

Τ.Ε.Ι ΣΕΡΡΩΝ

ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ



**ΑΝΑΛΥΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ ΜΕ
ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΒΡΟΧΩΝ**

ΣΠΟΥΔΑΣΤΡΙΕΣ:

ΚΑΝΑΒΟΥ ΒΑΣΙΛΙΚΗ

ΣΙΣΜΑΝΗ ANNA

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....σελ.4

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.....σελ.5

Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΑΠΛΩΝ ΒΡΟΧΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ.

1.1 Ηλεκτρικό κύκλωμα.....σελ.5

1.2 Φορές αναφοράς - Στοιχεία τοπολογίας ηλεκτρικών κυκλωμάτων.....σελ.5

1.3 Παρουσίαση της μεθόδου των βρόχων.....σελ.7

1.3.1 Νόμοι του Kirchhoff.....σελ.7

1.3.2 Σπουδαιότητα της μεθόδου των βρόχων – ιστορικές σημειώσεις.....σελ.8

1.3.3 Απόδειξη της μεθόδου των βρόχων.....σελ.9

1.3.4 Γενίκευση της μεθόδου.....σελ.14

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....σελ.15

ΣΥΝΤΟΜΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ MATLAB ΚΑΙ SPICE

2.1 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ MATLAB.....σελ.15

2.1.1 Περιγραφή του περιβάλλοντος.....σελ.15

2.1.2 Παρουσίαση προγράμματος επίλυσης κυκλωμάτων.....σελ.16

2.2 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ SPICE.....σελ.19

2.2.1 Περιβάλλον Spice.....σελ.19

2.2.2 Σχεδίαση στο Spice.....σελ.20

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....σελ.22

ΠΑΡΟΥΣΙΑΣ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΛΥΣΗΣ ΜΕ ΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ MATLAB ΚΑΙ SPICE ΣΕ ΠΗΓΕΣ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3.1......σελ.22

A. ΕΠΛΥΣΗ ΣΤΟ MATLAB.....σελ.22

B. ΕΠΛΥΣΗ ΣΤΟ SPICE.....σελ.25

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3.2......σελ.26

A. ΕΠΛΥΣΗ ΣΤΟ MATLAB.....σελ.26

B. ΕΠΛΥΣΗ ΣΤΟ SPICE.....σελ.28

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3.3.	σελ.29
Α. ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΤΟ ΜΑΤΛΑΒ.....	σελ.29
Β. ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΤΟ SPICE.....	σελ.32
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.</u>	σελ.34
ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ	
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.1.	σελ.34
Α. ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΤΟ ΜΑΤΛΑΒ.....	σελ.34
Β. ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΤΟ SPICE.....	σελ.41
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.2.	σελ.44
Α. ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΤΟ ΜΑΤΛΑΒ.....	σελ.44
Β. ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΤΟ SPICE.....	σελ.50
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.3.	σελ.53
Α. ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΤΟ ΜΑΤΛΑΒ.....	σελ.53
Β. ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΤΟ SPICE.....	σελ.59
<u>ΕΠΙΛΟΓΟΣ.</u>	σελ.62
ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	
<u>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</u>	σελ.63

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η πτυχιακή εργασία που ακολουθεί αποσκοπεί στην ανάλυση συγκεκριμένης μεθοδολογίας για την επίλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων. Πρόκειται για την υλοποίηση της μεθόδου των βρόχων στο πρόγραμμα MATLAB και την επαλήθευση των αποτελεσμάτων με το πρόγραμμα SPICE. Αρχικά πρόκειται να αναλυθεί διεξοδικά η μέθοδος των βρόχων. Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν αναλυτικά οι επιλύσεις ισάριθμων προβλημάτων με τα προγράμματα MATLAB και SPICE. Όπως θα διαπιστωθεί στη συνέχεια οι λύσεις των προβλημάτων θα δοθούν στη πρώτη περίπτωση με απλή καταχώρηση των δεδομένων στο πρόγραμμα και στη δεύτερη με σχεδιασμό του εκάστοτε ηλεκτρικού κυκλώματος. Στο τέλος της πτυχιακής εργασίας θα εξαχθούν τα συμπεράσματα που θα προκύψουν από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων και στις δύο περιπτώσεις καθώς επίσης θα γίνει αντιληπτή η σπουδαιότητα και η χρησιμότητα αυτών των μεθόδων επίλυσης ηλεκτρικών κυκλωμάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΑΠΛΩΝ ΒΡΟΧΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ.

Ο στόχος του κεφαλαίου αυτού είναι μια σύντομη επεξήγηση βασικών εννοιών που σχετίζονται με τον ηλεκτρισμό και την ανάλυση της μεθόδου των βρόχων η οποία θα αποτελέσει το σημαντικότερο εργαλείο για την ανάπτυξη της εργασίας. Θα γίνει καθορισμός του ρεύματος βρόχου, περιγραφή και επεξήγηση της μεθόδου βρόχων, ή γενικότερα ανάλυση βρόχων για τον υπολογισμό των ρευμάτων βρόχων σε ένα κύκλωμα.

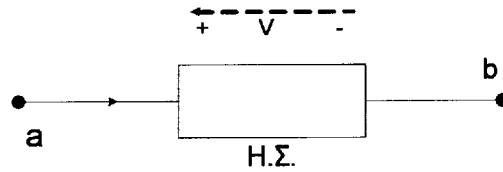
1.1 Ηλεκτρικό κύκλωμα

Ως ηλεκτρικό κύκλωμα μπορούμε να ορίσουμε ένα σύνολο αγώγιμων σωμάτων (ηλεκτρικών στοιχείων) που είναι τοποθετημένα και συνδέονται με τέτοιο τρόπο ώστε μέσω αυτών να διέρχεται το ηλεκτρικό ρεύμα. Ένα κύκλωμα ονομάζεται κλειστό όταν διέρχεται από αυτό συνεχώς ηλεκτρικό ρεύμα ενώ ονομάζεται ανοιχτό όταν υπάρχει διακοπή που απαγορεύει τη συνέχιση της ροής του ρεύματος.

1.2 Φορές αναφοράς - Στοιχεία τοπολογίας ηλεκτρικών κυκλωμάτων

Το ηλεκτρικό ρεύμα είναι ένα μέγεθος για τον καθορισμό του οποίου απαιτείται εκτός από το μέτρο του και η φορά του. Γενικά όταν έχουμε να αναλύσουμε ένα κύκλωμα επιλέγουμε πριν την ανάλυσή του τη φορά αναφοράς. Αν μετά την ανάλυση η τιμή του πραγματικού ρεύματος είναι θετική αυτό σημαίνει ότι η φορά του είναι αυτή που επιλέχθηκε από την αρχή. Αν συμβαίνει το αντίθετο, δηλαδή αν η τιμή προκύψει αρνητική τότε η φορά του ρεύματος είναι η αντίθετη από αυτή που επιλέχθηκε.

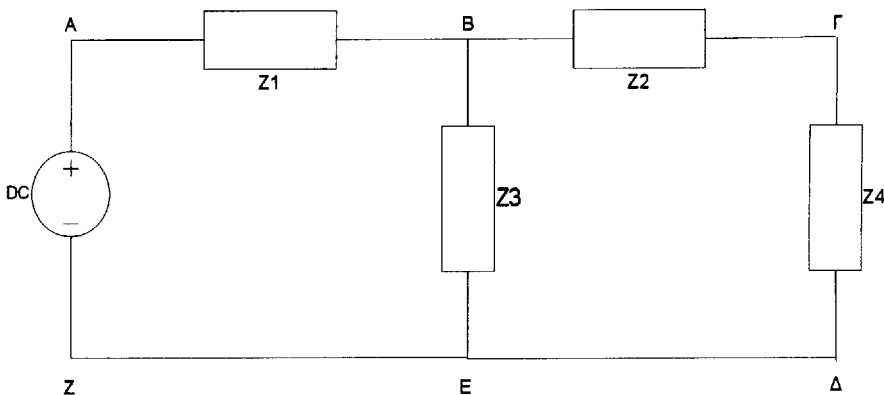
Θεωρούμε ένα ηλεκτρικό στοιχείο το οποίο αναπαριστάται στο παρακάτω σχήμα. Οι ακροδέκτες αυτού του στοιχείου θα είναι τα a , b με τα οποία μπορούν να συνδεθούν άλλα στοιχεία. Ο ελάχιστος αριθμός ακροδεκτών ενός ηλεκτρικού στοιχείου είναι δύο. Έτσι ορίζεται η έννοια του κλάδου, δηλαδή κλάδος ονομάζεται κάθε στοιχείο δύο ακροδεκτών.



σχήμα 1.1

Στο σχήμα 1.1 βλέπουμε ένα στοιχείο δύο ακροδεκτών (κλάδο) του οποίου έχουμε ορίσει τη φορά του ρεύματος κλάδου.

Κόμβος ενός κυκλώματος ονομάζεται η τομή δύο τουλάχιστον κλάδων. Βρόχος είναι μια κλειστή διαδρομή από κλάδους. Αν ένας βρόχος δεν περιλαμβάνει άλλους βρόχους στο εσωτερικό του τότε ονομάζεται απλός βρόχος. Όταν περιλαμβάνει άλλους βρόχους ονομάζεται σύνθετος. Ρεύμα βρόχου είναι το ρεύμα που κυκλοφορεί στην περιμέτρό του. Δηλαδή κάθε βρόχος διαρρέεται από ένα ρεύμα του οποίου τη φορά ορίζουμε συνήθως αυθαίρετα και το συμβολίζουμε με ένα βέλος. Οι παραπάνω έννοιες γίνονται πιο κατανοητές στο παράδειγμα που ακολουθεί.



σχήμα 1.2: Στοιχεία τοπολογίας ηλεκτρικών κυκλωμάτων

Σύμφωνα με τους ορισμούς που δόθηκαν παραπάνω, στο ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος 1.2 διακρίνουμε τρεις βρόχους (ΑΒΓΔΕΖ – ΑΒΕΖ – ΒΓΔΕ) δύο απλούς και έναν σύνθετο (ΑΒΓΔΕΖ), πέντε κλάδους (ΑΒ , ΒΓ , ΓΔ, ΑΖ , ΒΕ) και τέσσερις κόμβους (Α, Β, Γ, Δ).

1.3 Παρουσίαση της μεθόδου των βρόχων

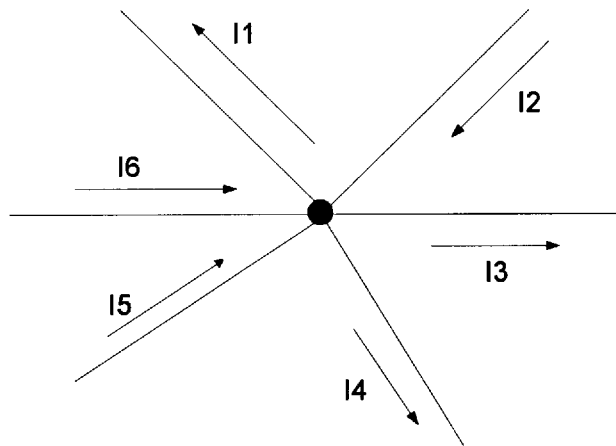
1.3.1 Νόμοι του Kirchhoff

Για την ανάλυση ενός ηλεκτρικού κυκλώματος αποτελούμενου από στοιχεία δύο ακροδεκτών και ανεξάρτητες πηγές, δηλαδή για τον προσδιορισμό της έντασης των ρευμάτων και των τάσεων των στοιχείων του μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους γνωστούς νόμους του Kirchhoff.

1. (1^{ος} νόμος του Kirchhoff) Νόμος ρευμάτων:

Το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων σε κάθε κόμβο συγκεντρωμένου ηλεκτρικού κυκλώματος είναι σε κάθε χρονική στιγμή ίσο με μηδέν ή με άλλα λόγια όση ποσότητα ηλεκτρικού φορτίου εισέρχεται σε έναν κόμβο τόση φεύγει από αυτόν.

$$\sum_{\kappa=1}^N i_{\kappa} = 0$$



Σχήμα 1.3: Ρεύματα που συγκεντρώνονται στον κόμβο.

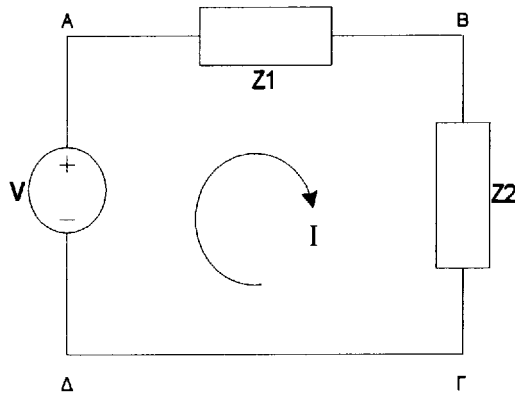
Για το σχήμα 1.3 σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Kirchhoff ισχύει για τον κόμβο:

$$I_1 - I_2 + I_3 + I_4 - I_6 = 0$$

2. (2^{ος} νόμος του Kirchhoff) Νόμος τάσεων:

Το αλγεβρικό άθροισμα των τάσεων κλάδων σε κάθε βρόχο (απλό ή σύνθετο) συγκεντρωμένου ηλεκτρικού κυκλώματος είναι σε κάθε χρονική στιγμή ίσο με μηδέν.

$$\sum_{\kappa=1}^N v_{\kappa}(t) = 0$$



Σχήμα 1.4: κύκλωμα που διαρρέετε από το ρεύμα I .

Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Kirchhoff θα είναι:

$$V - Z_1 I - Z_2 I = 0$$

1.3.2 Σπουδαιότητα της μεθόδου των βρόχων – ιστορικές σημειώσεις

Για κάθε ηλεκτρικό κύκλωμα με την βοήθεια των νόμων του Kirchhoff δημιουργείται ένα σύστημα εξισώσεων του οποίου η λύση δίνει όλες τις τάσεις και τα ρεύματα που το διαρρέουν. Θεωρητικά μπορεί να ειπωθεί ότι με τους νόμους του Kirchhoff όλα τα ηλεκτρικά κυκλώματα μπορούν να επιλυθούν. Στη πράξη, αυτή η λύση δεν είναι πρακτική γιατί απαιτεί ένα μεγάλο αριθμό εξισώσεων, ακόμα και για ένα απλό κύκλωμα. Για παράδειγμα ένα ηλεκτρικό κύκλωμα 6-κλάδων, 4-κόμβων με καθένα από τους κόμβους συνδεδεμένους με άλλους κόμβους με ένα στοιχείο οδηγεί σε ένα σύνολο από 12 εξισώσεις με 12 αγνώστους: Οι 12 άγνωστοι είναι οι τάσεις των κλάδων και τα ρεύματα των κλάδων. Το αποτέλεσμα είναι η ανάγκη δημιουργίας απλούστερων μεθόδων που οδηγούν σε λιγότερες εξισώσεις και κατά συνέπεια καθιστούν ευκολότερη την ανάλυση. Μια τέτοια μέθοδος η οποία σχετίζεται άμεσα με τους νόμους του Kirchhoff είναι η μέθοδος των απλών βρόχων η οποία μπορεί

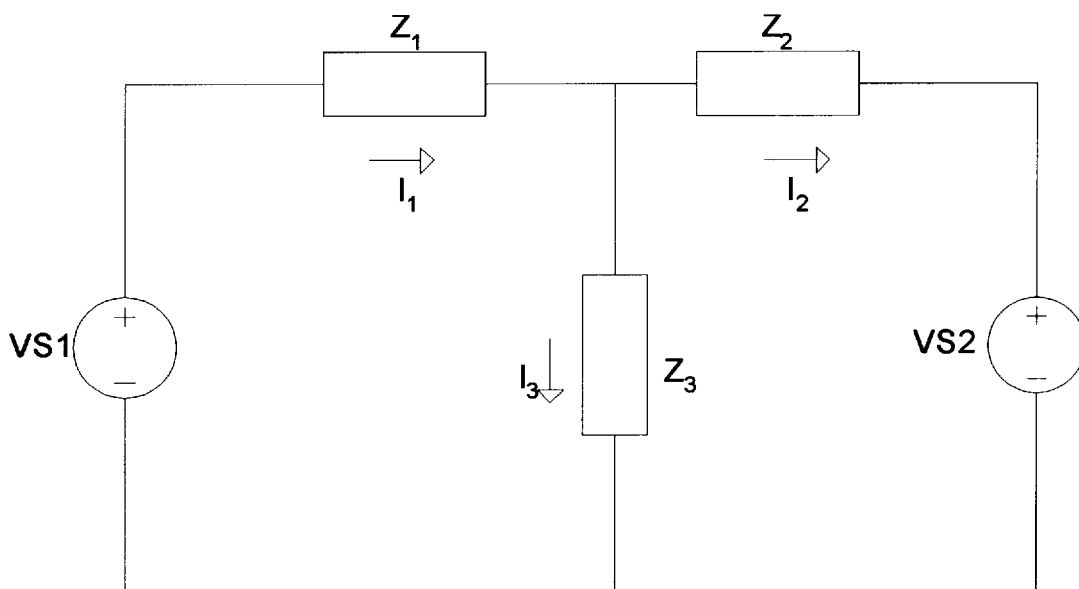
εύκολα να υλοποιηθεί σε ηλεκτρονικό υπολογιστή και να επιλυθεί με κατάλληλα υπολογιστικά πακέτα.

Πριν την έλευση των ψηφιακών υπολογιστών τα συστήματα εξισώσεων λύνονταν δια χειρός πιθανότατα με τη βοήθεια του λογαριθμικού κανόνα ή από κάποιες πρωτόγονες υπολογιστικές μηχανές. Η απλοποίηση του προβλήματος ήταν τόσο αναγκαία που η ανάλυση της μεθόδου των βρόγχων του Maxwell (1881) έλαβε μεγάλη αναγνώριση. Μέσα από τη χρήση εικονικών ρευμάτων τα οποία ονομάζονται ρεύματα βρόχων, ο Maxwell ήταν ικανός να μειώσει τον αριθμό των εξισώσεων. Για παράδειγμα για το κύκλωμα που αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο ο αριθμός των εξισώσεων πέφτει από τις 12 στις 3. Αυτές οι 3 εξισώσεις ονομάζονται εξισώσεις βρόχων στις οποίες τα ρεύματα βρόχων είναι ο μόνος άγνωστος.

Προς τα τέλη του 1950 περίπου όλα τα κείμενα των ηλεκτρικών κυκλωμάτων παρουσιάζουν τις μεθόδους των βρόχων και κόμβων. Μέχρι το 1960 πολλά προγράμματα ψηφιακών υπολογιστών αναπτύχθηκαν για την προσομοίωση των ηλεκτρονικών κυκλωμάτων γιατί αλλιώς θα ήταν αδύνατο να αναλυθούν με το χέρι. Όλα αυτά τα πακέτα προσομοίωσης χρησιμοποιούν τη μέθοδο της κομβικής εξίσωσης πάνω στη μέθοδο των απλών βρόχων. Το Spice το οποίο θα χρησιμοποιηθεί στα επόμενα κεφάλαια είναι ένα από τα πιο γνωστά από αυτά .

1.3.3 Απόδειξη της μεθόδου των βρόχων

Η μέθοδος των βρόχων, όπως αναφέρεται και στο όνομά της, καταλήγει σε εξισώσεις οι οποίες προκύπτουν από τους κλειστούς βρόχους ρευμάτων. Πρέπει να σημειωθεί ότι το ρεύμα βρόχου δεν ταυτίζεται με το ρεύμα κλάδου όμως η γνώση όλων των ρευμάτων βρόχων ενός κυκλώματος επιτρέπει τον υπολογισμό των ρευμάτων κλάδων.



σχήμα 1.5: Το κύκλωμα που θα χρησιμοποιηθεί για την απόδειξη

Το παραπάνω κύκλωμα έχει τρεις βρόχους, πέντε κλάδους, και τέσσερις κόμβους. Οι πηγές V_{s1} και V_{s2} δημιουργούν τα ρεύματα που διαρρέουν τα στοιχεία στο κύκλωμα. Δηλαδή τα i_1 , i_2 , i_3 που διαρρέουν τις σύνθετες αντιστάσεις Z_1 , Z_2 , Z_3 αντίστοιχα.

Σύμφωνα με τους νόμους ρευμάτων του Kirchhoff είναι:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

$$V_{s_1} - V_1 - V_3 = 0 \Rightarrow V_{s_1} = I_1 Z_1 + I_3 Z_3 \quad (2)$$

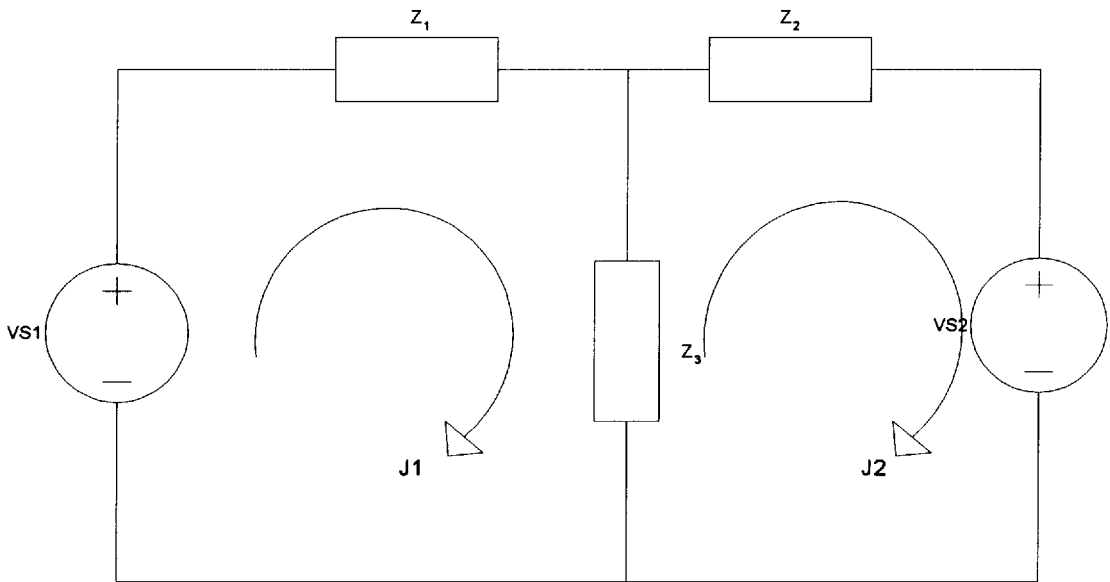
$$V_{s_2} - V_2 - V_3 = 0 \Rightarrow V_{s_2} = I_2 Z_2 - I_3 Z_3 \quad (3)$$

Από τη σχέση (1) είναι : $I_3 = I_1 - I_2$

Και οι (2),(3) γίνονται : $V_{s_1} = (Z_1 + Z_3)I_1 - I_2 Z_3$

$$-V_{s_2} = -I_1 Z_3 + I_2 (Z_2 + Z_3)$$

Στη συνέχεια θα σχηματίσουμε το κύκλωμα ορίζοντας τα ρεύματα βρόχων δηλαδή θεωρώντας την ύπαρξη δύο γενικών ρευμάτων J_1 , J_2 και θα ξαναεφαρμόσουμε τους νόμους του Kirchhoff. Τα δύο κυκλώματα θα είναι ισοδύναμα.



σχήμα 1.6: στο κύκλωμα έχουν σχεδιαστεί τα ρεύματα βρόχων J_1 , J_2 .

Νόμος τάσεων κατά μήκος των δύο βρόχων εκφράζοντας τα στοιχεία συναρτήσει των ρευμάτων βρόχων:

$$V_{s_1} = J_1 Z_1 + (J_1 - J_2) Z_3$$

$$-V_{s_2} = (J_2 - J_1) Z_3 + J_2 Z_2$$

ή

$$V_{s_1} = J_1 (Z_1 + Z_3) - J_2 Z_3 \quad (4)$$

$$-V_{s_2} = -J_1 Z_3 + J_2 (Z_2 + Z_3) \quad (5)$$

Συγκρίνοντας τις εξισώσεις (2),(3) – (4),(5), συμπεραίνουμε ότι έχουν την ίδια μορφή.

Από τα κυκλώματα τα ρεύματα κλάδων συναρτήσει των ρευμάτων κόμβων γράφονται ως εξής:

$$\begin{aligned}I_1 &= J_1 \\I_2 &= J_2 \\I_3 &= J_1 - J_2\end{aligned}$$

Από τις εξισώσεις (3),(4) προκύπτει ο πίνακας

$$\begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & -Z_3 \\ -Z_3 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{s1} \\ V_{s2} \end{bmatrix}$$

δηλαδή οι πίνακες που σχηματίζονται είναι της μορφής:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix}$$

A_{11} : Παρατηρούμε ότι είναι ίσο με το άθροισμα των στοιχείων που ανήκουν στον πρώτο βρόχο.

A_{12} : Το αρνητικό άθροισμα των κοινών στοιχείων πρώτου και δεύτερου βρόχου

A_{21} : Το αρνητικό άθροισμα των κοινών στοιχείων πρώτου και δεύτερου βρόχου

A_{22} : Το άθροισμα των στοιχείων που ανήκουν στο δεύτερο βρόχο .

J_1 : Το άγνωστο ρεύμα του πρώτου βρόχου

J_2 : Το άγνωστο ρεύμα του δεύτερου βρόχου.

Γ_1 : Το αλγεβρικό άθροισμα των πηγών τάσης του πρώτου βρόχου

Γ_2 : Το αλγεβρικό άθροισμα των πηγών τάσης του δεύτερου βρόχου.

1.3.4 Γενίκευση της μεθόδου

Σύμφωνα με τα παραπάνω μπορούμε να καταλήξουμε σε μια γενίκευση της μεθόδου των βρόχων (γενίκευση των πινάκων και των συμπερασμάτων) έτσι ώστε να είμαστε σε θέση να σχηματίζουμε το σύστημα για οποιοδήποτε κύκλωμα εναλλασσομένου είτε συνεχούς ρεύματος. Η μορφή των πινάκων που σχηματίζονται είναι της μορφής

$$AX=B,$$

και αναλύεται ως εξής:

$$\begin{bmatrix} z_{11} & -z_{12} & \dots & -z_{1v} \\ -z_{12} & z_{22} & \dots & -z_{2v} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -z_{v1} & -z_{v2} & \dots & z_{vv} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \dots \\ i_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ \dots \\ E_{vv} \end{bmatrix}$$

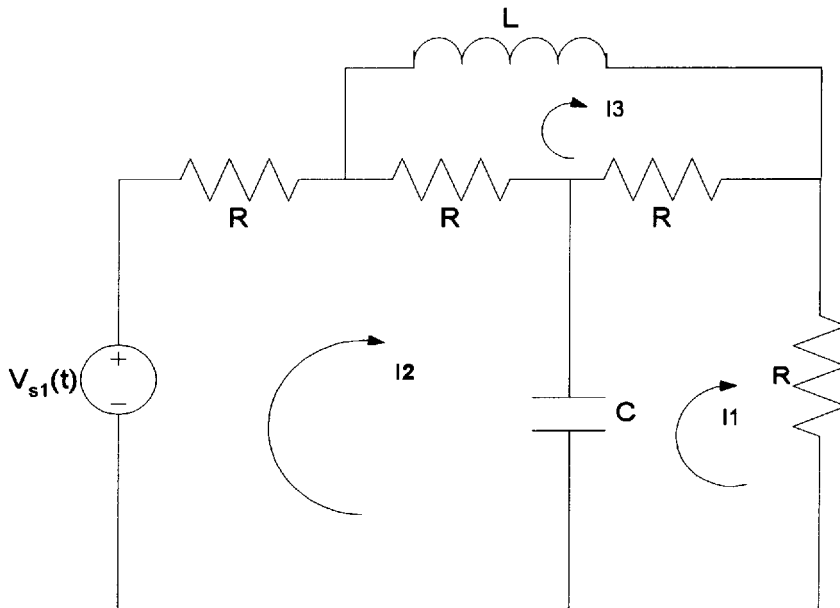
Όπου το z συμβολίζει τις σύνθετες αντιστάσεις του ηλεκτρικού κυκλώματος και είναι γενικά μιγαδικός αριθμός με μονάδα μέτρησης το Ohm (Ω).

Τα γενικά συμπεράσματα στα οποία καταλήγουμε ισχύουν για κάθε ηλεκτρικό κύκλωμα και είναι:

- i. Ο πίνακας των σύνθετων αντιστάσεων είναι συμμετρικός.
- ii. Κάθε σειρά και κάθε στήλη του πίνακα A , κάθε σειρά των πινάκων X και B αντιστοιχούν σε ένα βρόχο. Για παράδειγμα, η πρώτη σειρά του πίνακα A σχετίζεται με τον πρώτο βρόχο, η δεύτερη στήλη του πίνακα A σχετίζεται με το δεύτερο βρόχο. Αντίστοιχα κάθε στοιχείο του πίνακα A σχετίζεται με δύο βρόχους.
- iii. Κάθε διαγώνιο στοιχείο του πίνακα A ισούται με το άθροισμα των αντιστάσεων του αντίστοιχου βρόχου.
- iv. Κάθε μη διαγώνιο στοιχείο του πίνακα A αποτελείται από το αρνητικό άθροισμα των κοινών στοιχείων των βρόχων j και i ($ij = 1, 2, \dots, v$).
- v. Ο πίνακας X ($v \times 1$) είναι ο άγνωστος και σ' αυτόν παριστάνονται τα διανύσματα των βροχικών ρευμάτων στη σωστή σειρά.
- vi. Τα στοιχεία του πίνακα B είναι το αλγεβρικό άθροισμα των πηγών τάσης που ανήκουν στο βρόχο i ($i = 1, 2, \dots, v$).

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΒΡΟΧΩΝ

Το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος αποτελείται από τρεις βρόχους τους οποίους διαρρέουν τα βροχικά ρεύματα I_1 , I_2 , I_3 . Οι αντιστάσεις είναι $R = 1\Omega$, $L = 1\text{H}$, $C = 1\mu\text{F}$. Εφαρμόζοντας τη μέθοδο των βρόχων στο κύκλωμα έχουμε:



$$\begin{bmatrix} R + R + 1/(i\omega C) & -1/(i\omega C) & -R \\ -1/(i\omega C) & R + R + 1/(i\omega C) & -R \\ -R & -R & R + R + i\omega L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{s1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Το σύστημα που προκύπτει σε μορφή πινάκων είναι 3×3 . Η λύση του μας δίνει τα εξής αποτελέσματα:

$$\begin{aligned} I_1 &= 4,33 + 2,5i(A) \\ I_2 &= 0,00025 - 0,000433i(A) \\ I_3 &= 0,00025 - 0,000433i(A) \end{aligned}$$

Γνωρίζοντας τα ρεύματα βρόχων I_1 , I_2 , I_3 μπορούμε να υπολογίσουμε το ρεύμα του κάθε κλάδου στο ηλεκτρικό κύκλωμα..

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

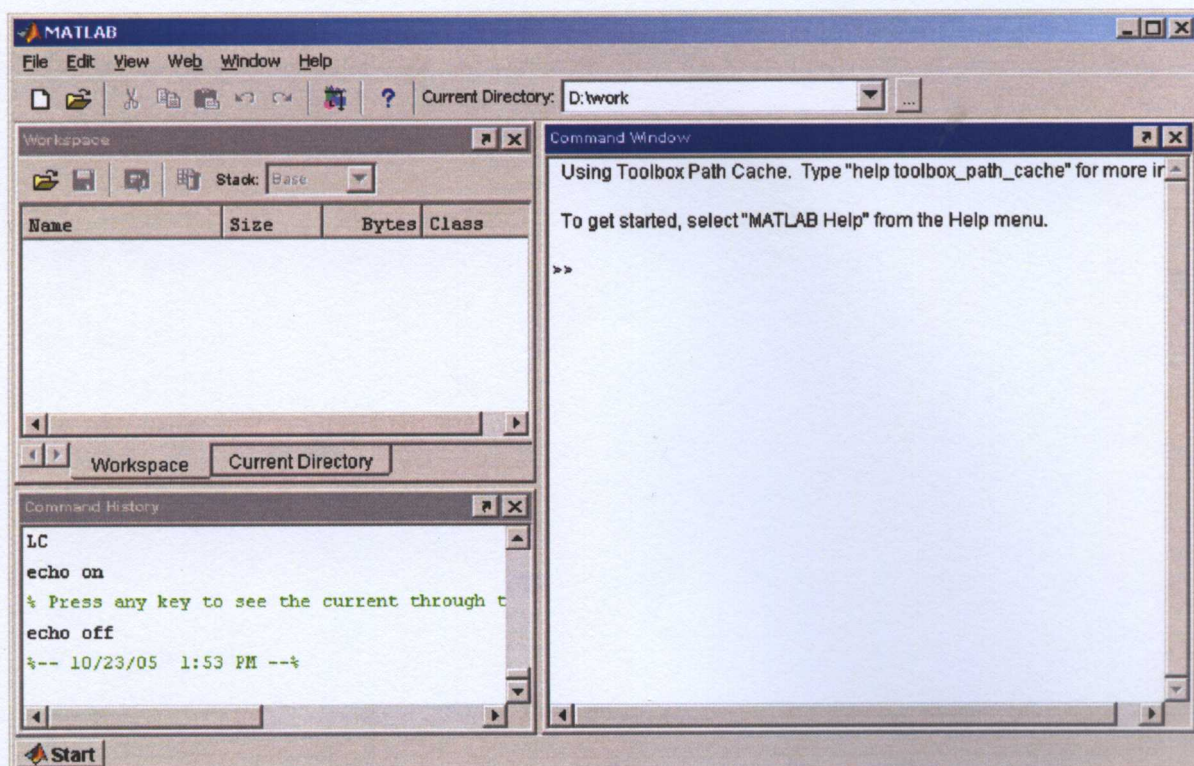
ΣΥΝΤΟΜΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ MATLAB ΚΑΙ SPICE

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν με σύντομη περιγραφή τα προγράμματα Matlab και Spice τα οποία θα χρησιμεύσουν στην λύση ηλεκτρικών κυκλωμάτων συνεχούς και εναλλασσομένου ρεύματος.

2.1 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ MATLAB

2.1.1 Περιγραφή του περιβάλλοντος

Το περιβάλλον του Matlab όπως θα δούμε και παρακάτω είναι ένα καθαρά αριθμητικό περιβάλλον. Γενικά ισχύει ότι και για όλες τις παραθυρικές εφαρμογές των Windows. Το παράθυρο του Matlab χωρίζεται σε τρία μικρότερα παράθυρα, το βασικό που είναι το παράθυρο εντολών, το παράθυρο εκκίνησης με το workspace όπου εκεί εμφανίζονται οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται και τέλος το command history όπου εμφανίζονται οι εντολές που έχουμε δώσει. Τα παράθυρα αυτά μπορούμε να τα αποκρύψουμε ανάλογα με το ποια χρειαζόμαστε κάθε φορά.



Σχήμα 2.1: περιβάλλον matlab.

Οι πίνακες έχουν ιδιαίτερη σημασία στο Matlab. Το πρόγραμμα αποθηκεύει όλες τις αριθμητικές μεταβλητές που χρησιμοποιούνται σ' αυτό σε μορφή πινάκων. Ακόμα και οι απλοί αριθμοί θεωρούνται για το Matlab πίνακες που αποτελούνται μόνο από μία γραμμή και μία στήλη. Επομένως το Matlab είναι κατάλληλο για τη γρήγορη επίλυση πινάκων όσο μεγάλης τάξης και αν είναι. Η μέθοδος που χρησιμοποιεί πίνακες για τη γρήγορη λύση κυκλωμάτων είναι η μέθοδος των βρόχων η οποία αναλύθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο.

2.1.2 Παρουσίαση προγράμματος επίλυσης κυκλωμάτων

Στο περιβάλλον Matlab δημιουργήθηκε το πρόγραμμα με το οποίο μπορούν να λύνονται τα κυκλώματα συνεχούς και εναλλασσομένου ρεύματος. Το πρόγραμμα περιέχει απλές εντολές που βρίσκουν κάθε φορά τις εντάσεις των βροχικών ρευμάτων, τις τάσεις καθώς επίσης σχεδιάζουν τα μεγέθη αυτά στα πεδία του χρόνου και της συχνότητας. Το πρόγραμμα είναι πολύ λειτουργικό όπως θα δούμε και παρακάτω γιατί για να λύσουμε οποιοδήποτε κύκλωμα κάθε φορά αρκεί να αλλάξουμε τα δεδομένα. Το πρόγραμμα που δημιουργήθηκε έχει τη μορφή που φαίνεται παρακάτω:

% Solution of linear distributed circuits by means of the Loop Method

```
clear
prob1data
J = inv(A)*B;
for i=1:N,
Jre(i) = real(J(i));
Jim(i) = imag(J(i));
Jabs(i) = abs(J(i));
Jphase(i) = angle(J(i))*180/pi;
end
Nmax = 400;
omega = 2;
tt = (0:8*Nmax)/(2*Nmax);
syms LC LCf Vf V w t;
for j=1:N,
for k=0:8*Nmax,
current(j,k+1) = Jabs(j)*cos(omega*k/(2*Nmax)+Jphase(j)*pi/180);
```

```

source(j,k+1) = abs(B(j))*cos(omega*k/(2*Nmax)+angle(B(j)));
end
V(j) = abs(B(j))*cos(w*t+angle(B(j)));
Vf(j)= [num2str(abs(B(j))) '<' num2str(angle(B(j))*180/pi)];
LC(j)= vpa(Jabs(j),4)*cos(w*t+vpa(Jphase(j),4));
LCf(j)= [num2str(Jabs(j)) '<' num2str(Jphase(j))];
end

```

% SOURCES IN TIME

```

clc
V
plot(tt,source);
title("Voltage sources in time");
xlabel('time (s)');
ylabel('Voltage (V)');
echo on
% Press any key to see the sources in frequency domain as phasors
pause;
echo off

```

% SOURCES IN FREQUENCY

```

clc
Vf
compass(B);
title("Voltage sources in frequency");
xlabel('Real axis');
ylabel('Imaginary axis');
echo on
% Press any key to see the loop current phasors in frequency domain
pause;
echo off

```

% LOOP CURRENTS IN FREQUENCY

```

clc

```

```

%compass(J(1),'r');hold on
%compass(J(2),'b');hold on
compass(J);
title('Current Phasors in the complex plane');
xlabel('Real axis');
ylabel('Imaginary axis');
J
LCf
echo on
% Press any key to see the loop currents in time domain
pause;
echo off

```

% LOOP CURRENTS IN TIME

```

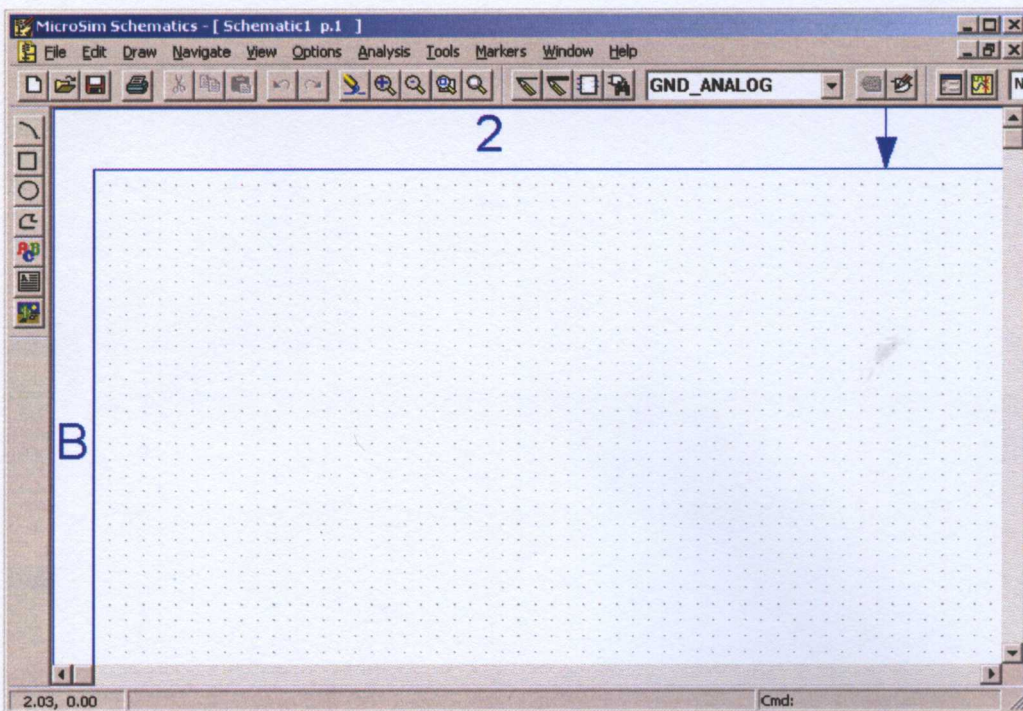
clc
clf
plot(tt,current);
title('Loop currents in time');
xlabel('time (s)');
ylabel('Current (A)');
LC
echo on
% Press any key to see the current through the inductor and the capacitor in time domain
echo off

```


2.2 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ SPICE.

2.2.1 Περιβάλλον Spice.

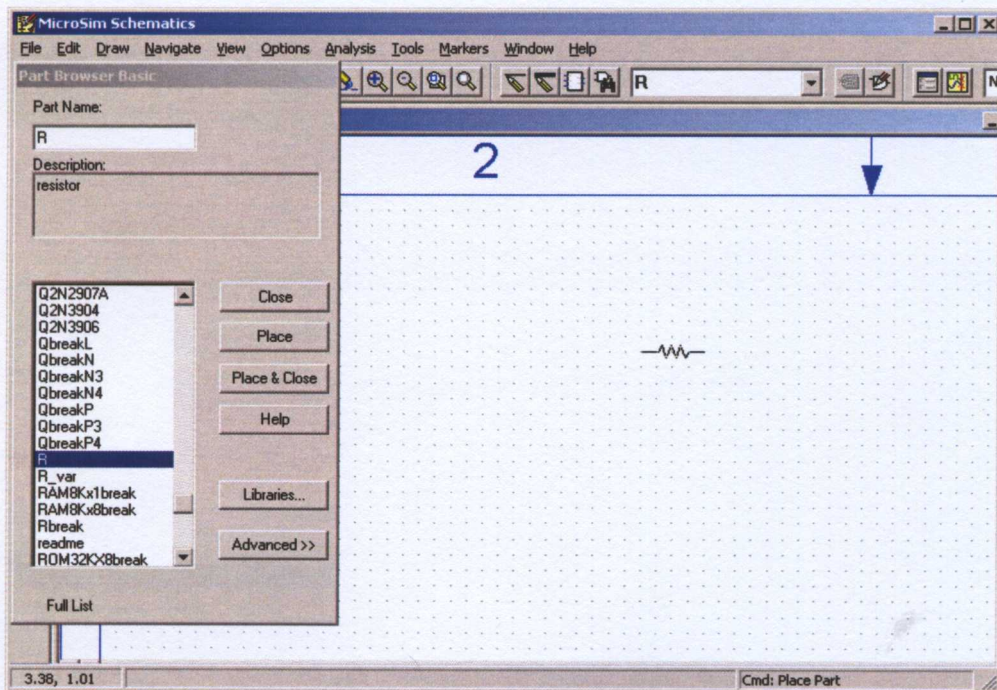
Το περιβάλλον Spice όπως θα δούμε παρακάτω είναι ένα καθαρά σχεδιαστικό περιβάλλον. Σχεδιάζουμε το κύκλωμα τοποθετώντας πηγές, τάσεις και αντιστάσεις. Το πρόγραμμα έχει εντολές με τις οποίες εισάγουμε στοιχεία τοπολογίας που χρειαζόμαστε και εντολές που τα συνδέουν μεταξύ τους. Επίσης σε κάθε στοιχείο δίνουμε τιμές και μονάδες μέτρησης. Το Spice δίνει άμεσα αποτελέσματα εφόσον έχει σχεδιαστεί σωστά το κύκλωμα και έχει τοποθετηθεί η γείωση. Τέλος εκτός από τις αριθμητικές τιμές που προκύπτουν σχηματίζονται με την εντολή Analysis και οι κατάλληλες γραφικές παραστάσεις.



Σχήμα 2.2: περιβάλλον Spice

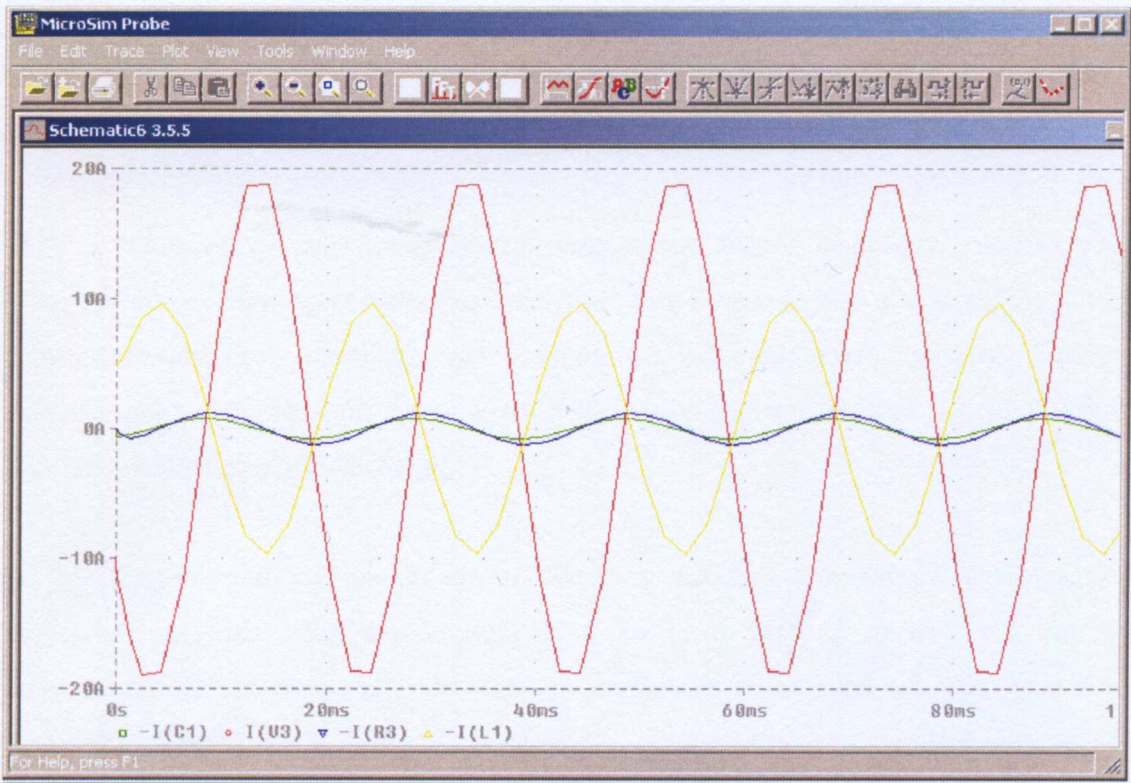
2.2.2 Σχεδίαση στο Spice.

Η εισαγωγή των στοιχείων τοπολογίας των ηλεκτρικών κυκλωμάτων που σχεδιάζονται γίνεται με την εντολή “Get new part”. Από το μενού επιλογών πάμε στο “Draw” και στη συνέχεια επιλέγουμε “Get new part”. Εμφανίζεται το παράθυρο “part browser basics” και εκεί βλέπουμε τη λίστα με τα στοιχεία που μπορούμε να επιλέξουμε. Με την εντολή “place” τοποθετούμε κάθε στοιχείο σε όποιο σημείο της επιφάνειας εργασίας επιθυμούμε.



σχήμα 2.3: εισαγωγή στοιχείων ηλεκτρικών κυκλωμάτων στο Spice.

Το Spice δίνει τη δυνατότητα επεξεργασίας των διαγραμμάτων που προκύπτουν τόσο στα δεδομένα που απαιτούνται να υπολογιστούν (π.χ. αλλαγή συχνότητας) όσο και στη μορφή (χρώματα, μέγεθος κ.λ.π).



σχήμα 2.4: Γραφική παράσταση στο Spice.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΕΠΙΛΥΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

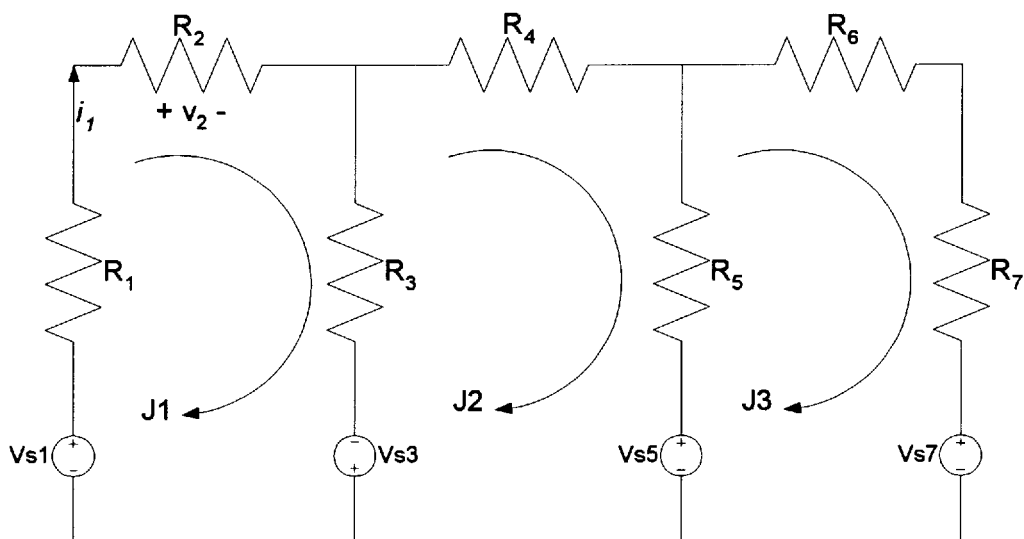
Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο μπορούμε να προχωρήσουμε στην πρακτική εφαρμογή τους έτσι ώστε να γίνει αντιληπτό ότι με τη χρησιμοποίηση της μεθόδου των απλών βρόχων και κατ' επέκταση με τα προγράμματα Matlab και Spice μπορούμε γρήγορα και σωστά να αναλύουμε οποιοδήποτε ηλεκτρικό κύκλωμα.

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστεί η επίλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων συνεχούς ρεύματος. Στα κυκλώματα αυτά θα είναι γνωστά τα στοιχεία που τα αποτελούν. Με το πρόγραμμα Matlab υπολογίζονται κάθε φορά με απλό τρόπο τα βροχικά ρεύματα κάθε βρόχου. Αντίστοιχα οι υπολογισμοί γίνονται και με το πρόγραμμα Spice. Στο Spice η εύρεση των εντάσεων των ρευμάτων και των τάσεων υπολογίζονται με σωστό σχεδιασμό του κυκλώματος στο πρόγραμμα. Δηλαδή σχεδιάζεται το κύκλωμα με όλα τα στοιχεία τοπολογίας του και με δοσμένες τις τιμές τους.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3.1

A. ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ MATLAB

Στο παρακάτω κύκλωμα θα υπολογιστούν τα βροχικά ρεύματα έτσι ώστε στη συνέχεια να υπολογίζονται τα υπόλοιπα ρεύματα και οι τάσεις. Γνωρίζουμε ότι οι όλες οι πηγές έχουν τάση 50V και όλες οι αντιστάσεις έχουν τιμή 1Ω.



σχήμα 3.1: κύκλωμα συνεχούς ρεύματος τριών απλών βρόχων

Το κύκλωμα του σχήματος 3.1 είναι συνεχούς ρεύματος και θα επιλυθεί με την μέθοδο των απλών βρόχων και πιο συγκεκριμένα με τη βοήθεια του προγράμματος Matlab. Με τη βοήθεια του Matlab θα λυθούν οι αλγεβρικές εξισώσεις που θα προκύψουν από την εφαρμογή της μεθόδου των απλών βρόχων στο κύκλωμα. Το παραπάνω ηλεκτρικό κύκλωμα αποτελείται από τρεις απλούς βρόχους. Τους βρόχους αυτούς διαρρέουν τα ρεύματα, J_1 , J_2 και J_3 . Αν εφαρμόσουμε τη μέθοδο των απλών βρόχων προκύπτει το 3×3 σύστημα εξισώσεων (σε μορφή πινάκων.)

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_3 & 0 \\ -R_3 & R_3 + R_4 + R_5 & -R_5 \\ 0 & -R_5 & R_5 + R_6 + R_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{s1} + v_{s3} \\ -v_{s3} - v_{s5} \\ v_{s5} - v_{s7} \end{bmatrix}$$

Στη συνέχεια αντικαθιστούμε τις αριθμητικές τιμές και γίνεται:

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ -100 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Η λύση του παραπάνω συστήματος αλγεβρικών εξισώσεων θα δοθεί πολύ εύκολα με την καταχώρηση των δεδομένων σε πρόγραμμα περιβάλλοντος matlab.

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΑΠΛΩΝ ΒΡΟΧΩΝ

ΑΡΙΘΜΟΣ ΒΡΟΧΩΝ ΤΟΥ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ

$$N = 3;$$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ

$$A = [3 \ -1 \ 0;$$

$$\ -1 \ 3 \ -1;$$

$$0 \ -1 \ 3];$$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΠΗΓΩΝ ΤΑΣΗΣ

$$B = [100;$$

$$\ -100;$$

$$0];$$

Από την επίλυση του συστήματος προκύπτουν οι εξής τιμές για τα ρεύματα απλών βρόχων.

$$J_1 = 23,80(A)$$

$$J_2 = -28,57(A)$$

$$J_3 = -9,52(A)$$

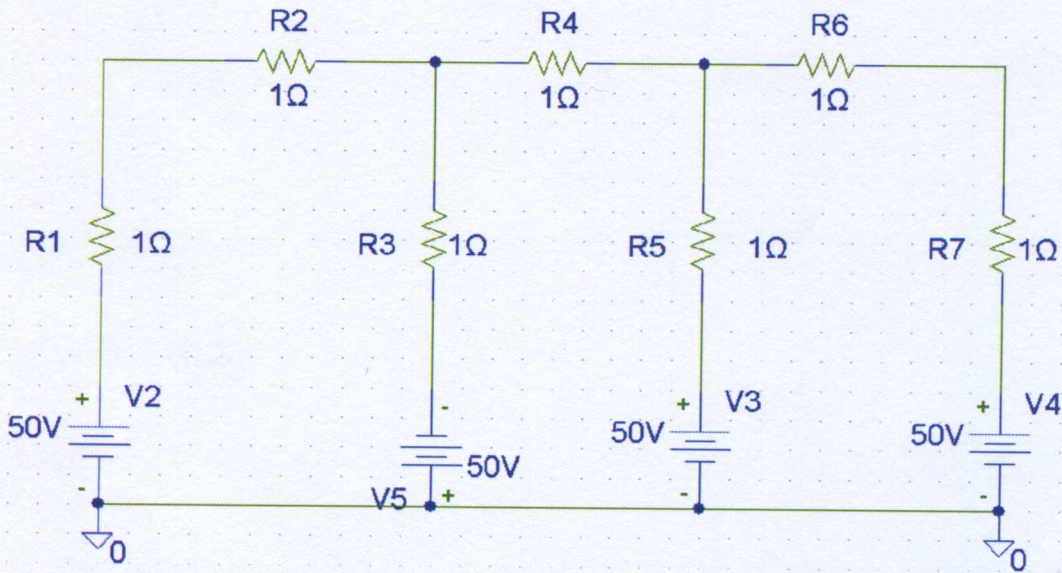
Με τις τιμές των βροχικών ρευμάτων μπορούμε να υπολογίσουμε το ρεύμα όποιου κλάδου επιθυμούμε. Επομένως το ρεύμα

$$i_1 = J_1 = 23,8(A)$$

$$V_2 = R_2 J_1 = 23,8(V)$$

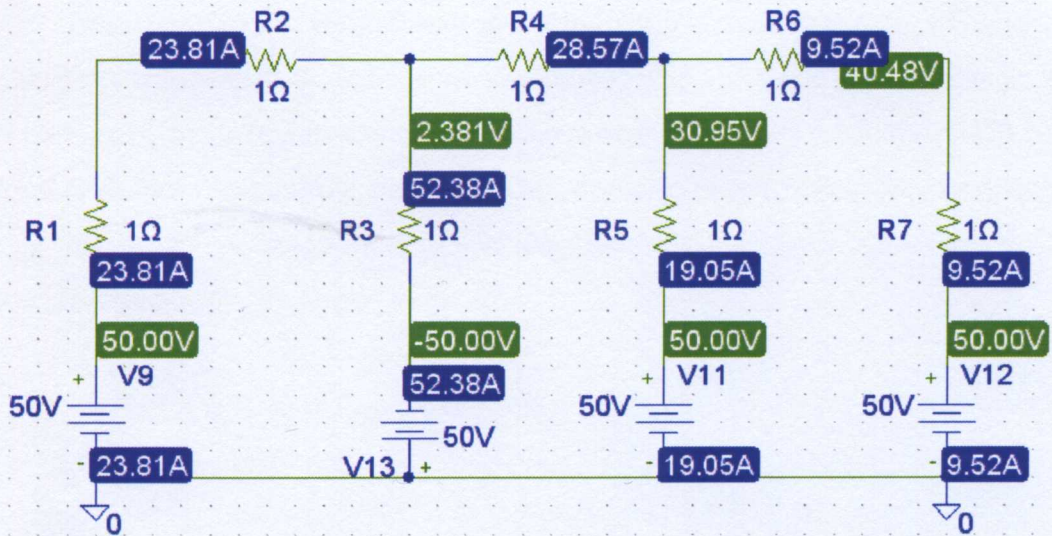
B. ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΟ SPICE

Σχεδιάζεται στο Spice το ίδιο κύκλωμα



Σχήμα 3.2: κύκλωμα σχεδιασμένο στο spice.

Οι τιμές των εντάσεων των ρευμάτων και των τάσεων φαίνονται στο σχήμα 3.3 Οι τιμές αυτές προκύπτουν απ'ευθείας από το spice. Γίνεται αντιληπτό πόσο απλουστεύεται η επίλυση του κυκλώματος συνεχούς ρεύματος. Μπορούμε να δούμε σε οποιοδήποτε σημείο του κυκλώματος επιθυμούμε τιμή τάσης και ρεύματος. Τέλος όπως παρατηρούμε οι τιμές των εντάσεων των ρευμάτων είναι ίδιες με αυτές που θα βρίσκαμε με τη μέθοδο των βρόχων. Η διαφορά είναι ότι στη συγκεκριμένη περίπτωση δε μεσολαβεί η εύρεση των ρευμάτων βρόχων.

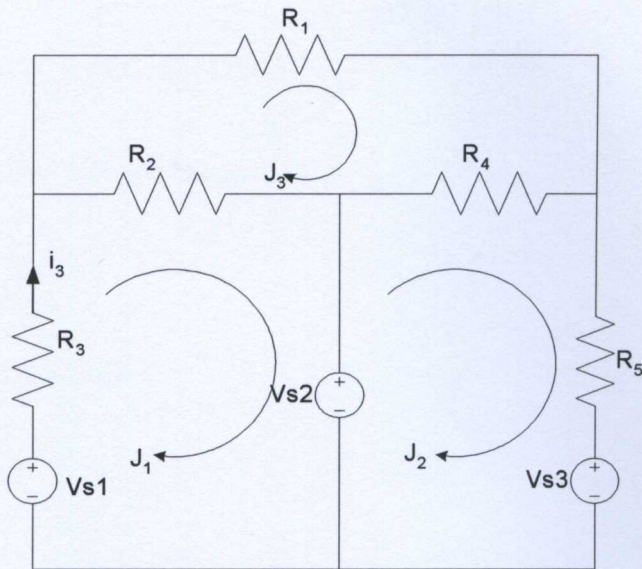


Σχήμα 3.3: τιμές όλων των εντάσεων ρευμάτων και όλων των τάσεων σε όλα τα σημεία

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3.2

A. ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ MATLAB

Στο παρακάτω κύκλωμα είναι γνωστές οι αντιστάσεις και οι πηγές τάσεων. Θα το λύσουμε με τη μέθοδο των βρόχων. Αφού υπολογιστούν τα βροχικά ρεύματα μπορούμε να υπολογίσουμε όποιο ρεύμα κλάδου επιθυμούμε. Οι αντιστάσεις είναι : $R_1=2\Omega$, $R_2= 1\Omega$, $R_3= 1\Omega$, $R_4=1\Omega$, $R_5=1\Omega$ και οι πηγές είναι $V_{s1}=2V$, $V_{s2}=1V$ και $V_{s3}=2V$



σχήμα 3.4 .κύκλωμα συνεχούς ρεύματος

Παρατηρούμε ότι το κύκλωμα του σχήματος 3.4 είναι συνεχούς ρεύματος. Με τη βοήθεια του Matlab θα λυθούν οι αλγεβρικές εξισώσεις που θα προκύψουν από την εφαρμογή της μεθόδου των απλών βρόχων στο κύκλωμα. Το παραπάνω κύκλωμα αποτελείται από τρεις απλούς βρόχους. Τους βρόχους αυτούς διαρρέουν τα ρεύματα, J_1 , J_2 και J_3 . Αν εφαρμόσουμε τη μέθοδο των απλών βρόχων προκύπτει το 3×3 σύστημα εξισώσεων (σε μορφή πινάκων.)

$$\begin{bmatrix} R_2 + R_3 & 0 & R_2 \\ 0 & R_4 + R_5 & -R_4 \\ R_2 & -R_4 & R_1 + R_2 + R_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{s1} - v_{s2} \\ v_{s2} - v_{s3} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Στη συνέχεια αντικαθιστούμε τις αριθμητικές τιμές και είναι:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Η λύση του παραπάνω συστήματος αλγεβρικών εξισώσεων θα δοθεί πολύ εύκολα με την καταχώρηση των δεδομένων σε πρόγραμμα περιβάλλοντος matlab ως εξής:

ΔΕΛΟΜΕΝΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΑΠΛΩΝ ΒΡΟΧΩΝ

ΑΡΙΘΜΟΣ ΒΡΟΧΩΝ ΤΟΥ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ

$N = 3;$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ

$A = [2 \ 0 \ -1;$

$0 \ 2 \ -1;$

$-1 \ -1 \ 4];$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΠΗΓΩΝ ΤΑΣΗΣ

$B = [1;$

$-1;$

$0];$

Από την επίλυση του συστήματος προκύπτουν οι εξής τιμές για τα ρεύματα απλών βρόχων.

$$J_1 = 0,5(A)$$

$$J_2 = -0,5(A)$$

$$J_3 = 0(A)$$

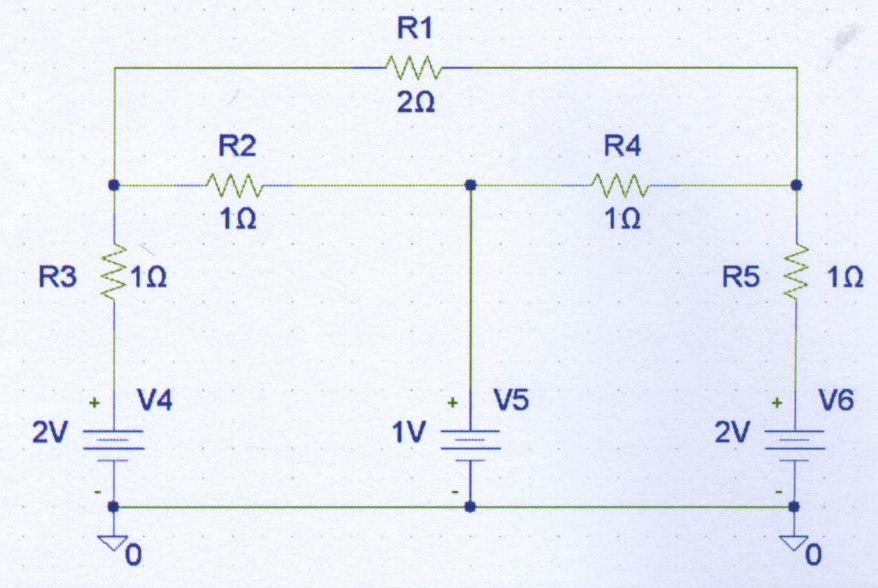
Με τις τιμές των βροχικών ρευμάτων μπορούμε να υπολογίσουμε το ρεύμα όποιου κλάδου επιθυμούμε. Επομένως το ρεύμα :

$$i_3 = J_1 = 0,5(A)$$

$$V_2 = R_2 J_1 = 0,5(V)$$

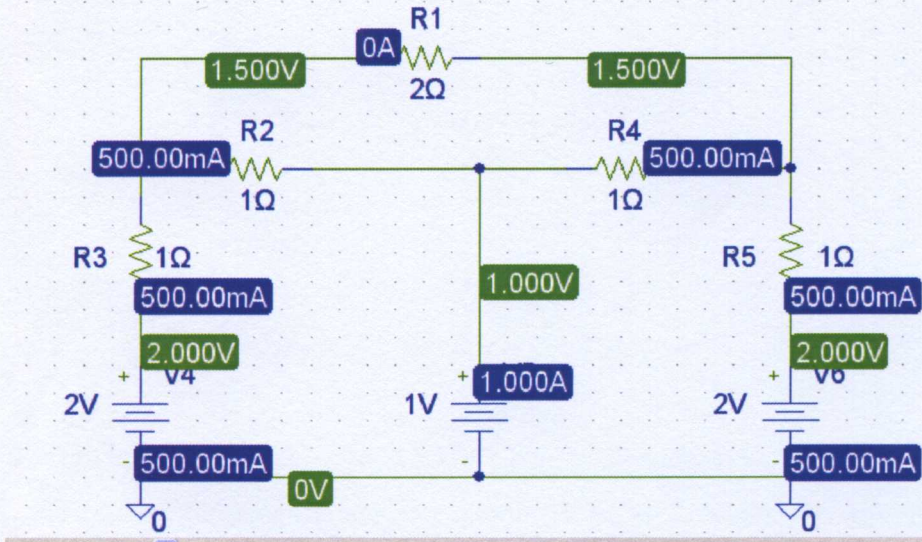
B. ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΟ SPICE

Θα λυθεί και πάλι το κύκλωμα με σχεδιασμό στο SPICE. Οι αντιστάσεις είναι: $R_1=2\Omega$, $R_2=1\Omega$, $R_3=1\Omega$, $R_4=1\Omega$, $R_5=1\Omega$ και οι πηγές είναι $V_{s1}=2V$, $V_{s2}=1V$ και $V_{s3}=2V$



σχήμα 3.5: κύκλωμα συνεχούς ρεύματος σχεδιασμένο στο spice

Οι τιμές των εντάσεων των ρευμάτων και των τάσεων φαίνονται στο σχήμα 3.6. Οι τιμές αυτές προκύπτουν απ'ευθείας από το spice. Γίνεται αντιληπτό πόσο απλουστεύεται η επίλυση του κυκλώματος συνεχούς ρεύματος. Μπορούμε να δούμε σε οποιοδήποτε σημείο του κυκλώματος επιθυμούμε τιμή τάσης και ρεύματος. Τέλος όπως παρατηρούμε οι τιμές των εντάσεων των ρευμάτων είναι ίδιες με αυτές που θα βρίσκαμε με τη μέθοδο των βρόχων.

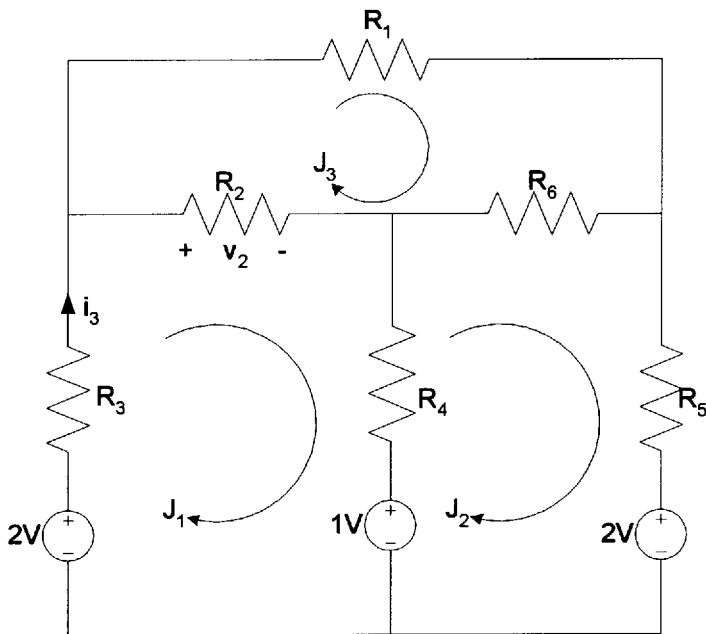


σχήμα 3.6: τιμές εντάσεων ρευμάτων και πηγών τάσεων

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3.3

A. ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ MATLAB

Στο παρακάτω κύκλωμα είναι γνωστές οι αντιστάσεις και οι πηγές τάσεων. Η επίλυση του θα γίνει με τη μέθοδο των βρόχων. Αφού υπολογιστούν τα βροχικά ρεύματα μπορούμε να υπολογίσουμε όποιο ρεύμα κλάδου επιθυμούμε. Οι αντιστάσεις είναι όλες ίσες με 1Ω και οι πηγές είναι $V_{s1}=2V$, $V_{s2}=1V$ και $V_{s3}=2V$



σχήμα 3.7: κύκλωμα προβλήματος

Το κύκλωμα του σχήματος 3.7 είναι συνεχούς ρεύματος, θα επιλυθεί με την μέθοδο των απλών βρόχων και πιο συγκεκριμένα με τη βοήθεια του προγράμματος Matlab. Με τη βοήθεια του Matlab θα λυθούν οι αλγεβρικές εξισώσεις που θα προκύψουν από την εφαρμογή της μεθόδου των απλών βρόχων στο κύκλωμα. Το παραπάνω ηλεκτρικό κύκλωμα αποτελείται από τρεις απλούς βρόχους. Τους βρόχους αυτούς διαρρέουν τα ρεύματα, J_1 , J_2 και J_3 . Αν εφαρμόσουμε τη μέθοδο των απλών βρόχων προκύπτει το 3×3 σύστημα εξισώσεων (σε μορφή πινάκων.)

$$\begin{bmatrix} R_4 + R_2 + R_3 & -R_4 & -R_2 \\ -R_4 & R_6 + R_4 + R_5 & -R_6 \\ -R_2 & -R_6 & R_1 + R_6 + R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{s1} - V_{s2} \\ V_{s2} - V_{s3} \\ 0 \end{bmatrix}$$

στη συνέχεια αντικαθιστούμε τις αριθμητικές τιμές και είναι:

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Η λύση του παραπάνω συστήματος αλγεβρικών εξισώσεων θα δοθεί με την καταχώρηση των δεδομένων σε πρόγραμμα περιβάλλοντος matlab όπως φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΑΠΛΩΝ ΒΡΟΧΩΝ

ΑΡΙΘΜΟΣ ΒΡΟΧΩΝ ΤΟΥ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ

$$N = 3;$$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -1; \\ -1 & 3 & -1; \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix};$$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΠΗΓΩΝ ΤΑΣΗΣ

$$B = \begin{bmatrix} 1; \\ -1; \\ 0 \end{bmatrix};$$

Από την επίλυση του συστήματος προκύπτουν οι εξής τιμές για τα ρεύματα απλών βρόχων.

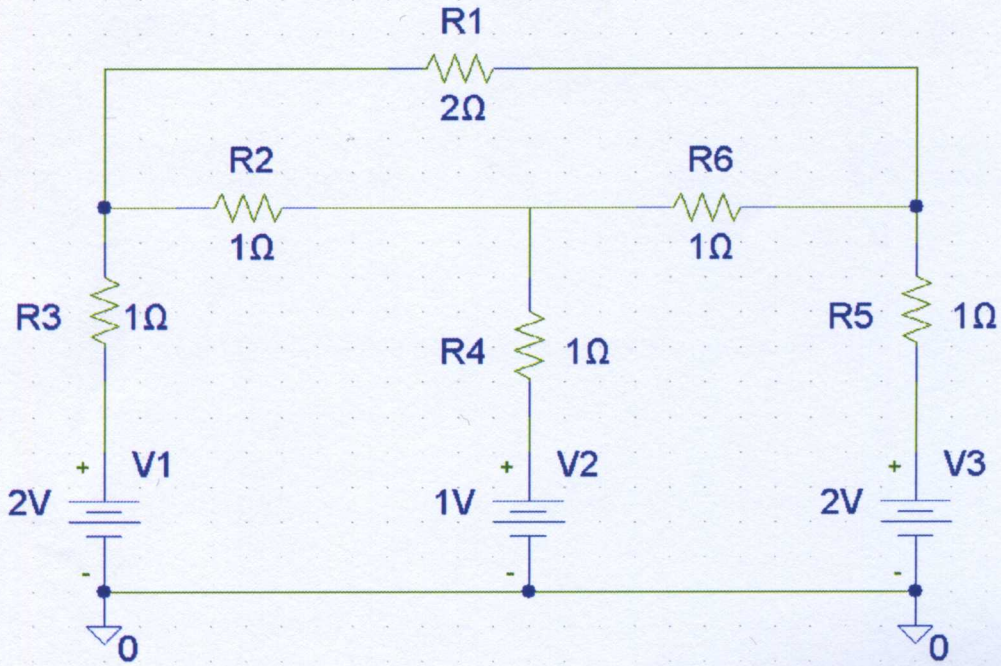
$$\begin{aligned} J_1 &= 0,25(A) \\ J_2 &= -0,25(A) \\ J_3 &= 0(A) \end{aligned}$$

Με τις τιμές των βροχικών ρευμάτων μπορούμε να υπολογίσουμε το ρεύμα όποιου κλάδου επιθυμούμε. Επομένως το ρεύμα

$$\begin{aligned} i_1 &= J_1 = 0,25(A) \\ v_2 &= J_1 R_3 = 0,25 \times 1 = 0,25(V) \end{aligned}$$

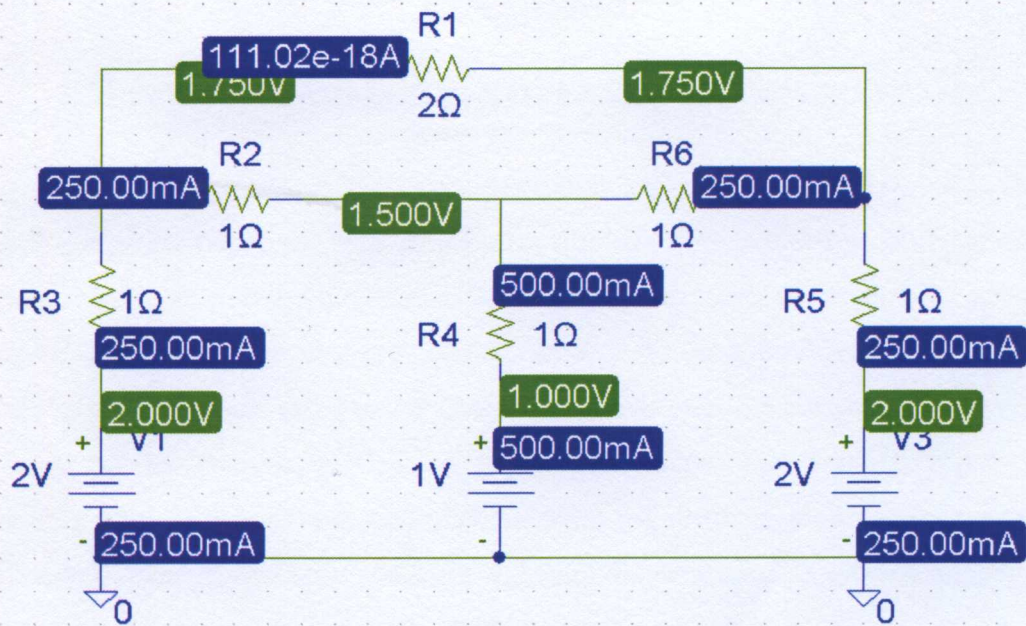
B. ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΟ SPICE

Στο παρακάτω κύκλωμα είναι γνωστές οι αντιστάσεις και οι πηγές τάσεων. Η επίλυση του θα γίνει με όπως προηγουμένως με σχεδιασμό στο SPICE. Οι αντιστάσεις είναι όλες ίσες με 1Ω και οι πηγές είναι $V_{s1}=2V$, $V_{s2}=1V$ και $V_{s3}=2V$.



σχήμα 3.8: κύκλωμα προβλήματος

Το κύκλωμα του προβλήματος 3.8 είναι συνεχούς ρεύματος και αποτελείται από ωμικές αντιστάσεις. Σχεδιάστηκε στο πρόγραμμα SPICE χρησιμοποιώντας απλές εντολές. Έτσι με τον σχεδιασμό και την προσομοίωση του προκύπτουν απ' ευθείας όλες οι τιμές έντασης ρευμάτων και τάσεων σε κάθε σημείο του κυκλώματος όπως φαίνεται στο σχήμα 3.9.



σχήμα 3.9: λύση κυκλώματος συνεχούς ρεύματος

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

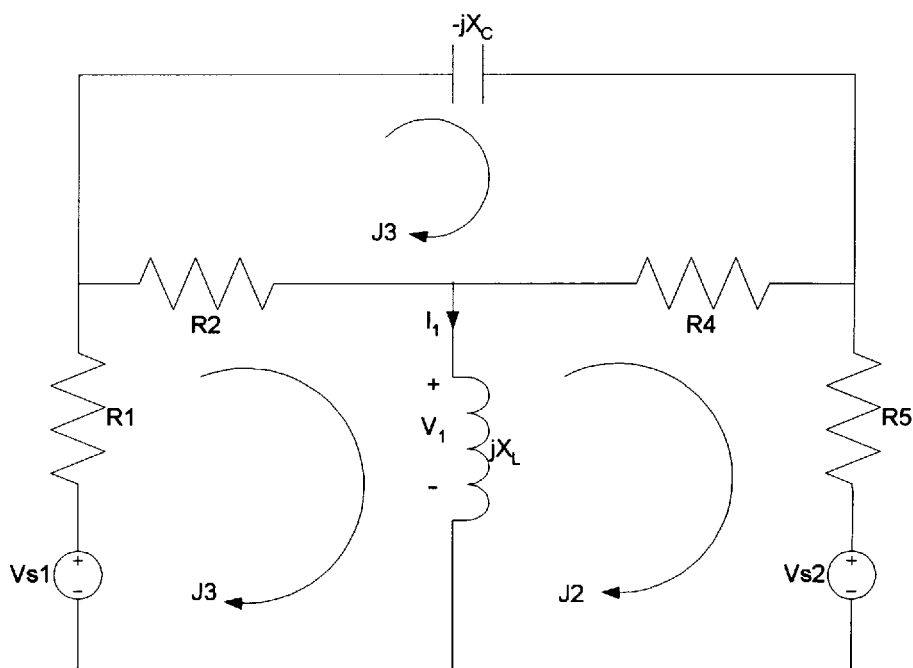
ΕΠΙΛΥΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ ΣΤΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστεί η επίλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων εναλλασσομένου ρεύματος. Στα κυκλώματα αυτά θα είναι γνωστά τα στοιχεία που τα αποτελούν. Με το πρόγραμμα Matlab θα υπολογίζονται κάθε φορά με απλό τρόπο τα βροχικά ρεύματα κάθε βρόχου καθώς επίσης θα παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις ρευμάτων και τάσεων στα πεδία χρόνου και συχνότητας. Αντίστοιχα οι υπολογισμοί θα γίνονται και με το πρόγραμμα Spice. Στο Spice η εύρεση των εντάσεων των ρευμάτων και των τάσεων υπολογίζονται με σωστό σχεδιασμό του κυκλώματος στο πρόγραμμα. Δηλαδή σχεδιάζεται το κύκλωμα με όλα τα στοιχεία τοπολογίας του και με δοσμένες τις τιμές τους.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.1

A. ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ MATLAB

Στο παρακάτω κύκλωμα θα υπολογιστούν το ρεύμα $i_1(t)$ και η τάση $v_1(t)$ αν δίνονται: $V_{s1}=10\angle 30^\circ$ (V), $V_{s2}=10\angle 0^\circ$ (V), οι αντιστάσεις έχουν τιμή 1Ω , η επαγωγική αντίδραση έχει τιμή $j1\Omega$ και η χωρητική αντίδραση έχει $-j1\Omega$.



σχήμα 4.1: κύκλωμα

Το κύκλωμα του σχήματος 4.1 είναι εναλλασσόμενου ρεύματος και θα επιλυθεί με την μέθοδο των απλών βρόχων και πιο συγκεκριμένα με τη βοήθεια του προγράμματος περιβάλλοντος Matlab. Με το πρόγραμμα αυτό θα λυθούν οι αλγεβρικές εξισώσεις που θα προκύψουν από την εφαρμογή της μεθόδου των απλών βρόχων στο κύκλωμα. Οι εξισώσεις για να είναι αλγεβρικές πρέπει οι τιμές των πηγών τάσης να είναι μετασχηματισμένες στο πεδίο συχνότητας. Το παραπάνω ηλεκτρικό κύκλωμα αποτελείται από τρεις απλούς βρόχους. Τους βρόχους αυτούς διαρρέουν τα ρεύματα, J_1 , J_2 και J_3 . Αν εφαρμόσουμε τη μέθοδο των απλών βρόχων προκύπτει το 3×3 σύστημα εξισώσεων (σε μορφή πινάκων.)

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + jX_L & -jX_L & -R_2 \\ -jX_L & R_4 + R_5 + jX_L & -R_4 \\ -R_2 & -R_4 & R_2 + R_4 - jX_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{s1} \\ -V_{s2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

στη συνέχεια αντικαθιστούμε τις αριθμητικές τιμές και είναι:

$$\begin{bmatrix} 2 + j1 & -j1 & -1 \\ -j1 & 2 + j1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 - j1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \angle 30^\circ \\ -10 \angle 0^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

Η λύση του παραπάνω συστήματος αλγεβρικών εξισώσεων θα δοθεί πολύ εύκολα με την καταχώρηση των δεδομένων σε πρόγραμμα περιβάλλοντος matlab. Επίσης με το πρόγραμμα αυτό προκύπτουν τα διαγράμματα των τάσεων και των ρευμάτων στο πεδίο του χρόνου και στο πεδίο της συχνότητας.

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΑΠΛΩΝ
ΒΡΟΧΩΝ

ΑΡΙΘΜΟΣ ΒΡΟΧΩΝ ΤΟΥ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ

$$N = 3;$$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ

$$A = [2+i \quad -i \quad -1;$$

$$\quad -i \quad 2+i \quad -1;$$

$$\quad -1 \quad -1 \quad 2-i];$$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΠΗΓΩΝ ΤΑΣΗΣ

$$B = [10 \cdot \exp(i \cdot (\pi/180) \cdot 30);$$

$$\quad -10;$$

$$\quad 0];$$

Έτσι οι τιμές των βροχικών ρευμάτων είναι:

$$J_1 = 1,83 = 1,83 \angle 0^\circ (A)$$

$$J_2 = -4,08 + 3,41j = 5,32 \angle 146^\circ (A)$$

$$J_3 = 1,58 + 0,915j = 1,83 \angle 150^\circ (A)$$

Σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές βροχικών ρευμάτων μπορούν να υπολογιστούν τα ρεύματα και οι τάσεις του κυκλώματος.

$$I_1 = J_1 - J_2 = 5,91 - 3,4j (A)$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΠΗΓΩΝ ΤΑΣΗΣ

Με τη βοήθεια του προγράμματος Matlab εκτός από τον υπολογισμό των βροχικών ρευμάτων μπορούν να σχεδιαστούν με απλές εντολές οι γραφικές παραστάσεις των ρευμάτων και των τάσεων στα πεδία χρόνου και συχνότητας. Οι

τάσεις των πηγών του κυκλώματος που εφαρμόζονται στα βροχικά ρεύματα στο πεδίο του χρόνου γράφονται σύμφωνα με τη μορφή:

$$V(t) = V_0 \sin(\omega t + \phi)(V)$$

Όπου ω = κυκλική συχνότητα, V_0 το πλάτος της συνάρτησης και ϕ η αρχική φάση.

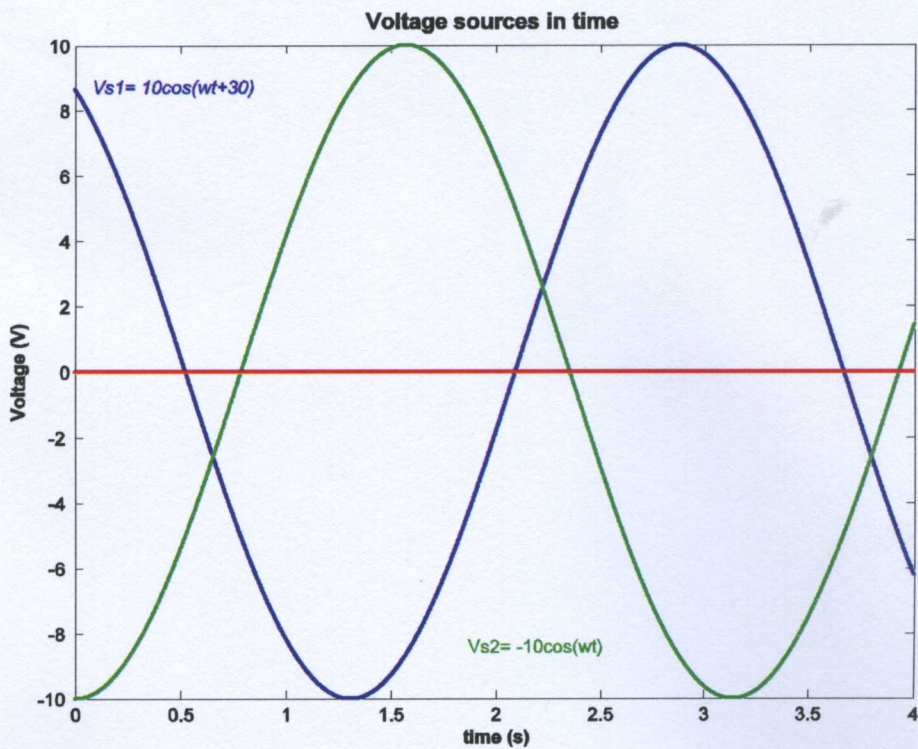
Είναι:

$$V_{s_1} = 10 \cos(\omega t + \pi / 6)(V)$$

$$V_{s_2} = -10 \cos(\omega t)(V)$$

$$V_{s_3} = 0(V)$$

Στο σχήμα 4.2 φαίνονται σχεδιασμένες στο πεδίο του χρόνου οι τάσεις.



σχήμα 4.2: τάσεις στο πεδίο χρόνου

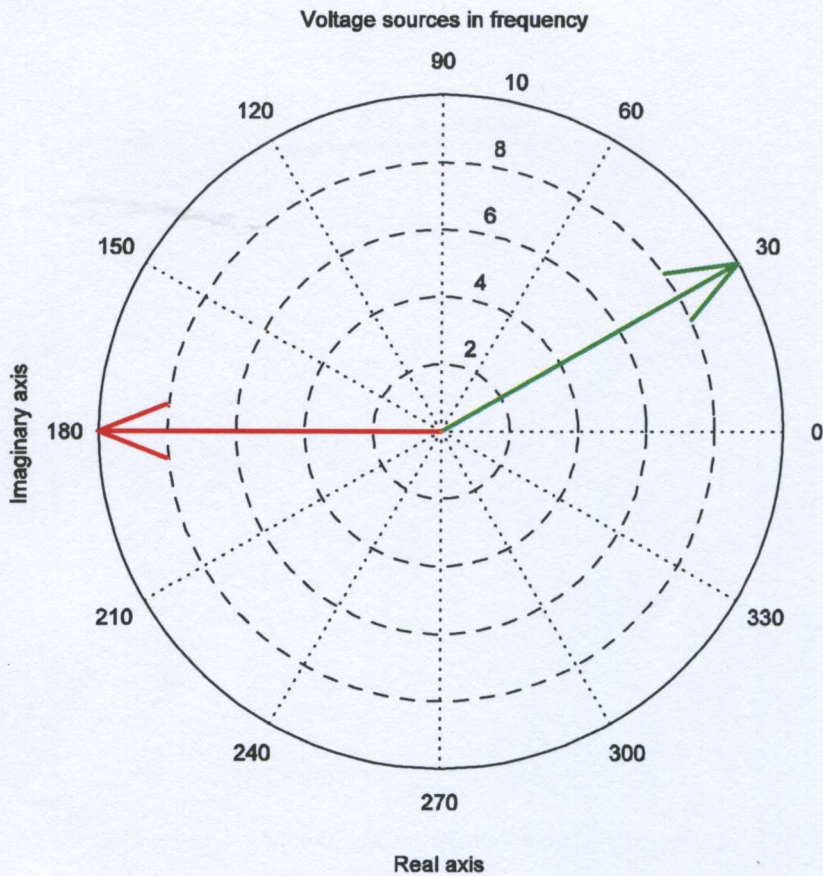
Η μπλε γραμμή παριστάνει τη V_{s1} , η πράσινη τη V_{s2} και η κόκκινη τη V_{s3} που είναι σταθερή και ίση με το μηδέν εφόσον από τον βρόχο που περνάει το J_3 δεν υπάρχει πηγή τάσης. Οι V_{s1}, V_{s2} είναι όπως παρατηρούμε ημιτονοειδούς μορφής. Στη συνέχεια θα παρασταθούν οι πηγές τάσης στο πεδίο της συχνότητας. Για να πραγματοποιηθεί αυτός ο μετασχηματισμός ορίζεται η έννοια του στρεφόμενου διανύσματος, που είναι ένας τρόπος για να αναπαρασταθούν μιγαδικά ημιτονοειδή σήματα. Ένα ημιτονοειδές σήμα χαρακτηρίζεται από τις εξής παραμέτρους: τη συχνότητα, το πλάτος και τη φάση.

Στο σχήμα 4.3 παριστάνονται γραφικά τα στρεφόμενα διανύσματα των πηγών τάσεων του κυκλώματος στο πεδίο της συχνότητας. Τα στρεφόμενα διανύσματα αντιπροσωπεύουν μιγαδικούς αριθμούς και γι' αυτό μπορούν να παρασταθούν στο μιγαδικό επίπεδο. Κάθε στρεφόμενο διάνυσμα αντιστοιχεί σε ένα διάνυσμα που αρχίζει από την αρχή των αξόνων, έχει μέτρο ίσο με το πλάτος του στρεφόμενου διανύσματος και έχει περιστραφεί ως προς τον οριζόντιο άξονα κατά γωνία ίση με τη φάση του στρεφόμενου διανύσματος. Στον οριζόντιο άξονα προβάλλεται το πραγματικό μέρος του αριθμού ενώ στον κάθετο το μιγαδικό.

$$V_{s_1} = 10 \angle 30^\circ (V)$$

$$V_{s_2} = 10 \angle 180^\circ (V)$$

$$V_{s_3} = 0 \angle 0^\circ (V)$$



σχήμα 4.3: τάσεις στο πεδίο συχνότητας

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΡΕΥΜΑΤΩΝ

Οι τιμές των βροχικών ρευμάτων που υπολογίστηκαν στο πεδίο του χρόνου γράφονται:

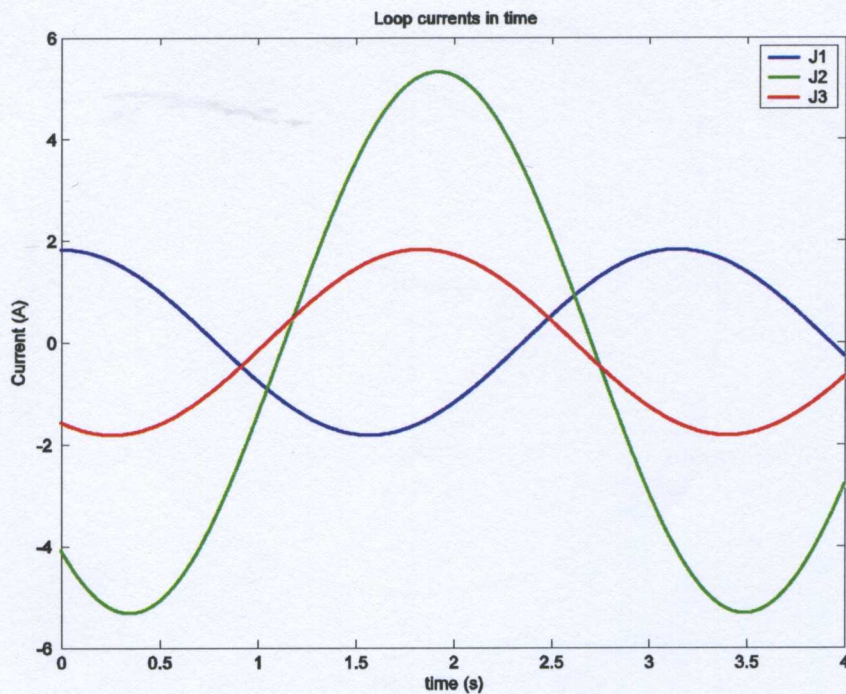
$$J_1 = 1.83 \cos(\omega t - 2781e-13) \text{ (A)},$$

$$J_2 = 5.32 \cos(\omega t + 140) \text{ (A)},$$

$$J_3 = 1.83 \cos(\omega t + 150) \text{ (A)},$$

όπου με ω συμβολίζεται η κυκλική συχνότητα

Στο σχήμα 4.4 παριστάνονται τα J_1, J_2, J_3



σχήμα 4.4: βροχικά ρεύματα στο πεδίο του χρόνου

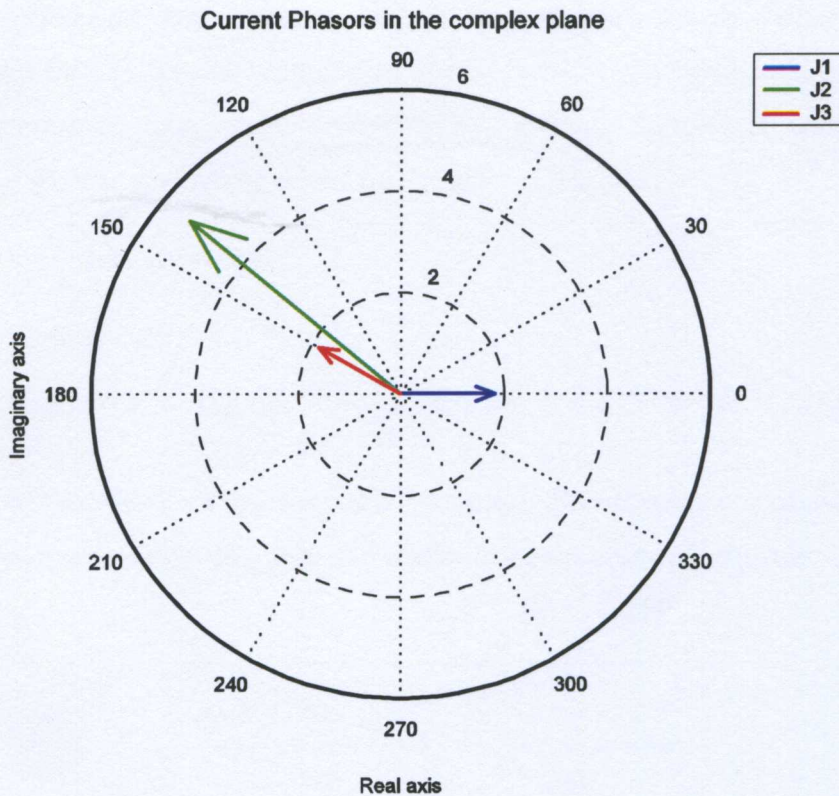
Οι τιμές των βροχικών ρευμάτων στο πεδίο της συχνότητας γράφονται:

$$J_1 = 1,8301 \angle 0^\circ (A)$$

$$J_2 = 5,3244 \angle 140^\circ (A)$$

$$J_3 = 1,8301 \angle 150^\circ (A)$$

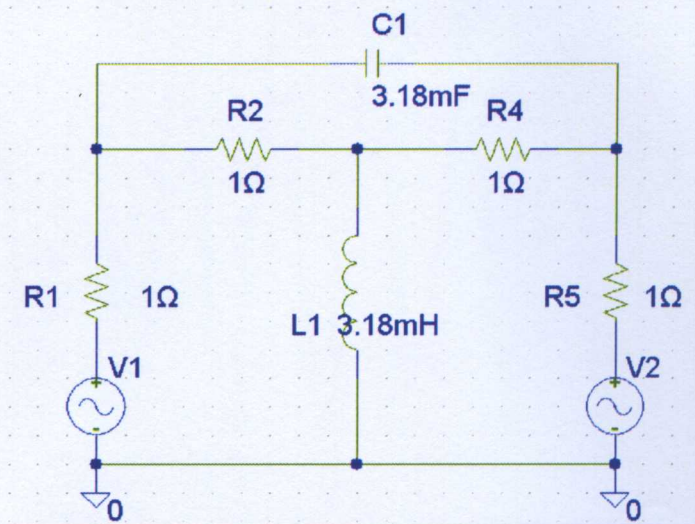
Στο σχήμα 4.6 παριστάνονται τα στρεφόμενα διανύσματα των βροχικών ρευμάτων J_1, J_2, J_3 με μπλε, πράσινη και κόκκινη γραμμή αντίστοιχα.



σχήμα 4.5: ρεύματα στο πεδίο συχνότητας

B. ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΟ SPICE

Στο παρακάτω κύκλωμα θα υπολογιστούν το ρεύμα $i_1(t)$ και η τάση $v_1(t)$ αν δίνονται: $V_{s1}=10\angle 30^\circ$ (V) , $V_{s2}=10\angle 0^\circ$ (V), οι αντιστάσεις έχουν τιμή 1Ω , η επαγωγική αντίδραση έχει τιμή $j1\Omega$ και η χωρητική αντίδραση έχει $-j1\Omega$.



σχήμα 4.6: κύκλωμα προβλήματος

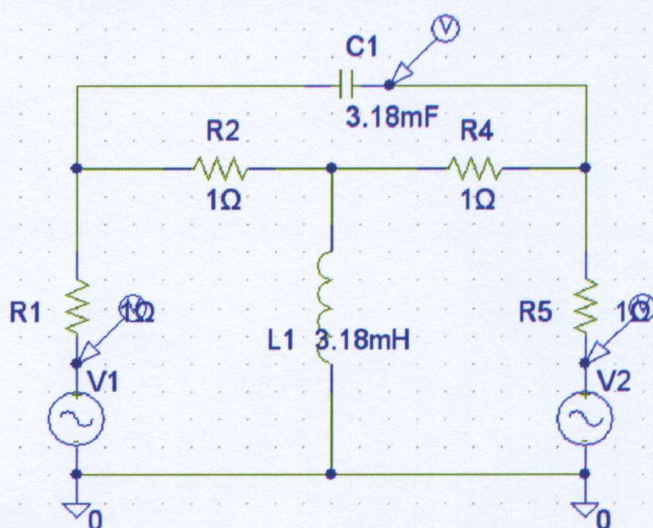
Το κύκλωμα του σχήματος 4.6 είναι εναλλασσομένου ρεύματος και θα επιλυθεί στο SPICE. Στο πρόγραμμα θα πρέπει οι τιμές των πηγών τάσης να δοθούν μετασχηματισμένες στο πεδίο συχνότητας. Επίσης βρίσκουμε τις τιμές της επαγωγικής και της χωρητικής αντίστασης για $f = 50\text{Hz}$.

$$\text{Είναι } X_c = \frac{1}{C\omega} \text{ και } X_L = L\omega$$

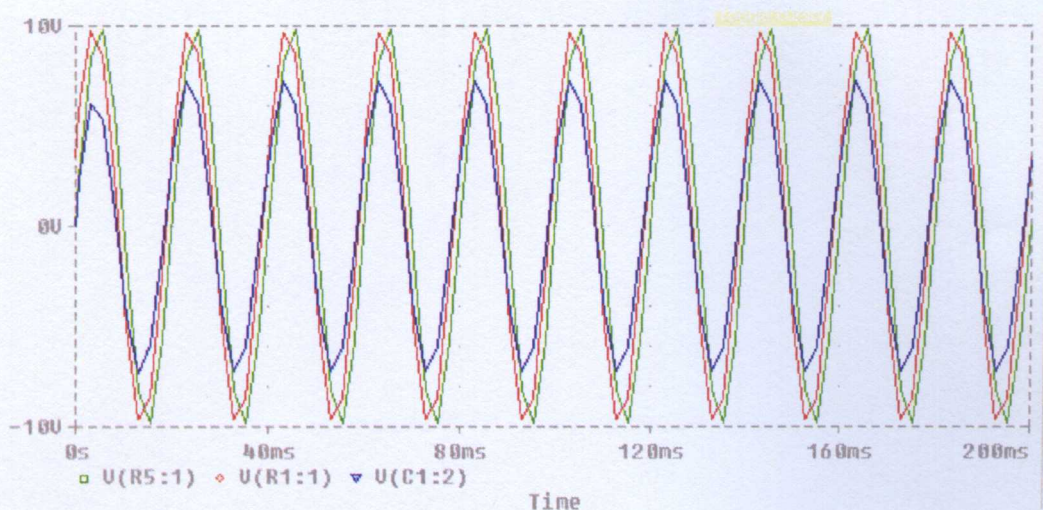
$$\omega = 2\pi f = 314\text{rad/sec}$$

$$\text{Άρα βρίσκουμε ότι } C = 3,18 \cdot 10^{-3} \text{F} = 3,18\text{mF} \text{ και } L = 3,18 \cdot 10^{-3} \text{H} = 3,18\text{mH}$$

Τοποθετούνται σε σημεία του κυκλώματος βολτόμετρα και υπολογίζονται οι τιμές των τάσεων ενώ ταυτόχρονα προκύπτει το διάγραμμα των τάσεων.

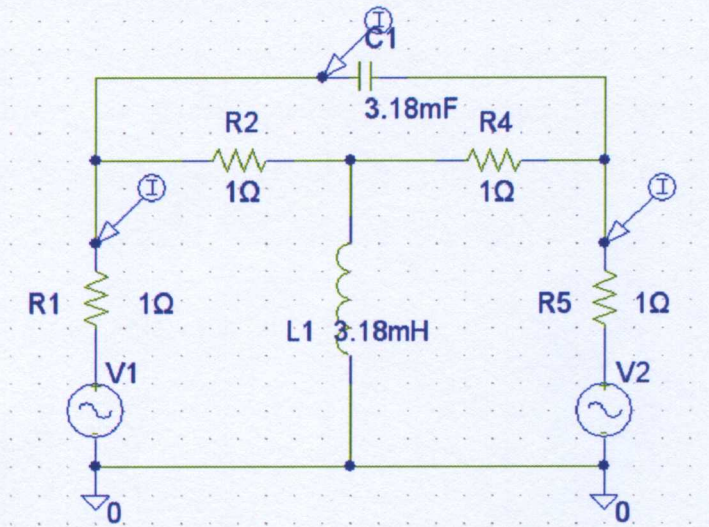


σχήμα 4.7: τοποθέτηση βολτομέτρων στο κύκλωμα

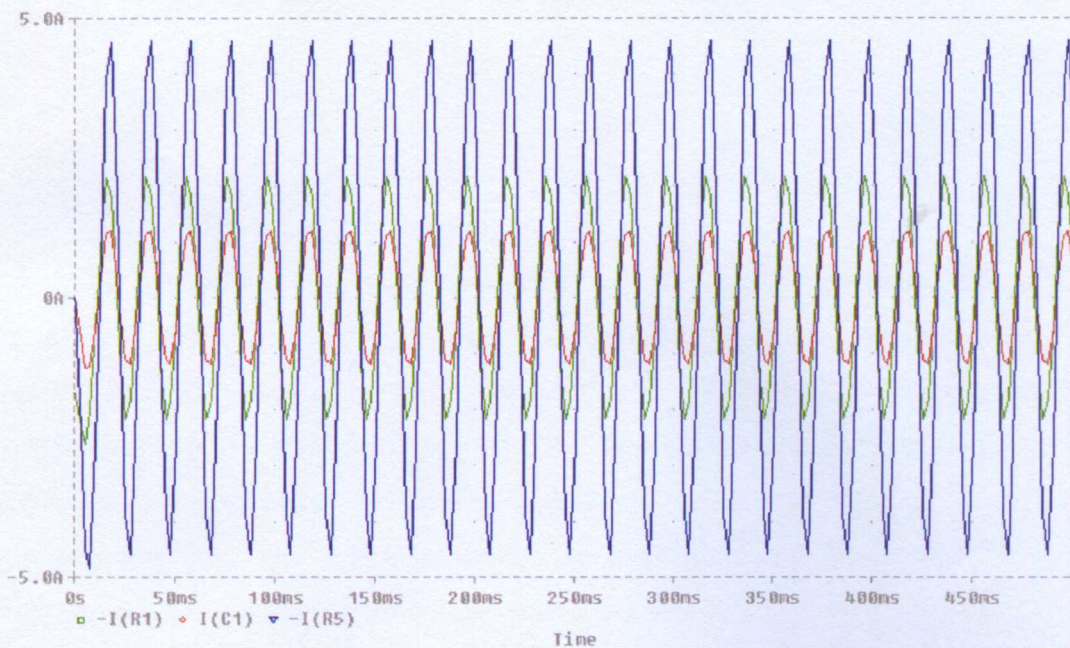


σχήμα 4.8: διάγραμμα τάσεων

Αντίστοιχα τοποθετούνται σε σημεία του κυκλώματος αμπερόμετρα και υπολογίζονται οι τιμές των ρευμάτων ενώ ταυτόχρονα προκύπτει το διάγραμμα των ρευμάτων.



σχήμα 4.9: τοποθέτηση αμπερομέτρων στο κύκλωμα

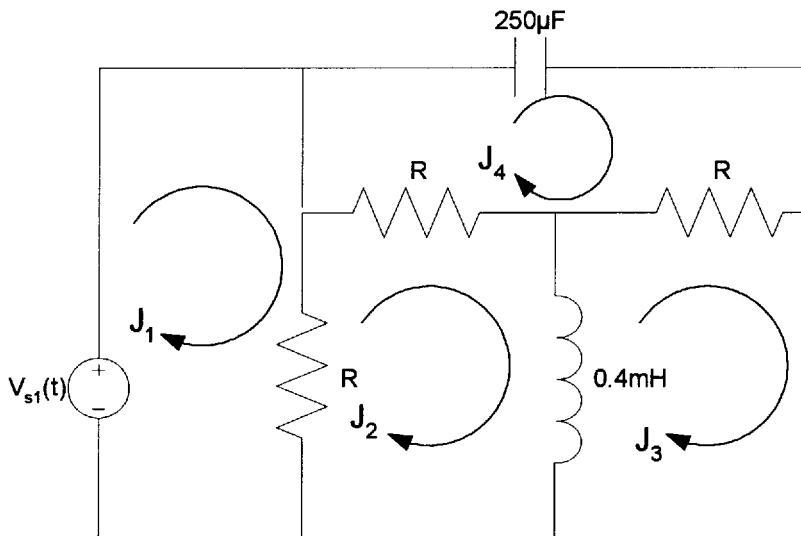


σχήμα 4.10: διάγραμμα ρευμάτων

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.2

A. ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ MATLAB

Στο παρακάτω κύκλωμα είναι γνωστές οι αντιστάσεις και οι πηγές τάσεων. Η λύση του θα προκύψει με τη μέθοδο βρόχων. Αφού υπολογιστούν τα βροχικά ρεύματα μπορούμε να υπολογίσουμε όποιο ρεύμα κλάδου επιθυμούμε. Οι αντιστάσεις είναι ίσες με 1Ω και η πηγή είναι $V_{s1}(t) = 10 \cos(10^4 t + 30^\circ)$ (V).



σχήμα 4.11: κύκλωμα προβλήματος

Το κύκλωμα του σχήματος 4.11 είναι εναλλασσομένου ρεύματος, θα λυθεί με την μέθοδο των απλών βρόχων και με τη βοήθεια του προγράμματος περιβάλλοντος Matlab. Με το πρόγραμμα αυτό θα λυθούν οι αλγεβρικές εξισώσεις που θα προκύψουν από την εφαρμογή της μεθόδου των απλών βρόχων στο κύκλωμα. Οι εξισώσεις για να είναι αλγεβρικές πρέπει οι τιμές των πηγών τάσης, των αυτεπαγωγών και των χωρητικοτήτων να είναι μετασχηματισμένες στο πεδίο συχνότητας. Το παραπάνω ηλεκτρικό κύκλωμα αποτελείται από τέσσερις απλούς βρόχους. Τους βρόχους αυτούς διαρρέουν τα ρεύματα, J_1 , J_2 , J_3 και J_4 . Με την εφαρμογή της μεθόδου των απλών βρόχων προκύπτει το 4×4 σύστημα εξισώσεων (σε μορφή πινάκων).

$$\begin{bmatrix} R & -R & 0 & 0 \\ -R & R+R+j\omega L & -j\omega L & -R \\ 0 & -j\omega L & R+j\omega L & -R \\ 0 & -R & -R & R+R-\frac{1}{j\omega C} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{s1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

στη συνέχεια αντικαθιστούμε τις αριθμητικές τιμές και είναι:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2+4j & -4j & -1 \\ 0 & -4j & 1+4j & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2-0,4j \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10\angle 30^\circ \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Η λύση του παραπάνω συστήματος αλγεβρικών εξισώσεων δίνεται εύκολα με την καταχώρηση των δεδομένων σε πρόγραμμα περιβάλλοντος matlab ως εξής:

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΑΠΛΩΝ ΒΡΟΧΩΝ

ΑΡΙΘΜΟΣ ΒΡΟΧΩΝ ΤΟΥ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ

$N = 4;$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ

$A = [1 \ -1 \ 0 \ 0;$

$\ -1 \ 2+4i \ -4i \ -1;$

$\ 0 \ -4i \ 1+4i \ -1;$

$\ 0 \ -1 \ -1 \ 2-0.4i];$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΠΗΓΙΩΝ ΤΑΣΗΣ

$B = [10*\exp(30*(\pi/180)*i);$

$\ 0;$

$\ 0;$

$\ 0];$

Έτσι οι τιμές των βροχικών ρευμάτων είναι:

$J_1 = 0,865 + 28,656j(A)$

$J_2 = -7,795 + 23,656j(A)$

$J_3 = -8,544 + 24,645j(A)$

$J_4 = -12,5 + 21,65j(A)$

Σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές βροχικών ρευμάτων μπορούν να υπολογιστούν τα ρεύματα και οι τάσεις του κυκλώματος.

$$I_1 = J_1 - J_2 = 8,570 - 5j(A)$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΠΗΓΩΝ ΤΑΣΗΣ

Με τη βοήθεια του προγράμματος Matlab εκτός από τον υπολογισμό των βροχικών ρευμάτων μπορούν να σχεδιαστούν με απλές εντολές οι γραφικές παραστάσεις των ρευμάτων και των τάσεων στα πεδία χρόνου και συχνότητας. Οι τάσεις των πηγών του κυκλώματος που εφαρμόζονται στα βροχικά ρεύματα στο πεδίο του χρόνου γράφονται σύμφωνα με τη μορφή:

$$V(t) = V_0 \sin(\omega t + \phi)(A)$$

Όπου ω = κυκλική συχνότητα, V_0 το πλάτος της συνάρτησης και ϕ η αρχική φάση.

Είναι:

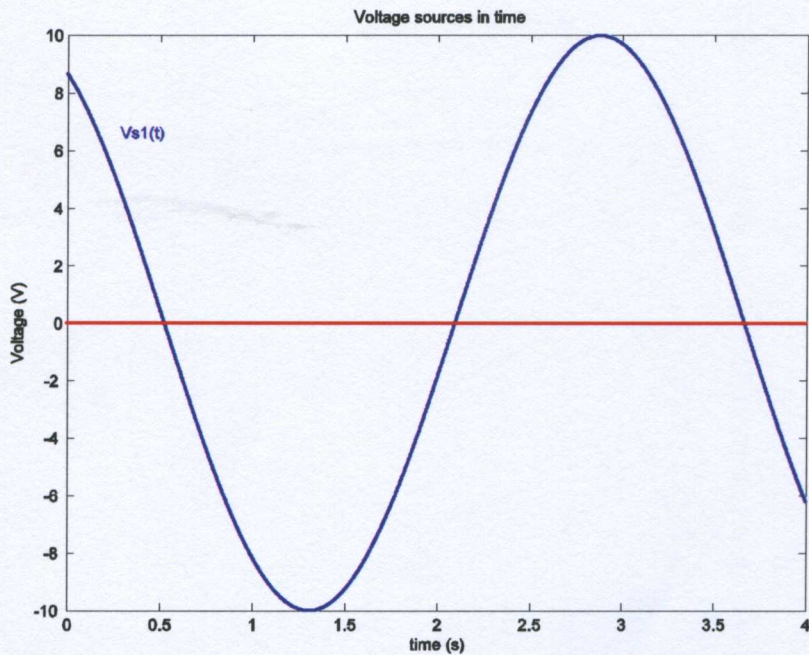
$$V_{s_1} = 10 \cos(\omega t + \pi / 6)(V)$$

$$V_{s_2} = 0(V)$$

$$V_{s_3} = 0(V)$$

$$V_{s_4} = 0(V)$$

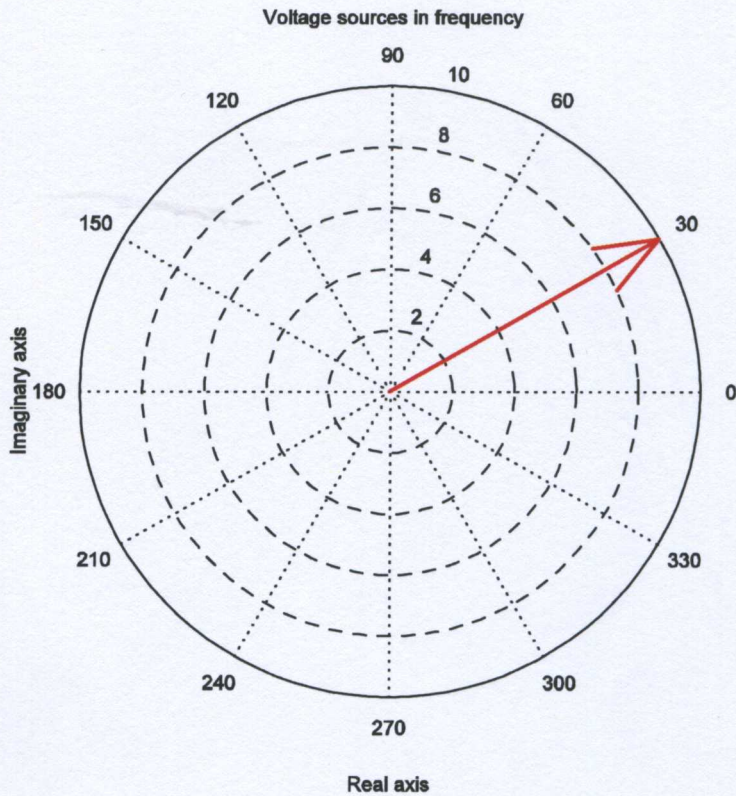
Στο σχήμα 4.12 φαίνονται σχεδιασμένες στο πεδίο του χρόνου οι τάσεις.



σχήμα 4.12: τάσεις στο πεδίο του χρόνου

Η μπλε γραμμή παριστάνει τη V_{s1} και η κόκκινη τις V_{s2} , V_{s3} , V_{s4} που είναι σταθερές και ίσες με το μηδέν εφόσον από τους βρόχους που περνάνε τα J_2 , J_3 , J_4 δεν υπάρχουν πηγές τάσης. Η V_{s1} είναι όπως παρατηρούμε ημιτονοειδούς μορφής. Στη συνέχεια θα παρασταθούν οι πηγές τάσης στο πεδίο της συχνότητας. Στο σχήμα 4.13 παριστάνονται γραφικά τα στρεφόμενα διανύσματα των πηγών τάσεων του κυκλώματος στο πεδίο της συχνότητας.

$$V_{s_1} = 10\angle 30^\circ(V) , V_{s_2} = 0\angle 0^\circ(V) , V_{s_3} = 0\angle 0^\circ(V) , V_{s_4} = 0\angle 0^\circ(V)$$



σχήμα 4.13: Τάση V_{s1} στο πεδίο συχνότητας

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΡΕΥΜΑΤΩΝ

Οι τιμές των βροχικών ρευμάτων που υπολογίστηκαν στο πεδίο του χρόνου γράφονται:

$$J_1 = 28,67 \cos(\omega t + 88,27)(A)$$

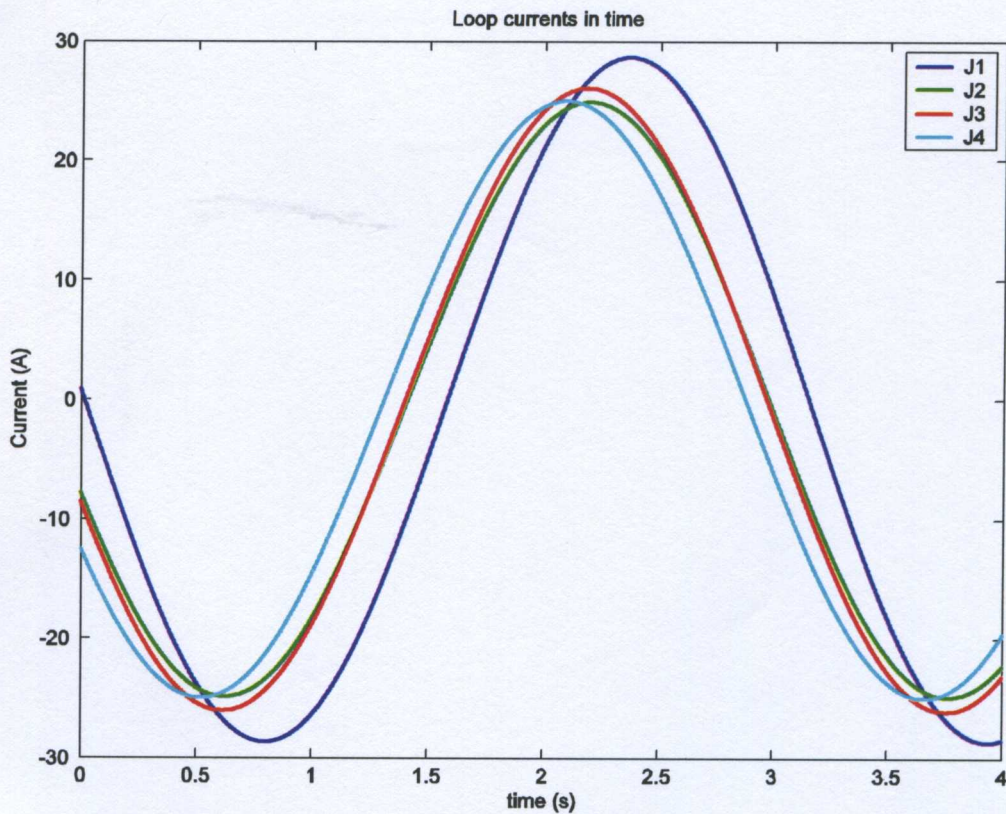
$$J_2 = 24,9 \cos(\omega t + 108,2)(A)$$

$$J_3 = 26,08 \cos(\omega t + 109,1)(A)$$

$$J_4 = 25 \cos(\omega t + 120)(A)$$

,όπου με ω συμβολίζεται η κυκλική συχνότητα

Στο σχήμα 4.14 παριστάνονται τα J_1, J_2, J_3, J_4



σχήμα 4.14: βροχικά ρεύματα στο πεδίο του χρόνου

Με τον ίδιο τρόπο εφόσον έχουμε τη γραφική παράσταση των ρευμάτων βρόχων μπορούμε να έχουμε και τα πραγματικά ρεύματα συναρτήσεως του χρόνου. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνονται τα I_1, I_2, I_3, I_4 .

Οι τιμές των βροχικών ρευμάτων στο πεδίο της συχνότητας γράφονται:

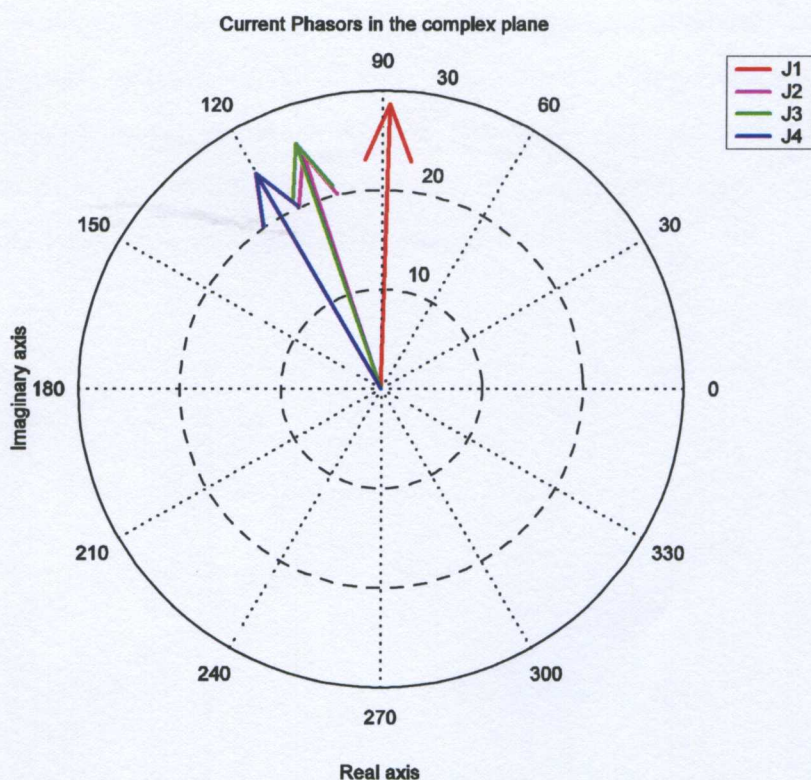
$$J_1 = 28,6692 \angle 88,2716^\circ (A)$$

$$J_2 = 24,9075 \angle 108,2389^\circ (A)$$

$$J_3 = 26,0842 \angle 109,1209^\circ (A)$$

$$J_4 = 25 \angle 120^\circ (A)$$

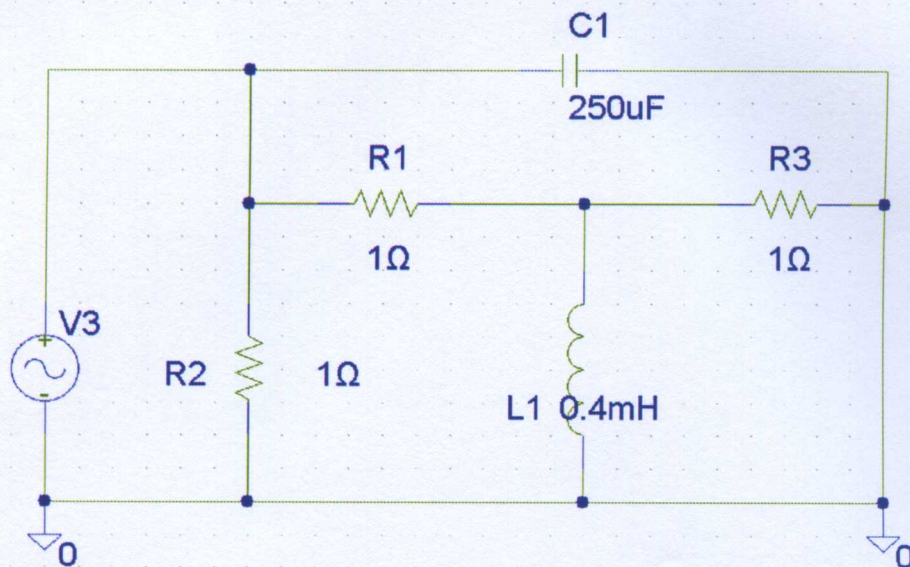
Στο σχήμα 4.15 παριστάνονται τα στρεφόμενα διανύσματα των βροχικών ρευμάτων J_1, J_2, J_3, J_4 . Με την απεικόνισή τους στο μιγαδικό επίπεδο φαίνεται η φάση και το μέτρο του κάθε ρεύματος.



σχήμα 4.15: βροχικά ρεύματα στο πεδίο συχνότητας

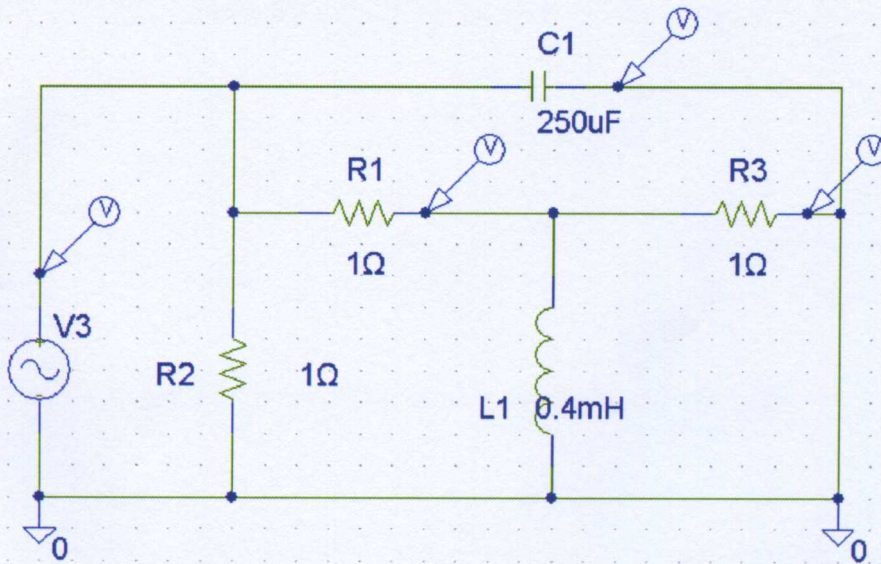
B. ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΟ SPICE

Στο παρακάτω κύκλωμα είναι γνωστές οι αντιστάσεις και οι πηγές τάσεων. Η λύση του θα προκύψει με τον σχεδιασμό στο SPICE. Οι αντιστάσεις είναι ίσες με 1Ω και η πηγή είναι $V_{s1}(t) = 10 \cos(10^4 t + 30^\circ)$ (V). Στο σχήμα 4.16 φαίνεται το κύκλωμα του προβλήματος όπως ακριβώς σχεδιάστηκε.

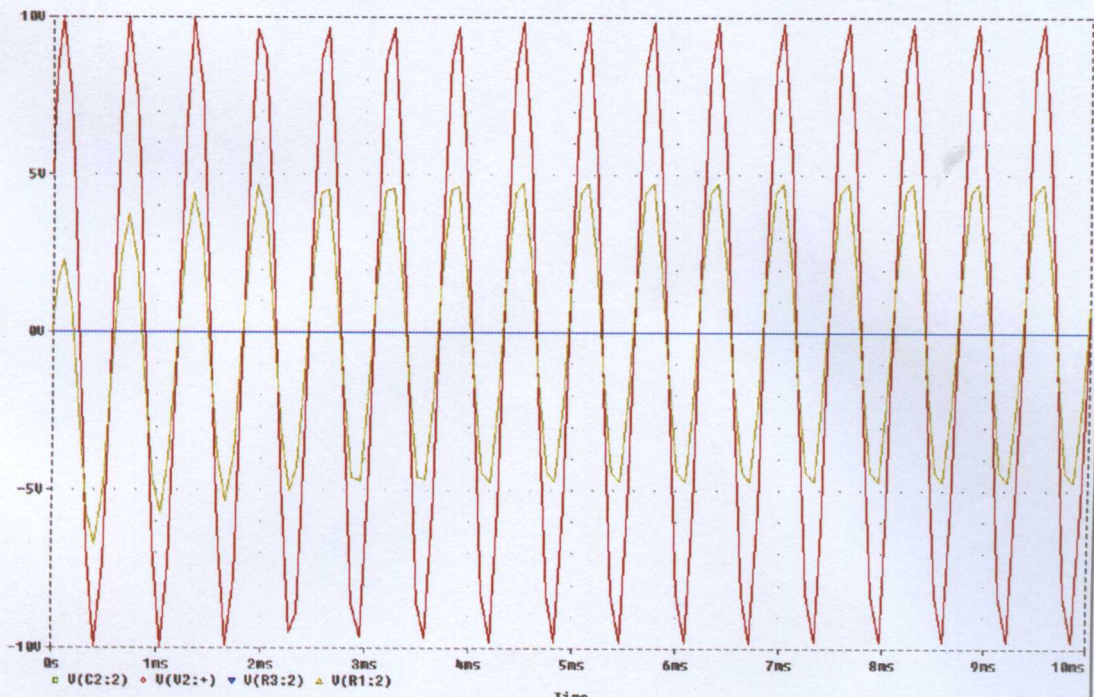


σχήμα 4.16: κύκλωμα προβλήματος

Το κύκλωμα του προβλήματος είναι εναλλασσομένου ρεύματος και αποτελείται από ωμικές αντιστάσεις. Σχεδιάστηκε στο πρόγραμμα SPICE χρησιμοποιώντας απλές εντολές. Αρχικά τοποθετήθηκαν σε καίρια σημεία του κυκλώματος βολτόμετρα και υπολογίστηκαν οι τιμές των τάσεων ενώ ταυτόχρονα προκύπτει το διάγραμμα των τάσεων. (σχήματα 4.17 , 4.18)

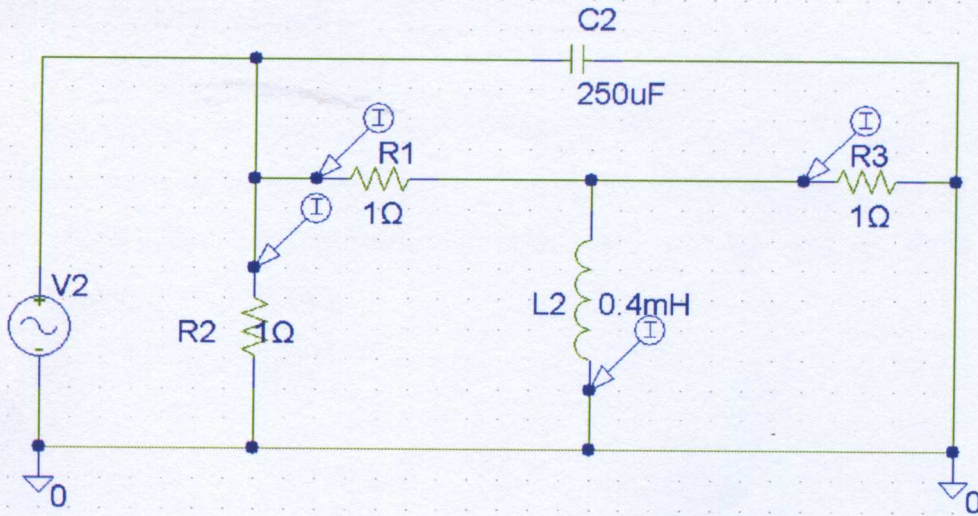


σχήμα 4.17 :τοποθέτηση βολτομέτρων στο κύκλωμα.

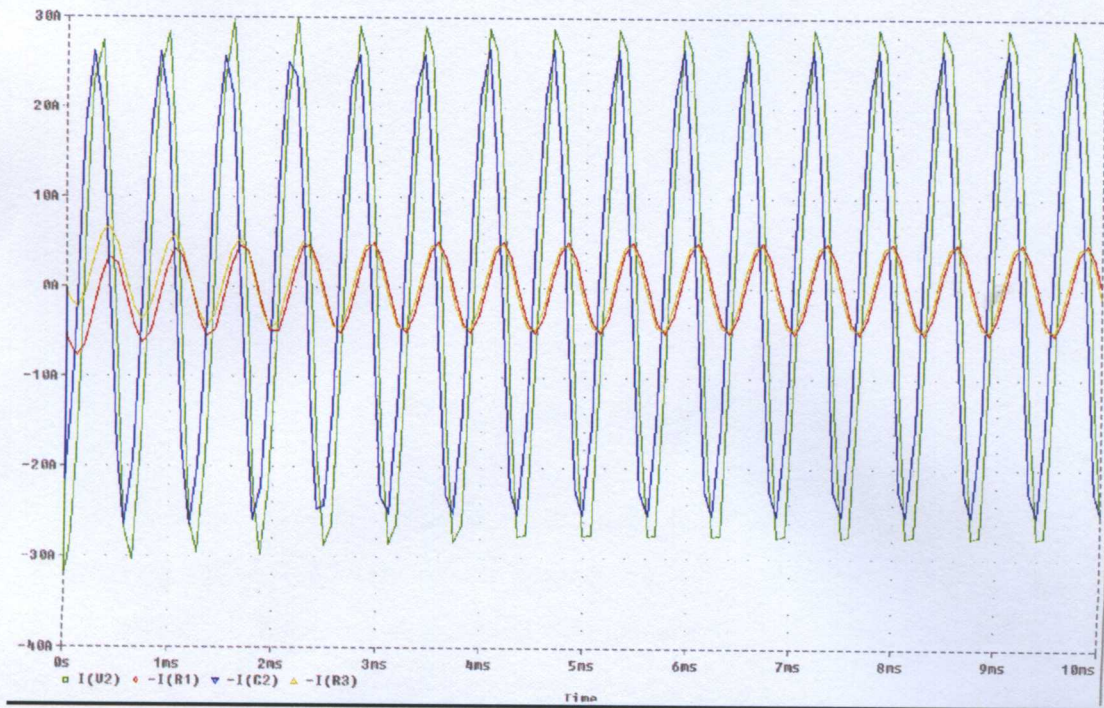


σχήμα 4.18: διάγραμμα τάσεων

Ακολουθεί η ίδια διαδικασία για τα ρεύματα του κυκλώματος τοποθετώντας αμπερόμετρα σε σημεία του κυκλώματος. (σχήμα 4.19 , 4.20)



σχήμα 4191: τοποθέτηση αμπερομέτρων στο κύκλωμα

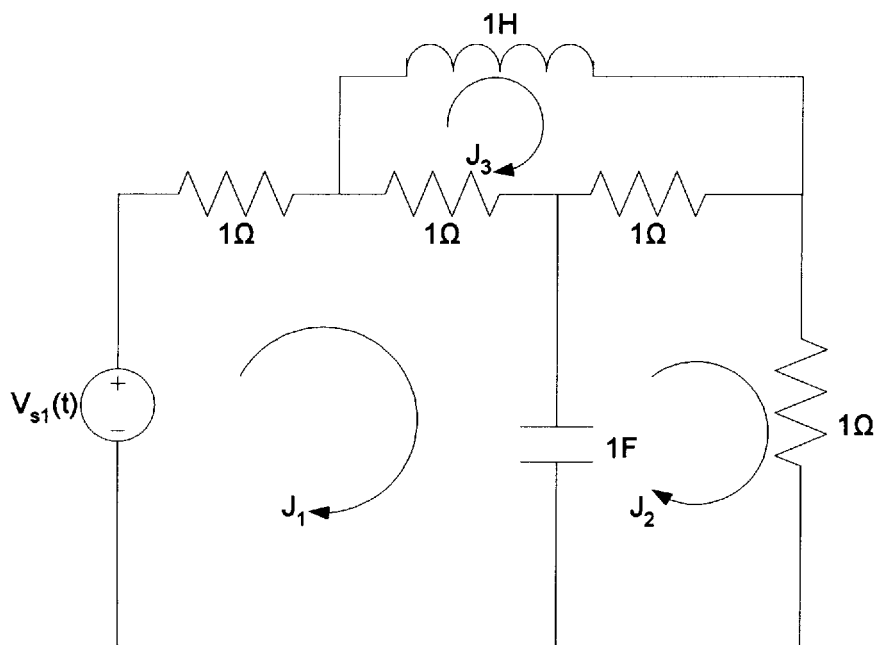


σχήμα 4.20: διάγραμμα ρευμάτων κυκλώματος

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.3

A. ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ MATLAB

Στο παρακάτω κύκλωμα είναι γνωστές οι αντιστάσεις και οι πηγές τάσεων. Αφού υπολογιστούν τα βροχικά ρεύματα μπορούμε να υπολογίσουμε όποιο ρεύμα κλάδου επιθυμούμε. Οι αντιστάσεις είναι ίσες με 1Ω και η πηγή είναι $V_{s1}(t) = 10 \cos(10^4 t + 30^\circ)$ (V).



σχήμα 4.21: κύκλωμα προβλήματος

Το κύκλωμα του σχήματος 4.21 είναι εναλλασσόμενου ρεύματος και θα επιλυθεί με την μέθοδο των απλών βρόχων και με τη βοήθεια του Matlab. Με το πρόγραμμα αυτό θα λυθούν οι αλγεβρικές εξισώσεις που θα προκύψουν από την εφαρμογή της μεθόδου των απλών βρόχων στο κύκλωμα. Οι τιμές των πηγών τάσης, των χωρητικών και επαγωγικών αντιστάσεων μετασχηματίζονται στο πεδίο συχνότητας. Το παραπάνω ηλεκτρικό κύκλωμα αποτελείται από τρεις απλούς βρόχους. Τους βρόχους αυτούς διαρρέουν τα ρεύματα, J_1 , J_2 και J_3 . Αν εφαρμόσουμε τη μέθοδο των απλών βρόχων προκύπτει το 3×3 σύστημα εξισώσεων (σε μορφή πινάκων.)

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 - \frac{1}{j\omega C} & \frac{1}{j\omega C} & -R_2 \\ \frac{1}{j\omega C} & R_4 + R_3 - \frac{1}{j\omega C} & -R_3 \\ -R_2 & -R_4 & R_2 + R_3 + j\omega L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{s1}(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

στη συνέχεια αντικαθιστούμε τις αριθμητικές τιμές και είναι:

$$\begin{bmatrix} 2 - 0.0001j & 0.0001j & -1 \\ 0.0001j & 2 - 0.0001j & -1 \\ -1 & -1 & 2 + 10^4 j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \angle 30^\circ \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Η λύση του παραπάνω συστήματος αλγεβρικών εξισώσεων θα δοθεί με την καταχώρηση των δεδομένων στο matlab όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΑΠΛΩΝ ΒΡΟΧΩΝ

ΑΡΙΘΜΟΣ ΒΡΟΧΩΝ ΤΟΥ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ

$N = 3;$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ

$A = [2 - 1e-4 * i \quad 1e-4 * i \quad -1;$

$1e-4 * i \quad 2 - 1e-4 * i \quad -1;$

$-1 \quad -1 \quad 2 + 1e+4 * i];$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΠΗΓΩΝ ΤΑΣΗΣ

$B = [10 * \cos(\pi/6) + i * 10 * \sin(\pi/6);$

$0;$

$0];$

Έτσι οι τιμές των βροχικών ρευμάτων είναι:

$$J_1 = 4,3301 + 2,5j(A)$$

$$J_2 = 0,0003 - 0,0004j(A)$$

$$J_3 = 0,0003 - 0,0004j(A)$$

Σύμφωνα με τις παραπάνω τιμές βροχικών ρευμάτων μπορούν να υπολογιστούν τα ρεύματα και οι τάσεις του κυκλώματος.

Για παράδειγμα το I_1 είναι:

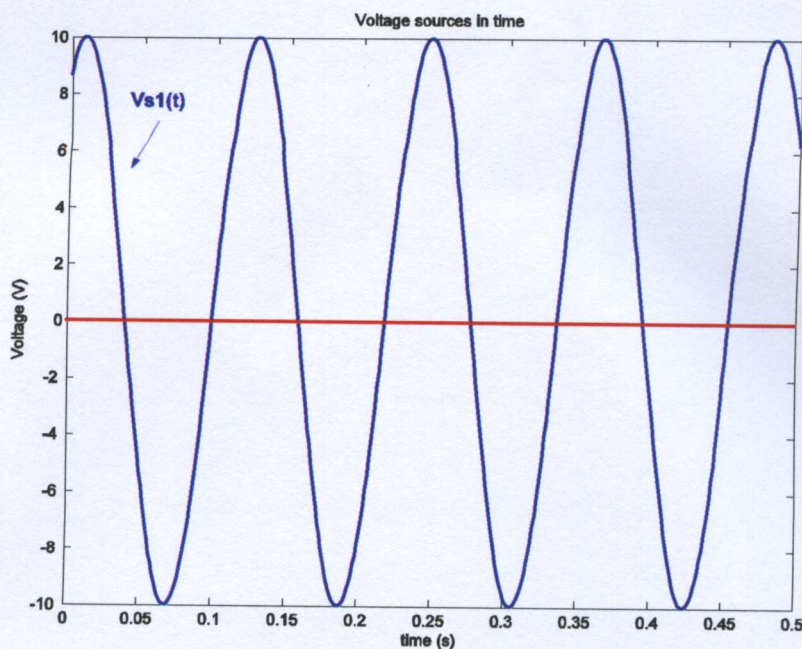
$$I_1 = J_1 - J_2 = 4,3301 + 2,5j - 0,0003 + 0,0004j \text{ (A)} = 4,3298 + 2,5004j$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΤΑΣΕΩΝ

Με τη βοήθεια του προγράμματος Matlab εκτός από τον υπολογισμό των βροχικών ρευμάτων μπορούν να σχεδιαστούν με απλές εντολές οι γραφικές παραστάσεις των ρευμάτων και των τάσεων στα πεδία χρόνου και συχνότητας. Οι τάσεις των πηγών του κυκλώματος που εφαρμόζονται στα βροχικά ρεύματα στο πεδίο του χρόνου γράφονται σύμφωνα με τη μορφή:

$$V(t) = V_0 \sin(\omega t + \phi) \text{ (V)}$$

Όπου ω = κυκλική συχνότητα, V_0 το πλάτος της συνάρτησης και ϕ η αρχική φάση. Είναι: $V_{s_1} = 10 \cos(10^4 t + \pi/6)$, $V_{s_2} = 0$, $V_{s_3} = 0$

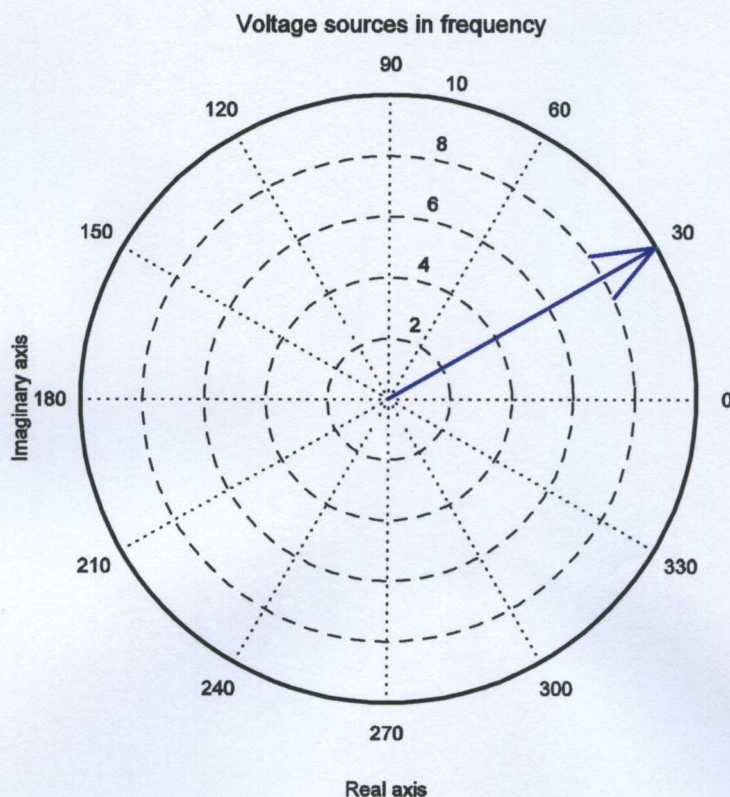


Σχήμα 4.22: τάσεις στο πεδίο του χρόνου

Στο σχήμα 4.22 φαίνονται σχεδιασμένες στο πεδίο του χρόνου οι τάσεις. Η μπλε γραμμή παριστάνει τη V_{s1} και η κόκκινη τη V_{s2} , V_{s3} που είναι σταθερή και ίση με το μηδέν εφόσον από τον βρόχο που περνάει το J_3 δεν υπάρχει πηγή τάσης. Η V_{s1} , είναι όπως παρατηρούμε ημιτονοειδούς μορφής. Στη συνέχεια θα παρασταθούν οι πηγές τάσης στο πεδίο της συχνότητας. Για να πραγματοποιηθεί αυτός ο μετασχηματισμός ορίστηκε η έννοια του στρεφόμενου διανύσματος για να αναπαρασταθούν μιγαδικά ημιτονοειδή σήματα.

Στο σχήμα 4.23 παριστάνονται γραφικά τα στρεφόμενα διανύσματα των πηγών τάσεων του κυκλώματος στο πεδίο της συχνότητας. Στον οριζόντιο άξονα προβάλλεται το πραγματικό μέρος του αριθμού ενώ στον κάθετο το μιγαδικό.

$$V_{f_1} = 10 \angle 30^\circ (V) , V_{f_2} = 0(V) , V_{f_3} = 0(V)$$



σχήμα 4.23: τάση στο πεδίο συχνότητας

Στο σχήμα 4.23 απεικονίζεται με μπλε γραμμή στο μιγαδικό επίπεδο η V_{s1}

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΡΕΥΜΑΤΩΝ

Οι τιμές των βροχικών ρευμάτων που υπολογίστηκαν στο πεδίο του χρόνου γράφονται:

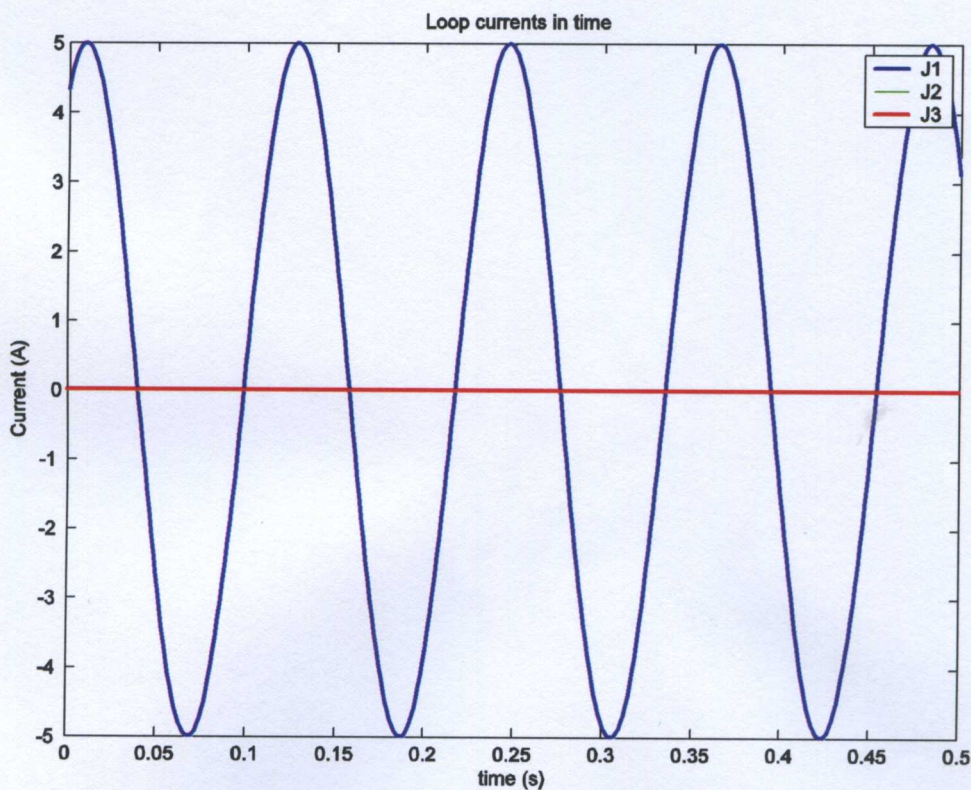
$$J_1 = 5 \cos(10^4 t + 30)(A)$$

$$J_2 = 0,0005 \cos(10^4 t - 59,99)(A)$$

$$J_3 = 0,0005 \cos(10^4 t - 59,99)(A)$$

, όπου με ω συμβολίζεται η κυκλική συχνότητα

Στο σχήμα 4.24 παριστάνονται τα J_1, J_2, J_3 και παρατηρούμε ότι τα J_2, J_3 είναι περίπου ίσα με το μηδέν.



σχήμα 4.24: βροχικά ρεύματα στο πεδίο του χρόνου

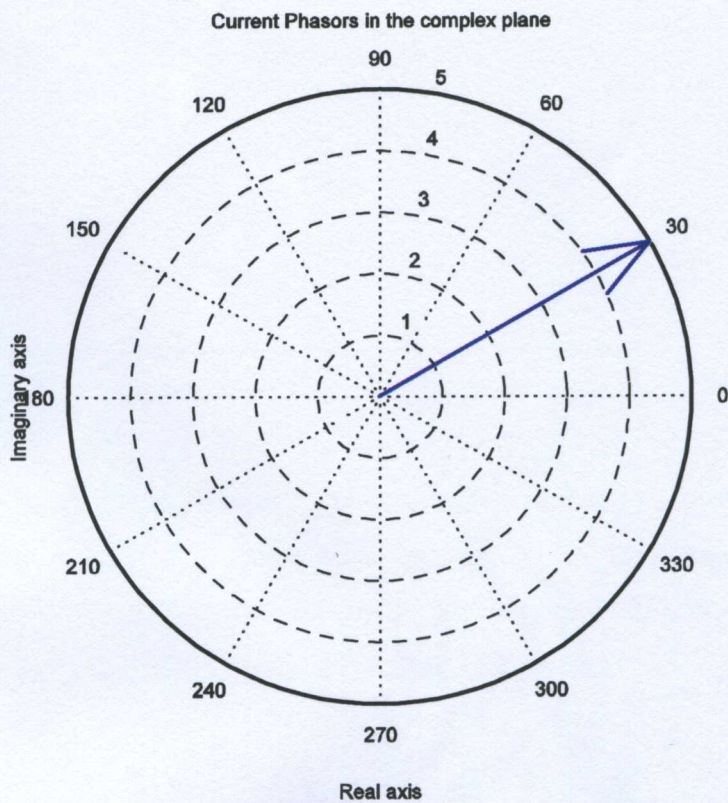
Οι τιμές των βροχικών ρευμάτων στο πεδίο της συχνότητας γράφονται:

$$J_1 = 5 \angle 30^\circ (A)$$

$$J_2 = 0,0005 \angle -59,9943^\circ (A)$$

$$J_3 = 0,0005 \angle -59,9943^\circ (A)$$

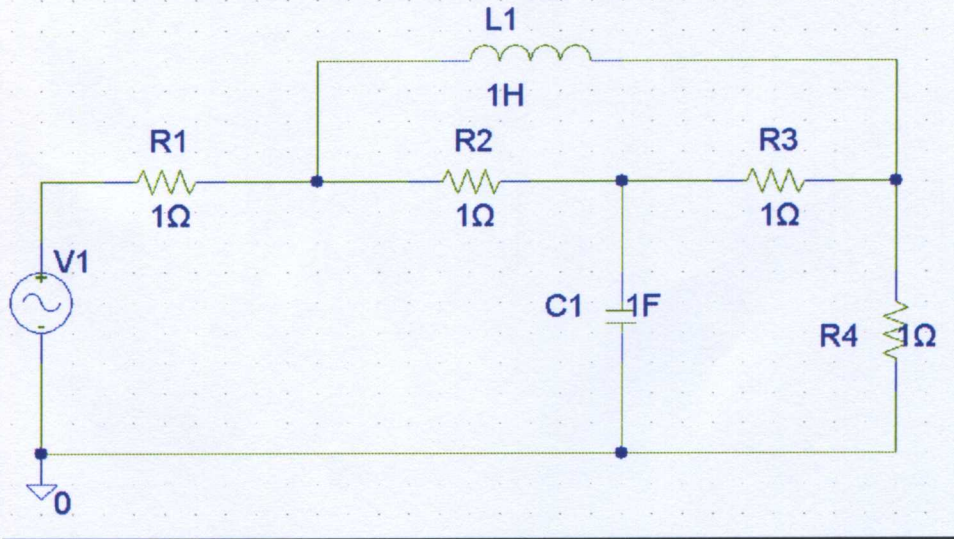
Στο σχήμα 4.25 απεικονίζεται με μπλε γραμμή στο μιγαδικό επίπεδο το J_1 .



σχήμα 4.25: ρεύμα J_1 στο πεδίο της συχνότητας

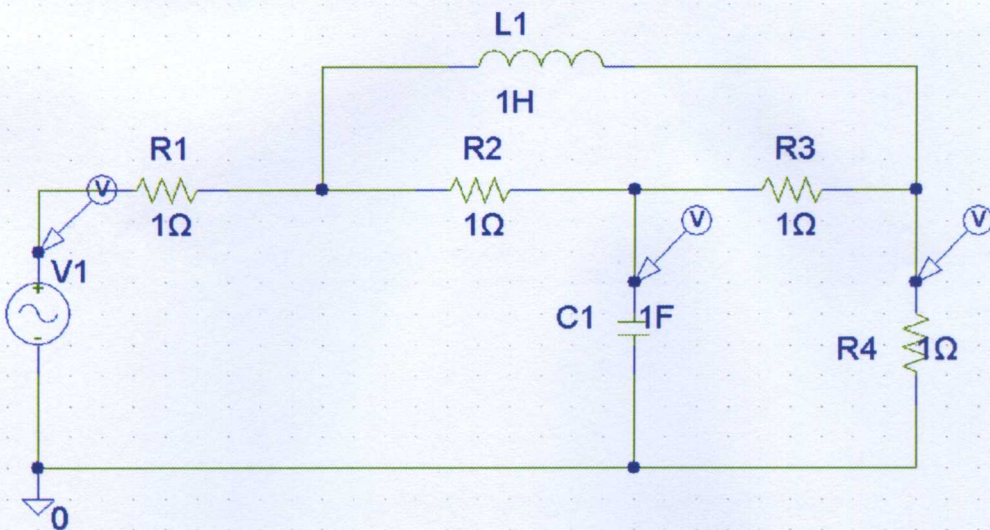
B. ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΟ SPICE

Στο παρακάτω κύκλωμα είναι γνωστές οι αντιστάσεις και οι πηγές τάσεων. Οι αντιστάσεις είναι ίσες με 1Ω και η πηγή είναι $V_{s1}(t) = 10 \cos(10^4 t + 30^\circ)$ (V).

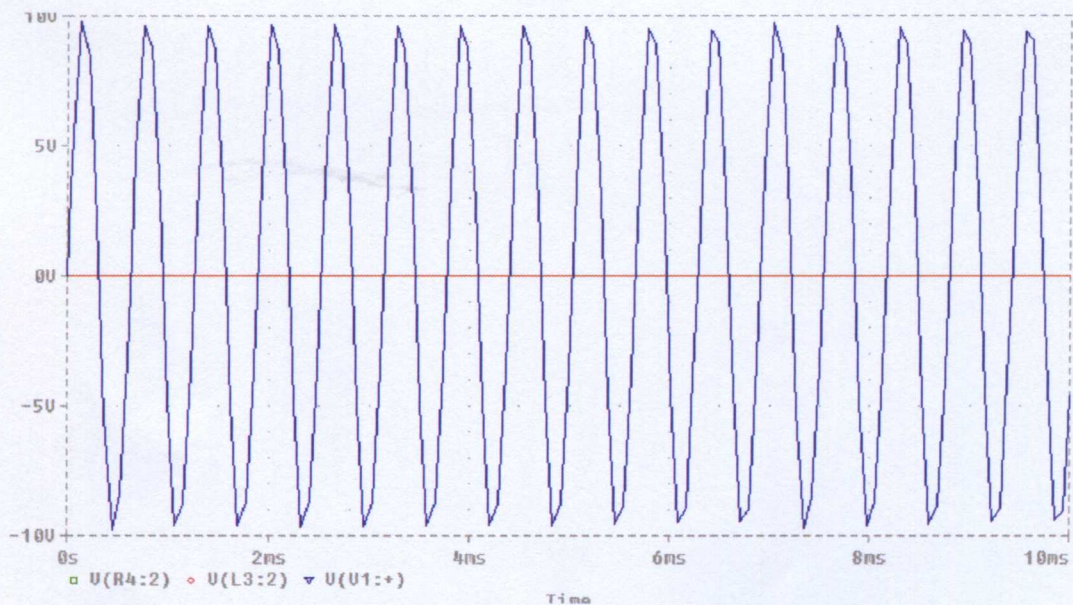


σχήμα 4.26: κύκλωμα προβλήματος 4.6

Το κύκλωμα του προβλήματος είναι εναλλασσομένου ρεύματος. Σχεδιάστηκε στο πρόγραμμα SPICE. Αρχικά τοποθετήθηκαν σε κατάλληλα σημεία του κυκλώματος βολτόμετρα και υπολογίστηκαν οι τιμές των τάσεων ενώ ταυτόχρονα προκύπτει το διάγραμμα των τάσεων. (σχήματα 4.27 , 4.28)

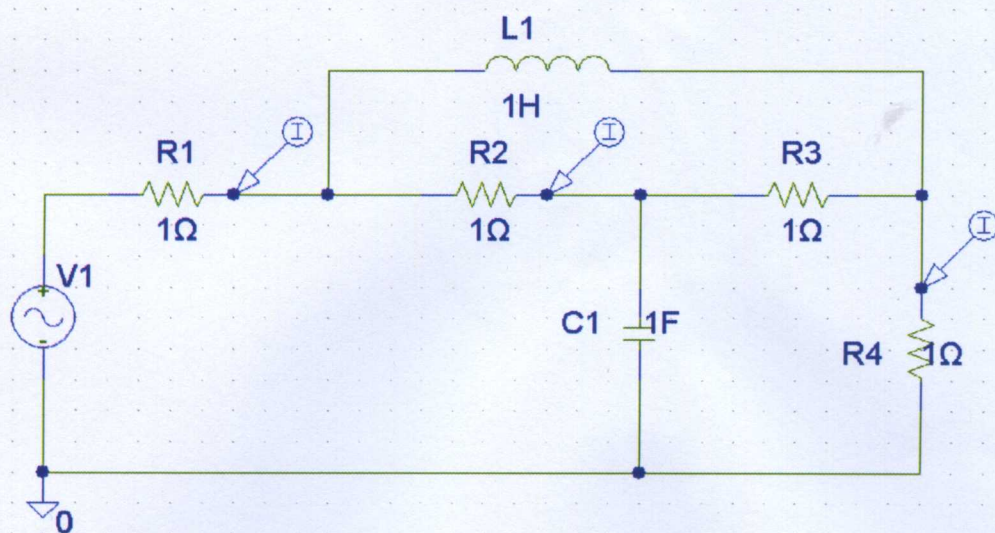


σχήμα 4.27: τοποθέτηση βολτομέτρων στο κύκλωμα

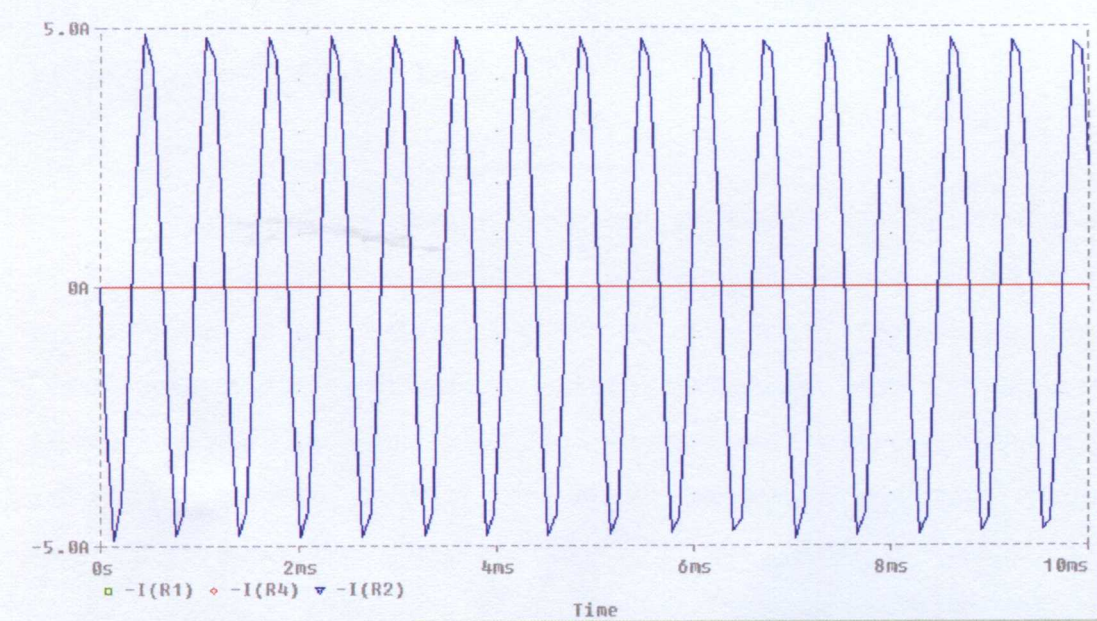


σχήμα 4.28: διάγραμμα τάσεων

Ακολουθεί η ίδια διαδικασία για τα ρεύματα του κυκλώματος τοποθετώντας αμπερόμετρα σε σημεία του κυκλώματος. (σχήμα 4.29 , 4.30)



σχήμα 4.29: τοποθέτηση αμπερομέτρων στο κύκλωμα.



σχήμα 4.30: διάγραμμα ρευμάτων του κυκλώματος.

ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Ο στόχος της πτυχιακής εργασίας που συντάχθηκε ήταν η κατανόηση της σπουδαιότητας της μεθόδου των βρόχων καθώς και η παρουσίαση των δυνατοτήτων της μεθόδου με τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή (πρόγραμμα matlab). Παρουσιάστηκε επίσης η δυνατότητα επίλυσης κυκλωμάτων με το πρόγραμμα spice. Τα πλεονεκτήματα με τη χρήση Η/Υ είναι ότι εκτός από την ευκολία λήψης άμεσων αποτελεσμάτων χωρίς πράξεις, δίνεται η δυνατότητα σχεδίασης γραφικών παραστάσεων με ακρίβεια.

Λύνοντας τα κυκλώματα και με τους δύο τρόπους μπορεί να παρατηρηθεί ότι η λύση με το πρόγραμμα Spice είναι συντομότερη και πιο απλή, αρκεί να κατανοηθεί ο τρόπος καταχώρησης των δεδομένων. Σε σχέση με το Matlab το σημαντικότερο πλεονέκτημά του είναι ότι δίνει κατευθείαν τιμές σε κάθε σημείο των κυκλωμάτων χωρίς να υπολογιστούν βροχικά ρεύματα. Αυτό δε σημαίνει ότι η λύση με τον προγραμματισμό στο Matlab δεν παραμένει πολύ χρήσιμη. Με τη λύση στο Matlab γίνεται περισσότερο κατανοητή η λειτουργία της μεθόδου των βρόχων. Επίσης με το πρόγραμμα Matlab λαμβάνονται γραφικές παραστάσεις στο πεδίο της συχνότητας, κάτι που δεν δίνεται με τη βοήθεια του Spice.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- 1) Νίκος Ι. Μάργαρης Α.Π.Θ «ΑΝΑΛΥΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ»
- 2) Χατζαράκης Γώργιος 1996 «ΘΕΩΡΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ»
- 3) Τσακίρης Αντώνης «ΘΕΩΡΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ»
- 4) Μπιτζόπουλος Αριστοτέλης 1991,2002 «ΑΝΑΛΥΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ»
- 5) Iyer ,T.S.K.V. -1985 "CIRCUIT THEORY"
- 6) Τζιόλας Αναστάσιος – Τζιόλας Δημήτριος 1999 «ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑ: ΑΡΧΕΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ»
- 7) Σύρκος Γεώργιος – Κούκος Ιωάννης «Εισαγωγή στη σχεδίαση συστημάτων ελέγχου με το Matlab»

621.3192 38285
KAN