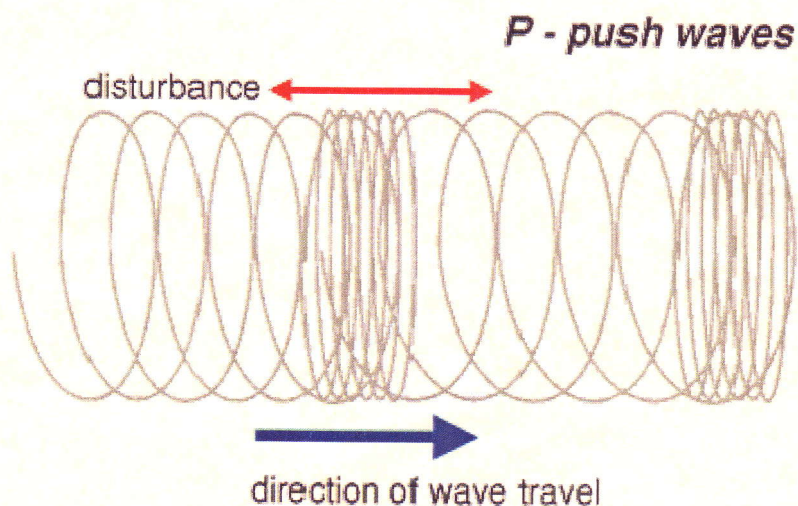




ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

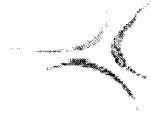
ΣΥΜΒΟΛΗ ΣΤΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΩΝ ΣΕ
ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ



ΣΚΙΑΔΟΠΟΥΛΟΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ

ΚΑΒΟΥΝΗΣ ΦΩΤΙΟΣ

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΚΛΕΪΔΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

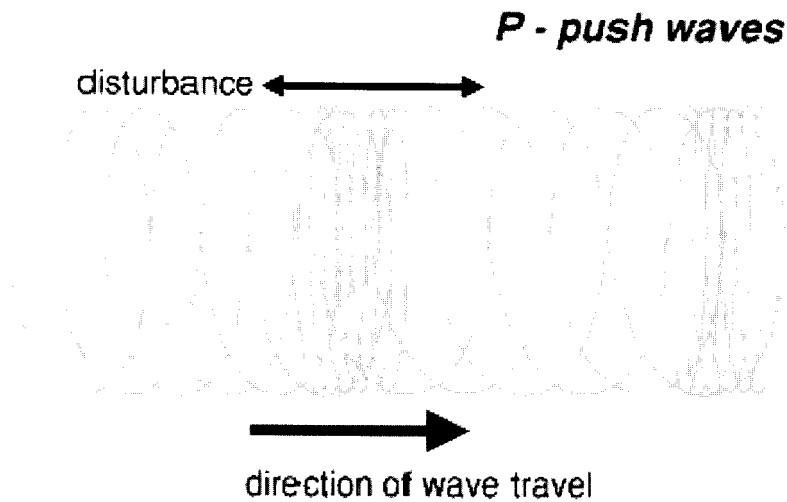


ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΣΕΡΡΩΝ

ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΣΥΜΒΟΛΗ ΣΤΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΩΝ ΣΕ
ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ



ΣΚΙΑΔΟΠΟΥΛΟΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ

ΚΑΒΟΥΝΗΣ ΦΩΤΙΟΣ

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΚΛΕΪΔΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

ΣΕΡΡΕΣ 2007

*Αφιερώνεται στους γονείς μας που με τόσο κόπο
υποστήριξαν την προσπάθεια αυτών των χρόνων!*

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΣΕΙΣΜΟΙ ΓΕΝΙΚΑ

- 1.1 Είδη και αιτίες γένεσης των σεισμών
- 1.2 Είδη σεισμών
- 1.3 Θεωρία των λιθοσφαιρικών πλακών
- 1.4 Σεισμικά κύματα
- 1.5 Μέγεθος και ένταση σεισμού
- 1.6 Σεισμικά όργανα
- 1.7 Σεισμική δράση στην Ελλάδα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΣΕΙΣΜΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

- 2.1 Είδη σεισμικών κυμάτων
- 2.2 Μεταβολή ταχυτήτων των κυμάτων χώρου με το βάθος
- 2.3 Επιφανειακά κύματα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΕΝΟΣ ΒΑΘΜΟΥ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ

- 3.1 Αναλυτική μελέτη της απόκρισης μονοβάθμιου ταλαντωτή σε αρμονική σεισμική διέγερση
- 3.2 Το φάσμα απορρόφησης ισχύος

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΣΥΖΕΥΓΜΕΝΟΙ ΤΑΛΑΝΤΩΤΕΣ

- 4.1 Ελαστική σύζευξη ταλαντωτών οδηγημένων από αρμονικό σεισμικό κύμα
- 4.2 Οι συντονισμοί

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1.ΟΙ ΣΕΙΣΜΟΙ ΓΕΝΙΚΑ

1.1 ΕΙΔΗ ΚΑΙ ΑΙΤΙΕΣ ΓΕΝΕΣΗΣ ΤΩΝ ΣΕΙΣΜΩΝ

Οι σεισμοί αποτελούν τη μακροσκοπική εκδήλωση διάφορων γεωδυναμικών φαινομένων, τα οποία έχουν κοινή αιτία γένεσης. Τα φαινόμενα αυτά είναι η ηφαιστειακή δράση, οι παραμορφώσεις και διαρρήξεις του φλοιού της Γης, οι γεωθερμικές εκδηλώσεις κτλ. Η σημερινή σεισμική δραστηριότητα σε μια περιοχή είναι το αποτέλεσμα μιας σχετικά πρόσφατης γεωλογικής διαδικασίας η οποία ονομάζεται ενεργός τεκτονική της περιοχής αυτής. Η ηλικία της διαδικασίας αυτής είναι σχετικά μικρή (10 εκατομμύρια χρόνια) σε σχέση με την ηλικία της Γης (4,6 δισεκατομμύρια χρόνια) αλλά και σε σχέση με την ηλικία σχηματισμού του πρώτου ηπειρωτικού φλοιού της Γης (3,8 δισεκατομμύρια χρόνια).

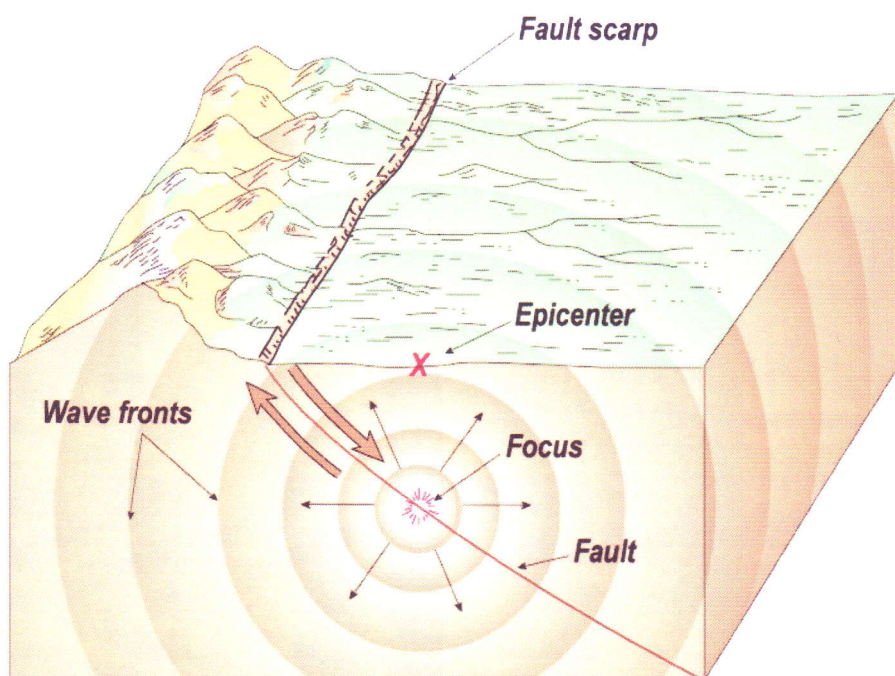
Τα αίτια των παραπάνω γεωδυναμικών φαινομένων, συνεπώς και της σεισμικής δράσης, βρίσκονται στο εσωτερικό της Γης και ειδικότερα ανάμεσα στο στερεό φλοιό (του οποίου το πάχος είναι περίπου 35 km κάτω από τις ηπείρους και 17 km κάτω από τους ωκεανούς), και τον άνω μανδύα της Γης ο οποίος βρίσκεται σε παχύρρευστη κατάσταση.

Το σημείο στο εσωτερικό της Γης από όπου αρχίζει η διάρρηξη των πετρωμάτων που προκαλεί τον σεισμό ονομάζεται μικροσεισμική εστία (focus) ή μικροσεισμικό υπόκεντρο (hypo-center). Η ενέργεια που ελευθερώνεται μέσω του σεισμού, μεταφέρεται με τη βοήθεια ελαστικών κυμάτων χώρου, τα σεισμικά κύματα.

Έτσι, τα διαμήκη και εγκάρσια σεισμικά που καταγράφονται από τους διάφορους σεισμολογικούς σταθμούς, γεννιούνται στη μικροσεισμική εστία του σεισμού. Κατ' αυτόν τον τρόπο, ως χρόνος γένεσης του σεισμού (origin time) είναι η χρονική στιγμή κατά την οποία αρχίζει η διάρρηξη των πετρωμάτων στην εστία και η διάδοση των σεισμικών κυμάτων.

Η προβολή της μικροσεισμικής εστίας στην επιφάνεια της Γης ονομάζεται μικροσεισμικό επίκεντρο (epicenter). Η απόσταση μεταξύ της εστίας και του επικέντρου ονομάζεται εστιακό βάθος (focal depth).

Μακροσεισμικό επίκεντρο (meizoseismal region) είναι το κέντρο της περιοχής της επιφάνειας της Γης στην οποία τα αποτελέσματα του σεισμού (βαθμός αισθητότητας, βλάβες κτλ.) είναι μέγιστα. Το μακροσεισμικό επίκεντρο ενός σεισμού δεν συμπίπτει πάντοτε με το μικροσεισμικό επίκεντρο αυτού. Η απόσταση μεταξύ μικροσεισμικού επίκεντρου και σταθμού παρατήρησης (σειсмоγράφου) λέγεται επικεντρική απόσταση (Epicentral Distance), (Σχ.1.1).



Σχ.1.1

Η ένταση και η μορφή της ενεργού τεκτονικής δεν είναι η ίδια σε όλες τις περιοχές της Γης. Υπάρχουν περιοχές όπου η ένταση της τεκτονικής δράσης σήμερα είναι ισχυρή και άλλες όπου η δράση αυτή είναι σήμερα ασθενής αλλά μπορεί στο γεωλογικό παρελθόν να ήταν έντονη. Τα σπουδαιότερα γεωτεκτονικά φαινόμενα που παρατηρούνται στην επιφάνεια της Γης και είναι αποτέλεσμα της ενεργού τεκτονικής συμβαίνουν πάνω σε συγκεκριμένες ζώνες της επιφάνειας της Γης οι οποίες κατατάσσονται χωρικά σε δυο συστήματα ζωνών διάρρηξης, στο "ηπειρωτικό σύστημα διάρρηξης" και στο σύστημα των "μεσοωκεάνιων ράχων".

Το ηπειρωτικό σύστημα ζωνών διάρρηξης αποτελείται από την Ευρασιατική – Μελανησιακή ζώνη (Γιβραλτάρ – Άλπεις – Βαλκάνια – Περσία – Ιμαλάια – Βιρμανία

- Ινδονησία) και από την Περιφερηνική Ζώνη (περιλαμβάνει τις Περιφερηνικές παράκτιες περιοχές με εξαίρεση τις ακτές της βόρειας Αμερικής). Στο σύστημα αυτό βρίσκονται όλες σχεδόν οι εστίες των σεισμών βάθους ($h=300$ km) και οι περισσότερες εστίες των επιφανειακών σεισμών.

Οι μεσοωκεάνιες ράχεις είναι εξάρσεις του ωκεάνιου φλοιού οι οποίες διασχίζουν τον Ατλαντικό ωκεανό από Βορρά προς Νότο και τον Ινδικό και Ειρηνικό κατά τη Νοτιοδυτική – Βορειοανατολική διεύθυνση. Σε ορισμένα σημεία τα ύψη τους υπερβαίνουν τα 3000 m από τον πυθμένα της θάλασσας. Το σύστημα αυτό διάρρηξης διασχίζει και ηπειρωτικές περιοχές, όπως την Ανατολική Αφρική και τη δυτική Βόρεια Αμερική (Καλιφόρνια κτλ.). Στο σύστημα των μεσοωκεάνιων ράχων έχουν τις εστίες τους μόνο επιφανειακοί σεισμοί ($h<60$ km).

Ο ελληνικός χώρος βρίσκεται στην Ευρασιατική – Μελανησιακή ζώνη του ηπειρωτικού συστήματος διάρρηξης και το ελληνικό τόξο (Ιόνια – Κρήτη – Ρόδος) αποτελεί ένα από τα νησιωτικά τόξα του συστήματος. Αυτός είναι ο κύριος λόγος για τον οποίο η ενεργός τεκτονική δράση στη χώρα μας είναι έντονη. (Σχ.1.2)



Σχ.1.2

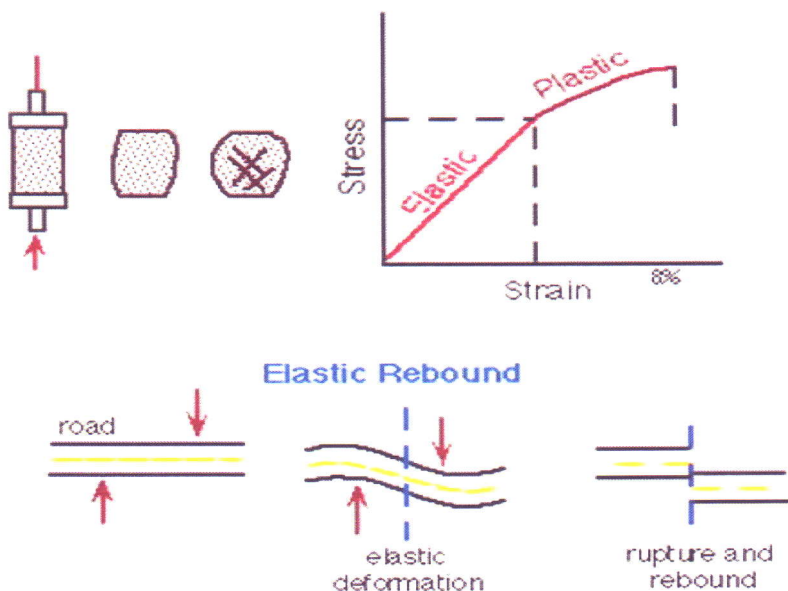
1.2 ΕΙΔΗ ΣΕΙΣΜΩΝ

Οι σεισμοί λέγονται επιφανειακοί όταν τα εστιακά τους βάθη είναι μικρότερα των 60 km, ενδιάμεσου βάθους όταν τα εστιακά τους βάθη είναι μεταξύ 60 km και 300 km και μεγάλου βάθους, όταν η εστία τους βρίσκεται βαθύτερα των 300 km από την επιφάνεια της Γης. Οι ενδιάμεσου και μεγάλου βάθους σεισμοί ονομάζονται συνήθως πλουτώνιοι σεισμοί.

Οι επιφανειακοί κύριοι σεισμοί συνοδεύονται συνήθως από μικρότερης έντασης σεισμούς, οι οποίοι ονομάζονται προσεισμοί (όταν προηγούνται) ή μετασεισμοί (όταν έπονται) και μπορεί να συνεχιστούν επί αρκετές εβδομάδες. Οι πλουτώνιοι σεισμοί δεν ακολουθούνται συνήθως από μετασεισμούς ούτε προηγούνται των σεισμών αυτών προσεισμοί. Οι εστίες των προσεισμών και των μετασεισμών βρίσκονται πάνω ή κοντά στην επιφάνεια του σεισμογόνου ρήγματος.

Η εκδήλωση σεισμών είναι στενά συνδεδεμένη με την παρουσία μεγάλων ρηγμάτων του στερεού φλοιού. Ο μηχανισμός γένεσης σεισμών σε προϋπάρχοντα ρήγματα περιγράφεται παρακάτω.

Η ενέργεια που συσσωρεύεται στα πετρώματα από τις δύο πλευρές ενός ρήγματος με τη μορφή τάσεων (a), αντιτίθεται στη δύναμη τριβής που τα συγκρατεί στη θέση τους και που οφείλεται στο βάρος των υπερκείμενων στρωμάτων. Η συνεχής παραμόρφωση των πετρωμάτων (b), έχει σαν συνέπεια την αποθήκευση δυναμικής ενέργειας στο εσωτερικό τους που λέγεται ενέργεια ελαστικής παραμόρφωσης (Elastic Rebound). (Σχ.1.3).



Σχ.1.3

Όταν η ενέργεια αυτή ξεπεράσει τη δύναμη της τριβής που συγκρατεί τα δύο τεμάχια του ρήγματος στη θέση τους το ρήγμα ξαφνικά ενεργοποιείται και τα δύο κομμάτια του μετακινούνται σχετικά μεταξύ τους. Μετά από μεγάλους σεισμούς έχουν μετρηθεί στην επιφάνεια του εδάφους μετατοπίσεις έως και 15 m.

Η απότομη απελευθέρωση με την μορφή δονήσεων της ενέργειας που συσσωρευόταν στο σημείο αυτό για δεκάδες ή εκατοντάδες χρόνια, προκαλεί το σεισμό. Από το σημείο αυτό, που είναι η εστία του σεισμού, η ενέργεια μεταδίδεται με ταχύτητα 3.5 km/sec προς κάθε κατεύθυνση φθάνοντας πολλές φορές σε απόσταση 1000 km.

Σε πολλές περιπτώσεις οι μετασεισμοί γεννιούνται κοντά στα δύο άκρα του ρήγματος. Οι διαστάσεις του μετασεισμικού χώρου, δηλαδή του χώρου όπου βρίσκονται οι εστίες των μετασεισμών ενός κύριου σεισμού αυξάνονται με το μέγεθος του κύριου σεισμού. Ο μετασεισμικός χώρος είναι συνήθως μεγαλύτερος από το σεισμογόνο χώρο ενός σεισμού, δηλαδή από το χώρο όπου βρίσκεται συγκεντρωμένη η ενέργεια του κύριου σεισμού πριν από την γένεση του. Έχει παρατηρηθεί ότι οι εστίες των μετασεισμών οι οποίοι γίνονται τις πρώτες μέρες μετά τον κύριο σεισμό περιορίζονται μόνο μέσα στο σεισμογόνο χώρο και στη συνέχεια, συνήθως, εξαπλώνονται σε μεγαλύτερο χώρο. Έτσι οι εστίες των μετασεισμών των

πρώτων ημερών (π.χ. των πρώτων δυο ημερών) μετά τον κύριο σεισμό ορίζουν το σεισμογόνο χώρο του σεισμού.

Έχουν διατυπωθεί διάφορες απόψεις για τα αίτια γένεσης των προσεισμών και μετασεισμών, αλλά σύμφωνα με τις σύγχρονες αντιλήψεις, η ανομοιογένεια του υλικού και η ανομοιογενής κατανομή των τάσεων στο σεισμογόνο ρήγμα είναι οι βασικές αιτίες γένεσης των προσεισμών και μετασεισμών.

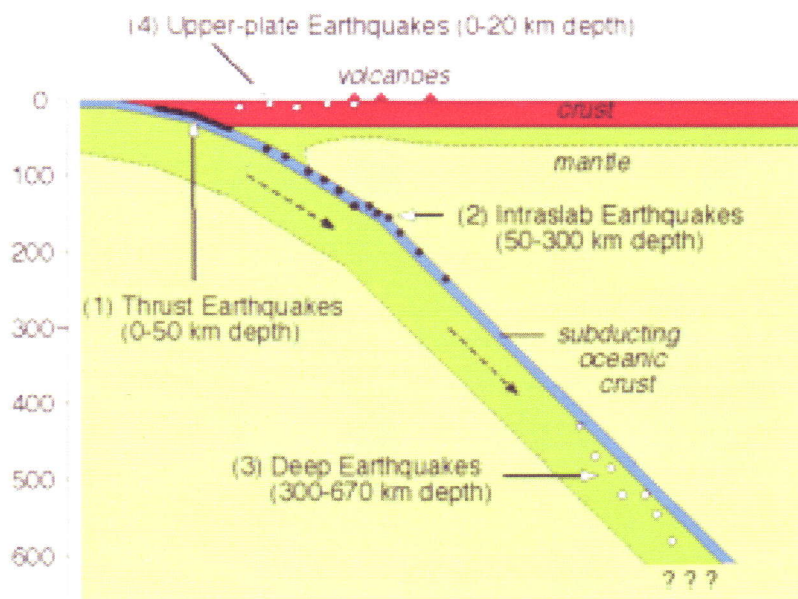
1.3 ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΛΙΘΟΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΠΛΑΚΩΝ

Τα τελευταία είκοσι πέντε χρόνια αναπτύχθηκε η θεωρία των λιθοσφαιρικών πλακών, η οποία θεωρείται για τις γεωεπιστήμες ότι και η θεωρία της εξέλιξης για τη Βιολογία, γιατί ερμηνεύει, με πολύ ικανοποιητικό τρόπο, το σύνολο σχεδόν των βασικών γεωφυσικών και γεωλογικών παρατηρήσεων που σχετίζονται με την ενεργό τεκτονική δράση και συνεπώς με τη σεισμική δράση.

Με τον όρο λιθόσφαιρα εννοούμε το δύσκαμπτο επιφανειακό στρώμα της Γης, το οποίο έχει μέσο πάχος περίπου 80 km, δηλαδή περιλαμβάνει το φλοιό και μέρος του πάνω μανδύα της Γης. Το στρώμα που βρίσκεται κάτω από την λιθόσφαιρα αποτελείται από παχύρρευστο υλικό και ονομάζεται ασθενόσφαιρα. Η λιθόσφαιρα δεν είναι ενιαία αλλά χωρισμένη σε διάφορα μεγάλα τμήματα τα οποία ονομάζονται λιθοσφαιρικές πλάκες. Οι δύσκαμπτες αυτές λιθοσφαιρικές πλάκες κινούνται πάνω στη παχύρρευστη ασθενόσφαιρα με σχετικές μεταξύ τους ταχύτητες, οι οποίες για τα διάφορα όρια των λιθοσφαιρικών πλακών κυμαίνονται από 1 cm/yr μέχρι 20 cm/yr (cm/yr=εκατοστά ανά χρόνο).

Οι λιθοσφαιρικές πλάκες δημιουργούνται στις μεσοωκεάνιες ράχεις από θερμό υλικό, που βγαίνει εκεί συνεχώς από το εσωτερικό της Γης. Το υλικό αυτό ψύχεται, στερεοποιείται και σχηματίζει έτσι και από τις δύο πλευρές κάθε ράχης τμήματα δύο λιθοσφαιρικών πλακών οι οποίες αποκλίνουν και απομακρύνονται από τη ράχη. Η απομάκρυνση αυτή γίνεται με σχετικές οριζόντιες ολισθήσεις μεταξύ των πλακών πάνω σε κατακόρυφα ρήγματα τα οποία ονομάζονται ρήγματα μετασχηματισμού. Οι απομακρύνσεις αυτές των λιθοσφαιρικών πλακών γίνονται με κατεύθυνση προς το ηπειρωτικό σύστημα διάρρηξης (νησιωτικά τόξα, νέες οροσειρές, ωκεάνιες τάφροι κ.τ.λ). Όπου συγκλίνουν δυο τέτοιες πλάκες, η πυκνότερη από αυτές βυθίζεται κάτω από την άλλη μέχρις ότου καταστραφεί μέσα

στο θερμό μανδύα της Γης. Σε ορισμένες περιοχές του ηπειρωτικού συστήματος η κατάδυση αυτή μέσα στο μανδύα μπορεί να φθάσει τα 720 km, προτού λιώσει η λιθосφαιρική πλάκα (Σχ.1.4).



Σχ1.4

Οι κινήσεις των λιθосφαιρικών πλακών οφείλονται πιθανώς σε οριζόντιες επαπτόμενες δυνάμεις οι οποίες ασκούνται στον πυθμένα κάθε λιθосφαιρικής πλάκας, από θερμικά ρεύματα μεταφοράς υλικού που δημιουργούνται στην ασθενόσφαιρα, αμέσως κάτω από τη λιθόσφαιρα. Τα ρεύματα αυτά έχουν ανοδική κίνηση κάτω από τις μεσοωκεάνιες ράχεις, στη συνέχεια κινούνται οριζόντια κάτω από τις λιθосφαιρικές πλάκες, με κατεύθυνση προς τις περιοχές σύγκλισης των πλακών όπου πραγματοποιούν καθοδική κίνηση.

Κατά την κίνηση τους, οι λιθосφαιρικές πλάκες παραμορφώνονται έντονα στις παρυφές τους, δηλαδή κοντά στις επιφάνειες επαφής τους, που βρίσκονται στις περιοχές των μεσοωκεάνιων ράχων και στις περιοχές του ηπειρωτικού συστήματος διάρρηξης. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο η ενεργός τεκτονική δράση και συνεπώς και η σεισμική δράση παρατηρούνται κατά κύριο λόγο σε αυτές τις περιοχές. Οι σεισμοί γεννιούνται μόνο μέσα στη λιθόσφαιρα και κατά κύριο λόγο στα όρια των λιθосφαιρικών πλακών. Έτσι εξηγείται, γιατί στις μεσοωκεάνιες ράχεις, όπου η λιθόσφαιρα είναι οριζόντια, γεννιούνται μόνο επιφανειακοί σεισμοί, ενώ στο ηπειρωτικό σύστημα διάρρηξης, όπου οι λιθосφαιρικές πλάκες βυθίζονται σε μεγάλα

βάθη, γεννιούνται και σεισμοί βάθους μέχρι και 720 km. Οι εστίες των σεισμών, οι οποίοι οφείλονται σε μια πλάκα που βυθίζεται στη Γη σχηματίζουν μια σεισμική ζώνη κοντά στην επιφάνεια της καταδυόμενης πλάκας. Η σεισμική αυτή ζώνη ονομάζεται ζώνη Benioff. Ο ελληνικός χώρος βρίσκεται στην περιοχή σύγκλισης της Ευρασιατικής και της Αφρικάνικης πλάκας.

1.3.1 Η κίνηση των λιθοσφαιρικών πλακών

Η λιθόσφαιρα χωρίζεται σε επτά πολύ μεγάλες πλάκες, αλλά υπάρχει κι ένα πλήθος άλλων μικρότερων. Π.χ. στην περιοχή του Αιγαίου υπάρχουν πολλές μικρές πλάκες. Οι πλάκες επιπλέον στην πλαστική ασθενόσφαιρα.

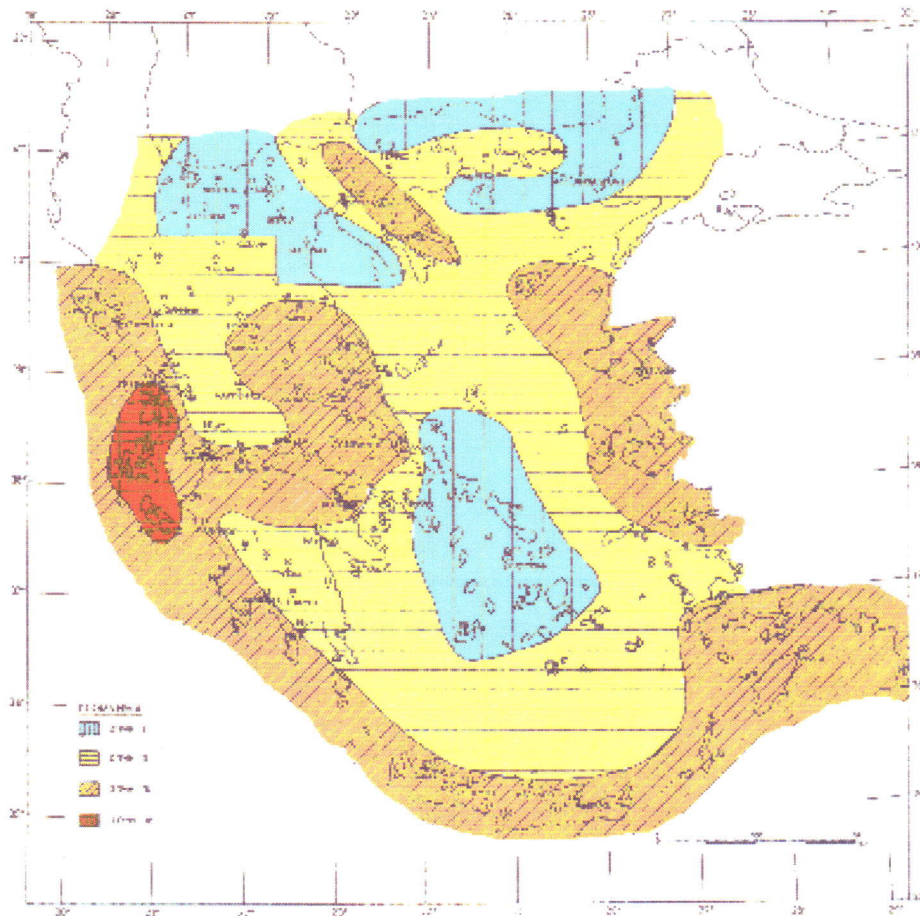
Τριών ειδών κινήσεις μπορούν να συμβούν στα όρια μεταξύ πλακών

- Δημιουργία (επέκταση) πλάκας. Σε μεσοωκεάνια ρήγματα απομακρύνονται κατά μερικά cm/year και σε περιοχές αποχώρησης λιωμένα πετρώματα αναδύονται και δημιουργούν νέο ωκεάνιο δάπεδο στις δυο πλευρές του ρήγματος. Στο όριο αυτό δημιουργείται μια μεσοωκεάνια ράχη (οροσειρά) η οποία αποτελείται από το τελευταίο αναδύμενο πέτρωμα. Καθώς ψύχεται το νέο πέτρωμα τα μαγνητικά του υλικά προσανατολίζονται ανάλογα με τον προσανατολισμό του μαγνητικού πεδίου της Γης εκείνη την εποχή. Καθώς το γεωμαγνητικό πεδίο αλλάζει φορά κάθε 1×10^6 έτη περιμένουμε να δούμε στρώματα (στην άκρη της ράχης) με εναλλασσόμενη μαγνήτιση.

- Καταστροφή πλάκας (λόγω καταβύθισης μέρους της). Μια πλάκα γλιστρά κάτω από μια άλλη και λιώνει καθώς εισχωρεί στον μανδύα. Αυτή η περιοχή ονομάζεται ζώνη καταβύθισης και δημιουργεί μέσο-ωκεάνιες τάφρους. Όπου τα ελαφρότερα μέρη της καταβυθιζόμενης πλάκας λιώνουν αυτά ανέρχονται στην επιφάνεια και δημιουργούν ηφαίστεια. Όταν ηπειρωτικά τμήματα από αντίθετες πλάκες συμπιέζονται σε μια ζώνη καταβύθισης, επειδή είναι ελαφρότερα από το βυθιζόμενο υπόστρωμα, αναγκάζονται να καμφθούν και σχηματίζουν οροσειρές.

- Κίνηση πλακών. Σε μερικά όρια οι γειτονικές πλάκες γλιστρούν μεταξύ τους χωρίς να συγκρούονται ή να αποχωρίζονται. Τα όρια αυτά όπου έχουμε μόνο οριζόντια κίνηση λέγονται ζώνες θραύσης (ή ρήγματα μετασχηματισμού). Εκεί οι σεισμοί είναι συχνό φαινόμενο λόγω της τριβής ανάμεσα στα όρια των πλακών. Εν

γένει λοιπόν μια ιδανική πλάκα θα έχει μια πλευρά σε ζώνη καταβύθισης, την απέναντι σε ζώνη ανύψωσης και τις πλάγιες να γλιστρούν οριζόντια σε σχέση με τις γειτονικές. (Σχ.1.5)

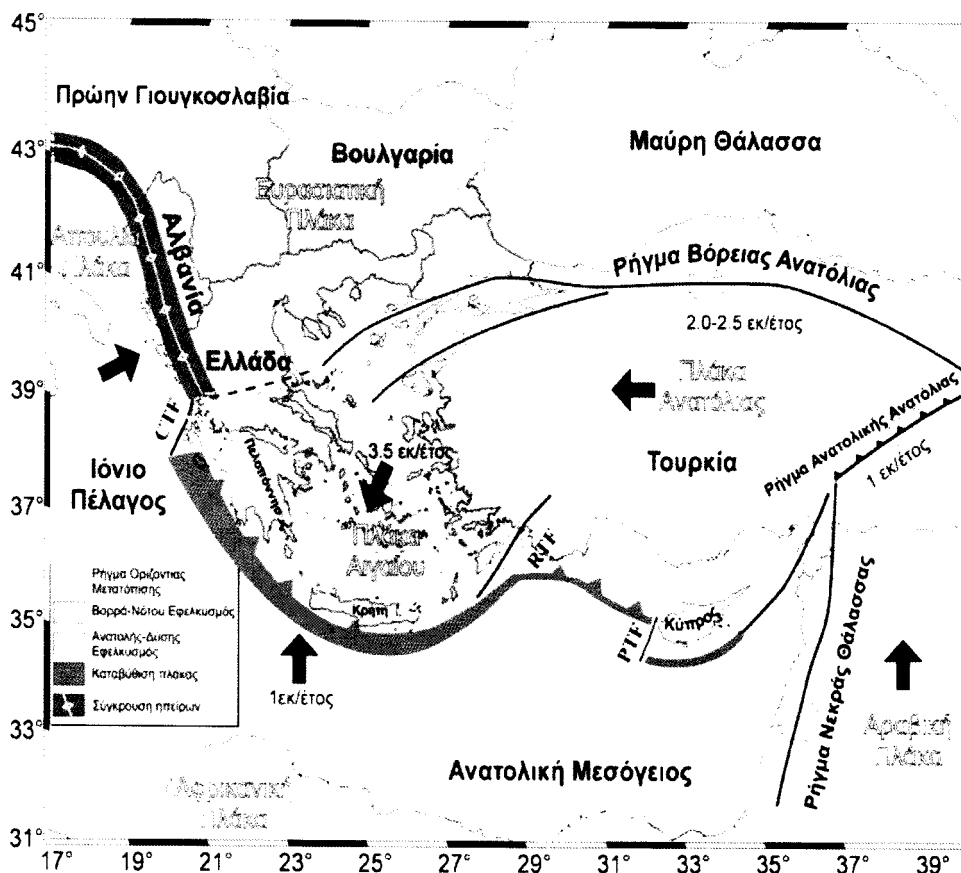


Σχ.1.5 Ζώνες- Γεωγραφικός χάρτης Ελλάδος

Η Ελλάδα βρίσκεται στα όρια της Αφρικάνικης με την Ευρασιατική λιθοσφαιρική πλάκα. Η Αφρικανική λιθοσφαιρική πλάκα βυθίζεται λόγω βαρύτητας κάτω από την Ευρασιατική στην περιοχή του Ελλαδικού χώρου με αποτέλεσμα ο Ελλαδικός χώρος να βρίσκεται σε κατάσταση άμεσης συμπίεσης. Αποτέλεσμα αυτής της συμπίεσης είναι η δημιουργία του ηφαιστειακού τόξου του Νοτίου Αιγαίου.

Όμως υπάρχουν και επιμέρους κινήσεις μικρότερων τμημάτων τα οποία δημιουργούν έντονη σεισμική δραστηριότητα σε όλη την έκταση του Ελλαδικού χώρου.

- Η κίνηση προς τα δυτικά της Τουρκίας με ενεργοποίηση του ρήγματος της Ανατολίας.
- Εφελκυστικές τάσεις στο χώρο του Αιγαίου εξ' αιτίας των υποκείμενων ρευμάτων μεταφοράς μάγματος στην ασθενόσφαιρα.
- Η αριστερόστροφη περιστροφή της Αδριατικής – Απούλιας πλάκας η οποία συμπιέζει τον Ελλαδικό χώρο (Σχ.1.6).



Σχ.1.6

1.4 ΣΕΙΣΜΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

Η μεταφορά της ενέργειας που απελευθερώνεται κατά τον σεισμό γίνεται με τα σεισμικά κύματα (κύματα χώρου). Η μετάδοση των κυμάτων αυτών υπόκειται στους νόμους που καθορίζουν την μετάδοση των ελαστικών κυμάτων. Τα σεισμικά κύματα, μεταδίδονται από το σημείο γένεσής τους προς κάθε κατεύθυνση με ταχύτητα η οποία εξαρτάται από τις ελαστικές ιδιότητες και την πυκνότητα του

μέσου διάδοσης. Όταν τα κύματα αυτά φθάσουν στην επιφάνεια της Γης δημιουργούνται νέα είδη κυμάτων μεταξύ των οποίων είναι τα κύματα επιφάνειας.

Τα κύματα χώρου διακρίνονται με βάση τον τρόπο ταλάντωσης του μέσου διάδοσης, σε δύο είδη: τα διαμήκη σεισμικά κύματα, τα οποία παριστάνονται με το P και τα αντίστοιχα εγκάρσια κύματα, τα οποία παριστάνονται με το S. Κατά την διάδοση των διαμηκών κυμάτων τα υλικά σημεία του μέσου διάδοσης ταλαντώνονται παράλληλα προς την διεύθυνση διάδοσης του κύματος ενώ κατά την διάδοση των εγκάρσιων κυμάτων τα υλικά σημεία ταλαντώνονται κάθετα προς την διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

Η ταχύτητα διάδοσης των διαμηκών κυμάτων είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα διάδοσης των εγκάρσιων κυμάτων και για το λόγο αυτό τα διαμήκη κύματα ενός σεισμού φθάνουν πρώτα σε ένα σημείο στην επιφάνεια της Γης και μετά φθάνουν τα εγκάρσια.

Επειδή τα πετρώματα της Γης δεν είναι ομογενή, τόσο τα διαμήκη όσο και τα εγκάρσια κύματα, κατά τη διάδοσή τους δημιουργούν και άλλα κύματα, όπως είναι τα επιφανειακά κύματα, καθώς και ανακλάσεις ή διαθλάσεις των ίδιων των P και S κυμάτων. Σε μικρές αποστάσεις από την εστία του σεισμού (<100 km) τα πλάτη των εγκάρσιων κυμάτων είναι μεγαλύτερα από τα πλάτη των άλλων κυμάτων και για αυτό οι σεισμικές βλάβες προκαλούνται κατά κύριο λόγο από τα εγκάρσια κύματα.

Μπορούμε, συμπερασματικά, να πούμε ότι: στην εστία κάθε σεισμού παράγονται διαμήκη κύματα (P) και εγκάρσια κύματα (S) αλλά επειδή η Γη είναι ανομοιογενής δημιουργούνται και άλλα κύματα. Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται με μεγαλύτερη ταχύτητα και γι' αυτό φθάνουν πρώτα σε μια θέση και μετά φθάνουν τα εγκάρσια κύματα τα οποία σε μικρές αποστάσεις έχουν μεγάλα πλάτη και γι' αυτό αυτά προκαλούν κατά κύριο λόγο τις καταστροφές.

1.5 ΜΕΓΕΘΟΣ ΚΑΙ ΕΝΤΑΣΗ ΣΕΙΣΜΟΥ

Τόσο για πρακτικούς όσο και για θεωρητικούς λόγους υπάρχει ανάγκη να μπορούμε να μετράμε τη σεισμική ενέργεια που απελευθερώνεται στην εστία ενός σεισμού και τα μακροσεισμικά αποτελέσματα των σεισμών (στα κτίρια, στο έδαφος, στους ανθρώπους κλπ.). Η παραδοσιακή ποσότητα που χρησιμοποιείται για τη

μέτρηση της ενέργειας ενός σεισμού είναι το μέγεθος του σεισμού, ενώ η ποσότητα που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση των μακροσεισμικών αποτελεσμάτων του λέγεται ένταση του σεισμού.

1.5.1 Μέγεθος σεισμού

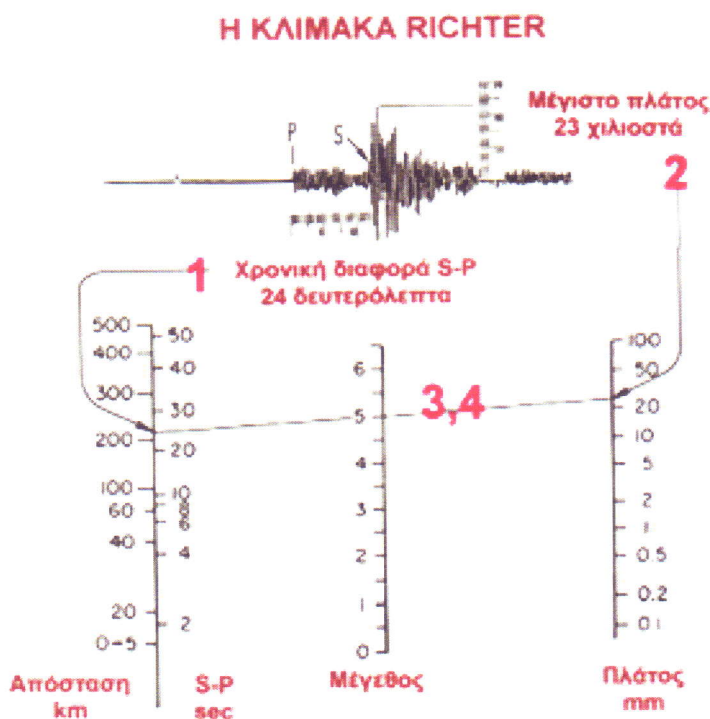
Το μέγεθος (M) αντιπροσωπεύει το σύνολο της ενέργειας που εκλύεται από την εστία κατά τη διάρκεια της σεισμικής δόνησης. Αυτό προσδιορίζεται από μετρήσεις του πλάτους, της περιόδου και της διάρκειας των σεισμικών κυμάτων και μετρείται με διάφορες κλίμακες η γνωστότερη των οποίων είναι η κλίμακα Richter.

Σεισμοί με μέγεθος μικρότερο των 4,0 Richter δεν προκαλούν συνήθως ζημιές, ενώ αυτοί με μέγεθος μικρότερο των 2,0 Richter δεν γίνονται αισθητοί. Αντίθετα εκείνοι με μέγεθος μεγαλύτερο των 5,0 Richter μπορούν να προκαλέσουν καταστροφές. Για να ακριβολογούμε οι καταστροφές που επιφέρει ένας σεισμός σε διάφορες κατασκευές δεν εξαρτώνται μόνο από το μέγεθος αυτού αλλά και από άλλους παράγοντες, όπως είναι το εστιακό βάθος, η θέση του επίκεντρου, η ποιότητα και τα υλικά της κατασκευής, το έδαφος θεμελίωσης, η γειτνίασή της με ενεργά ρήγματα κ.λ.π. Έτσι π.χ. ο πρόσφατος σεισμός στην Ιαπωνία (Σεπτέμβριος 2003) αν και ήταν πολύ μεγάλου μεγέθους (8,0 βαθμοί Ρίχτερ), δεν προκάλεσε σοβαρές ζημιές, ενώ ο σεισμός της Αττικής της 7-9-1999 των 5,9 βαθμών προκάλεσε καταστροφή. Το μέγεθος του σεισμού επηρεάζει και την διάρκειά του, δηλαδή το χρονικό διάστημα κατά το οποίο ο σεισμός είναι αισθητός. Η διάρκεια των σεισμών κυμαίνεται από λίγα δευτερόλεπτα μέχρι ένα λεπτό το πολύ, αν και δίνεται η εντύπωση μιας παρατεταμένης δόνησης που διαρκεί πολύ περισσότερο.

Ο κλασικός τρόπος προσδιορισμού του μεγέθους ενός σεισμού βασίζεται σε μετρήσεις των πλατών των διάφορων κυμάτων, όπως τα κύματα αυτά γράφονται από τα σεισμόμετρα στους σεισμολογικούς σταθμούς. Υπάρχουν τρεις κλίμακες μεγεθών ανάλογα με τα σεισμικά κύματα των οποίων τα πλάτη χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό τους.

Ο Richter (1935) όρισε την ομώνυμη κλίμακα του τόπικού μεγέθους, M_L , όπου βασίζεται στη μέτρηση του μέγιστου πλάτους των σεισμικών κυμάτων, όπως αυτό γράφεται από τα σεισμόμετρα Wood-Anderson που έχουν ιδιοπερίοδο 0.8 sec. (Σχ.1.7.1). Τα κύματα αυτά, που γράφονται με μέγιστα πλάτη σε μικρές αποστάσεις

($\Delta < 100$ Km), είναι τα απευθείας εγκάρσια κύματα τα οποία προκαλούν και τις σημαντικότερες βλάβες σε αυτές τις αποστάσεις. Η τιμή του τοπικού μεγέθους κάθε σεισμού καθορίζεται από τοπικές μεταβολές της δυναμικής ενέργειας στο σειсмоγόνο ρήγμα και αυξάνεται όσο αυξάνεται η δυναμική ενέργεια. Συνέπεια αυτού είναι το τοπικό μέγεθος να αποτελεί μέτρο της σεισμικής ενέργειας που απελευθερώνεται από τη σεισμική εστία σε εκείνο το μέτρο του φάσματος (~ 1 sec) που βρίσκονται συνήθως οι ιδιοπερίοδοι των τεχνικών κατασκευών. Για το λόγο αυτό, το τοπικό μέγεθος αποτελεί παράγοντα από τον οποίο άμεσα εξαρτώνται οι σεισμικές βλάβες και παρουσιάζει έτσι εξαιρετικό ενδιαφέρον για την Τεχνική Σεισμολογία.



Σχ.1.7.1

Για να είναι δυνατή η μέτρηση του μεγέθους και από τις αναγραφές άλλων σεισμομέτρων, ο Gutenberg (1945) όρισε την κλίμακα του επιφανειακού μεγέθους, M_s , ενός σεισμού με βάση τις μετρήσεις των πλάτων των επιφανειακών κυμάτων περιόδου περίπου 20 sec. Το επιφανειακό μέγεθος εξαρτάται από τη μέση μετάθεση στο σειсмоγόνο ρήγμα και αποτελεί μέτρο της σεισμικής ενέργειας που εκπέμπεται σε σχετικά μεγάλες περιόδους (~ 20 sec). Η ακόλουθη σχέση (Bath 1973) ισχύει μεταξύ της ενέργειας E που απελευθερώνεται στην εστία ενός σεισμού και του επιφανειακού μεγέθους:

$$\text{Log } E = 12.24 + 1.44 M_s \quad (1.3)$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι το επιφανειακό μέγεθος μεταβάλλεται κατά μια μονάδα, η ενέργεια μεταβάλλεται κατά 28 φορές περίπου. Έτσι, ένας σεισμός επιφανειακού μεγέθους 5 έχει ενέργεια $2.75 \cdot 10^{19}$ erg, μεγέθους 6 έχει ενέργεια $7.59 \cdot 10^{20}$ erg κλπ.

Επειδή τα επιφανειακά κύματα επηρεάζονται έντονα από το βάθος της εστίας του σεισμού και η υπολογιζόμενη τιμή του επιφανειακού μεγέθους επηρεάζεται έντονα από την ίδια παράμετρο. Για το λόγο αυτό, ο Gutenberg (1945) πρότεινε το χωρικό μέγεθος m , που βασίζεται σε μετρήσεις των πλατών των διαμηκών κυμάτων που καταγράφονται σε μεγάλες αποστάσεις και έχουν περίοδο 1sec περίπου. Συνεπώς, και το χωρικό μέγεθος αποτελεί μέτρο της σεισμικής ενέργειας που εκπέμπεται στο βραχείας περιόδου μέρος του φάσματος.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι κάθε μια από τις κλίμακες μεγεθών αποτελεί μέτρο της σεισμικής ενέργειας που εκπέμπεται σε ορισμένο μέρος του φάσματος και όχι της ολικής σεισμικής ενέργειας που απελευθερώνεται στην εστία του σεισμού. Πέρα από αυτό, οι κλίμακες αυτές, που βασίζονται σε μετρήσεις των πλατών των σεισμικών κυμάτων, έχουν το μειονέκτημα ότι παρουσιάζουν κορεσμό, από ορισμένη τιμή και πάνω, δηλαδή, το υπολογιζόμενο μέγεθος παραμένει σταθερό όσο και αν αυξάνεται η ενέργεια. Η τιμή αυτή του μεγέθους πάνω από την οποία το μέγεθος παθαίνει κορεσμό δεν είναι ίδια για τις τρεις κλίμακες. Το μέγεθος M_s παθαίνει κορεσμό για τιμές πολύ μεγάλες (> 8.0), ενώ για τις άλλες δύο κλίμακες ο κορεσμός αρχίζει από αρκετά μικρότερες τιμές (> 6.0).

Για τους παραπάνω λόγους ο Aki (1936) πρότεινε ως καταλληλότερο μέτρο της σεισμικής ποσότητας τη σεισμική ροπή, M_0 , η οποία ορίζεται από τη σχέση:

$$M_0 = \mu S u \quad (1.4)$$

Όπου u είναι η μέση μετάθεση στο σειсмоγόνο ρήγμα κατά τη γένεση του σεισμού, S είναι η επιφάνεια του σειсмоγόνου ρήματος και μ το μέτρο δυσκαμψίας του υλικού στην εστία του σεισμού. Ο Kanamori (1977) όρισε το μέγεθος σεισμικής ροπής, M , που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$M = (\log M_0 - 16.1) / 1.5 \quad (1.5)$$

Η κλίμακα αυτή πλεονεκτεί στο ότι έχει άμεση φυσική σημασία και δεν παθαίνει κορεσμό αφού συνδέεται με τις πραγματικές διαστάσεις του σεισμογόνου ρήγματος. Για το λόγο αυτό, το μέγεθος ροπής αποτελεί κατάλληλο μέτρο της σεισμικής ενέργειας τόσο για μικρούς όσο και για μεγάλους σεισμούς.

1.5.2 Ένταση σεισμού

Η ένταση από την άλλη είναι ένα μέτρο της αναταραχής και των ζημιών που προκαλούνται από το σεισμό και αυτή η τιμή φυσικά αλλάζει από θέση σε θέση. Εξαρτάται όχι μόνο από το μέγεθος του σεισμού αλλά επίσης από την απόσταση από το επίκεντρο του σεισμού αλλά και τη γεωλογική μορφή του τόπου.

Η ένταση του σεισμού αποτελεί μέτρο των βλαβών της σεισμικής δόνησης στους ανθρώπους και στις τεχνικές κατασκευές. Επομένως ποικίλει από περιοχή σε περιοχή και εξαρτάται κυρίως από την απόσταση της περιοχής από την εστία του σεισμού. Με τη βοήθεια της έντασης χαράσσονται οι ισόσειστες καμπύλες οι οποίες περιλαμβάνουν περιοχές με την ίδια ένταση. Περιοχές δηλαδή που ο σεισμός προκάλεσε τις ίδιες ζημιές,

Η πιο γνωστή κλίμακα υπολογισμού της έντασης είναι η 12βάθμια κλίμακα Mercalli για την οποία ακολουθεί μια συνοπτική περιγραφή.

Συνοπτική περιγραφή της κλίμακας Mercalli

- I** Δεν γίνεται αισθητός
- II** Αισθητός από μερικούς ανθρώπους που βρίσκονται σε ανάπαυση στους ψηλότερους ορόφους κτιρίων.
- III** Αισθητός μέσα στα σπίτια. Μπορεί να μην αναγνωριστεί ως σεισμός. Δονήσεις σαν να περνάει ελαφρύ φορτηγό.
- IV** Τίθενται σε κίνηση κρεμασμένα αντικείμενα. Τζάμια τρίζουν. Σταματημένα αυτοκίνητα κλυδωνίζονται. Δονήσεις σαν να περνάει βαρύ φορτηγό. Κρότος

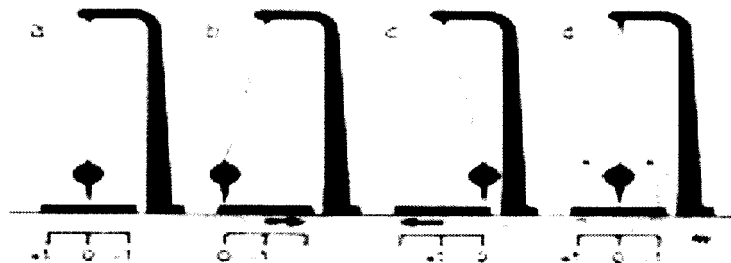
παραθύρων, χτύπος στις πόρτες.

- V** Αισθητός στην ύπαιθρο. Αυτοί που κοιμούνται ξυπνούν. Αιώρηση κρεμασμένων αντικειμένων. Ανατροπή μερικών μικρών αντικειμένων.
- VI** Αισθητός από όλους. Πολλοί τρομοκρατούνται και τρέχουν έξω από τα κτίρια. Οι άνθρωποι περπατούν με αστάθεια. Μικρές καμπάνες ηχούν. Μετακίνηση ή ανατροπή πολυάριθμων μεγάλων αντικειμένων και επίπλων. Βλάβες σε σοβάδες, κεραμίδια, καπνοδόχους. Βλάβες λίγες, ελαφρές.
- VII** Μεγάλες καμπάνες ηχούν. Πτώση πολυάριθμων κεραμιδιών, καπνοδόχων. Σοβάδες και τοιχοποιία ρηγματώνονται στις συνηθισμένες κατασκευές. Στις κακές κατασκευές πέφτουν σοβάδες, αποκολλούνται τούβλα και πέτρες. Γίνεται αισθητός από οδηγούς αυτοκινήτων. Κυματισμός στις λίμνες, θόλωμα νερού από λάσπη.
- VIII** Επηρεάζεται η οδήγηση των αυτοκινήτων. Αρκετές ζημιές και μερική κατάρρευση στις συνηθισμένες κατασκευές. Λίγες βλάβες στην τοιχοποιία των καλών κατασκευών και μεγάλες στις κακές κατασκευές. Κλαδιά σπάνε από τα δένδρα. Αλλαγές στη ροή και στη θερμοκρασία του νερού σε πηγές και σε πηγάδια.
- IX** Γενική καταστροφή στις κακές κατασκευές. Σοβαρές βλάβες στην τοιχοποιία των καλών κατασκευών. Υπόγειοι αγωγοί σπάζουν. Σε περιοχές με αλλούβια αναβλύζει από το έδαφος λεπτή άμμος, ίλος και νερό.
- X** Καταστροφή μερικών καλά κατασκευασμένων ξύλινων κτιρίων και γεφυρών. Οι περισσότερες κατασκευές τοιχοποιίας και τα προκατασκευασμένα κτίσματα καταστρέφονται μαζί με τα θεμέλια. Σοβαρές ζημιές σε φράγματα, υδατοφράκτες και αναχώματα. Μεγάλες κατολισθήσεις. Οι σιδηροτροχιές κάμπτονται.
- XI** Μεγάλες ρωγμές στο έδαφος. Οι σιδηροτροχιές κάμπτονται έντονα. Υπόγειοι αγωγοί καταστρέφονται εντελώς.
- XII** Ολική καταστροφή. Αντικείμενα εκτινάσσονται στον αέρα. Μεταβάλλεται η επιφάνεια το εδάφους και η γραμμή του ορίζοντα.

1.6 ΣΕΙΣΜΙΚΑ ΟΡΓΑΝΑ

Οι σεισμοί ανιχνεύονται και καταγράφονται με ειδικά όργανα, όπως είναι τα σεισμοσκόπια, οι σεισμογράφοι και τα σεισμόμετρα. Την καταγραφή την ονομάζουμε σειсмоγράφημα. Στον ελληνικό χώρο, όπως άλλωστε και διεθνώς, υπάρχουν μόνιμα εγκατεστημένοι σεισμογράφοι σε σεισμολογικούς σταθμούς για την καταγραφή των σεισμικών δονήσεων. Για την ιστορία αναφέρουμε ότι το πρώτο σεισμόμετρο εγκαταστάθηκε στην Αθήνα το 1911.

Τα σεισμικά κύματα που ξεκινούν από την εστία και οδεύουν μέσα από τα διάφορα στρώματα της Γης φθάνουν στους σταθμούς παρατήρησης και καταγράφονται από τα διάφορα σεισμογραφικά όργανα. Για να περιγραφεί πλήρως η κίνηση των υλικών σημείων της Γης απαιτούνται τρία είδη σεισμογραφικών οργάνων, αυτά που καταγράφουν την μετάθεση, αυτά που καταγράφουν την περιστροφή και αυτά που καταγράφουν την παραμόρφωση. Μεγαλύτερο ενδιαφέρον για τη Σεισμολογία παρουσιάζουν τα σεισμογραφικά όργανα που καταγράφουν τη μετάθεση και τις παραγώγους της ως προς τον χρόνο, την ταχύτητα και την επιτάχυνση. Κατά σειρά ιστορικής εξέλιξης και επιστημονικής αξίας διακρίνουμε:



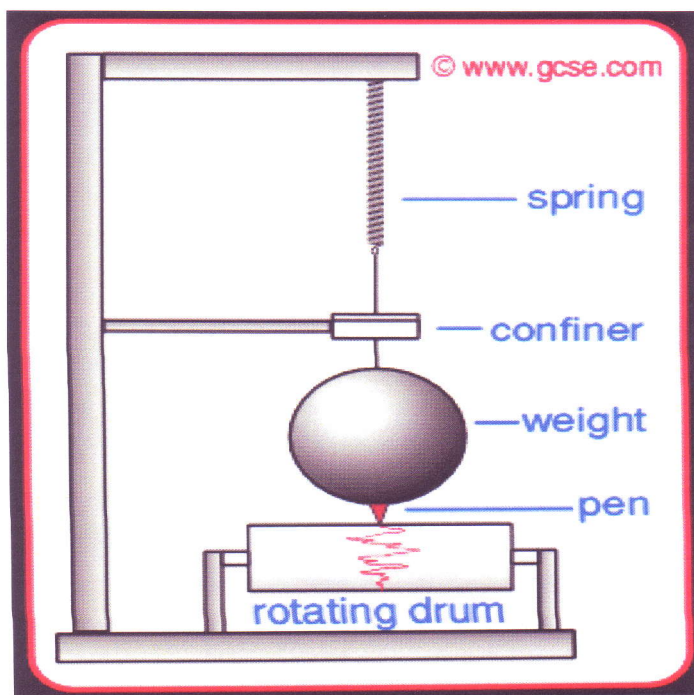
Σχ.1.7.2

Σεισμοσκόπια : Είναι όργανα που απλώς σημειώνουν την γένεση των σεισμών ή αναγράφουν αυτούς πάνω σε ακίνητη πλάκα δίνοντας έτσι πληροφορίες για τη ένταση της σεισμικής κίνησης. (Σχ.1.7)

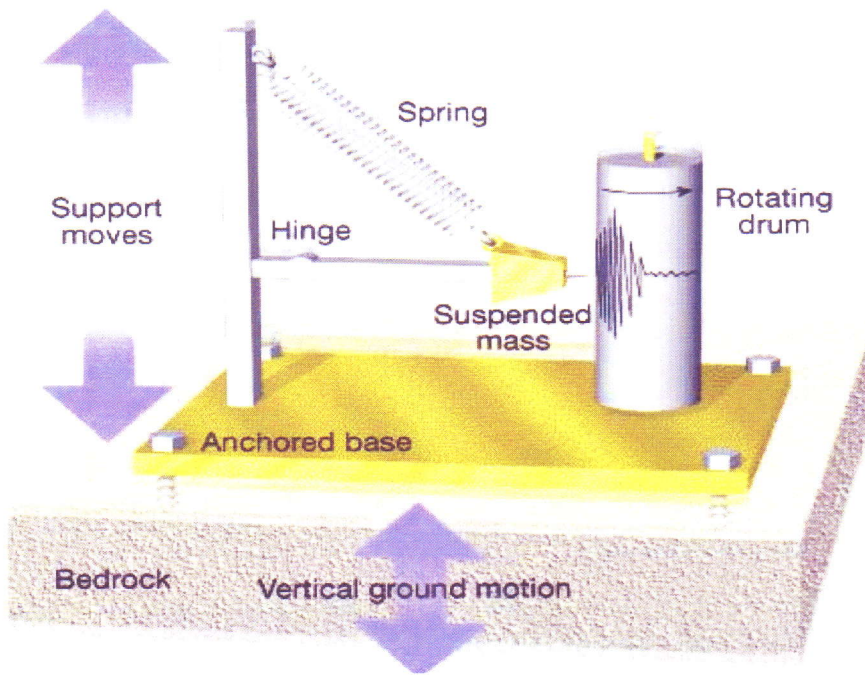
Σεισμογράφοι: Είναι όργανα με τα οποία επιτυγχάνεται αυτόματη αλλά όχι πιστή αναγραφή της σεισμικής κίνησης. Η αναγραφή αυτή, που λέγεται σεισμογράφημα, γίνεται με γραφίδα πάνω σε ταινία ή με φωτεινή κηλίδα πάνω σε φωτογραφική ταινία. Ο σεισμογράφος αποτελείται από το εκκρεμές, το σύστημα

ενίσχυσης (ή μεγέθυνσης) και το σύστημα αναγραφής.. Η μάζα του εκκρεμούς πρέπει να είναι σημαντική ώστε η δύναμη της αδράνειας να υπερνικήσει τις τριβές της γραφίδας και των αρθρώσεων των μοχλών. Ωστόσο επειδή οι σειсмоγράφοι δεν διαθέτουν σύστημα απόσβεσης της κίνησης, το οποίο θα επανέφερε γρήγορα το εκκρεμές στη θέση ηρεμίας ώστε να ανταποκριθεί σε νέα δόνηση, οι καταγραφές τους ήταν αποτέλεσμα όχι μόνο τη σεισμικής κίνησης αλλά και της αιώρησης του εκκρεμούς.

Για τον πλήρη καθορισμό της μετάθεσης σε ένα σταθμό πρέπει να υπάρχουν τρεις σειсмоγράφοι, ένας για την κατακόρυφη συνιστώσα και δύο για τις οριζόντιες συνιστώσες της εδαφικής κίνησης. Στους παρακάτω σειсмоγράφους οι σεισμικοί κραδαμοί του εδάφους σημειώνονται σε χάρτινη ταινία που ξετυλίγεται με ωρολογιακό μηχανισμό.(Σχ.1.8), (Σχ.1.9)



Σχ.1.8 Οριζόντια Συνιστώσα



Σχ.1.9 Κατακόρυφη Συνιστώσα

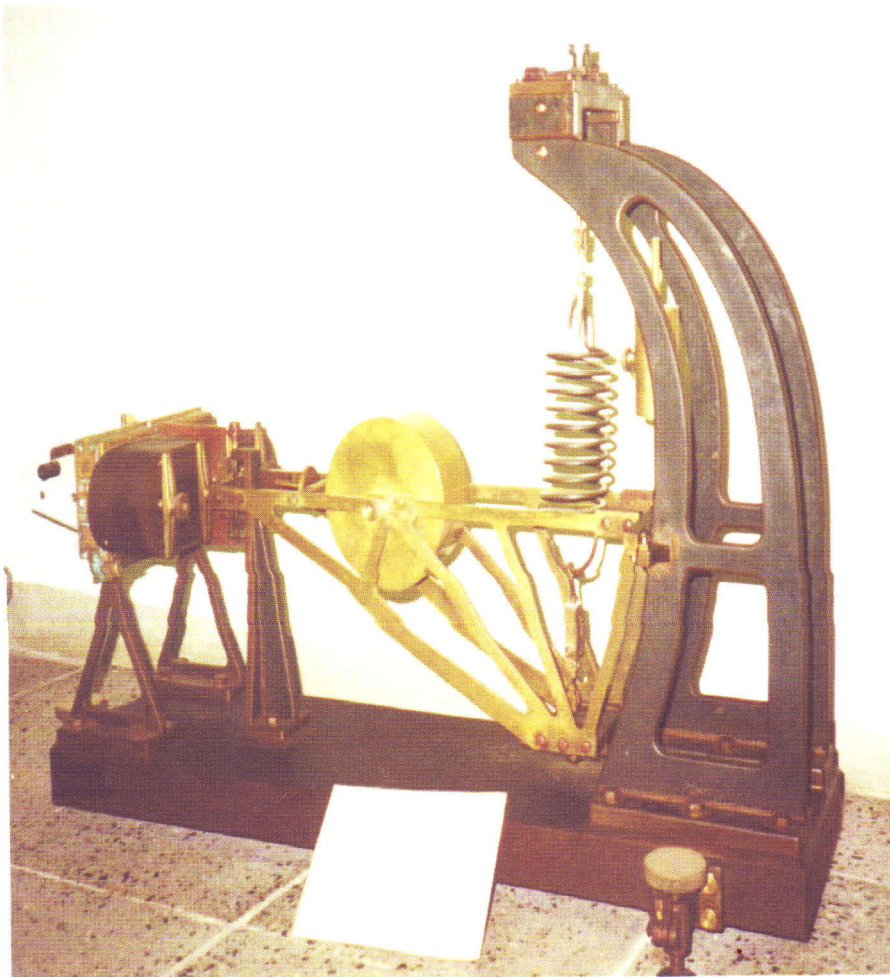
Χάρη στην πληρότητα που έχουν τα σειсмоγραφήματα σήμερα, μας δείχνουν όχι μόνο την χρονική διάρκεια του σεισμού αλλά την περίοδο και το πλάτος των διαφόρων σεισμικών κυμάτων. Με τους σειсмоγράφους καθορίζεται και το σεισμικό επίκεντρο του σεισμού που μπορεί να βρίσκεται χιλιάδες χιλιόμετρα μακριά (Σχ.1.10)



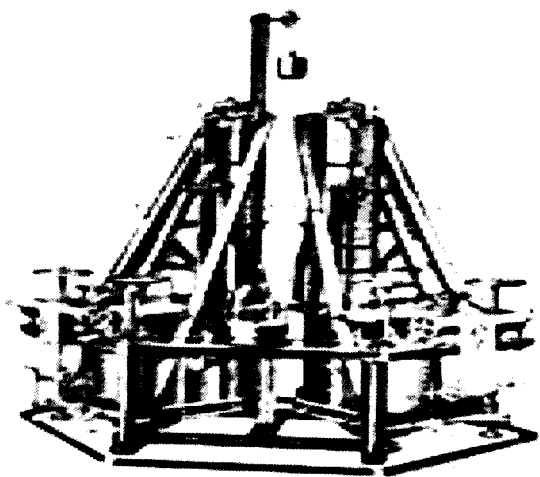
Σχ.1.10

Σεισμόμετρα : Είναι όργανα που γράφουν με σημαντική ακρίβεια τις σεισμικές κινήσεις. Η βασική διαφορά μεταξύ σεισμομέτρου και σειсмоγράφου είναι ότι το σεισμόμετρο διαθέτει συσκευή με την οποία πετυχαίνεται απόσβεση της αιώρησης του εκκρεμούς και έτσι είναι δυνατή η πιστότερη αναγραφή της σεισμικής κίνησης. Οι αναγραφές των σεισμομέτρων λέγονται σεισμογράμματα. (Σχ.1.11).

Η αναγραφή των σεισμικών κυμάτων στα σεισμόμετρα γίνεται με τρεις κυρίως τρόπους. Πρώτον, με μηχανική αναγραφή (σεισμόμετρα Mainka, Wiechert). Δεύτερον, με οπτική αναγραφή (σεισμόμετρα Milne - Show, Wood - Anderson). Τρίτον, με ηλεκτρομαγνητική αναγραφή (σεισμόμετρο κινούμενου πηνίου Galitzin και το σεισμόμετρο μεταβαλλόμενης μαγνητικής αντίστασης Benioff)



Σχ.1.11 Galitzin



Οριζόντιο σεισμομετρο Mainka
(Sieberg, 1923)

Σχ.1.11 Mainka

Οι επιταχυνσιογράφοι: Αποτελούν ειδική κατηγορία σεισμομέτρων. Τα σεισμογράμματα των οργάνων αυτών δίνουν τη σεισμική επιτάχυνση σε συνάρτηση με τον χρόνο. Χρησιμοποιούνται σχεδόν αποκλειστικά από την Τεχνική Σεισμολογία. Τοποθετούνται συνήθως μέσα στα κτίρια για την μέτρηση της επιτάχυνσης κατά την γένεση των σεισμών. Δε βρίσκονται σε συνεχή λειτουργία, όπως συμβαίνει με τα άλλα σεισμομετρα, αλλά μπαίνουν σε λειτουργία με κατάλληλη διέγερση στην αρχή του σεισμού και γράφουν την προκαλούμενη επιτάχυνση από το σεισμό. Ένας από τους πιο διαδεδομένους τύπους επιταχυνσιογράφων ήταν ο αναλογικός επιταχυνσιογράφος SMA-1, στον οποίο η καταγραφή της δόνησης γίνεται σε φωτογραφικό φιλμ.

Ο επιταχυνσιογράφος αυτός σιγά-σιγά αντικαθίσταται από ψηφιακούς σύγχρονους επιταχυνσιογράφους.

1.7 Η ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΔΡΑΣΗ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Ο ελληνικός χώρος βρίσκεται στην περιοχή σύγκλισης δύο μεγάλων λιθοσφαιρικών πλακών, της Αφρικανικής και της Ευρασιατικής. Συνεπώς, ως βασική αιτία των σεισμών και των άλλων γεωλογικά προσφάτων γεωδυναμικών φαινομένων στο χώρο αυτό θα μπορούσε να θεωρηθεί η σύγκρουση των δυο αυτών λιθοσφαιρικών πλακών. Όμως, ο χώρος αυτός είναι σεισμοτεκτονικά πολύπλοκος και

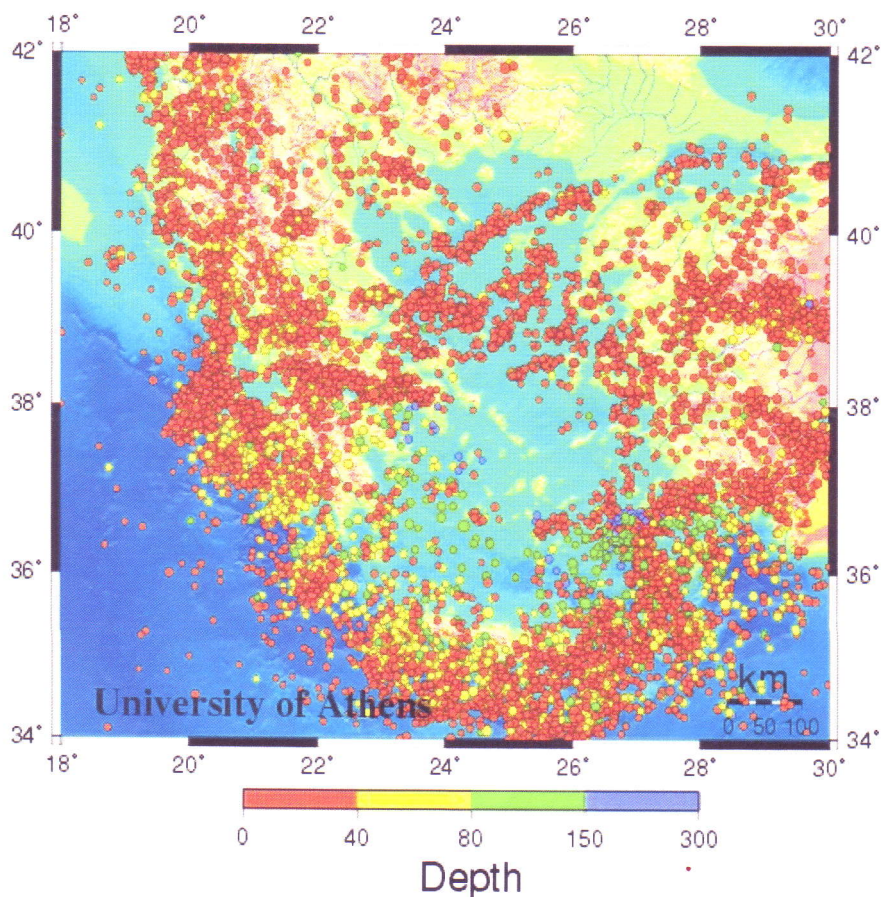
για την κατανομή των αιτιών γένεσης των σεισμών και της χωρικής κατανομής της σεισμικής δράσης απαιτείται περισσότερο λεπτομερής θεωρία.

Πρόσφατη έρευνα έδειξε ότι οι σεισμοί στο χώρο του Αιγαίου και των γύρω περιοχών οφείλονται:

α) Σε συμπιεστικές (Σ) δυνάμεις που ασκούν στα όρια του χώρου αυτού τρεις γειτονικές λιθοσφαιρικές πλάκες κατά την κίνηση τους προς αυτό το χώρο

β) Σε εφελκυστικές (Εφ) δυνάμεις που ασκούνται μέσα στη λιθόσφαιρα αυτού του χώρου και προκαλούνται από αίτια που βρίσκονται μέσα ή στον πυθμένα αυτής της λιθόσφαιρας.

Η Ελλάδα κατέχει την έκτη θέση όσον αφορά στη σεισμικότητα, σε σχέση με άλλες χώρες του κόσμου. Έχει μικρότερη σεισμικότητα μόνο από την Ιαπωνία, Νέες Εβρίδες, Περού, Νησιά Σολομώντα και τη Χιλή. (Σχ.1.12).

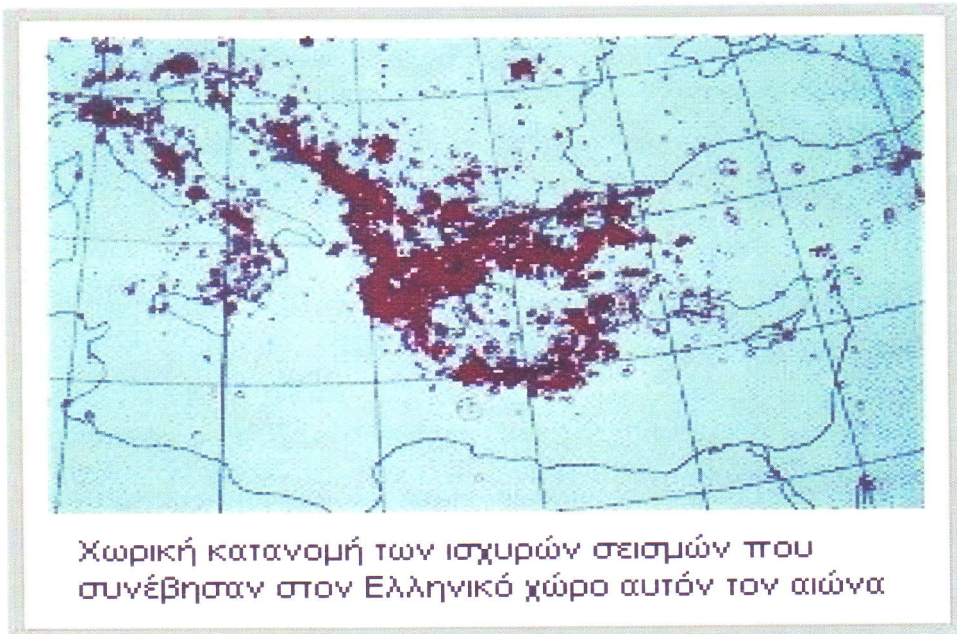


Σχ.1.12

Σεισμοί ενδιάμεσου βάθους παρατηρούνται σε μια ζώνη παράλληλα με τα όρια των λιθοσφαιρικών πλακών δηλαδή στις περιοχές Ζάκυνθο, Λευκάδα, Πάτρα, Καλαμάτα και Πύργο. Οι σεισμοί παρατηρούνται στη ζώνη Benieff της πλάκας καταβύθισης ενώ τα επίκεντρα βρίσκονται στις Νότιες και Δυτικές ακτές του Ελλαδικού χώρου. Τα εστιακά βάθη φτάνουν έως τα 160 Km.

Τα επίκεντρα των επιφανειακών σεισμών εμφανίζουν σημαντική διασπορά σε όλο τον Ελλαδικό χώρο. Σημαντική σεισμική δραστηριότητα παρατηρείται και στην περιοχή του Β. Αιγαίου και της Β.Δ. Ανατολίας.

Οι σεισμοί ενδιάμεσου βάθους (βάθη εστίας μεταξύ 70 και 180 km) είναι ιδιαίτερα επικίνδυνοι, γιατί προκαλούν βλάβες σε μεγάλες αποστάσεις κατά μήκος του Ελληνικού τόξου και οι περίοδοι των κυμάτων τους είναι σχετικά μεγάλες (1,5 sec).



Στην μακρόχρονη ιστορία του τόπου μας έχουν καταγραφεί χιλιάδες σεισμοί. Αναφέρουμε τον σεισμό σε Κεφαλονιά-Ζάκυνθο του 1953 που είχε μέγεθος 7,3 βαθμούς Ρίχτερ, που σχεδόν κατέστρεψε τα πάντα και οι πόλεις ξαναχτίστηκαν. Επίσης, τον σεισμό της Θεσσαλονίκης το 1978, της Αθήνας το 1981 και το 1999, των Γρεβενών και του Αιγίου το 1995. Τα τελευταία χρόνια δηλαδή επελέγησαν και περιοχές που θεωρούνταν μη σεισμογενείς με αποτέλεσμα την αναθεώρηση τόσο των ζωνών υψηλής σεισμικότητας, όσο και των κανονισμών αντισεισμικής προστασίας.

2.ΣΕΙΣΜΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

2.1 ΕΙΔΗ ΣΕΙΣΜΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ

Τα πετρώματα του εσωτερικού της Γης έχουν ελαστικές ιδιότητες, που τους επιτρέπουν να παραμορφώνονται και να δονούνται όταν ασκούνται πάνω τους δυνάμεις πίεσης ή εφελκυσμού.

Όταν προκληθεί μια διατάραξη σε ένα ελαστικό και ισότροπο μέσο απείρων διαστάσεων, παράγονται δύο είδη ελαστικών κυμάτων, τα διαμήκη κύματα και τα εγκάρσια κύματα. Τα κύματα αυτά αποτελούν τα λεγόμενα κύματα χώρου. Όταν, όμως, το ελαστικό μέσο δεν επεκτείνεται στο άπειρο προς όλες τις διευθύνσεις αλλά περιορίζεται από ορισμένη επιφάνεια (π.χ. την επιφάνεια της Γης), αναπτύσσεται και ένα άλλο είδος ελαστικών κυμάτων, τα επιφανειακά κύματα. Τα επιφανειακά κύματα διακρίνονται σε κύματα Rayleigh, σε κύματα Love και σε κύματα Stonley.

2.1.1 Διαμήκη κύματα χώρου

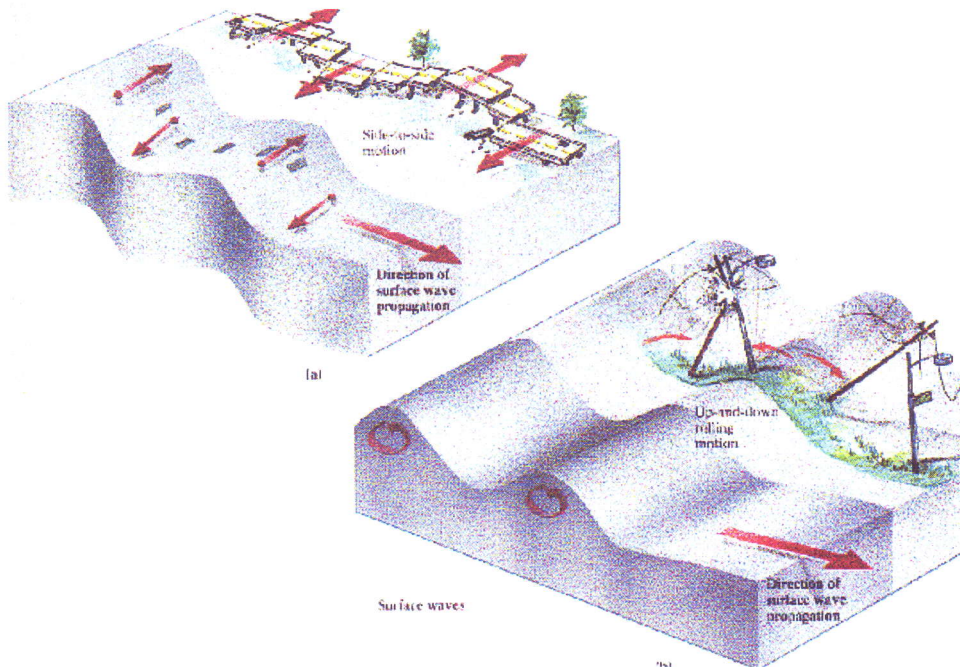
Όταν ένας σεισμός εκδηλώνεται ο πρώτος παλμός της ενέργειας, που προέρχεται από το σημείο της εστίας, διαδίδεται με τα πρωτεύοντα ή κύματα πίεσης (P - primary). Είναι διαμήκη κύματα και διατρέχουν όλη τη Γη ενώ είναι και τα πρώτα που φτάνουν σε ένα σεισμολογικό σταθμό. Σε βραχώδη εδάφη κινούνται με 6 km/s ενώ στο νερό με το ένα τρίτο αυτής της ταχύτητας (περίπου 2 km/s). Όταν φθάσουν στην επιφάνεια της Γης, τα κύματα αυτά διαδίδονται και στον αέρα, ως ηχητικά κύματα. Ανάλογα με τη συχνότητά τους μπορούν να ακουστούν από τον άνθρωπο ή μόνο από τα ζώα.

Κατά τη διάδοση των κυμάτων αυτών, τα υλικά σημεία του μέσου διάδοσης ταλαντώνονται κατά διεύθυνση παράλληλη προς τη διεύθυνση διάδοσης, δηλαδή κατά μήκος της σεισμικής ακτίνας και μάλιστα με τέτοιο τρόπο, ώστε να δημιουργούνται διαδοχικά πυκνώματα και αραιώματα. Αυτό έχει ως συνέπεια την παροδική διαδοχική αύξηση και ελάττωση της πυκνότητας του μέσου (Σχ.2.1).

Σε ελαστικό και ισότροπο μέσο, τα διαμήκη κύματα διαδίδονται με ταχύτητα u , δίνεται από τη σχέση:

$$u_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (2.1)$$

Όπου λ και μ είναι παράμετροι του μέσου διάδοσης γνωστές ως ελαστικές σταθερές του Lamé και ρ είναι η πυκνότητα του μέσου διάδοσης του κύματος. Η παράμετρος λ συνδέεται με τη συμπιεστότητα (compressibility) του μέσου διάδοσης, δηλαδή αποτελεί ένα μέτρο της απόκρισής του σε αλλαγές της πίεσης. Αντίστοιχα η παράμετρος μ , αποτελεί ένα μέτρο της απόκρισης του ελαστικού μέσου στις τάσεις που δημιουργούνται λόγω τριβών και ονομάζονται διατμητικές παραμορφώσεις (shear stresses).

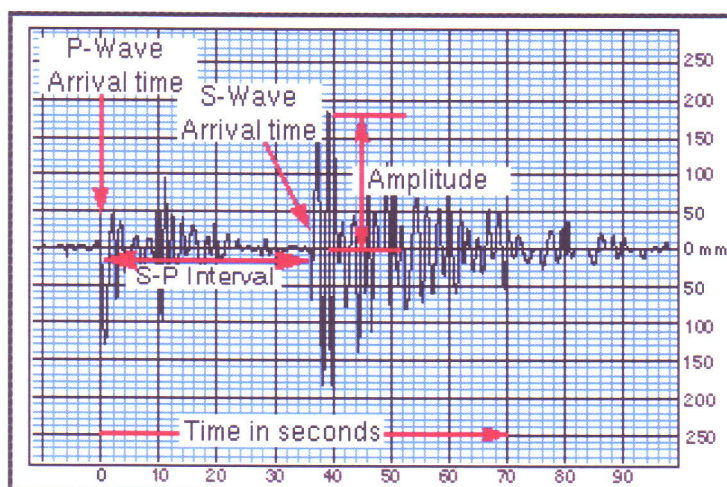


Σχ.2.1

Τα διαμήκη κύματα παριστάνονται στη Σεισμολογία με το σύμβολο P (Primus), επειδή είναι αυτά που αναγράφονται πρώτα από τα σεισμόμετρα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η ταχύτητα διάδοσης των επιμηκών κυμάτων είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα διάδοσης των εγκάρσιων και των επιφανειακών κυμάτων σε ένα συγκεκριμένο μέσο.

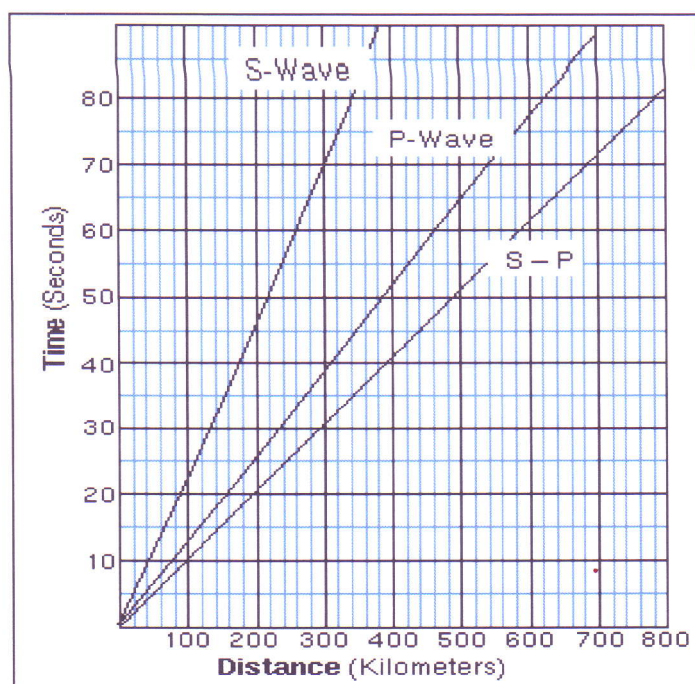
2.1.2 Εγκάρσια κύματα χώρου

Τα επόμενα κύματα που φτάνουν σε ένα τόπο είναι τα εγκάρσια ή δευτερεύοντα (S-secondary). Αυτά είναι πιο αργά(κινούνται με περίπου 2km/sec), αλλά πιο ισχυρά και καταστρεπτικά από τα διαμήκη τα οποία και ακολουθούν στο σεισμόγραμμα.



Σχ.2.2

Το παραπάνω γράφημα δείχνει πότε ένα σεισμικό κύμα φθάνει στο σταθμό, το οποίο εξαρτάται από το πόσο μακριά είναι ο σεισμός.



Σχ.2.3

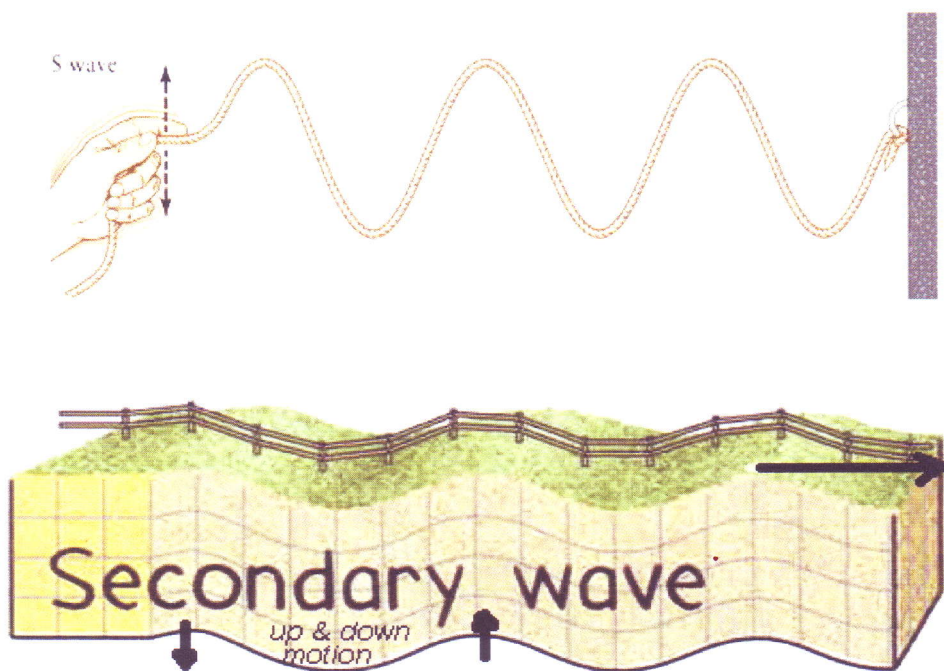
Κατά τη διάδοση των εγκάρσιων κυμάτων τα υλικά σημεία του μέσου διάδοσης κινούνται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε το εν λόγω μέσο να υπόκειται σε διατμητική παραμόρφωση. Κατά αυτόν τον τρόπο, τα εγκάρσια κύματα δεν είναι τίποτα άλλο παρά η διάδοση της διατμητικής παραμόρφωσης του ελαστικού μέσου (Σχ.2.4).

Η ταχύτητα διάδοσης των εγκάρσιων κυμάτων μέσα σε ελαστικό και ισότροπο μέσο δίνεται από τη σχέση:

$$u_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2.2)$$

όπου μ είναι η ελαστική σταθερά του Lamé και ρ η πυκνότητα του μέσου διάδοσης των κυμάτων.

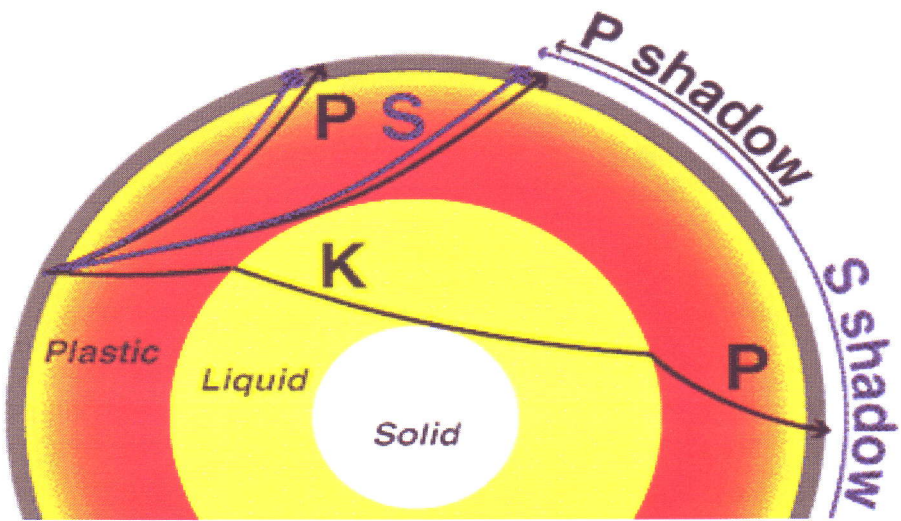
Η σταθερά μ αποτελεί μέτρο της διατμητικής παραμόρφωσης του μέσου κατά τη διάδοση των κυμάτων και έχει τόσο μεγαλύτερη τιμή όσο μεγαλύτερη είναι η αντίδραση του μέσου στη διατμητική παραμόρφωση του. Για τα ιδανικά ρευστά θεωρούμε $\mu=0$. Για το λόγο αυτό, η ταχύτητα διάδοσης των εγκάρσιων κυμάτων μέσα στα ρευστά (υγρά, αέρια), σύμφωνα με τη σχέση (2.2), είναι ίση με μηδέν. Συνεπώς δεν διαδίδονται εγκάρσια κύματα μέσα στα ρευστά.



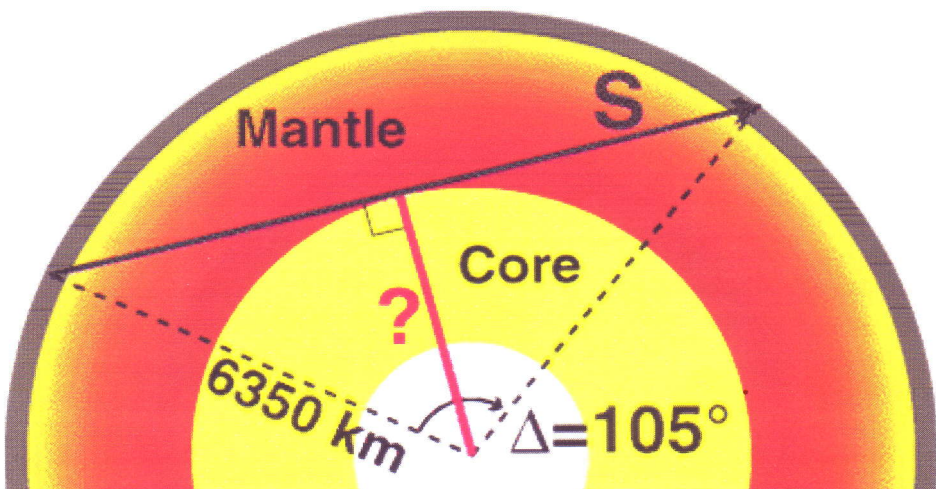
Σχ.2.4



Σχ.2.5



Σχ.2.6

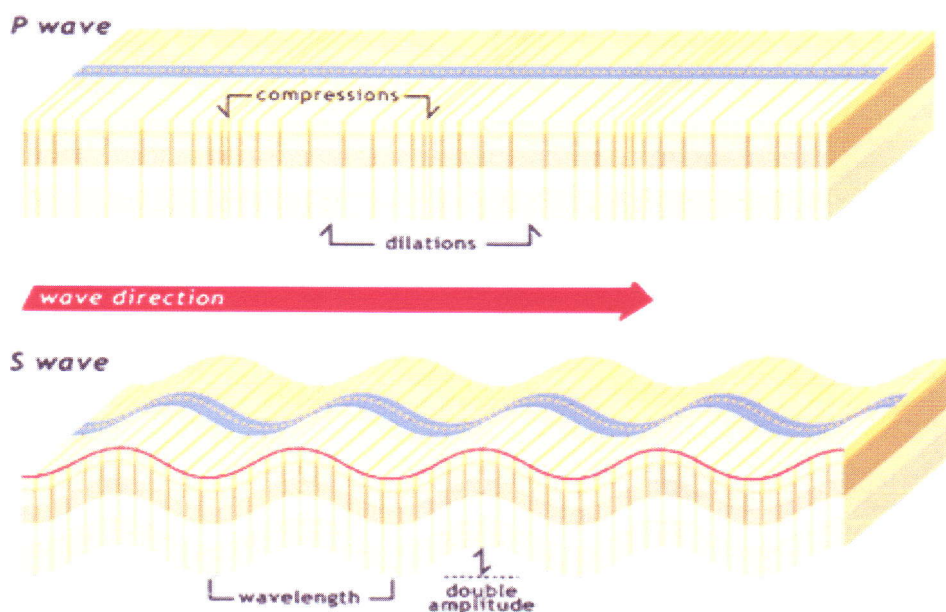


Σχ.2.7

Τα κύματα S χρησιμοποιούνται παραδοσιακά για να αξιολογήσουν το μέγεθος ενός σεισμικού γεγονότος, αλλά αυτές οι πληροφορίες στοιχειολογούνται μόνο μετά από το σεισμό.

Τα δύο παραπάνω κύματα διέπονται από όλες τις αρχές διάδοσης των κυμάτων (ανάκλαση, διάθλαση, αρχή του Fermat και του Huygens).

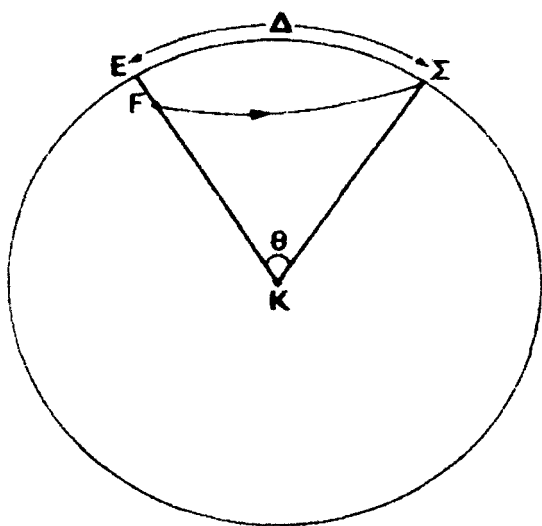
Από τη σύγκριση των σχέσεων (2.1) και (2.2) προκύπτει ότι η ταχύτητα διάδοσης των εγκάρσιων κυμάτων (S) σε ένα μέσο είναι μικρότερη από την αντίστοιχη ταχύτητα διάδοσης των επιμηκών κυμάτων (P) (Σχ.2.8). Γι' αυτό και τα εγκάρσια κύματα που γεννιούνται στην εστία μιας δόνησης, φτάνουν σε έναν ορισμένο σταθμό μετά τα διαμήκη κύματα. Για το λόγο αυτό, τα εγκάρσια σεισμικά κύματα συμβολίζονται με το S (Secundus). Από τις σχέσεις (2.1) και (2.2) και με βάση τον ορισμό των σταθερών λ και μ , γίνεται φανερό ότι τόσο η U_p όσο και η U_s εξαρτώνται από τη σύσταση του εδάφους, την πίεση και τη θερμοκρασία του χώρου. Κατά αυτόν τον τρόπο, μελετώντας το προφίλ ταχυτήτων των σεισμικών κυμάτων μπορούμε να καταλήξουμε σε ασφαλή συμπεράσματα όσον αφορά στη δομή και τη σύσταση του εσωτερικού της Γης.



Σχ.2.8

2.2 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΧΩΡΟΥ ΜΕ ΤΟ ΒΑΘΟΣ

Έστω F η εστία του σεισμού, E το μικροσεισμικό επίκεντρο αυτού και Σ ένας σεισμολογικός σταθμός (Σχ.2.9). Ονομάζουμε επικεντρική απόσταση Δ του σεισμού από το σταθμό το μήκος του τόξου μέγιστου κύκλου που βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια της Γης μεταξύ του σταθμού και του επικέντρου ή την αντίστοιχη επικεντρική γωνία θ . Η επικεντρική απόσταση μετριέται σε Km ή μοίρες (1 μοίρα = 111,11 Km).



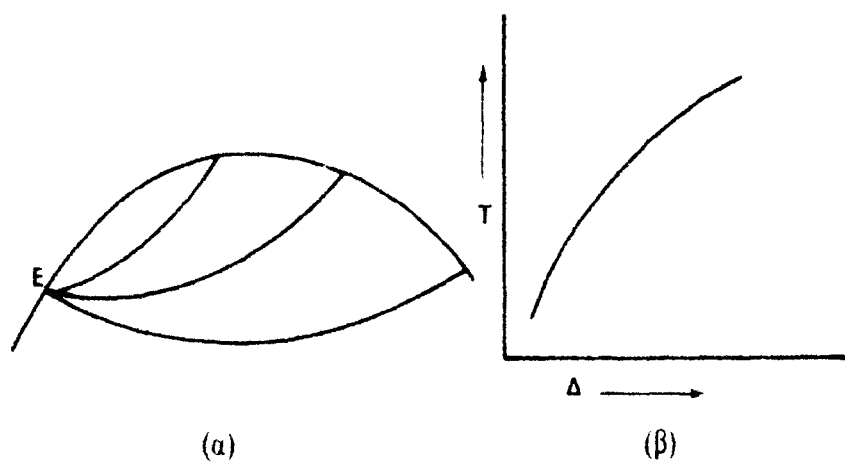
Σχ.2.9 Σεισμική εστία F , επίκεντρο E και επικεντρική απόσταση Δ ή θ ενός σταθμού Σ .

Όπως η διάδοση του φωτός περιγράφεται με τις οπτικές ακτίνες έτσι και η διάδοση των σεισμικών κυμάτων χώρου περιγράφεται με τις σεισμικές ακτίνες. Ονομάζουμε χρόνο διαδρομής ενός κύματος το χρόνο στον οποίο το κύμα διατρέχει το μεταξύ της εστίας και ενός σταθμού τμήμα του δρόμου που διαγράφεται από τη σεισμική ακτίνα. Είναι φανερό ότι ο χρόνος άφιξης ενός κύματος σε ένα σταθμό είναι το άθροισμα του χρόνου γένεσης και του χρόνου διαδρομής αυτής.

Τα κύματα χώρου, που γεννιούνται στην εστία ενός σεισμού, διαδίδονται στο εσωτερικό της Γης και φθάνουν στην επιφάνεια της Γης. Εκείνα από τα κύματα που φθάνουν σε σημεία από την επιφάνεια της Γης όπου υπάρχουν σεισμολογικοί σταθμοί, αναγράφονται από τα σεισμόμετρα των σταθμών. Αν η εστία και ο χρόνος γένεσης του σεισμού είναι γνωστά, μπορούμε να υπολογίσουμε τις επικεντρικές αποστάσεις και τους αντίστοιχους χρόνους διαδρομής. Τούτο μπορεί να επαναληφθεί για πολλούς σεισμούς, οπότε μπορούμε να κατασκευάσουμε πίνακες, που να δίνουν

τους χρόνους διαδρομής, T , σε συνάρτηση με τις επικεντρικές αποστάσεις Δ . Αυτοί λέγονται πίνακες χρόνων διαδρομής. Οι πιο σύγχρονοι πίνακες χρόνων διαδρομής βασίζονται στις αναγραφές πυρηνικών ή άλλων εκρήξεων, γιατί οι εστίες και οι χρόνοι γένεσης των εκρήξεων είναι γνωστοί με μεγάλη ακρίβεια.

Οι χρόνοι διαδρομής εξαρτώνται από το εστιακό βάθος του σεισμού. Για το λόγο αυτό, έχουν κατασκευαστεί πίνακες χρόνων διαδρομής για διάφορα εστιακά βάθη. Ένας τέτοιος πίνακας είναι ο πίνακας των Jeffreys και Bullen (1958) μέρος του οποίου αποτελεί ο πίνακας (2.1) ο οποίος δίνει τους χρόνους διαδρομής των διαμήκων κυμάτων για πέντε τιμές των εστιακών βαθών (0 Km, 100 Km, 158 Km, 233 Km) και για επικεντρικές αποστάσεις από $0,5^0$ μέχρι 25^0 .



Σχ.2.10 Σεισμικές ακτίνες (α) και καμπύλη χρόνων διαδρομής (β) για κανονική μεταβολή της ταχύτητας με το βάθος.

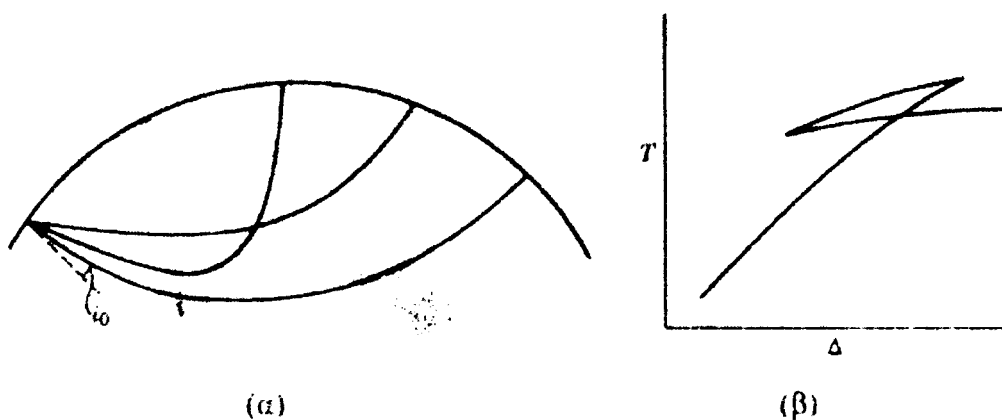
Οι γραφικές παραστάσεις των σχέσεων μεταξύ των χρόνων διαδρομής και των επικεντρικών αποστάσεων λέγονται καμπύλες χρόνων διαδρομής. Η μορφή των καμπύλων χρόνων διαδρομής εξαρτάται από τον τρόπο μεταβολής των ταχυτήτων των κυμάτων χώρου μέσα από τη Γη. Το εστιακό βάθος μπαίνει σαν παράμετρος στους πίνακες και στις καμπύλες χρόνων διαδρομής.

Οι ταχύτητες των κυμάτων χώρου μεταβάλλονται κατά κύριο λόγο με το βάθος μέσα στη Γη και πολύ λιγότερο οριζόντια. Όταν η μεταβολή της ταχύτητας v , με το βάθος h , είναι συνεχής και η βαθμίδα της μεταβολής αυτής (dv/dh) είναι μικρή λέμε ότι έχουμε κανονική μεταβολή της ταχύτητας με το βάθος. Στο μεγαλύτερο

μέρος του εσωτερικού της Γης η μεταβολή της ταχύτητας μπορεί να θεωρηθεί κανονική. Το σχήμα 2.10 παριστάνει σεισμικές ακτίνες και την καμπύλη χρόνων διαδρομής στην περίπτωση κανονικής μεταβολής της ταχύτητας με το βάθος. Παρατηρούμε ότι ο χρόνος διαδρομής είναι μονοσήμαντη συνάρτηση της επίκεντρης απόστασης.

Όμως, υπάρχουν περιοχές του εσωτερικού της Γης που η ταχύτητα δε μεταβάλλεται κανονικά με το βάθος. Περιγράφουμε παρακάτω δυο τέτοιες περιπτώσεις που παρουσιάζουν εξαιρετικό ενδιαφέρον.

Όταν σε μια περιοχή του εσωτερικού της Γης, η ταχύτητα των σεισμικών κυμάτων μεταβάλλεται γρήγορα με το βάθος, τότε, οι σεισμικές ακτίνες, που περνούν από την περιοχή αυτή, καμπυλώνονται ισχυρά με συνέπεια να φθάνουν αυτές σε αποστάσεις μικρότερες από κείνες στις οποίες φθάνουν άλλες ακτίνες, που αναχωρούν από την εστία με μεγαλύτερες γωνίες, ως προς την κατακόρυφη, αλλά βρίσκονται ολόκληρες πάνω από την περιοχή που προκαλεί την ανωμαλία. Το σχήμα (2.11α) παριστάνει τέτοια περίπτωση.

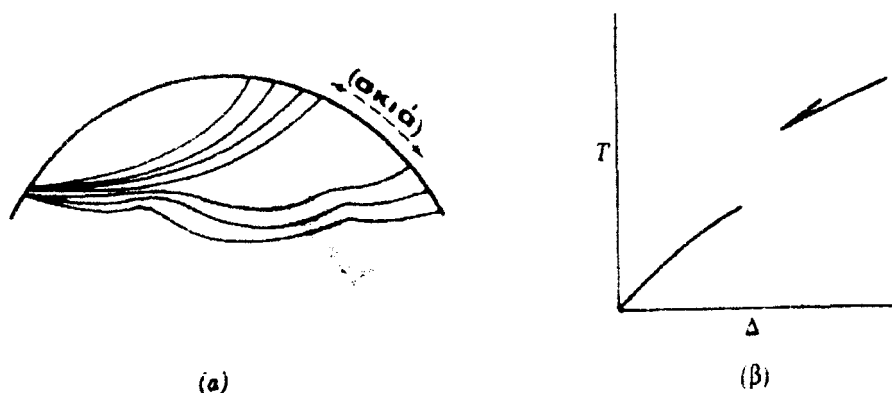


Σχ.2.11 Επίδραση στρώματος μεγάλης ταχύτητας στις σεισμικές ακτίνες (α) και αντίστοιχες καμπύλες χρόνων διαδρομής.

Ο χρόνος διαδρομής δεν είναι μονοσήμαντη συνάρτηση της επίκεντρικής απόστασης, Δ , (σχ. 2.11β) δηλαδή, υπάρχουν κύματα του ίδιου είδους (π.χ. P κύματα) που αναχωρούν συγχρόνως από την εστία και φθάνουν σε διαφορετικούς χρόνους σε ορισμένο σταθμό, επειδή ακολούθησαν διαφορετικούς δρόμους. Η καμπύλη των

χρόνων διαδρομής αποτελείται από τρεις κλάδους, που αντιστοιχούν σε τρεις οικογένειες σεισμικών ακτινών όπως φαίνεται στο σχήμα 2.11α

Άλλη ενδιαφέρουσα περίπτωση μη κανονικής μεταβολής της ταχύτητας των σεισμικών κυμάτων με το βάθος είναι η περίπτωση που η ταχύτητα μέσα σε ορισμένο στρώμα του εσωτερικού της Γης ελαττώνεται με το βάθος, ενώ πάνω και κάτω από το στρώμα αυτό η ταχύτητα μεταβάλλεται κανονικά. Τέτοιες περιπτώσεις εμφανίζονται σε ορισμένα βάθη στο μανδύα και ίσως στο φλοιό, καθώς και στο όριο μεταξύ μανδύα και πυρήνα.



Σχ.2.12 Επίδραση στρώματος μικρής ταχύτητας στις σεισμικές ακτίνες (α) και αντίστοιχες καμπύλες χρόνων διαδρομής.

Το σχήμα (2.12α) παριστάνει τέτοιο στρώμα μικρής ταχύτητας καθώς και τις σεισμικές ακτίνες ενώ το σχήμα (2.12β) δείχνει την καμπύλη χρόνων διαδρομής. Παρατηρούμε ότι υπάρχει ασυνέπεια στην καμπύλη $T = f(\Delta)$ και συνεπώς υπάρχει περιοχή που ονομάζεται σκιερή ζώνη όπου δεν αναδύονται σεισμικές ακτίνες.

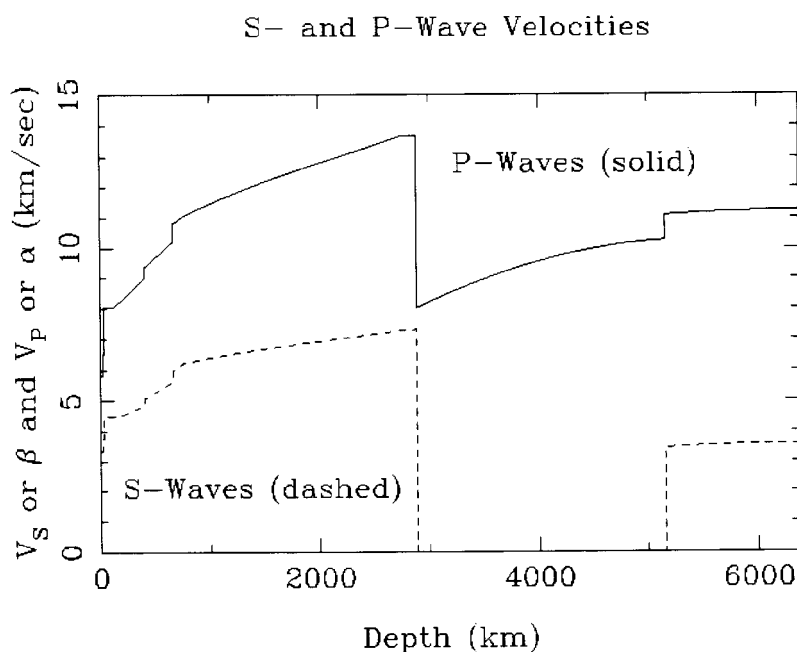
Οι ταχύτητες των διαμήκων και των εγκάρσιων κυμάτων μεταβάλλονται κατακόρυφα και οριζόντια μέσα στη Γη. Όπως όμως αναφέραμε και παραπάνω η μεταβολή με το βάθος είναι, γενικά, πολύ σημαντικότερη από την οριζόντια μεταβολή και για αυτό ο τρόπος διάδοσης των σεισμικών κυμάτων μέσα στη Γη εξαρτάται, βασικά, από τις σχέσεις μεταξύ των ταχυτήτων και των κυμάτων χώρου και του βάθους.

Για να κατανοήσουμε, συνεπώς, τον τρόπο διάδοσης των σεισμικών κυμάτων μέσα στη Γη, είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε τη μεταβολή των ταχυτήτων των

Χρόνοι διαδρομής των επιμήκων κυμάτων P, για πέντε τιμές εστιακών βαθών και για διάφορες επικεντρικές αποστάσεις από 0.5" ως 25"

Δ Μοίρες	h → km									
	0		33		100		158		233	
	m	s	m	s	m	s	m	s	m	s
0.0		(6.8)		5.4		13.5		21.4		29.1
0.5		14.0		10.5		15.6		22.6		29.9
1.0		21.1		17.7		20.4		25.8		32.3
1.5		28.2		24.8		26.7		30.6		36.0
2.0		35.4		32.0		32.9		36.0		40.6
2.5		42.6		39.1		39.8		42.1		45.7
3.0		49.7		46.3		46.7		48.4		51.3
3.5		56.8		53.4		53.6		54.8		57.1
4.0	1	03.9	1	00.5	1	00.4	1	01.3	1	03.2
4.5	1	11.0	1	07.6	1	07.2	1	07.8	1	09.4
5.0	1	18.1	1	14.7	1	14.1	1	14.4	1	15.6
5.5	1	25.2	1	21.7	1	20.9	1	21.0	1	22.0
6.0	1	32.2	1	28.7	1	27.7	1	27.6	1	28.3
6.5	1	39.3	1	35.8	1	34.6	1	34.3	1	34.7
7.0	1	46.3	1	42.8	1	41.6	1	41.0	1	41.1
7.5	1	53.3	1	49.8	1	48.4	1	47.7	1	47.5
8.0	2	00.3	1	56.7	1	55.2	1	54.3	1	54.0
8.5	2	14.2	2	03.7	2	02.0	2	00.9	2	00.5
9.0	2	21.1	2	10.6	2	08.7	2	07.5	2	06.9
9.5	2	28.0	2	17.5	2	15.5	2	14.1	2	13.3
10.0	2	41.7	2	24.4	2	22.2	2	20.6	2	19.7
11.0	2	55.3	2	38.1	2	35.6	2	33.7	2	32.5
12.0	2	08.7	2	51.6	2	48.9	2	46.7	2	45.1
13.0	3	21.9	3	05.0	3	02.1	2	59.6	2	57.6
14.0	3	35.0	3	18.1	3	15.0	3	12.3	3	10.0
15.0	3	48.0	3	31.2	3	27.9	3	24.9	3	22.3
16.0	3	00.7	3	44.1	3	40.5	3	37.3	3	34.4
17.0	4	37.0	3	56.7	3	52.9	3	49.5	3	46.0
20.0	4	47.4	4	32.5	4	27.1	4	21.9	4	16.9
21.0	4	57.5	4	42.9	4	37.3	4	31.9	4	26.8
22.0	4	07.4	4	52.9	4	47.2	4	41.7	4	36.5
23.0	5	17.1	5	02.8	4	6.9	4	51.4	4	46.2
24.0	5	26.8	5	12.5	5	6.5	5	01.0	4	55.6
25.0	5	26.8	5	22.2	5	16.2	5	10.4	5	04.9

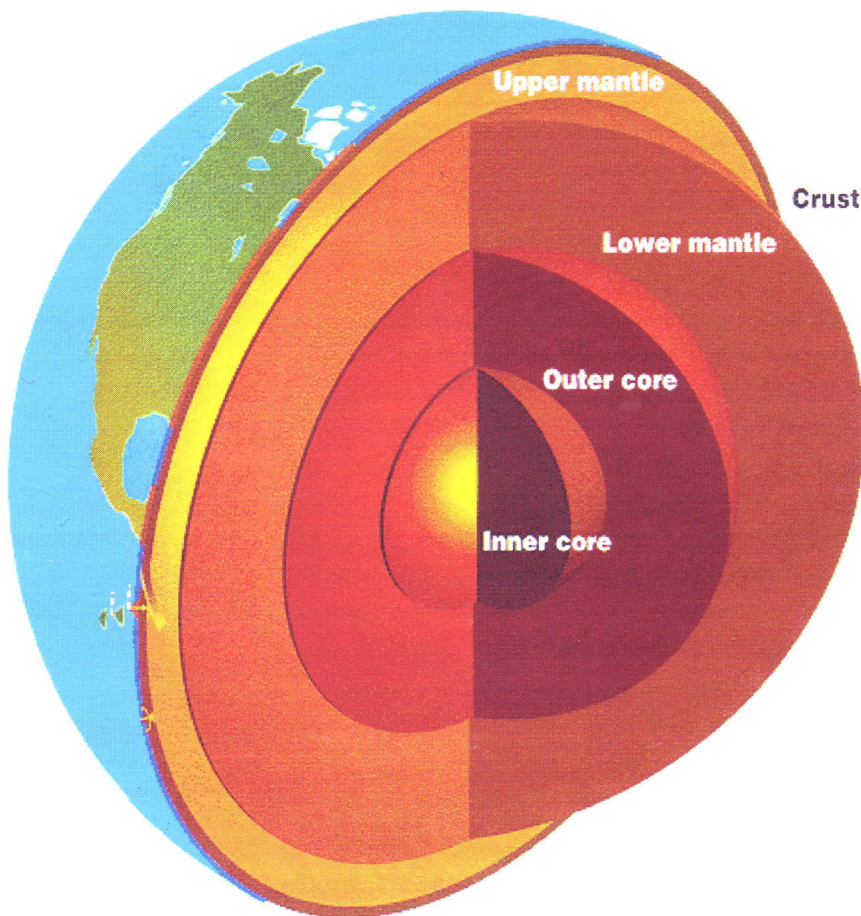
σεισμικών κυμάτων χώρου σε βάθος. Το παρακάτω σχήμα 2.13 παριστάνει σε πρώτη προσέγγιση τη μεταβολή των ταχυτήτων των διαμήκων P και των εγκάρσιων S σεισμικών κυμάτων με το βάθος.



Σχ.2.13 Μεταβολή των ταχυτήτων των διαμήκων και εγκάρσιων σεισμικών κυμάτων με το βάθος μέσα στη Γη.

Από το σχήμα 2.13 προκύπτει ότι οι ταχύτητες των κυμάτων χώρου στο μεγαλύτερο μέρος της Γης αυξάνονται με το βάθος συνεχώς αλλά όχι γρήγορα, δηλαδή μεταβάλλονται κανονικά. Στην περίπτωση αυτή όπως προκύπτει από τους νόμους της διάθλασης, οι σεισμικές ακτίνες παρουσιάζουν μικρή καμπυλότητα με το κυρτό μέρος τους προς τα κάτω.

Το σχήμα 2.13 δείχνει ότι υπάρχουν περιοχές του εσωτερικού της Γης όπου η ταχύτητα δε μεταβάλλεται κανονικά με το βάθος. Υπάρχουν, μάλιστα ορισμένα βάθη όπου η ταχύτητα μεταβάλλεται απότομα. Στα βάθη αυτά υπάρχουν ασυνέχειες των ταχυτήτων. Δυο από τις ασυνέχειες αυτές είναι οι σπουδαιότερες και για αυτό ονομάζονται ασυνέχειες πρώτης τάξης. Αυτές αποτελούν επιφάνειες που χωρίζουν τη Γη σε τρία συγκεντρικά στρώματα. Τα στρώματα αυτά είναι ο φλοιός, ο μανδύας και ο πυρήνας. (Σχ. 2.14)



Σχ.2.14 Η Γη αποτελείται από το φλοιό, το μανδύα και τον πυρήνα ο οποίος χωρίζεται στον εξωτερικό και εσωτερικό πυρήνα (Bath 1973).

Η επιφάνεια που χωρίζει το φλοιό από το μανδύα λέγεται ασυνέχεια Mohorovicic, ενώ η επιφάνεια που χωρίζει το μανδύα από τον πυρήνα λέγεται ασυνέχεια Gutenberg, από τα ονόματα των επιστημόνων που τις ανακάλυψαν.

Ο ηπειρωτικός φλοιός αποτελείται από τρία σχεδόν οριζόντια στρώματα. Το ανώτερο από αυτά είναι ένα λεπτό στρώμα, που αποτελείται από ιζηματογενή πετρώματα, και λέγεται ιζηματογενές στρώμα. Κάτω από αυτό υπάρχει το «γρανιτικό στρώμα», που πήρε την ονομασία αυτή από το γεγονός ότι οι ταχύτητες διάδοσης των κυμάτων χώρου μέσα σε αυτό έχουν τιμές κατά προσέγγιση ίσες με αυτές που προσδιορίστηκαν πειραματικά στο γρανίτη. Κάτω από το γρανιτικό στρώμα υπάρχει το βασαλτικό στρώμα, μέσα στο οποίο οι τιμές των ταχυτήτων των κυμάτων χώρου είναι ίσες περίπου με τις τιμές των ταχυτήτων αυτών μέσα σε πέτρωμα βασάλτη. Η επιφάνεια που χωρίζει το γρανιτικό από το βασαλτικό στρώμα λέγεται ασυνέχεια Conard. Ο ωκεάνιος φλοιός δεν έχει γρανιτικό στρώμα.

Ο μανδύας αρχίζει από την ασυνέχεια Mohorovicic και φθάνει μέχρι το βάθος των 2900 Km, όπου βρίσκεται η ασυνέχεια Gutenberg. Στο βάθος των 900 Km υπάρχει δεύτερης τάξης ασυνέχεια, που είναι γνωστή σαν ασυνέχεια Reppeti και χωρίζει το μανδύα στον πάνω μανδύα και στον κάτω μανδύα. Ο μανδύας αποτελείται βασικά από πυριτικά άλατα, όπως είναι ο ολιβίνης (Mg_2SiO_4 , Fe_2SiO_4).

Ο πυρήνας αρχίζει από την επιφάνεια Gutenberg και φθάνει μέχρι το κέντρο της Γης (6371 Km). Αυτός διακρίνεται σε εξωτερικό πυρήνα και σε εσωτερικό πυρήνα μέχρι την ασυνέχεια Lehman. Τα εγκάρσια κύματα δε διαδίδονται στον εξωτερικό πυρήνα. Αυτό μαρτυρεί ότι ο εξωτερικός πυρήνας βρίσκεται σε υγρή κατάσταση. Σήμερα, πιστεύεται ότι ο πυρήνας αποτελείται κατά κύριο λόγο από σίδηρο αλλά περιέχει και ενώσεις του σιδήρου με ελαφρά στοιχεία (οξυγόνο και θείο) σε ποσοστό 8-10%.

2.3 ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

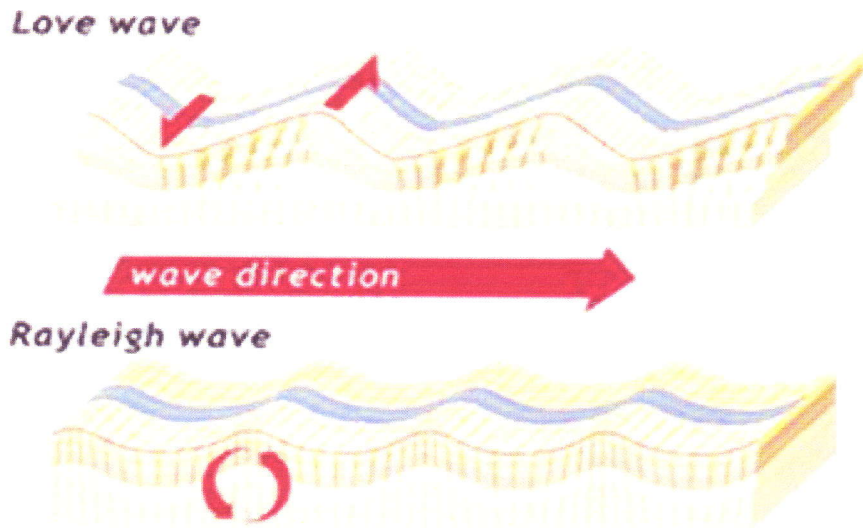
Τα επιφανειακά κύματα αποτελούν τη συνέχεια των εγκάρσιων S – κυμάτων χώρου. Τα κύματα αυτά παράγονται κοντά στην επιφάνεια της Γης, επειδή οι ελαστικές ιδιότητες του φλοιού διαφέρουν σημαντικά από τις ελαστικές ιδιότητες της ατμόσφαιρας τα εγκάρσια κύματα δε διαδίδονται σε ρευστό μέσο. Αναγκαστικά λοιπόν μετατρέπονται σε επιφανειακά κύματα. Τα κύματα αυτά έχουν τη μικρότερη ταχύτητα από όλα τα σεισμικά κύματα ενώ διαδίδονται μόνο σε στερεά υλικά. Τα κυριότερα είδη τους είναι τα κύματα Love, τα κύματα Rayleigh και τα κύματα Stonley. Τα τελευταία ακολουθούν επιφάνειες ασυνέχειας και δεν διακρίνονται εύκολα στις σεισμικές αναγραφές.

Τα κύματα Love ονομάστηκαν έτσι επειδή προβλέφθηκαν θεωρητικά από τον H. Love το 1911. Κατά τη διάδοση τους τα υλικά σημεία του μέσου ταλαντώνονται παράλληλα με την επιφάνεια του εδάφους, αλλά κάθετα ως προς τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Κατά αυτό τον τρόπο δημιουργούν πλευρικές μετακινήσεις της επιφάνειας τους εδάφους. Τα κύματα αυτά είναι ισχυρώς γραμμικά πολωμένα, δηλαδή, έχουν καλά καθορισμένη διεύθυνση ταλάντωσης και διάδοσης.

Το δεύτερο είδος επιφανειακών κυμάτων είναι τα κύματα Rayleigh (τα ανακάλυψε το 1887 ο Strutt Rayleigh). Κατά τη διάδοση αυτών των κυμάτων τα υλικά σημεία του ελαστικού μέσου κινούνται σε ελλειπτικές τροχιές των οποίων οι

μεγάλοι ημιάξονες είναι κατακόρυφοι ως προς τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος ενώ οι μικροί παράλληλοι. Διαδίδονται στα επιφανειακά στρώματα της Γης και για το λόγο αυτό δεν εμφανίζεται καθόλου σε σεισμούς με βαθύτερες εστίες.

Τα επιφανειακά κύματα (Σχ. 2.15) κινούνται πιο αργά από τα κύματα χώρου (P και S) αλλά είναι πιο καταστρεπτικά, ιδιαίτερα τα κύματα Love, τα οποία είναι συχνά υπεύθυνα για την κατάρρευση των κτιρίων.



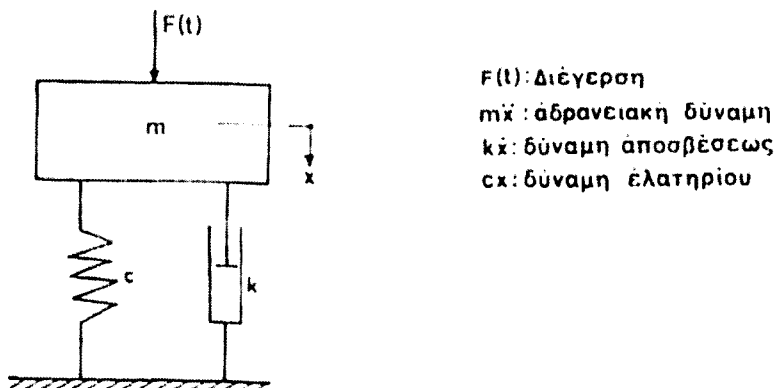
Σχ.2.15 Επιφανειακά κύματα Love και Rayleigh.

3.ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΕΝΟΣ ΒΑΘΜΟΥ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ.

Σαν εξαναγκασμένη ταλάντωση, χαρακτηρίζεται η κίνηση που εκτελεί γενικά κάθε ελαστικό μέσο, όταν αυτό υποχρεούται να κινηθεί από κάποιο μεταβαλλόμενο εξωτερικό, ή εσωτερικό αίτιο. Το αίτιο αυτό καλείται διέγερση και μπορεί να είναι μια μεταβαλλόμενη δύναμη, η ένας εξαναγκασμός σε μεταβαλλόμενη μετατόπιση ενός, ή περισσότερων σημείων του ελαστικού μέσου. Οι εξωτερικά διεγερόμενες ταλαντώσεις υποδιαιρούνται σε δύο μεγάλες ομάδες. Στις παραμετρικά διεγερόμενες και στις διεγερόμενες μέσω κάποιας συναρτήσεως παρενοχλήσεως $F(t)$. Ανάλογα με τη μαθηματική μορφή της συναρτήσεως παρενοχλήσεως διακρίνονται τέσσερις κατηγορίες εξαναγκασμένων ταλαντώσεων. Οι ταλαντώσεις με αρμονική, με περιοδική, αperiοδική και σχεδόν περιοδική διέγερση. Και στις τέσσερις κατηγορίες των εξαναγκασμένων ταλαντώσεων μέσω συναρτήσεως παρενοχλήσεως, η κίνηση της μηχανικής διατάξεως περιγράφεται με την παρακάτω δευτεροβάθμιο μη ομογενή διαφορική εξίσωση με σταθερούς συντελεστές (σκληρογραμμική):

$$mx'' + kx' + cx = F(t)$$

Η έννοια των διάφορων παραμέτρων της σχέσεως αυτής γίνεται κατανοητή με τη βοήθεια του παρακάτω σχήματος (Σχ.6).



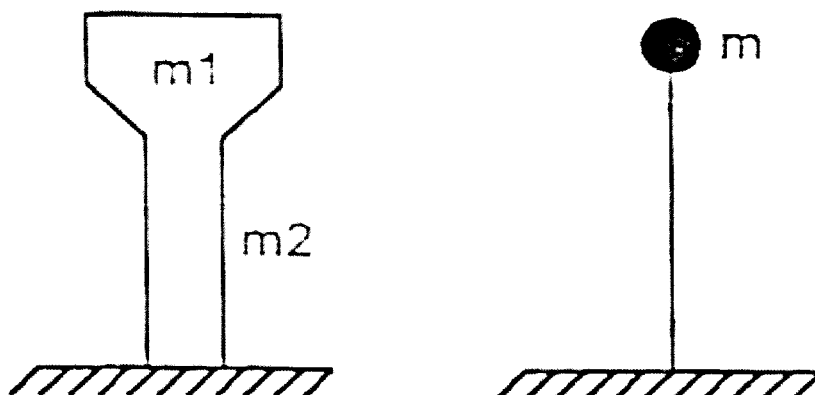
Σχ.6 Συμβολισμοί για την περιγραφή εξαναγκασμένης ταλάντωσης γραμμικού μοντέλου ενός βαθμού ελευθερίας

3.1 ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΟΒΑΘΜΙΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ ΣΕ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ

Μια πακτωμένη ελαστική λάμα η οποία στην κορυφή φέρει υλικό σημείο συνολικής μάζας m , μπορεί να θεωρηθεί ως προσομοίωση μιας τεχνικής κατασκευής και πιο συγκεκριμένα ως ενός υδατόπυργου (Σχ. 1), υπό την προϋπόθεση ότι η κυλινδρική δεξαμενή στην κορυφή του, δεν υπόκειται σε περιστροφές γύρω από οριζόντιο άξονα (Παπαιωάννου 2002). Η εν λόγω προσομοίωση γίνεται ακόμη πιο ακριβής, αν θεωρήσουμε ότι :

$$m = m_1 + 0.236m_2 \quad (1)$$

δηλαδή, αν στη συνολική μάζα του υλικού σημείου συμπεριλάβουμε και τη μάζα του προβόλου στηρίζεως η οποία μπορεί να μην είναι αμελητέα (Αναστασιάδης 1983β).



Σχ.1

Σε ότι ακολουθεί θα μελετήσουμε τη δυναμική απόκριση του παραπάνω μονοβάθμιου ταλαντωτή σε μια εξωτερική αρμονική διέγερση της μορφής :

$$F_{εξ} = A \eta \mu \Omega t \quad (2)$$

Η $F_{εξ}$ περιγράφει τη διέγερση που μπορεί να προκληθεί από ένα αρμονικό σεισμικό κύμα (πλάτους A και κυκλικής συχνότητας Ω) σε κάποιο σημείο μακριά από το επίκεντρο του σεισμού, έτσι ώστε να έχουμε μόνον οριζόντιες μετατοπίσεις της τεχνικής κατασκευής (Αναστασιάδης 1989, Παπαζάχος 1997).

Η επίλυση, με αναλυτικές μεθόδους, της διαφορικής εξίσωσης που περιγράφει την απόκριση του μονοβάθμιου ταλαντωτή θα μας δώσει τη χρονική συμπεριφορά της απόκλισης του υλικού σημείου από την κατακόρυφο ($x(t)$), ως συνάρτηση των δυναμικών χαρακτηριστικών της τεχνικής κατασκευής.

Στην εξωτερική δύναμη (2) αντιδρούν δυο δυνάμεις που οφείλονται στα τεχνικά χαρακτηριστικά της κατασκευής. Αυτές είναι :

i) Η δυσκαμψία της κατασκευής:

$$F = k \cdot x \quad (3)$$

η οποία είναι ανάλογη της μετάθεσης με συντελεστή αναλογίας τον συντελεστή δυσκαμψίας k ο οποίος συνδέεται άμεσα με την ιδιοπερίοδο ελεύθερης ταλάντωσης της τεχνικής κατασκευής :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (4)$$

ii) Η απόσβεση της κατασκευής:

$$F_c = c \cdot x' \quad (5)$$

η οποία είναι ανάλογη της ταχύτητας μετάθεσης $x'(t)$, με συντελεστή αναλογίας τον συντελεστή αποσβέσεως c . Ο συντελεστής αυτός εξαρτάται από την ικανότητα της κατασκευής να απορροφά ενέργεια όταν πραγματοποιεί ταλάντωση με ελαστική παραμόρφωση, ελαττώνοντας το πλάτος της ταλάντωσης όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του. Υπάρχει μια τιμή του c για την οποία η τεχνική κατασκευή επανέρχεται στη θέση ισορροπίας στον συντομότερο δυνατό χρόνο. Η εν λόγω τιμή ονομάζεται συντελεστής κρίσιμης απόσβεσης και δίνεται από τη σχέση :

$$c_k = 2m\omega_0 \quad (6)$$

όπου $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T_0}$ είναι η κυκλική ιδιοσυχνότητα της κατασκευής. Ο λόγος του συντελεστή απόσβεσης προς τον συντελεστή κρίσιμης απόσβεσης ονομάζεται παράγοντας απόσβεσης :

$$J = \frac{c}{c_k} \quad (7)$$

και, ανάλογα με την τιμή του, η απόσβεση χαρακτηρίζεται ως ισχυρή ($J > 1$), κρίσιμη ($J = 1$) και ασθενής ($J < 1$).

Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της δυναμικής στον μονοβάθμιο ταλαντωτή του Σχ. 1 παίρνουμε :

$$mx'' = \sum F = F_{εξ} - F_c - F_k \Rightarrow$$

$$mx'' + cx' + kx = F_{εξ} \Rightarrow$$

$$x'' + \frac{c}{m}x' + \frac{k}{m}x = \frac{1}{m}F_{εξ}$$

και με βάση τους παραπάνω ορισμούς :

$$x'' + 2J\omega_0x' + \omega_0^2x = \frac{1}{m}F_{εξ} \quad (8)$$

Το δυναμικό σύστημα που μελετούμε θα κάνει ταλάντωση μόνον εφόσον η απόσβεση είναι ασθενής, δηλαδή στην περίπτωση όπου :

$$J < 1 \quad (9)$$

Στην περίπτωση αυτή η λύση της εξίσωσης (8) αποτελείται από δύο μέρη :

$$x(t) = x_{ομ} + x_{μερ} \quad (10)$$

όπου: $x_{ομ}$ η λύση της ομογενούς εξίσωσης και

$x_{μερ}$ μια μερική λύση της πλήρους εξίσωσης.

Θα βρούμε πρώτα την λύση $x_{ομ}(t)$.

Η ομογενής διαφορική εξίσωση που αντιστοιχεί στην εξίσωση (8) γράφεται στη μορφή :

$$x'' + 2J\omega_0 x' + \omega_0^2 x = 0 \quad (11)$$

και επιδέχεται λύσεις του τύπου :

$$x = e^{pt} \quad (12)$$

όπου p η ρίζα του χαρακτηριστικού πολυωνύμου της εξίσωσης (11), το οποίο προκύπτει ως εξής :

$$(12) \Rightarrow x' = pe^{pt} \Rightarrow x'' = p^2 e^{pt}$$

και αντικαθιστώντας στην (11) παίρνουμε :

$$p^2 e^{pt} + 2J\omega_0 pe^{pt} + \omega_0^2 e^{pt} = 0 \Rightarrow$$

$$e^{pt} (p^2 + 2J\omega_0 p + \omega_0^2) = 0 \quad (13)$$

Επειδή θέλουμε η εξίσωση (12) ν' αποτελεί λύση της (11) για κάθε χρονική, θα πρέπει :

$$p^2 + 2J\omega_0 p + \omega_0^2 = 0 \quad (14)$$

η οποία να αποτελεί το εν λόγω χαρακτηριστικό πολυώνυμο.

Εξετάζουμε τη διακρίνουσα του τριωνύμου :

$$\Delta = 4J^2\omega_0^2 - 4\omega_0^2 \Rightarrow \Delta = 4\omega_0^2 (J^2 - 1)$$

απ' όπου με τη βοήθεια της (9) προκύπτει :

$$\Delta = -4\omega_0^2(1 - J^2) < 0 \quad (15)$$

Άρα, η εξίσωση (14) επιδέχεται ένα ζεύγος συζυγών μιγαδικών λύσεων, της μορφής :

$$P_{1,2} = \frac{-2J\omega_0 \pm \sqrt{-4\omega_0^2(1 - J^2)}}{2} = \frac{-2J\omega_0 \pm i2\omega_0\sqrt{1 - J^2}}{2} \Rightarrow$$

$$P_{1,2} = -J\omega_0 \pm i\omega_0\sqrt{1 - J^2} \quad (16)$$

Εν τέλει, ορίζοντας :

$$\omega_d = \omega_0\sqrt{1 - J^2} \quad (17)$$

την κυκλική συχνότητα με απόσβεση, παίρνουμε :

$$P_{1,2} = -J\omega_0 \pm i\omega_d \quad (18)$$

Έτσι, οι δύο λύσεις της εξίσωσης (11) γράφονται στη μορφή :

$$x_1(t) = e^{(-J\omega_0 + i\omega_d)t} \quad (19\alpha)$$

και

$$x_2(t) = e^{(-J\omega_0 - i\omega_d)t} \quad (19\beta)$$

ενώ η ορίζουσα Wronski που αντιστοιχεί σ' αυτές θα είναι :

$$W = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ x_1' & x_2' \end{vmatrix} = x_1 \cdot x_2' - x_2 \cdot x_1' = p_2 e^{(p_1 + p_2)t} - p_1 e^{(p_1 + p_2)t} = (p_2 - p_1) e^{(p_1 + p_2)t} \Rightarrow$$

$$W(t) = -2i \operatorname{Im}(p) e^{2\operatorname{Re}(p)t} \quad (20)$$

Παρατηρούμε ότι, εφόσον το φανταστικό μέρος των δύο ριζών είναι διάφορο του μηδενός,

$$\text{Im}(p) \neq 0 \Rightarrow J \neq 1 \quad (21\alpha)$$

έχουμε :

$$W(t) \neq 0 \quad \forall t \quad (21\beta)$$

Και οι δύο λύσεις (19) είναι γραμμικά ανεξάρτητες. Κατά συνέπεια, οι συναρτήσεις (19) αποτελούν μια βάση στο χώρο των λύσεων της ομογενούς διαφορικής εξίσωσης (11) της οποίας η γενική λύση θα είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των εξισώσεων (19) με σταθερούς συντελεστές :

$$x_{ομ} = \mathbf{c}_1 e^{(-J\omega_0 + i\omega_d)t} + \mathbf{c}_2 e^{(-J\omega_0 - i\omega_d)t} \quad (22)$$

όπου \mathbf{c}_1 και \mathbf{c}_2 είναι αυθαίρετες μιγαδικές σταθερές. Στην περίπτωση αυτή, η εξίσωση (22) αναλύεται ως ακολούθως :

$$x_{ομ} = e^{-J\omega_0 t} (\mathbf{c}_1 e^{i\omega_d t} + \mathbf{c}_2 e^{-i\omega_d t}) \quad (23)$$

και με βάση την ταυτότητα των Euler – DeMoivre :

$$e^{\pm i\phi} = \cos\phi \pm i\eta\mu\phi \quad (24)$$

παίρνουμε :

$$\begin{aligned} x_{ομ} &= e^{-J\omega_0 t} [\mathbf{c}_1 (\cos\omega_d t + i\eta\mu\omega_d t) + \mathbf{c}_2 (\cos\omega_d t - i\eta\mu\omega_d t)] = \\ &= e^{-J\omega_0 t} [(\mathbf{c}_1 + \mathbf{c}_2) \cos\omega_d t + (i\mathbf{c}_1 - i\mathbf{c}_2) \eta\mu\omega_d t] \end{aligned}$$

και εφόσον οι \mathbf{c}_1 και \mathbf{c}_2 αποτελούν αυθαίρετες μιγαδικές σταθερές, επιλέγω A και B έτσι ώστε :

$$x_{ομ}(t) = e^{-J\omega_0 t} (A \cos\omega_d t + B \eta\mu\omega_d t) \quad (25)$$

με $A, B \in \mathfrak{R}$. Στην περίπτωση αυτή, η εξίσωση (25) μπορεί να γραφεί και στη μορφή :

$$x_{o\mu} = e^{-J\omega_d t} \sqrt{A^2 + B^2} \left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sigma\upsilon\nu\omega_d t + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \eta\mu\omega_d t \right) \quad (26)$$

στην οποία θέτοντας :

$$\sigma\upsilon\nu\vartheta = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (27\alpha)$$

και

$$\eta\mu\vartheta = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (27\beta)$$

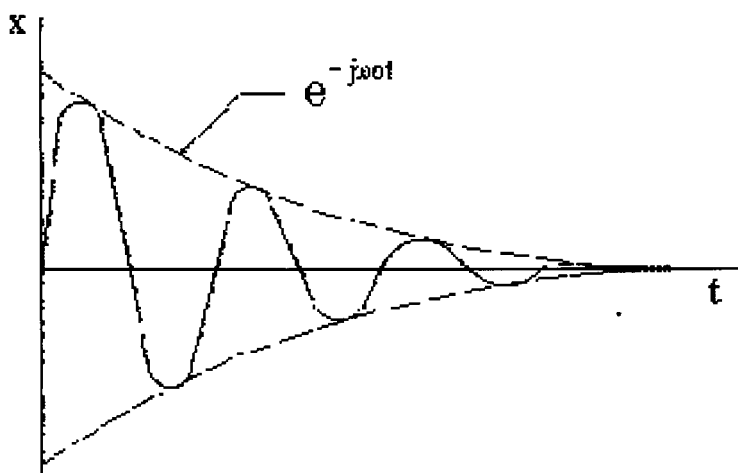
καταλήγουμε στη μορφή :

$$x_{o\mu}(t) = e^{-J\omega_d t} \sqrt{A^2 + B^2} (\sigma\upsilon\nu\vartheta \sigma\upsilon\nu\omega_d t + \eta\mu\vartheta \eta\mu\omega_d t) \Rightarrow$$

$$x_{o\mu}(t) = e^{-J\omega_d t} \sqrt{A^2 + B^2} \sigma\upsilon\nu(\omega_d t - \vartheta) \Rightarrow$$

$$x_{o\mu}(t) = D e^{-J\omega_d t} \sigma\upsilon\nu(\omega_d t - \vartheta) \quad (28)$$

όπου : $D = \sqrt{A^2 + B^2}$ και $\vartheta = \tau\omicron\xi\epsilon\phi\left(\frac{B}{A}\right)$ είναι αυθαίρετες πραγματικές σταθερές που καθορίζονται από τις αρχικές συνθήκες.



Τώρα, για να βρούμε τη γενική λύση (10) της διαφορικής εξίσωσης που περιγράφει την απόκριση του μονοβάθμιου ταλαντωτή στη διέγερση του αρμονικού σεισμικού κύματος (2) χρειαζόμαστε και μια μερική λύση της εξίσωσης (8). Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με δύο τρόπους :

α) Φαινομενολογικά : Με βάση τον αρμονικό χαρακτήρα της εξωτερικής διαταραχής (2), ψάχνω για μια μερική λύση της μορφής :

$$x_{\mu\epsilon\rho} = \Gamma \eta \mu \Omega t + \Delta \sigma \nu \Omega t \chi \quad (29)$$

η οποία θα πρέπει να ικανοποιεί την εξίσωση (8). Ακολουθώντας :

$$x'_{\mu\epsilon\rho} = \Omega \Gamma \sigma \nu \Omega t - \Omega \Delta \eta \mu \Omega t \Rightarrow$$

$$x''_{\mu\epsilon\rho} = -\Omega^2 \Gamma \eta \mu \Omega t - \Omega^2 \Delta \sigma \nu \Omega t$$

και αντικαθιστώντας στην εξίσωση (8), παίρνουμε :

$$-\Omega^2 \Gamma \eta \mu \Omega t - \Omega^2 \Delta \sigma \nu \Omega t + 2J\omega_0 (\Omega \Gamma \sigma \nu \Omega t - \Omega \Delta \eta \mu \Omega t) +$$

$$+ \omega_0^2 (\Gamma \eta \mu \Omega t + \Delta \sigma \nu \Omega t) = \frac{A}{m} \eta \mu \Omega t \Rightarrow$$

$$\left(-\Omega^2 \Gamma - 2J\omega_0 \Omega \Delta + \omega_0^2 \Gamma - \frac{A}{m} \right) \eta \mu \Omega t + \left(-\Omega^2 \Delta + 2J\omega_0 \Omega \Gamma + \omega_0^2 \Delta \right) \sigma \nu \Omega t = 0$$

και καθώς θέλουμε η μερική λύση (29) να έχει νόημα για κάθε χρονική στιγμή, προκύπτει :

$$\left(\omega_0^2 - \Omega^2 \right) \Gamma - 2J\omega_0 \Omega \Delta = \frac{A}{m} \quad (30\alpha)$$

$$2J\omega_0 \Omega \Gamma + \left(\omega_0^2 - \Omega^2 \right) \Delta = 0 \quad (30\beta)$$

δηλαδή ένα αλγεβρικό σύστημα 2×2 με αγνώστους τις σταθερές Γ και Δ . Για να έχει το παραπάνω σύστημα λύσεις, θα πρέπει η ορίζουσα του να είναι διάφορη του μηδενός :

$$D = \begin{vmatrix} (\omega_0^2 - \Omega^2) & -2J\omega_0\Omega \\ 2J\omega_0\Omega & (\omega_0^2 - \Omega^2) \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow$$

$$D = (\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega_0^2\Omega^2 \neq 0$$

που ισχύει για κάθε τιμή των παραμέτρων της τεχνικής κατασκευής. Ακολουθώντας :

$$\Gamma = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} \frac{A}{m} & -2J\omega_0\Omega \\ 0 & \omega_0^2 - \Omega^2 \end{vmatrix}}{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega_0^2\Omega^2} \Rightarrow \quad (32\alpha)$$

$$\Gamma = \frac{(\omega_0^2 - \Omega^2)\frac{A}{m}}{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega_0^2\Omega^2}$$

Και:

$$\Delta = \frac{D_\psi}{D} = \frac{\begin{vmatrix} \omega_0^2 - \Omega^2 & \frac{A}{m} \\ 2J\omega_0\Omega & 0 \end{vmatrix}}{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega_0^2\Omega^2} \Rightarrow \quad (32\beta)$$

$$\Delta = \frac{-2J\omega_0\Omega\frac{A}{m}}{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega_0^2\Omega^2}$$

Κατ' αναλογία μ' ότι κάναμε για να εξάγουμε την εξίσωση (28), θα έχουμε :

$$x_{\mu\epsilon\rho} = \Gamma\eta\mu\Omega t + \Delta\sigma\nu\Omega t \Rightarrow$$

$$x_{\mu\epsilon\rho} = \sqrt{\Gamma^2 + \Delta^2} \left(\frac{\Gamma}{\sqrt{\Gamma^2 + \Delta^2}} \eta\mu\Omega t + \frac{\Delta}{\sqrt{\Gamma^2 + \Delta^2}} \sigma\nu\Omega t \right) \quad (33)$$

ενώ, θέτοντας :

$$\eta\mu\theta_\mu = \frac{\Gamma}{\sqrt{\Gamma^2 + \Delta^2}} \quad (34\alpha)$$

και :

$$\sigma\upsilon\nu\theta_{\mu} = \frac{\Delta}{\sqrt{\Gamma^2 + \Delta^2}} \quad (34\beta)$$

εν τέλει η εξίσωση (33) γράφεται στη μορφή :

$$x_{\mu\epsilon\rho} = \sqrt{\Gamma^2 + \Delta^2} [\eta\mu\theta_{\mu}\eta\mu\Omega t + \sigma\upsilon\nu\theta_{\mu}\sigma\upsilon\nu\Omega t] \Rightarrow$$

$$x_{\mu\epsilon\rho} = D_{\mu}\sigma\upsilon\nu(\Omega t - \theta_{\mu}) \quad (35)$$

όπου, έχουμε θέσει :

$$D_{\mu} = \sqrt{\Gamma^2 + \Delta^2} = \frac{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 \left(\frac{A}{m}\right)^2 + 4J^2\omega_0^2\Omega^2 \left(\frac{A}{m}\right)^2}}{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega_0^2\Omega^2} =$$

$$= \frac{\left(\frac{A}{m}\right)\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega_0^2\Omega^2}}{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega_0^2\Omega^2} \Rightarrow$$

$$D_{\mu} = \frac{\frac{A}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega_0^2\Omega^2}} \quad (36)$$

$$\theta_{\mu} = \tau\omega\xi\epsilon\phi \frac{\Gamma}{\Delta} = \tau\omega\xi\epsilon\phi \frac{\Omega^2 - \omega_0^2}{2J\omega_0\Omega} \quad (37)$$

Έτσι, η γενική λύση της εξίσωσης (8) γράφεται ως εξής :

$$x(t) = De^{-J\omega_0 t} \sigma\upsilon\nu(\omega_d t - \vartheta) + D_{\mu}\sigma\upsilon\nu(\Omega t - \theta_{\mu}) \quad (38)$$

όπου, οι αυθαίρετες σταθερές D και ϑ , θα καθορίζονται κάθε φορά από τις αρχικές συνθήκες.

β) Φορμαλιστικά : Αν οι εξισώσεις (19β) και (19β) αποτελούν μια βάση του χώρου των λύσεων της ομογενούς διαφορικής εξίσωσης (11), τότε μια μερική λύση της αντίστοιχης πλήρους (8), δίνεται από τη σχέση (Μπόζης 1986) :

$$x_{\mu\epsilon\rho} = \sum_{i=1}^2 e^{P_i t} \int_0^t \frac{W_i(\tau)}{W(\tau)} d\tau \quad (39)$$

όπου οι P_i ($i=1, 2$) δίνονται από την εξίσωση (16), ενώ $W_i(\tau)$ είναι η ορίζουσα Wronski που προκύπτει αν στην έκφραση της $W(\tau)$ αντικαταστήσουμε την i -στήλη

με τη στήλη $\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} F_{\epsilon\xi} \\ m \end{bmatrix}$ ακολούθως :

$$x_{\mu\epsilon\rho} = e^{P_1 t} \int_0^t \frac{W_1(\tau)}{W(\tau)} d\tau + e^{P_2 t} \int_0^t \frac{W_2(\tau)}{W(\tau)} d\tau \quad (40)$$

Όπου :

$$W_1(\tau) = \begin{vmatrix} 0 & e^{P_2 \tau} \\ \frac{1}{m} F_{\epsilon\xi} & P_2 e^{P_2 \tau} \end{vmatrix} = -e^{P_2 \tau} \frac{1}{m} F_{\epsilon\xi}(\tau) \quad (40\alpha)$$

Και :

$$W_2(\tau) = \begin{vmatrix} e^{P_1 \tau} & 0 \\ P_1 e^{P_1 \tau} & \frac{1}{m} F_{\epsilon\xi} \end{vmatrix} = e^{P_1 \tau} \frac{1}{m} F_{\epsilon\xi}(\tau) \quad (40\beta)$$

ενώ, από τις εξισώσεις (20) και (18) προκύπτει :

$$W(\tau) = -2i \operatorname{Im}(p) e^{2\operatorname{Re}(p)\tau} \Rightarrow$$

$$W(\tau) = -2i\omega_d e^{-2J\omega_n \tau} \quad (41)$$

Έτσι,

$$\frac{W_1(\tau)}{W(\tau)} = \frac{-e^{-2J\omega_0\tau - i\omega_d\tau} \frac{1}{m} F_{\varepsilon\xi}(\tau)}{-2i\omega_d e^{-2J\omega_0\tau}} = \frac{e^{J\omega_0\tau}}{2i\omega_d m} F_{\varepsilon\xi}(\tau) e^{-i\omega_d\tau} \Rightarrow$$

$$\frac{W_1(\tau)}{W(\tau)} = \frac{e^{J\omega_0\tau}}{2i\omega_d m} F_{\varepsilon\xi}(\tau) e^{-i\omega_d\tau} \quad (42\alpha)$$

και με ομοιο τροπο :

$$\frac{W_2(\tau)}{W(\tau)} = \frac{e^{-J\omega_0\tau + i\omega_d\tau} \frac{1}{m} F_{\varepsilon\xi}(\tau)}{-2i\omega_d e^{-2J\omega_0\tau}} \Rightarrow$$

$$\frac{W_2(\tau)}{W(\tau)} = \frac{-e^{J\omega_0\tau}}{2i\omega_d m} F_{\varepsilon\xi}(\tau) e^{i\omega_d\tau} \quad (42\beta)$$

Με τη βοήθεια των (42α) και (42β) η εξίσωση (40) γράφεται στη μορφή :

$$x_{\mu\epsilon\rho} = e^{(-J\omega_0 + i\omega_d)t} \int_0^t \frac{e^{J\omega_0\tau}}{2i\omega_d m} F_{\varepsilon\xi}(\tau) e^{-i\omega_d\tau} d\tau - e^{(-J\omega_0 - i\omega_d)t} \int_0^t \frac{e^{J\omega_0\tau}}{2i\omega_d m} F_{\varepsilon\xi}(\tau) e^{i\omega_d\tau} d\tau =$$

$$= \int_0^t \frac{e^{-J\omega_0 t + J\omega_0\tau}}{2i\omega_d m} F_{\varepsilon\xi}(\tau) e^{i\omega_d t - i\omega_d\tau} d\tau - \int_0^t \frac{e^{-J\omega_0 t + J\omega_0\tau}}{2i\omega_d m} F_{\varepsilon\xi}(\tau) e^{-i\omega_d t + i\omega_d\tau} d\tau \Rightarrow$$

$$x_{\mu\epsilon\rho} = \frac{1}{2i\omega_d m} \int_0^t F_{\varepsilon\xi}(\tau) e^{-J\omega_0(t-\tau)} \left(e^{i\omega_d(t-\tau)} - e^{-i\omega_d(t-\tau)} \right) d\tau =$$

$$\frac{1}{2i\omega_d m} \int_0^t F_{\varepsilon\xi}(\tau) e^{-J\omega_0(t-\tau)} d\tau [\sigma\upsilon\nu\omega_d(t-\tau) + i\eta\mu\omega_d(t-\tau) - \sigma\upsilon\nu\omega_d(t-\tau) + i\eta\mu\omega_d(t-\tau)]$$

$$\Rightarrow x_{\mu\epsilon\rho} = \frac{1}{\omega_d m} \int_0^t F_{\varepsilon\xi}(\tau) e^{-J\omega_0(t-\tau)} \eta\mu\omega_d(t-\tau) d\tau \quad (43)$$

Η λύση (43) η οποία είναι γνωστή ως ολοκλήρωμα του Duhamel (Αναστασιάδης 1983α), συμπίπτει με τη γενική λύση της εξίσωσης (8) στη περίπτωση των μηδενικών αρχικών συνθηκών, δηλαδή εφόσον $x(0)=0=x'(0)$!

Επανερχόμενοι στη φαινομενολογική λύση (38), θα μελετήσουμε τις συνθήκες συντονισμού του υπό μελέτη δυναμικού συστήματος (υδατόπυργος και αρμονικό σεισμικό κύμα). Ως γνωστό, η φαινομενολογική λύση γράφεται στη μορφή:

$$x(t) = D e^{-J\omega_0 t} \sigma\upsilon\nu(\omega_d t - \vartheta) + D_\mu \sigma\upsilon\nu(\Omega t - \theta_\mu) \quad (44\alpha)$$

Όπου :

$$D_\mu = \frac{\frac{A}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2 \omega_0^2 \Omega^2}} \quad (44\beta)$$

Και :

$$\theta_\mu = \tau \omega \xi \varepsilon \phi \frac{\Omega^2 - \omega_0^2}{2J\omega_0 \Omega} \quad (44\gamma)$$

Παρατηρούμε ότι η γενική λύση (44α) αποτελείται από δύο όρους :

- Ο πρώτος όρος (που είναι η λύση της αντίστοιχης ομογενούς διαφορικής εξίσωσης) περιγράφει τη δυναμική συμπεριφορά του ελάσματος ως αποτέλεσμα των αρχικών συνθηκών και των χαρακτηριστικών της τεχνικής κατασκευής. Δεν επηρεάζεται καθόλου από την εξωτερική δύναμη $F_{εξ}(t)$. Πράγματι, η κυκλική συχνότητα της εν λόγω λύσης $(\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - J^2})$ εξαρτάται μόνον από την ελαστικότητα $(\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}})$ και την απόσβεση $(J = \frac{c}{c_k})$ της τεχνικής κατασκευής.

Επιπλέον, περιλαμβάνει τον όρο $e^{-J\omega_0 t}$, που τείνει γρήγορα στο μηδέν καθώς περνάει ο χρόνος, πράγμα που σημαίνει πως η εν λόγω αρμονική ταλάντωση αποσβένει γρήγορα και παύει να παίζει ενεργό ρόλο στη δυναμική συμπεριφορά της τεχνικής κατασκευής. Αξίζει δε να σημειωθεί πως, στην περίπτωση μηδενικών αρχικών συνθηκών, η λύση αυτή γίνεται μηδέν. Για τους λόγους αυτούς, η παραπάνω κίνηση ονομάζεται «μεταβατική» και δε θα μας απασχολήσει περαιτέρω.

• Ο δεύτερος όρος της εξίσωσης (44α) είναι μια συνημιτονοειδής συνάρτηση σταθερού πλάτους (D_μ), η οποία αποτελεί την απόκριση της τεχνικής κατασκευής στην εξωτερική διέγερση $F_{εξ}(t)$ και καλείται «παραμένουσα κίνηση». Παρατηρούμε ότι η κυκλική συχνότητα της παραμένουσας ταλάντωσης είναι ίση με αυτή της εξωτερικής δύναμης. Το πλάτος της, όμως, εξαρτάται από όλες σχεδόν τις παραμέτρους που χρησιμοποιήσαμε [βλέπε εξίσωση (44β)]. Το γεγονός αυτό έχει ιδιαίτερη σημασία στη περίπτωση του συντονισμού. Ο λόγος είναι ότι η παραπάνω κίνηση παραμένει αναλλοίωτη όσον καιρό συνεχίζει να επενεργεί η εξωτερική δύναμη.

Στον συντονισμό έχουμε μεταφορά ενέργειας από τη σεισμική διέγερση στην τεχνική κατασκευή με αποτέλεσμα τη μεγιστοποίηση του πλάτους ταλάντωσης της τελευταίας. Η εν λόγω μεταφορά ενέργειας είναι συνάρτηση της κυκλικής συχνότητας Ω και βελτιστοποιείται για τιμές του Ω κοντά στην ιδιοσυχνότητα (ω_0) του ταλαντωμένου συστήματος. Τότε το D_μ γίνεται μέγιστο. Για την αναλυτική μελέτη των παραπάνω ορίζουμε την παράμετρο :

$$\lambda = \frac{\Omega}{\omega_0} \quad (45)$$

και εκφράζουμε το D_μ συναρτήσει του λ .

$$D_\mu = \frac{\frac{A}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2 \omega_0^2 \Omega^2}} = \frac{\frac{A}{m}}{\sqrt{\omega_0^4 (1 - \lambda^2)^2 + 4J^2 \lambda^2 \omega_0^4}} \Rightarrow$$

$$D_\mu = \frac{\frac{A}{m \omega_0^2}}{\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + 4J^2 \lambda^2}} \quad (46)$$

Παρατηρούμε ότι το πλάτος της παραμένουσας ταλάντωσης εξαρτάται από το λ . μεγιστοποιείται όταν ο παρονομαστής γίνεται ελάχιστος. Αναζητούμε λοιπόν την τιμή του λ που ελαχιστοποιεί την υπόρριξη ποσότητα της εξίσωσης (46). Έτσι θέτουμε :

$$\Phi(\lambda) = (1 - \lambda^2)^2 + 4J^2\lambda^2 \Rightarrow$$

$$\Phi(\lambda) = \lambda^4 + 2(2J^2 - 1)\lambda^2 + 1 \quad (47)$$

και απαιτούμε: $\Phi(\lambda) = \min$. Αυτό συμβαίνει εκεί όπου μηδενίζεται η πρώτη παράγωγος της $\Phi(\lambda)$:

$$\Phi'(\lambda) = 4\lambda^3 + 4(2J^2 - 1)\lambda = 0 \Rightarrow$$

$$\Phi'(\lambda) = 4\lambda[\lambda^2 - (1 - 2J^2)] = 0 \Rightarrow$$

(i) Αν $\lambda = 0 \rightarrow \Phi(\lambda) = \max$ και δεν θα μας απασχολήσει.

(ii) Αν $\lambda = \pm\sqrt{1 - 2J^2} \rightarrow \Phi(\lambda) = \min$ και είναι ακριβώς η τιμή που ψάχναμε, με την επιφύλαξη ότι :

$$1 - 2J^2 \geq 0 \Rightarrow$$

$$0 \leq J \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (48)$$

Για το συγκεκριμένο διάστημα τιμών της παραμέτρου απόσβεσης (και μόνον για αυτές) η συνάρτηση $\Phi(\lambda)$ ελαχιστοποιείται όταν :

$$\lambda = \pm\sqrt{1 - 2J^2} \quad (49)$$

Επιλέγουμε τη θετική ρίζα. Στην περίπτωση αυτή, το πλάτος της παραμένουσας ταλάντωσης γίνεται :

$$\begin{aligned} D_\mu &= \frac{\frac{A}{m\omega_0^2}}{\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + 4J^2\lambda^2}} = \frac{\frac{A}{m\omega_0^2}}{\sqrt{(1 - 1 + 2J^2)^2 + 4J^2(1 - 2J^2)}} = \\ &= \frac{\frac{A}{m\omega_0^2}}{\sqrt{4J^4 + 4J^2 - 8J^4}} = \frac{\frac{A}{m\omega_0^2}}{\sqrt{4J^2 - 4J^4}} = \frac{\frac{A}{m\omega_0^2}}{2J\sqrt{1 - J^2}} \end{aligned}$$

και με τη βοήθεια των σχέσεων (6) και (7) παίρνουμε εν τέλει :

$$D_{\mu} = \frac{\frac{A}{c\omega_0}}{\sqrt{1-J^2}} = \max \quad (50)$$

όταν :

$$\Omega = \sqrt{1-2J^2} \cdot \omega_0 \quad (51)$$

Η ιδιοσυχνότητα αυτή είναι λίγο μικρότερη από την ω_0 της εξιδανικευμένης περίπτωσης κατά την οποία δεν υπάρχουν τριβές.

3.2. ΤΟ ΦΑΣΜΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Για να συντηρηθεί η εξαναγκασμένη ταλάντωση απορροφά ενέργεια από την οδηγό δύναμη (αρμονική σεισμική διέγερση), ώστε να ισοσκελίσει την ενέργεια που χάνεται λόγω των δυνάμεων τριβής, των οποίων μακροσκοπική έκφραση αποτελεί ο συντελεστής απόσβεσης, c .

Ο ρυθμός με τον οποίο απορροφάται η εν λόγω ενέργεια ονομάζεται ισχύς απορρόφησης:

$$P = \frac{dE}{dt} \quad (52)$$

και ο υπολογισμός της είναι ιδιαίτερα σημαντικός για τον καθορισμό των χαρακτηριστικών μιας τεχνικής κατασκευής. Πράγματι, μετά την αποκατάσταση της σταθερής κατάστασης όπου

$$x(t) = D_M \sigma \nu (\Omega t - \theta_{\mu}) \quad (53)$$

τόσο το πλάτος

$$D_{\mu} = \frac{\frac{A}{m}}{\sqrt{(\omega_o^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2 \omega_o^2 \Omega^2}} \quad (54)$$

όσο και η φάση της εξαναγκασμένης ταλάντωσης

$$\theta_{\mu} = \tau \omega \xi \varepsilon \phi \frac{\Omega^2 - \omega_o^2}{2J \omega_o \Omega} \quad (55)$$

προσαρμόζονται έτσι ώστε η μέση ισχύς που καταναλώνεται σε κάθε κύκλο ν' αντισταθμίζεται από αυτή που προσφέρεται από την οδηγό δύναμη.

Επειδή η ισχύς που προσφέρεται από μια δύναμη ισοδυναμεί με την προσφορά έργου στη μονάδα του χρόνου, η ισχύς που προσφέρεται από την οδηγό δύναμη είναι ίση με το γινόμενο της (οδηγού) δυνάμεως επί την ταχύτητα των ταλαντώσεων στη σταθερή κατάσταση. Πράγματι:

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{dW}{dt} = F \frac{dx}{dt} = Fu \quad (56)$$

όπου:

$$F = A \eta \mu \Omega t \quad (57)$$

Και:

$$u = \frac{dx}{dt} = -D_M \Omega \eta \mu (\Omega t - \theta_M) \quad (58)$$

η ταχύτητα της ταλάντωσης στη σταθερή κατάσταση. Στην Εξίσωση (58), το μείον είναι ενδεικτικό της απορρόφησης ισχύος απ' το σύστημα, ενώ το πλάτος της ταχύτητας δίνεται από τη σχέση:

$$U_m = D_M \Omega \quad (59)$$

Με τη βοήθεια των εξισώσεων (57) και (58) η εξίσωση (56) γράφεται στη μορφή:

$$P(t) = -U_m(\Omega)\eta\mu(\Omega t - \theta_M)A\eta\mu\Omega t \quad (60)$$

Αναπτύσσοντας το όρισμα $(\Omega t - \theta_M)$ του ημίτονου, παίρνουμε

$$P(t) = -U_m(\Omega)A[\eta\mu\Omega t \sigma\upsilon\nu\theta_M - \sigma\upsilon\nu\Omega t \eta\mu\theta_M]\eta\mu\Omega t \Rightarrow$$

$$P(t) = U_m(\Omega)A\sigma\upsilon\nu\Omega t \eta\mu\Omega t \eta\mu\theta_M - U_m(\Omega)A\eta\mu^2\Omega t \sigma\upsilon\nu\theta \quad (61)$$

Για να βρούμε τη μέση ισχύ \bar{P} σε έναν κύκλο, δηλαδή στο χρόνο μιας περιόδου $T = \frac{2\pi}{\Omega}$, πρέπει να υπολογίσουμε το έργο που παράγεται μέσα στο χρόνο μιας περιόδου

$$W = \int_0^T \frac{dW}{dt} dt = \int_0^T P(t) dt ,$$

και να διαιρέσουμε με το χρόνο της μιας περιόδου. Δηλαδή, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε το ολοκλήρωμα:

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt \quad (62)$$

Εισάγοντας την εξίσωση (61) μέσα στην (62) παίρνουμε:

$$\bar{P} = U_m(\Omega)A\eta\mu\theta_M \cdot \frac{1}{2} \frac{1}{T} \int_0^T \eta\mu 2\Omega t dt - U_m(\Omega)A\sigma\upsilon\nu\theta_M \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \eta\mu^2\Omega t dt \quad (63)$$

Στην εξίσωση (63) θα πρέπει να προσέξουμε ότι, η μέση ισχύς (η οποία προφανώς δεν είναι συνάρτηση του χρόνου) εξαρτάται από τη συχνότητα της εξωτερικής διέγερσης Ω . Η εν λόγω εξίσωση αναλύεται ως ακολούθως:

$$\begin{aligned} \bar{P}(\Omega) = & U_m(\Omega) A \eta \mu \theta_M \cdot \frac{1}{2} \frac{1}{T} \int_0^T \eta \mu 2\Omega t dt - \frac{1}{2} U_m(\Omega) A \sigma \nu \theta_M \cdot \frac{1}{T} \int_0^T dt + \\ & + \frac{1}{2} U_m(\Omega) \sigma \nu \theta_M \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \sigma \nu 2\Omega t dt \end{aligned} \quad (64)$$

καθώς χρησιμοποιήσαμε την ταυτότητα:

$$\eta \mu^2 \Omega t = \frac{1}{2} (1 - \sigma \nu 2\Omega t) \quad (65)$$

Όμως, ως γνωστόν, το ολοκλήρωμα του ημίτονου ή/και του συνημίτονου μέσα στο χρόνο μιας περιόδου είναι μηδέν. Έτσι, στην εξίσωση (64) τόσο ο πρώτος, όσο και ο τρίτος όρος μηδενίζονται.

Συνεπώς, η μέση ισχύς η οποία προσφέρεται από την οδηγό δύναμη και απορροφάται από τον ταλαντωτή είναι:

$$\bar{P}(\Omega) = -\frac{1}{2} U_m(\Omega) A \sigma \nu \theta_M \quad (66)$$

και οφείλεται μόνο στον όρο της ταχύτητας που περιέχει το συνημίτονο της γωνίας θ_M .

Ο όρος αυτός συνδέεται με το απορροφητικό πλάτος της απομάκρυνσης, ενώ ο όρος που μηδενίζεται και περιέχει το ημίτονο της γωνίας θ_M οφείλεται στο ελαστικό πλάτος (Βλ. εξίσωση (33)). Πράγματι, η μέση ισχύς που συνδέεται με το ελαστικό πλάτος είναι μηδέν, καθώς οι ελαστικές δυνάμεις (εδώ η δύναμη επαναφοράς) στις οποίες οφείλεται αυτός ο όρος, κατά το ήμισυ της περιόδου καταναλώνουν ισχύ (αρνητικό πρόσημο), ενώ κατά το άλλο ήμισυ της περιόδου παράγουν ίση ποσότητα ισχύος (θετικό πρόσημο). Το αποτέλεσμα είναι ο μέσος όρος στο χρόνο της μιας περιόδου (μέση ισχύς) να είναι μηδέν.

Η ισχύς που καταναλώνεται δεν αποθηκεύεται στο σύστημα αλλά χρησιμοποιείται αποκλειστικά για ν' αντισταθμίσει τις απώλειες λόγω τριβών.

Αντικαθιστώντας τώρα στην εξίσωση (66) το συνημίτονο της γωνίας θ_M από την εξίσωση (34β) και λαμβάνοντας υπόψιν μας τις εξισώσεις (32β) και (36), βρίσκουμε.

$$\begin{aligned}\bar{P}(\Omega) &= -\frac{1}{2}U_m(\Omega)A \frac{\Delta}{\sqrt{\Gamma^2 + \Delta^2}} \Rightarrow \\ \bar{P}(\Omega) &= -\frac{1}{2}U_m(\Omega)A \cdot \frac{\frac{-2J\omega_o\Omega\Delta/m}{(\omega_o^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega_o^2\Omega^2}}{\frac{\Delta/m}{\sqrt{(\omega_o^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega_o^2\Omega^2}}} \Rightarrow \\ \bar{P}(\Omega) &= U_m(\Omega)A \cdot \frac{J\omega_o\Omega}{\sqrt{(\omega_o^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega_o^2\Omega^2}}\end{aligned}\quad (67)$$

και αντικαθιστώντας το πλάτος της ταχύτητας από τη σχέση (59) παίρνουμε:

$$\bar{P}(\Omega) = \frac{A^2}{m} \frac{J\omega_o\Omega^2}{(\omega_o^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega_o^2\Omega^2}\quad (68)$$

όπου χρησιμοποιήσαμε και τη σχέση (54). Εν συνεχεία, θα υπολογίσουμε τη συχνότητα της εξωτερικής δύναμης για την οποία η μέση απορροφούμενη ισχύς γίνεται μέγιστη. Για το λόγο αυτό επανεισαγάγουμε την παράμετρο λ μέσω της εξίσωσης (45), δηλαδή

$$\lambda = \frac{\Omega}{\omega_o} \Rightarrow \Omega = \lambda\omega_o$$

Ακολούθως, η εξίσωση (68) συναρτήσει της παραμέτρου λ γράφεται στη μορφή:

$$\bar{P}(\lambda) = \frac{A^2J}{m} \frac{\omega_o\lambda^2\omega_o^2}{\omega_o^4(1 - \lambda^2) + 4J^2\lambda^2\omega_o^4} \Rightarrow$$

$$\bar{P}(\lambda) = \frac{JA^2}{m\omega_o} \frac{\lambda^2}{\lambda^4 + 2(2J^2 - 1)\lambda^2 + 1} \quad (69)$$

Και απαιτούμε $\bar{P}(\lambda) = \max$. Αυτό συμβαίνει εκεί όπου μηδενίζεται η παράγωγος της $\bar{P}(\lambda)$:

$$\bar{P}'(\lambda) = \frac{JA^2}{m\omega_o} \frac{2\lambda(\lambda^4 + 2[2J^2 - 1]\lambda^2 + 1) - \lambda^2(4\lambda^3 + 4[2J^2 - 1]\lambda)}{\lambda^4 + 2[2J^2 - 1]\lambda^2 + 1} = 0 \Rightarrow$$

$$\bar{P}'(\lambda) = 0 \Rightarrow$$

$$2\lambda^5 + 4(2J^2 - 1)\lambda^3 + 2\lambda - 4\lambda^5 - 4(2J^2 - 1)\lambda^3 = 0 \Rightarrow$$

$$2\lambda - 2\lambda^5 = 0 \Rightarrow$$

$$2\lambda(1 - \lambda^4) = 0 \Rightarrow$$

$$2\lambda(\lambda - 1)(\lambda + 1)(\lambda^2 + \lambda + 1) = 0 \quad (70)$$

- $\lambda = 0$ στην περίπτωση αυτή $\bar{p}(\lambda) = \min$ και δεν θα μας απασχολήσει.
- $\lambda = \pm 1$ στην περίπτωση αυτή $\bar{p}(\lambda) = \max$

Παρατηρούμε (με έκπληξη) ότι μέγιστη απορρόφηση ισχύος συμβαίνει όταν

$$\lambda=1 \Rightarrow \Omega = \omega_o \quad (71)$$

και όχι όταν ισχύει η εξίσωση (51) που εγγυάται τη μεγιστοποίηση του πλάτους. Ο συντονισμός που περιγράφεται από την εξίσωση (71) ονομάζεται συντονισμός ισχύος.

Πράγματι λοιπόν, ο τρόπος με τον οποίο το ταλαντούμενο σύστημα απορροφά ενέργεια από την εξωτερική διέγερση, γίνεται βέλτιστος όταν η κυκλική συχνότητα της οδηγού δυνάμεως συμπέσει με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Στην

περίπτωση αυτή, η μέγιστη μέση απορροφούμενη ισχύς, $\bar{P}(\omega_o) = \bar{P}_{\max}$, δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{P}_{\max} = \frac{A^2}{4mJ\omega_o} = \bar{P}(\omega_o) \quad (72)$$

και η εξίσωση (68) γράφεται πλέον στη μορφή:

$$\bar{P}(\Omega) = \bar{P}_{\max} \frac{4J^2\omega_o^2\Omega^2}{(\omega_o^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega_o^2\Omega^2} \quad (73)$$

ή αλλιώς

$$\bar{P}(\Omega) = \bar{P}_{\max} \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega_o^2 - \Omega^2}{2J\omega_o\Omega} \right)^2} \quad (74)$$

και εν τέλει:

$$\bar{P}(\Omega) = \bar{P}_{\max} \frac{1}{1 + \frac{1}{4J^2} \left(\frac{\omega_o^2 - \Omega^2}{\omega_o\Omega} \right)^2} \quad (75)$$

Η περαιτέρω διερεύνηση της εξίσωσης (75) υποδεικνύει την ύπαρξη ιδιαίτερα ενδιαφερόντων χαρακτηριστικών.

Θεωρούμε ένα εύρος συχνοτήτων $\Delta\omega$ γύρω από την τιμή ω_o του ταλαντούμενου συστήματος, έτσι ώστε:

$$\Omega = \omega_o - \Delta\omega \quad (76)$$

όπου φυσικά $\Delta\omega \ll 1$. Στην περίπτωση αυτή έχουμε:

$$\frac{\omega_o^2 - \Omega^2}{\omega_o\Omega} = \frac{(\omega_o + \Omega)(\omega_o - \Omega)}{\omega_o\Omega} \approx \frac{2\omega_o\Delta\omega}{\omega_o^2} \Rightarrow$$

$$\frac{\omega_o^2 - \Omega^2}{\omega_o \Omega} \approx \frac{2\Delta\omega}{\omega_o} \quad (77)$$

Τότε, από το συνδυασμό των εξισώσεων (75) και (77) παρατηρούμε ότι, εφόσον

$$\Delta\omega = J\omega_o \quad (78)$$

έχουμε:

$$\bar{P}(\Omega) = \frac{1}{2} \bar{P}_{\max} \quad (79)$$

Έτσι, αν επιλέξουμε δύο συχνότητες:

$$\omega_1 = \omega_o - \Delta\omega \quad (80\alpha)$$

και

$$\omega_2 = \omega_o + \Delta\omega \quad (80\beta)$$

έτσι ώστε να ισχύει: $\omega_2 - \omega_1 = 2\Delta\omega$, με το εύρος $\Delta\omega$ να δίνεται από την εξίσωση (78), τότε παρατηρούμε ότι:

$$\bar{P}(\omega_1) = \frac{1}{2} \bar{P}_{\max} = \bar{P}(\omega_2) \quad (81)$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, μπορούμε να ορίσουμε (και να καθορίσουμε) τον συντελεστή απόσβεσης μέσα από την ενεργειακή συμπεριφορά ενός οδηγούμενου ταλαντωτή κατά τον συντονισμό του με μια εξωτερική περιοδική δύναμη (Ζδέτσης 2004).

Κάτι τέτοιο είναι ιδιαίτερα σημαντικό όσον αφορά σε μια τεχνική κατασκευή που ανταποκρίνεται σε κάποια εξωτερική σεισμική διέγερση. Πράγματι, αν ορίσουμε ως χρόνο αποκατάστασης ενέργειας (ή χρόνο απόσβεσης), το χρόνο τ που μεσολαβεί

μέχρις ότου η ενέργεια ενός ελεύθερου ταλαντωτή με τα ίδια χαρακτηριστικά (η λύση (28) της ομογενούς εξίσωσης), μειωθεί στο $\frac{1}{e} = 0,368$ της αρχικής τιμής της, τότε

έχουμε:

$$\tau = \frac{1}{J\omega_0} \quad (82)$$

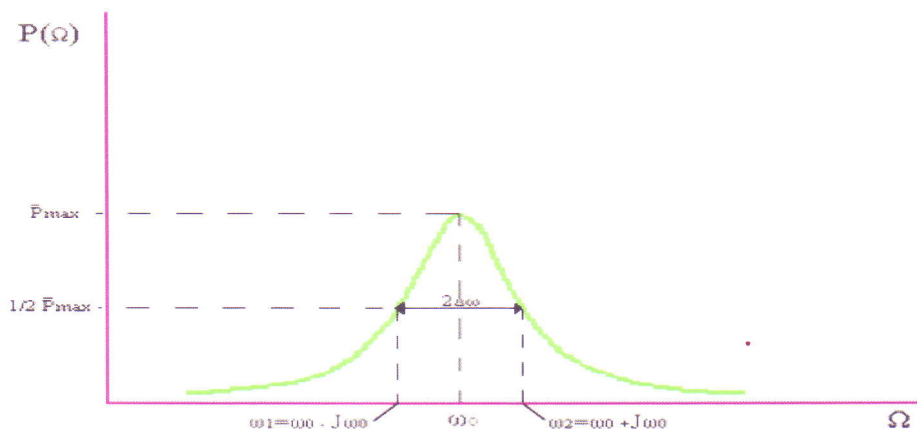
και σε συνδυασμό με την εξίσωση (78), παίρνουμε:

$$\tau = \frac{1}{\Delta\omega} \quad (83)$$

Δηλαδή, όσο πιο αιχμηρή ($\Delta\omega$: μικρό) είναι η καμπύλη του συντονισμού απορρόφησης ισχύος, τόσο μεγαλύτερος είναι ο χρόνος αποκατάστασης και άρα τόσο πιο καταστροφικές θα είναι οι συνέπειες της εξωτερικής διέγερσης στην τεχνική κατασκευή. Φυσικά ισχύει και το αντίστροφο. Έτσι, όσο μεγαλύτερο είναι το $\Delta\omega$ (ομαλή καμπύλη) τόσο μικρότερος θα είναι ο χρόνος απόσβεσης της ταλάντωσης. Καθώς

$$\Delta\omega = J\omega_0 = \frac{c}{2m}$$

επεμβαίνοντας στα τεχνικά χαρακτηριστικά της κατασκευής μπορούμε να μειώσουμε το σεισμικό κίνδυνο (Σχ.2).

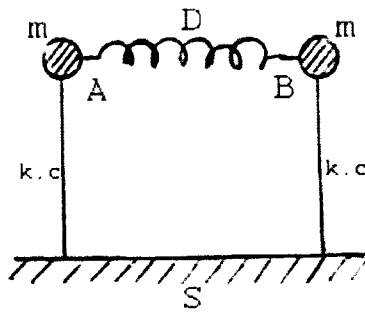


Σχ.2

4. ΣΥΖΕΥΓΜΕΝΟΙ ΤΑΛΑΝΤΩΤΕΣ

4.1 ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΖΕΥΞΗ ΤΑΛΑΝΤΩΤΩΝ ΟΔΗΓΟΥΜΕΝΩΝ ΑΠΟ ΑΡΜΟΝΙΚΟ ΣΕΙΣΜΙΚΟ ΚΥΜΑ.

Θεωρούμε δύο μονοβάθμιους αρμονικούς ταλαντωτές οι οποίοι απέχουν μεταξύ τους απόσταση s . Στη προκειμένη περίπτωση όμως, οι δύο ταλαντωτές δεν είναι πλέον ελεύθεροι. Συνδέονται μεταξύ τους με ένα ελατήριο σταθεράς D , όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.



Σχ.3

Καταρχήν θεωρούμε ότι οι δύο ταλαντωτές αποτελούνται από το ίδιο υλικό και για αυτό το λόγο θα έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά μεγέθη. Ακολουθώς :

$$m_1 = m = m_2 \quad (1\alpha)$$

$$k_1 = k = k_2 \quad (1\beta)$$

$$c_1 = c = c_2 \quad (1\gamma)$$

Το παραπάνω σύστημα των συζευγμένων ταλαντωτών μπορεί να θεωρηθεί ως προσέγγιση ενός πλαισίου, στην περίπτωση που οι σημειακές μάζες στους κόμβους των προβόλων δεν εκτελούν στροφές γύρω από οριζόντιο άξονα. Στην περίπτωση αυτή, το ζύγωμα (AB) του πλαισίου συζευγνύει τους δύο (κατά τα άλλα) ελεύθερους ταλαντωτές. Το πρόβλημα σε αυτήν την περίπτωση μπορεί να αντιμετωπιστεί θεωρητικά με την υιοθέτηση της μεθόδου των κανονικών τρόπων ταλάντωσης. (Serway 1990)

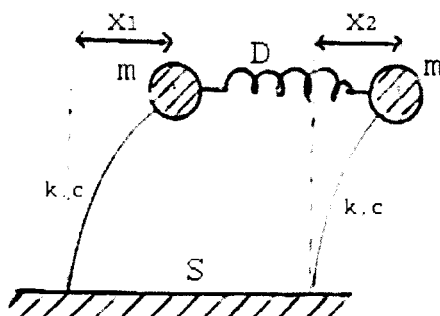
Ας δούμε τώρα την απόκριση του εν λόγω συστήματος σε μια αρμονική εξωτερική διέγερση. Η εξωτερική δύναμη που θα ασκηθεί στον πρώτο ταλαντωτή θα είναι, κατά τα γνωστά, της μορφής :

$$F_1 = A\eta\mu\Omega t \quad (2a)$$

Όπου A το πλάτος του υποτιθέμενου σεισμικού κύματος και Ω η αντίστοιχη κυκλική συχνότητα του. Λόγω της απόστασης s μεταξύ των δύο προβόλων που στηρίζουν το αβαρές ζύγωμα AB , στον δεύτερο ταλαντωτή θα ασκηθεί μια δύναμη της μορφής :

$$F_2 = A\eta\mu\Omega \left(t - \frac{s}{U_w} \right) \quad (2b)$$

Όπου U_w η ταχύτητα του σεισμικού κύματος. Παρατηρούμε λοιπόν ότι λόγω της (μη μηδενικής) απόστασης των δύο προβόλων, εισάγεται μια διαφορά φάσης μεταξύ των δύο εξωτερικών δυνάμεων, η οποία εξαρτάται από τα δυναμικά χαρακτηριστικά του κύματος. (Σχ.4)



Σχ.4

Αν κάποια δεδομένη χρονική στιγμή η απομάκρυνση του ενός προβόλου (από τη θέση ισορροπίας του) είναι x_1 και του άλλου x_2 , τότε η εξίσωση κίνησης του καθενός εκ των δύο μονοβάθμιων ταλαντωτών θα είναι :

Του πρώτου :

$$mx_1'' = \sum F_1 = F_1 - F_c - F_k + F_{21} = F_1 - cx_1' - kx_1 + D(x_2 - x_1) \Rightarrow$$

$$mx_1'' + cx_1' + kx_1 + D(x_1 - x_2) = F_1 \quad (3a)$$

Του δεύτερου :

$$mx_2'' = \sum F_2 = F_2 - F_c - F_k - F_{12} = F_2 - cx_2' - kx_2 - D(x_2 - x_1) \Rightarrow$$

$$mx_2'' + cx_2' + kx_2 - D(x_1 - x_2) = F_2 \quad (3\beta)$$

Παρατηρούμε ότι, ως αποτέλεσμα της σύζευξης, στην εξίσωση κινήσεως του ταλαντωτή (1) υπεισέρχεται η απομάκρυνση του ταλαντωτή (2) και τανάπαλιν.

Οι δύο εξισώσεις (3α) και (3β) μπορούν να αποζευχθούν μαθηματικά με την εισαγωγή δύο νέων μεταβλητών X_+ και X_- , όπου :

$$X_+ = x_1 + x_2 \quad (4\alpha)$$

Και :

$$X_- = x_1 - x_2 \quad (4\beta)$$

οι οποίες ονομάζονται κανονικές συντεταγμένες. Η εισαγωγή των κανονικών συντεταγμένων X_+ και X_- μέσω των οποίων επιτυγχάνεται η απόζευξη των διαφορικών εξισώσεων κίνησης των δύο ταλαντωτών, βασίζεται στη συμμετρία του εν λόγω συστήματος. Στην προκειμένη περίπτωση, οι δύο ταλαντωτές είναι πανομοιότυποι. Κατά συνέπεια θα υπάρχει ένα επίπεδο συμμετρίας ανάμεσα τους. Οι κανονικές συντεταγμένες είναι ουσιαστικά ο συμμετρικός (X_-) και ο αντισυμμετρικός (X_+) συνδυασμός των συνηθισμένων συντεταγμένων. Στόχος μας είναι να υπολογίσουμε, χρησιμοποιώντας γνωστές μεθόδους της θεωρίας των διαφορικών εξισώσεων, τις μεταβλητές X_+ και X_- σαν συνάρτηση του χρόνου και κατόπιν να προσδιορίσουμε τις ζητούμενες απομακρύνσεις x_1 και x_2 με τη βοήθεια των αντίστροφων μετασχηματισμών :

$$x_1 = \frac{1}{2}(X_+ + X_-) \quad (5\alpha)$$

Και :

$$x_2 = \frac{1}{2}(X_+ - X_-) \quad (5\beta)$$

Για το σκοπό αυτό προσθέτουμε κατά μέλη τις εξισώσεις (3α) και (3β) :

$$mx_1'' + mx_2'' + cx_1' + cx_2' + kx_1 + kx_2 = F_1 + F_2 \Rightarrow$$

$$(x_1'' + x_2'') + \frac{c}{m}(x_1' + x_2') + \frac{k}{m}(x_1 + x_2) = \frac{1}{m}(F_1 + F_2) \quad (6)$$

Ακολουθώντας, θέτοντας $\frac{c}{m} = 2J\omega$, όπου, ως γνωστόν, $J = \frac{c}{c_{crit}}$, και $\frac{k}{m} = \omega^2$,

παίρνουμε :

$$X_+'' + 2J\omega_+ X_+' + \omega_+^2 X_+ = \frac{1}{m}(F_1 + F_2) \quad (7\alpha)$$

Όπου, έχουμε θέσει :

$$\omega_+^2 = \omega^2 \quad (7\beta)$$

Εν συνεχεία, αφαιρούμε κατά μέλη τις (3α) και (3β), από όπου προκύπτει :

$$mx_1'' - mx_2'' + cx_1' - cx_2' + kx_1 - kx_2 + 2D(x_1 - x_2) = F_1 - F_2 \Rightarrow$$

$$(x_1'' - x_2'') + \frac{c}{m}(x_1' - x_2') + \left(\frac{k}{m} + 2\frac{D}{m}\right)(x_1 - x_2) = \frac{1}{m}(F_1 - F_2) \quad (8)$$

Και με βάση τα προηγούμενα, παίρνουμε :

$$X_-'' + 2J\omega_- X_-' + \omega_-^2 X_- = \frac{1}{m}(F_1 - F_2) \quad (9\alpha)$$

Όπου έχουμε θέσει :

$$\omega_-^2 = \omega^2 + 2\frac{D}{m} \quad (9\beta)$$

Οι εξισώσεις (7α) και (7β) είναι πλέον αποξευγμένες (ξεχωριστές η μια από την άλλη) και ανεξάρτητες μεταξύ τους. Περιγράφουν δηλαδή δύο ανεξάρτητους ταλαντωτές, ο καθένας εκ των οποίων εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Οι αντίστοιχες οδηγού δυνάμεις των X_+ και X_- είναι :

α) Για τον X_+ :

$$\frac{1}{m}(F_1 + F_2) = \frac{2A}{m} \sigma \nu \frac{\Omega \cdot s}{2U_w} \eta \mu \Omega \left(t - \frac{s}{2U_w} \right) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{m}(F_1 + F_2) = A' \eta \mu \Omega \left(t - \frac{s}{2U_w} \right) \quad (10\alpha)$$

Όπου έχουμε θέσει:

$$A' = \frac{2A}{m} \sigma \nu \frac{\Omega \cdot s}{2U_w} \quad (10\beta)$$

ως το «πλάτος» της εξωτερικής διέγερσης στον πρώτο ανεξάρτητο ταλαντωτή και

β) Για τον X_- :

$$\frac{1}{m}(F_1 - F_2) = \frac{2A}{m} \eta \mu \frac{\Omega \cdot s}{2U_w} \sigma \nu \Omega \left(t - \frac{s}{2U_w} \right) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{m}(F_1 - F_2) = A'' \sigma \nu \Omega \left(t - \frac{s}{2U_w} \right) \quad (11\alpha)$$

Όπου έχουμε θέσει:

$$A'' = \frac{2A}{m} \eta \mu \frac{\Omega \cdot s}{2U_w} \quad (11\beta)$$

ως το «πλάτος» της εξωτερικής διέγερσης του δεύτερου ταλαντωτή.

Εν τέλει, οι εξισώσεις κίνησης των δύο ανεξάρτητων (αποζευγμένων) ταλαντωτών του συστήματός μας, γράφονται στη μορφή:

$$X_+'' + 2J\omega_+ X_+' + \omega_+^2 X_+ = A' \eta \mu \Omega \left(t - \frac{s}{2U_w} \right) \quad (12\alpha)$$

Και :

$$X_-'' + 2J\omega_- X_-' + \omega_-^2 X_- = A'' \sigma \nu \nu \Omega \left(t - \frac{s}{2U_w} \right) \quad (12\beta)$$

Όπου έχουμε θέσει:

$$\omega_+^2 = \omega^2 \text{ και } \omega_-^2 = \omega^2 + 2 \frac{D}{m} \quad (13)$$

Κάθε μια εκ των εξισώσεων (12) είναι "δυναμικά ισοδύναμη" με την εξίσωση (8) του προηγούμενου κεφαλαίου, που σημαίνει ότι ο χώρος των λύσεων τους είναι "ισομορφικός" (Σούρλας 2000, Μπούντης 2001), με δεδομένους βέβαια τους ορισμούς (13). Κατά αυτόν τον τρόπο, τόσο η εξίσωση (12α) όσο και η (12β) επιδέχονται λύσεις της μορφής (38) του προηγούμενου κεφαλαίου. Ειδικότερα:

(i) Η λύση της εξίσωσης (12α) αποτελείται από δύο μέρη, τη λύση της ομογενούς εξίσωσης και μια μερική λύση. Δηλαδή:

$$X_+ = X_+^{\text{OM}} + X_+^{\text{MEP}} \quad (14)$$

Ο τρόπος σύμφωνα με τον οποίον θα προκύψει η λύση της ομογενούς είναι ο ίδιος με αυτόν που περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, κατά συνέπεια:

$$X_+^{\text{OM}} = \mathbf{c}_+ e^{-J\omega_+ t} \sigma \nu \nu (\omega_{d+} t - \vartheta_+) \quad (15\alpha)$$

Όπου έχουμε θέσει:

$$\omega_{d+} = \omega \sqrt{1 - J^2} = \omega_d \quad (15\beta)$$

ενώ οι \mathbf{c}_+ και \mathbf{g}_- αποτελούν σταθερές ολοκλήρωσης οι οποίες και καθορίζονται κάθε φορά από τις αρχικές συνθήκες.

Όσον αφορά στη μερική λύση της εξίσωσης (12α), σε συμφωνία με τα προηγούμενα, αναζητούμε λύσεις της μορφής :

$$X_+^{\text{MEP}} = A_1 \eta \mu \Omega \left(t - \frac{s}{2U_w} \right) + B_1 \sigma \nu \Omega \left(t - \frac{s}{2U_w} \right) \quad (16)$$

Έτσι παραγωγίζοντας δύο φορές την εξίσωση (16) και αντικαθιστώντας στην εξίσωση (12α), προκύπτει το παρακάτω αλγεβρικό σύστημα ως προς τα A_1 και B_1 :

$$\begin{aligned} (\omega_+^2 - \Omega^2)A_1 - 2J\omega\Omega B_1 &= A' \\ 2J\omega\Omega A_1 + (\omega_+^2 - \Omega^2)B_1 &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

όπου φυσικά $\omega_- = \omega$. Η ορίζουσα του εν λόγω συστήματος είναι:

$$Det = (\omega_+^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega^2\Omega^2 > 0 \quad (18)$$

Οπότε η λύση του θα γράφεται στη μορφή:

$$A_1 = \frac{Dx}{D} = \frac{A'(\omega_+^2 - \Omega^2)}{(\omega_+^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega^2\Omega^2} \quad (19\alpha)$$

$$B_1 = \frac{Dy}{D} = \frac{2J\omega\Omega A'}{(\omega_+^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega^2\Omega^2} \quad (19\beta)$$

Και εισάγοντας τις εξισώσεις (19) στην εξίσωση (16) παίρνουμε:

$$X_+^{\text{MEP}} = A_1 \eta \mu \Omega \left(t - \frac{s}{2U_w} \right) + B_1 \sigma \nu \Omega \left(t - \frac{s}{2U_w} \right) \Rightarrow$$

$$X_+^{\text{MEP}} = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \left[\frac{A_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} \eta \mu \Omega \left(t - \frac{s}{2U_w} \right) + \frac{B_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} \sigma \nu \Omega \left(t - \frac{s}{2U_w} \right) \right] \Rightarrow$$

$$X_+^{\text{MEP}} = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \left[\eta\mu\phi_+ \cdot \eta\mu\Omega \left(t - \frac{s}{2U_w} \right) + \sigma\upsilon\nu\phi_+ \cdot \sigma\upsilon\nu\Omega \left(t - \frac{s}{2U_w} \right) \right] \Rightarrow$$

$$X_+^{\text{MEP}} = D_+ \sigma\upsilon\nu\Omega \left[\left(t - \frac{s}{2U_w} \right) - \phi_+ \right] \quad (20)$$

Όπου έχουμε θέσει :

$$D_+ = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} = \frac{\sqrt{A'^2 (\omega_+^2 - \Omega^2)^2 + A'^2 (4J^2 \omega^2 \Omega^2)}}{(\omega_+^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2 \omega^2 \Omega^2} \Rightarrow$$

$$D_+ = \frac{A'}{\sqrt{(\omega_+^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2 \omega^2 \Omega^2}} \quad (21\alpha)$$

Και :

$$\phi_+ = \tau\omicron\xi\epsilon\phi \frac{A_1}{B_1} = \tau\omicron\xi\epsilon\phi \frac{\Omega^2 - \omega_+^2}{2J\omega\Omega} \quad (21\beta)$$

Οπότε, εν τέλει, η γενική λύση της πλήρους διαφορικής εξίσωσης (12α) θα είναι :

$$X_- = \mathbf{c}_+ e^{-J\omega_+ t} \sigma\upsilon\nu(\omega_{d+} t - \vartheta_+) + D_+ \sigma\upsilon\nu\Omega \left[t - \left(\frac{s}{2U_w} + \phi_+ \right) \right] \quad (22)$$

Δηλαδή της μορφής (38) όπως περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο.

(ii) Με παρόμοιο τρόπο, η λύση της εξίσωσης (12β) θα γράφεται στη μορφή :

$$X_- = X_-^{\text{OM}} + X_-^{\text{MEP}} \quad (24\alpha)$$

Όπου :

$$X_-^{\text{OM}} = \mathbf{c}_- e^{-J\omega_- t} \sigma\upsilon\nu(\omega_{d-} t - \vartheta_-) \quad (24\beta)$$

Στα παραπάνω έχουμε θέσει :

$$\omega_{d-} = \omega \sqrt{\left(1 + 2 \frac{D}{k}\right) - J^2} \quad (24\gamma)$$

ενώ οι \mathbf{c}_- και \mathcal{G}_- αποτελούν και πάλι αυθαίρετες σταθερές ολοκλήρωσης που θα καθοριστούν από τις αρχικές συνθήκες.

Από την άλλη μεριά, όσον αφορά στη μερική λύση της εν λόγω εξίσωσης, με παρόμοιο τρόπο όπως και προηγουμένως προκύπτει :

$$X_-^{\text{MEP}} = D_- \sigma \nu \Omega \left[\left(t - \frac{s}{2U_w} \right) - \phi_- \right] \quad (25)$$

Όπου έχουμε θέσει :

$$D_- = \frac{A''}{\sqrt{(\omega_-^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2 \omega^2 \Omega^2}} \quad (26\alpha)$$

Και :

$$\phi_- = \tau \sigma \xi \varepsilon \phi \frac{2J\omega\Omega}{\Omega^2 - \omega^2 - 2\frac{D}{m}} \quad (26\beta)$$

Έτσι, η γενική λύση της πλήρους εξίσωσης (12β) θα είναι :

$$X_- = \mathbf{c}_- e^{-J\omega_+ t} \sigma \nu \nu (\omega_{d-} t - \mathcal{G}_-) + D_- \sigma \nu \nu \Omega \left[t - \left(\frac{s}{2U_w} + \phi_- \right) \right] \quad (27)$$

δηλαδή, για μια ακόμη φορά, της μορφής (38).

Οι ανεξάρτητοι ταλαντωτές, οι οποίοι περιγράφονται από τις εξισώσεις (12 α,β), (22) και (27) που "ενσωματώνουν" τις ταλαντώσεις και των δύο μονοβάθμιων ταλαντωτών μαζί, ονομάζονται «κανονικοί τρόποι ταλάντωσης» (normal modes) του

συζευγμένου συστήματος. Οι αντίστοιχες συχνότητες (13) ονομάζονται «κανονικές συχνότητες ταλάντωσης».

Όταν και οι δύο μονοβάθμιοι ταλαντωτές (πρόβολος και σημειακή μάζα) του πλαισίου εκτελούν ταλάντωση με κάποια από τις κανονικές συχνότητες, τότε το σύστημα εκτελεί ταλάντωση σύμφωνα με τον αντίστοιχο κανονικό τρόπο ταλάντωσης και αντιστρόφως. Δηλαδή, όταν το σύστημα ακολουθεί κάποιον από τους κανονικούς τρόπους ταλάντωσης, τότε κάθε συνιστώσα του ταλαντώνεται με την ίδια συχνότητα, η οποία είναι η αντίστοιχη κανονική συχνότητα ταλάντωσης (Ζδέτσης 2004). Μπορούμε λοιπόν να πούμε ότι η ικανή και αναγκαία συνθήκη για να έχουμε κανονικό τρόπο ταλάντωσης είναι : κάθε συνιστώσα του συστήματος να εκτελεί ταλάντωση με την ίδια συχνότητα η οποία είναι και η αντίστοιχη κανονική συχνότητα ταλάντωσης.

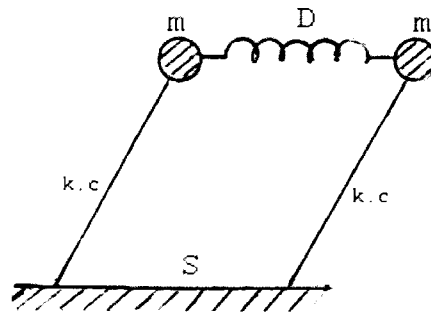
Επειδή η κανονικοί τρόποι ταλάντωσης είναι ανεξάρτητες ταλαντώσεις, δεν ανταλλάσσουν ενέργεια μεταξύ τους και οι απομακρύνσεις τους μπορούν να μεταβάλλονται ανεξάρτητα η μία από την άλλη. Κατά συνέπεια, μπορούμε να εξετάσουμε τον κάθε έναν τρόπο ταλάντωσης χωριστά και να αθροίσουμε τις ενέργειες του καθενός χωριστά όταν ζητούμε την ολική ενέργεια του συστήματος. Από την άλλη μεριά, λόγω της ύπαρξης του αβαρούς, ελαστικού ζυγώματος οι δύο μονοβάθμιοι ταλαντωτές ανταλλάσσουν συνεχώς ενέργεια μεταξύ τους και οι απομακρύνσεις τους από τη θέση ισορροπίας συνδέονται. Έτσι, οποιαδήποτε απομάκρυνση του ενός ή του άλλου ταλαντωτή μπορεί να γραφεί ως επαλληλία των απομακρύνσεων των κανονικών τρόπων ταλάντωσης, σύμφωνα με τις εξισώσεις (5). Ακολουθώντας :

$$x_1 = \frac{1}{2} \left[\mathbf{c}_+ e^{-j\omega_+ t} \sigma \nu \nu (\omega_{d+} t - \vartheta_+) + D_+ \sigma \nu \nu \Omega \left[t - \left(\frac{s}{2U_w} + \phi_+ \right) \right] \right] + \left[\mathbf{c}_- e^{-j\omega_- t} \sigma \nu \nu (\omega_{d-} t - \vartheta_-) + D_- \sigma \nu \nu \Omega \left[t - \left(\frac{s}{2U_w} + \phi_- \right) \right] \right] \quad (28)$$

Και :

$$x_2 = \frac{1}{2} \left[\mathbf{c}_+ e^{-j\omega_+ t} \sigma \nu \nu (\omega_{d+} t - \vartheta_+) + D_+ \sigma \nu \nu \Omega \left[t - \left(\frac{s}{2U_w} + \phi_+ \right) \right] - \right. \\ \left. - \mathbf{c}_- e^{-j\omega_- t} \sigma \nu \nu (\omega_{d-} t - \vartheta_-) + D_- \sigma \nu \nu \Omega \left[t - \left(\frac{s}{2U_w} + \phi_- \right) \right] \right] \quad (29)$$

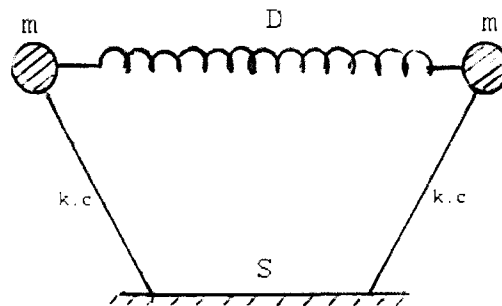
X_+ : Συμμετρικός τρόπος ταλάντωσης με κυκλική συχνότητα $\omega_+ = \omega$. (Σχ.5α)



Σχ.5α

X_- : Αντισυμμετρικός τρόπος ταλάντωσης με κυκλική συχνότητα

$$\omega_-^2 = \omega^2 + 2 \frac{D}{m}. \quad (\Sigma\chi.5\beta)$$



Σχ.5β

Θα πρέπει να τονίσουμε ένα ακόμη χαρακτηριστικό των ανεξάρτητων κανονικών τρόπων ταλάντωσης σε σχέση με τους συζευγμένους ταλαντωτές. Οι κανονικοί τρόποι ταλάντωσης (22) και (27) αναφέρονται και χαρακτηρίζουν ολόκληρο το σύστημα, σε όλη του την έκταση και με όλα τα μέρη που το απαρτίζουν. Είναι δηλαδή "συλλογικές ταλαντώσεις". Αντίθετα, οι ταλαντώσεις (28) και (29), του καθενός ταλαντωτή αναφέρονται και χαρακτηρίζουν μόνον αυτόν. Είναι δηλαδή "εντοπισμένες ταλαντώσεις".

Ας απομονώσουμε λοιπόν και ας θεωρήσουμε καταρχήν μόνο τον συμμετρικό τρόπο ταλάντωσης (X_-) μηδενίζοντας τον αντίστοιχο αντισυμμετρικό. Θέτοντας στην εξίσωση (5α,β) $X_-=0$ προκύπτει $x_1 = x_2$. Δηλαδή οι δύο μονοβάθμιοι ταλαντωτές κινούνται μαζί, σε φάση, εκτελώντας αρμονική ταλάντωση με συχνότητα $\omega_+ = \omega$ σαν μην υπήρχε καθόλου το ελαστικό ζύγωμα μεταξύ τους. Αυτός ο τρόπος ταλάντωσης, ο οποίος έχει τη μικρότερη συχνότητα, ονομάζεται για προφανείς λόγους "συμμετρικός τρόπος ταλάντωσης" (Σχήμα 5α) και μπορεί να προκύψει αν η εξωτερική διέγερση μετατοπίσει και τους δύο προβόλους προς τα δεξιά.

Εάν, αντιθέτως, η εξωτερική διέγερση λόγω και της διαφοράς φάσης που εισάγει η απόσταση s , απομακρύνει τους δύο προβόλους κατά αντίθετες γωνίες, θα έχουμε την «υλοποίηση» του "αντισυμμετρικού τρόπου ταλάντωσης" (Σχήμα 5β) ο οποίος αντιστοιχεί στη μεγαλύτερη συχνότητα ω_- . Πράγματι θέτοντας στην εξίσωση (5α,β) $X_-=0$, προκύπτει $x_1 = -x_2$. Παρατηρούμε δηλαδή ότι αυτός ο τρόπος ταλάντωσης αντιστοιχεί σε μια ταλάντωση αντίθετης φάσης των δύο ταλαντωτών. Η κυκλική συχνότητα της εν λόγω ταλάντωσης $\omega_-^2 = \omega^2 + 2\frac{D}{m}$ η οποία διαμορφώνεται από τη φυσική συχνότητα του ελατηρίου (D) είναι τώρα μεγαλύτερη από πριν διότι το ελαστικό ζύγωμα συμμετέχει ενεργά στην κίνηση (επιμηκύνεται ή συμπιέζεται). Είναι φανερό πως μια αρκετά ισχυρή εξωτερική διέγερση μπορεί σύμφωνα με τον αντισυμμετρικό τρόπο ταλάντωσης να οδηγήσει σε ρήξη του ζυγώματος και κατά συνέπεια και του πλαισίου! Από την άλλη μεριά βέβαια, ο συμμετρικός τρόπος ταλάντωσης μπορεί να οδηγήσει σε ρήξη των προβόλων! Έτσι καθίσταται επιτακτική ανάγκη η μελέτη των δυνατών συντονισμών του εν λόγω συστήματος (δύο συχνότητες = δύο συντονισμοί).

4.2 ΟΙ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΙ

Και στην προκείμενη περίπτωση αφορούν μόνο στα πλάτη της παραμένουσας κίνησης, που παραμένει αναλλοίωτη όσον καιρό επενεργεί η εξωτερική δύναμη. Η εν λόγω κίνηση περιγράφεται ικανοποιητικά από τη μερική λύση των διαφορικών εξισώσεων (12), σε αντίθεση με τις αντίστοιχες ομογενείς λύσεις που φθίνουν με το χρόνο ως $e^{-J\omega t}$ και αντιπροσωπεύουν τη λεγόμενη μεταβατική κίνηση.

Ακολουθώντας, σε συμφωνία με το προηγούμενο κεφάλαιο του απλού ταλαντωτή θέτουμε:

$$\lambda = \frac{\Omega}{\omega} \quad (30)$$

και εκφράζουμε τα πλάτη της παραμένουσας κίνησης των δύο χαρακτηριστικών (κανονικών) τρόπων ταλάντωσης συναρτήσει του λ . Διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

(i) Όσον αφορά στο συμμετρικό τρόπο ταλάντωσης:

$$D_- = \frac{A'}{\sqrt{(\omega_+^2 - \Omega^2)^2 + 4J^2\omega^2\Omega^2}} \text{ και επειδή } \omega_+^2 = \omega^2 \text{ συνεπάγεται}$$

$$D_- = \frac{A'}{\sqrt{\omega_+^4(1 - \lambda^2)^2 + 4J^2\omega_+^4\lambda^2}} \Rightarrow$$

$$D_+ = \frac{\frac{A'}{\omega_+^4}}{\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + 4J^2\lambda^2}} \quad (31)$$

Η μεγιστοποίηση του εν λόγω πλάτους συνεπάγεται την ελαχιστοποίηση του παρανομαστή της εξίσωσης (31). Κατά συνέπεια θέτουμε:

$$F_-(\lambda) = 1 - 2\lambda^2 + \lambda^4 + 4J^2\lambda^2 \Rightarrow$$

$$F_+(\lambda) = \lambda^4 + 2(2J^2 - 1)\lambda^2 + 1 \quad (32)$$

και απαιτούμε $F_+(\lambda) = \min$ δηλαδή:

$$F'_+(\lambda) = 0 \quad (33)$$

Η εξίσωση (33) έχει ως αποτέλεσμα τη σχέση :

$$4\lambda[\lambda^2 + (2J^2 - 1)] = 0 \quad (34)$$

με δύο πιθανές ρίζες.

Η πρώτη : $\lambda=0$ οδηγεί σε $F_+(0) = \max$ και δε θα μας απασχολήσει περαιτέρω.

Αντιθέτως, η δεύτερη ρίζα:

$$\lambda = \pm\sqrt{1 - 2J^2} \Rightarrow \Omega = \pm\sqrt{1 - 2J^2} \cdot \omega \quad (35)$$

είναι αυτή που οδηγεί σε $F_+(\lambda) = \min$.

Επιλέγοντας το θετικό πρόσημο, εισάγουμε ακολούθως τη συγκεκριμένη τιμή στην εξίσωση (31) ούτως ώστε να υπολογίσουμε το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης του πλαισίου ως σύνολο. Έτσι θα έχουμε:

$$D_-^{\max} = \frac{\frac{A'}{\omega_+^2}}{\sqrt{[1 - (1 - 2J^2)]^2 + 4J^2(1 - 2J^2)}} \Rightarrow$$

$$D_-^{\max} = \frac{A'}{2J\omega_+^2 \cdot \sqrt{1 - J^2}} \Rightarrow$$

$$D_-^{\max} = \frac{mA'}{c\omega \cdot \sqrt{1 - J^2}} \Rightarrow$$

$$D_+^{\max} = \frac{2A}{c\omega \cdot \sqrt{1 - J^2}} \left| \sigma_{UV} \left(\frac{\Omega \cdot s}{2U_w} \right) \right| \quad (36)$$

(ii) Από την άλλη μεριά όσον αφορά στον αντισυμμετρικό τρόπο ταλάντωσης, από τον συνδυασμό των εξισώσεων (13β) και (26α), θα έχουμε:

$$D_- = \frac{A''}{\sqrt{\left(\omega^2 - \Omega^2 + 2\frac{D}{m}\right)^2 + 4J^2\omega^2\Omega^2}} \Rightarrow$$

$$D_- = \frac{A''}{\sqrt{\omega^4\left(1 - \lambda^2 + 2\frac{D}{m\omega^2}\right)^2 + \omega^4 4\lambda^2 J^2}} \Rightarrow$$

$$D_- = \frac{\frac{A''}{\omega^2}}{\sqrt{\left(1 - \lambda^2 + 2\frac{D}{k}\right)^2 + 4\lambda^2 J^2}} \quad (37)$$

Και σε αυτήν την περίπτωση, η μεγιστοποίηση του πλάτους D συνεπάγεται την ελαχιστοποίηση του παρανομαστή της εξίσωσης (37) με αποτέλεσμα:

$$F_-(\lambda) = \left[\left(1 + 2\frac{D}{k}\right) - \lambda^2 \right]^2 + 4J^2\lambda^2 = \min \rightarrow F'_-(\lambda) = 0$$

Οπότε θα προκύψουν δύο ρίζες :

ή $\lambda=0$ που απορρίπτεται διότι δίνει $F_-(\lambda) = \max$ ή

$$\lambda = \pm \sqrt{1 + 2\frac{D}{k} - 2J^2} \quad (38)$$

Ακολούθως, αντικαθιστώντας την εξίσωση (38) στην εξίσωση (37), βρίσκουμε το μέγιστο πλάτος του αντισυμμετρικού τρόπου ταλάντωσης που είναι:

$$D_-^{\max} = \frac{2A}{c\omega \cdot \sqrt{1 - J^2 + 2\frac{D}{k}}} \left| \eta\mu \left(\frac{\Omega \cdot s}{2U_w} \right) \right| \quad (39)$$

Οι εξισώσεις (36) και (39) αποτελούν τις ζητούμενες σχέσεις. Η ύπαρξη όμως σε αυτές του τριγωνομετρικού όρου, εγείρει ένα νέο πρόβλημα. Πράγματι, καθώς $\Omega = kU_w$ και $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, ο τριγωνομετρικός όρος στην εξίσωση (36) γράφεται στη μορφή:

$$\sigma \nu \nu \frac{\Omega \cdot s}{2U_w} = \sigma \nu \nu \frac{\pi \cdot s}{\lambda} \quad (40)$$

Το συνημίτονο στην εξίσωση (40) γίνεται μηδέν (και κατά συνέπεια και το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης μηδενίζεται επίσης) όταν:

$$\frac{\pi \cdot s}{\lambda} = (2N + 1) \frac{\pi}{2}, \quad N = 0, 1, 2, \dots \quad (41)$$

δηλαδή όταν η απόσταση των δύο προβόλων είναι τέτοια ώστε

$$s = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (42)$$

(όπου λ το μήκος κύματος της σεισμικής διέγερσης). Η απόσταση λοιπόν, είναι περιττό πολλαπλάσιο του μισού μήκους κύματος του σεισμικού κύματος. Ακριβώς το αντίθετο συμβαίνει όσον αφορά στο μηδενισμό του A'' (και κατά συνέπεια και του πλάτους D). Πράγματι:

$$\eta \mu \frac{\Omega \cdot s}{2U_w} = \eta \mu \frac{\pi \cdot s}{\lambda} = 0 \Rightarrow \frac{\pi \cdot s}{\lambda} = N \cdot \pi \Rightarrow$$

$$s = N \cdot \lambda, \quad N = 0, 1, 2, \dots \quad (43)$$

Απόσταση για την οποία το D_+ γίνεται μέγιστο.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι, παρεμβαίνοντας στις παραμέτρους της τεχνικής κατασκευής, μπορούμε πάντα να εξαλείψουμε τα καταστροφικά αποτελέσματα ενός εκ των δύο κανονικών τρόπων ταλάντωσης, για δεδομένα σεισμικά μήκη κύματος.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Αναστασιάδης Κ. 1983α, " Δυναμική των κατασκευών ", Τόμος Ι: "Διακριτά Συστήματα ", Εκδ. Ζήτη, Θεσσαλονίκη.
- Αναστασιάδης Κ, 1983β, "Δυναμική των κατασκευών", Τόμος ΙΙ: Συνεχή Συστήματα, Εκδ. Ζήτη, Θεσσαλονίκη.
- Αναστασιάδης Κ, 1989, "Αντισεισμικές Κατασκευές Ι", Εκδ. Ζήτη, Θεσσαλονίκη.
- Δελημπάσης Ν, 2003, " Εισαγωγή στην Τεκτονική των Λιθοσφαιρικών Πλακών", Εκδ. Ζήτη, Θεσσαλονίκη.
- Ζδέτσης Α, 2004, "Ταλαντώσεις και κύματα ΙΙ, " Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο, Πάτρα.
- Μπόζης Γ, 1986, "Διαφορικές Εξισώσεις και Εφαρμογές ", Υπηρεσία Δημοσιευμάτων ΑΠΘ, Θεσσαλονίκη.
- Μπούντης Α, 2001, "Διαφορικές Εξισώσεις Ι ", Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο, Πάτρα.
- Παπαζάχος Β, 1995, "Εισαγωγή στη Γεωφυσική " Εκδ. Ζήτη, Θεσσαλονίκη.
- Παπαζάχος Β, 1997, "Εισαγωγή στη Σεισμολογία", Εκδ. Ζήτη, Θεσσαλονίκη.
- Παπαθεοδώρου Κ, 2000, "Τεχνική Γεωλογία". Υπηρεσία Δημοσιευμάτων ΤΕΙ Σερρών, Σέρρες .
- Παπαϊωάννου Σ, 2002, " Η απόκριση μιας κατασκευής ενός βαθμού ελευθερίας ", Σειρά Διαλέξεων, ΤΕΙ Σερρών, Σέρρες.
- Σούρλας Δ, 2000, " Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις", Εκδ. Πανεπιστημίου Πατρών, Πάτρα.