεύοντος κύματος.....	42
3.1.2 Κεραίες τύπου V.....	45
3.1.3 Ρομβική κεραία.....	47
4 ^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ	
4 Αριθμητική επεξεργασία στο λογισμικό Matlab.....	51
4. Κεραίες τύπου V	51
4.2 Κεραίες οδεύοντος κύματος.....	84
4.3 Κεραίες Ρομβικές.....	114
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	128

1^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΓΕΝΙΚΗ ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΚΕΡΑΙΕΣ

Η ανάλυση της λειτουργίας των κεραιών βασίζεται στις εξισώσεις του Maxwell και άρα κάνουμε εδώ την απαραίτητη θεωρητική εισαγωγή.

1.ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ MAXWELL

Η πρώτη εξίσωση είναι ο Νόμος του Gauss για το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}' = \vec{E}'(x, y, z, t)$ σε ένα σημείο του χώρου $f(x, y, z)$ την χρονική στιγμή t .

Αυτή συνδέεται με την ηλεκτρική μετατόπιση $\vec{D}' = \vec{D}'(x, y, z, t)$ με την Σχέση

$$\vec{D}' = \epsilon \vec{E}' \quad (1)$$

όπου $\epsilon =$ διηλεκτρική σταθερά του μέσου που γενικά εξαρτάται από το σημείο P. Για το κενό έχουμε την τιμή

$$\epsilon_0 = 8.8542 * 10^{-12} \frac{\text{farad}}{\text{m}} \quad (2)$$

Αν έχουμε μια κλειστή επιφάνεια S, που περικλείει συνολικό φορτίο q, τότε ισχύει ότι το επιφανειακό ολοκλήρωμα της D'

$$\oint_S \vec{D}' \cdot d\vec{s} = q \quad (3)$$

Δηλαδή η ροή του διανύσματος της μετατόπισης από την κλειστή επιφάνεια ισούται με το ολικό περικλειόμενο από αυτή φορτίο. Σε διαφορική μορφή θα είναι

$$\nabla \cdot \vec{D}' = \rho' \quad (4)$$

όπου $\rho' = \rho'(x, y, z, t)$ (Cb/m³) είναι η πυκνότητα του ηλεκτρικού φορτίου. Δηλαδή αν ∇ είναι ο όγκος που περικλείει η κλειστή επιφάνεια S' τότε

$$\int_V \rho' dV = q \quad (5)$$

Η δεύτερη εξίσωση Maxwell είναι ο νόμος Gauss για το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}' = \vec{B}'(x, y, z, t)$ που συνδέεται με την ένταση του μαγνητικού πεδίου $\vec{H}' = \vec{H}'(x, y, z, t)$ με την σχέση

$$\vec{B}' = \mu \vec{H}' \quad (6)$$

όπου μ =μαγνητική διαπερατότητα του μέσου, που γενικά εξαρτάται από την θέση \mathbf{P} . Για κενό θα έχουμε

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ henry/m} \quad (7)$$

Από τις δύο αυτές σταθερές ϵ_0, μ_0 της ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας προκύπτουν δύο άλλες ισοδύναμες που είναι η ταχύτητα διάδοσης των ΗΜ κυμάτων C (στο κενό).

$$C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cong 3 \cdot 10^8 \text{ m/sec} \quad (8)$$

και η χαρακτηριστική αντίσταση του κενού χώρου ζ

$$\zeta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cong 120\pi \cong 377 \text{ ohm} \quad (9)$$

Ανάλογες σχέσεις ισχύουν και για οποιοδήποτε μέσο με σταθερές $(\epsilon, \mu) \leftrightarrow (u, \zeta_m)$;

$$u = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \quad \zeta_m = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (10)$$

Ο νόμος του Gauss για το μαγνητικό πεδίο δηλώνει ότι η ροή του \vec{B}' διαμέσου μιας κλειστής επιφάνειας S' είναι μηδέν

$$\oint_S \vec{B}' \cdot d\vec{s} = 0 \quad (11)$$

Αυτό σημαίνει ότι ΔΕΝ υπάρχουν ελεύθερα μαγνητικά φορτία, όπως στην περίπτωση των ηλεκτρικών φορτίων, ότι δηλαδή υπάρχουν μαγνητικά μονόπολα. Σε διαφορική μορφή ο νόμος είναι

$$\nabla \cdot \vec{B}' = 0 \quad (12)$$

Η Τρίτη εξίσωση Maxwell είναι ο νόμος του Ampere. Αν έχουμε μια ανοιχτή επιφάνεια S που περιορίζεται (καταλήγει) σε μία ομαλή κλειστή καμπύλη C , τότε ο νόμος αυτός λέει ότι

$$\oint_C \vec{H}' \cdot d\vec{e} = I + \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{D}' \cdot dS' \quad (13)$$

όπου I είναι το συνολικό ρεύμα (Ampere) που διέρχεται από την επιφάνεια S' . Στο αριστερό σκέλος της εξίσωσης έχουμε επικαμπύλιο ολοκλήρωμα της έντασης του

μαγνητικού πεδίου \vec{H}' , ενώ στο δεξιό το επιεπιφάνειο ολοκλήρωμα της ηλεκτρικής μετατόπισης \vec{D}' .

Σε διαφορική μορφή έχουμε

$$\nabla \times \vec{H}' = \vec{J}' + \frac{\partial \vec{D}'}{\partial t} \quad (14)$$

όπου $\vec{J}' = \vec{J}'(x, y, z, t)$ είναι η πυκνότητα ρεύματος (Ampere/m²) που διέρχεται απο μια επιφάνεια S' , και έχουμε

$$\int_{s'} \vec{J}'_1 d\vec{s} = I \quad (15)$$

Ο νόμος του Ampere δηλώνει ότι μια ρευματική κατανομή ή ένα χρονικά μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο, δημιουργούν μαγνητικό πεδίο.

Η τέταρτη εξίσωση του Maxwell είναι ο νόμος της επαγωγής του Faraday. Αν όπως και πριν έχουμε ανοικτή επιφάνεια S' που περικλείεται απο κλειστή καμπύλη C' , θα έχουμε

$$\oint_C \vec{E}' \cdot d\vec{e} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{s'} \vec{B}' \cdot d\vec{s} \quad (16)$$

Σε διαφορική μορφή ο νόμος είναι

$$\nabla \times \vec{E}' = - \frac{\partial \vec{B}'}{\partial t} \quad (17)$$

Ο νόμος της επαγωγής μας λέει ότι ένα χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο δημιουργεί με την σειρά του ένα ηλεκτρικό πεδίο.

Επαναλαμβάνουμε ότι όλα τα πεδίακά μεγέθη $\vec{E}', \vec{D}', \vec{H}', \vec{B}', \vec{P}', \vec{J}'$ είναι γενικά συναρτήσεις του χώρου $P(x, y, z)$ και του χρόνου t .

Οι εξισώσεις (4), (12), (14), (17) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την μελέτη και την ανάλυση των κεραιών, εφόσον οι κεραίες είναι αγωγίμες, μεταλλικές διατάξεις που διαρρέονται απο χρονικά μεταβαλλόμενες ρευματικές κατανομές, και συνεπώς, όπως θα δούμε παρακάτω, προκαλούν χρονικά μεταβαλλόμενα και αλληλεξαρτώμενα (ηλεκτρικά – μαγνητικά) πεδία.

Προκειμένου να απλοποιηθεί η ανάλυση των παραπάνω εξισώσεων εισάγουμε τα λεγόμενα βαθμωτό και διανυσματικό δυναμικό.

2.ΒΑΘΜΩΤΑ ΚΑΙ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ

Λόγω του γεγονότος ότι $\nabla \cdot \vec{B}' = 0$, απο ένα γνωστό θεώρημα της διανυσματικής ανάλυσης, μπορούμε να εκφράσουμε το διάνυσμα \vec{B}' σαν την στροφή ενός άλλου διανύσματος $\vec{A}' = \vec{A}'(x, y, z, t)$ που καλείτε διανυσματικό δυναμικό ως εξής

$$\vec{B}' = \nabla \times \vec{A}' \quad (18)$$

Αντικαθιστώντας την (18) στην (17) έχουμε

$$\nabla \times \left(\vec{E}' + \frac{\partial \vec{A}'}{\partial t} \right) = 0 \quad (19)$$

Στην (19), η στροφή ενός διανύσματος είναι μηδέν παντού και άρα απο ένα γνωστό θεώρημα της διανυσματικής ανάλυσης, αυτό μπορεί να εκφραστεί ως η κλίση μιας βαθμωτής συνάρτησης

$\Phi' = \Phi'(x, y, z, t)$ που καλείτε βαθμωτό δυναμικό. Έτσι θα είναι

$$\vec{E}' + \frac{\partial \vec{A}'}{\partial t} = -\nabla \Phi' \rightarrow \vec{E}' = -\nabla \Phi' - \frac{\partial \vec{A}'}{\partial t} \quad (20)$$

Ενώ όμως τα πεδιακά μεγέθη \vec{B}' , \vec{E}' είναι μονοσήμαντα καθορισμένα, τα μεγέθη Φ' , \vec{A}' απο τα οποία προέρχονται μέσω των εξισώσεων (18), (20) δεν είναι μονοσήμαντα καθορισμένα. Υπάρχει δηλαδή η ελευθερία στο να επιλέξουμε διαφορετικά μεγέθη Φ' , \vec{A}' και όμως, μέσω των εξισώσεων (18), (20) να μας προκύπτουν τα ίδια πεδιακά μεγέθη \vec{E}' , \vec{B}' . Αυτό λέγεται ελευθερία βαθμίδας (gauge freedom). Πράγματι αν θεωρήσουμε τα μεγέθη

$$\begin{aligned} \Phi'' &= \Phi' - \frac{\partial f}{\partial t} \\ \vec{A}'' &= \vec{A}' + \nabla f \end{aligned} \quad (21)$$

όπου $f = f(x, y, z, t)$ είναι αυθαίρετη συνάρτηση τότε τα πεδιακά μεγέθη \vec{E}' , \vec{B}' παραμένουν αμετάβλητα, γιατί

$$\vec{B}'' = \nabla \times \vec{A}'' = \nabla \times \vec{A}' + \nabla \times \nabla f = \nabla \times \vec{A}' = \vec{B}' \quad (22)$$

γιατί ισχύει ταυτοτικά $\nabla \times \nabla f = 0$. Ομοίως

$$\vec{E}'' = -\nabla \Phi'' - \frac{\partial \vec{A}''}{\partial t} = -\nabla \Phi' - \frac{\partial \vec{A}'}{\partial t} = \vec{E}' \quad (23)$$

Για να περιορίσουμε αυτή την ελευθερία επιλογής των δυναμικών Φ' , \vec{A}' , επιλέγουμε τέτοια ώστε να ικανοποιείται η λεγόμενη συνθήκη Lorentz

$$\nabla \cdot \vec{A}' + \mu \epsilon \frac{\partial \Phi'}{\partial t} = \nabla \cdot \vec{A}' + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \Phi'}{\partial t} = 0 \quad (24)$$

Αντικαθιστώντας τώρα την (18) και (20), δεχόμενοι ότι έχουμε ομογενές μέσον, ισχύουν οι σχέσεις $\vec{D}' = \epsilon \vec{E}'$, $\vec{B}' = \mu \vec{H}'$ με τα μεγέθη ϵ , μ να μην εξαρτώνται απο την θέση (σταθερές), στις εξισώσεις (14), (4) έχουμε διαδοχικά. Στην εξίσωση (14) προκύπτει

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A}' \right) = \vec{j}' + \frac{\partial}{\partial t} \left[\epsilon \left(-\nabla \Phi' - \frac{\partial \vec{A}'}{\partial t} \right) \right]$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}') = \mu \vec{j}' - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}'}{\partial t^2} - \mu \epsilon \nabla \left(\frac{\partial \Phi'}{\partial t} \right)$$

$$\nabla (\nabla \cdot \vec{A}') - \nabla^2 \vec{A}' = \mu \vec{j}' - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}'}{\partial t^2} - \mu \epsilon \nabla \left(\frac{\partial \Phi'}{\partial t} \right)$$

$$\nabla^2 \vec{A}' - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}'}{\partial t^2} = -\mu \vec{J}'$$

(25)

όπου κάναμε χρήση της συνθήκης Lorentz (24) για να απαλείψουμε τον πρώτο όρο από αριστερά και τον τελευταίο από δεξιά. Όμοια από την εξίσωση (4) έχουμε διαδοχικά:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left[\epsilon \left(-\nabla \Phi' - \frac{\partial \vec{A}'}{\partial t} \right) \right] &= \rho' \\ \nabla^2 \Phi' + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \vec{A}') &= -\frac{\rho'}{\epsilon} \\ \nabla^2 \Phi' - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial t^2} &= -\frac{\rho'}{\epsilon} \end{aligned}$$

(26)

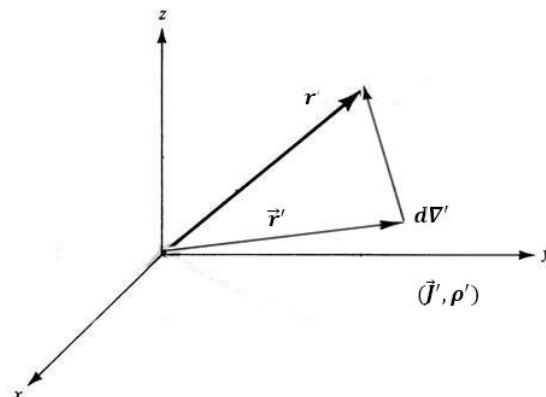
όπου και πάλι έγινε χρήση της συνθήκης Lorentz (24). Οι δύο κυματικές εξισώσεις (25), (26) για τα δυναμικά, Φ', \vec{A}' με πηγές τις κατανομές ρεύματος και φορτία (\vec{J}', ρ') έχουν τις ακόλουθες γενικές λύσεις

$$\Phi'(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{\forall} \frac{\rho(x', y', z', t - \frac{R}{c}) dV'}{R}$$

(27)

$$\vec{A}'(x, y, z, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{\Delta} \frac{\vec{J}'(x', y', z', t - \frac{R}{c}) dV'}{R}$$

(28)



δηλαδή οι γενικές λύσεις (27), (28) είναι υπέρθεση (άθροιση) των στοιχειωδών συνεισφορών από τον όγκο dV' στο σημείο της κατανομής ρευμάτων – φορτίων $\vec{J}', \rho', \vec{r}'(x', y', z')$, προς το σημείο υπολογισμού του πεδίου $\vec{r}(x, y, z)$.

Επίσης

$$R = |\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

(29)

και C είναι η ταχύτητα διάδοσης των HM κυμάτων – διαταραχών στον χώρο.

Όπως διαπιστώνουμε απο τις εξισώσεις (27) και (28) τα HM δυναμικά Φ', \vec{A}' στην θέση $P(x, y, z)$ υπολογίζεται απο την υπέρθεση (άθροιση) των στοιχειωδών δυναμικών $d\Phi', d\vec{A}'$ που οφείλονται στις στοιχειώδεις κατανομές $\rho(x', y', z') dV'$, $\vec{j}'(x', y', z') dV'$ στο σημείο $f'(x', y', z')$. Ο όρος $(t - \frac{R}{c})$ δηλώνει ακριβώς την πεπερασμένη ταχύτητα διάδοσης των διαταραχών του HM – πεδίου στον χώρο.

3.ΑΡΜΟΝΙΚΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΑ ΠΕΔΙΑ

Στις κεραίες που μελετάμε, κατά κανόνα τα ρεύματα που τις διαρρέουν είναι περιοδικά ως προς τον χρόνο και άρα το παραγόμενο HM πεδίο είναι αρμονικό. Επίσης η ζώνη συχνοτήτων είναι συνήθως πολύ στενή, οπότε πρακτικά έχουμε μια μόνο συχνότητα (αρμονική) f . Οι πεδιακές ποσότητες αλλά και οι αντίστοιχες ποσότητες των κατανομών θεωρούνται ότι είναι πραγματικές συναρτήσεις της μορφής $X'(x, y, z, t)$. Άρα θα είναι της μορφής ($\omega = 2\pi f$)

$$\begin{aligned} X'(x, y, z, t) &= x_0(x, y, z) \cos[\omega t + \theta(x, y, z)] = \text{Re}[x_0(x, y, z) e^{j(\omega t + \theta)}] \\ &= \text{Re}[X(x, y, z) e^{j\omega t}] \end{aligned}$$

(30)

όπου x_0 = πραγματική συνάρτηση και

$$X = X_0 e^{j\theta} = X_0 [\cos \theta + j \sin \theta]$$

(31)

είναι γενικά μιγαδική συνάρτηση.

Αν f' είναι οποιαδήποτε απο τις πεδιακές ποσότητες $\vec{E}', \vec{D}', \vec{H}', \vec{B}'$ είτε απο κατανομές των πηγών ρ', \vec{j}' τότε

$$f'(x, y, z, t) = \text{Re}[f(x, y, z) e^{j\omega t}]$$

(32)

Αντικαθιστώντας αυτές τις σχέσεις (32) στις εξισώσεις (3), (4), (11), (12), (13), (14), (16), (17) και εναλλάσσοντας τους τελεστές $\nabla, \frac{\partial}{\partial t}, \int$ με τον τελεστή $\text{Re}[\]$ προκύπτουν ισότητες της μορφής

$$\begin{aligned} \text{Re}[f(x, y, z) e^{j\omega t}] &= \\ \text{Re}[g(x, y, z) e^{j\omega t}] &=> \\ => f e^{j\omega t} + f^* e^{-j\omega t} &= g e^{j\omega t} + g^* e^{-j\omega t} => \\ &=> f = g \end{aligned}$$

(33)

όπου $f, g =$ γενικά μιγαδικές ποσότητες.

Έτσι οι εξισώσεις Maxwell (4), (12), (14), (17) δίνουν αντίστοιχα:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (34)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (35)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + J \omega \vec{D} \quad (36)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -J \omega \vec{B} \quad (37)$$

όπου τώρα τα εμφανιζόμενα μεγέθη είναι γενικά μιγαδικά.

Η συνθήκη Lorentz (24) γίνεται:

$$\nabla \cdot \vec{A} = -J \frac{k^2}{\omega} \Phi$$

$$(38)$$

όπου $k = \omega / C = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} =$ κυματικός αριθμός. Απο την εξίσωση (38)

διαπιστώνουμε ότι κα το βαθμωτό δυναμικό εκφράζεται συναρτήσει του διανυσματικού δυναμικού \vec{A} . Οι πεδιακές ποσότητες, απο τις εξισώσεις (19), (20) εκφράζονται συναρτήσει του \vec{A} ως:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (39)$$

$$\vec{E} = -\nabla \Phi - J \omega \vec{A} \quad (40)$$

όπου το Φ λαμβάνεται απο την (38). Άρα η (40) γίνεται :

$$\vec{E} = -J \omega \vec{A} - J \frac{\omega}{k^2} \nabla (\nabla \cdot \vec{A})$$

$$(41)$$

Η κυματική εξίσωση (25) για το \vec{A} γίνεται :

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu \vec{J}$$

$$(42)$$

και η γενική λύση της (28), με βάση όλα τα παραπάνω γίνεται:

$$\vec{A}(x, y, z) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}(x', y', z')}{R} dV'$$

$$(43)$$

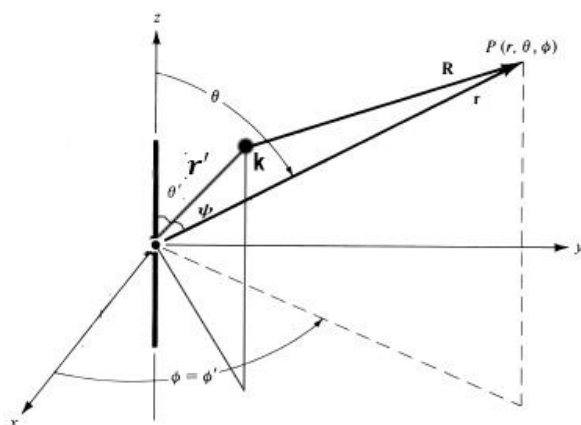
4.ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΚΕΡΑΙΩΝ: ΗΜ-ΠΕΔΙΟ

Η περιοχή γύρω από μια κεραία χωρίζεται γενικά σε δύο ζώνες – περιοχές την λεγόμενη ζώνη Fresnel είτε εγγύς πεδίο είτε περιοχή – πεδίο επαγωγής και την λεγόμενη ζώνη Fraunhofer είτε μακρινό πεδίο, είτε ζώνη ακτινοβολίας. Πρακτικά το πεδίο ακτινοβολίας ξεκινάει από την απόσταση

$$r_0 = \frac{2D^2}{\lambda}$$

(44)

όπου D = χαρακτηριστική διάσταση κεραίας και λ = μήκος κύματος. Συνήθως θεωρούμε ότι το πεδίο ακτινοβολίας αρχίζει εκεί όπου $r \gg \lambda$ και $r \gg D$. Στην πράξη οι ζεύξεις των κεραιών γίνονται σε αυτό το πεδίο και οι υπολογισμοί αφορούν αυτήν την ζώνη.



Στο σχήμα φαίνεται η γεωμετρία στον χώρο μιας κεραίας K και ένα σημείο $p(r, \theta, \varphi)$ στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας της. Θα υπολογίσουμε το \vec{A} με βάση την σχέση (43). Εφ' όσον είμαστε στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας ισχύουν οι παραδοχές που προαναφέραμε και άρα

- επειδή $r \gg D$, $r \gg \lambda$ = χαρακτηριστική διάσταση κεραίας, μπορούμε με μικρό σφάλμα να θεωρήσουμε ότι

$$\frac{1}{R} \cong \frac{1}{r}$$

(45)

- Οι ευθείες, όπως η R , που συνδέουν τα σημεία $p'(r', \theta', \varphi')$, των στοιχειωδών ρευματικών κατανομών επάνω στην κεραία μπορούν με μικρό σφάλμα να θεωρηθούν παράλληλες.
- Οι συνιστώσες των πεδίων που εξασθενούν με την απόσταση ταχύτερα του $(4r^{-2})$ δηλ. $(4r^{-2})$, $(4r^{-3})$,... μπορούν με ασφάλεια να παραλειφθούν.
- Οι διαφορές μεταξύ R και r αν και θεωρήθηκαν αμελητέες σε ότι αφορά το πλάτος της σχέσης (43), σε ότι αφορά την φάση της δεν είναι! Από το σχήμα βλέπουμε ότι

$$r \cong R + r' \cos \psi \Rightarrow R = r - r' \cos \psi$$

Γενικά όπως βλέπουμε απο το σχήμα , η γεωμετρία είναι τρισδιάστατη και η ακριβής σχέση που ισχύει είναι

$$\cos \Psi = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\Phi - \Phi')$$

(46)

Με βάση όλα τα παραπάνω η σχέση (43) για το δυναμικό \vec{A} , στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας θα είναι :

$$\begin{aligned} \vec{A}(r, \theta, \phi) &= \frac{\mu e^{-Jkr}}{4\pi r} \int_{\nabla} \vec{J}(r', \theta', \phi') e^{Jkr' \cos \Psi} dV' = \frac{\mu e^{-Jkr}}{4\pi r} \vec{N}(\theta, \phi) \\ &= \frac{\mu e^{-Jkr}}{4\pi r} [\hat{r} N_r(\theta, \phi) + \hat{\theta} N_\theta(\theta, \phi) + \hat{\phi} N_\phi(\theta, \phi)] \end{aligned}$$

(47)

όπου εδώ ορίσαμε το λεγόμενο διάνυσμα ακτινοβολίας:

$$\vec{N}(\theta, \phi) = \int_{\nabla} \vec{J}(r', \theta', \phi') e^{Jkr' \cos \Psi} dV'$$

(48)

Απο την σχέση (39) και χρησιμοποιώντας την σχέση της στροφής διανύσματος στις σφαιρικές συντεταγμένες (r, θ, ϕ) , η ένταση μαγνητικού πεδίου θα είναι :

$$\begin{aligned} \vec{H} &= \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \\ &= \frac{1}{\mu r} \hat{r} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (A_\phi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] + \frac{1}{\mu r} \hat{\theta} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right] \\ &\quad + \frac{1}{\mu r} \hat{\phi} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \end{aligned}$$

(49)

Επίσης η ένταση ηλεκτρικού πεδίου, υπολογίζεται απο την σχέση (36), θέτοντας στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας, $\vec{J} = \mathbf{0}$,

$$\vec{E} = \frac{1}{J\omega \epsilon} \nabla \times \vec{H}$$

(50)

Χρησιμοποιώντας την σχέση (47) στην (49) παρατηρούμε ότι όλοι οι όροι μεταβάλλονται ανάλογα του $(4r^2)$ και άρα μπορούν να απαλειφθούν στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας εκτός απο τους

$$\frac{\hat{\theta}}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi), \frac{\hat{\phi}}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta).$$

Άρα οι μη – αμελητέες συνιστώσες του \vec{H} στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας είναι :

$$H_\theta(r, \theta, \phi) = \frac{-1}{\mu r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) = \frac{Jk}{4\pi r} e^{-Jkr} N_\phi(\theta, \phi)$$

(51)

$$H_{\theta}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\mu r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_{\theta}) = \frac{-Jk}{4\pi r} e^{-Jkr} N_{\theta}(\theta, \varphi)$$

(52)

Όπου ($r \gg \lambda$) και ($r \gg D$). Παρατηρούμε ότι οι σχέσεις (50) και (49) είναι παρόμοιες. Άρα

$$E_{\theta}(r, \theta, \varphi) = \frac{-1}{J\omega\epsilon r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_{\varphi}) = \frac{-J\omega\mu}{4\pi r} e^{-Jkr} N_{\theta}(\theta, \varphi) = JH_{\varphi}$$

(53)

$$E_{\varphi}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{J\omega\epsilon r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_{\theta}) = \frac{-J\omega\mu}{4\pi r} e^{-Jkr} N_{\varphi}(\theta, \varphi) = -JH_{\theta}$$

(54)

Άρα στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας τα διανύσματα \vec{H}, \vec{E} είναι αμοιβαία κάθετα μεταξύ τους και κάθετα προς την διεύθυνση διάδοσης του ΗΜ κύματος. Δηλαδή το πεδίο ακτινοβολίας μιας κεραίας είναι εγκάρσιο. Πράγματι λαμβάνοντας το εσωτερικό γινόμενο έχουμε:

$$\vec{E} \cdot \vec{H} = (E_{\theta}\hat{\theta} + E_{\varphi}\hat{\varphi}) \cdot (H_{\theta}\hat{\theta} + H_{\varphi}\hat{\varphi}) = E_{\theta}H_{\theta} + E_{\varphi}H_{\varphi} = JH_{\varphi}H_{\theta} - JH_{\theta}H_{\varphi} = 0$$

(55)

Σημαντικό μέγεθος τώρα στην μελέτη του ακτινοβολούμενου ΗΜ-πεδίου μιας κεραίας είναι η ακτινοβολούμενη ισχύς. Το μέτρο και η διεύθυνση ροής της ισχύος αυτής ανά μονάδα, κάθετης προς την διεύθυνση διάδοσης, επιφάνεια (watt/m^2) δίνεται από το λεγόμενο διάνυσμα Poynting

$$\vec{S} = \vec{E}' \times \vec{H}'$$

(56)

Αντικαθιστώντας $\vec{E}' = \text{Re}[\vec{E}e^{J\omega t}]$ και $\vec{H}' = \text{Re}[\vec{H}e^{J\omega t}]$ θα έχουμε ότι $\vec{S} = \text{Re}[\vec{E}e^{J\omega t}] \times \text{Re}[\vec{H}e^{J\omega t}] = \frac{1}{4} [\vec{E}e^{J\omega t} + \vec{E}^*e^{-J\omega t}] \times [\vec{H}e^{J\omega t} + \vec{H}^*e^{-J\omega t}] = \frac{1}{4} [\vec{E} \times \vec{H} e^{2J\omega t} + \vec{E}^* \times \vec{H} + \vec{E} \times \vec{H}^* + \vec{E}^* \times \vec{H} e^{-2J\omega t}]$

(57)

Αυτή μεταβάλλεται ταχύτερα με τον χρόνο λόγω των υψηλών συχνοτήτων $\omega = 2\pi f$ και δεν είναι ιδιαίτερα χρήσιμη σε πρακτικούς υπολογισμούς. Πιο χρήσιμη είναι η μέση ισχύς στην διάρκεια χρόνου πολλών ($n \gg 1$) περιόδων nT όπου $T = 4f$. Δηλαδή έχουμε:

$$\vec{S}_{av} = \vec{P}_{av} = \frac{1}{nT} \int_0^{nT} \vec{S} dt$$

(58)

Το ολοκλήρωμα του πρώτου και του τελευταίου όρου της (57) είναι μηδέν και άρα λαμβάνουμε

$$\vec{S}_{av} = \vec{P}_{av} = \text{Re} \left[\frac{\vec{E} \times \vec{H}^*}{2} \right] \quad (59)$$

Αντικαθιστώντας τις (51) – (54) στην (59) έχουμε

$$\begin{aligned} \vec{P}_{av} &= \frac{1}{2} \text{Re} [(E_\theta \hat{\theta} + E_\phi \hat{\phi}) \times (H_{\theta^*} \hat{\theta} + H_{\phi^*} \hat{\phi})] = \frac{\hat{r}}{2} \text{Re} [E_\theta H_{\phi^*} - E_\phi H_{\theta^*}] \\ &= \frac{J \hat{r}}{2} [H_\phi H_{\phi^*} + H_\theta H_{\theta^*}] = \frac{J}{2} |\vec{H}|^2 \hat{r} = \frac{|\vec{H}|^2}{2J} \hat{r} \\ &= \frac{JK^2}{3^2 \Pi^2 r^2} [|N_\theta|^2 + |N_\phi|^2] \hat{r} \end{aligned} \quad (60)$$

και μονάδες (w/m^2). Είναι φανερό ότι η ακτινοβολούμενη ισχύς διαδίδεται ακτινικά στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας, είναι αντίστροφα ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης και γενικά εξαρτάται από την κατεύθυνση (θ, ϕ). Είναι λοιπόν σημαντικό να εισάγουμε ένα μέγεθος, που να αφορά οποιαδήποτε κεραία και δεν θα έχει εξάρτηση από την απόσταση r , σε ότι αφορά την ακτινοβολούμενη ισχύ. Αυτή είναι η ένταση ακτινοβολίας. δηλαδή η ροή ισχύος ανά στερεακτίνο ($rad^2 \equiv Sr$) και ορίζεται ως (μονάδες w/rad^2)

$$U(\theta, \phi) = r^2 |\vec{F}_{av}| = \frac{J}{8\lambda^2} [|N_\theta|^2 + |N_\phi|^2] \quad (61)$$

Άρα η συνολική ακτινοβολούμενη ισχύς μιας κεραίας, δίνεται μέσω της $U(\theta, \phi)$, ανεξαρτήτως απόστασης από την

$$W_{rad} = \iint |\vec{f}_{av}| ds' = \iint |\vec{f}_{av}| r^2 d\Omega = \int_0^\Pi \int_0^{2\Pi} U(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi \quad (62)$$

όπου υπενθυμίζουμε ότι το στοιχειώδες εμβαδόν επάνω σε σφαιρική επιφάνεια ακτίνας r είναι $ds = r^2 d\Omega = r^2 \sin\theta d\theta d\phi$ και η αντίστοιχη στοιχειώδης στερεά γωνία είναι $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$. Υπάρχουν λοιπόν συνολικά 4Π στερεακτίνα που καλύπτουν τον χώρο, γιατί

$$\Omega = \int_0^\Pi \int_0^{2\Pi} d\Omega = \int_0^\Pi \int_0^{2\Pi} \sin\theta d\theta d\phi = 4\Pi \quad (63)$$

όπως ακριβώς την περιφέρεια κύκλου την καλύπτουν 2Π -ακτίνα (rad). Τέλος πρέπει να αναφέρουμε ότι γενικά το διάνυσμα Poynting της σχέσης (56) έχει τόσο πραγματικό μέρος όσο και φανταστικό. Το φανταστικό μέρος του διανύσματος Poynting αντιπροσωπεύει την λεγόμενη άεργη ισχύ, δηλαδή ισχύ που παραμένει αποθηκευμένη – στάσιμη στον χώρο γύρω από την κεραία, και κυρίως στο εγγύς πεδίο Fresnel. Αυτή η ενέργεια ταλαντώνεται από ηλεκτρική σε μαγνητική και δεν ακτινοβολείται – χάνεται. Στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας η άεργη ισχύς μηδενίζεται και υπάρχει μόνο το πραγματικό μέρος του διανύσματος Poynting, και άρα μόνο ακτινοβολούμενη ισχύς. Αντίθετα στο κοντινό – εγγύς πεδίο της κεραίας, όπως προ

είπαμε, παρατηρούνται φαινόμενα αποθήκευσης και ταλάντευσης ηλεκτρικής – μαγνητικής ενέργειας και το διάνυσμα Poynting παρουσιάζει φανταστικό μέρος.

5.ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΝΤΑΣΗΣ ΠΕΔΙΟΥ

Όπως είναι φανερό το πεδίο ακτινοβολίας μιας τυχαίας κεραίας διαφοροποιείται σημαντικά αναλόγως της κατεύθυνσης. Ο τρόπος με τον οποίον ακτινοβολεί μια κεραία στον χώρο, περιγράφεται από τα λεγόμενα διαγράμματα ακτινοβολίας. Αυτά διακρίνονται σε διαγράμματα πεδίου συνήθως του ηλεκτρικού πεδίου \vec{E} (μιας και όπως φαίνεται από τις σχέσεις (53)-(54) αρκεί να γνωρίζουμε το ηλεκτρικό πεδίο \vec{E} για τον πλήρη καθορισμό του ΗΜ πεδίου της κεραίας), που εξετάζουμε εδώ και σε διαγράμματα ισχύος που εξετάζονται παρακάτω.

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου \vec{E} , στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας, είναι αντίστροφα ανάλογη του r . Άρα η μελέτη περιορίζεται στην εξάρτηση από την κατεύθυνση (θ, φ) για σταθερή απόσταση r , είτε απαλείψουμε την εξάρτηση αυτή. Γενικά το ηλεκτρικό πεδίο \vec{E} , στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας έχει δύο συνιστώσες και έχουμε

$$\begin{aligned} |E_{\theta}| &= \frac{1}{r} |F_1(\theta, \varphi)| \\ |E_{\varphi}| &= \frac{1}{r} |F_2(\theta, \varphi)| \end{aligned} \quad (64)$$

Το ολικό ηλεκτρικό πεδίο μπορεί εύκολα να υπολογιστεί από την

$|E| = \sqrt{E_{\theta}^2 + E_{\varphi}^2}$. Άρα τα διαγράμματα πεδίου αφορούν την αναπαράσταση στον χώρο των συναρτήσεων $|F_1(\theta, \varphi)|$, $|F_2(\theta, \varphi)|$. Συνήθως χρησιμοποιούνται τα σχετικά ή ανηγμένα διαγράμματα πεδίου όπου διαιρούμε με την μέγιστη τιμή, δηλαδή

$$\frac{|F_1(\theta, \varphi)|}{|F_{1max}|}, \frac{|F_2(\theta, \varphi)|}{|F_{2max}|}$$

Για τον πλήρη καθορισμό του \vec{E} απαιτείται τουλάχιστον και η γνώση της διαφοράς φάσης των E_{θ} , E_{φ} σαν συνάρτηση των (θ, φ) , για να είναι επακριβώς γνωστή τόσο η διεύθυνση στον χώρο, όσο και το μέτρο \vec{E} .

Όπως είναι φανερό ένα διάγραμμα πεδίου είναι γενικά τρισδιάστατο. Σπανίως όμως χρησιμοποιείται. Συνήθως επιλέγουμε δύο επίπεδα π.χ $\theta = \theta_0$ και $\varphi = \varphi_0$ και κάνουμε αναπαράσταση των $|E_{\theta}(\theta, \varphi_0)|$, $|E_{\theta}(\theta_0, \varphi)|$, $|E_{\varphi}(\theta, \varphi_0)|$, $|E_{\varphi}(\theta_0, \varphi)|$, σαν επίπεδα δισδιάστατα διαγράμματα και συνήθως ανηγμένα ως προς την μέγιστη τιμή τους.

Γενικά το διάγραμμα ακτινοβολίας μιας κεραίας παρουσιάζει έναν κύριο λοβό ακτινοβολίας, δηλαδή μια περιοχή κατευθύνσεων στον χώρο όπου έχουμε μεγάλη ακτινοβολία ισχύος και αρκετούς, ίσως, δευτερεύοντες παραλοβούς. Γενικά τότε θεωρούμε δύο κάθετα μεταξύ τους επίπεδα που τέμνουν τον κύριο λοβό και εκεί κάνουμε αναπαράσταση των διαγραμμάτων πεδίου που προαναφέραμε. Τα επίπεδα αυτά καλούνται πρωτεύοντα επίπεδα.

6.ΠΟΛΩΣΗ ΠΕΔΙΟΥ

Πόλωση ονομάζουμε τον προσανατολισμό στον χώρο του διανύσματος της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου \vec{E} . Στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας τα διανύσματα \vec{E} , \vec{H} είναι κάθετα μεταξύ τους, οπότε ο καθορισμός της πόλωσης του \vec{E} είναι συνήθως αρκετός για τον πλήρη καθορισμό της πόλωσης του ΗΜ -κύματος.

Στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας γενικά το \vec{E} έχει δύο συνιστώσες E_θ , E_ϕ και το κύμα χάνει τα "σφαιρικά" χαρακτηριστικά του και γίνεται επίπεδο. Για απλοποίηση λοιπόν της μελέτης της πόλωσης, θεωρούμε το επίπεδο των E_θ , E_ϕ ως επίπεδο Χ Υ και την ακτινική κατεύθυνση \hat{r} της διάδοσης του ΗΜ – κύματος ως την κατεύθυνση Ζ. Καθώς λοιπόν το ΗΜ – κύμα διαδίδεται προς τα έξω – ακτινικά κατά την διεύθυνση $+\hat{Z}$ θα έχει δύο γενικά συνιστώσες

$$E_x = E_1 \sin(\omega t - kz)$$

$$E_y = E_2 \sin(\omega t - kz + \delta)$$

(65)

και το συνολικό στιγμιαίο διάνυσμα \vec{E} , σε κάποια ακτινική θέση, που για ευκολία λαμβάνουμε ίση με $z = 0$, θα είναι

$$\vec{E} = \hat{x}E_x + \hat{y}E_y = \hat{x}E_1 \sin(\omega t) + \hat{y}E_2 \sin(\omega t + \delta)$$

(66)

$$\text{Άρα} \quad \sin(\omega t) = \frac{E_x}{E_1}, \cos(\omega t) = \sqrt{1 - \frac{E_x^2}{E_1^2}}$$

$$\text{και } E_y = E_2 [\sin(\omega t) \cos\delta + \sin\delta \cos(\omega t)] = E_2 \left[\frac{E_x}{E_1} \cos\delta + \sin\delta \sqrt{1 - \frac{E_x^2}{E_1^2}} \right]$$

(67)

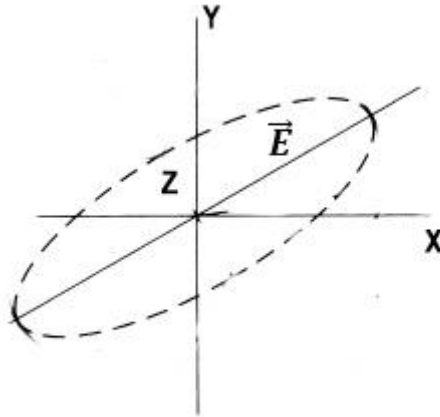
Υψώνοντας την (67) στο τετράγωνο έχουμε

$$\frac{E_x^2}{E_1^2} - \frac{2E_x E_y \cos\delta}{E_1 E_2} + \frac{E_y^2}{E_2^2} = \sin^2 \delta \Rightarrow aE_x^2 - bE_x E_y + cE_y^2 = 1$$

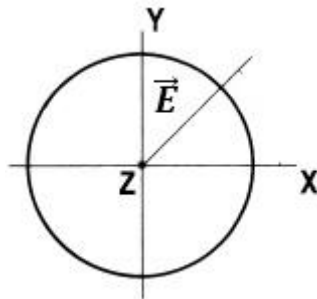
(68)

όπου a,b,c σταθερές που εξαρτώνται από τα πλάτη E_1, E_2 και την διαφορά φάσης δ της σχέσης (65).

Η εξίσωση (68) παριστάνει στο επίπεδο ΧΥ γενικά μια έλλειψη, την οποία διαγράφει η μύτη – άκρο του διανύσματος \vec{E} . Αυτό το ΗΜ-κύμα καλείται ελλειπτικά πολώμενο.



Ειδική περίπτωση του ελλειπτικά πολωμένου κύματος είναι το κυκλικά πολωμένο, όπου η έλλειψη γίνεται κύκλος.



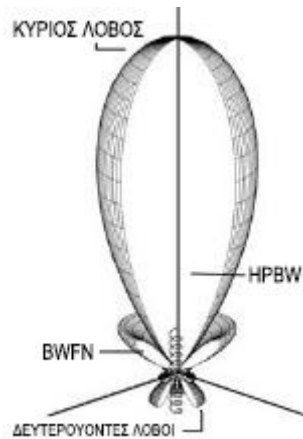
Όταν το διάνυσμα \vec{E} περιστρέφεται κατά την φορά των δεικτών του ρολογιού καλείτε αριστερόστροφα πολωμένο, ενώ στην αντίθετη περίπτωση δεξιόστροφα πολωμένο. Τέλος όταν το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου ταλαντώνεται πάνω σε μία ευθεία, έχουμε το γραμμικό πολωμένο ΗΜ-ΚΥΜΑ.

7. Διαγράμματα Ισχύος

Πολύ σημαντική πληροφορία είναι ο τρόπος με τον οποίο μια κεραία ακτινοβολεί την ισχύ της σε μια δεδομένη κατεύθυνση του χώρου. Τα διαγράμματα που αναπαριστούν την ροή της ισχύος (Watts) προς συγκεκριμένη κατεύθυνση του χώρου (θ, φ) ανά μονάδα στερεάς γωνίας $d\Omega$ (rad^2), ονομάζονται **διαγράμματα ισχύος** και είναι από τα πιο σημαντικά στην θεωρία κεραιών. Συνήθως ένα διάγραμμα ισχύος αφορά την ένταση ακτινοβολίας $U(\theta, \varphi)$, κανονικοποιημένη – ανηγμένη ως προς την μέγιστη τιμή της, δηλ. Είναι διαγράμματα της ποσότητας

$$P(\theta, \varphi) = \frac{U(\theta, \varphi)}{U(\theta, \varphi)_{max}} \quad (69)$$

η οποία είναι **αδιάστατη**. Όπως προ είπαμε συνήθως αντί της τρισδιάστατης απεικόνισης επιλέγουμε δύο κάθετα μεταξύ τους **πρωτεύοντα** επίπεδα πάνω στα οποία γίνεται η δισδιάστατη πλέον αναπαράσταση. Ένα τυπικό παράδειγμα διαγράμματος ισχύος είναι το παρακάτω:



Εδώ (HPBW) = Half Power Beam Width = Εύρος Δέσμης Ημίσειας Ισχύος και (BWFN) = Beam Width First Null = Εύρος Δέσμης Πρώτου Μηδενισμού. Τα διαγράμματα ισχύος σχεδιάζονται σε γραμμική κλίμακα (απευθείας το $P(\theta, \varphi)$) είτε σε λογαριθμική κλίμακα σε db [δηλ. $10 \log_{10}(P(\theta, \varphi))$]. Όπως βλέπουμε σε ένα διάγραμμα ισχύος έχουμε τον κύριο λοβό ακτινοβολίας, προς συγκεκριμένη κατεύθυνση, που είναι γενικά επιθυμητός και δευτερεύοντες παραλοβούς, προς άλλες κατευθύνσεις, πλάγια ή πίσω, που είναι γενικά ανεπιθύμητοι και ένας σωστός σχεδιασμός κεραίας προσπαθεί να τους καταστείλει όσο το δυνατόν περισσότερο. Έχουμε επίσης τις γωνίες μηδενισμού της ακτινοβολίας και το αντίστοιχο γωνιακό εύρος λοβού (BWFN), καθώς και το εύρος δέσμης ημίσειας ισχύος (HPBW).

8. Ευβαδόν Δέσμης

Ένας ισοτροπικός ακτινοβολητής-κεραία (που είναι πρακτικά μή-εφικτός) ακτινοβολεί ομοιόμορφα προς όλες τις διευθύνσεις του χώρου δηλ. σε όλο το γωνιακό εύρος της συνολικής στερεάς γωνίας 4π , που αντιστοιχεί σε μια σφαίρα. Άρα αν υπάρχει μια ασύρματη ζεύξη κατά μήκος μιας ευθείας, η περισσότερη ισχύς χάνεται προς ανεπιθύμητες κατευθύνσεις και αυτό δεν είναι ικανοποιητικό.

Γενικά όμως όλες οι κεραίες που χρησιμοποιούνται στην πράξη ακτινοβολούν περισσότερο προς κάποια κατεύθυνση και αυτό αποτελεί ένα σημαντικό και επιθυμητό χαρακτηριστικό της λειτουργίας τους. Ένας δείκτης αυτής της συμπεριφοράς τους είναι το λεγόμενο **εμβαδόν δέσμης** που εξετάζουμε εδώ, αλλά και η **κατευθυντικότητα** και το **κέρδος** που εξετάζονται παρακάτω.

Ας θεωρήσουμε μια κεραία που εκπέμπει την μέγιστη ισχύ της προς κάποια συγκεκριμένη κατεύθυνση $U(\theta, \varphi)_{max}$. Αν ήταν ισοτροπικός ακτινοβολητής θα εξέπεμπε στο περιβάλλοντα χώρο ισχύ $W_{rad} = 4\pi r^2 U(\theta, \varphi)_{max}$. Η συνολική ισχύς που εκπέμπει η κεραία είναι

$$W_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} r^2 U(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi \quad (70)$$

Είναι φανερό ότι η W_{rad} είναι κλάσμα της $W_{rad is}$. Αν αντί της κεραίας αυτής χρησιμοποιούσαμε τον ισοτροπικό ακτινοβολητή, είναι φανερό ότι η W_{rad} θα ακτινοβολούταν εντός **στερεάς γωνίας δέσμης** $\Omega < 4\pi$. Άρα λοιπόν η στερεά γωνία εντός της οποίας ακτινοβολείται η ολική ισχύς μιας κεραίας, από έναν ισοτροπικό ακτινοβολητή με ισχύ ίση με την μέγιστη ισχύ της κεραίας, λέγεται στερεά γωνία δέσμης είτε **εμβαδόν δέσμης**. Άρα θα έχουμε

$$\Omega A = 4\pi \frac{W_{rad}}{W_{rad is}} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} P(\theta, \varphi) d\Omega$$

(71)

όπου η $P(\theta, \varphi)$ δίνεται από την σχέση (69). Όσο λοιπόν πιο κατευθυντική είναι μια κεραία τόσο μικραίνει η ΩA .

Η στερεά γωνία ΩA μπορεί να υπολογιστεί προσεγγιστικά από το εύρος δέσμης ημίσειας ισχύος (HPBW) του κύριου λοβού, επάνω σε δύο κάθετα πρωτεύοντα επίπεδα που τον διχοτομούν. Θα έχουμε τότε

$$\Omega A \approx \theta 3db \Phi 3db$$

(72)

δηλ. τις γωνίες για ημίσεια ισχύ ($P_{max} / 2$) δηλ. -3db κάτω από την μέγιστη ισχύ. Αυτό γιατί $10 \log_{10}(1/2) = -3(db)$.

9. Κατευθυντικότητα

Όπως προαναφέραμε η κατευθυντικότητα αποτελεί ένα δείκτη-μέτρο της συγκέντρωσης της ακτινοβολούμενης ισχύος προς κάποια κατεύθυνση. Αυτό είναι ένα επιθυμητό πλεονέκτημα για τις κεραίες γιατί μπορεί να επιτευχθεί ζεύξη προς κάποια κατεύθυνση με μικρότερη κατανάλωση ενέργειας αλλά και να αποφευχθούν ανεπιθύμητες παρεμβολές από/προς κάποια κατεύθυνση.

Ο αυστηρός ορισμός της κατευθυντικότητας είναι $D = \frac{U(\theta, \varphi)_{max}}{U_o} = \frac{P(\theta, \varphi)_{max}}{P_o}$ (73)

όπου U_o = μέση ένταση ακτινοβολίας. Άρα θα έχουμε

$$D = \frac{P(\theta, \varphi)_{max}}{W_{rad}/4\pi r^2} = \frac{4\pi r^2 P(\theta, \varphi)_{max}}{W_{rad}} = \frac{W_{rad} \text{ is}}{W_{rad}} \Rightarrow D = \frac{4\pi}{\Omega A}$$

(74)

Όπως προκύπτει εύκολα ο ιστροπικός ακτινοβολητής έχει $\Omega A = 4\pi \Rightarrow D = 1$. Όσο πιο κατευθυντική είναι μια κεραία τόσο μικρότερη είναι η ΩA και άρα μεγαλύτερο το D . Ένας εναλλακτικός τρόπος για να κατανοήσει κανείς το D , είναι ο εξής: Έστω ότι έχουμε την υπο εξέταση κεραία να εκπέμπει προς την διεύθυνση μέγιστης ακτινοβολίας και έναν ιστροπικό ακτινοβολητή που εκπέμπει συνολικά την ίδια ισχύ με την κεραία. Το D δείχνει τότε πόσες φορές περισσότερη ισχύ εκπέμπει η κεραία, προς την επιλεγείσα κατεύθυνση μέγιστου ακτινοβολίας, από τον ιστροπικό ακτινοβολητή.

Από την σχέση (74) επίσης μπορούμε να υπολογίσουμε την εκπεμπόμενη ισχύ ακτινοβολίας P_{rad} , στην βέλτιστη κατεύθυνση, αν γνωρίζουμε την συνολικά ακτινοβολούμενη ισχύ W_{rad} είτε την ισχύ τροφοδοσίας της, αν δεν υπάρχουν απώλειες. Θα έχουμε

$$P_{max} = \left(\frac{D}{4\pi}\right) P_{tot}$$

(75)

Παράδειγμα

Έστω κεραία με $D = 2.15$ db χωρίς απώλειες που τροφοδοτείται με ισχύ (4π) Watt. Θα έχουμε

$$D(db) = 10 \log_{10}(D) \Rightarrow D = 10^{(D(db)/10)} \Rightarrow D = 10^{0.215} \approx 1.64$$

Άρα η κεραία ακτινοβολεί 1.64 φορές περισσότερο από τον αντίστοιχο ιστροπικό ακτινοβολητή. Επιπλέον

$$D = \frac{P_{max}}{P_o} \Rightarrow P_{max} = D x P_o = D x \frac{W_{rad}}{4\pi r^2} (\text{Dis to } D_x)$$

Άρα σε απόσταση 1km το διάνυσμα Poynting στην διεύθυνση μέγιστης ακτινοβολίας είναι

$$P_{max} = \frac{1.64 \cdot 4\pi}{4\pi (10^3)^2} = 1.64 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2.$$

Αν λοιπόν στο σημείο αυτό τοποθετηθεί ένας δέκτης - κεραία, αυτός θα συλλέξει ένα τμήμα, ανάλογο της ενεργού επιφάνειας του, της ισχύος αυτής P_{max} . Επίσης

σημειώνεται ότι όταν η κεραία ΔΕΝ παρουσιάζει απώλειες ωμικές, η τροφοδοτούμενη ισχύς ταυτίζεται με την ακτινοβολούμενη. Αλλιώς η τελευταία είναι μικρότερη της τροφοδοτούμενης.

Παράδειγμα

Αν η προηγούμενη κεραία αντικατασταθεί από άλλη διπλάσιας κατευθυντικότητας $D' = 4.30(db)$ τότε προκύπτει ότι

$$P'_{max} = D^2 P_o = P_{max} * D = 2.69 * 10^{-6} (W/m^2)$$

Άρα ο διπλασιασμός της κατευθυντικότητας ενίσχυσε (πολλαπλασίασε) κατά D το δiάνυσμα ακτινοβολίας Ρoynting.

10. Κέρδος

Η σύγκριση μιας κεραίας με τον αντίστοιχο ιστροπικό ακτινοβολητή ίδιας ισχύος τροφοδοσίας, που μας παρέχει η κατευθυντικότητα, δεν περιλαμβάνει τις ωμικές απώλειες επάνω σε μια πραγματική κεραία. Γενικά για μια κεραία ισχύει $W_{in} = W_{rad} + W_{loss}$ (76) για την ισχύ τροφοδοσίας, ακτινοβολίας και απωλειών. Προκύπτει λοιπόν η έννοια του **κέρδους** G της κεραίας, δηλ. πόσες φορές περισσότερη ισχύς ακτινοβολείται από την κεραία σε σχέση με τον ιστροπικό ακτινοβολητή που τροφοδοτείται με την ίδια ισχύ χωρίς απώλειες. Άρα

$$G = \frac{P(\theta, \varphi)_{max}}{W_{in}/4\pi r^2} = \frac{4\pi r^2 P(\theta, \varphi)_{max}}{W_{rad} + W_{loss}} \quad (77)$$

Διαιρώντας με την σχέση (74) έχουμε

$$G = \left(\frac{W_{rad}}{W_{rad} + W_{loss}} \right) * D = nD \quad (78)$$

όπου n = βαθμός απόδοσης κεραίας.

Παράδειγμα

Αν η κεραία του αρχικού παραδείγματος αντικατασταθεί από άλλη με αυξημένη κατευθυντικότητα αλλά και απώλειες, που συνοψίζονται στο κέρδος $G(db) = D(db) + 3 db$, τότε θα έχουμε :

$$G(db) = 10 \log_{10}(D + 3) \Rightarrow G = 10^{(D(db)/10)} * 10^{(3/10)} = D * 10^{0.3} \Rightarrow G \approx 1.64 * 2 = 3.28$$

Άρα η κεραία ακτινοβολεί $2 * 1.64 = 3.28$ φορές περισσότερο, από τον ιστροπικό ακτινοβολητή στην κατεύθυνση μέγιστης ακτινοβολίας, οπότε

$$P'_{max} = 3.28 * 10^{-6} W/m^2.$$

11. Η κεραία ως στοιχείο κυκλώματος

Θεωρούμε ένα **πομπό** που τροφοδοτεί κεραία μέσω γραμμής μεταφοράς. Η ακτινοβολία της κεραίας καταναλώνει την ενέργεια (ηλεκτρική) που της παρέχει ο πομπός, είτε ως ακτινοβολία στον περιβάλλοντα χώρο, είτε ως ωμικές απώλειες επάνω στην κεραία. Από την άποψη αυτή ο πομπός και η γραμμή μεταφοράς βλέπουν οποιαδήποτε κεραία ως ένα φορτίο, ZL που χαρακτηρίζεται από μια καθαρά ωμική αντίσταση (πραγματικό μέρος) και από μία επαγωγική είτε χωρητική αντίσταση (φανταστικό μέρος).

Οπότε κάθε φοα συνδέουμε διαφορετικές κεραίες και λαμβάνοντας μετρήσεις των στασίμων κυμάτων διαπιστώνουμε κάθε φορά ότι έχουμε καλύτερη είτε χειρότερη προσαρμογή, όπως ακριβώς με τα τερματικά φορτία. Άρα όταν σχεδιάζουμε μια διάταξη πομπού-γραμμής μεταφοράς, θεωρούμε ότι μια κεραία ισοδυναμεί με μία σύνθετη αντίσταση. Αν η κεραία είναι μακριά από κάθε άλλο αντικείμενο είτε το έδαφος (απομονωμένη) τότε καλείται **ίδια σύνθετη αντίσταση**. Αυτή έχει ένα πραγματικό μέρος που αποτελείται από δύο σε σειρά ωμικές αντιστάσεις, την **αντίσταση ακτινοβολίας** και την **αντίσταση απωλειών**, και ένα φανταστικό μέρος που σχετίζεται με την ΗΜ-ενέργεια που εγκλωβίζεται-ταλαντώνεται στο εγγύς-πεδίο της κεραίας.

Στην περίπτωση που υπάρχουν κοντά άλλα αντικείμενα (π.χ κεραίες) τότε η αντίσταση που βλέπει ο πομπός στο σημείο τροφοδοσίας καθορίζεται **τόσο** από την ίδια σύνθετη αντίσταση της κεραίας **όσο** και από τις **αμοιβαίες σύνθετες αντιστάσεις** μεταξύ της κεραίας και των άλλων κεραιών φαινόμενα σύζευξης, όπως μεταξύ του πρωτεύοντος και δευτερεύοντος πηνίου ενός μετασχηματιστή. Αν τώρα έχουμε ένα **δέκτη** που τροφοδοτείται από μια κεραία μέσω γραμμής μεταφοράς, τότε η κεραία συλλέγει την προσπίπτουσα ΗΜ ενέργεια και την αποδίδει στον δέκτη. Από την άποψη αυτή, ο δέκτης και η γραμμή μεταφοράς "φαίνονται" από την κεραία ως μία σύνθετη αντίσταση Z_L , και η κεραία τότε μπορεί να αντικατασταθεί από το ισοδύναμο-κατά Thevenin κύκλωμα με ισοδύναμη τάση V και ισοδύναμη αντίσταση Z_A . Η Z_A ταυτίζεται με την ίδια σύνθετη αντίσταση της κεραίας αν αυτή λειτουργούσε ως πομπός.

12. Θεώρημα Αμοιβαιότητας

Αν μια (ΗΕΔ) δύναμη εφαρμοστεί στους ακροδέκτες μιας κεραίας Α (πομπός) και μετρηθεί το ρεύμα στους ακροδέκτες μιας άλλης κεραίας Β (δέκτης), τότε ένα ίδιο ρεύμα σε πλάτος και φάση θα μετρηθεί στους ακροδέκτες της κεραίας Α, αν η ίδια (ΗΕΔ) δύναμη εφαρμοστεί στους ακροδέκτες της κεραίας Β.

Το θεώρημα Αμοιβαιότητας μπορεί να αποδειχτεί αν αντικαταστήσουμε τις δύο κεραίες Α,Β και τον ενδιάμεσο χώρο τους, από ένα δικτύωμα γραμμικών παθητικών συμμετρικών εμπεδήσεων.

Το ρεύμα I_b που ρέει μέσω του αμπερόμετρου δίνεται από την

$$I_b = I_1 * \left(\frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} \right) \quad (79).$$

Το ρεύμα I_1 θα δίνεται από την

$$I_1 = \frac{V_a}{Z_1 + [Z_2 Z_3 / (Z_2 + Z_3)]} = \frac{V_a (Z_2 + Z_3)}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1} \quad (80).$$

Από τις (79), (80) θα έχουμε: $I_b = \frac{V_a Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}$ (81), με τον ίδιο θα έχουμε :

$$I_a = \frac{V_b Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1} \quad (82).$$

Άρα όταν $V_a = V_b$ θα έχουμε και $I_a = I_b$ οπότε αποδείχθηκε το θεώρημα το θεώρημα. Στην γενικότερη περίπτωση θα έχουμε :

$$\frac{V_a}{I_b} = \frac{Z_{1Z2} + Z_{2Z3} + Z_{3Z1}}{Z_3} \quad (83)$$

13. Ίδια σύνθετη αντίσταση

Όπως ήδη προαναφέραμε οι κεραιές χαρακτηρίζονται από μια σύνθετη αντίσταση η οποία όταν η κεραιά είναι απομονωμένη από άλλα αντικείμενα , καλείται ίδια σύνθετη αντίσταση. Το μέγεθος αυτό έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, διότι όταν η κεραιά συνδεθεί με γραμμή μεταφοράς, προκύπτουν συνήθως προβλήματα προσαρμογής, στα οποία η ίδια σύνθετη αντίσταση παίζει σημαντικό ρόλο. Στην ουσία πρόκειται για την σύνθετη αντίσταση που "βλέπει" η γραμμή μεταφοράς όταν συνδέεται με την κεραιά. Άρα το ζητούμενο μέγεθος ορίζεται ως :

$$Z_{in} = Z_{11} = \frac{V_{11}}{I_1} \quad (84)$$

όπου V_{11} η (ΗΕΔ) που εφαρμόζεται στους ακροδέκτες τροφοδοσίας της κεραιάς- γραμμής μεταφοράς και I_1 το ρεύμα που τους διαρρέει. Ο δείκτης (11) αναφέρεται στην ίδια-αυτοαντίσταση της κεραιάς 1 (ως προς τον εαυτό της), ενώ αντίστοιχα δείκτες τύπου (12),(13),... αναφέρονται στην αμοιβαία σύνθετη αντίσταση μεταξύ της κεραιάς 1 και της κεραιάς n.

Στην ενότητα αυτή θα αποδείξουμε την έκφραση της ίδιας σύνθετης αντίστασης για ένα λεπτό δίπολο ($\lambda/2$) και θα δοθεί και η γενικότερη έκφραση της.

Έστω λοιπόν λεπτή διπολική κεραιά μήκους ($\lambda/2$), δηλ. $l=2h=(\lambda/2) \Rightarrow h=(\lambda/4)$, και $k=(2\pi/\lambda)$ π κυματικός αριθμός. Θεωρούμε ότι διαρρέεται από ημιτονοειδή ρευματική κατανομή $I_z(z)= I_1 \sin [k(h-|z|)]$. Τότε ο λόγος

$$Z_{1z} = \frac{V_{1z}}{I_z(z)} \quad (85)$$

παριστάνει την σύνθετη αντίσταση μεταξύ των ακροδεκτών σύνδεσης της κεραιάς με την γραμμή μεταφοράς και του σημείου Z επάνω στην κεραιά ($-h \leq z \leq h$). Επίσης V_{1z} είναι η διαφορά δυναμικού (τάση) μεταξύ των παραπάνω δύο σημείων.

Αν $E_z(z)$ είναι το ηλεκτρικό πεδίο, σε σχέση με την ρευματική κατανομή επάνω στην κεραιά, τότε επάγει στη θέση z, μια ΗΕΔ δύναμη

$$dV_z = -E_z(z)dz \quad (86)$$

Αν η κεραιά **βραχυκυκλωθεί** στους δύο ακροδέκτες σύνδεσης της με την γραμμή μεταφοράς, τότε λόγω αυτής της ΗΕΔ δύναμης, θα διαρρέει τους ακροδέκτες ένα ρεύμα dI_1 , ορίζοντας μια σύνθετη αντίσταση Z_{z1} μεταξύ του σημείου z και των ακροδεκτών, ως εξής :

$$Z_{z1} = \frac{dV_z}{dI_1} \quad (87).$$

Από το θεώρημα Αμοιβαιότητας θα έχουμε τότε :

$$\frac{V_{1z}}{I_z(z)} = Z_{z1} = \frac{dV_z}{dI_1} = \frac{-E_z(z)dz}{dI_1} \Rightarrow V_{1z}dI_1 = -E_z(z)I_z(z)dz \quad (88).$$

Δεδομένου ότι η σύνθετη αντίσταση Z_{1z} αποτελεί ένα γραμμικό σύστημα θα έχουμε

$$Z_{1z} = Z_{z1} = \frac{V_{1z}}{I_1} = \frac{dV_{1z}}{dI_1} \quad (89).$$

Από τις (88) και (89) θα έχουμε :

$$dV_{1z} = \frac{-Ez(z)Iz(z)dz}{I1} \quad (90)$$

Ολοκληρώνοντας την (90) σε όλο το μήκος $l=2h$ του δίπολου θα έχουμε :

$$V_{11} = \frac{-1}{I1^2} \int_{-h}^h Ez(z)Iz(z)dz \quad (91)$$

Άρα από την (84) θα έχουμε τελικά :

$$Z_{11} = \frac{-1}{I1^2} \int_{-h}^h Ez(z)Iz(z)dz \quad (92)$$

Γενικεύοντας αυτή την σχέση για λεπτά δίπολα μικρής ακτίνας a , και τυχαίου μήκους $l = 2h$ θα έχουμε :

$$Z_{11} = \frac{-1}{I^2(0)} \int_{-h}^h Ez(a, z)Iz(z)dz \quad (93)$$

14. Αμοιβαία σύνθετη Αντίσταση

Η αμοιβαία σύνθετη αντίσταση μεταξύ δύο κεραιών χαρακτηρίζει την σύζευξη μεταξύ δύο κεραιών 1 και 2 και ορίζεται ως το αρνητικό του λόγου της (HEΔ) δύναμης V_{21} που επάγεται στους ακροδέκτες της κεραίας 2, λόγω του ρεύματος I_1 στην κεραία 1. Άρα

$$Z_{21} = \frac{-V_{21}}{I_1} \quad (94)$$

Παραπάνω αποδείχθηκε η σχέση (91) για την (HEΔ) που επάγεται πάνω σε μία κεραία από το ίδιο της το ρεύμα, με χρήση του **θεωρήματος αμοιβαιότητας**. Με το ίδιο θεώρημα μπορούμε να βρούμε την V_{21} αν στη σχέση (91) θέσουμε $Ez(z) \rightarrow E_{21}(z)$, $V_{11} \rightarrow -V_{21}$ και $I_1 \rightarrow I_2$. Θα έχουμε λοιπόν

$$V_{21} = \frac{+1}{I_2} \int_{-h}^h E_{21}(z)Iz(z)dz \quad (95).$$

Άρα τελικά θα έχουμε :

$$Z_{21} = \frac{-V_{21}}{I_1} = \frac{-1}{I_1 I_2} \int_{-h}^h E_{21}(z)Iz(z)dz \quad (96).$$

Γενικά λοιπόν, ανακεφαλαιώνοντας τις δύο προηγούμενες ενότητες έχουμε ότι γενικά η **αντίσταση εισόδου** μιας κεραίας οφείλεται τόσο στην ίδια σύνθετη αντίσταση της όσο και στην αμοιβαία σύνθετη αντίσταση μεταξύ της κεραίας και άλλων παρακείμενων κεραιών. Γενικά λοιπόν

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{V_1}{I_1} = Z_{11} + Z_{12} \frac{I_2}{I_1} + \dots + Z_{1n} \frac{I_n}{I_1} \quad (97)$$

όπου I_n το ρεύμα στην κεραία n , Z_{1n} η αμοιβαία σύνθετη αντίσταση μεταξύ κεραιών 1 και n .

15. Ισότητα αμοιβαίων σύνθετων αντιστάσεων

Θεωρούμε δύο κεραιές που λειτουργούν ως σύστημα πομπού-δέκτη. Θα έχουμε

$$\begin{aligned} V_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{aligned} \quad (98)$$

Αν βραχυκυκλωθεί η κεραία 2 (περίπτωση α) θα έχουμε

$$V_1^a = Z_{11}I^{a1} + Z_{12}I^{a2} \quad (99)$$

$0 = Z_{21}I^{a1} + Z_{22}I^{a2}$ ενώ αν βραχυκυκλωθεί η κεραία 1 (περίπτωση β) θα έχουμε

$$\begin{aligned} 0 &= Z_{11}I^{\beta 1} + Z_{12}I^{\beta 2} \\ V^{\beta 2} &= Z_{21}I^{\beta 1} + Z_{22}I^{\beta 2} \end{aligned} \quad (100)$$

Από την (99) θα έχουμε

$$\frac{V^{a1}}{I^{a2}} = Z_{12} - \frac{Z_{11}Z_{22}}{Z_{21}} \quad (101)$$

Από την (100) έχουμε (102)

Σύμφωνα με το Θεώρημα Αμοιβαιότητας τα αριστερά μέλη των (101), (102), είναι ίσα, οπότε θα έχουμε

$$Z_{12} - \frac{Z_{11}Z_{22}}{Z_{21}} = Z_{21} - \frac{Z_{11}Z_{22}}{Z_{12}} \Leftrightarrow Z_{12} = Z_{21} \quad (103)$$

16. Ισότητα διαγραμμάτων εκπομπής - λήψης

Θέλουμε να δείξουμε την ταύτιση των διαγραμμάτων ακτινοβολίας για εκπομπή και λήψη για μια κεραία. Για αυτό θεωρούμε δύο όμοιες κεραιές 1 και 2.

Αν διεγείρουμε την 1 με ΗΕΔ V και βραχυκυκλώσουμε την 2, στην τελευταία θα επάγεται ένα ρεύμα I_2 . Αυτό θα είναι ανάλογο του ηλεκτρικού πεδίου \vec{E}_1^T που δημιουργεί η κεραία 1 ως πομπός στην θέση 2. Αν τώρα διεγείρουμε την 2 με ΗΕΔ V και βραχυκυκλώσουμε την 1, στην τελευταία θα επάγεται ένα ρεύμα I_1 που θα είναι ανάλογο του ηλεκτρικού πεδίου \vec{E}_1^R που αντιστοιχεί στο διάγραμμα ακτινοβολίας της 1 σε κατάσταση λήψης-δέκτη. Εφόσον από το Θεώρημα της Αμοιβαιότητας $I_1=I_2$ θα έχουμε $\vec{E}_1^T = \vec{E}_1^R$ και άρα την ταύτιση των διαγραμμάτων εκπομπής-λήψης.

17. Ισότητα ίδιας σύνθετης αντίστασης

Στην παράγραφο αυτή θέλουμε να δείξουμε ότι η ίδια σύνθετη αντίσταση μιας κεραιάς όταν λειτουργεί ως εκπομπός, ισούται με την σύνθετη αντίσταση της κεραιάς όταν λειτουργεί ως δέκτης.

Η κεραία συλλέγει ισχύ από το προσπίπτον κύμα και την αποδίδει σε μια σύνθετη αντίσταση τερματισμού Z_L . Απο την σκοπιά του ισοδύναμου κυκλώματος που φαίνεται δεξιά, η κεραία μπορεί να αντικατασταθεί από μία ισοδύναμη γεννήτρια Thevenin με (ΗΕΔ) V και μια σύνθετη αντίσταση Z_A σε σειρά.

Σύμφωνα με την θεωρία κυκλωμάτων η V προκύπτει αν ανοιχτοκυκλώσουμε τους ακροδέκτες της κεραίας και μετρήσουμε την τάση

$$\mathbf{V2} \quad \mathbf{V} = \mathbf{V2}(\mathbf{I2} = \mathbf{0}, \mathbf{ZL} = \infty)$$

(104)

Η Z_A προκύπτει αν βραχυκυκλώσουμε τις πηγές που στην περίπτωση μας αντιστοιχούν στην κεραία-πομπό δηλ. $V_1 = 0$.

Από τις σχέσεις (98) έχουμε

$$\begin{aligned} \mathbf{V1} &= \mathbf{Z11I1} + \mathbf{Z12I2} \\ \mathbf{V2} &= \mathbf{I2ZL} = \mathbf{Z21I1} + \mathbf{Z22I2} \end{aligned}$$

(105)

Αν θεωρήσουμε ότι ο δέκτης βρίσκεται στο μακρινό πεδίο της κεραίας-πομπού τότε ο όρος $Z_{12} I_2$ μπορεί να θεωρηθεί αμελητέος, δηλ. ο πομπός λειτουργεί σαν απομονωμένη κεραία και άρα από την (105) έχουμε

$$\begin{aligned} \mathbf{V1} &= \mathbf{Z11I1} \\ \mathbf{V2} &= \mathbf{I2ZL} = \mathbf{Z21I1} + \mathbf{Z22I2} \end{aligned}$$

(106)

Από την (104) και την (106) έχουμε $V = Z_{21} I_1$ (107)

Από την πρώτη των σχέσεων (106) έχουμε ότι αν $V_1 = 0 \Rightarrow I_1 = 0$. Αντικαθιστώντας αυτό στην δεύτερη από τις (106) έχουμε

$$\mathbf{ZA} = \frac{\mathbf{V2}}{\mathbf{I2}(\mathbf{V1} = \mathbf{0})} = \mathbf{Z22}$$

(108).

Άρα η ίδια σύνθετη αντίσταση της κεραίας όταν λειτουργεί ως πομπός (δηλ. Z_{22}) ισούται με την σύνθετη αντίσταση της (δηλ. Z_A) όταν λειτουργεί ως δέκτης.

18. Μετάδοση ισχύος στον δέκτη

Η ισχύς W_r που αποδίδεται στο φορτίο $Z_L = R_L + jX_L$ δίνεται από την σχέση :

$$\mathbf{Wr} = \frac{1}{2} (|\mathbf{I2}|)^2 \mathbf{RL}$$

(109)

όπου το ρεύμα I_2 σύμφωνα με το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin δίνεται από την σχέση

$$|\mathbf{I2}| = \frac{|\mathbf{V2}|}{|\mathbf{ZOA}|} = \frac{|\mathbf{V2}|}{\sqrt{(\mathbf{RA} + \mathbf{RL})^2 + (\mathbf{XA} + \mathbf{XL})^2}} = \frac{|\mathbf{V2}|}{\sqrt{(\mathbf{R22} + \mathbf{RL})^2 + (\mathbf{X22} + \mathbf{XL})^2}}$$

(110)

όπου φυσικά $Z_A = R_A + jX_A = R_{22} + jX_{22}$ είναι η σύνθετη αντίσταση της γεννήτριας Thevenin, δηλ. της κεραίας ως δέκτης. Από τις παραπάνω σχέσεις βλέπουμε ότι η **αποδιδόμενη ισχύς** από την κεραία στον **δέκτη μεγιστοποιείται** όταν ελαχιστοποιείται ο παρονομαστής της (110). Αυτό συμβαίνει όταν το φορτίο λαμβάνει την τιμή της **συζυγούς προσαρμογής** δηλ. όταν

$$\begin{aligned} \mathbf{X22} &= -\mathbf{XL} \\ \mathbf{R22} &= \mathbf{RL} \end{aligned}$$

(111)

$Z_A = Z_L^*$. Κατά απόλυτα συμμετρικό τρόπο, όταν έχουμε μια κεραία που λειτουργεί ως **πομπός** όπου έχουμε τον πομπό T , με ισοδύναμο Thevenin τάση V και σύνθετη αντίσταση Z_T , και την κεραία με ισοδύναμο Thevenin την εμπέδηση Z_L , έχουμε μέγιστη μεταφορά ισχύος προς την ακτινοβολούσα κεραία, όταν έχουμε συνθήκες **συζυγούς προσαρμογής** δηλ. όταν $Z_T = Z_L^*$

19. Ενεργός Επιφάνεια

Στην προηγούμενη ενότητα αποδείχτηκε η συνθήκη μέσω της οποίας μεγιστοποιείται η αποδιδόμενη ισχύς στο φορτίο, της κεραίας-δέκτη. Όμως η μεγιστοποίηση της

ισχύος που μεταφέρεται από τον πομπό στον χώρο του δέκτη είναι ένα κρίσιμο ζήτημα και είναι αναγκαία περαιτέρω μελέτη.

Μια πρώτη αναγκαία συνθήκη για την μεγιστοποίηση της μεταφερόμενης ισχύος είναι ο σωστός προσανατολισμός της κεραίας δηλ. αν είναι διπολική κεραία να είναι παράλληλη προς το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου. Αυτό καλείται βέλτιστος προσανατολισμός. Μια δεύτερη αναγκαία συνθήκη είναι να είναι όσο πιο κατευθυντική γίνεται η κεραία, με δεδομένο την ταύτιση των διαγραμμάτων ακτινοβολίας για εκπομπή και λήψη αντίστοιχα.

Με βάση τα παραπάνω, αναζητούμε μια παράμετρο που θα χαρακτηρίζει την ιδιαίτερη δυνατότητα μιας κεραίας να προσλαμβάνει και να αποδίδει βέλτιστα την ισχύ στο δέκτη, του προσπίπτοντος κύματος.

Αυτή η παράμετρος είναι η **ενεργός επιφάνεια** (σε μονάδες m^2) και ορίζεται ως ο λόγος της αποδιδόμενης από την κεραία στο δέκτη ισχύος, προς το διάνυσμα Poynting του προσπίπτοντος κύματος.

$$Ae = \frac{Wr}{|\vec{P}_{αν}|}$$

(113)

Αποδεικνύεται ότι η ενεργός επιφάνεια οποιασδήποτε κεραίας-δέκτη βέλτιστα προσανατολισμένης και συζυγώς προσαρμοσμένης δίνεται από την

$$Ae = \frac{\lambda^2}{4\pi} D$$

(114).

Αν η κεραία έχει ωμικές απώλειες τότε έχουμε

$$Ae = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

(115)

όπου φυσικά D = κατευθυντικότητα και G = κέρδος. Τέλος αν έχουμε μια ασύρματη ζεύξη, ισχύει η σημαντική σχέση του Friis η οποία είναι

$$Wr = Wt \frac{AeAer}{r^2 \lambda^2}$$

(116)

όπου Wr, Wt η ισχύς που λαμβάνει ο δέκτης και που εκπέμπει ο πομπός αντίστοιχα και Ae, Aer οι ενεργές επιφάνειες των δύο κεραίων.

Παράδειγμα

Έστω δέκτης προσανατολισμένος για μέγιστη λήψη, με κέρδος $G = \pi$ που βρίσκεται σε απόσταση 3km από πομπό που εκπέμπει στα 150 MHz. Από το διάγραμμα ακτινοβολίας του πομπού στην κατεύθυνση που βρίσκεται ο δέκτης η ένταση ακτινοβολίας βρίσκεται να είναι $U = 9 \text{ Watt/rad}^2$ Τότε το διάνυσμα Poynting ή αλλιώς η ισχύς ανά μονάδα επιφάνειας στην θέση που βρίσκεται ο δέκτης είναι

$$P_{αν} = \frac{U}{r^2} = \frac{9}{(3 * 10^3)^2} = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

Στην περίπτωση που το φορτίο του δέκτη είναι συζυγώς προσαρμοσμένο στην κεραία του δέκτη και $G = \pi$ θα έχουμε από την (113)

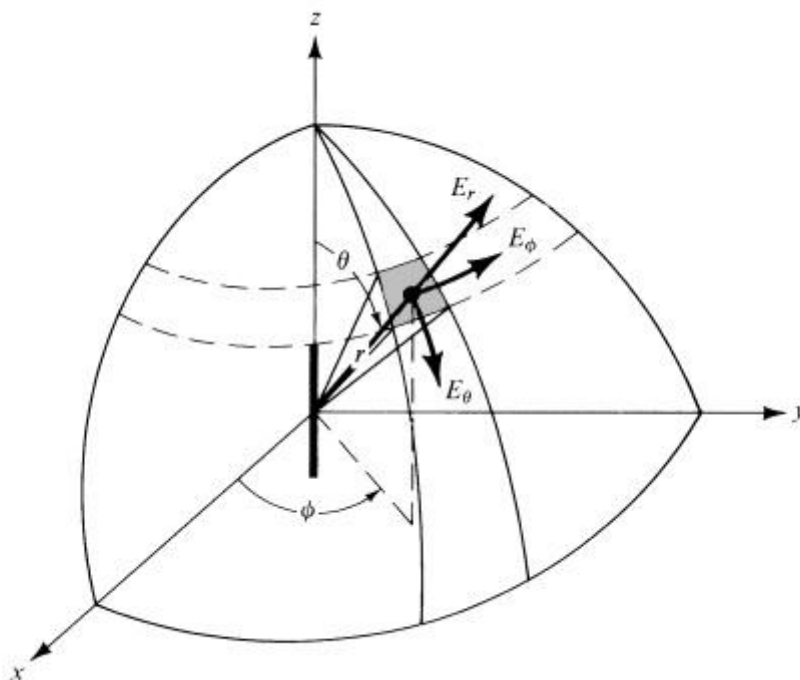
$$Wr = Ae P_{αν} = \left(\frac{\lambda^2 G}{4\pi}\right) P_{αν} \text{ Αλλά } \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 * 10^8 \text{ m/sec}}{150 * 10^6 \text{ Hz}} = 2 \text{ m} \text{ οπότε } Ae = \frac{4\pi}{4\pi} = 1 \text{ m}^2 \text{ και } Wr = 10^{-6} \text{ Watt.}$$

2^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΛΕΠΤΕΣ ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΔΙΠΟΛΙΚΕΣ ΚΕΡΑΙΕΣ

Πολλές φορές στην πράξη αρκετές από τις κεραιές που χρησιμοποιούμε, είναι ηλεκτρικά μικρές κεραιές, δηλαδή για το μήκος του $e = 2h$ ισχύει $e \ll \lambda$ όπου λ =μήκος κύματος.

Το θεωρητικό μοντέλο μελέτης όλων των ηλεκτρικά μικρών κεραιών είναι το λεγόμενο δίπολο Hertz. Αυτό έχει μήκος ίσο με $e = 2h \ll \lambda$ και άρα η ρευματική του κατανομή κατά μήκος του θεωρείται σταθερή και ίση με το I . Η γεωμετρία φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, όπου το δίπολο εκτείνεται στον άξονα z , με $-h \leq z \leq h$.



Όπως αναφέραμε στην γενική εισαγωγή στις κεραιές, το μακρινό πεδίο ακτινοβολίας μπορεί να υπολογιστεί από την σχέση (48). Στην περίπτωση του διπόλου Hertz ο όρος $\exp [jkr' \cos \psi]$ μπορεί να αμεληθεί με ασφάλεια και άρα θα έχουμε

$$\vec{N}(\theta, \varphi) = \int_{\nabla} \vec{j}(r', \theta', \varphi') d\nabla' = \hat{z} \int_{-h}^h I dz = 2Ih\hat{z} \quad (1)$$

Όπως βλέπουμε το διάνυσμα ακτινοβολίας έχει μόνον \hat{z} -συνιστώσα και άρα σύμφωνα με την γενική συζήτηση που κάναμε παραπάνω, η ακτινική συνιστώσα είναι αμελητέα στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας. Άρα

$$\vec{N} = N_z \hat{z} \Rightarrow N_\varphi = 0, N_\theta = -N_z \sin \theta = -2Ih \sin \theta \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (51) – (54), και επειδή η $\hat{\varphi}$ συνιστώσα είναι μηδενική, στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας θα έχουμε μόνον

$$E_\theta = JH_\varphi = \frac{-J\omega\mu}{4\pi r} e^{-jKr} N_\theta(\theta, \varphi) = \frac{J\omega\mu h}{2\pi r} e^{-jKr} \sin \theta$$

$$H_\varphi = \frac{E_\theta}{J} = \frac{JKIh}{2\pi r} e^{-jKr} \sin \theta \quad (3)$$

όπου φυσικά $K = \omega/c = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$. Παρατηρούμε ότι το ηλεκτρικό πεδίο έχει μόνον E_θ – συνιστώσα και άρα έχουμε γραμμική πόλωση. Το διάνυσμα Poynting θα έχει μόνον την ακτινική συνιστώσα και από την σχέση (60) θα έχουμε

$$|\vec{f}_{av}| = \frac{JK^2}{32\Pi^2 r^2} |N_\theta|^2 = \frac{J(KIh)^2}{8\Pi^2 r^2} \sin^2\theta$$

(4)

Το μέγεθος της έντασης ακτινοβολίας θα είναι συνεπώς

$$U(\theta, \varphi) = r^2 |P_{av}| = \frac{J(KIh)^2}{8\Pi^2} \sin^2\theta$$

(5)

Από αυτή την σχέση διαπιστώνουμε εύκολα, ότι το διάγραμμα ακτινοβολίας στο επίπεδο ($\varphi, \theta = 90^\circ$) είναι ομοιοκατευθυντικό, ενώ στο επίπεδο ($\varphi = 0^\circ, \theta$) είναι κατευθυντική και θα έχουμε ότι

$$U(\theta, \varphi) = \frac{E_0^2}{2J} \sin^2\theta = U_0 \sin^2\theta$$

$$E_0 \equiv \frac{\omega\mu I h}{2\Pi}$$

(6)

και εύκολα παρατηρούμε ότι μηδενίζεται για $\theta = 0^\circ, 180^\circ$, ενώ έχει μέγιστο για $\theta = 90^\circ$. Για το γωνιακό εύρος δέσμης ημίσειας ισχύος παρατηρούμε ότι η γωνία στην οποία η ένταση (6) γίνεται μισή, δίνεται από την

$$\sin\theta = 1/\sqrt{2} \Rightarrow \theta = \Pi/4 \Rightarrow (HPBW) = 90^\circ$$

(7)

Η συνολική ακτινοβολούμενη ισχύς δίνεται από την

$$W_{rad} = \int_0^\Pi \int_0^{2\Pi} U(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi = \frac{J(KIh)^2}{4\Pi} \int_0^\Pi \sin^3\theta d\theta = \frac{J\Pi I^2}{3} \left(\frac{2h}{\lambda}\right)^2$$

(8)

και άρα η αντίσταση ακτινοβολίας θα είναι

$$R_{rad} = \frac{2W_{rad}}{I^2} = \frac{8J\Pi}{3} \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2$$

(9)

Το εμβαδόν δέσμης δίνεται από την στερεά γωνία δέσμης Ω_A , ως

$$\Omega_A = \int_0^{2\Pi} \int_0^\Pi \sin^3\theta d\theta d\varphi = \frac{8\Pi}{3}$$

(10)

και συνεπώς η κατευθυντικότητα θα είναι

$$D = \frac{4\Pi}{\Omega_A} = 1.5$$

Άρα το μικρό δίπολο ακτινοβολεί, στην διεύθυνση της μέγιστης ακτινοβολίας ($\theta = 90^\circ$), 1.5 φορές παραπάνω από τον ισοτροπικό ακτινοβολητή με ίδια συνολικά ακτινοβολούμενη ισχύ W_{rad} .

Από την (8), και επειδή ($h \ll \lambda$), παρατηρούμε ότι το δίπολο Hertz ΔΕΝ είναι ένας ιδιαίτερα αποδοτικός ακτινοβολητής.

Στην πράξη οι ηλεκτρικά μικρές κεραίες παρουσιάζουν τα παρακάτω προβλήματα: Η παραδοχή της σταθερής ρευματικής κατανομής δεν είναι ρεαλιστική, και για τριγωνική ρευματική κατανομή, που μηδενίζεται στα άκρα, η ακτινοβολούμενη ισχύς υποτετραπλασιάζεται (1/4).

Τέλος λόγω της μικρής αντίστασης ακτινοβολίας, το δίπολο Hertz παρουσιάζει και υψηλή χωρητική αντίσταση, και συνεπώς απαιτεί υψηλές τάσεις τροφοδοσίας για επαρκή-ικανοποιητική λειτουργία. Επίσης λόγω υψηλής τιμής χωρητικής αντίστασης, έχουμε προβλήματα συντονισμού – προσαρμογής.

2.ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΔΙΠΟΛΙΚΗ ΚΕΡΑΙΑ ΤΥΧΑΙΟΥ ΜΗΚΟΥΣ

Για μια γραμμική διπολική κεραία με πεπερασμένο και όχι απειροστό μήκος $e = 2h$, η ρευματική κατανομή δεν μπορεί πλέον να θεωρηθεί σταθερή. Οι μετρήσεις για λεπτές διπολικές κεραίες, με μικρή διάμετρο $d \equiv 2a \cong \frac{\lambda}{100}$ υποδεικνύουν ότι η ρευματική κατανομή έχει ημιτονοειδή μορφή, δηλαδή ομοιάζει με στάσιμο κύμα

$$I(z) = I_m \sin[k(h - |z|)] \\ -h \leq z \leq h \\ (12)$$

Σημειώνουμε ότι καθώς αυξάνεται το πάχος του διπόλου, η ρευματική κατανομή αποκλίνει από την (12).

Από την σχέση (48), το διάνυσμα ακτινοβολίας στο μακρινό πεδίο, θα είναι

$$\vec{N}(\theta, \varphi) = \int_{\nabla} \vec{J}(\mathbf{r}', \theta', \varphi') e^{jk r' \cos \varphi} d\nabla' = \hat{z} I_M \int_{-h}^h e^{JK|z'| \cos \psi} \sin[k(h - |z'|)] dz' \\ (13)$$

όπου έχουμε $r' = |z'|$ γιατί τα σημεία της ρευματικής κατανομής βρίσκονται πάνω στον \hat{z} -άξονα, όπου

$$-h \leq z' \leq h$$

Επίσης από το σχήμα της σελίδας (29), βλέπουμε ότι

$$|z'| \cos \psi = \begin{cases} z' \cos \theta, & 0 \leq z' \leq h \\ -z' \cos(\Pi - \theta) = z' \cos \theta, & -h \leq z' \leq 0 \end{cases} \\ (14)$$

Άρα θα έχουμε από την (13)

$$\vec{N}(\theta, \varphi) = \hat{z} I_M \left[\int_{-h}^0 e^{JKz' \cos \theta} \sin[K(h + z')] dz' \right. \\ \left. + \int_0^h e^{JKz' \cos \theta} \sin[K(h - z')] dz' \right] = \hat{z} I_M \left[\int_0^h e^{-JKz' \cos \theta} \sin[K(h + z')] dz' \right. \\ \left. + \int_0^h e^{JKz' \cos \theta} \sin[K(h - z')] dz' \right] \\ = 2I_M \hat{z} \int_0^h \sin[K(h - z')] \cos[Kz' \cos \theta] dz' \\ (15)$$

Χρησιμοποιώντας την ταυτότητα $\sin\alpha\cos\beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$ έχουμε

$$\begin{aligned}\vec{N}(\theta, \varphi) &= \hat{z}2I_M \int_0^h [\sin(kh - kz' + kz' \cos\theta) + \sin(kh - kz' - kz' \cos\theta)] dz' \\ &= \hat{z}2I_M \left[\frac{-\cos(kh - kz' + kz' \cos\theta)}{k \cos\theta - k} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\cos(kh - kz' - kz' \cos\theta)}{k \cos\theta + k} \right]_0^h = \hat{z}2I_M \left[-\frac{\cos(kh \cos\theta) - \cos(kh)}{k(\cos\theta - 1)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\cos(kh \cos\theta) - \cos(kh)}{k(\cos\theta + 1)} \right] = \hat{z}4I_M \frac{\cos(kh \cos\theta) - \cos(kh)}{k \sin^2\theta}\end{aligned}\quad (16)$$

Στο μακρινό πεδίο ακτινοβολίας, όπως προαναφέραμε, υπάρχουν μόνον οι N_θ, N_φ – συνιστώσες. Άρα θα έχουμε

$$\vec{N} = N_z \hat{z} \Rightarrow N_\varphi = 0, N_\theta = -N_z \sin\theta = -\hat{z}4I_M \frac{\cos(kh \cos\theta) - \cos(kh)}{k \sin\theta}\quad (17)$$

Από τις σχέσεις (51)-(54) έχουμε τότε

$$E_\theta = JH_\varphi = \frac{jI_M}{\Pi r} e^{-jkr} \frac{\cos(kh \cos\theta) - \cos(kh)}{\sin\theta}\quad (18)$$

Όπως και στην περίπτωση του διπόλου Hertz, έχουμε γραμμική πόλωση. Το δiάνυσμα Poynting από την σχέση (60) θα είναι

$$|\vec{P}_{av}| = \frac{JI_M^2}{2\Pi^2 r^2} = \left[\frac{\cos(kh \cos\theta) - \cos(kh)}{\sin\theta} \right]^2\quad (19)$$

και συνεπώς η ένταση ακτινοβολίας θα δίνεται από την σχέση

$$U(\theta, \varphi) = \frac{E_0^2}{2J} \left[\frac{\cos(kh \cos\theta) - \cos(kh)}{\sin\theta} \right]^2\quad (20)$$

$$E_0 \equiv \frac{JI_M}{\Pi}$$

Όπως και στην περίπτωση του διπόλου Hertz, έχουμε στο επίπεδο ($\varphi, \theta = 90^\circ$) ομοιοκατευθυντική ακτινοβολία και στο επίπεδο ($\varphi = 0^\circ, \theta$) κατευθυντική. Από την μελέτη των διαγραμμάτων ακτινοβολίας που προκύπτουν από την σχέση (20), προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα.

- Αύξηση του μήκους του διπόλου οδηγεί σε λοβούς μικρότερου εύρους
- Αύξηση του μήκους του διπόλου διασπiά το διάγραμμα ακτινοβολίας σε πολλούς κύριους και δευτερεύοντες λοβούς.

Εισάγουμε τώρα το λεγόμενο ημιτονικό ολοκλήρωμα $\text{Si}(x)$, δηλαδή

$$Si(x) = \int_0^x \frac{\sin y}{y} dy = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{(2n+1)}}{(2n+1)!(2n+1)}$$

(21)

και το συνημιτονικό ολοκλήρωμα

$$Ci(x) = -\int_x^{\infty} \frac{\cos y}{y} dy$$

(22)

Θα έχουμε τότε

$$\begin{aligned} Ci(x) &= -\int_x^{\infty} \frac{\cos y}{y} dy = -\int_1^{\infty} \frac{\cos y}{y} dy - \int_x^1 \frac{\cos y}{y} dy \\ &= -\int_1^{\infty} \frac{\cos y}{y} dy + \int_x^1 \frac{(1 - \cos y)}{y} dy - \int_x^1 \frac{dy}{y} \\ &= -\int_1^{\infty} \frac{\cos y}{y} dy + \int_0^x \frac{(1 - \cos y)}{y} dy - \int_0^x \frac{-1 \cos y}{y} dy \\ &+ \int_x^1 \frac{(1 - \cos y)}{y} dy - \int_x^1 \frac{dy}{y} = c + \ln x - Si(x) \end{aligned}$$

(23)

όπου θα είναι

$$c \equiv \int_0^1 \frac{(1 - \cos y)}{y} dy - \int_1^{\infty} \frac{\cos y}{y} dy \cong 0.5772157$$

(24)

είναι η σταθερά του Euler και

$$Si(x) = \int_0^x \frac{(-1 \cos y)}{y} dy = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^{2n}}{(2n)!(2n)}$$

(25)

Τώρα για την συνολική ακτινοβολούμενη ισχύ από το δίπολο, θα έχουμε από την (20),

$$W_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi = \frac{JI_M^2}{\Pi} \int_0^{\pi} \left[\frac{\cos(kh \cos \theta) - \cos(kh)}{\sin \theta} \right]^2 \sin \theta d\theta$$

(26)

Θέτοντας $x = \cos \theta$ θα έχουμε

$$\begin{aligned}
[W_{rad}/(\frac{II_M^2}{\Pi})] &= \int_{-1}^1 \frac{\cos^2(khx) + \cos^2(kh) - 2 \cos(kh) \cos(khx)}{1-x^2} dx \\
&= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 [\cos^2(khx) + \cos^2(kh) - 2 \cos(kh) \cos(khx)] \left[\frac{1}{1-x} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{1+x} \right] dx \\
&= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{\cos^2(khx) + \cos^2(kh) - 2 \cos(kh) \cos(khx)}{1-x} dx \\
&\quad + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{\cos^2(khx) + \cos^2(kh) - 2 \cos(kh) \cos(khx)}{1+x} dx \\
&= \frac{1}{2} \int_0^2 \frac{\cos^2(kh - khy) + \cos^2(kh) - 2 \cos(kh) \cos(kh - khy)}{y} dy \\
&\quad + \frac{1}{2} \int_0^2 \frac{\cos^2(kh - khy) + \cos^2(kh) - 2 \cos(kh) \cos(khy - kh)}{y} dy \\
&= \int_0^2 \frac{dy}{y} [\cos(khy) \cos(kh) + \sin(khy) \sin(kh)]^2 + \cos^2(kh) \\
&\quad - 2\cos^2(kh) - 2\cos^2(kh) \cos(khy) - 2 \cos(kh) \sin(kh) \sin(khy)] \\
&= \int_0^2 \frac{dy}{y} [\cos^2(khy) \cos^2(kh) + \sin^2(khy) \sin^2(kh) \\
&\quad + 2 \sin(khy) \cos(khy) \sin(kh) \cos(kh) + \cos^2(kh) \\
&\quad - 2\cos^2(kh) \cos(khy) - \sin(2kh) \sin(khy)] = \\
&\int_0^2 \frac{dy}{y} \left[\frac{1}{4} [1 + \cos(2khy)] \{1 + \cos(2kh)\} + \frac{1}{4} [1 - \cos(2khy)] [1 - \cos(2kh)] \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \sin(2kh) \sin(2khy) + \frac{1}{2} [1 + \cos(2kh)] \right. \\
&\quad \left. - \cos(khy) [1 + \cos(2kh)] - \sin(khy) \sin(2kh) \right] \\
&= \int_0^2 \frac{dy}{y} [1 - \cos(khy) + \frac{1}{2} \sin(2kh) [\sin(2khy) - 2 \sin(khy)]] \\
&\quad + \frac{1}{2} \cos(2kh) [-1 + \cos(2khy) + 2(1 - \cos(khy))]
\end{aligned}$$

Άρα τελικά θα έχουμε

$$\begin{aligned}
W_{rad} &= \frac{II_M^2}{\Pi} \left[C + \ln(2kh) - Ci(2kh) + \frac{1}{2} \sin(2kh) [Si(4kh) - 2Si(2kh)] \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \cos(2kh) [c + \ln(kh) + Ci(4kh) - 2Ci(2kh)] \right] \\
&\quad (27)
\end{aligned}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Α. Διπολο $e = 2h = 0.075\lambda \Rightarrow h = 3\lambda/8$ οπότε από την σχέση (20) $U(\theta, \varphi) =$

$$\frac{E_0^2}{2j} [f(\theta)]^2 \Rightarrow f(\theta) = \frac{\cos(\frac{3\pi}{4} \cos\theta) - \psi \sigma \cos(\frac{3\pi}{4})}{\sin\theta}$$

Τα σημεία μηδενισμού της ακτινοβολίας προκύπτουν για

$$f(\theta) = 0 \Rightarrow \cos\left(\frac{3\pi}{4} \cos\theta\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow \cos\theta = \pm 1 \Rightarrow \theta = 0^\circ, 180^\circ$$

οπότε το σημείο μεγίστου προκύπτει στο $\theta = 90^\circ$

B. Δίπολο $e = \lambda \Rightarrow h = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow f(\theta) = \frac{\cos(\pi \cos\theta) - \cos(\pi)}{\sin\theta}$ οπότε $f(\theta) = 0 \Rightarrow \cos\theta = \pm 1 \Rightarrow \theta = 0^\circ, 180^\circ$ οπότε το σημείο μεγίστου προκύπτει για $\theta = 90^\circ$

C. Δίπολο $e = 1.5\lambda \Rightarrow h = \frac{3\lambda}{4} \Rightarrow f(\theta) = \frac{\cos(\frac{3\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta}$ οπότε $f(\theta) = 0 \Rightarrow$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2}\cos\theta\right) = 0 \Rightarrow \frac{3\pi}{2}\cos\theta = (2n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta_n = \text{Arccos}\left(\frac{2n+1}{3}\right), h =$$

$$0, \pm 1, -2$$

Θα έχουμε λοιπόν

$$\theta_0 = \text{Arccos}\left(\frac{1}{3}\right) = 70.53^\circ$$

$$\theta_1 = \text{Arccos}(1) = 0^\circ$$

$$\theta_{-1} = \text{Arccos}\left(-\frac{1}{3}\right) = 109.47^\circ$$

$$\theta_{-2} = \text{Arccos}(-1) = 180^\circ$$

Επειδή τα σημεία μεγίστου της ακτινοβολίας προκύπτουν στο μέσον των σημείων

μηδενισμού, αυτά θα είναι

$$\theta_{M1} = 35.26^\circ \Rightarrow |f(\theta_{M1})| = 1.31787$$

$$\theta_{M2} = 90^\circ \Rightarrow |f(\theta_{M2})| = 1$$

$$\theta_{M3} = 144.73^\circ \Rightarrow |f(\theta_{M3})| = 1.31787$$

Ο λόγος του μεγίστου του κυρίως λοβού προς τον πλευρικό θα είναι

$$R_a = \frac{1}{1.31787} = 0.7588 \Rightarrow R = 20\log_{10}(0.7588) = -2.4\text{dB}$$

D. Δίπολο $e = 2\lambda \Rightarrow h = \lambda \Rightarrow f(\theta) = \frac{\cos(2\pi\cos\theta) - \cos(2\pi)}{\sin\theta}$ οπότε $f(\theta) = 0 \Rightarrow$

$$\cos(2\pi\cos\theta) = 1 \Rightarrow 2\pi\cos\theta = 2n\pi \quad n = 0, \pm 1 \Rightarrow \theta = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$$

3.ΙΔΙΑ ΣΥΝΘΕΤΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ

Όπως προαναφέραμε, η σύνδεση μιας κεραίας σε μια γραμμή μεταφοράς, προϋποθέτει την γνώση της κυκλωματικής φύσης της κεραίας και συνεπώς της ίδιας αντίστασης που παρουσιάζει.

Η ίδια σύνθετη αντίσταση εκφράζεται για τα γραμμικά δίπολα από την σχέση (33), που εδώ γράφεται ως

$$Z_s = \frac{-1}{I^2(\mathbf{0})} \int_{-h}^h I_z(\mathbf{p} = \mathbf{0}, \mathbf{Z} = \mathbf{Z}') E_z(\mathbf{p} = \mathbf{0}, \mathbf{Z} = \mathbf{Z}') d\mathbf{Z}'$$

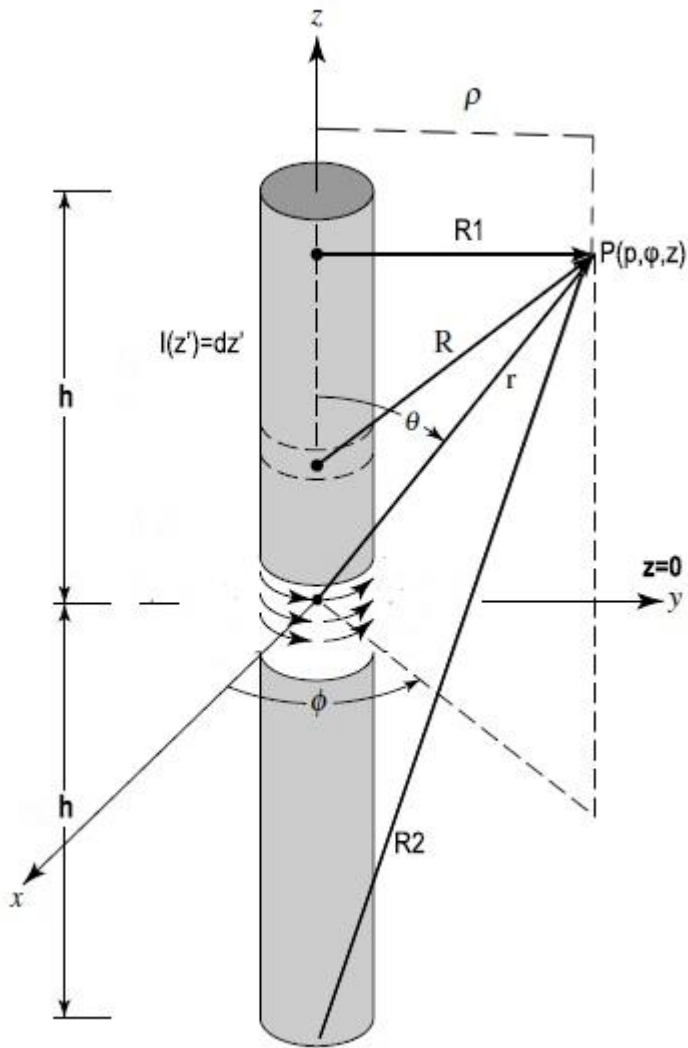
(28)

Εδώ θεωρούμε ότι έχουμε την ρευματική κατανομή και την ένταση ηλεκτρικού πεδίου, όπως εκφράζονται στην επιφάνεια λεπτού διπόλου με μικρή ακτίνα a . Η παραδοχή της μικρής ακτίνας είναι σημαντική, διότι μόνον τότε η ρευματική κατανομή μπορεί να υποτεθεί ημιτονοειδής, δηλαδή

$$I_z(\mathbf{Z}) = I_M \sin[k(\mathbf{h} - |\mathbf{z}|)]$$

(29)

Έχουμε λοιπόν σε κυλινδρικές συντεταγμένες (ρ, φ, z) το παρακάτω σχήμα



Από την εισαγωγή, η σχέση για το διανυσματικό δυναμικό γίνεται

$$\vec{A}(\mathbf{p}, z) = \hat{z} \frac{\mu I_M}{4\pi} \int_{-h}^h \frac{\sin [k(h - |z'|)] e^{-jkR}}{R} dz'$$

(30)

όπου το σημείο υπολογισμού $P(\rho, \phi, z)$ εκφράζεται σε πολικές συντεταγμένες (κυλινδρικές) και τα σημεία της επιφάνειας του διπόλου είναι στο (α, z') . Άρα $R = \sqrt{(p - \alpha)^2 + (z - z')^2}$. Από την σχέση $\mu \vec{H} = \nabla \times \vec{A}$ και επειδή το \vec{A} από την σχέση (30) έχει μόνον \hat{z} - συνιστώσα, θα έχουμε

$$H_p = H_z = 0, H_\phi = \frac{-1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial \rho}$$

(31)

Ομοίως από την σχέση $\vec{E} = \frac{-j}{\omega\epsilon} \nabla \times \vec{H}$ προκύπτει ότι

$$E_\phi = 0, E_p = \frac{-j}{\omega\epsilon\mu} \frac{\partial^2 A_z}{\partial z \partial p}$$

$$E_z = \frac{-j}{\omega\epsilon\mu} \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p} \left(p \frac{\partial A_z}{\partial p} \right)$$

(32)

Μετά από την σχετικά σύνθετους μαθηματικούς υπολογισμούς προκύπτει

$$H_\phi(p, z) = \frac{-I_M}{4\Pi j} \left[\frac{e^{-jkR_1}}{p} + \frac{e^{-jkR_2}}{p} - \frac{2 \cos(kh) e^{-jkr}}{p} \right]$$

(33)

$$H_p(p, z) = \frac{jI_M}{4\Pi p} \left[(z-h) \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + (z+h) \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - \frac{2 \cos(kh) e^{-jkr}}{r} z \right]$$

(34)

$$H_z(p, z) = \frac{-jI_M}{4\Pi} \left[\frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - \frac{2 \cos(kh) e^{-jkr}}{r} \right]$$

(35)

όπου από το παραπάνω σχήμα έχουμε

$$R_2 \equiv \sqrt{(p-a)^2 + (z+h)^2}, R_1 \equiv \sqrt{(p-a)^2 + (z-h)^2}, r \equiv \sqrt{(p-a)^2 + z^2}$$

Αντικαθιστώντας την (35) στην σχέση (28), μετά από πολλές πράξεις, προκύπτει

$Z_s \equiv R_s + jX_s$ όπου

$$\begin{aligned} R_s \equiv & \frac{I_m^2}{4\Pi I^2(0)} [\sin(2kh) \{Si(v_2) - Si(u_2) + 2Si(u_1) - 2Si(V_1)\} \\ & - \cos(2kh) \{-2Ci(ka) + 2Ci(u_1) + 2Ci(v_1) - Ci(v_2) - Ci(u_2)\} \\ & + 4Ci(ka) - 2Ci(u_1) - 2Ci(v_1)] \end{aligned}$$

(36)

είναι το πραγματικό μέρος, δηλαδή η ίδια ωμική αντίσταση και

$$\begin{aligned}
X_S \equiv & \frac{JI_m^2}{4\pi I^2(0)} [\sin(2kh)\{2Ci(u1) - 2Ci(v1) + Ci(v2) - Ci(u2)\} \\
& + \cos(2kh)\{-2Si(ka) + 2Si(u1) + 2Si(v1) - Si(v2) - Si(u2)\} \\
& - 4Si(ka) + 2Si(u1) + 2Si(v1)] \\
(37)
\end{aligned}$$

είναι η ίδια ανάδραση του διπόλου. Οι συναρτήσεις $Si, Ci(x)$ ορίστηκαν παραπάνω από τις σχέσεις (21), (22) και επίσης

$$\begin{aligned}
V_1 & \equiv K(\sqrt{a^2 + h^2} + h) \\
V_2 & \equiv K(\sqrt{a^2 + 4h^2} + 2h) \\
u_1 & \equiv K(\sqrt{a^2 + h^2} - h) \\
u_2 & \equiv K(\sqrt{a^2 + 4h^2} - 2h) \\
(38)
\end{aligned}$$

Για λεπτά δίπολα ισχύει $(a/h) \ll 1$ και έχουμε

$$\begin{aligned}
R_{ln} & = \frac{JI_m^2}{4\pi I^2(0)} [\sin(2kh)\{Si(4kh) - 2Si(2kh)\} \\
& - \cos(2kh)\{2Ci(2kh) - Ci(4kh) - C - \ln(kh)\} - 2Ci(2kh) + 2C \\
& + 2\ln(2kh)] \\
X_{ln} & = \frac{JI_m^2}{4\pi I^2(0)} [\sin(2kh)\{C + \ln(ka^2/h) + Ci(4kh) - 2Ci(2kh)\} \\
& + \cos(2kh)\{2Si(2kh) - Si(4kh)\} + 2Si(2kh)] \\
I(0) & = I_m \sin [kh] \\
(39)
\end{aligned}$$

Οι αντιστάσεις (39) έχουν υπολογιστεί για ρεύμα βάσης $I(0)$, άρα είναι οι αντιστάσεις στο σημείο τροφοδοσίας. Οι αντιστάσεις που υπολογίζονται για την μέγιστη τιμή του ρεύματος I_M , χρησιμοποιούνται συνηθέστερα, και ορίζονται ως

$$Z_{max} \equiv \frac{I^2(0)}{I^2_M} Z_{in}$$

(40)

Άρα θα έχουμε

$$\begin{aligned} R_{max} &= \frac{J}{4\pi} [\sin(2kh) \{Si(4kh) - 2Si(2kh)\} \\ &- \cos(2kh) \{2Ci(2kh) - Ci(4kh) - C - \ln(kh)\} - 2Ci(2kh) + 2C \\ &+ 2 \ln(2kh)] \\ X_{max} &= \frac{J}{4\pi} [\sin(2kh) \left\{ C + \ln\left(\frac{ka^2}{h}\right) + Ci(4kh) - 2Ci(2kh) \right\} \\ &+ \cos(2kh) \{2Si(2kh) - Si(4kh)\} + 2Si(2kh)] \end{aligned}$$

(41)

Από την σχέση (27) προκύπτει η αντίσταση ακτινοβολίας R_{rad} και εύκολα διαπιστώνουμε ότι

$$R_{rad} = \frac{2W_{rad}}{I_M^2} = R_{max}$$

(42)

Σύμφωνα με τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι η ίδια σύνθετη αντίσταση μιας κεραίας, εξαρτάται τόσο από το πάχος του διπόλου, όσο και από το μήκος. Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι

- Δίπολα με μήκη ίσα με ακέραια πολλαπλάσια του $(\lambda/2)$, παρουσιάζουν μικρή ή μηδενική ανάδραση. Η συχνότητα για την οποία συμβαίνει αυτό καλείται συχνότητα συντονισμού ($\omega_r = 2\pi fr$). Για λόγους προσαρμογής, στην γραμμή μεταφοράς, η κεραία επιλέγεται να λειτουργεί γύρο από την συχνότητα συντονισμού.
- Γενικά η συχνότητα συντονισμού είναι αυτή για την οποία το μήκος του διπόλου είναι λίγο μικρότερο του $(\lambda/2)$. Τα παχύτερα δίπολα παρουσιάζουν συντονισμό σε μικρότερα μήκη.
- Δίπολα με μικρότερη ακτίνα (a) παρουσιάζουν μεγαλύτερες τιμές στην ανάδραση και πιο απότομες μεταβολές, καθώς αλλάζει η συχνότητα ή

ισοδύναμα το ηλεκτρικό μήκος h/λ . Συνεπώς για λειτουργίες ευρείας ζώνης ενδείκνυται η επιλογή παχύτερων διπόλων.

- Το πραγματικό μέρος της αυτό-αντίστασης, δηλαδή η αντίσταση ακτινοβολίας, είναι ανεξάρτητη της ακτίνας (a) και εξαρτάται από το ηλεκτρικό μήκος (h/λ).

4.ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΔΙΠΟΛΙΚΗ ΚΕΡΑΙΑ ($\lambda/2$)

Πρόκειται για μια από τις πλέον δημοφιλείς κεραιές. Θα έχουμε $e = 2h = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow kh =$

$\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\left(\frac{\lambda}{4}\right) = (\pi/2)$ και άρα η ρευματική κατανομή θα είναι

$$I(z) = I_m \sin[k(h - |z|)] = I_m \sin\left[\frac{\pi}{2} - k|z|\right] = I_m \cos(k|z|)$$

(43)

Έτσι

$$N_\theta = -\hat{z}4I_m \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{k \sin\theta}$$

(44)

και

$$E_\theta = JH_\phi = \frac{jI_m}{\pi r} e^{-jkr} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta}$$

(45)

όπου φυσικά $j^2 = -1$ και $J = 120\pi \text{ohm} \cong 377 \text{ohm}$.

Το διάνυσμα Poynting είναι

$$|\vec{f}_{av}| = \frac{JI_m^2}{2\pi^2 r^2} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right]^2$$

(46)

και η ένταση ακτινοβολίας

$$U(\theta, \varphi) = \frac{E_0^2}{2J} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right]^2$$

(47)

Σε σύγκριση με το δίπολο Hertz παρουσιάζει υψηλότερη κατευθυντικότητα και το εύρος δέσμης ημίσειας ισχύος θα είναι $\theta_0 = \theta(3dB)$ όπου

$$\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta_0\right)}{\sin(\theta_0)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(48)

$$\begin{aligned} \text{Θέτοντας } \xi_0 \equiv \cos\theta_0, (0 < \xi_0 < 1) \text{ πρέπει να λύσουμε την } \cos\left(\frac{\pi}{2}\xi_0\right) = \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \xi_0^2} \Rightarrow \xi_0 \cong 0.629 \Rightarrow \theta_0 = 50.96^\circ, 129.04^\circ \Rightarrow \Delta\theta_{\frac{1}{2}} \cong 78.08^\circ \end{aligned}$$

(49)

που είναι μικρότερο του $\Delta\theta_{1/2} = 90^\circ$ για το δίπολο Hertz. Επειδή $kh = (\pi/2)$ από την (41) έχουμε ότι η αντίσταση ακτινοβολίας

$$R_{rad} \cong 73.09 \text{ ohm}$$

(50)

Το εμβαδόν δέσμης στερεάς γωνίας είναι

$$\Omega_A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{U(\theta, \varphi)}{U(\theta, \varphi)_{max}} d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} (2\pi) d\theta = 2\pi \frac{S_1(2\pi)}{2} \cong$$

$$2.436\pi$$

(51)

και άρα η κατευθυντικότητα

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_A} = 1.64 (2.15dB)$$

(52)

3^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

Κεραίες Οδεύοντος κύματος, Τύπου V και Ρομβικές

1. Γραμμική κεραία οδεύοντος κύματος

Οι γραμμικές διπολικές κεραίες που εξετάσαμε παραπάνω χαρακτηρίζονται από ημιτονοειδείς ρευματικές κατανομές. Υπό την έννοια αυτή, το ρεύμα που διαρρέει αυτές τις κεραίες μπορεί να εκληφθεί ως ένα στάσιμο κύμα, που προκύπτει από την

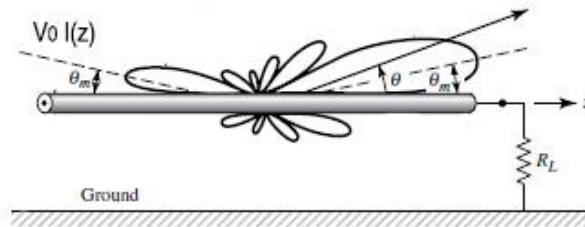
υπέρθωση ενός οδεύοντος και του ανακλώμενου κύματος, σε αντίθετες κατευθύνσεις, π.χ.

$$I(z) = Im \cos(kz) = \frac{Im}{2} [e^{jkz} + e^{-jkz}] \quad (1).$$

Όταν όμως έχουμε μία γραμμική κεραία, που το μη-τροφοδοτούμενο άκρο της είναι κατάλληλα τερματισμένο με προσαρμοσμένο φορτίο-εμπέδηση, το ανακλώμενο κύμα εξαλείφεται. Τότε το ρεύμα είναι

$$I(z) = Im e^{-jkz} \quad (2)$$

για διάδοση του ρεύματος προς την θετική \hat{z} -κατεύθυνση. Οι κεραίες αυτού του τύπου καλούνται **κεραίες οδεύοντος κύματος** είτε **Beverage**. Χρησιμοποιούνται κυρίως για εκπομπή και λήψη σε χαμηλές συχνότητες, κατακόρυφα πολωμένων κυμάτων εδάφους. Αποτελούνται από αγωγούς μήκους 2 είτε και περισσότερων μηκών ως προς λ , τερματισμένους στην χαρακτηριστική τους αντίσταση και σε ύψος 3-6 m από το έδαφος.



Σύμφωνα με το παραπάνω σχήμα και από την σχέση (48) της εισαγωγής στις κεραίες, έχουμε το **διάνυσμα ακτινοβολίας**

$$\vec{N}(\theta) = \int_V \vec{J}(\mathbf{r}', \theta', \varphi') e^{jkr' \cos \psi} dV' = \hat{z} \int_0^l Im e^{-jkz'} e^{jkz' \cos \theta} dz' = \hat{z} Im \left[\frac{e^{-jkz'(1-\cos \theta)}}{-jk(1-\cos \theta)} \right]_{z'=l, z'=0} \Rightarrow \vec{N}(\theta) = \hat{z} Im \frac{1 - e^{-jkl(1-\cos \theta)}}{jk(1-\cos \theta)} \quad (3).$$

Όπως και προηγουμένως θα έχουμε

$$\vec{N} = Nz \hat{z} \Rightarrow N\varphi = 0, N\theta = -Nz \sin \theta \Rightarrow N\theta = -Im \frac{1 - e^{-jkl(1-\cos \theta)}}{jk(1-\cos \theta)} \sin \theta \quad (4)$$

Χρησιμοποιώντας την (4) στις σχέσεις (51) - (54) της εισαγωγής θα έχουμε

$$E\theta = \zeta H\varphi = \frac{JIm}{4\pi r} e^{-jkr} [1 - e^{-jkl(1-\cos \theta)}] \cot \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (5)$$

όπου χρησιμοποιήθηκε η σχέση της τριγωνομετρίας $\cot(\theta/2) = \sin \theta / (1 - \cos \theta)$. Όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, η πόλωση είναι γραμμική. Από την σχέση (60) της εισαγωγής, το διάνυσμα Poynting, θα είναι

$$|\vec{P}_{av}| = \frac{JIm^2}{32\pi^2 r^2} |1 - e^{-jkl(1-\cos \theta)}|^2 \cot^2 \frac{\theta}{2} \quad (6).$$

Θέτοντας $L=(l/\lambda)$ και χρησιμοποιώντας την σχέση $|1 - e^{-jA}| = 2 \sin(A/2)$ θα έχουμε

$$|\overrightarrow{P_{αν}}| = \frac{IIm^2}{8\pi^2 r^2} \sin^2[\pi L(1 - \cos\theta)] \cot^2 \frac{\theta}{2} \quad (7)$$

Άρα η ένταση ακτινοβολίας θα είναι

$$U(\theta) = r^2 |\overrightarrow{P_{αν}}| = \frac{IIm^2}{8\pi^2} \sin^2[\pi L(1 - \cos\theta)] \cot^2 \frac{\theta}{2} \quad (8)$$

Από την σχέση (8) διαπιστώνουμε ότι το διάγραμμα ακτινοβολίας είναι

- Ομοιοκατευθυντικό στο επίπεδο ($\varphi, \theta = \text{σταθερό}$)
- Κατευθυντικό στο επίπεδο ($\varphi = \text{σταθερό}, \theta$).

Από το διάγραμμα ακτινοβολίας στο επίπεδο ($\varphi = \text{σταθερό}, \theta$) ανάγονται τα ακόλουθα συμπεράσματα :

- Υπάρχουν σοβαρές διαφορές με τα αντίστοιχα διαγράμματα ακτινοβολίας για κεραίες-δίπολα στάσιμου κύματος ως προς το ρεύμα.
- Ο κύριος λοβός παρουσιάζει κλίση ως προς τον άξονα της κεραίας. Το πλήθος των δευτερευόντων λοβών αυξάνει με το μήκος της κεραίας.
- Η κλίση του κύριου λοβού μειώνεται και αυτός τείνει να ταυτιστεί με τον άξονα της κεραίας όσο αυξάνει το μήκος L . Μια προσεγγιστική σχέση είναι $\theta_0 =$

$$\arccos\left(1 - \frac{0.371}{L}\right) \quad (9)$$

- Ο κύριος λοβός της ακτινοβολίας στενεύει και η κατευθυντικότητα D αυξάνει, καθώς αυξάνει το μήκος L . Η συνολική ακτινοβολούμενη ισχύς προκύπτει κατά τα γνωστά ως

$$\begin{aligned} W_{rad} &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi = \frac{IIm^2}{4\pi} \int_0^{\pi} \left(\frac{\sin^3\theta \sin^2[\pi L(1 - \cos\theta)]}{(1 - \cos\theta)^2} \right) d\theta = (\chi \equiv 1 - \cos\theta) = \\ &= \int_0^2 \left(\frac{\sin^2(\pi Lx)}{x^2} \right) (2x - x^2) dx = \int_0^2 \left(\frac{[1 - \cos(2\pi Lx)]}{2} \right) \left[\frac{2}{x} - 1 \right] dx = \\ &= S1(4\pi L) - 1 + \frac{\sin(4\pi L)}{4\pi L} \Rightarrow W_{rad} = \frac{IIm^2}{4\pi} \left[1.45 + \ln(2L) - Ci(4\pi L) + \frac{\sin(4\pi L)}{4\pi L} \right] \quad (10) \end{aligned}$$

Η αντίσταση ακτινοβολίας προκύπτει εύκολα ως

$$R_{rad} = \frac{2W_{rad}}{IIm^2} = 60 \left[1.415 + \ln(2L) - Ci(4\pi L) + \frac{\sin(4\pi L)}{4\pi L} \right] \quad (11)$$

Το εμβαδόν δέσμης δίνεται εύκολα από την στερεά γωνία ΩA ως

$$\begin{aligned} \Omega A &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left(\frac{U(\theta, \varphi)}{U_{max}} \right) d\Omega \\ &= \frac{2\pi}{\sin^2[\pi L(1 - \cos\theta_0)] \cot^2(\theta_0/2)} \left[1.415 + \ln(2L) - Ci(4\pi L) + \frac{\sin(4\pi L)}{4\pi L} \right] \quad (12). \end{aligned}$$

Οπότε η κατευθυντικότητα D θα είναι

$$D = \frac{4\pi}{\Omega A} = \frac{2\sin^2[\pi L(1 - \cos\theta)]\cot^2(\theta/2)}{1.415 + \ln(2L) - Ci(4\pi L) + \frac{\sin(4\pi L)}{4\pi L}} \quad (13)$$

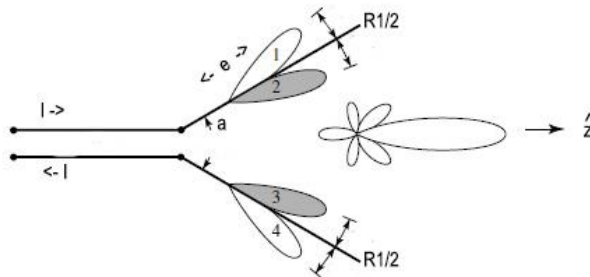
Οι κεραιές αυτού του τύπου παρουσιάζουν χαρακτηριστικά και λειτουργίες **ευρείας ζώνης** δηλ. διατηρούν τα βασικά χαρακτηριστικά λειτουργίας τους για μεγάλο εύρος συχνοτήτων.

Για παράδειγμα διπλασιάζοντας το L , τροποποιείται πολύ ελαφρά το διάγραμμα ακτινοβολίας. Για σταθερό μήκος l , αυτό ισοδυναμεί με υποδιπλασιασμό της συχνότητας f .

Τα χαρακτηριστικά ευρείας ζώνης λειτουργίας, μπορούν εύκολα να επεκταθούν και σε ότι αφορά την αντίσταση τροφοδοσίας της κεραιάς. Συνοπτικά η προσαρμογή επιτυγχάνεται με φορτίο $Z_T = Z_0$ όπου $Z_0 =$ χαρακτηριστική αντίσταση που είναι πρακτικά ίση με την σχέση (11) και ουσιαστικά ανεξάρτητη της συχνότητας καθώς αυξάνει το L .

2. Κεραιές τύπου V

Η κεραιά τύπου V αποτελείται από δύο κεραιές οδεύοντος κύματος, που σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία (2α). Οι κεραιές αυτού του τύπου, μπορούν να κατασκευαστούν <<ανοίγοντας>> υπό γωνία (2α) τα άκρα μιας δισύρματης προσαρμοσμένης γραμμής, όπου κάθε γραμμή τερματίζεται σε φορτίο $Z_T = RL/2$, όπου RL το προσαρμοσμένο φορτίο της αρχικής γραμμής μεταφοράς.

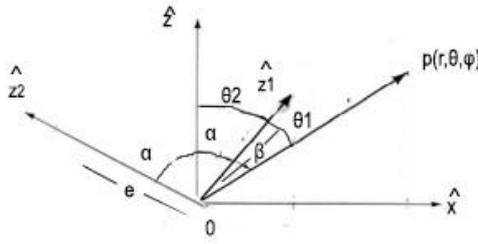


Η κεραιά τύπου V, όπου η ρευματική τροφοδοσία στους δύο βραχίονες, έχει αντίθετη κατεύθυνση (διαφορά φάσης 180°), έχει μονοκατευθυντικά χαρακτηριστικά, διατηρεί τα χαρακτηριστικά λειτουργίας ευρείας ζώνης, της κεραιάς οδεύοντος κύματος, και βελτιώνει την κατευθυντικότητά της. Ειδικότερα η **κλίση** των δύο βραχόνων της κεραιάς επιλέγεται έτσι ώστε οι εσωτερικοί λοβοί να αθροίζονται στην διεύθυνση $H \hat{z}$, αυξάνοντας την κατευθυντικότητα, ενώ οι εξωτερικοί λοβοί με την υπέρθεσή τους εξασθενούν και δημιουργούνται πλευρικοί λοβοί χαμηλής έντασης ακτινοβολίας. Η **βέλτιστη** επιλογή της γωνίας (α), για να ικανοποιηθούν τα παραπάνω, είναι να είναι περίπου ίση με (θ_0) , όπως αυτή της σχέσης (9), με μία διόρθωση, δηλ.

$$\alpha = A_0 \arccos\left(1 - \frac{0.37L}{L}\right) \quad (14)$$

όπου ο συντελεστής A_0 μεταβάλλεται ταλαντωτικά με το $L = l/\lambda$, για μεγάλο εύρος τιμών, με μία μέση τιμή 0.95.

Για να υπολογίσουμε τα χαρακτηριστικά ακτινοβολίας της κεραιάς V, θεωρούμε το παρακάτω σχήμα, όπου η κεραιά είναι στο επίπεδο XZ ($\varphi=0$).



Οι ρευματικές κατανομές είναι σε αντίθεση φάσης, δηλ.

$$\begin{aligned} I1(z1) &= I m e^{-j k z1} \\ I2(z2) &= -I m e^{-j k z2} \end{aligned} \quad (15)$$

Τα διανύσματα ακτινοβολίας $\vec{N}1()$, $\vec{N}2()$ των δύο βραχιόνων της κεραίας, δίνονται από την σχέση (3) και θα έχουμε ότι

$$\begin{aligned} \vec{N}1(\theta1) &= \hat{z}1 I m \frac{1 - e^{-j k l (1 - \cos \theta1)}}{j k (1 - \cos \theta1)} = \hat{z}1 \frac{I m}{j k} f(\theta1) = N1 \hat{z}1 \\ \vec{N}2(\theta2) &= -\hat{z}2 I m \frac{1 - e^{-j k l (1 - \cos \theta2)}}{j k (1 - \cos \theta2)} = -\hat{z}2 \frac{I m}{j k} f(\theta2) = -N2 \hat{z}2 \end{aligned} \quad (16)$$

Από το σχήμα έχουμε

$$\begin{aligned} \hat{z}1 &= \cos \alpha \hat{z} + \sin \alpha \hat{x} \\ \hat{z}2 &= \cos \alpha \hat{z} - \sin \alpha \hat{x} \end{aligned} \quad (17)$$

και συνεπώς

$$\begin{aligned} \vec{N} &= N1(\cos \alpha \hat{z} + \sin \alpha \hat{x}) - N2(\cos \alpha \hat{z} - \sin \alpha \hat{x}) \\ &= \hat{x}(N1 + N2) \sin \alpha + \hat{z}(N1 - N2) \cos \alpha \end{aligned} \quad (18)$$

ΟΠΌΤΕ

$$\begin{aligned} N_x &= \sin \alpha (N1 + N2) \\ N_y &= 0 \\ N_z &= \cos \alpha (N1 - N2) \end{aligned} \quad (19)$$

Από την σχέση που συνδέει τα μοναδιαία διανύσματα στις καρτεσιανές και σφαιρικές συντεταγμένες έχουμε

$$\begin{aligned} \hat{r} &= \hat{x} \sin \theta \cos \varphi + \hat{y} \sin \theta \sin \varphi + \hat{z} \cos \theta \\ \hat{\theta} &= \hat{x} \cos \theta \cos \varphi + \hat{y} \cos \theta \sin \varphi - \hat{z} \sin \theta \\ \hat{\varphi} &= -\hat{x} \sin \varphi + \hat{y} \cos \varphi \end{aligned} \quad (20)$$

Έτσι θα έχουμε

$$\begin{aligned} \vec{N} &= N r \hat{r} + N \theta \hat{\theta} + N \varphi \hat{\varphi} = (\text{Μετὰ ἀπὸ πρᾶξις ἐχουμε}) = \hat{x} [N r \sin \theta \cos \varphi + \\ &\quad N \theta \cos \theta \cos \varphi - N \varphi \sin \varphi] + \\ &\quad + \hat{y} [N r \sin \theta \sin \varphi + N \theta \cos \theta \sin \varphi + N \varphi \cos \varphi] + \hat{z} [N r \cos \theta - N \theta \sin \theta] \end{aligned} \quad (21)$$

Έτσι μας προκύπτει το σύστημα

$$\begin{aligned} N r \sin \theta \cos \varphi + N \theta \cos \theta \cos \varphi - N \varphi \sin \varphi &= N x \\ N r \sin \theta \sin \varphi + N \theta \cos \theta \sin \varphi + N \varphi \cos \varphi &= 0 \\ N r \cos \theta - N \theta \sin \theta &= N z \end{aligned} \quad (22)$$

Επιλύοντας το σύστημα θα έχουμε

$$\begin{aligned} N \theta &= \cos \theta \cos \varphi N x - \sin \theta N z \\ N \varphi &= -\sin \varphi N x \end{aligned} \quad (23)$$

Άρα προκύπτει

$$N \theta = \frac{I m}{j k} [\cos \theta \cos \varphi \sin \alpha [f(\theta 1) + f(\theta 2)] - \sin \theta \cos \alpha [f(\theta 1) - f(\theta 2)]] \quad (24)$$

$$N \varphi = \frac{I m}{j k} [-\sin \varphi \sin \alpha [f(\theta 1) + f(\theta 2)]] \quad (25)$$

Από την γεωμετρία του σχήματος όμως έχουμε

$$\begin{aligned} \cos \theta 1 &= \cos \theta \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha \cos \varphi \\ \cos \theta 2 &= \cos \theta \cos \alpha - \sin \theta \sin \alpha \cos \varphi \end{aligned} \quad (26)$$

και άρα η ένταση ακτινοβολίας θα είναι

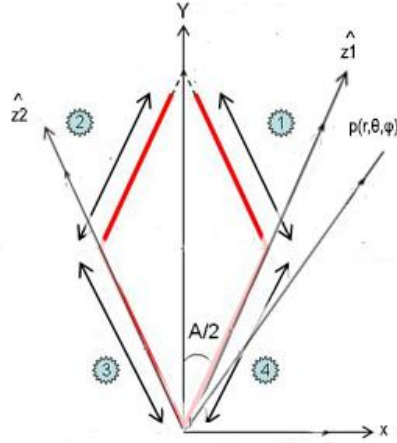
$$U(\theta, \varphi) = \frac{J}{8 \lambda^2} [|N \theta|^2 + |N \varphi|^2] \quad (27)$$

σε μονάδες ($Watts/rad^2$).

Από την σχέση (27) μπορεί να προκύψει ότι στο επίπεδο ($\varphi = 0^\circ, 180^\circ, \theta$) έχουμε κατευθυντική ακτινοβολία, αλλά το ίδιο συμβαίνει και σε κάθε επίπεδο ($\varphi, \theta = \theta_0$), όπου έχουμε επίσης κατευθυντική ακτινοβολία. Έχουμε έναν κύριο λοβό με μέγιστο πάνω στον άξονα συμμετρίας της κεραίας και ο κύριος λοβός στενεύει και η κατευθυντικότητα αυξάνει καθώς μεγαλώνει το μήκος $L = (l/\lambda)$ της κεραίας.

3. Ρομβική κεραία

Επέκταση της κεραίας τύπου V είναι η λεγόμενη ρομβική κεραία που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



Οι ρευματικές κατανομές θα είναι τώρα

$$\begin{aligned}
 I1(z1) &= I m e^{-j k z1} \\
 I2(z2) &= -I m e^{-j k z2} \\
 I3(z1) &= -I m e^{-j k z1} e^{-j k l} \\
 I4(z2) &= I m e^{-j k z2} e^{-j k l}
 \end{aligned}
 \quad (28)$$

Τα διανύσματα ακτινοβολίας θα είναι

$$\begin{aligned}
 \vec{N}1 &= \hat{z}1 \frac{I m}{j k} f(\theta1) = \hat{z}1 \frac{I m}{j k} \frac{1 - e^{-j k l (1 - \cos\theta1)}}{(1 - \cos\theta1)} \\
 \vec{N}2 &= -\hat{z}2 \frac{I m}{j k} f(\theta2) = -\hat{z}2 \frac{I m}{j k} \frac{1 - e^{-j k l (1 - \cos\theta2)}}{(1 - \cos\theta2)}
 \end{aligned}
 \quad (29)$$

Όμως οι ίδιες σχέσεις (29) **ΔΕΝ** μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τα $\vec{N}3()$, $\vec{N}4()$, γιατί οι κλάδοι αυτοί δεν έχουν την αρχή τροφοδοσίας τους στο 0, αλλά απέχουν απόσταση l. Το λάθος π.χ. που εισάγεται στον υπολογισμό του $\vec{N}3()$ αν θεωρήσουμε ότι βρίσκεται στην θέση 1 είναι ίσο με την διαφορά δρόμου των ακτινικών αποστάσεων από τις αρχές τροφοδοσίας των 1,3, ως το μακρινό πεδίο ακτινοβολίας. Αυτό ισοδυναμεί με διαφορά φάσης $e^{j k l \cos\theta2}$.

Άρα

$$\vec{N}3 = -\hat{z}1 \frac{I m}{j k} e^{-j k l} \frac{1 - e^{-j k l (1 - \cos\theta1)}}{(1 - \cos\theta1)} e^{j k l \cos\theta2} = -\hat{z}1 \frac{I m}{j k} f(\theta1) e^{-j k l (1 - \cos\theta2)}
 \quad (30)$$

Ομοίως έχουμε

$$\vec{N}4 = +\hat{z}2 \frac{I m}{j k} e^{-j k l} \frac{1 - e^{-j k l (1 - \cos\theta2)}}{(1 - \cos\theta)} e^{j k l \cos\theta1} = +\hat{z}2 \frac{I m}{j k} f(\theta2) e^{-j k l (1 - \cos\theta1)}
 \quad (31)$$

Θα έχουμε τώρα και όπως προηγουμένως από την σχέση (17) έχουμε

$$\vec{N} = N1(\cos\alpha \hat{z} + \sin\alpha \hat{x}) - N2(\cos\alpha \hat{z} - \sin\alpha \hat{x}) - N3(\cos\alpha \hat{z} + \sin\alpha \hat{x}) + N4(\cos\alpha \hat{z} - \sin\alpha \hat{x})
 \quad (32)$$

Άρα

$$\begin{aligned}
 N_x &= \sin\alpha (N1 + N2 - N3 - N4) \\
 N_y &= 0 \\
 N_z &= \cos\alpha (N1 - N2 - N3 + N4)
 \end{aligned}$$

(33)

Όπως και πριν, ισχύει η σχέση (23)

$$N\theta = \cos\theta \cos\varphi N\chi - \sin\theta Nz$$

$$N\varphi = -\sin\varphi Nx$$

(34)

και με χρήση και των σχέσεων (26), θα έχουμε

$$N\theta = \frac{Im}{jk} [\cos\theta \cos\varphi \sin\alpha [f(\theta 1) + f(\theta 2) - f(\theta 1)e^{-jkl(1-\cos\theta 2)} - f(\theta 1)e^{-jkl(1-\cos\theta 1)}]$$

$$- \sin\theta \cos\alpha [f(\theta 1) - f(\theta 2) - f(\theta 1)e^{-jkl(1-\cos\theta 2)} + f(\theta 2)e^{-jkl(1-\cos\theta 1)}]$$

(35)

$$N\varphi = \frac{Im}{jk} [-\sin\varphi \sin\alpha [f(\theta 1) + f(\theta 2) - f(\theta 1)e^{-jkl(1-\cos\theta 2)} - f(\theta 2)e^{-jkl(1-\cos\theta 1)}]]$$

(36)

Και φυσικά θα ισχύει η σχέση (27),

$$U(\theta, \varphi) = \frac{J}{8\lambda^2} [|N\theta|^2 + |N\varphi|^2]$$

(37)

σε *Watts/rad*².

Σε ότι αφορά το διάγραμμα ακτινοβολίας λοιπόν, ισχύουν λίγο-πολύ τα ίδια με την κεραία τύπου V. Στο επίπεδο ($\varphi=0^\circ, 180^\circ, \theta$) έχουμε κατευθυντική ακτινοβολία ενώ στο επίπεδο ($\varphi, \theta=\theta_0$) επίσης, αλλά με ισχυρά χαρακτηριστικά ομοιοκατευθυντικότητας. Έχουμε έναν κύριο λοβό ακτινοβολίας με μέγιστο πάνω στον άξονα συμμετρίας της κεραίας. Επίσης ο κύριος λοβός στενεύει, με την κατευθυντικότητα να αυξάνει καθώς μεγαλώνει το μήκος L της κεραίας.

Όμως ένα βασικό χαρακτηριστικό των κεραιών ρομβικού τύπου είναι η χρήση τους σε ιονοσφαιρικές ζεύξεις μεγάλων αποστάσεων. Αυτό επιτυγχάνεται με το να τοποθετήσουμε την κεραία σε κάποια ύψος h πάνω από το πλήρως **αγώγιμο έδαφος**. Έστω ότι η ρομβική κεραία είναι στο $y=0$. Η ύπαρξη πλήρως αγώγιμου εδάφους στο $y=h$, ισοδυναμεί με την ύπαρξη ρομβικής κεραίας-ειδώλου στην θέση $y=2h$ με αντίθετη ρευματική κατανομή, έτσι ώστε η επιφάνεια του εδάφους $y=h$, να είναι μια ισοδυναμική επιφάνεια δυναμικού $\varphi=0$ (γείωση) με τα πεδία ακτινοβολίας κάθετα σε αυτήν. Αυτό εισάγει μια διόρθωση στα διανύσματα ακτινοβολίας (35), (36), από τον παράγοντα

$$\Pi \equiv 1 - e^{jk(2h)\sin\theta}$$

(38)

και άρα το διάγραμμα ακτινοβολίας της σχέσης (37) πολλαπλασιάζεται με , δηλ.

$$|\Pi| \equiv 2\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda} h\sin\theta\right]$$

(39)

Θέτουμε όπως πριν . Τότε ο λοβός ακτινοβολίας **ανυψώνεται** από το οριζόντιο επίπεδο της κεραίας κατά $\theta_0 \equiv \Delta$. Για να υπολογίσουμε την γωνία $\varphi_0 = 3\pi/2$ και άρα έχουμε

$$N\theta = 0$$

$$N\varphi = \frac{Im}{jk} [2\sin\alpha \frac{[1 - e^{-jkl(1-\cos\theta\cos\alpha)}]^2}{(1-\cos\theta\cos\alpha)}]$$

(40)

και το διάγραμμα ακτινοβολίας (39) έχει εξάρτηση από την γωνία θ , μέσω ενός παράγοντα $g(\theta)$ της μορφής

$$g(\theta) = \frac{\sin^2[\Pi L(1 - \cos\theta \cos\alpha)]}{\Pi L(1 - \cos\theta \cos\alpha)} \sin[2\pi H \sin\theta] \sin\alpha$$

(41)

Για την εύρεση της γωνίας ανύψωσης του κυρίως λοβού Δ, επιλύουμε **αριθμητικά** την $g[\frac{dy(\theta)}{d\theta}] = 0 \Rightarrow \theta = \Delta$ (42). Μια πιο βολική μέθοδος είναι να θέσουμε εξ αρχής μια **επιθυμητή** γωνία ανύψωσης του κυρίου λοβού, Δ, και να βρούμε ποιες πρέπει να είναι κατασκευαστικά, οι παράμετροι της ρομβικής κεραίας H, L, α, έτσι ώστε να έχουμε το μέγιστο του κύριου λοβού στην γωνία ανύψωσης Δ. Από την συνθήκη ακρότατου

$$\frac{\partial g}{\partial H} = 0 \Rightarrow H \equiv \frac{h}{\lambda} = \frac{1}{4 \sin \Delta}$$

(43).

Θέτοντας $\xi \equiv \Pi L(1 - \cos\theta \cos\alpha)$ έχουμε ότι

$$0 = \frac{d}{d\xi} \left[\frac{\sin^2 \xi}{\xi} \right] = \frac{\sin \xi}{\xi} \left[2 \cos \xi - \frac{\sin \xi}{\xi} \right] \Rightarrow \frac{\tan \xi}{\xi} = 2 \Rightarrow \xi = 0.371 \Pi$$

(44)

Άρα από την συνθήκη ακρότατου

$$\frac{\partial g}{\partial L} = 0 \Rightarrow \Pi L(1 - \cos \Delta \cos \alpha) = 0.371 \Pi \Rightarrow L \equiv \frac{l}{\lambda} = \frac{0.371}{1 - \cos \Delta \cos \alpha}$$

(45).

Τέλος η συνθήκη ακρότατου

$$\begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial \alpha} = 0 &\Rightarrow \frac{\sin \xi}{\xi} \left[2 \cos \xi - \frac{\sin \xi}{\xi} \right] \Pi L \cos \Delta \sin^2 \alpha + \frac{\sin^2 \xi}{\xi} \cos \alpha = 0 \\ &\Rightarrow \cos \alpha - \frac{\cos \Delta \sin^2 \alpha}{1 - \cos \Delta \cos \alpha} \simeq 0 \Rightarrow \cos \alpha = \cos \Delta \end{aligned}$$

(46).

Οι κατασκευαστικές συνθήκες (43), (45), (46) της ρομβικής κεραίας ολοκληρώνουν την ανάλυση μιας για την ανύψωση του λοβού ακτινοβολίας κατά επιθυμητή γωνία ανύψωσης Δ, προς επίτευξη ιονοσφαιρικών ζεύξεων μεγάλων αποστάσεων.

4^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ
ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ ΤΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

➤ **Κεραία τύπου V**

```
clear all
clc
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%
%zeta=377;
%coef=zeta/(4*pi);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%
xvec=[];
yvec=[];
%yvec1=[];
[theta,phi]=meshgrid(0.01:pi/90:pi,0:pi/90:2*pi);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%
for L=1:0.1:20;
    xvec=[xvec,L];
    a=0.95*acos(1-0.371/L);

    costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))/(1-costh1);
    f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))/(1-costh2);
    Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).*(f1+f2)-
sin(theta).*cos(a).*(f1-f2);
    Nphi=-sin(phi).*sin(a).*(f1+f2);
% zU=[];
% uU=[];

%for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    U=(abs(Nth)).^2+(abs(Nphi)).^2;
%   xU1=U*sin(theta);
%   yU1=U*cos(theta);
%   zU1=0;
%   xU=[xU,xU1];
%   yU=[yU,yU1];
%   zU=[zU,zU1];
%   uU=[uU,U];
    Umax=max(max(U));
    P=U/Umax;
    P1=P.*sin(theta);
    Omega=sum(sum(P1))*(pi/90)^2;

D=4*pi/Omega;
```

```

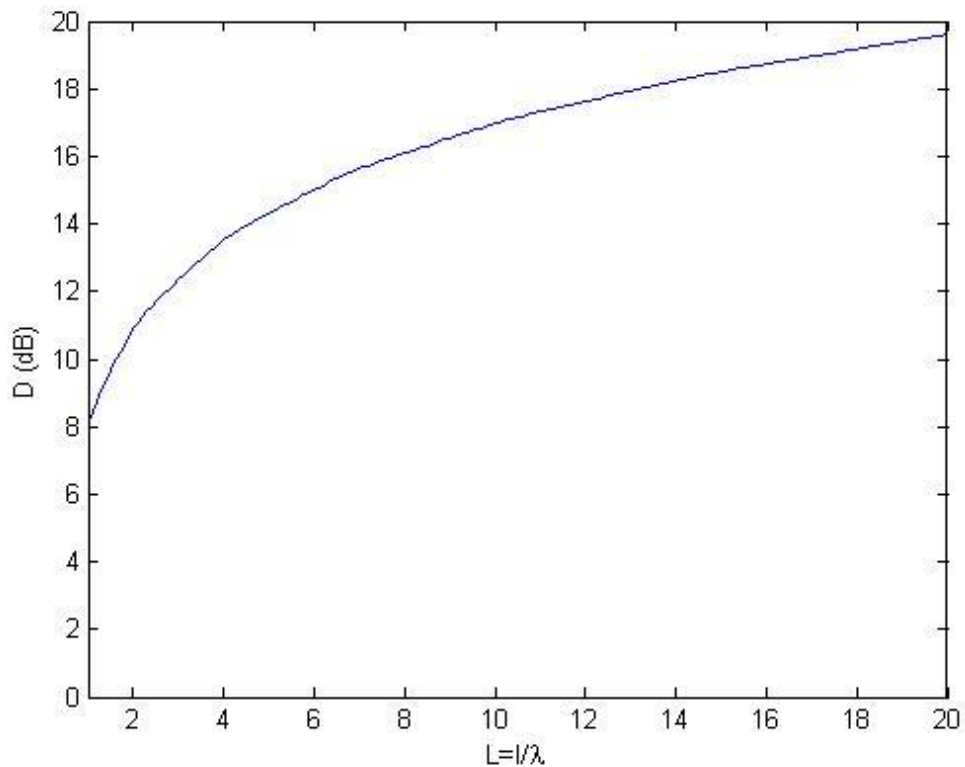
DdB=10*log10(D);

yvec=[yvec,DdB];
%yvec1=[yvec1,termm];

end

plot(xvec,yvec,'-')
% hold on
% plot(xvec,yvec1,'-')
axis([1,20,0,20])
xlabel('L=1/\lambda')
ylabel('D (dB)')
%legend('R_{max}=R_{rad}','R_{in}')

```



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ

```

clear all
clc
[theta,phi]=meshgrid(0.01:pi/90:pi,0:pi/90:2*pi);

%kh=0.50*pi;
L=1;
a=acos(1-0.371/L);
% xU=[];
% yU=[];
costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);

```

```

costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))/(1-costh1);
f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))/(1-costh2);
Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).(f1+f2)-sin(theta).*cos(a).(f1-
f2);
Nphi=-sin(phi).*cos(a).(f1-f2);
% zU=[];
% uU=[];

%for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    U1=sin(pi*L*(1-cos(theta)));
    U2=cot(theta/2);
    U=(U1.*U2).^2;
%    xU1=U*sin(theta);
%    yU1=U*cos(theta);
%    zU1=0;
%    xU=[xU,xU1];
%    yU=[yU,yU1];
%    zU=[zU,zU1];
%    uU=[uU,U];
Umax=max(max(U));
U=U/Umax;

%end

X=U.*sin(theta).*cos(phi);
Y=U.*sin(theta).*sin(phi);
Z=U.*cos(theta);

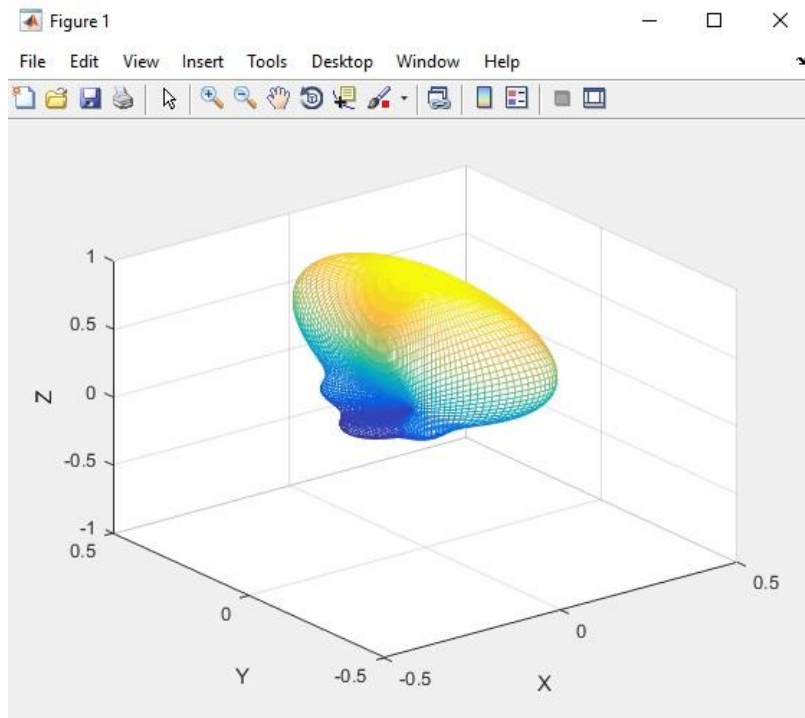
% Umax=max(uU);
% UU1=10*log10(uU/Umax);
%
% for jj=1:length(UU1)
%     if (UU1(jj)<-12)
%         UU1(jj)=-12;
%     end
% end
%
% UU=1+UU1/12;
%
%
% jj=0;
% for theta=0.01:0.001:pi-0.01
%     jj=jj+1;
%     U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
%     U2=sin(theta);
%     U=(U1/U2)^2;
%     xU1=UU(jj)*sin(theta);
%     yU1=UU(jj)*cos(theta);
%     zU1=0;
%     xU=[xU,xU1];
%     yU=[yU,yU1];
%     zU=[zU,zU1];
%     uU=[uU,U];
%
% end
%
%
%
%

```

```

% phi=0:0.001:2*pi;
% xC1=cos(phi);
% yC1=sin(phi);
% zC1=0*phi;
%
% xC2=(3/4)*cos(phi);
% yC2=(3/4)*sin(phi);
% zC2=0*phi;
%
% xC3=(1/2)*cos(phi);
% yC3=(1/2)*sin(phi);
% zC3=0*phi;
%
% xC4=(1/4)*cos(phi);
% yC4=(1/4)*sin(phi);
% zC4=0*phi;
%
%
% xL1=[-1.1,1.1];
% yL1=[0,0];
%
%
%
%
% plot3(xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(-xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(xC1,yC1,zC1,':')
% plot3(xC2,yC2,zC2,':')
% plot3(xC3,yC3,zC3,':')
% plot3(xC4,yC4,zC4,':')
% view(2)
% line(xL1,yL1)
% line(yL1,xL1)
%
% text(0.05,1.05,'0^o')
% text(1.05,0.05,'90^o')
% text(-1.15,0.05,'90^o')
% text(0.05,-1.05,'180^o')
%
% text(0.75,0.05,'-3')
% text(0.50,0.05,'-6')
% text(0.25,0.05,'-9')
%
% text(0.80,-0.05,'dB')
mesh(X,Y,Z)
axis([-1.0,1.0,-1.0,1.0,-1.0,1.0])
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
%axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc
L=1;
a=0.8*acos(1-0.371/L);
xU=[];
yU=[];
zU=[];
uU=[];
phi=0;

for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))./(1-costh1);
    f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))./(1-costh2);
    Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).(f1+f2)-
    sin(theta).*cos(a).(f1-f2);
    Nphi=-sin(phi).*sin(a).(f1+f2);
% zU=[];
% uU=[];
%for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    U=(abs(Nth)).^2+(abs(Nphi)).^2;
% xU1=U*sin(theta);
% yU1=U*cos(theta);
% zU1=0;
% xU=[xU,xU1];
% yU=[yU,yU1];
% zU=[zU,zU1];
uU=[uU,U];

```

```

end

Umax=max(uU);
UU1=10*log10(uU/Umax);

for jj=1:length(UU1)
    if (UU1(jj)<-12)
        UU1(jj)=-12;
    end
end

UU=1+UU1/12;

jj=0;
for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    jj=jj+1;
    % U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
    % U2=sin(theta);
    % U=(U1/U2)^2;
    xU1=UU(jj)*sin(theta);
    yU1=UU(jj)*cos(theta);
    zU1=0;
    xU=[xU,xU1];
    yU=[yU,yU1];
    zU=[zU,zU1];
    % uU=[uU,U];

end

phi=0:0.001:2*pi;
xC1=cos(phi);
yC1=sin(phi);
zC1=0*phi;

xC2=(3/4)*cos(phi);
yC2=(3/4)*sin(phi);
zC2=0*phi;

xC3=(1/2)*cos(phi);
yC3=(1/2)*sin(phi);
zC3=0*phi;

xC4=(1/4)*cos(phi);
yC4=(1/4)*sin(phi);
zC4=0*phi;

xL1=[-1.1,1.1];
yL1=[0,0];

xL2=[-1,1]/sqrt(2);
yL2=[-1,1]/sqrt(2);

xL3=[-1,1]/sqrt(2);

```



```

yL3=[1,-1]/sqrt(2);

plot3(xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(-xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(xC1,yC1,zC1,':')
plot3(xC2,yC2,zC2,':')
plot3(xC3,yC3,zC3,':')
plot3(xC4,yC4,zC4,':')
view(2)
line(xL1,yL1)
line(yL1,xL1)
line(xL2,yL2)
line(xL3,yL3)

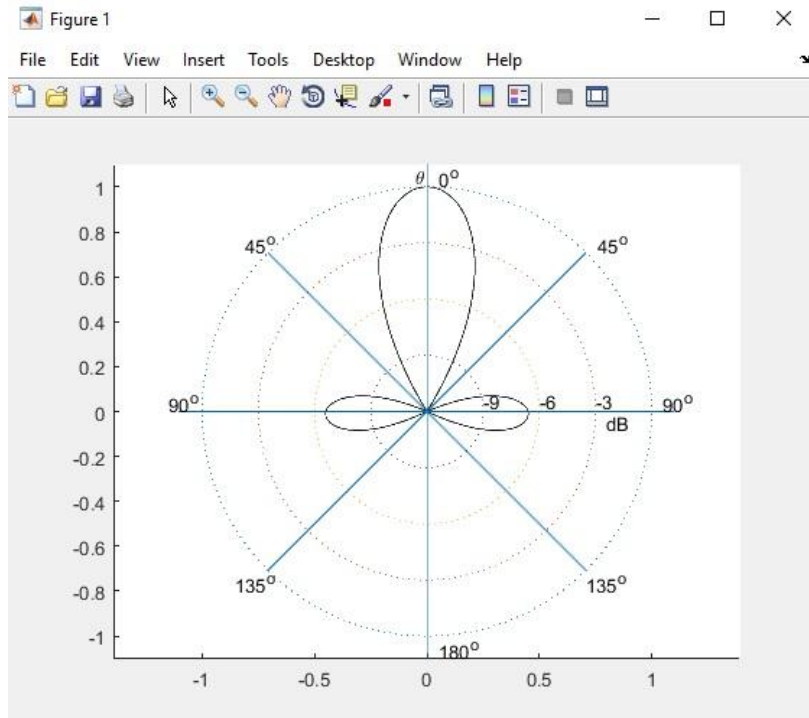
text(0.05,1.05,'0^o')
text(1.05,0.05,'90^o')
text(-1.15,0.05,'90^o')
text(0.05,-1.05,'180^o')
text(1/sqrt(2)+0.05,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(-1/sqrt(2)-0.1,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(1/sqrt(2)+0.0,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-1/sqrt(2)-0.15,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-0.05,1.05,'\theta')

text(0.75,0.05,'-3')
text(0.50,0.05,'-6')
text(0.25,0.05,'-9')

text(0.80,-0.05,'dB')

axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1])
axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc
[theta,phi]=meshgrid(0.01:pi/90:pi,0:pi/90:2*pi);

%kh=0.50*pi;
L=2;
a=0.9*acos(1-0.371/L);
% xU=[];
% yU=[];
costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))/(1-costh1);
f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))/(1-costh2);
Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).*(f1+f2)-sin(theta).*cos(a).*(f1-
f2);
Nphi=-sin(phi).*sin(a).*(f1+f2);
% zU=[];
% uU=[];

%for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    U=(abs(Nth)).^2+(abs(Nphi)).^2;
%   xU1=U*sin(theta);
%   yU1=U*cos(theta);
%   zU1=0;
%   xU=[xU,xU1];
%   yU=[yU,yU1];
%   zU=[zU,zU1];
%   uU=[uU,U];
Umax=max(max(U));
U=U/Umax;

%end

```

```

X=U.*sin(theta).*cos(phi);
Y=U.*sin(theta).*sin(phi);
Z=U.*cos(theta);

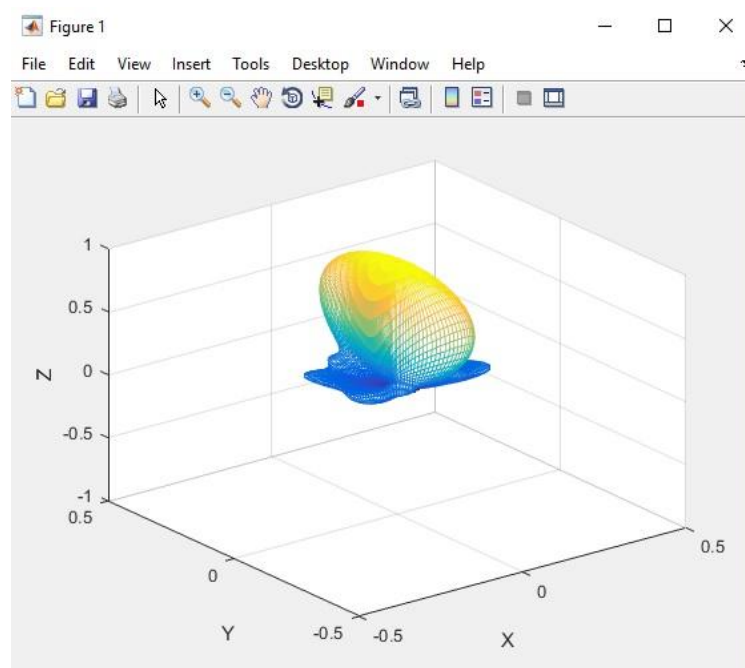
% Umax=max(uU);
% UU1=10*log10(uU/Umax);
%
% for jj=1:length(UU1)
%     if (UU1(jj)<-12)
%         UU1(jj)=-12;
%     end
% end
%
% UU=1+UU1/12;
%
%
% jj=0;
% for theta=0.01:0.001:pi-0.01
%     jj=jj+1;
%     %     U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
%     %     U2=sin(theta);
%     %     U=(U1/U2)^2;
%     xU1=UU(jj)*sin(theta);
%     yU1=UU(jj)*cos(theta);
%     zU1=0;
%     xU=[xU,xU1];
%     yU=[yU,yU1];
%     zU=[zU,zU1];
%     %     uU=[uU,U];
%
% end
%
%
%
% phi=0:0.001:2*pi;
% xC1=cos(phi);
% yC1=sin(phi);
% zC1=0*phi;
%
% xC2=(3/4)*cos(phi);
% yC2=(3/4)*sin(phi);
% zC2=0*phi;
%
% xC3=(1/2)*cos(phi);
% yC3=(1/2)*sin(phi);
% zC3=0*phi;
%
% xC4=(1/4)*cos(phi);
% yC4=(1/4)*sin(phi);
% zC4=0*phi;
%
%
% xL1=[-1.1,1.1];
% yL1=[0,0];
%
%
%
%
%

```

```

% plot3(xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(-xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(xC1,yC1,zC1,':')
% plot3(xC2,yC2,zC2,':')
% plot3(xC3,yC3,zC3,':')
% plot3(xC4,yC4,zC4,':')
% view(2)
% line(xL1,yL1)
% line(yL1,xL1)
%
% text(0.05,1.05,'0^o')
% text(1.05,0.05,'90^o')
% text(-1.15,0.05,'90^o')
% text(0.05,-1.05,'180^o')
%
% text(0.75,0.05,'-3')
% text(0.50,0.05,'-6')
% text(0.25,0.05,'-9')
%
% text(0.80,-0.05,'dB')
mesh(X,Y,Z)
axis([-0.5,0.5,-0.5,0.5,-1.0,1.0])
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
%axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc

L=2;
a=0.8*acos(1-0.371/L);
xU=[];
yU=[];
zU=[];
uU=[];
phi=0;

for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))/(1-costh1);
    f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))/(1-costh2);
    Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).(f1+f2)-
    sin(theta).*cos(a).(f1-f2);
    Nphi=-sin(phi).*sin(a).(f1+f2);
% zU=[];
% uU=[];
%for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    U=(abs(Nth)).^2+(abs(Nphi)).^2;
% xU1=U*sin(theta);
% yU1=U*cos(theta);
% zU1=0;
% xU=[xU,xU1];
% yU=[yU,yU1];
% zU=[zU,zU1];
    uU=[uU,U];

end

Umax=max(uU);
UU1=10*log10(uU/Umax);

for jj=1:length(UU1)
    if (UU1(jj)<-12)
        UU1(jj)=-12;
    end
end

UU=1+UU1/12;

jj=0;
for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    jj=jj+1;
% U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
% U2=sin(theta);
% U=(U1/U2)^2;
    xU1=UU(jj)*sin(theta);
    yU1=UU(jj)*cos(theta);
    zU1=0;
    xU=[xU,xU1];
    yU=[yU,yU1];
    zU=[zU,zU1];
end

```

```

%      uU=[uU,U];

end

phi=0:0.001:2*pi;
xC1=cos(phi);
yC1=sin(phi);
zC1=0*phi;

xC2=(3/4)*cos(phi);
yC2=(3/4)*sin(phi);
zC2=0*phi;

xC3=(1/2)*cos(phi);
yC3=(1/2)*sin(phi);
zC3=0*phi;

xC4=(1/4)*cos(phi);
yC4=(1/4)*sin(phi);
zC4=0*phi;

xL1=[-1.1,1.1];
yL1=[0,0];

xL2=[-1,1]/sqrt(2);
yL2=[-1,1]/sqrt(2);

xL3=[-1,1]/sqrt(2);
yL3=[1,-1]/sqrt(2);

plot3(xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(-xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(xC1,yC1,zC1,':')
plot3(xC2,yC2,zC2,':')
plot3(xC3,yC3,zC3,':')
plot3(xC4,yC4,zC4,':')
view(2)
line(xL1,yL1)
line(yL1,xL1)
line(xL2,yL2)
line(xL3,yL3)

text(0.05,1.05,'0^o')
text(1.05,0.05,'90^o')
text(-1.15,0.05,'90^o')
text(0.05,-1.05,'180^o')
text(1/sqrt(2)+0.05,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(-1/sqrt(2)-0.1,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(1/sqrt(2)+0.0,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-1/sqrt(2)-0.15,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-0.05,1.05,'\theta')

```

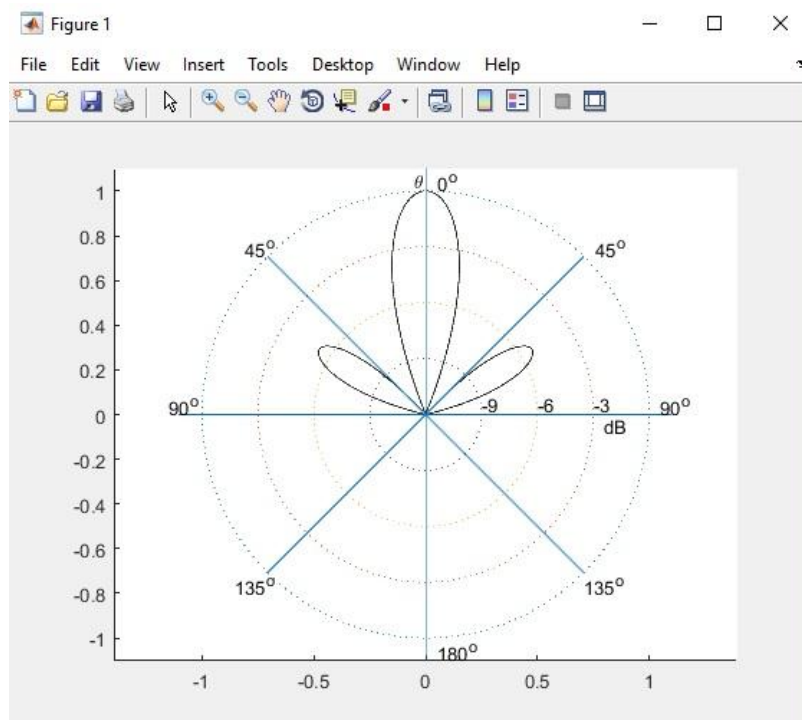
```

text(0.75,0.05,'-3')
text(0.50,0.05,'-6')
text(0.25,0.05,'-9')

text(0.80,-0.05,'dB')

axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1])
axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc

[theta,phi]=meshgrid(0.01:pi/90:pi,0:pi/90:2*pi);

%kh=0.50*pi;
L=5;
a=0.85*acos(1-0.371/L);
% xU=[];
% yU=[];
costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))/(1-costh1);
f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))/(1-costh2);
Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).*(f1+f2)-sin(theta).*cos(a).*(f1-
f2);
Nphi=-sin(phi).*sin(a).*(f1+f2);
% zU=[];
% uU=[];

%for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    U=(abs(Nth)).^2+(abs(Nphi)).^2;
%    xU1=U*sin(theta);

```

```

%   yU1=U*cos(theta);
%   zU1=0;
%   xU=[xU,xU1];
%   yU=[yU,yU1];
%   zU=[zU,zU1];
%   uU=[uU,U];
Umax=max(max(U));
U=U/Umax;

%end

X=U.*sin(theta).*cos(phi);
Y=U.*sin(theta).*sin(phi);
Z=U.*cos(theta);

% Umax=max(uU);
% UU1=10*log10(uU/Umax);
%
% for jj=1:length(UU1)
%     if (UU1(jj)<-12)
%         UU1(jj)=-12;
%     end
% end
%
% UU=1+UU1/12;
%
%
% jj=0;
% for theta=0.01:0.001:pi-0.01
%     jj=jj+1;
%     %   U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
%     %   U2=sin(theta);
%     %   U=(U1/U2)^2;
%     xU1=UU(jj)*sin(theta);
%     yU1=UU(jj)*cos(theta);
%     zU1=0;
%     xU=[xU,xU1];
%     yU=[yU,yU1];
%     zU=[zU,zU1];
%     %   uU=[uU,U];
%
% end
%
%
%
% phi=0:0.001:2*pi;
% xC1=cos(phi);
% yC1=sin(phi);
% zC1=0*phi;
%
% xC2=(3/4)*cos(phi);
% yC2=(3/4)*sin(phi);
% zC2=0*phi;
%
% xC3=(1/2)*cos(phi);
% yC3=(1/2)*sin(phi);
% zC3=0*phi;
%
% xC4=(1/4)*cos(phi);
% yC4=(1/4)*sin(phi);

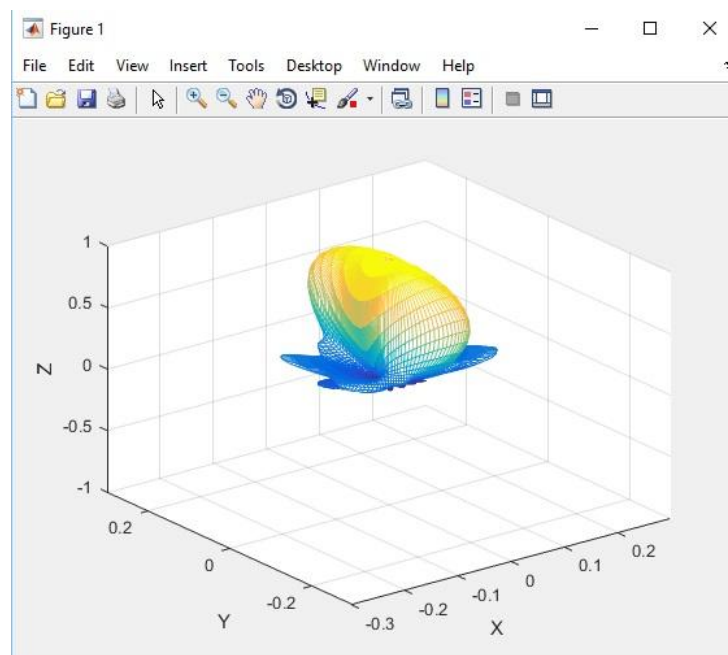
```



```

% zC4=0*phi;
%
%
% xL1=[-1.1,1.1];
% yL1=[0,0];
%
%
%
%
% plot3(xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(-xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(xC1,yC1,zC1,':')
% plot3(xC2,yC2,zC2,':')
% plot3(xC3,yC3,zC3,':')
% plot3(xC4,yC4,zC4,':')
% view(2)
% line(xL1,yL1)
% line(yL1,xL1)
%
% text(0.05,1.05,'0^o')
% text(1.05,0.05,'90^o')
% text(-1.15,0.05,'90^o')
% text(0.05,-1.05,'180^o')
%
% text(0.75,0.05,'-3')
% text(0.50,0.05,'-6')
% text(0.25,0.05,'-9')
%
% text(0.80,-0.05,'dB')
mesh(X,Y,Z)
axis([-0.3,0.3,-0.3,0.3,-1.0,1.0])
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
%axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc
L=5;
a=0.8*acos(1-0.371/L);
xU=[];
yU=[];
zU=[];
uU=[];
phi=0;

for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))./(1-costh1);
    f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))./(1-costh2);
    Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).(f1+f2)-
    sin(theta).*cos(a).(f1-f2);
    Nphi=-sin(phi).*sin(a).(f1+f2);
% zU=[];
% uU=[];
%for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    U=(abs(Nth)).^2+(abs(Nphi)).^2;
% xU1=U*sin(theta);
% yU1=U*cos(theta);
% zU1=0;
% xU=[xU,xU1];
% yU=[yU,yU1];
% zU=[zU,zU1];
    uU=[uU,U];

end

Umax=max(uU);
UU1=10*log10(uU/Umax);

for jj=1:length(UU1)
    if (UU1(jj)<-12)
        UU1(jj)=-12;
    end
end

UU=1+UU1/12;

jj=0;
for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    jj=jj+1;
% U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
% U2=sin(theta);
% U=(U1/U2)^2;
    xU1=UU(jj)*sin(theta);
    yU1=UU(jj)*cos(theta);
    zU1=0;
    xU=[xU,xU1];

```

```

        yU=[yU,yU1];
        zU=[zU,zU1];
%       uU=[uU,U];

end

phi=0:0.001:2*pi;
xC1=cos(phi);
yC1=sin(phi);
zC1=0*phi;

xC2=(3/4)*cos(phi);
yC2=(3/4)*sin(phi);
zC2=0*phi;

xC3=(1/2)*cos(phi);
yC3=(1/2)*sin(phi);
zC3=0*phi;

xC4=(1/4)*cos(phi);
yC4=(1/4)*sin(phi);
zC4=0*phi;

xL1=[-1.1,1.1];
yL1=[0,0];

xL2=[-1,1]/sqrt(2);
yL2=[-1,1]/sqrt(2);

xL3=[-1,1]/sqrt(2);
yL3=[1,-1]/sqrt(2);

plot3(xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(-xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(xC1,yC1,zC1,':')
plot3(xC2,yC2,zC2,':')
plot3(xC3,yC3,zC3,':')
plot3(xC4,yC4,zC4,':')
view(2)
line(xL1,yL1)
line(yL1,xL1)
line(xL2,yL2)
line(xL3,yL3)

text(0.05,1.05,'0^o')
text(1.05,0.05,'90^o')
text(-1.15,0.05,'90^o')
text(0.05,-1.05,'180^o')
text(1/sqrt(2)+0.05,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(-1/sqrt(2)-0.1,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(1/sqrt(2)+0.0,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-1/sqrt(2)-0.15,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')

```

```

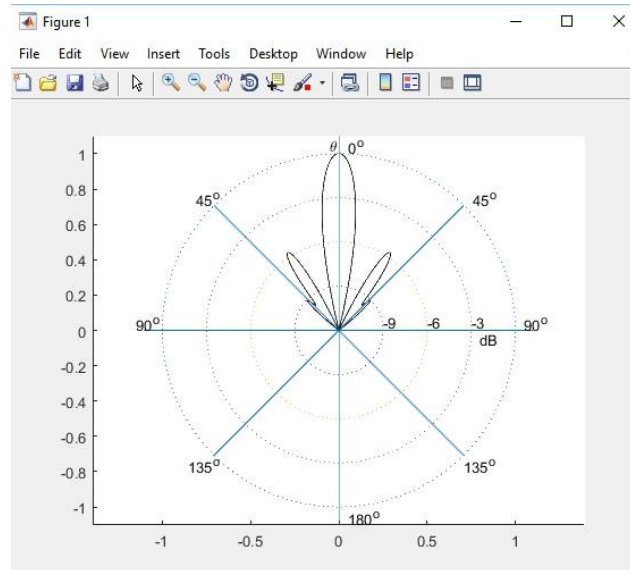
text(-0.05,1.05,'\theta')

text(0.75,0.05,'-3')
text(0.50,0.05,'-6')
text(0.25,0.05,'-9')

text(0.80,-0.05,'dB')

axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1])
axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc
[theta,phi]=meshgrid(0.01:pi/90:pi,0:pi/90:2*pi);

%kh=0.50*pi;
L=10;
a=0.95*acos(1-0.371/L);
% xU=[];
% yU=[];
costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))/(1-costh1);
f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))/(1-costh2);
Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).(f1+f2)-sin(theta).*cos(a).(f1-
f2);
Nphi=-sin(phi).*sin(a).(f1+f2);
% zU=[];
% uU=[];

%for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    U=(abs(Nth)).^2+(abs(Nphi)).^2;
    % xU1=U*sin(theta);
    % yU1=U*cos(theta);
    % zU1=0;
    % xU=[xU,xU1];
    % yU=[yU,yU1];
    % zU=[zU,zU1];

```

```

%     uU=[uU,U];
Umax=max(max(U));
U=U/Umax;

%end

X=U.*sin(theta).*cos(phi);
Y=U.*sin(theta).*sin(phi);
Z=U.*cos(theta);

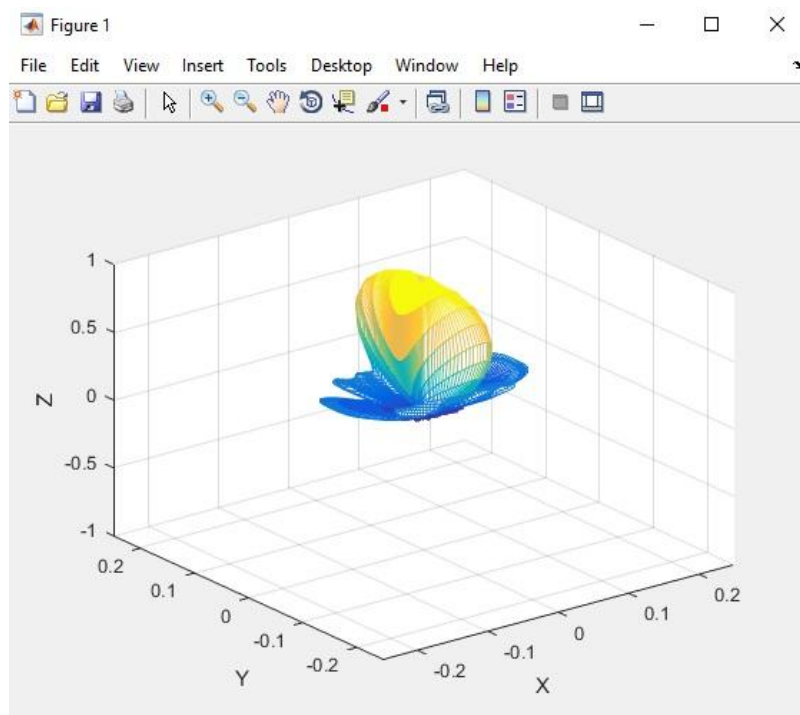
% Umax=max(uU);
% UU1=10*log10(uU/Umax);
%
% for jj=1:length(UU1)
%     if (UU1(jj)<-12)
%         UU1(jj)=-12;
%     end
% end
%
% UU=1+UU1/12;
%
%
% jj=0;
% for theta=0.01:0.001:pi-0.01
%     jj=jj+1;
%     U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
%     U2=sin(theta);
%     U=(U1/U2)^2;
%     xU1=UU(jj)*sin(theta);
%     yU1=UU(jj)*cos(theta);
%     zU1=0;
%     xU=[xU,xU1];
%     yU=[yU,yU1];
%     zU=[zU,zU1];
%     uU=[uU,U];
%
% end
%
%
%
% phi=0:0.001:2*pi;
% xC1=cos(phi);
% yC1=sin(phi);
% zC1=0*phi;
%
% xC2=(3/4)*cos(phi);
% yC2=(3/4)*sin(phi);
% zC2=0*phi;
%
% xC3=(1/2)*cos(phi);
% yC3=(1/2)*sin(phi);
% zC3=0*phi;
%
% xC4=(1/4)*cos(phi);
% yC4=(1/4)*sin(phi);
% zC4=0*phi;
%
%
% xL1=[-1.1,1.1];
% yL1=[0,0];

```

```

%
%
%
%
% plot3(xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(-xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(xC1,yC1,zC1,':')
% plot3(xC2,yC2,zC2,':')
% plot3(xC3,yC3,zC3,':')
% plot3(xC4,yC4,zC4,':')
% view(2)
% line(xL1,yL1)
% line(yL1,xL1)
%
% text(0.05,1.05,'0^o')
% text(1.05,0.05,'90^o')
% text(-1.15,0.05,'90^o')
% text(0.05,-1.05,'180^o')
%
% text(0.75,0.05,'-3')
% text(0.50,0.05,'-6')
% text(0.25,0.05,'-9')
%
% text(0.80,-0.05,'dB')
mesh(X,Y,Z)
axis([-0.25,0.25,-0.25,0.25,-1.0,1.0])
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
%axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc
L=10;
a=0.8*acos(1-0.371/L);
xU=[];
yU=[];
zU=[];
uU=[];
phi=0;

for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))./(1-costh1);
    f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))./(1-costh2);
    Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).*(f1+f2)-
sin(theta).*cos(a).*(f1-f2);
    Nphi=-sin(phi).*sin(a).*(f1+f2);
% zU=[];
% uU=[];
%for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    U=(abs(Nth)).^2+(abs(Nphi)).^2;
% xU1=U*sin(theta);
% yU1=U*cos(theta);
% zU1=0;
% xU=[xU,xU1];
% yU=[yU,yU1];
% zU=[zU,zU1];
    uU=[uU,U];

end

Umax=max(uU);
UU1=10*log10(uU/Umax);

for jj=1:length(UU1)
    if (UU1(jj)<-12)
        UU1(jj)=-12;
    end
end

UU=1+UU1/12;

jj=0;
for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    jj=jj+1;
% U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
% U2=sin(theta);
% U=(U1/U2)^2;
    xU1=UU(jj)*sin(theta);
    yU1=UU(jj)*cos(theta);
    zU1=0;
    xU=[xU,xU1];
    yU=[yU,yU1];

```

```

    zU=[zU,zU1];
%    uU=[uU,U];

end

phi=0:0.001:2*pi;
xC1=cos(phi);
yC1=sin(phi);
zC1=0*phi;

xC2=(3/4)*cos(phi);
yC2=(3/4)*sin(phi);
zC2=0*phi;

xC3=(1/2)*cos(phi);
yC3=(1/2)*sin(phi);
zC3=0*phi;

xC4=(1/4)*cos(phi);
yC4=(1/4)*sin(phi);
zC4=0*phi;

xL1=[-1.1,1.1];
yL1=[0,0];

xL2=[-1,1]/sqrt(2);
yL2=[-1,1]/sqrt(2);

xL3=[-1,1]/sqrt(2);
yL3=[1,-1]/sqrt(2);

plot3(xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(-xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(xC1,yC1,zC1,':')
plot3(xC2,yC2,zC2,':')
plot3(xC3,yC3,zC3,':')
plot3(xC4,yC4,zC4,':')
view(2)
line(xL1,yL1)
line(yL1,xL1)
line(xL2,yL2)
line(xL3,yL3)

text(0.05,1.05,'0^o')
text(1.05,0.05,'90^o')
text(-1.15,0.05,'90^o')
text(0.05,-1.05,'180^o')
text(1/sqrt(2)+0.05,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(-1/sqrt(2)-0.1,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(1/sqrt(2)+0.0,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-1/sqrt(2)-0.15,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-0.05,1.05,'\theta')

```



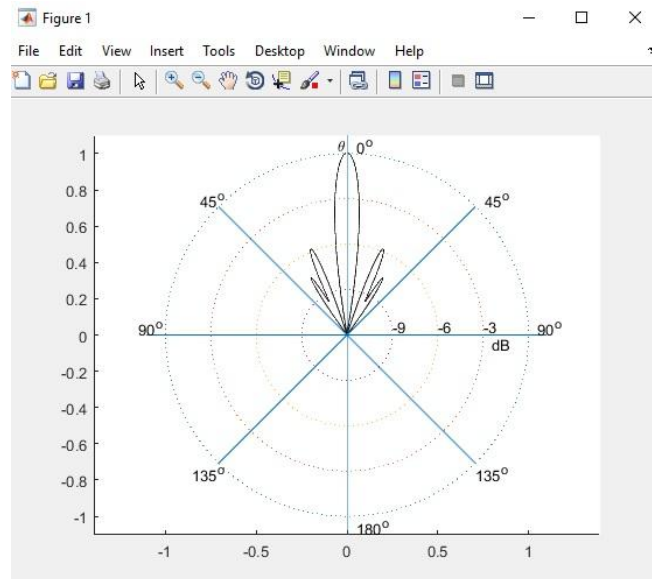
```

text(0.75,0.05,'-3')
text(0.50,0.05,'-6')
text(0.25,0.05,'-9')

text(0.80,-0.05,'dB')

axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1])
axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc
[theta,phi]=meshgrid(0.01:pi/90:pi,0:pi/90:2*pi);

%kh=0.50*pi;
L=15;
a=0.925*acos(1-0.371/L);
% xU=[];
% yU=[];
costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))/(1-costh1);
f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))/(1-costh2);
Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).*(f1+f2)-sin(theta).*cos(a).*(f1-
f2);
Nphi=-sin(phi).*sin(a).*(f1+f2);
% zU=[];
% uU=[];

%for theta=0.01:0.001:pi-0.01

U=(abs(Nth)).^2+(abs(Nphi)).^2;

```

```

%     xU1=U*sin(theta);
%     yU1=U*cos(theta);
%     zU1=0;
%     xU=[xU,xU1];
%     yU=[yU,yU1];
%     zU=[zU,zU1];
%     uU=[uU,U];
Umax=max(max(U));
U=U/Umax;

%end

X=U.*sin(theta).*cos(phi);
Y=U.*sin(theta).*sin(phi);
Z=U.*cos(theta);

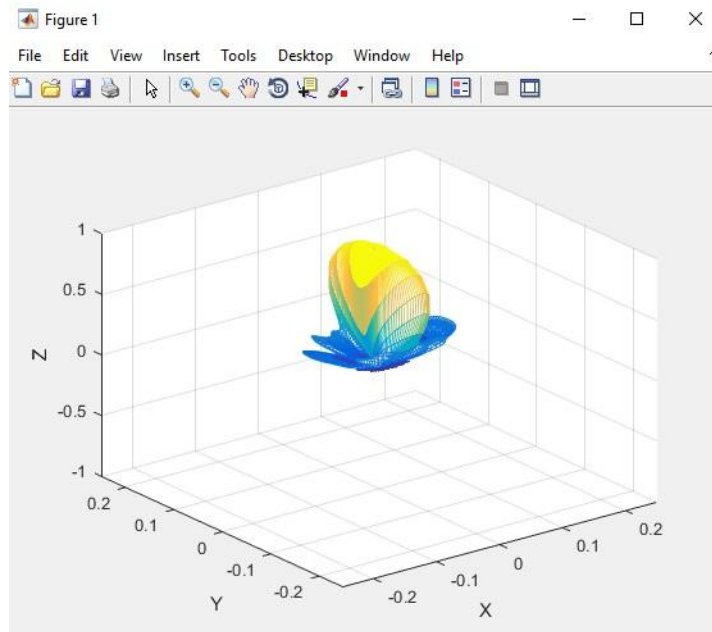
% Umax=max(uU);
% UU1=10*log10(uU/Umax);
%
% for jj=1:length(UU1)
%     if (UU1(jj)<-12)
%         UU1(jj)=-12;
%     end
% end
%
% UU=1+UU1/12;
%
%
% jj=0;
% for theta=0.01:0.001:pi-0.01
%     jj=jj+1;
%     %     U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
%     %     U2=sin(theta);
%     %     U=(U1/U2)^2;
%     xU1=UU(jj)*sin(theta);
%     yU1=UU(jj)*cos(theta);
%     zU1=0;
%     xU=[xU,xU1];
%     yU=[yU,yU1];
%     zU=[zU,zU1];
%     %     uU=[uU,U];
%
% end
%
%
%
% phi=0:0.001:2*pi;
% xC1=cos(phi);
% yC1=sin(phi);
% zC1=0*phi;
%
% xC2=(3/4)*cos(phi);
% yC2=(3/4)*sin(phi);
% zC2=0*phi;
%
% xC3=(1/2)*cos(phi);
% yC3=(1/2)*sin(phi);
% zC3=0*phi;
%
% xC4=(1/4)*cos(phi);

```

```

% yC4=(1/4)*sin(phi);
% zC4=0*phi;
%
%
% xL1=[-1.1,1.1];
% yL1=[0,0];
%
%
%
%
% plot3(xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(-xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(xC1,yC1,zC1,':')
% plot3(xC2,yC2,zC2,':')
% plot3(xC3,yC3,zC3,':')
% plot3(xC4,yC4,zC4,':')
% view(2)
% line(xL1,yL1)
% line(yL1,xL1)
%
% text(0.05,1.05,'0^o')
% text(1.05,0.05,'90^o')
% text(-1.15,0.05,'90^o')
% text(0.05,-1.05,'180^o')
%
% text(0.75,0.05,'-3')
% text(0.50,0.05,'-6')
% text(0.25,0.05,'-9')
%
% text(0.80,-0.05,'dB')
mesh(X,Y,Z)
axis([-0.25,0.25,-0.25,0.25,-1.0,1.0])
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
%axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc
L=15;
a=0.8*acos(1-0.371/L);
xU=[];
yU=[];
zU=[];
uU=[];
phi=0;

for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))./(1-costh1);
    f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))./(1-costh2);
    Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).*(f1+f2)-
    sin(theta).*cos(a).*(f1-f2);
    Nphi=-sin(phi).*sin(a).*(f1+f2);
    % zU=[];
    % uU=[];
    %for theta=0.01:0.001:pi-0.01

        U=(abs(Nth)).^2+(abs(Nphi)).^2;
        % xU1=U*sin(theta);
        % yU1=U*cos(theta);
        % zU1=0;
        % xU=[xU,xU1];
        % yU=[yU,yU1];
        % zU=[zU,zU1];
        uU=[uU,U];

    end
end

```

```

Umax=max (uU) ;
UU1=10*log10 (uU/Umax) ;

for jj=1:length (UU1)
    if (UU1 (jj)<-12)
        UU1 (jj)=-12;
    end
end

UU=1+UU1/12;

jj=0;
for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    jj=jj+1;
    %     U1=cos (kh*cos (theta)) -cos (kh) ;
    %     U2=sin (theta) ;
    %     U=(U1/U2) ^2;
    xU1=UU (jj) *sin (theta) ;
    yU1=UU (jj) *cos (theta) ;
    zU1=0;
    xU=[xU,xU1];
    yU=[yU,yU1];
    zU=[zU,zU1];
    %     uU=[uU,U] ;

end

phi=0:0.001:2*pi;
xC1=cos (phi) ;
yC1=sin (phi) ;
zC1=0*phi;

xC2=(3/4) *cos (phi) ;
yC2=(3/4) *sin (phi) ;
zC2=0*phi;

xC3=(1/2) *cos (phi) ;
yC3=(1/2) *sin (phi) ;
zC3=0*phi;

xC4=(1/4) *cos (phi) ;
yC4=(1/4) *sin (phi) ;
zC4=0*phi;

xL1=[-1.1,1.1];
yL1=[0,0];

xL2=[-1,1]/sqrt (2) ;
yL2=[-1,1]/sqrt (2) ;

xL3=[-1,1]/sqrt (2) ;
yL3=[1,-1]/sqrt (2) ;

```

```

plot3(xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(-xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(xC1,yC1,zC1,':')
plot3(xC2,yC2,zC2,':')
plot3(xC3,yC3,zC3,':')
plot3(xC4,yC4,zC4,':')
view(2)
line(xL1,yL1)
line(yL1,xL1)
line(xL2,yL2)
line(xL3,yL3)

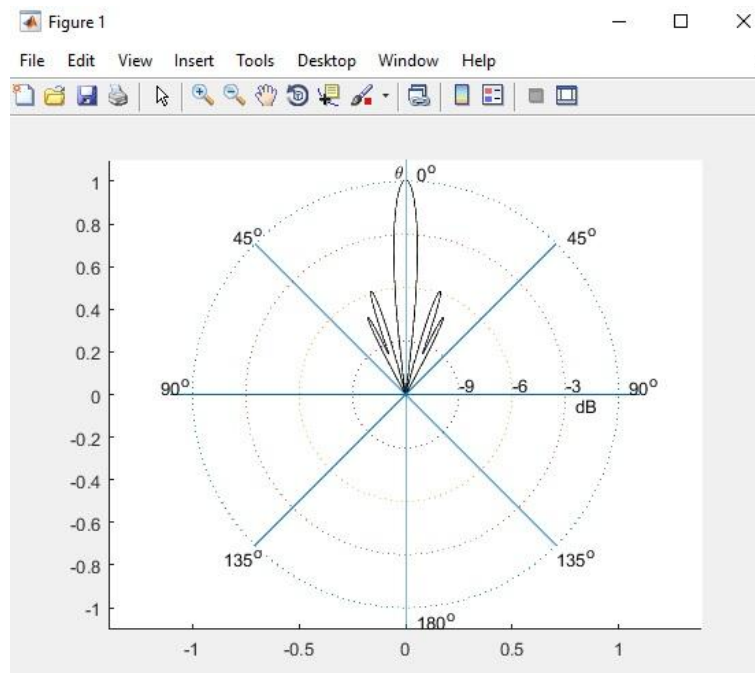
text(0.05,1.05,'0^o')
text(1.05,0.05,'90^o')
text(-1.15,0.05,'90^o')
text(0.05,-1.05,'180^o')
text(1/sqrt(2)+0.05,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(-1/sqrt(2)-0.1,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(1/sqrt(2)+0.0,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-1/sqrt(2)-0.15,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-0.05,1.05,'\theta')

text(0.75,0.05,'-3')
text(0.50,0.05,'-6')
text(0.25,0.05,'-9')

text(0.80,-0.05,'dB')

axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1])
axis equal
%hold on

```



```
clear all
```

```

clc

[theta,phi]=meshgrid(0.01:pi/90:pi,0:pi/90:2*pi);

%kh=0.50*pi;
L=20;
a=0.935*acos(1-0.371/L);
% xU=[];
% yU=[];
costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))/(1-costh1);
f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))/(1-costh2);
Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).(f1+f2)-sin(theta).*cos(a).(f1-
f2);
Nphi=-sin(phi).*sin(a).(f1+f2);
% zU=[];
% uU=[];

%for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    U=(abs(Nth)).^2+(abs(Nphi)).^2;
    % xU1=U*sin(theta);
    % yU1=U*cos(theta);
    % zU1=0;
    % xU=[xU,xU1];
    % yU=[yU,yU1];
    % zU=[zU,zU1];
    % uU=[uU,U];
    Umax=max(max(U));
    U=U/Umax;

%end

X=U.*sin(theta).*cos(phi);
Y=U.*sin(theta).*sin(phi);
Z=U.*cos(theta);

% Umax=max(uU);
% UU1=10*log10(uU/Umax);
%
% for jj=1:length(UU1)
%     if (UU1(jj)<-12)
%         UU1(jj)=-12;
%     end
% end
%
% UU=1+UU1/12;
%
%
% jj=0;
% for theta=0.01:0.001:pi-0.01
%     jj=jj+1;
%     % U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
%     % U2=sin(theta);
%     % U=(U1/U2)^2;
%     xU1=UU(jj)*sin(theta);
%     yU1=UU(jj)*cos(theta);
%     zU1=0;
%     xU=[xU,xU1];

```

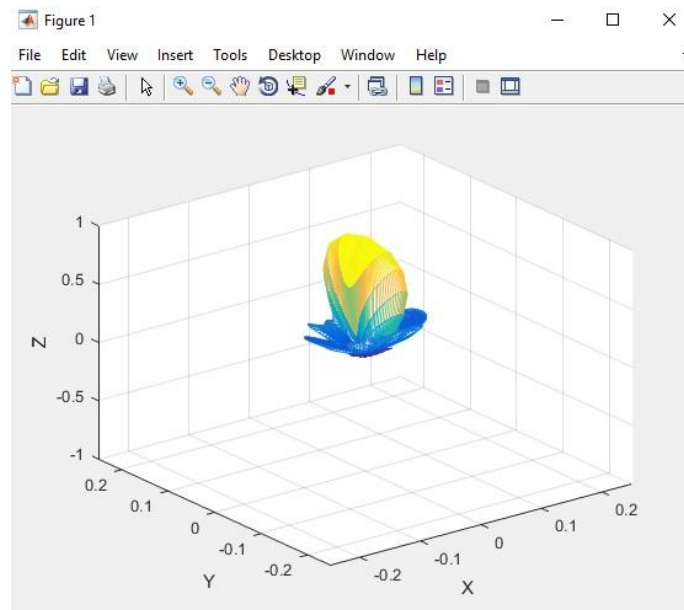
```

%      yU=[yU,yU1];
%      zU=[zU,zU1];
% %      uU=[uU,U];
%
% end
%
%
%
% phi=0:0.001:2*pi;
% xC1=cos(phi);
% yC1=sin(phi);
% zC1=0*phi;
%
% xC2=(3/4)*cos(phi);
% yC2=(3/4)*sin(phi);
% zC2=0*phi;
%
% xC3=(1/2)*cos(phi);
% yC3=(1/2)*sin(phi);
% zC3=0*phi;
%
% xC4=(1/4)*cos(phi);
% yC4=(1/4)*sin(phi);
% zC4=0*phi;
%
%
% xL1=[-1.1,1.1];
% yL1=[0,0];
%
%
%
%
% plot3(xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(-xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(xC1,yC1,zC1,':')
% plot3(xC2,yC2,zC2,':')
% plot3(xC3,yC3,zC3,':')
% plot3(xC4,yC4,zC4,':')
% view(2)
% line(xL1,yL1)
% line(yL1,xL1)
%
% text(0.05,1.05,'0^o')
% text(1.05,0.05,'90^o')
% text(-1.15,0.05,'90^o')
% text(0.05,-1.05,'180^o')
%
% text(0.75,0.05,'-3')
% text(0.50,0.05,'-6')
% text(0.25,0.05,'-9')
%
% text(0.80,-0.05,'dB')
mesh(X,Y,Z)
axis([-0.25,0.25,-0.25,0.25,-1.0,1.0])
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')

```



```
%axis equal
%hold on
```



```
clear all
clc

L=20;
a=0.8*acos(1-0.371/L);
xU=[];
yU=[];
zU=[];
uU=[];
phi=0;

for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))./(1-costh1);
    f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))./(1-costh2);
    Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).*(f1+f2)-
    sin(theta).*cos(a).*(f1-f2);
    Nphi=-sin(phi).*sin(a).*(f1+f2);
    % zU=[];
    % uU=[];
    %for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    U=(abs(Nth)).^2+(abs(Nphi)).^2;
    % xU1=U*sin(theta);
    % yU1=U*cos(theta);
    % zU1=0;
    % xU=[xU,xU1];
    % yU=[yU,yU1];
    % zU=[zU,zU1];
    uU=[uU,U];

end
```

```

Umax=max(uU);
UU1=10*log10(uU/Umax);

for jj=1:length(UU1)
    if (UU1(jj)<-12)
        UU1(jj)=-12;
    end
end

UU=1+UU1/12;

jj=0;
for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    jj=jj+1;
    % U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
    % U2=sin(theta);
    % U=(U1/U2)^2;
    xU1=UU(jj)*sin(theta);
    yU1=UU(jj)*cos(theta);
    zU1=0;
    xU=[xU,xU1];
    yU=[yU,yU1];
    zU=[zU,zU1];
    % uU=[uU,U];

end

phi=0:0.001:2*pi;
xC1=cos(phi);
yC1=sin(phi);
zC1=0*phi;

xC2=(3/4)*cos(phi);
yC2=(3/4)*sin(phi);
zC2=0*phi;

xC3=(1/2)*cos(phi);
yC3=(1/2)*sin(phi);
zC3=0*phi;

xC4=(1/4)*cos(phi);
yC4=(1/4)*sin(phi);
zC4=0*phi;

xL1=[-1.1,1.1];
yL1=[0,0];

xL2=[-1,1]/sqrt(2);
yL2=[-1,1]/sqrt(2);

xL3=[-1,1]/sqrt(2);
yL3=[1,-1]/sqrt(2);

```

```

plot3(xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(-xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(xC1,yC1,zC1,':')
plot3(xC2,yC2,zC2,':')
plot3(xC3,yC3,zC3,':')
plot3(xC4,yC4,zC4,':')
view(2)
line(xL1,yL1)
line(yL1,xL1)
line(xL2,yL2)
line(xL3,yL3)

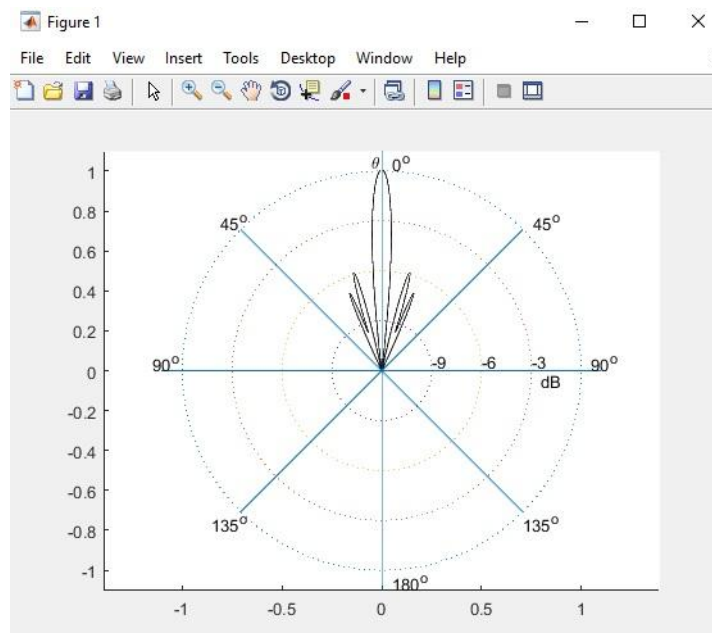
text(0.05,1.05,'0^o')
text(1.05,0.05,'90^o')
text(-1.15,0.05,'90^o')
text(0.05,-1.05,'180^o')
text(1/sqrt(2)+0.05,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(-1/sqrt(2)-0.1,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(1/sqrt(2)+0.0,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-1/sqrt(2)-0.15,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-0.05,1.05,'\theta')

text(0.75,0.05,'-3')
text(0.50,0.05,'-6')
text(0.25,0.05,'-9')

text(0.80,-0.05,'dB')

axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1])
axis equal
%hold on

```



➤ Κεραία Οδεύοντος Κύματος

```
function apot=CEuler
```

```
y1=0.01:0.0001:1;  
y2=1:0.001:10000;
```

```
int1=(1-cos(y1))./y1;  
apot1=sum(int1)*0.0001;  
int2=cos(y2)./y2;  
apot2=sum(int2)*0.001;
```

```
apot=apot1-apot2;
```

```
CEuler
```

```
ans =
```

```
0.5770
```

```
-----  
function apot=Ci(x)
```

```
y=x:0.001:1000;
```

```
f=-cos(y)./y;
```

```
apot=sum(f)*0.001;
```

```
-----  
clear all
```

```
clc
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%zeta=377;
```

```
%coef=zeta/(4*pi);
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
xvec=[];
```

```
yvec=[];
```

```
%yvec1=[];
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
for L=1:0.1:20;
```

```
    xvec=[xvec,L];
```

```
    th0=acos(1-0.371/L);
```

```

Ar1=sin(pi*L*(1-cos(th0)))*cot(th0/2);
Ar=2*(Ar1^2);
Pa=1.415+log(2*L);
Pa=Pa-Ci(4*pi*L);
Pa=Pa+sin(4*pi*L)/(4*pi*L);
D=Ar/Pa;
DdB=10*log10(D);

yvec=[yvec,DdB];
%yvec1=[yvec1,termm];

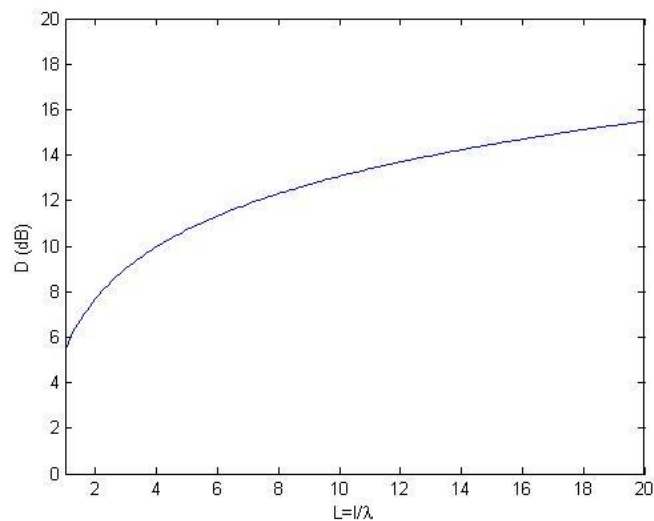
```

end

```

plot(xvec,yvec,'-')
% hold on
% plot(xvec,yvec1,'-')
axis([1,20,0,20])
xlabel('L=l/\lambda')
ylabel('D (dB)')
%legend('R_{max}=R_{rad}','R_{in}')

```



```

clear all
clc
L=1;
xU=[];
yU=[];
zU=[];
uU=[];

for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    U1=sin(pi*L*(1-cos(theta)));
    U2=cot(theta/2);
    U=(U1*U2)^2;
    % xU1=U*sin(theta);
    % yU1=U*cos(theta);
    % zU1=0;

```

```

%     xU=[xU,xU1];
%     yU=[yU,yU1];
%     zU=[zU,zU1];
    uU=[uU,U];

end

Umax=max(uU);
UU1=10*log10(uU/Umax);

for jj=1:length(UU1)
    if (UU1(jj)<-12)
        UU1(jj)=-12;
    end
end

UU=1+UU1/12;

jj=0;
for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    jj=jj+1;
%     U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
%     U2=sin(theta);
%     U=(U1/U2)^2;
    xU1=UU(jj)*sin(theta);
    yU1=UU(jj)*cos(theta);
    zU1=0;
    xU=[xU,xU1];
    yU=[yU,yU1];
    zU=[zU,zU1];
%     uU=[uU,U];

end

phi=0:0.001:2*pi;
xC1=cos(phi);
yC1=sin(phi);
zC1=0*phi;

xC2=(3/4)*cos(phi);
yC2=(3/4)*sin(phi);
zC2=0*phi;

xC3=(1/2)*cos(phi);
yC3=(1/2)*sin(phi);
zC3=0*phi;

xC4=(1/4)*cos(phi);
yC4=(1/4)*sin(phi);
zC4=0*phi;

xL1=[-1.1,1.1];
yL1=[0,0];

```

```

xL2=[-1,1]/sqrt(2);
yL2=[-1,1]/sqrt(2);

xL3=[-1,1]/sqrt(2);
yL3=[1,-1]/sqrt(2);

plot3(xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(-xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(xC1,yC1,zC1,':')
plot3(xC2,yC2,zC2,':')
plot3(xC3,yC3,zC3,':')
plot3(xC4,yC4,zC4,':')
view(2)
line(xL1,yL1)
line(yL1,xL1)
line(xL2,yL2)
line(xL3,yL3)

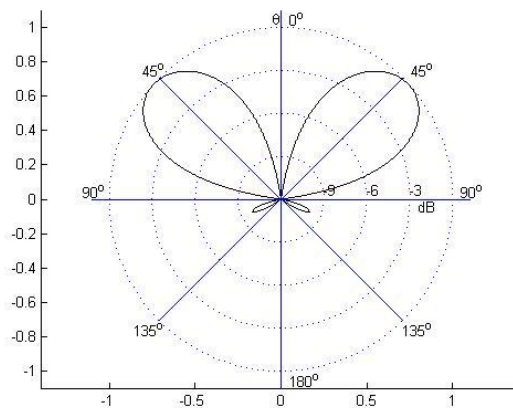
text(0.05,1.05,'0^o')
text(1.05,0.05,'90^o')
text(-1.15,0.05,'90^o')
text(0.05,-1.05,'180^o')
text(1/sqrt(2)+0.05,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(-1/sqrt(2)-0.1,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(1/sqrt(2)+0.0,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-1/sqrt(2)-0.15,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-0.05,1.05,'\theta')

text(0.75,0.05,'-3')
text(0.50,0.05,'-6')
text(0.25,0.05,'-9')

text(0.80,-0.05,'dB')

axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1])
axis equal
%hold on

```



```
clear all
```

```

clc
[theta,phi]=meshgrid(0.01:pi/90:pi,0:pi/90:2*pi);

%kh=0.50*pi;
L=1;
% xU=[];
% yU=[];
% zU=[];
% uU=[];

%for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    U1=sin(pi*L*(1-cos(theta)));
    U2=cot(theta/2);
    U=(U1.*U2).^2;
%    xU1=U*sin(theta);
%    yU1=U*cos(theta);
%    zU1=0;
%    xU=[xU,xU1];
%    yU=[yU,yU1];
%    zU=[zU,zU1];
%    uU=[uU,U];
Umax=max(max(U))
U=U/Umax;

%end

X=U.*sin(theta).*cos(phi);
Y=U.*sin(theta).*sin(phi);
Z=U.*cos(theta);

% Umax=max(uU);
% UU1=10*log10(uU/Umax);
%
% for jj=1:length(UU1)
%     if (UU1(jj)<-12)
%         UU1(jj)=-12;
%     end
% end
%
% UU=1+UU1/12;
%
%
% jj=0;
% for theta=0.01:0.001:pi-0.01
%     jj=jj+1;
%     U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
%     U2=sin(theta);
%     U=(U1/U2)^2;
%     xU1=UU(jj)*sin(theta);
%     yU1=UU(jj)*cos(theta);
%     zU1=0;
%     xU=[xU,xU1];
%     yU=[yU,yU1];
%     zU=[zU,zU1];
%     uU=[uU,U];
% end
%
%
%

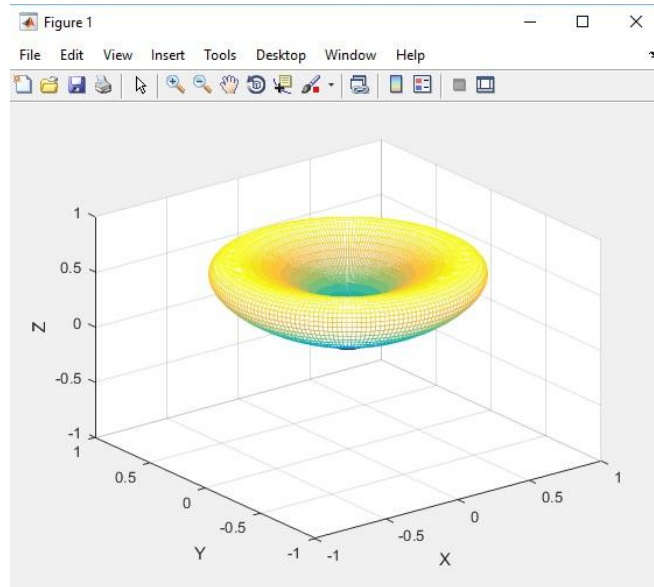
```



```

%
% phi=0:0.001:2*pi;
% xC1=cos(phi);
% yC1=sin(phi);
% zC1=0*phi;
%
% xC2=(3/4)*cos(phi);
% yC2=(3/4)*sin(phi);
% zC2=0*phi;
%
% xC3=(1/2)*cos(phi);
% yC3=(1/2)*sin(phi);
% zC3=0*phi;
%
% xC4=(1/4)*cos(phi);
% yC4=(1/4)*sin(phi);
% zC4=0*phi;
%
%
% xL1=[-1.1,1.1];
% yL1=[0,0];
%
%
%
%
%
% plot3(xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(-xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(xC1,yC1,zC1,':')
% plot3(xC2,yC2,zC2,':')
% plot3(xC3,yC3,zC3,':')
% plot3(xC4,yC4,zC4,':')
% view(2)
% line(xL1,yL1)
% line(yL1,xL1)
%
% text(0.05,1.05,'0^o')
% text(1.05,0.05,'90^o')
% text(-1.15,0.05,'90^o')
% text(0.05,-1.05,'180^o')
%
% text(0.75,0.05,'-3')
% text(0.50,0.05,'-6')
% text(0.25,0.05,'-9')
%
% text(0.80,-0.05,'dB')
mesh(X,Y,Z)
axis([-1.0,1.0,-1.0,1.0,-1.0,1.0])
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
%axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc
[theta,phi]=meshgrid(0.01:pi/90:pi,0:pi/90:2*pi);

%kh=0.50*pi;
L=1;
% xU=[];
% yU=[];
% zU=[];
% uU=[];

%for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    U1=sin(pi*L*(1-cos(theta)));
    U2=cot(theta/2);
    U=(U1.*U2).^2;
%    xU1=U*sin(theta);
%    yU1=U*cos(theta);
%    zU1=0;
%    xU=[xU,xU1];
%    yU=[yU,yU1];
%    zU=[zU,zU1];
%    uU=[uU,U];
Umax=max(max(U))
U=U/Umax;

%end

X=U.*sin(theta).*cos(phi);
Y=U.*sin(theta).*sin(phi);
Z=U.*cos(theta);

% Umax=max(uU);
% UU1=10*log10(uU/Umax);
%
% for jj=1:length(UU1)
%     if (UU1(jj)<-12)
%         UU1(jj)=-12;
%     end

```

```

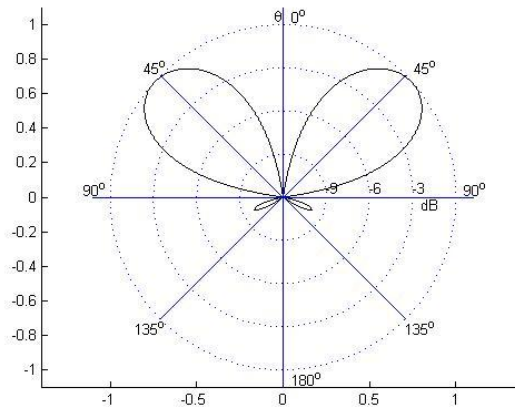
% end
%
% UU=1+UU1/12;
%
%
% jj=0;
% for theta=0.01:0.001:pi-0.01
%     jj=jj+1;
%     %     U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
%     %     U2=sin(theta);
%     %     U=(U1/U2)^2;
%     xU1=UU(jj)*sin(theta);
%     yU1=UU(jj)*cos(theta);
%     zU1=0;
%     xU=[xU,xU1];
%     yU=[yU,yU1];
%     zU=[zU,zU1];
%     %     uU=[uU,U];
%
% end
%
%
%
% phi=0:0.001:2*pi;
% xC1=cos(phi);
% yC1=sin(phi);
% zC1=0*phi;
%
% xC2=(3/4)*cos(phi);
% yC2=(3/4)*sin(phi);
% zC2=0*phi;
%
% xC3=(1/2)*cos(phi);
% yC3=(1/2)*sin(phi);
% zC3=0*phi;
%
% xC4=(1/4)*cos(phi);
% yC4=(1/4)*sin(phi);
% zC4=0*phi;
%
%
% xL1=[-1.1,1.1];
% yL1=[0,0];
%
%
%
%
% plot3(xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(-xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(xC1,yC1,zC1,':')
% plot3(xC2,yC2,zC2,':')
% plot3(xC3,yC3,zC3,':')
% plot3(xC4,yC4,zC4,':')
% view(2)
% line(xL1,yL1)
% line(yL1,xL1)
%

```

```

% text(0.05,1.05,'0^o')
% text(1.05,0.05,'90^o')
% text(-1.15,0.05,'90^o')
% text(0.05,-1.05,'180^o')
%
% text(0.75,0.05,'-3')
% text(0.50,0.05,'-6')
% text(0.25,0.05,'-9')
%
% text(0.80,-0.05,'dB')
mesh(X,Y,Z)
axis([-1.0,1.0,-1.0,1.0,-1.0,1.0])
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
%axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc
[theta,phi]=meshgrid(0.01:pi/90:pi,0:pi/90:2*pi);

%kh=0.50*pi;
L=2;
% xU=[];
% yU=[];
% zU=[];
% uU=[];

%for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    U1=sin(pi*L*(1-cos(theta)));
    U2=cot(theta/2);
    U=(U1.*U2).^2;
%    xU1=U*sin(theta);
%    yU1=U*cos(theta);
%    zU1=0;
%    xU=[xU,xU1];
%    yU=[yU,yU1];
%    zU=[zU,zU1];
%    uU=[uU,U];
Umax=max(max(U))
U=U/Umax;

```

```

%end

X=U.*sin(theta).*cos(phi);
Y=U.*sin(theta).*sin(phi);
Z=U.*cos(theta);

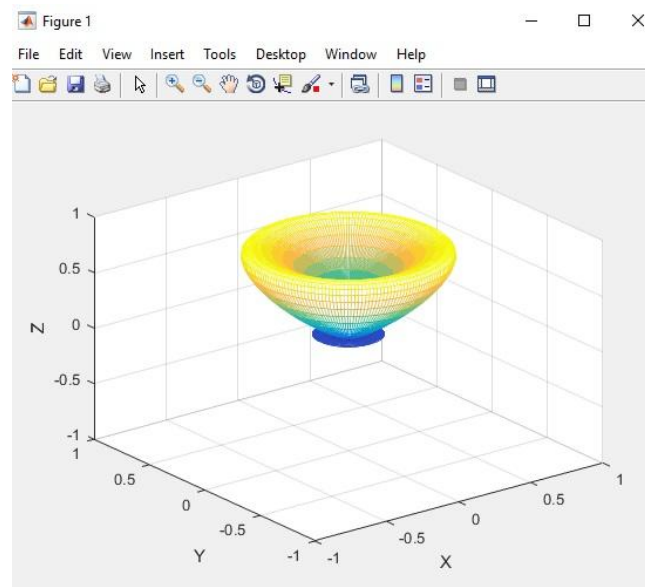
% Umax=max(uU);
% UU1=10*log10(uU/Umax);
%
% for jj=1:length(UU1)
%     if (UU1(jj)<-12)
%         UU1(jj)=-12;
%     end
% end
%
% UU=1+UU1/12;
%
%
% jj=0;
% for theta=0.01:0.001:pi-0.01
%     jj=jj+1;
%     %     U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
%     %     U2=sin(theta);
%     %     U=(U1/U2)^2;
%     xU1=UU(jj)*sin(theta);
%     yU1=UU(jj)*cos(theta);
%     zU1=0;
%     xU=[xU,xU1];
%     yU=[yU,yU1];
%     zU=[zU,zU1];
%     %     uU=[uU,U];
% end
%
%
%
%
% phi=0:0.001:2*pi;
% xC1=cos(phi);
% yC1=sin(phi);
% zC1=0*phi;
%
% xC2=(3/4)*cos(phi);
% yC2=(3/4)*sin(phi);
% zC2=0*phi;
%
% xC3=(1/2)*cos(phi);
% yC3=(1/2)*sin(phi);
% zC3=0*phi;
%
% xC4=(1/4)*cos(phi);
% yC4=(1/4)*sin(phi);
% zC4=0*phi;
%
%
% xL1=[-1.1,1.1];
% yL1=[0,0];
%
%
%
%

```

```

%
% plot3(xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(-xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(xC1,yC1,zC1,':')
% plot3(xC2,yC2,zC2,':')
% plot3(xC3,yC3,zC3,':')
% plot3(xC4,yC4,zC4,':')
% view(2)
% line(xL1,yL1)
% line(yL1,xL1)
%
% text(0.05,1.05,'0^o')
% text(1.05,0.05,'90^o')
% text(-1.15,0.05,'90^o')
% text(0.05,-1.05,'180^o')
%
% text(0.75,0.05,'-3')
% text(0.50,0.05,'-6')
% text(0.25,0.05,'-9')
%
% text(0.80,-0.05,'dB')
mesh(X,Y,Z)
axis([-1.0,1.0,-1.0,1.0,-1.0,1.0])
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
%axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc
L=5;
xU=[];
yU=[];
zU=[];

```

```

uU=[];

for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    U1=sin(pi*L*(1-cos(theta)));
    U2=cot(theta/2);
    U=(U1*U2)^2;
    %   xU1=U*sin(theta);
    %   yU1=U*cos(theta);
    %   zU1=0;
    %   xU=[xU,xU1];
    %   yU=[yU,yU1];
    %   zU=[zU,zU1];
    uU=[uU,U];

end

Umax=max(uU);
UU1=10*log10(uU/Umax);

for jj=1:length(UU1)
    if (UU1(jj)<-12)
        UU1(jj)=-12;
    end
end

UU=1+UU1/12;

jj=0;
for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    jj=jj+1;
    %   U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
    %   U2=sin(theta);
    %   U=(U1/U2)^2;
    xU1=UU(jj)*sin(theta);
    yU1=UU(jj)*cos(theta);
    zU1=0;
    xU=[xU,xU1];
    yU=[yU,yU1];
    zU=[zU,zU1];
    %   uU=[uU,U];

end

phi=0:0.001:2*pi;
xC1=cos(phi);
yC1=sin(phi);
zC1=0*phi;

xC2=(3/4)*cos(phi);
yC2=(3/4)*sin(phi);
zC2=0*phi;

xC3=(1/2)*cos(phi);
yC3=(1/2)*sin(phi);

```

```

zC3=0*phi;

xC4=(1/4)*cos(phi);
yC4=(1/4)*sin(phi);
zC4=0*phi;

xL1=[-1.1,1.1];
yL1=[0,0];

xL2=[-1,1]/sqrt(2);
yL2=[-1,1]/sqrt(2);

xL3=[-1,1]/sqrt(2);
yL3=[1,-1]/sqrt(2);

plot3(xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(-xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(xC1,yC1,zC1,':')
plot3(xC2,yC2,zC2,':')
plot3(xC3,yC3,zC3,':')
plot3(xC4,yC4,zC4,':')
view(2)
line(xL1,yL1)
line(yL1,xL1)
line(xL2,yL2)
line(xL3,yL3)

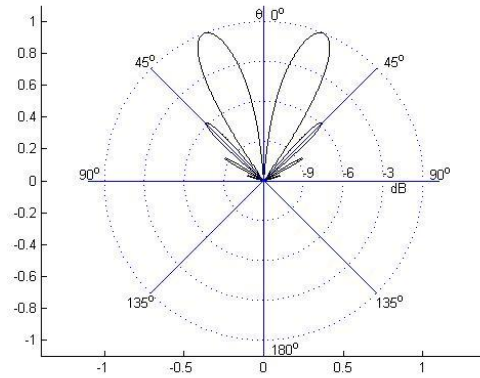
text(0.05,1.05,'0^o')
text(1.05,0.05,'90^o')
text(-1.15,0.05,'90^o')
text(0.05,-1.05,'180^o')
text(1/sqrt(2)+0.05,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(-1/sqrt(2)-0.1,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(1/sqrt(2)+0.0,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-1/sqrt(2)-0.15,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-0.05,1.05,'\theta')

text(0.75,0.05,'-3')
text(0.50,0.05,'-6')
text(0.25,0.05,'-9')

text(0.80,-0.05,'dB')

axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1])
axis equal
%hold on

```

```

clear all
clc

[theta,phi]=meshgrid(0.01:pi/90:pi,0:pi/90:2*pi);

%kh=0.50*pi;
L=5;
% xU=[];
% yU=[];
% zU=[];
% uU=[];

%for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    U1=sin(pi*L*(1-cos(theta)));
    U2=cot(theta/2);
    U=(U1.*U2).^2;
%    xU1=U*sin(theta);
%    yU1=U*cos(theta);
%    zU1=0;
%    xU=[xU,xU1];
%    yU=[yU,yU1];
%    zU=[zU,zU1];
%    uU=[uU,U];
Umax=max(max(U))
U=U/Umax;

%end

X=U.*sin(theta).*cos(phi);
Y=U.*sin(theta).*sin(phi);
Z=U.*cos(theta);

% Umax=max(uU);
% UU1=10*log10(uU/Umax);
%
% for jj=1:length(UU1)
%     if (UU1(jj)<-12)
%         UU1(jj)=-12;
%     end
% end
%
% UU=1+UU1/12;

```

```

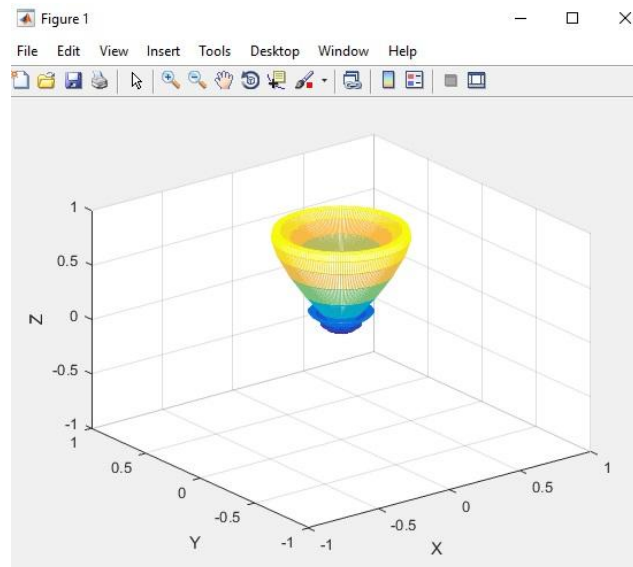
%
%
% jj=0;
% for theta=0.01:0.001:pi-0.01
%     jj=jj+1;
%     U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
%     U2=sin(theta);
%     U=(U1/U2)^2;
%     xU1=UU(jj)*sin(theta);
%     yU1=UU(jj)*cos(theta);
%     zU1=0;
%     xU=[xU,xU1];
%     yU=[yU,yU1];
%     zU=[zU,zU1];
%     uU=[uU,U];
%
% end
%
%
%
% phi=0:0.001:2*pi;
% xC1=cos(phi);
% yC1=sin(phi);
% zC1=0*phi;
%
% xC2=(3/4)*cos(phi);
% yC2=(3/4)*sin(phi);
% zC2=0*phi;
%
% xC3=(1/2)*cos(phi);
% yC3=(1/2)*sin(phi);
% zC3=0*phi;
%
% xC4=(1/4)*cos(phi);
% yC4=(1/4)*sin(phi);
% zC4=0*phi;
%
%
% xL1=[-1.1,1.1];
% yL1=[0,0];
%
%
%
%
% plot3(xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(-xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(xC1,yC1,zC1,':')
% plot3(xC2,yC2,zC2,':')
% plot3(xC3,yC3,zC3,':')
% plot3(xC4,yC4,zC4,':')
% view(2)
% line(xL1,yL1)
% line(yL1,xL1)
%
% text(0.05,1.05,'0^o')
% text(1.05,0.05,'90^o')
% text(-1.15,0.05,'90^o')

```

```

% text(0.05,-1.05,'180^o')
%
% text(0.75,0.05,'-3')
% text(0.50,0.05,'-6')
% text(0.25,0.05,'-9')
%
% text(0.80,-0.05,'dB')
mesh(X,Y,Z)
axis([-1.0,1.0,-1.0,1.0,-1.0,1.0])
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
%axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc
L=10;
xU=[];
yU=[];
zU=[];
uU=[];

for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    U1=sin(pi*L*(1-cos(theta)));
    U2=cot(theta/2);
    U=(U1*U2)^2;
    % xU1=U*sin(theta);
    % yU1=U*cos(theta);
    % zU1=0;
    % xU=[xU,xU1];
    % yU=[yU,yU1];
    % zU=[zU,zU1];
    uU=[uU,U];
end

Umax=max(uU);
UU1=10*log10(uU/Umax);

```

```

for jj=1:length(UU1)
    if (UU1(jj)<-12)
        UU1(jj)=-12;
    end
end

UU=1+UU1/12;

jj=0;
for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    jj=jj+1;
    % U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
    % U2=sin(theta);
    % U=(U1/U2)^2;
    xU1=UU(jj)*sin(theta);
    yU1=UU(jj)*cos(theta);
    zU1=0;
    xU=[xU,xU1];
    yU=[yU,yU1];
    zU=[zU,zU1];
    % uU=[uU,U];

end

```

```

phi=0:0.001:2*pi;
xC1=cos(phi);
yC1=sin(phi);
zC1=0*phi;

xC2=(3/4)*cos(phi);
yC2=(3/4)*sin(phi);
zC2=0*phi;

xC3=(1/2)*cos(phi);
yC3=(1/2)*sin(phi);
zC3=0*phi;

xC4=(1/4)*cos(phi);
yC4=(1/4)*sin(phi);
zC4=0*phi;

xL1=[-1.1,1.1];
yL1=[0,0];

xL2=[-1,1]/sqrt(2);
yL2=[-1,1]/sqrt(2);

xL3=[-1,1]/sqrt(2);
yL3=[1,-1]/sqrt(2);

plot3(xU,yU,zU,'k')
hold on

```

```

plot3(-xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(xC1,yC1,zC1,':')
plot3(xC2,yC2,zC2,':')
plot3(xC3,yC3,zC3,':')
plot3(xC4,yC4,zC4,':')
view(2)
line(xL1,yL1)
line(yL1,xL1)
line(xL2,yL2)
line(xL3,yL3)

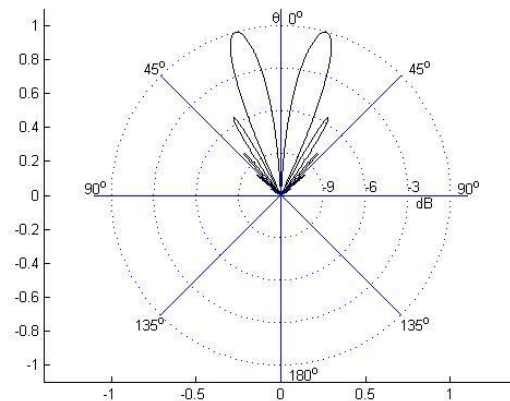
text(0.05,1.05,'0^o')
text(1.05,0.05,'90^o')
text(-1.15,0.05,'90^o')
text(0.05,-1.05,'180^o')
text(1/sqrt(2)+0.05,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(-1/sqrt(2)-0.1,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(1/sqrt(2)+0.0,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-1/sqrt(2)-0.15,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-0.05,1.05,'\theta')

text(0.75,0.05,'-3')
text(0.50,0.05,'-6')
text(0.25,0.05,'-9')

text(0.80,-0.05,'dB')

axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1])
axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc

[theta,phi]=meshgrid(0.01:pi/90:pi,0:pi/90:2*pi);

%kh=0.50*pi;
L=10;
% xU=[];

```

```

% yU=[];
% zU=[];
% uU=[];

%for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    U1=sin(pi*L*(1-cos(theta)));
    U2=cot(theta/2);
    U=(U1.*U2).^2;
%     xU1=U*sin(theta);
%     yU1=U*cos(theta);
%     zU1=0;
%     xU=[xU,xU1];
%     yU=[yU,yU1];
%     zU=[zU,zU1];
%     uU=[uU,U];
Umax=max(max(U))
U=U/Umax;

%end

X=U.*sin(theta).*cos(phi);
Y=U.*sin(theta).*sin(phi);
Z=U.*cos(theta);

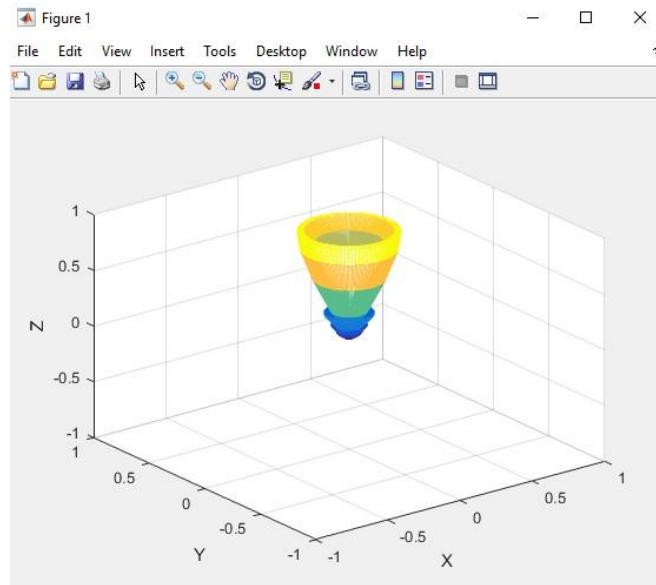
% Umax=max(uU);
% UU1=10*log10(uU/Umax);
%
% for jj=1:length(UU1)
%     if (UU1(jj)<-12)
%         UU1(jj)=-12;
%     end
% end
%
% UU=1+UU1/12;
%
%
%
% jj=0;
% for theta=0.01:0.001:pi-0.01
%     jj=jj+1;
%     U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
%     U2=sin(theta);
%     U=(U1/U2)^2;
%     xU1=UU(jj)*sin(theta);
%     yU1=UU(jj)*cos(theta);
%     zU1=0;
%     xU=[xU,xU1];
%     yU=[yU,yU1];
%     zU=[zU,zU1];
%     uU=[uU,U];
%
% end
%
%
%
% phi=0:0.001:2*pi;
% xC1=cos(phi);
% yC1=sin(phi);
% zC1=0*phi;
%

```

```

% xC2=(3/4)*cos(phi);
% yC2=(3/4)*sin(phi);
% zC2=0*phi;
%
% xC3=(1/2)*cos(phi);
% yC3=(1/2)*sin(phi);
% zC3=0*phi;
%
% xC4=(1/4)*cos(phi);
% yC4=(1/4)*sin(phi);
% zC4=0*phi;
%
%
% xL1=[-1.1,1.1];
% yL1=[0,0];
%
%
%
%
% plot3(xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(-xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(xC1,yC1,zC1,':')
% plot3(xC2,yC2,zC2,':')
% plot3(xC3,yC3,zC3,':')
% plot3(xC4,yC4,zC4,':')
% view(2)
% line(xL1,yL1)
% line(yL1,xL1)
%
% text(0.05,1.05,'0^o')
% text(1.05,0.05,'90^o')
% text(-1.15,0.05,'90^o')
% text(0.05,-1.05,'180^o')
%
% text(0.75,0.05,'-3')
% text(0.50,0.05,'-6')
% text(0.25,0.05,'-9')
%
% text(0.80,-0.05,'dB')
mesh(X,Y,Z)
axis([-1.0,1.0,-1.0,1.0,-1.0,1.0])
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
%axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc

L=15;
xU=[];
yU=[];
zU=[];
uU=[];

for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    U1=sin(pi*L*(1-cos(theta)));
    U2=cot(theta/2);
    U=(U1*U2)^2;
    % xU1=U*sin(theta);
    % yU1=U*cos(theta);
    % zU1=0;
    % xU=[xU,xU1];
    % yU=[yU,yU1];
    % zU=[zU,zU1];
    uU=[uU,U];

end

Umax=max(uU);
UU1=10*log10(uU/Umax);

for jj=1:length(UU1)
    if (UU1(jj)<-12)
        UU1(jj)=-12;
    end
end

UU=1+UU1/12;

jj=0;
for theta=0.01:0.001:pi-0.01

```



```

        jj=jj+1;
    %     U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
    %     U2=sin(theta);
    %     U=(U1/U2)^2;
    xU1=UU(jj)*sin(theta);
    yU1=UU(jj)*cos(theta);
    zU1=0;
    xU=[xU,xU1];
    yU=[yU,yU1];
    zU=[zU,zU1];
    %     uU=[uU,U];

end

```

```

phi=0:0.001:2*pi;
xC1=cos(phi);
yC1=sin(phi);
zC1=0*phi;

xC2=(3/4)*cos(phi);
yC2=(3/4)*sin(phi);
zC2=0*phi;

xC3=(1/2)*cos(phi);
yC3=(1/2)*sin(phi);
zC3=0*phi;

xC4=(1/4)*cos(phi);
yC4=(1/4)*sin(phi);
zC4=0*phi;

xL1=[-1.1,1.1];
yL1=[0,0];

xL2=[-1,1]/sqrt(2);
yL2=[-1,1]/sqrt(2);

xL3=[-1,1]/sqrt(2);
yL3=[1,-1]/sqrt(2);

plot3(xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(-xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(xC1,yC1,zC1,':')
plot3(xC2,yC2,zC2,':')
plot3(xC3,yC3,zC3,':')
plot3(xC4,yC4,zC4,':')
view(2)
line(xL1,yL1)
line(yL1,xL1)
line(xL2,yL2)
line(xL3,yL3)

```

```

text(0.05,1.05,'0^o')
text(1.05,0.05,'90^o')
text(-1.15,0.05,'90^o')
text(0.05,-1.05,'180^o')
text(1/sqrt(2)+0.05,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(-1/sqrt(2)-0.1,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(1/sqrt(2)+0.0,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-1/sqrt(2)-0.15,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-0.05,1.05,'\theta')

```

```

text(0.75,0.05,'-3')
text(0.50,0.05,'-6')
text(0.25,0.05,'-9')

```

```

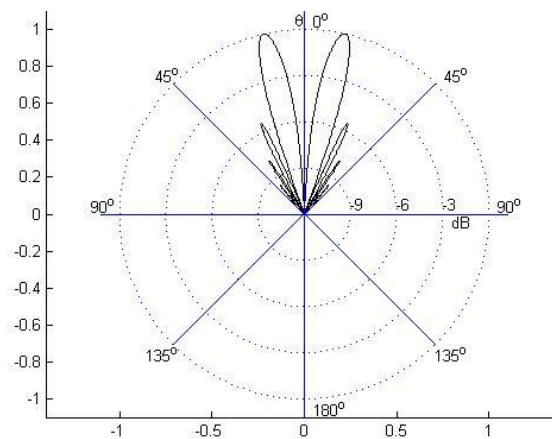
text(0.80,-0.05,'dB')

```

```

axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1])
axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc

```

```

[theta,phi]=meshgrid(0.01:pi/90:pi,0:pi/90:2*pi);

```

```

%kh=0.50*pi;

```

```

L=15;

```

```

% xU=[];

```

```

% yU=[];

```

```

% zU=[];

```

```

% uU=[];

```

```

%for theta=0.01:0.001:pi-0.01

```

```

    U1=sin(pi*L*(1-cos(theta)));

```

```

    U2=cot(theta/2);

```

```

    U=(U1.*U2).^2;

```

```

%   xU1=U*sin(theta);

```

```

%   yU1=U*cos(theta);

```

```

%   zU1=0;

```

```

%   xU=[xU,xU1];
%   yU=[yU,yU1];
%   zU=[zU,zU1];
%   uU=[uU,U];
Umax=max(max(U))
U=U/Umax;

%end

X=U.*sin(theta).*cos(phi);
Y=U.*sin(theta).*sin(phi);
Z=U.*cos(theta);

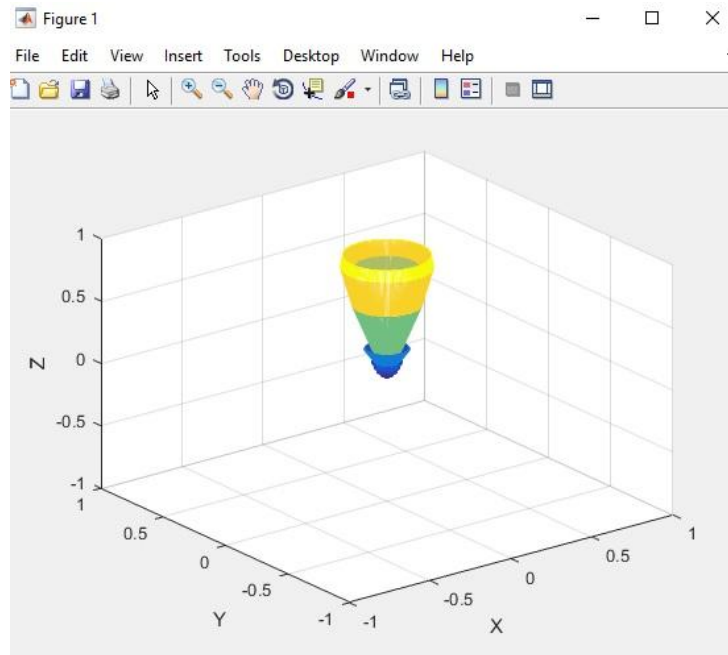
% Umax=max(uU);
% UU1=10*log10(uU/Umax);
%
% for jj=1:length(UU1)
%     if (UU1(jj)<-12)
%         UU1(jj)=-12;
%     end
% end
%
% UU=1+UU1/12;
%
%
% jj=0;
% for theta=0.01:0.001:pi-0.01
%     jj=jj+1;
%     %   U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
%     %   U2=sin(theta);
%     %   U=(U1/U2)^2;
%     xU1=UU(jj)*sin(theta);
%     yU1=UU(jj)*cos(theta);
%     zU1=0;
%     xU=[xU,xU1];
%     yU=[yU,yU1];
%     zU=[zU,zU1];
%     %   uU=[uU,U];
%
% end
%
%
%
% phi=0:0.001:2*pi;
% xC1=cos(phi);
% yC1=sin(phi);
% zC1=0*phi;
%
% xC2=(3/4)*cos(phi);
% yC2=(3/4)*sin(phi);
% zC2=0*phi;
%
% xC3=(1/2)*cos(phi);
% yC3=(1/2)*sin(phi);
% zC3=0*phi;
%
% xC4=(1/4)*cos(phi);
% yC4=(1/4)*sin(phi);
% zC4=0*phi;
%

```

```

%
% xL1=[-1.1,1.1];
% yL1=[0,0];
%
%
%
%
%
% plot3(xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(-xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(xC1,yC1,zC1,':')
% plot3(xC2,yC2,zC2,':')
% plot3(xC3,yC3,zC3,':')
% plot3(xC4,yC4,zC4,':')
% view(2)
% line(xL1,yL1)
% line(yL1,xL1)
%
% text(0.05,1.05,'0^o')
% text(1.05,0.05,'90^o')
% text(-1.15,0.05,'90^o')
% text(0.05,-1.05,'180^o')
%
% text(0.75,0.05,'-3')
% text(0.50,0.05,'-6')
% text(0.25,0.05,'-9')
%
% text(0.80,-0.05,'dB')
mesh(X,Y,Z)
axis([-1.0,1.0,-1.0,1.0,-1.0,1.0])
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
%axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc

xU=[];
yU=[];
zU=[];
uU=[];

for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    U1=sin(pi*L*(1-cos(theta)));
    U2=cot(theta/2);
    U=(U1*U2)^2;
    % xU1=U*sin(theta);
    % yU1=U*cos(theta);
    % zU1=0;
    % xU=[xU,xU1];
    % yU=[yU,yU1];
    % zU=[zU,zU1];
    uU=[uU,U];

end

Umax=max(uU);
UU1=10*log10(uU/Umax);

for jj=1:length(UU1)
    if (UU1(jj)<-12)
        UU1(jj)=-12;
    end
end

UU=1+UU1/12;

jj=0;
for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    jj=jj+1;

```

```

%     U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
%     U2=sin(theta);
%     U=(U1/U2)^2;
    xU1=UU(jj)*sin(theta);
    yU1=UU(jj)*cos(theta);
    zU1=0;
    xU=[xU,xU1];
    yU=[yU,yU1];
    zU=[zU,zU1];
%     uU=[uU,U];

```

```
end
```

```

phi=0:0.001:2*pi;
xC1=cos(phi);
yC1=sin(phi);
zC1=0*phi;

```

```

xC2=(3/4)*cos(phi);
yC2=(3/4)*sin(phi);
zC2=0*phi;

```

```

xC3=(1/2)*cos(phi);
yC3=(1/2)*sin(phi);
zC3=0*phi;

```

```

xC4=(1/4)*cos(phi);
yC4=(1/4)*sin(phi);
zC4=0*phi;

```

```

xL1=[-1.1,1.1];
yL1=[0,0];

```

```

xL2=[-1,1]/sqrt(2);
yL2=[-1,1]/sqrt(2);

```

```

xL3=[-1,1]/sqrt(2);
yL3=[1,-1]/sqrt(2);

```

```

plot3(xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(-xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(xC1,yC1,zC1,':')
plot3(xC2,yC2,zC2,':')
plot3(xC3,yC3,zC3,':')
plot3(xC4,yC4,zC4,':')
view(2)
line(xL1,yL1)
line(yL1,xL1)
line(xL2,yL2)
line(xL3,yL3)

```

```
text(0.05,1.05,'0^o')
```

```

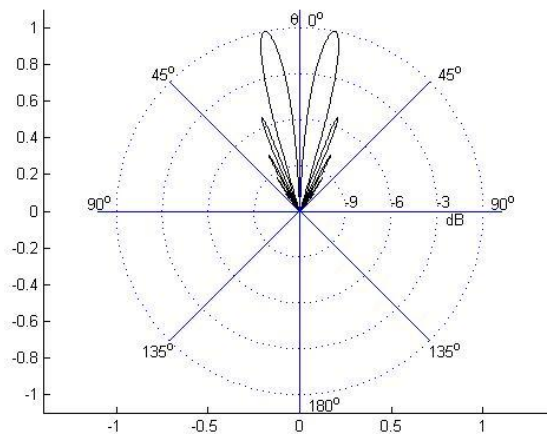
text(1.05,0.05,'90^o')
text(-1.15,0.05,'90^o')
text(0.05,-1.05,'180^o')
text(1/sqrt(2)+0.05,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(-1/sqrt(2)-0.1,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(1/sqrt(2)+0.0,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-1/sqrt(2)-0.15,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-0.05,1.05,'\theta')

text(0.75,0.05,'-3')
text(0.50,0.05,'-6')
text(0.25,0.05,'-9')

text(0.80,-0.05,'dB')

axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1])
axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc

[theta,phi]=meshgrid(0.01:pi/90:pi,0:pi/90:2*pi);

%kh=0.50*pi;
L=20;
% xU=[];
% yU=[];
% zU=[];
% uU=[];

%for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    U1=sin(pi*L*(1-cos(theta)));
    U2=cot(theta/2);
    U=(U1.*U2).^2;
%    xU1=U*sin(theta);
%    yU1=U*cos(theta);
%    zU1=0;
%    xU=[xU,xU1];

```

```

%   yU=[yU,yU1];
%   zU=[zU,zU1];
%   uU=[uU,U];
Umax=max(max(U))
U=U/Umax;

%end

X=U.*sin(theta).*cos(phi);
Y=U.*sin(theta).*sin(phi);
Z=U.*cos(theta);

% Umax=max(uU);
% UU1=10*log10(uU/Umax);
%
% for jj=1:length(UU1)
%     if (UU1(jj)<-12)
%         UU1(jj)=-12;
%     end
% end
%
% UU=1+UU1/12;
%
%
% jj=0;
% for theta=0.01:0.001:pi-0.01
%     jj=jj+1;
%     U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
%     U2=sin(theta);
%     U=(U1/U2)^2;
%     xU1=UU(jj)*sin(theta);
%     yU1=UU(jj)*cos(theta);
%     zU1=0;
%     xU=[xU,xU1];
%     yU=[yU,yU1];
%     zU=[zU,zU1];
%     uU=[uU,U];
%
% end
%
%
%
% phi=0:0.001:2*pi;
% xC1=cos(phi);
% yC1=sin(phi);
% zC1=0*phi;
%
% xC2=(3/4)*cos(phi);
% yC2=(3/4)*sin(phi);
% zC2=0*phi;
%
% xC3=(1/2)*cos(phi);
% yC3=(1/2)*sin(phi);
% zC3=0*phi;
%
% xC4=(1/4)*cos(phi);
% yC4=(1/4)*sin(phi);
% zC4=0*phi;
%
%
%

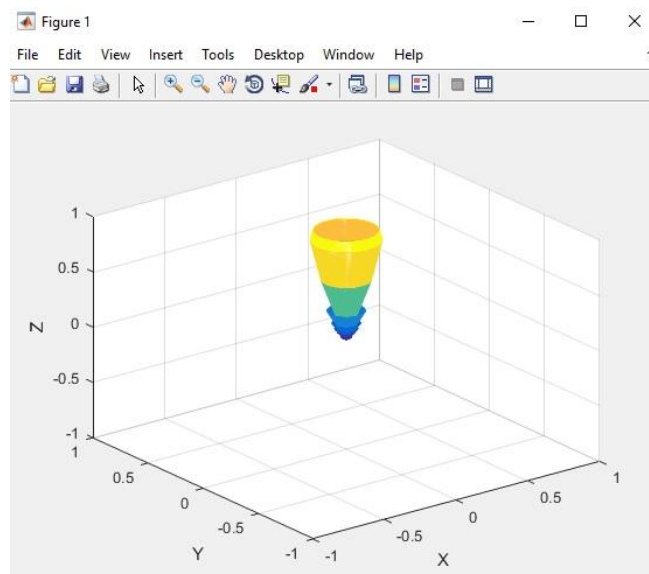
```



```

% xL1=[-1.1,1.1];
% yL1=[0,0];
%
%
%
%
% plot3(xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(-xU,yU,zU,'k')
% hold on
% plot3(xC1,yC1,zC1,':')
% plot3(xC2,yC2,zC2,':')
% plot3(xC3,yC3,zC3,':')
% plot3(xC4,yC4,zC4,':')
% view(2)
% line(xL1,yL1)
% line(yL1,xL1)
%
% text(0.05,1.05,'0^o')
% text(1.05,0.05,'90^o')
% text(-1.15,0.05,'90^o')
% text(0.05,-1.05,'180^o')
%
% text(0.75,0.05,'-3')
% text(0.50,0.05,'-6')
% text(0.25,0.05,'-9')
%
% text(0.80,-0.05,'dB')
mesh(X,Y,Z)
axis([-1.0,1.0,-1.0,1.0,-1.0,1.0])
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
%axis equal
%hold on

```



➤ Ρομβική Κεραία

```
clear all
clc
Delta=10*pi/180;
H=1/(4*sin(Delta));
a=Delta;
L=0.371/(1-cos(Delta)*cos(a));

xU=[];
yU=[];
zU=[];
uU=[];
phi=3*pi/2;

for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);

    f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))/(1-costh1);
    f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))/(1-costh2);
    ff1=f1*(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)));
    ff2=f2*(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)));

    Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).*(ff1+ff2)-
sin(theta).*cos(a).*(ff1-ff2);
    Nphi=-sin(phi).*sin(a).*(ff1+ff2);
% zU=[];
% uU=[];
%for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    U=(abs(Nth)).^2+(abs(Nphi)).^2;
    U=U.*4.*(sin(2*pi*H*sin(theta)).^2);
% xU1=U*sin(theta);
% yU1=U*cos(theta);
% zU1=0;
% xU=[xU,xU1];
% yU=[yU,yU1];
% zU=[zU,zU1];
    uU=[uU,U];

end

Umax=max(uU);
UU1=10*log10(uU/Umax);

for jj=1:length(UU1)
    if (UU1(jj)<-12)
        UU1(jj)=-12;
    end
end

UU=1+UU1/12;
```

```

jj=0;
for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    jj=jj+1;
    %    U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
    %    U2=sin(theta);
    %    U=(U1/U2)^2;
    xU1=UU(jj)*sin(theta);
    yU1=UU(jj)*cos(theta);
    zU1=0;
    xU=[xU,xU1];
    yU=[yU,yU1];
    zU=[zU,zU1];
    %    uU=[uU,U];

end

```

```

phi=0:0.001:2*pi;
xC1=cos(phi);
yC1=sin(phi);
zC1=0*phi;

xC2=(3/4)*cos(phi);
yC2=(3/4)*sin(phi);
zC2=0*phi;

xC3=(1/2)*cos(phi);
yC3=(1/2)*sin(phi);
zC3=0*phi;

xC4=(1/4)*cos(phi);
yC4=(1/4)*sin(phi);
zC4=0*phi;

xL1=[-1.1,1.1];
yL1=[0,0];

xL2=[-1,1]/sqrt(2);
yL2=[-1,1]/sqrt(2);

xL3=[-1,1]/sqrt(2);
yL3=[1,-1]/sqrt(2);

plot3(xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(-xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(xC1,yC1,zC1,':')
plot3(xC2,yC2,zC2,':')
plot3(xC3,yC3,zC3,':')
plot3(xC4,yC4,zC4,':')
view(2)
line(xL1,yL1)
line(yL1,xL1)

```

```

line(xL2,yL2)
line(xL3,yL3)

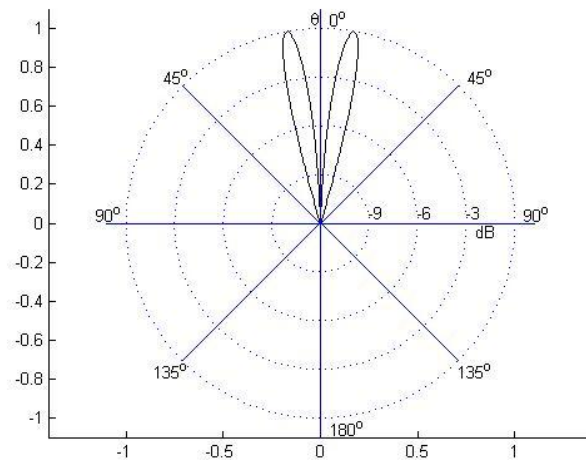
text(0.05,1.05,'0^o')
text(1.05,0.05,'90^o')
text(-1.15,0.05,'90^o')
text(0.05,-1.05,'180^o')
text(1/sqrt(2)+0.05,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(-1/sqrt(2)-0.1,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(1/sqrt(2)+0.0,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-1/sqrt(2)-0.15,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-0.05,1.05,'\theta')

text(0.75,0.05,'-3')
text(0.50,0.05,'-6')
text(0.25,0.05,'-9')

text(0.80,-0.05,'dB')

axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1])
axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc

Delta=15*pi/180;
H=1/(4*sin(Delta));
a=Delta;
L=0.371/(1-cos(Delta)*cos(a));

xU=[];
yU=[];
zU=[];
uU=[];
phi=3*pi/2;

```

```

for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);

    f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))./(1-costh1);
    f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))./(1-costh2);
    ff1=f1*(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)));
    ff2=f2*(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)));

    Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).*(ff1+ff2)-
sin(theta).*cos(a).*(ff1-ff2);
    Nphi=-sin(phi).*sin(a).*(ff1+ff2);
% zU=[];
% uU=[];
%for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    U=(abs(Nth)).^2+(abs(Nphi)).^2;
    U=U.*4.*(sin(2*pi*H*sin(theta)).^2);
% xU1=U*sin(theta);
% yU1=U*cos(theta);
% zU1=0;
% xU=[xU,xU1];
% yU=[yU,yU1];
% zU=[zU,zU1];
    uU=[uU,U];

end

Umax=max(uU);
UU1=10*log10(uU/Umax);

for jj=1:length(UU1)
    if (UU1(jj)<-12)
        UU1(jj)=-12;
    end
end
UU=1+UU1/12;

jj=0;
for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    jj=jj+1;
% U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
% U2=sin(theta);
% U=(U1/U2)^2;
    xU1=UU(jj)*sin(theta);
    yU1=UU(jj)*cos(theta);
    zU1=0;
    xU=[xU,xU1];
    yU=[yU,yU1];
    zU=[zU,zU1];
% uU=[uU,U];

end

```

```

phi=0:0.001:2*pi;
xC1=cos(phi);
yC1=sin(phi);
zC1=0*phi;

xC2=(3/4)*cos(phi);
yC2=(3/4)*sin(phi);
zC2=0*phi;

xC3=(1/2)*cos(phi);
yC3=(1/2)*sin(phi);
zC3=0*phi;

xC4=(1/4)*cos(phi);
yC4=(1/4)*sin(phi);
zC4=0*phi;

xL1=[-1.1,1.1];
yL1=[0,0];

xL2=[-1,1]/sqrt(2);
yL2=[-1,1]/sqrt(2);

xL3=[-1,1]/sqrt(2);
yL3=[1,-1]/sqrt(2);

plot3(xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(-xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(xC1,yC1,zC1,':')
plot3(xC2,yC2,zC2,':')
plot3(xC3,yC3,zC3,':')
plot3(xC4,yC4,zC4,':')
view(2)
line(xL1,yL1)
line(yL1,xL1)
line(xL2,yL2)
line(xL3,yL3)

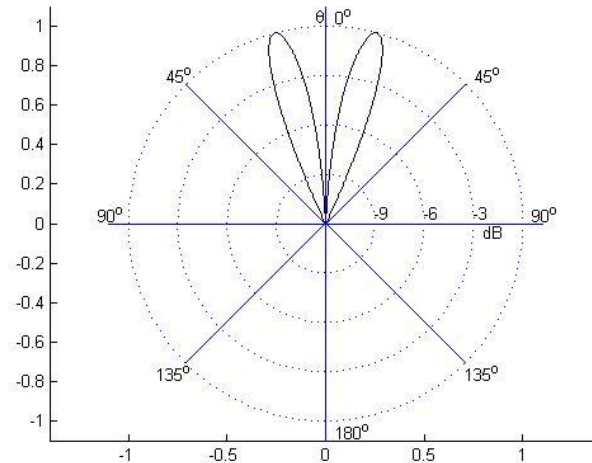
text(0.05,1.05,'0^o')
text(1.05,0.05,'90^o')
text(-1.15,0.05,'90^o')
text(0.05,-1.05,'180^o')
text(1/sqrt(2)+0.05,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(-1/sqrt(2)-0.1,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(1/sqrt(2)+0.0,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-1/sqrt(2)-0.15,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-0.05,1.05,'\theta')

text(0.75,0.05,'-3')
text(0.50,0.05,'-6')
text(0.25,0.05,'-9')

text(0.80,-0.05,'dB')

```

```
axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1])
axis equal
%hold on
```



```
clear all
clc
Delta=20*pi/180;
H=1/(4*sin(Delta));
a=Delta;
L=0.371/(1-cos(Delta)*cos(a));

xU=[];
yU=[];
zU=[];
uU=[];
phi=3*pi/2;

for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);

    f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))./(1-costh1);
    f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))./(1-costh2);
    ff1=f1*(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)));
    ff2=f2*(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)));

    Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).(ff1+ff2)-
    sin(theta).*cos(a).(ff1-ff2);
    Nphi=-sin(phi).*sin(a).(ff1+ff2);
    % zU=[];
    % uU=[];
    %for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    U=(abs(Nth)).^2+(abs(Nphi)).^2;
    U=U.*4.*(sin(2*pi*H*sin(theta)).^2);
```

```

%     xU1=U*sin(theta);
%     yU1=U*cos(theta);
%     zU1=0;
%     xU=[xU,xU1];
%     yU=[yU,yU1];
%     zU=[zU,zU1];
    uU=[uU,U];

end

Umax=max(uU);
UU1=10*log10(uU/Umax);

for jj=1:length(UU1)
    if (UU1(jj)<-12)
        UU1(jj)=-12;
    end
end

UU=1+UU1/12;

jj=0;
for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    jj=jj+1;
%     U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
%     U2=sin(theta);
%     U=(U1/U2)^2;
    xU1=UU(jj)*sin(theta);
    yU1=UU(jj)*cos(theta);
    zU1=0;
    xU=[xU,xU1];
    yU=[yU,yU1];
    zU=[zU,zU1];
%     uU=[uU,U];

end

phi=0:0.001:2*pi;
xC1=cos(phi);
yC1=sin(phi);
zC1=0*phi;

xC2=(3/4)*cos(phi);
yC2=(3/4)*sin(phi);
zC2=0*phi;

xC3=(1/2)*cos(phi);
yC3=(1/2)*sin(phi);
zC3=0*phi;

xC4=(1/4)*cos(phi);
yC4=(1/4)*sin(phi);
zC4=0*phi;

```



```

xL1=[-1.1,1.1];
yL1=[0,0];

xL2=[-1,1]/sqrt(2);
yL2=[-1,1]/sqrt(2);

xL3=[-1,1]/sqrt(2);
yL3=[1,-1]/sqrt(2);

plot3(xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(-xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(xC1,yC1,zC1,':')
plot3(xC2,yC2,zC2,':')
plot3(xC3,yC3,zC3,':')
plot3(xC4,yC4,zC4,':')
view(2)
line(xL1,yL1)
line(yL1,xL1)
line(xL2,yL2)
line(xL3,yL3)

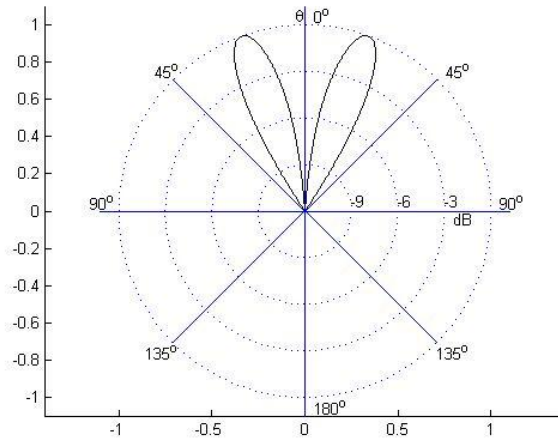
text(0.05,1.05,'0^o')
text(1.05,0.05,'90^o')
text(-1.15,0.05,'90^o')
text(0.05,-1.05,'180^o')
text(1/sqrt(2)+0.05,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(-1/sqrt(2)-0.1,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(1/sqrt(2)+0.0,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-1/sqrt(2)-0.15,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-0.05,1.05,'\theta')

text(0.75,0.05,'-3')
text(0.50,0.05,'-6')
text(0.25,0.05,'-9')

text(0.80,-0.05,'dB')

axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1])
axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc
Delta=25*pi/180;
H=1/(4*sin(Delta));
a=Delta;
L=0.371/(1-cos(Delta)*cos(a));

xU=[];
yU=[];
zU=[];
uU=[];
phi=3*pi/2;

for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);

    f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))/(1-costh1);
    f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))/(1-costh2);
    ff1=f1*(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)));
    ff2=f2*(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)));

    Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).*(ff1+ff2)-
    sin(theta).*cos(a).*(ff1-ff2);
    Nphi=-sin(phi).*sin(a).*(ff1+ff2);
    % zU=[];
    % uU=[];
    %for theta=0.01:0.001:pi-0.01

        U=(abs(Nth)).^2+(abs(Nphi)).^2;
        U=U.*4.*(sin(2*pi*H*sin(theta)).^2);
        % xU1=U*sin(theta);
        % yU1=U*cos(theta);
        % zU1=0;
        % xU=[xU,xU1];
        % yU=[yU,yU1];
        % zU=[zU,zU1];
        uU=[uU,U];

end

```

```

Umax=max(uU);
UU1=10*log10(uU/Umax);

for jj=1:length(UU1)
    if (UU1(jj)<-12)
        UU1(jj)=-12;
    end
end

UU=1+UU1/12;

jj=0;
for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    jj=jj+1;
    % U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
    % U2=sin(theta);
    % U=(U1/U2)^2;
    xU1=UU(jj)*sin(theta);
    yU1=UU(jj)*cos(theta);
    zU1=0;
    xU=[xU,xU1];
    yU=[yU,yU1];
    zU=[zU,zU1];
    % uU=[uU,U];

end

phi=0:0.001:2*pi;
xC1=cos(phi);
yC1=sin(phi);
zC1=0*phi;

xC2=(3/4)*cos(phi);
yC2=(3/4)*sin(phi);
zC2=0*phi;

xC3=(1/2)*cos(phi);
yC3=(1/2)*sin(phi);
zC3=0*phi;

xC4=(1/4)*cos(phi);
yC4=(1/4)*sin(phi);
zC4=0*phi;

xL1=[-1.1,1.1];
yL1=[0,0];

xL2=[-1,1]/sqrt(2);
yL2=[-1,1]/sqrt(2);

xL3=[-1,1]/sqrt(2);
yL3=[1,-1]/sqrt(2);

```

```

plot3(xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(-xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(xC1,yC1,zC1,':')
plot3(xC2,yC2,zC2,':')
plot3(xC3,yC3,zC3,':')
plot3(xC4,yC4,zC4,':')
view(2)
line(xL1,yL1)
line(yL1,xL1)
line(xL2,yL2)
line(xL3,yL3)

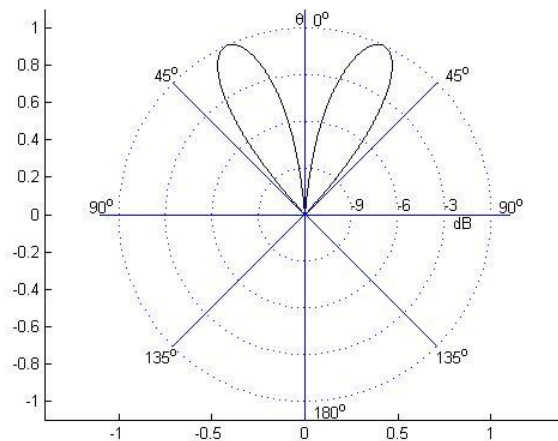
text(0.05,1.05,'0^o')
text(1.05,0.05,'90^o')
text(-1.15,0.05,'90^o')
text(0.05,-1.05,'180^o')
text(1/sqrt(2)+0.05,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(-1/sqrt(2)-0.1,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(1/sqrt(2)+0.0,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-1/sqrt(2)-0.15,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-0.05,1.05,'\theta')

text(0.75,0.05,'-3')
text(0.50,0.05,'-6')
text(0.25,0.05,'-9')

text(0.80,-0.05,'dB')

axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1])
axis equal
%hold on

```



```

clear all
clc
Delta=30*pi/180;

```

```

H=1/(4*sin(Delta));
a=Delta;
L=0.371/(1-cos(Delta)*cos(a));

xU=[];
yU=[];
zU=[];
uU=[];
phi=3*pi/2;

for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    costh1=cos(theta)*cos(a)+sin(theta).*sin(a).*cos(phi);
    costh2=cos(theta)*cos(a)-sin(theta).*sin(a).*cos(phi);

    f1=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)))/(1-costh1);
    f2=(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)))/(1-costh2);
    ff1=f1*(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh2)));
    ff2=f2*(1-exp(-j*2*pi*L*(1-costh1)));

    Nth=cos(theta).*cos(phi).*sin(a).(ff1+ff2)-
sin(theta).*cos(a).(ff1-ff2);
    Nphi=-sin(phi).*sin(a).(ff1+ff2);
% zU=[];
% uU=[];
%for theta=0.01:0.001:pi-0.01

    U=(abs(Nth)).^2+(abs(Nphi)).^2;
    U=U.*4.*(sin(2*pi*H*sin(theta)).^2);
% xU1=U*sin(theta);
% yU1=U*cos(theta);
% zU1=0;
% xU=[xU,xU1];
% yU=[yU,yU1];
% zU=[zU,zU1];
    uU=[uU,U];

end

Umax=max(uU);
UU1=10*log10(uU/Umax);

for jj=1:length(UU1)
    if (UU1(jj)<-12)
        UU1(jj)=-12;
    end
end

UU=1+UU1/12;

jj=0;
for theta=0.01:0.001:pi-0.01
    jj=jj+1;
% U1=cos(kh*cos(theta))-cos(kh);
% U2=sin(theta);
% U=(U1/U2)^2;
    xU1=UU(jj)*sin(theta);
    yU1=UU(jj)*cos(theta);

```

```

    zU1=0;
    xU=[xU,xU1];
    yU=[yU,yU1];
    zU=[zU,zU1];
%    uU=[uU,U];

end

phi=0:0.001:2*pi;
xC1=cos(phi);
yC1=sin(phi);
zC1=0*phi;

xC2=(3/4)*cos(phi);
yC2=(3/4)*sin(phi);
zC2=0*phi;

xC3=(1/2)*cos(phi);
yC3=(1/2)*sin(phi);
zC3=0*phi;

xC4=(1/4)*cos(phi);
yC4=(1/4)*sin(phi);
zC4=0*phi;

xL1=[-1.1,1.1];
yL1=[0,0];

xL2=[-1,1]/sqrt(2);
yL2=[-1,1]/sqrt(2);

xL3=[-1,1]/sqrt(2);
yL3=[1,-1]/sqrt(2);

plot3(xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(-xU,yU,zU,'k')
hold on
plot3(xC1,yC1,zC1,':')
plot3(xC2,yC2,zC2,':')
plot3(xC3,yC3,zC3,':')
plot3(xC4,yC4,zC4,':')
view(2)
line(xL1,yL1)
line(yL1,xL1)
line(xL2,yL2)
line(xL3,yL3)

text(0.05,1.05,'0^o')
text(1.05,0.05,'90^o')
text(-1.15,0.05,'90^o')
text(0.05,-1.05,'180^o')
text(1/sqrt(2)+0.05,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')
text(-1/sqrt(2)-0.1,1/sqrt(2)+0.05,'45^o')

```

```

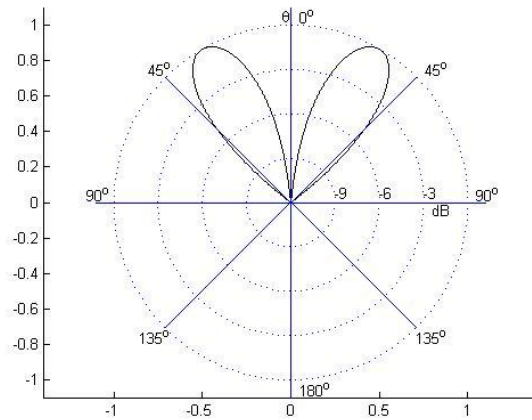
text(1/sqrt(2)+0.0,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-1/sqrt(2)-0.15,-1/sqrt(2)-0.05,'135^o')
text(-0.05,1.05,'\theta')

text(0.75,0.05,'-3')
text(0.50,0.05,'-6')
text(0.25,0.05,'-9')

text(0.80,-0.05,'dB')

axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1])
axis equal
%hold on

```



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. C. A. Balanis, "Antenna Theory: A Review," Proc. IEEE, Vol. 80, No. 1, pp. 7–23, January 1992.
2. W. V. Andrew, C. A. Balanis, and P. A. Tirkas, "A Comparison of the Berenger Perfectly Matched Layer and the Lindman Higher-Order ABC's for the FDTD Method," IEEE Microwave Guided Wave Lett., Vol. 5, No. 6, pp. 192–194, June 1995.
3. F. R. Connor, *Antennas*, Edward Arnold, London, 1989
4. C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, John Wiley and Sons, New York, 1989.
5. W. H. Kummer and E. S. Gillespie, "Antenna Measurements–1978," Proc. IEEE, Vol. 66, No. 4, April 1978, pp. 483–507
6. C. A. Balanis, R. Hartenstein, and D. DeCarlo, "Multipath Interference for In-Flight Antenna Measurements," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. AP-32, No. 1, pp. 100–104, January 1984.
7. M. I. Skolnik, *Introduction to Radar Systems*, McGraw-Hill, New York, 1962, pp. 320–330.
8. Κεραίες-Ραδιοζεύξεις-Ραντάρ Σαββαΐδης Κεφάλαιο 4, Κεφάλαιο 2
9. R. C. Johnson and H. Jasik (eds.), *Antenna Engineering Handbook*, 2nd. Ed., McGraw-Hill, New York, 1984, pp. 2–14 to 2-41.
10. C. H. Walter, *Traveling Wave Antennas*, McGraw-Hill, New York, 1965.