



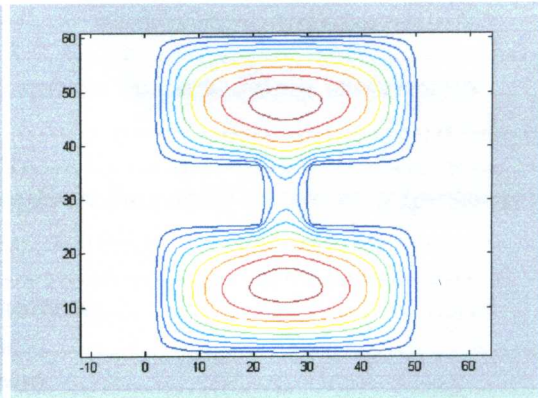
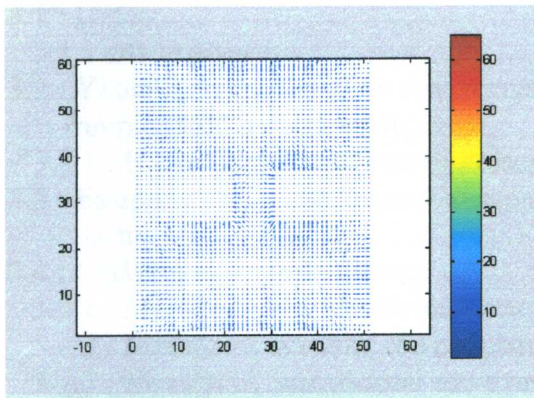
Τ.Ε.Ι. ΣΕΡΡΩΝ

ΤΜΗΜΑ : ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ Τ.Ε.Ι. ΣΕΡΡΩΝ
ΑΡΙΘ. ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ 38286
ΗΜΕΡ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ 14/6/2007
ΤΑΞΙΝ. ΑΡΙΘΜΟΣ 537.6

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΘΕΜΑ :
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΗΣ ΑΓΩΓΟΥ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ
ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ



ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : Δρ. ΘΕΟΔΩΡΟΣ ΚΟΣΜΑΝΗΣ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : ΠΟΥΣΟΥΛΗ ΕΛΙΣΑΒΕΤ
ΚΑΡΙΠΗ ΘΕΟΠΟΥΛΑ

ΜΑΡΤΙΟΣ 2006

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ

Κεφάλαιο 1

1.1:Εισαγωγή.....	1
-------------------	---

Κεφάλαιο 2

2.1: Μέθοδος πεπερασμένων διαφορών.....	3
2.1.2 : Σκοπός και χρήση του matlab.....	8

Κεφαλαίο 3

3.1 : Πηνία.....	10
3.1.1 :Αυτεπαγωγή.....	10
3.2 : Υλοποίηση της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών στον υπολογισμό συντελεστού αυτεπαγωγής.....	12
3.2.1 : Η διανυσματική εξίσωση Poisson.....	13
3.3 : Εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών σε αγωγό τετραγωνικής διατομής.....	16
3.4 : Επίλυση του προβλήματος.....	21
3.4.1 : Μεταβολή των κελιών διακριτοποίησης.....	21
3.4.2 : Μεταβολή έντασης του ρεύματος.....	25
3.4.3 : Μεταβολή διαστάσεων του αγωγού.....	28
3.4.4 : Υπολογισμός σχετικού σφάλματος.....	33
3.4.5 : Μεταβολή μαγνητικής διαπερατότητας.....	42
3.5 : Εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών σε πηνίο διατομής σχήματος U.....	46
3.5.1: Μεταβολή σημείων χ_1, χ_2	47
3.5.1.α : Για πηνίο με $\chi_1=5, \chi_2=55$ και $y_1=20$	47
3.5.1.β : Για πηνίο με $\chi_1=10, \chi_2=50$ και $y_1=20$	48
3.5.1.γ : Για πηνίο με $\chi_1=15, \chi_2=45$ και $y_1=20$	49
3.5.1.δ : Για πηνίο με $\chi_1=20, \chi_2=40$ και $y_1=20$	50
3.5.1.ε : Για πηνίο με $\chi_1=25, \chi_2=35$ και $y_1=20$	51
3.5.2. : Μεταβολή σημείου y_1	53
3.5.2α : Για πηνίο με $\chi_1=20, \chi_2=40$ και $y_1=5$	53
3.5.2β : Για πηνίο με $\chi_1=20, \chi_2=40$ και $y_1=10$	54
3.5.2.γ : Για πηνίο με $\chi_1=20, \chi_2=40$ και $y_1=15$	55
3.5.2.δ : Για πηνίο με $\chi_1=20, \chi_2=40$ και $y_1=20$	56
3.5.2.ε : Για πηνίο με $\chi_1=20, \chi_2=40$ και $y_1=25$	57
3.5.2.στ : Για πηνίο με $\chi_1=20, \chi_2=40$ και $y_1=30$	58
3.5.2.ζ : Για πηνίο με $\chi_1=20, \chi_2=40$ και $y_1=35$	59
3.6 : Εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων σε πηνίο διατομής σχήματος H.....	62
3.6.1 : Μεταβολή σημείων χ_1, χ_2	63
3.6.1.α : Για πηνίο με $\chi_1=5, \chi_2=55$ και $y_1=20, y_2=30$	63
3.6.1.β : Για πηνίο με $\chi_1=10, \chi_2=50$ και $y_1=20, y_2=30$	64

3.6.1.γ : Για πηνίο με $\chi_1=15$, $\chi_2=45$ και $y_1=20$, $y_2=30$	65
3.6.1.δ : Για πηνίο με $\chi_1=20$, $\chi_2=40$ και $y_1=20$, $y_2=30$	66
3.6.1.ε : Για πηνίο με $\chi_1=25$, $\chi_2=35$ και $y_1=20$, $y_2=30$	67
3.6.2. : Μεταβολή σημείων y_1 , y_2	69
3.6.2.α : Για πηνίο με $\chi_1=10$, $\chi_2=50$ και $y_1=5$, $y_2=45$	69
3.6.2.β : Για πηνίο με $\chi_1=10$, $\chi_2=50$ και $y_1=10$, $y_2=40$	70
3.6.2.γ : Για πηνίο με $\chi_1=10$, $\chi_2=50$ και $y_1=15$, $y_2=35$	71
3.6.2.δ : Για πηνίο με $\chi_1=10$, $\chi_2=50$ και $y_1=20$, $y_2=30$	72

Κεφαλαίο 4

4.1 : Συμπεράσματα.....	75
-------------------------	----

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Για την ανάλυση προβλημάτων του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου στα οποία η πολυπλοκότητα είτε της υφιστάμενης γεωμετρίας είτε του θεωρούμενου μέσου καθιστά αδύνατη την αναλυτική επίλυση τους, συχνά καταφεύγουμε στη χρησιμοποίηση διαφόρων αριθμητικών μεθόδων.

Συχνά η υπολογιστική επιστήμη και τεχνολογία ασχολείται με συναρτήσεις και εξισώσεις στις οποίες οι εμπλεκόμενες μεταβλητές όπως ο χρόνος, η θερμοκρασία, η πίεση, η πυκνότητα, κ.α είναι μεταβλητές που από τη φύση τους μεταβάλλονται. Τα περισσότερα προβλήματα των συνεχών μαθηματικών (για παράδειγμα προβλήματα που υπάρχουν παράγωγοι, ολοκληρώματα ή μη γραμμικότητες) δεν μπορούν να επιλυθούν με πεπερασμένο αριθμό πράξεων και για το λόγο αυτό πρέπει να επιλυθούν με μία κατάλληλη διαδικασία που τελικά να συγκλίνει σε μία λύση του προβλήματος. Στη πράξη μια τέτοια διαδικασία δεν τερματίζεται έως ότου η λύση να είναι προσεγγιστικά ορθή, δηλαδή «αρκετά κοντά» στο επιθυμητό αποτέλεσμα. Εάν η σύγκλιση είναι ικανοποιητικά ταχεία, ακόμη και κάποια προβλήματα που μπορούν να επιλυθούν με πεπερασμένο αριθμό πράξεων, σε κάποιες περιπτώσεις είναι προτιμότερο να επιλύονται προσεγγιστικά. Όλες πάντως οι τεχνικές επίλυσης εμπλέκουν μια ολόκληρη σειρά από προσεγγίσεις διαφόρων ειδών.

Μία από τις γνωστότερες και περισσότερο χρησιμοποιούμενες σήμερα αριθμητικές μεθόδους είναι η μέθοδος των «πεπερασμένων διαφορών». Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών αναπτύχθηκε αρχικά από τον A.Thom το 1920 με τη βοήθεια της «μεθόδου των τετραγώνων». Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών είχε αρχικά σκοπό την επίλυση μη γραμμικών υδροδυναμικών εξισώσεων. Από τότε έχει βρει εφαρμογές στη λύση διαφορών προβλημάτων ηλεκτρομαγνητικού πεδίου. Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών, είναι βασισμένη πάνω σε προσεγγίσεις οι οποίες επιτρέπουν την αντικατάσταση διαφορικών εξισώσεων με εξισώσεις πεπερασμένων διαφορών .

Αυτές οι προσεγγίσεις πεπερασμένων διαφορών είναι αλγεβρικές και συσχετίζουν τη τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής με ένα σημείο στο πεδίο λύσης για τον υπολογισμό γειτονικών σημείων. Αυτό που γίνεται στην ουσία είναι να αντικαθίσταται ο υπολογιστικός χώρος σε ένα πλέγμα στους κόμβους του οποίου υπολογίζονται οι προσεγγιστικές -τιμές των μεγεθών που χαρακτηρίζουν το πρόβλημα.

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι η επίλυση συγκεκριμένων προβλημάτων (ηλεκτρομαγνητικού πεδίου) με εφαρμογή της Μεθόδου των Πεπερασμένων Διαφορών. Τα προγράμματα που αναπτύσσονται για την επίλυση προβλημάτων με την Μέθοδο των Πεπερασμένων Διαφορών είναι δυνατό να διαιρεθούν, με βάση τις λειτουργίες που εκτελούνται σε τρία μέρη:

- Την Προ-επεξεργασία , κατά την οποία ορίζεται η γεωμετρία του προβλήματος, εισάγονται τα δεδομένα και οι οριακές συνθήκες, ενώ πραγματοποιείται η διαίρεση σε στοιχεία της περιοχής ορισμού του προβλήματος.
- Την επεξεργασία , κατά την οποία γίνεται η συνένωση των στοιχείων και η επίλυση του τελικού συστήματος των εξισώσεων. Πρόκειται για το πιο χρονοβόρο τμήμα του προγράμματος.
- Τη μετά-επεξεργασία , κατά την οποία απεικονίζονται τα αποτελέσματα της επίλυσης του συστήματος (κατανομή του πεδίου) είτε με τη μορφή αριθμών, είτε με τη μορφή δυναμικών γραμμών και ισοδυναμικών επιφανειών (γραφική απεικόνιση).

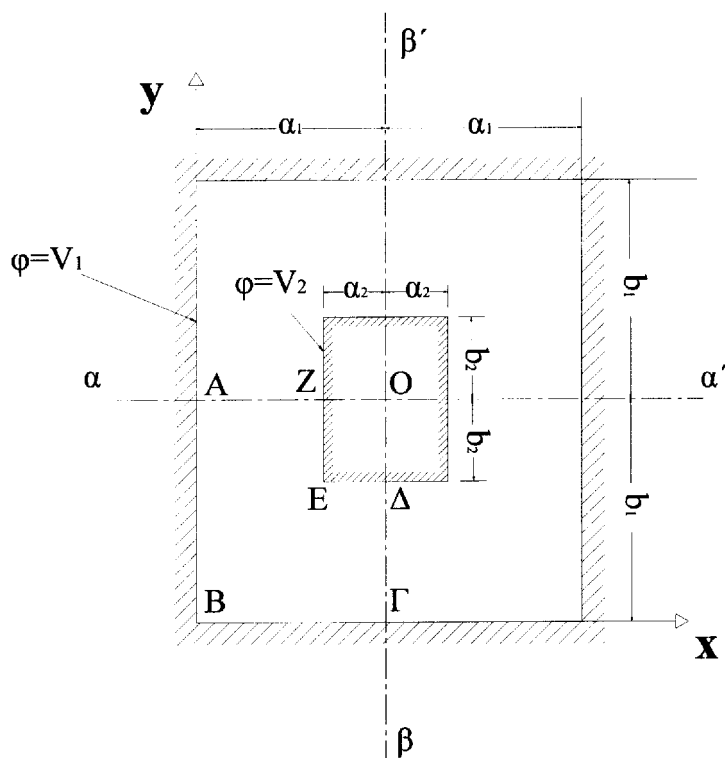
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2.1 ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ

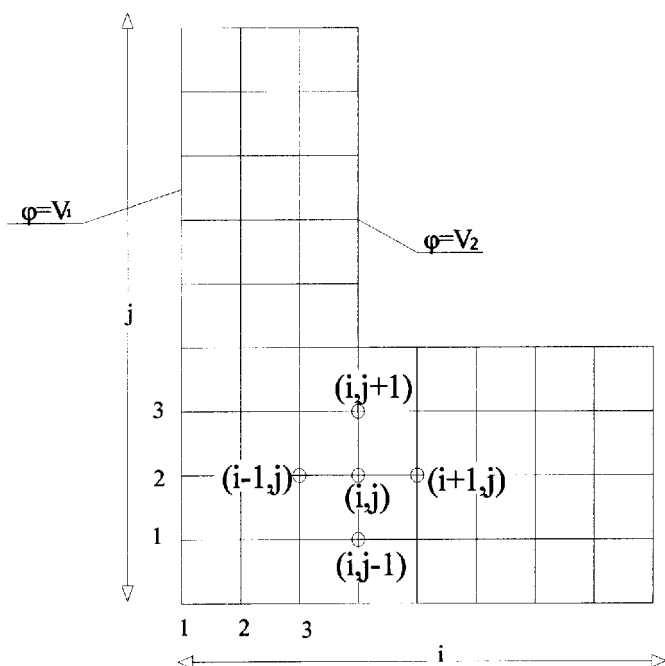
Το κύριο χαρακτηριστικό της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών είναι ότι η διαφορική εξίσωση χρησιμοποιείται άμεσα. Έτσι, ας εξετάσουμε το πρόβλημα της διδιάστατης εξίσωσης Laplace :

$$\nabla^2 \phi \equiv \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (2.1.1)$$

Όπου ζητείται ο προσδιορισμός της τιμής του βαθμωτού δυναμικού ϕ , στα σημεία μιας περιοχής που περικλείεται από ένα όριο στο οποίο η τιμή του δυναμικού είναι γνωστή .



Σχήμα 2.1.1



Σχήμα 2.1.2

Λόγω της συμμετρίας του προβλήματος (ως προς τους άξονες XX' και YY'), θα μελετηθεί μόνο το τεταρτημόριο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος 2.1.2 .

Το πρώτο βήμα στην πορεία της μεθόδου είναι να καλύψουμε την περιοχή του πεδίου με ένα πλέγμα, σαν αυτό του σχήματος 2.1.2 .Ένα ορθογωνικό πλέγμα είναι ιδιαίτερα εύχρηστο. Οι γραμμές του πλέγματος είναι συνήθως παράλληλες προς τους άξονες X και Y , απέχουν μεταξύ τους αποστάσεις δx και δy αντίστοιχα .Με την αρχή των συντεταγμένων στο κάτω αριστερό άκρο του σχήματος ,οι γραμμές του πλέγματος αριθμούνται κατά τις διευθύνσεις X και Y , των αξόνων Ox και Oy αντίστοιχα. Έτσι αν Ox και Oy είναι τα διαστήματα -βήματα- κατά τους άξονες X και Y , ένα τυπικό σημείο (X,Y) του πλέγματος θα υποδηλώνεται με τις συντεταγμένες (i,j) ,

όπου :

$$i = \frac{x}{\delta x} + 1 \quad (2.1.2)$$

και

$$j = \frac{y}{\delta y} + 1 \quad (2.1.3)$$

Το δυναμικό στο σημείο ij θα είναι ϕ_{ij} . Έστω επίσης ότι M και N είναι ο αριθμός των βημάτων κατά τους άξονες Ox και Oy αντίστοιχα.

Το δεύτερο βήμα στη πορεία της μεθόδου, είναι να αντικαταστήσουμε τη διαφορική εξίσωση Laplace στο κόμβο ij με μία εξίσωση διαφορών, που συνδέει το δυναμικό οποιοδήποτε κόμβου ij με τα δυναμικά των γειτονικών κόμβων που ανήκουν στις γραμμές του πλέγματος που περιλαμβάνουν τον κόμβο ij.

Το κατά Taylor ανάπτυγμα γύρω από το σημείο ij κατά τη θετική και αρνητική διεύθυνση του άξονα x δίνει αντίστοιχα :

$$\phi_{i+1,j} = \phi_{i,j} + h_x \left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{i,j} + \frac{h_x^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right|_{i,j} + \frac{h_x^3}{3!} \left. \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} \right|_{i,j} + \dots \quad (2.1.4)$$

και

$$\phi_{i-1,j} = \phi_{i,j} - h_x \left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{i,j} + \frac{h_x^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right|_{i,j} - \frac{h_x^3}{3!} \left. \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} \right|_{i,j} + \dots \quad (2.1.5)$$

Από την πρόσθεση κατά μέλη των δύο παραπάνω σχέσεων (2.1.4) & (2.1.5) προκύπτει με προσέγγιση όρων τέταρτης τάξης η σχέση :

$$\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} = 2\phi_{i,j} + h_x^2 \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right|_{i,j} \quad (2.1.6)$$

Κατά τον ίδιο τρόπο προκύπτει από το ανάπτυγμα Taylor για τον άξονα y η σχέση:

$$\phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1} = 2\phi_{i,j} + h_y^2 \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right|_{i,j} \quad (2.1.7)$$

Από τις σχέσεις (2.1.6) & (2.1.7) λύνοντας ως προς :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \text{ και } \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \text{ ,}$$

προκύπτουν οι σχέσεις :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}}{h_x^2} \quad (2.1.8)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}}{h_y^2} \quad (2.1.9)$$

Προσθέτουμε κατά μέλη τις (2.1.8) και (2.1.9) λαμβάνοντας υπόψη την εξίσωση Laplace προκύπτει η σχέση:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}}{h_x^2} + \frac{\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}}{h_y^2} = 0 \quad (2.1.10)$$

Η παραπάνω σχέση συνδέει το δυναμικό του κόμβου ij με τα δυναμικά των γειτονικών κόμβων. Αν ως συνήθως εκλεγεί τετραγωνικό πλέγμα όπου $h_x=h_y$ η παραπάνω σχέση καταλήγει στη σχέση των πέντε σημείων :

$$\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1} - 4\phi_{i,j} = 0 \quad (2.1.11)$$

Το τρίτο βήμα στην πορεία της εφαρμογής της μεθόδου είναι η εισαγωγή των οριακών συνθηκών του προβλήματος. Έτσι στο παράδειγμα του σχήματος (2.1.2) στις επιφάνειες των δύο οπλισμών έχουμε τις συνθήκες Dirichlet :

$$\phi_{i,1} = V_1 (1 \leq i \leq M)$$

$$\phi_{1,j} = V_1 (1 \leq j \leq N) \quad (2.1.12)$$

$$\phi_{i,J} = V_2 (1 \leq i \leq M)$$

$$\phi_{I,i} = V_2 (J \leq j \leq N)$$

ενώ στις γραμμές συμμετρίας $i=M$ και $j=N$ έχουμε από τις ομογενείς συνθήκες Neumann :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{x=\alpha} = \left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_{y=\beta} = 0 \quad (2.1.13)$$

και τελικά

$$\phi_{M+1,j} = \phi_{M-1,j} \quad (2 \leq j \leq J-1) \quad (2.1.14)$$

$$\text{και } \phi_{i,N+1} = \phi_{i,N-1} \quad (2 \leq i \leq I-1) \quad (2.1.15)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τις εξισώσεις (2.1.14) & (2.1.15) ,οι εξισώσεις των πέντε σημείων για τα σημεία των γραμμών τροποποιείται :

- για $j = N$ η (2.1.12) γίνεται

$$\phi_{i+1,N} + \phi_{i-1,N} + 2 \cdot \phi_{i,N-1} - 4 \cdot \phi_{i,N+1} = 0 \quad (2.1.16)$$

- Ενώ για $i = M$ η (2.1.12) γίνεται

$$2 \cdot \phi_{M-1,j} + \phi_{M,j+1} + \phi_{M,j-1} - 4 \cdot \phi_{M,j} = 0 \quad (2.1.17)$$

Το τέταρτο βήμα στην πορεία εφαρμογής της μεθόδου είναι η επίλυση του συστήματος των εξισώσεων των πέντε σημείων (2.1.11),που γράφονται για όλους τους κόμβους του προβλήματος .Έτσι, στο εξεταζόμενο παράδειγμα, για τους κόμβους, έστω της γραμμής $j=2$,έχουμε τις εξισώσεις:

$$2 \cdot V_1 + \phi_{3,2} + \phi_{2,3} - 4 \cdot \phi_{2,2} = 0$$

$$\phi_{3,2} + V_1 + \phi_{5,2} + \phi_{4,3} - 4 \cdot \phi_{4,2} = 0$$

.....

(2.1.18)

$$\phi_{M-2,2} + V_1 + \phi_{M,2} + \phi_{M-1,3} - 4 \cdot \phi_{M-1,2} = 0$$

$$2 \cdot \phi_{M-1,2} + V_1 + \phi_{M,3} - 4 \cdot \phi_{M,2} = 0$$

Παρόμοιες εξισώσεις μπορούν να γραφούν και για τις υπόλοιπες γραμμές, μέχρις ότου σαρωθούν όλοι οι κόμβοι του πλέγματος. Το πλήρες σύστημα των εξισώσεων αυτών σχετίζει τα δυναμικά των κόμβων με τις οριακές συνθήκες του προβλήματος, μπορεί δε με αναδιάταξη των όρων στις αντίστοιχες εξισώσεις να γραφεί με τη μορφή:

$$\alpha_{11}\phi_1 + \alpha_{22}\phi_2 + \dots + \alpha_{1m}\phi_m = \beta_1$$

$$\alpha_{21}\phi_1 + \alpha_{22}\phi_2 + \dots + \alpha_{2m}\phi_m = \beta_2$$

.....

(2.1.19)

$$\alpha_{m1}\phi_1 + \alpha_{m2}\phi_2 + \dots + \alpha_{mm}\phi_m = \beta_m$$

όπου $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m$ είναι τα **-άγνωστα- δυναμικά** των κόμβων του πλέγματος με αύξουσα αρίθμηση στις στήλες του πλέγματος από κάτω προς τα πάνω και για σάρωση που γίνεται από τα αριστερά προς τα δεξιά.

Το σύστημα των εξισώσεων (2.1.19) , γραμμένο σε μητρική μορφή ως:

$$[\alpha] [\phi] = [\beta] \quad (2.1.20)$$

μπορεί να επιλυθεί στον υπολογιστή με τη βοήθεια διαφόρων μεθόδων απαλοιφής.

Η υλοποίηση της παραπάνω διαδικασίας πραγματοποιήθηκε με το πρόγραμμα **matlab**.

2.1.2 Σκοπός και χρήση του matlab.

Το matlab είναι ένα σημαντικό εργαλείο για την ανάλυση υπολογιστικών προβλημάτων. Η πιο απλή χρήση του matlab συνίσταται στον υπολογισμό μαθηματικών πράξεων μεταξύ απλών αριθμών. Αυτό γίνεται με τη χρήση των εξής μαθηματικών τελεστών: πρόσθεση, πολ/σμό, αφαίρεση, διαίρεση, ύψωση σε δύναμη, διαίρεση προς τα αριστερά. Οι τελεστές αυτοί αποκτούν διαφορετικό νόημα για πράξεις μεταξύ πινάκων. Οι πίνακες έχουν ιδιαίτερη σημασία στο matlab. Το πρόγραμμα αποθηκεύει όλες τις αριθμητικές μεταβλητές που χρησιμοποιούνται σε αυτό με τη μορφή πινάκων. Ακόμα και οι απλοί αριθμοί θεωρούνται για το matlab πίνακες που αποτελούνται από μία γραμμή και μία στήλη.

Με τη βοήθεια του matlab μπορούμε να σχεδιάσουμε τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης. Το πρόγραμμα δεν ενδιαφέρεται ουσιαστικά για τη μορφή της συνάρτησης που θέλουμε σχεδιάσουμε, αλλά αντιστοιχίζει απλά κάθε στοιχείο του πίνακα των x που του δίνουμε με το αντίστοιχο στοιχείο των y και στη συνέχεια ενώνει τα σημεία που προκύπτουν. Είναι δική μας ευθύνη να δίνουμε κάθε φορά τους σωστούς πίνακες για να σχεδιάσει ο υπολογιστής τις γραφικές μας παραστάσεις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Σκοπός της εργασίας μας είναι ο υπολογισμός συντελεστού αυτεπαγωγής ηλεκτροφόρου αγωγού με τη βοήθεια της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών. Πριν όμως δούμε την υλοποίηση της μεθόδου πεπερασμένων διαφορών στον υπολογισμό συντελεστού αυτεπαγωγής είναι απαραίτητο να αναφερθεί γενικά η έννοια της αυτεπαγωγής καθώς και κάποια γενικά του χαρακτηριστικά και παράμετροι των πηνίων που είναι ιδιαίτερα σημαντικά.

3.1 ΠΗΝΙΑ

Το πηνίο είναι ένα στοιχείο δύο ακροδεκτών με κύριο χαρακτηριστικό το γεγονός ότι η τάση δεν είναι ανάλογη του ρεύματος αλλά του χρονικού ρυθμού μεταβολής του. Κατασκευαστικά το πηνίο αποτελείται από ένα αγωγίμο σύρμα που είναι συνήθως περιστραμμένο ώστε να διαγράφει την εξωτερική επιφάνεια ενός κυλίνδρου.

3.1.1 Αυτεπαγωγή

Η αυτεπαγωγή του πηνίου εξαρτάται από τα κατασκευαστικά χαρακτηριστικά του πηνίου δηλαδή το υλικό του αγωγού, την διάμετρο των σπειρών του, το μήκος του και το υλικό του πυρήνα του. Μετράται σε Henry ($H=Wb/A$) προς τιμήν του φυσικού Joseph Henry.

Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται στο εσωτερικό του πηνίου κατά την τροφοδότηση του πηνίου με χρονικά μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό ρεύμα, έχει την διεύθυνση του άξονά του. Η ποσότητα του μαγνητικού πεδίου που διέρχεται από κάθε σπείρα του πηνίου εκφράζεται από τη μαγνητική ροή, Φ , ενώ η συνολική ροή που διέρχεται από το πηνίο N σπειρών εκφράζεται από την πεπλεγμένη ροή, $\Psi=N*\Phi$. Λαμβάνοντας υπόψη ότι η ποσότητα της πεπλεγμένης ροής που διέρχεται από τις σπείρες του πηνίου είναι ανάλογη του ρεύματος που το διαρρέει, προκύπτει :

$$\Psi= L*i(t)=N*\Phi \quad (3.1.1)$$

Από την σχέση (3.1.1) φαίνεται ότι κάθε αύξηση του ρεύματος προκαλεί αύξηση στην πεπλεγμένη ροή Ψ . Σαν αποτέλεσμα της αύξησης της ροής έχουμε την επαγωγή τάσης στο πηνίο ,δεδομένου ότι μεταβολή του μαγνητικού πεδίου γύρω από ένα αγωγίμο μέσο προκαλεί την επαγωγή τάσης στο μέσο.

Επομένως η μεταβολή του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο έχει ως αποτέλεσμα την επαγωγή τάσης στα άκρα του.

Ο κανόνας του **Lenz** καθορίζει την πολικότητα της επαγόμενης τάσης και αναφέρει ότι η τάση πρέπει να αντιτίθεται στην αιτία που την δημιουργήσει. Σύμφωνα με τη σχέση :

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (3.1.2)$$

Το πηνίο διαφέρει από την αντίσταση στο γεγονός ότι μετατρέπει την ενέργεια από ηλεκτρική σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου και αντιστρόφως. Ωστόσο η ενέργεια αυτή δε χάνεται (όπως συμβαίνει με τη θερμότητα που εκλύεται από τον αντιστάτη) αλλά αποθηκεύεται στο πηνίο και μπορεί να ξαναμετατραπεί σε ηλεκτρική μέσω του φαινομένου της επαγωγής (δημιουργία ηλεκτρικού ρεύματος λόγω μεταβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου). Επομένως το πηνίο ανήκει στην κατηγορία των στοιχείων που αποθηκεύουν ενέργεια και δεν καταναλώνουν. Η ισχύς σε ένα πηνίο είναι η εξής :

$$P_L(t) = v(t) \cdot i(t) \quad (3.1.3)$$

χρησιμοποιώντας την εξίσωση με τη τάση (3.1.2) προκύπτει:

$$P_L(t) = L \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (3.1.4)$$

Αντίστοιχα η **ενέργεια** που αποθηκεύεται σε ένα πηνίο από τη χρονική στιγμή t_0 ως μία τυχαία χρονική στιγμή t προκύπτει από την ολοκλήρωση της σχέσης (3.1.4) ως εξής :

$$W_L(t) = \int_{t_0}^t P_L(t) dt = L \int_{t_0}^t i(t) \frac{di(t)}{dt} = L \int_{t_0}^t i(t) \cdot di(t) = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2(t) - \frac{1}{2} L \cdot i^2(t_0) \quad (3.1.5)$$

Υποθέτοντας ότι η χρονική στιγμή t_0 το ρεύμα ήταν μηδενικό, η παραπάνω σχέση απλοποιείται στην εξής:

$$W_L(t) = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2(t) \quad (3.1.6)$$

η οποία εκφράζει την ηλεκτρική ενέργεια που αποθηκεύεται σε ένα πηνίο από τη στιγμή που αρχίζει να διαρρέεται από ρεύμα μέχρι τη χρονική στιγμή t .

3.2 ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΟΥ ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΗΣ

Στο προηγούμενο κεφάλαιο αναλύσαμε τον υπολογισμό βαθμωτού δυναμικού ενός πυκνωτή στο ηλεκτροστατικό πεδίο με τη βοήθεια της δισδιάστατης εξίσωσης Laplace η οποία οδηγεί στην εξίσωση των πέντε σημείων. Στο μαγνητοστατικό πεδίο η χρησιμοποίηση του βαθμωτού μαγνητικού δυναμικού ϕ_m δεν ενδείκνυται στις περιπτώσεις όπου στις εξεταζόμενες περιοχές του πεδίου υπάρχουν διανεμημένα ηλεκτρικά ρεύματα.

Πράγματι, η πρώτη εξίσωση του Maxwell

$$\nabla \times H = J \quad (3.2.1)$$

εκφράζει ότι, αντίθετα προς το ηλεκτροστατικό πεδίο, το μαγνητοστατικό πεδίο δεν είναι αστρόβιλο σε περιοχές όπου υπάρχουν ηλεκτρικά ρεύματα.

Επίσης η τρίτη εξίσωση του Maxwell

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (3.2.2)$$

καθορίζει ότι στο μαγνητοστατικό πεδίο δεν υφίστανται μαγνητικά φορτία, αντίθετα πάλι προς το ηλεκτροστατικό πεδίο που δημιουργείται πάντοτε από ηλεκτρικά φορτία.

Η εξίσωση (3.2.2), αν λάβουμε υπόψη τη γνωστή ταυτότητα της διανυσματικής ανάλυσης σύμφωνα με την οποία η απόκλιση της στροφής οποιουδήποτε διανύσματος είναι ίση με μηδέν, οδηγεί στην εισαγωγή ενός βοηθητικού διανύσματικού μεγέθους A που συνδέεται με το διάνυσμα της μαγνητικής επαγωγής B με τη σχέση :

$$B = \nabla \times A \quad (3.2.3)$$

Όπως είναι προφανές, η (3.2.3) αποτελεί γενική λύση της (3.2.2) αφού

$$\nabla \cdot B = \nabla \cdot \nabla \times A = 0 \quad (3.2.4)$$

Η διανυσματική συνάρτηση A που εισάγεται με την (3.2.3) ονομάζεται διανυσματικό μαγνητικό δυναμικό. Μια τέτοια όμως συνάρτηση δεν καθορίζεται κατά τρόπο μοναδικό για την περιγραφή ενός δοσμένου μαγνητικού πεδίου B . Υπάρχει δηλαδή απειρία διανυσματικών δυναμικών A που ικανοποιούν τη σχέση ορισμού (3.2.3).

Για την επιλογή μιας μόνο διανυσματικής συνάρτησης A , από την απειρία των δυνατών συναρτήσεων, απαιτείται η επιβολή μιας πρόσθετης συνθήκης. Προς το σκοπό αυτό και επειδή η περιγραφή ενός διανυσματικού πεδίου είναι δυνατή όταν είναι γνωστή η στροφή και η απόκλιση του διανύσματος που το περιγράφει, ως πρόσθετη συνθήκη επιλέγεται ο καθορισμός της απόκλισης του διανυσματικού πεδίου A . Στο μαγνητοστατικό πεδίο, από την απειρία των δυνατών διανυσματικών συναρτήσεων A , επιλέγεται εκείνη που σε κάθε θέση του χώρου ικανοποιεί τη συνθήκη :

$$\boxed{\nabla \cdot A = 0} \quad (3.2.5)$$

3.2.1 Η διανυσματική εξίσωση Poisson

Ας επιστρέψουμε τώρα στην (3.2.1), η οποία για ένα γραμμικό, ομογενές και ισότροπο μέσο με σταθερή μαγνητική διαπερατότητα μ γράφεται ως εξής:

$$\nabla \times B = \mu J \quad (3.2.6)$$

ή με αντικατάσταση της μαγνητικής επαγωγής B από την (3.2.3)

$$\nabla \times \nabla \times A = \mu J \quad (3.2.7)$$

Από την (3.2.6), αν το πρώτο μέλος αντικατασταθεί από την διανυσματική ταυτότητα

$$\nabla \times \nabla \times A = \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla^2 A \quad (3.2.8)$$

και επειδή ο πρώτος όρος στο δεύτερο μέλος της (3.2.8) λόγω της (3.2.5) είναι ίσος με μηδέν, προκύπτει η :

$$\boxed{\nabla^2 A = -\mu J} \quad (3.2.9)$$

Η σχέση (3.2.9) ονομάζεται **διανυσματική εξίσωση Poisson**.

Όπου μ ονομάζεται μαγνητική διαπερατότητα και είναι σταθερό και μονοδιάστατο μέγεθος και J είναι το διάνυσμα του ρεύματος το οποίο είναι σταθερό για κάθε σημείο του πηνίου και A είναι το διανυσματικό δυναμικό του μαγνητικού πεδίου. Ισχύει λοιπόν για το μαγνητικό πεδίο η παρακάτω σχέση:

$$\nabla^2 A \equiv \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = \mu J \quad (3.2.10)$$

Σε ένα πρόβλημα δύο διαστάσεων $A = A_z$, η εξίσωση των πέντε σημείων με βάση την εξίσωση poisson είναι η εξής:

$$A_{i+1,j} + A_{i-1,j} + A_{i,j+1} + A_{i,j-1} - 4A_{i,j} = -\mu \cdot J \quad (3.2.11)$$

Ενώ η μαγνητική επαγωγή B χωρίζεται σε δύο συνιστώσες B_x, B_y οι οποίες συνδέονται άμεσα με το διανυσματικό μαγνητικό δυναμικό A_z με τις σχέσεις:

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} \quad (3.2.12)$$

$$B_y = \frac{\partial A_z}{\partial x} \quad (3.2.13)$$

Οι παραπάνω σχέσεις των συντεταγμένων της μαγνητικής επαγωγής αν υλοποιηθούν σε ορθογώνιο πλέγμα γράφονται ως εξής:

$$B_x \Big|_{i,j} = \frac{A_z \Big|_{i,j} - A_z \Big|_{i,j-1}}{\delta y} \quad (3.2.14)$$

$$B_y \Big|_{i,j} = -\frac{A_z \Big|_{i,j} - A_z \Big|_{i-1,j}}{\delta x} \quad (3.2.15)$$

Όπως είδαμε οι τιμές της μαγνητικής επαγωγής B μπορούν να υπολογιστούν αν βρεθούν οι τιμές του μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού A . Ας δούμε όμως τώρα πως συνδέεται η ενέργεια στο εσωτερικό του αγωγού με το διανυσματικό μαγνητικό δυναμικό A .

$$W_m = \frac{1}{2\mu} \iint_S \vec{B}^2 \cdot dS \Rightarrow W_m = \frac{1}{2\mu} \int_0^a \int_0^b \vec{B}^2 dx \cdot dy = \frac{1}{2\mu} \int_0^a \int_0^b \left[\left(\frac{A_z|_{i,j} - A_z|_{i,j-1}}{\delta y} \right)^2 + \left(\frac{A_z|_{i,j} - A_z|_{i-1,j}}{\delta x} \right)^2 \right] \cdot dx \cdot dy$$

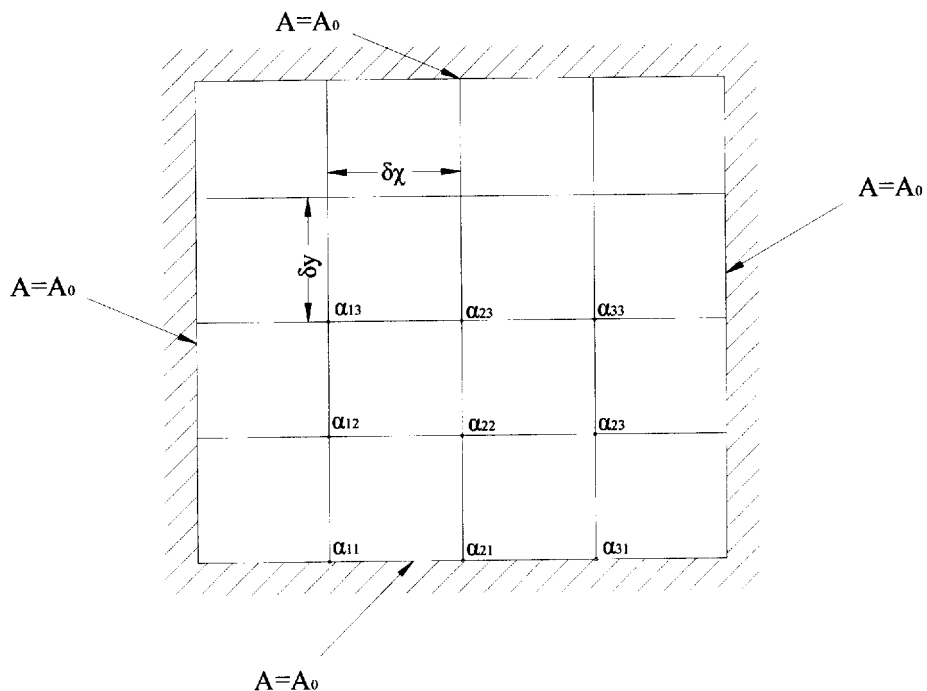
$$\text{Θέτοντας ως } f = \left(\frac{A_z|_{i,j} - A_z|_{i,j-1}}{\delta y} \right)^2 + \left(\frac{A_z|_{i,j} - A_z|_{i-1,j}}{\delta x} \right)^2$$

Το παραπάνω διπλό ολοκλήρωμα μπορεί να υπολογιστεί, οπότε η σχέση της ενέργειας μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$W_m = \left[(f_{i+1,j+1} + f_{i+1,j-1} + f_{i-1,j+1} + f_{i-1,j-1}) + 4 \cdot (f_{i,j+1} + f_{i,j-1} + f_{i+1,j} + f_{i-1,j}) + 16 \cdot A|_{i,j} \right] \cdot \frac{\delta x \cdot \delta y}{9} \quad (3.2.16)$$

3.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΣΕ ΑΓΩΓΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

Έχουμε ένα αγωγό ο οποίος είναι τετραγωνικός. Το μαγνητικό δυναμικό του τοιχώματος αγωγού είναι γνωστό και ίσο με A_0 σε κάθε πλευρά του αγωγού όπως φαίνονται στο σχήμα 3.31 Το μαγνητικό δυναμικό είναι άγνωστο και είναι απαραίτητο να βρεθεί προκειμένου να υπολογιστεί ο συντελεστής αυτεπαγωγής. Η πλευρά του τετραγωνικού αγωγού είναι ίση με β_1 .



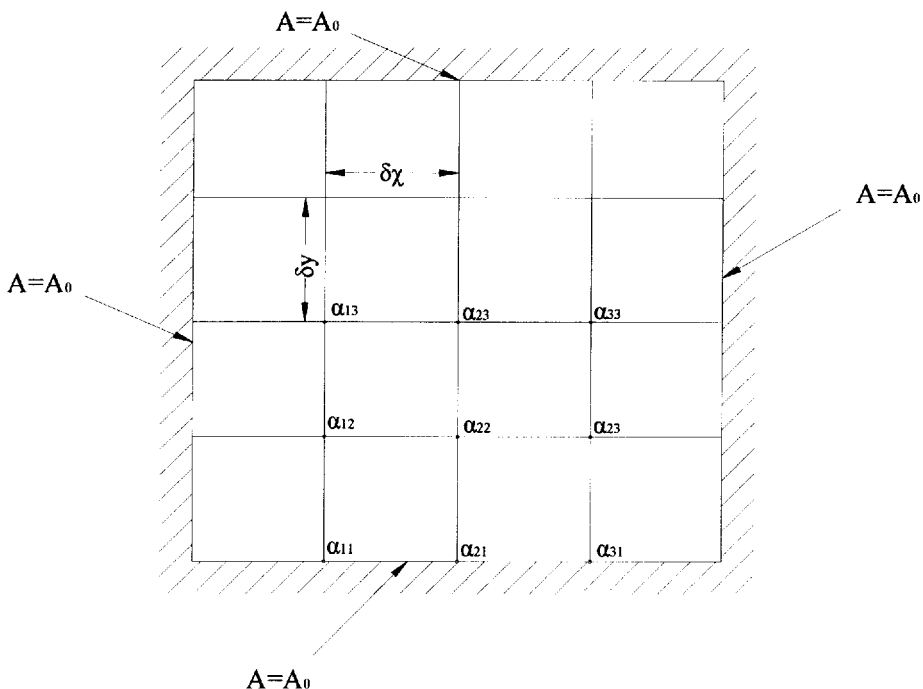
Σχήμα 3.3.1

Τα βήματα που ακολουθούμε για τη διακριτοποίηση του χώρου είναι τα εξής :

1. Χωρίζουμε τον χώρο μας σε κελιά διαστάσεων δx , δy . Με τον τρόπο αυτό προκύπτουν κόμβοι οι οποίοι είναι τα σημεία που δημιουργούνται από την τομή των ευθειών του πλέγματος. (Ένα τυπικό σημείο του πλέγματος θα υποδηλώνεται με τις συντεταγμένες i,j όπου το μαγνητικό δυναμικό εκεί ,θα είναι άγνωστο).
2. Στη συνέχεια με τη βοήθεια των σειρών Taylor,μετατρέπουμε τη διαφορική εξίσωση Poisson που περιγράφει το φυσικό πρόβλημα: $\nabla^2 A = -\mu J$ σε

3.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΣΕ ΑΓΩΓΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

Έχουμε ένα αγωγό ο οποίος είναι τετραγωνικός. Το μαγνητικό δυναμικό του τοιχώματος αγωγού είναι γνωστό και ίσο με A_0 σε κάθε πλευρά του αγωγού όπως φαίνονται στο σχήμα 3.31 Το μαγνητικό δυναμικό είναι άγνωστο και είναι απαραίτητο να βρεθεί προκειμένου να υπολογιστεί ο συντελεστής αυτεπαγωγής. Η πλευρά του τετραγωνικού αγωγού είναι ίση με β_1 .



Σχήμα 3.3.1

Τα βήματα που ακολουθούμε για τη διακριτοποίηση του χώρου είναι τα εξής :

1. Χωρίζουμε τον χώρο μας σε κελιά διαστάσεων δ_x , δ_y . Με τον τρόπο αυτό προκύπτουν κόμβοι οι οποίοι είναι τα σημεία που δημιουργούνται από την τομή των ευθειών του πλέγματος. (Ένα τυπικό σημείο του πλέγματος θα υποδηλώνεται με τις συντεταγμένες i,j όπου το μαγνητικό δυναμικό εκεί ,θα είναι άγνωστο).
2. Στη συνέχεια με τη βοήθεια των σειρών Taylor,μετατρέπουμε τη διαφορική εξίσωση Poisson που περιγράφει το φυσικό πρόβλημα: $\nabla^2 A = -\mu J$ σε

εξίσωση διαφορών. Επιλέγουμε $\delta x = \delta y$ οπότε προκύπτει η εξίσωση των πέντε σημείων που αναφέραμε και στην παράγραφο 3.2 η οποία είναι η εξής : $A_{i+1,j} + A_{i-1,j} + A_{i,j+1} + A_{i,j-1} - 4A_{i,j} = -\mu \cdot J$ Έτσι σχηματίζεται ένα σύστημα εξισώσεων

3. Με αυτή μας την ενέργεια δημιουργούμε τρεις πίνακες Y, X και Z.

→ Ο πίνακας Y είναι ο πίνακας που δημιουργείται με τη βοήθεια της εξίσωσης των πέντε σημείων.

→ Ο πίνακας X είναι αυτός που έχει τις τιμές των κόμβων που αναζητούμε(τιμές αγνώστων μαγνητικών δυναμικών)

Ο πίνακας Z είναι αυτός με τις τιμές που προκύπτουν από τους κόμβους γνωστών μαγνητικών δυναμικών.

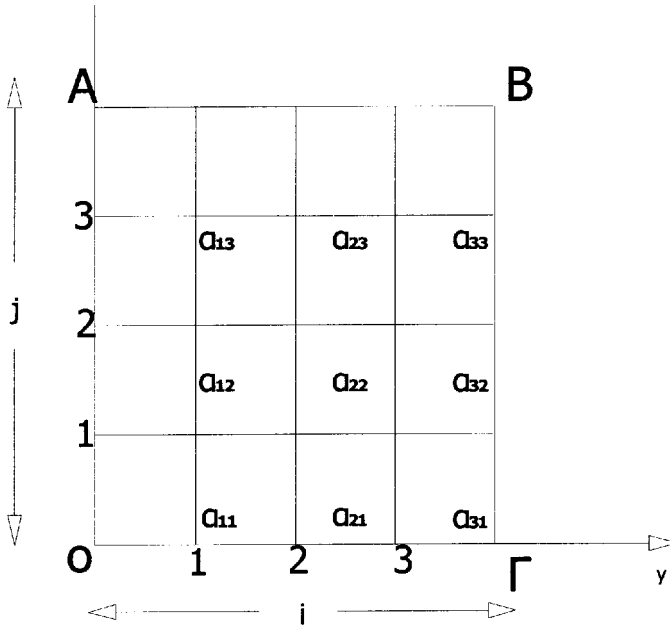
4. Το επόμενο βήμα της διαδικασίας είναι η επίλυση του συστήματος που δημιουργείται από τους πίνακες που προαναφέραμε

Στο τελευταίο βήμα της όλης διαδικασίας, με βάση τις τιμές του μαγνητικού δυναμικού A που έχουν βρεθεί από το προηγούμενο βήμα, υπολογίζεται η ενέργεια από τον τύπο :

$$W_m = \left[(f_{i+1,j+1} + f_{i+1,j-1} + f_{i-1,j+1} + f_{i-1,j-1}) + 4 \cdot (f_{i,j+1} + f_{i,j-1} + f_{i+1,j} + f_{i-1,j}) + 16 \cdot A_{i,j} \right] \cdot \frac{\delta x \cdot \delta y}{9}$$

$$\text{όπου } f = \left(\frac{A_z|_{i,j} - A_z|_{i,j-1}}{\delta y} \right)^2 + \left(\frac{A_z|_{i,j} - A_z|_{i-1,j}}{\delta x} \right)^2$$

Ας δώσουμε ένα παράδειγμα της μεθόδου πολλαπλών διαφορών . Έστω ότι έχουμε ένα χώρο OABΓ και για τις δεδομένες οριακές συνθήκες το δυναμικό για τις πλευρές AB, ΒΓ, ΓΟ, ΟΑ είναι ίσο με μηδέν , ενώ επιλέγουμε $\delta x = \delta y$



Σχήμα 3.3.2

Εφαρμόζουμε την εξίσωση $A_{i+1,j} + A_{i-1,j} + A_{i,j+1} + A_{i,j-1} - 4A_{i,j} = -\mu \cdot J$ στα εσωτερικά σημεία, όπου $i=1,2,3$ και $j=1,2,3$ και έχουμε εννέα εξισώσεις οι οποίες περιέχουν τις άγνωστες τιμές του α .

$$0 + 0 + A_{1,2} + A_{2,1} - 4 \cdot A_{1,1} = -4 \cdot \pi \cdot 10^{-4}$$

$$0 + A_{3,1} + A_{1,1} + A_{2,2} - 4 \cdot A_{2,1} = -4 \cdot \pi \cdot 10^{-4}$$

$$0 + 0 + A_{3,2} + A_{2,1} - 4 \cdot A_{3,1} = -4 \cdot \pi \cdot 10^{-4}$$

$$0 + A_{1,3} + A_{2,2} + A_{1,1} - 4 \cdot A_{1,2} = -4 \cdot \pi \cdot 10^{-4}$$

$$A_{3,2} + A_{2,1} + A_{1,2} + A_{2,3} - 4 \cdot A_{2,2} = -4 \cdot \pi \cdot 10^{-4}$$

$$0 + A_{3,3} + A_{3,1} + A_{2,2} - 4 \cdot A_{3,2} = -4 \cdot \pi \cdot 10^{-4}$$

$$0 + 0 + A_{1,2} + A_{2,3} - 4 \cdot A_{1,3} = -4 \cdot \pi \cdot 10^{-4}$$

$$0 + A_{1,3} + A_{3,3} + A_{2,2} - 4 \cdot A_{2,3} = -4 \cdot \pi \cdot 10^{-4}$$

$$0 + 0 + A_{3,2} + A_{2,3} - 4 \cdot A_{3,3} = -4 \cdot \pi \cdot 10^{-4}$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις σχηματίζονται οι πίνακες :

$$\begin{bmatrix} - & 410100000 \\ 1 & - & 41010000 \\ 01 & - & 4001000 \\ 100 & - & 410100 \\ 0101 & - & 41010 \\ 00101 & - & 4001 \\ 000100 & - & 410 \\ 0000101 & - & 41 \\ 00000101 & - & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{1,1} \\ A_{1,2} \\ A_{1,3} \\ A_{2,1} \\ A_{2,2} \\ A_{2,3} \\ A_{3,1} \\ A_{3,2} \\ A_{3,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - & 0,01256 \\ - & 0,01256 \\ - & 0,01256 \\ - & 0,01256 \\ - & 0,01256 \\ - & 0,01256 \\ - & 0,01256 \\ - & 0,01256 \\ - & 0,01256 \end{bmatrix}$$

Οι λύσεις του παραπάνω συστήματος είναι οι εξής:

$$A_{1,1} = 0,0086$$

$$A_{1,2} = 0,0110$$

$$A_{1,3} = 0,0086$$

$$A_{2,1} = 0,0110$$

$$A_{2,2} = 0,1410$$

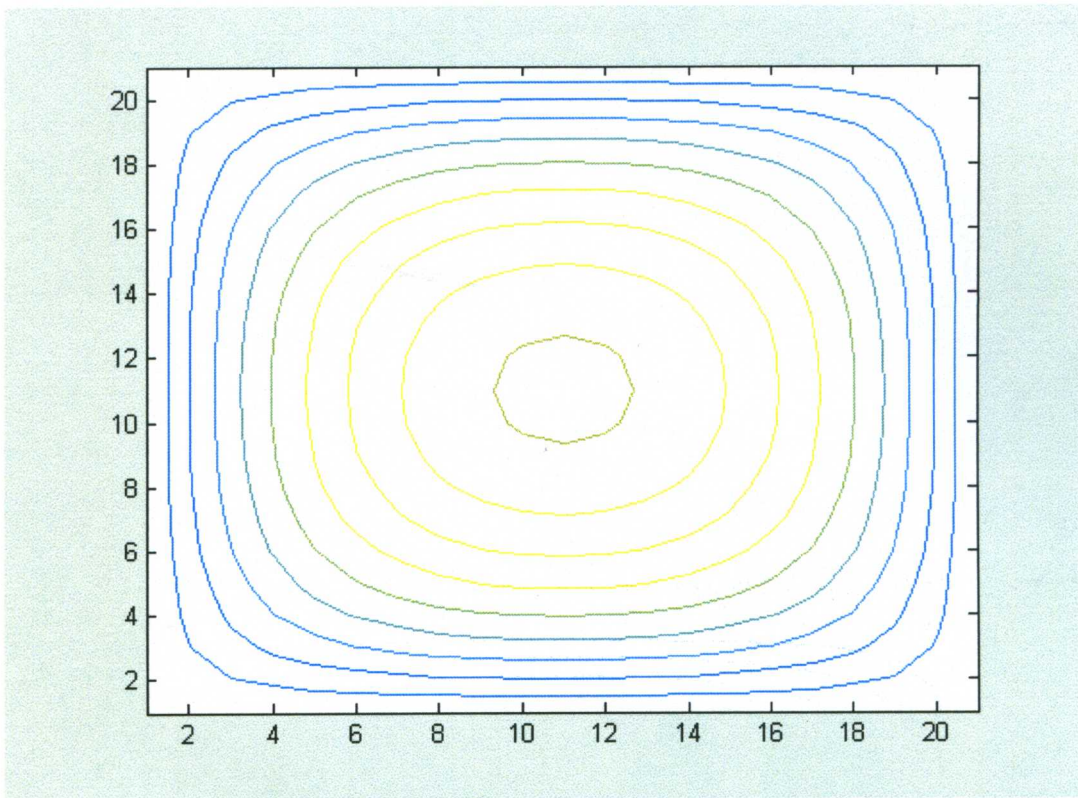
$$A_{2,3} = 0,0110$$

$$A_{3,1} = 0,0086$$

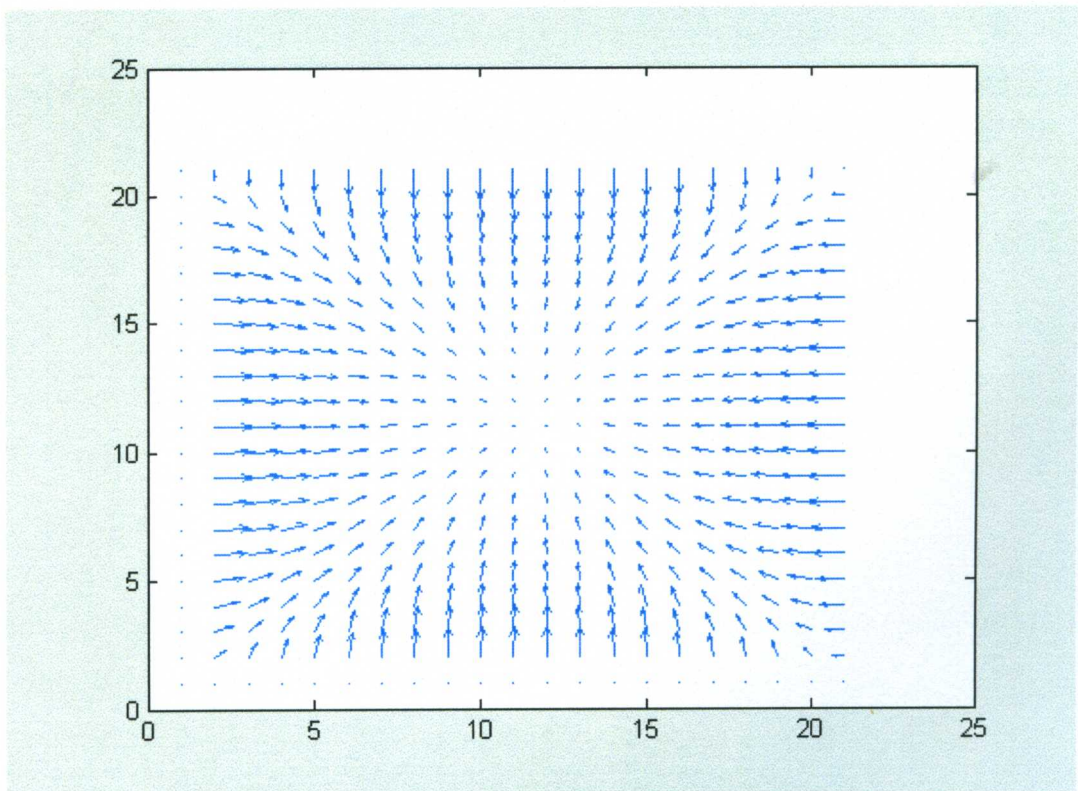
$$A_{3,2} = 0,0110$$

$$A_{3,3} = 0,0086$$

Το παραπάνω πρόβλημα και οι λύσεις του βρέθηκαν με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το ύψος και το πλάτος του αγωγού ,τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς και την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό. Αυτό που κάνουμε αρχικά είναι να υπολογίσουμε τις ισοδυναμικές γραμμές δηλαδή τις επιφάνειες που έχουν το ίδιο δυναμικό (σχήμα 3.3.3). Έπειτα υπολογίζουμε τις δυναμικές γραμμές οι οποίες είναι πάντα κάθετες στις ισοδυναμικές επιφάνειες (σχήμα 3.3.4).



Σχήμα 3.3.3



Σχήμα 3.3.4

3.4 ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Στα παρακάτω κεφάλαια θα επιλύσουμε το πρόβλημα πρακτικά. Αυτό που θα κάνουμε κάθε φορά είναι να μεταβάλουμε ένα διαφορετικό στοιχείο για να δούμε τις μεταβολές τόσο στην ενέργεια του αγωγού όσο και στην αυτεπαγωγή. Αυτό που θα μεταβάλουμε διαδοχικά θα είναι τα κελιά διακριτοποίησης, τις διαστάσεις του αγωγού, την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό, τις τιμές της μαγνητικής διαπερατότητας.

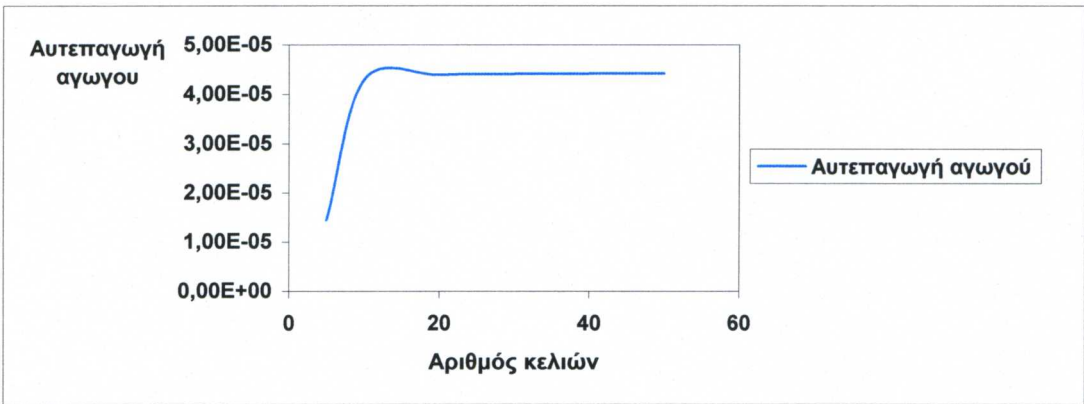
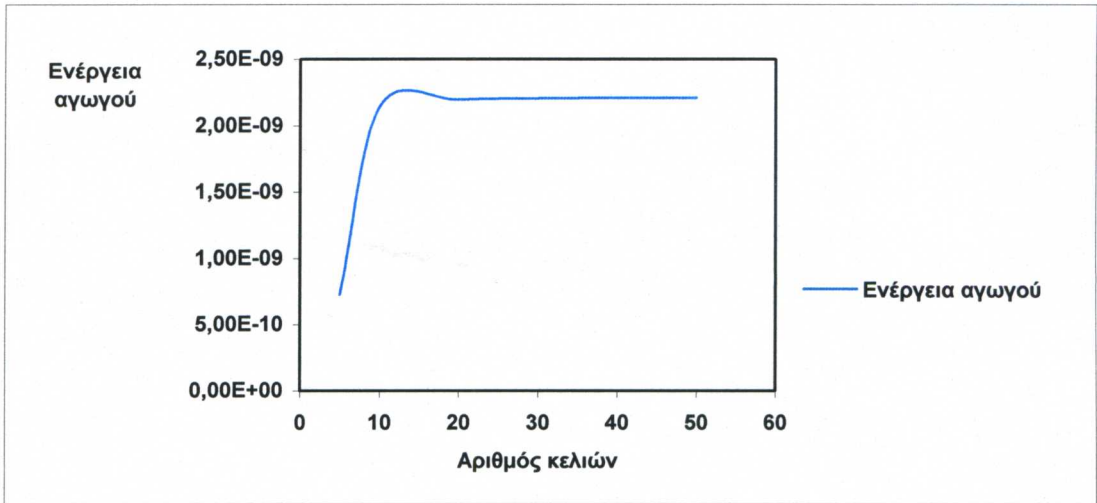
3.4.1 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΩΝ ΚΕΛΙΩΝ ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Έστω ότι δίνουμε τις τιμές του πίνακα 1. Το ύψος και το πλάτος του αγωγού είναι σταθερά, καθώς επίσης και η ένταση του ρεύματος και η μαγνητική διαπερατότητα. Η τιμή που θα μεταβάλουμε είναι ο αριθμός των κελιών οριζοντίως και καθέτως. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα .

Πίνακας 1

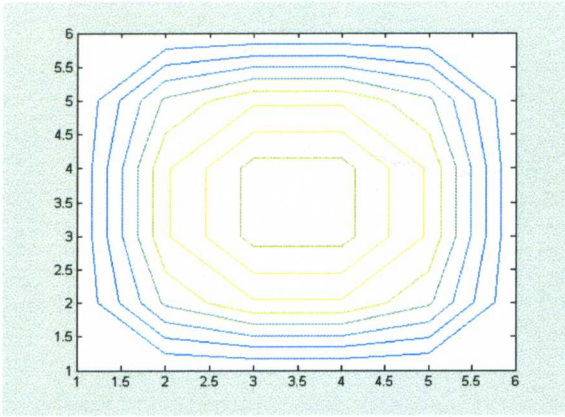
Ύψος αγωγού (m)	Πλάτος αγωγού (m)	Ένταση του ρεύματος (A)	Μαγνητική διαπερατότητα (H/m)	Αριθμός των κελιών οριζοντίως	Αριθμός των κελιών καθέτως	Αυτεπαγωγή αγωγού (H)	Ενέργεια αγωγού (J)
0.1	0.1	1	0,00125664	5	5	1,44E-05	7,19E-10
0.1	0.1	1	0,00125664	10	10	4,28E-05	2,14E-09
0.1	0.1	1	0,00125664	20	20	4,38E-05	2,19E-09
0.1	0.1	1	0,00125664	30	30	4,40E-05	2,20E-09
0.1	0.1	1	0,00125664	40	40	4,41E-05	2,20E-09
0.1	0.1	1	0,00125664	50	50	4,41E-05	2,21E-09

Αυτό που παρατηρούμε σύμφωνα με τα παραπάνω αποτελέσματα, είναι ότι καθώς αυξάνεται η τιμή των κελιών οριζοντίως και καθέτως, τόσο η ενέργεια όσο και η αυτεπαγωγή συγκλίνουν σε συγκεκριμένες τιμές. Αυτό το απεικονίζουμε και παρακάτω με τη γραφική παράσταση. Η καμπύλη δείχνει τις μεταβολές που έχουμε στην ενέργεια και την αυτεπαγωγή με την αύξηση του αριθμού των κελιών οριζοντίως και καθέτως.

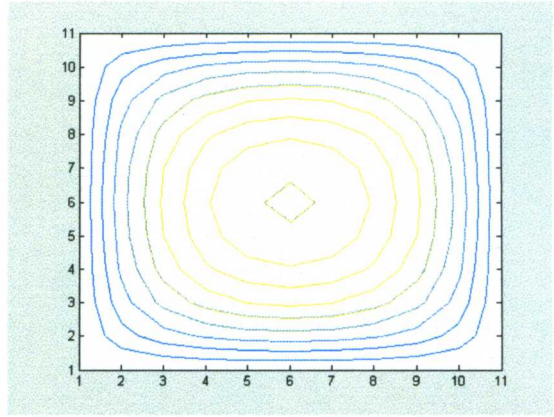


Παρακάτω απεικονίζουμε γραφικά τις ισοδυναμικές επιφάνειες με βάση τον παραπάνω πίνακα για αριθμό κελιών 5, 10, 20, 30, 40 και 50.

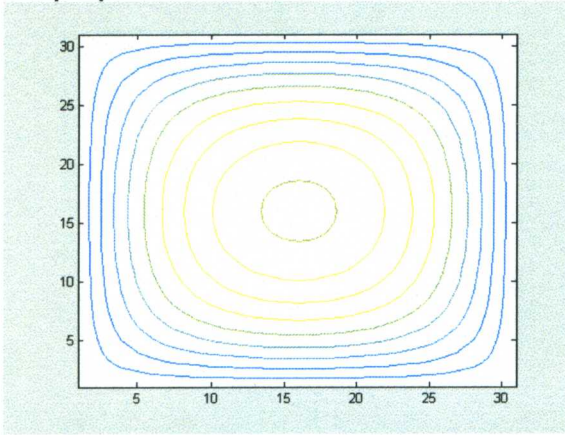
Ισοδυναμικές επιφάνειες
για αριθμό κελιών 5



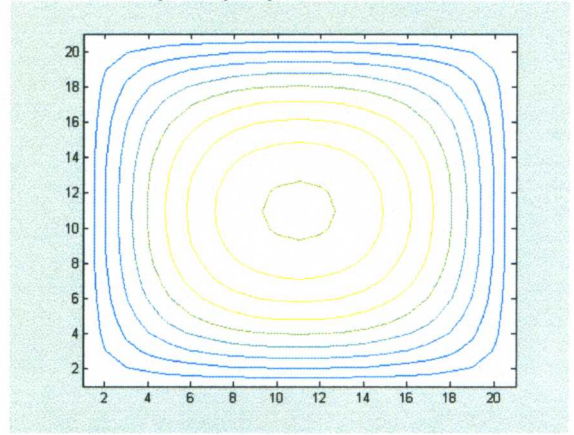
Ισοδυναμικές επιφάνειες
για αριθμό κελιών 10



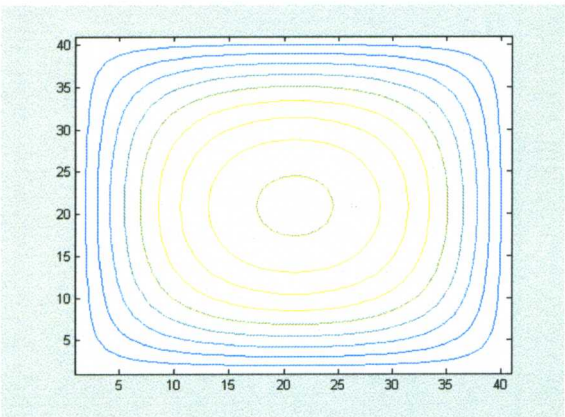
Ισοδυναμικές επιφάνειες
για αριθμό κελιών 20



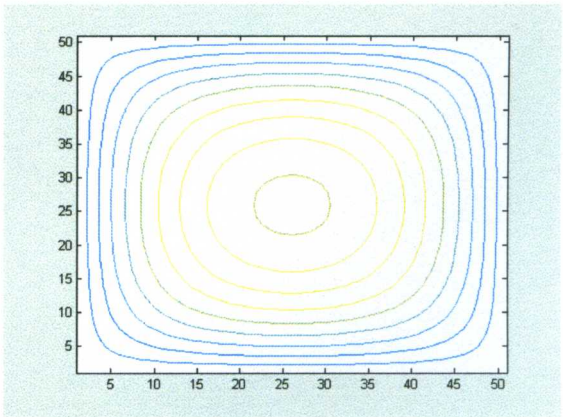
Ισοδυναμικές επιφάνειες
για αριθμό κελιών 30



Ισοδυναμικές επιφάνειες
για αριθμό κελιών 40



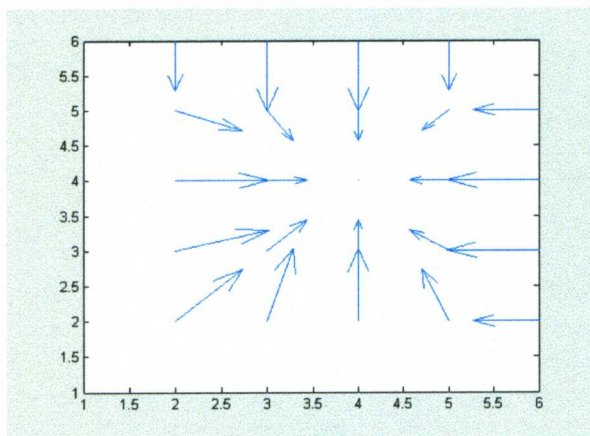
Ισοδυναμικές επιφάνειες
για αριθμό κελιών 50



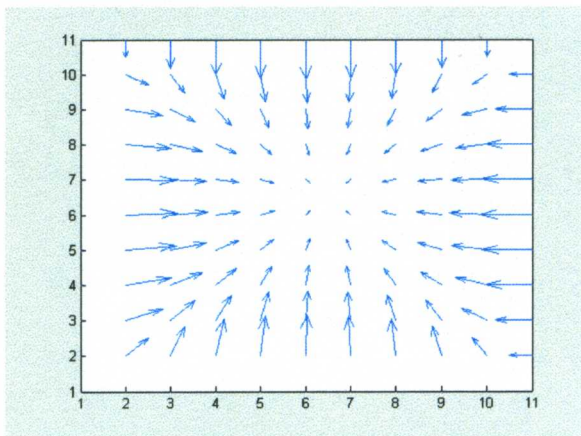
Από τα παραπάνω σχήματα βλέπουμε ότι όσο πιο μεγάλος είναι ο αριθμός των κελιών οριζοντίως και καθέτως τόσο πιο ομοιόμορφες είναι οι καμπύλες των ισοδυναμικών επιφανειών .

Απεικονίζουμε στη συνέχεια τις δυναμικές γραμμές για αριθμό κελιών (με την βοήθεια του προγράμματος matlab) 5, 10, 20, 30, 40, 50.

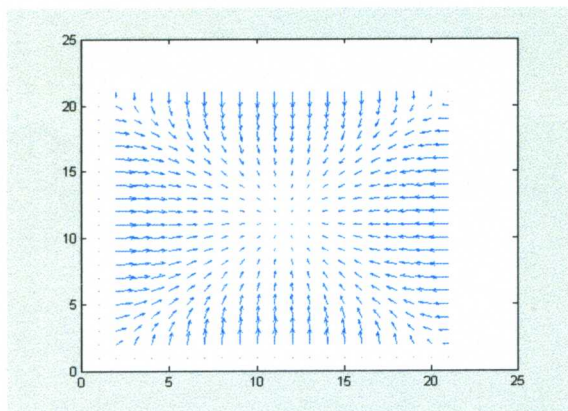
Δυναμικές γραμμές για αριθμό κελιών 5



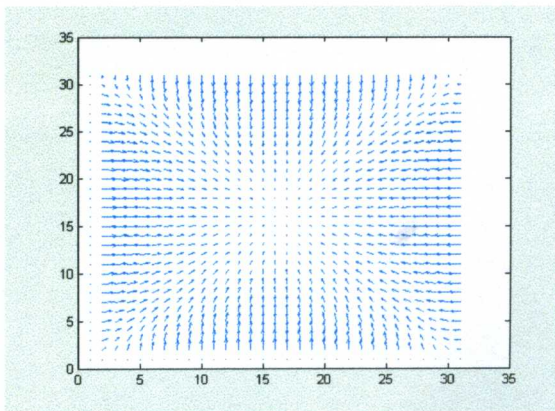
Δυναμικές γραμμές για αριθμό κελιών 10



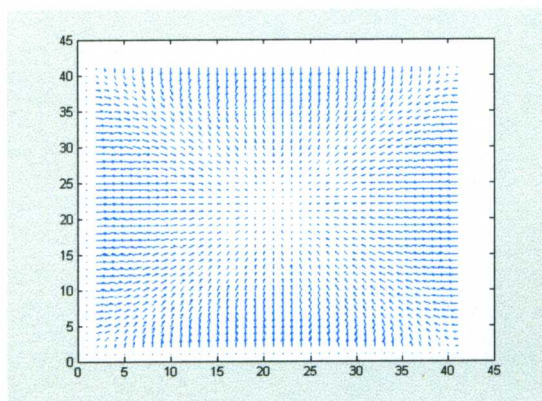
Δυναμικές γραμμές για αριθμό κελιών 20



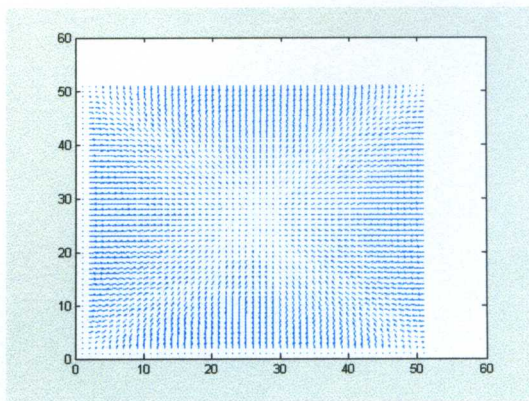
Δυναμικές γραμμές για αριθμό κελιών 30



Δυναμικές γραμμές για αριθμό κελιών 40



Δυναμικές γραμμές για αριθμό κελιών 50



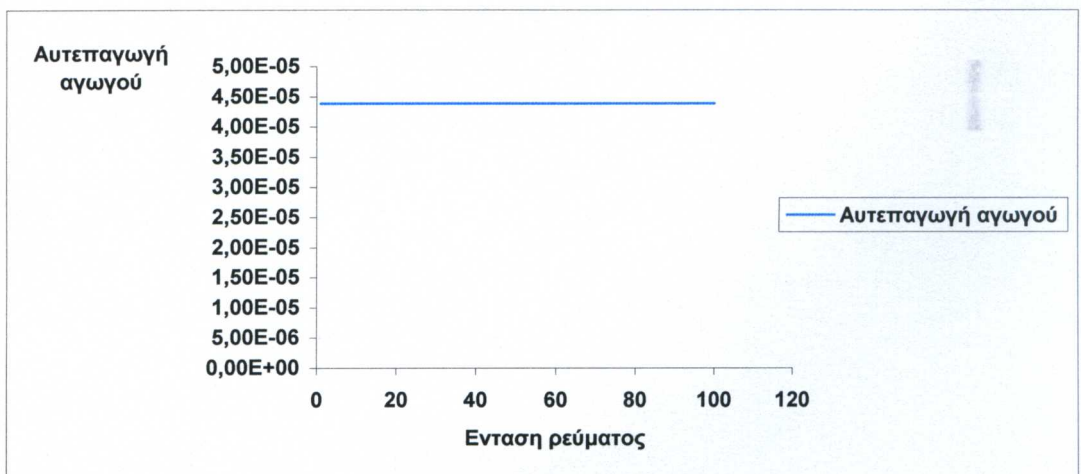
3.4.2 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΕΝΤΑΣΗΣ ΤΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ.

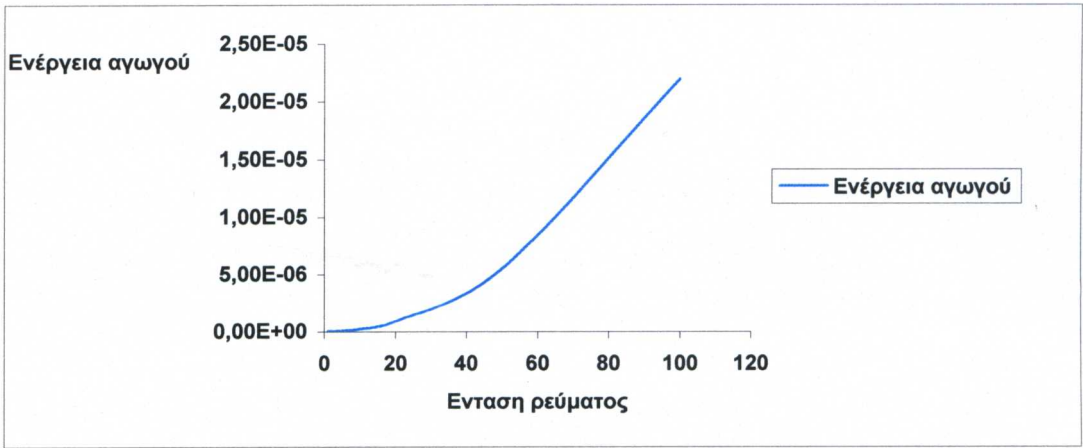
Η επόμενη τιμή που μεταβάλουμε είναι η τιμή της έντασης του ρεύματος. Τα αποτελέσματα που παίρνουμε φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 2

Υψος αγωγού (m)	Πλάτος αγωγού (m)	Ένταση του ρεύματος (A)	Μαγνητική διαπερατότητα (H/m)	Αριθμός των κελιών οριζοντίως	Αριθμός των κελιών καθέτως	Αυτεπαγωγή αγωγού (H)	Ενέργεια αγωγού (J)
0.1	0.1	1	0,00125664	20	20	4,38E-05	2,19E-09
0.1	0.1	2	0,00125664	20	20	4,38E-05	8,76E-09
0.1	0.1	5	0,00125664	20	20	4,38E-05	5,48E-08
0.1	0.1	10	0,00125664	20	20	4,38E-05	2,19E-07
0.1	0.1	20	0,00125664	20	20	4,38E-05	8,76E-07
0.1	0.1	50	0,00125664	20	20	4,38E-05	5,48E-06
0.1	0.1	100	0,00125664	20	20	4,38E-05	2,19E-05

Αυτό που παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα είναι ότι ο συντελεστής αυτεπαγωγής αγωγού δεν μεταβάλλεται με την αύξηση της τιμής του ρεύματος. Ενώ η ενέργεια του αγωγού αυξάνεται με την αύξηση της έντασης του ρεύματος. Οι παραπάνω μεταβολές απεικονίζονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:

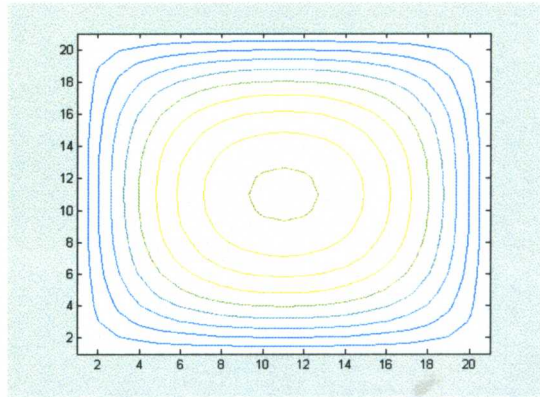
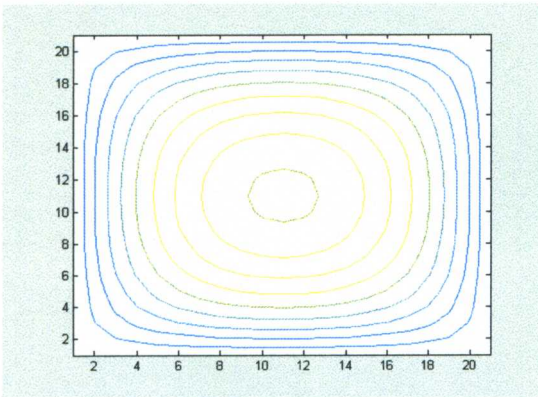




Απεικονίζουμε τώρα γραφικά τις ισοδυναμικές επιφάνειες με βάση τον παραπάνω πίνακα για ένταση του ρεύματος 1A, 5A, 20A, 100A

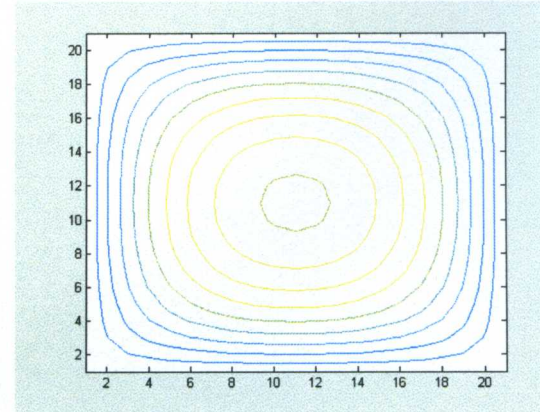
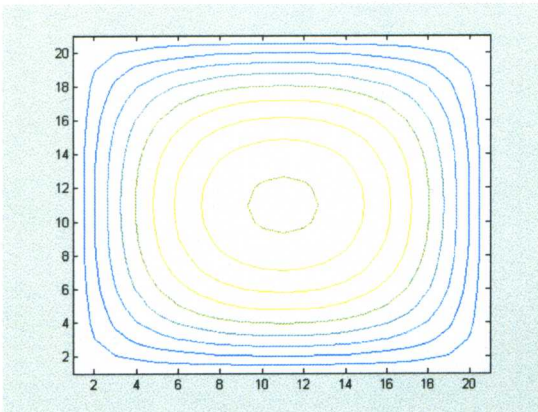
Ισοδυναμικές επιφάνειες για ένταση ρεύματος 1A

Ισοδυναμικές επιφάνειες για ένταση ρεύματος 5A



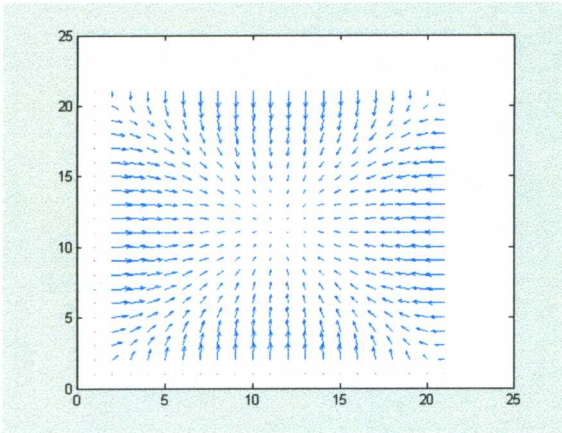
Ισοδυναμικές επιφάνειες για ένταση ρεύματος 20A

Ισοδυναμικές επιφάνειες για ένταση ρεύματος 100A

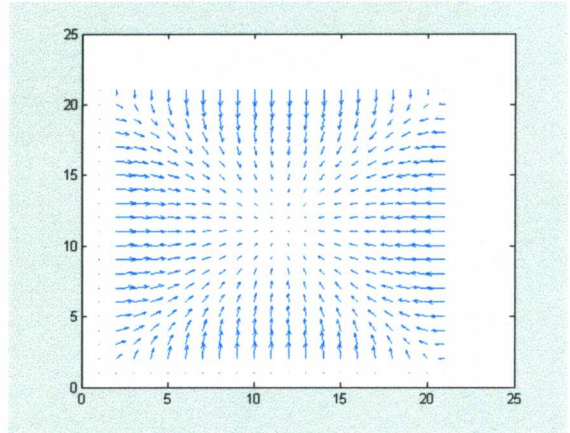


Απεικονίζουν στη συνέχεια τις δυναμικές γραμμές για ένταση ρεύματος (με την βοήθεια του προγράμματος matlab) 1A, 5A, 20A, 100A.

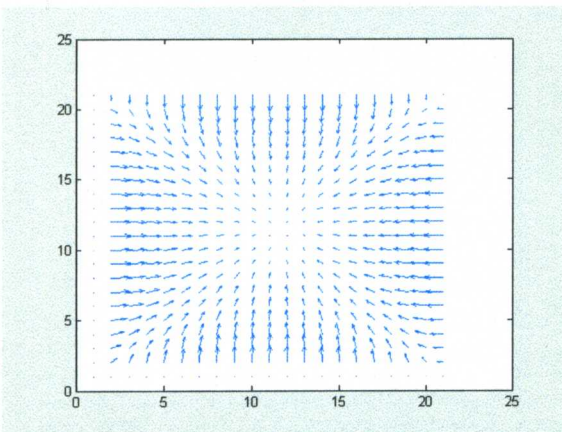
Δυναμικές γραμμές
για ένταση ρεύματος 1A



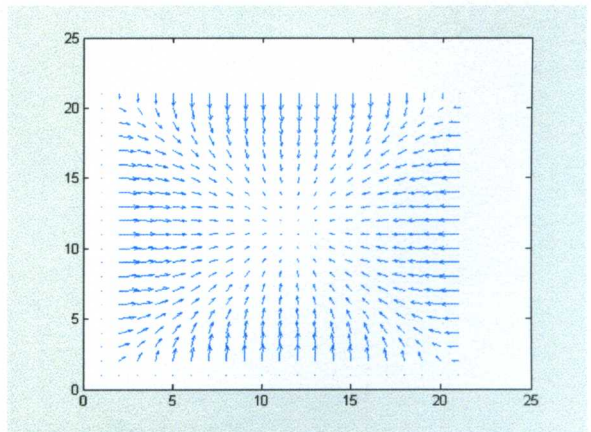
Δυναμικές γραμμές
για ένταση ρεύματος 5A



Δυναμικές γραμμές
για ένταση ρεύματος 20A



Δυναμικές γραμμές
για ένταση ρεύματος 100A



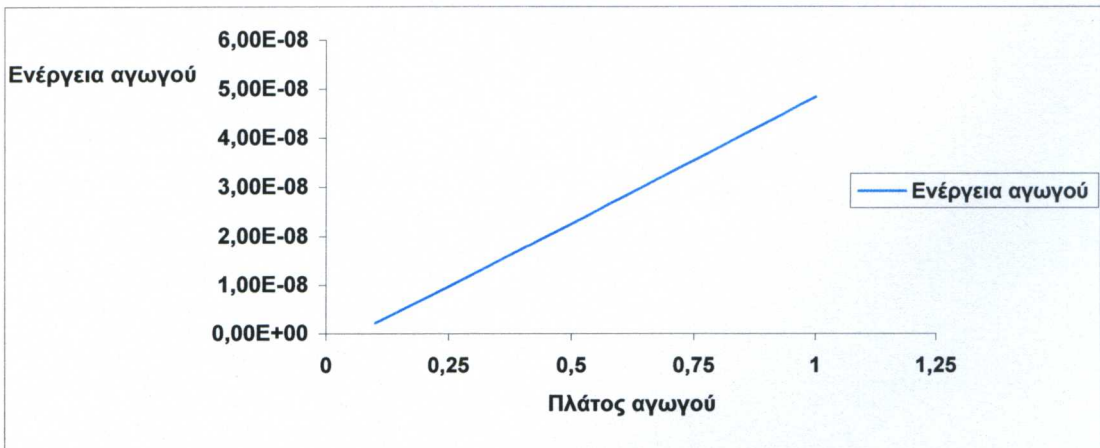
3.4.3 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ ΤΟΥ ΑΓΩΓΟΥ

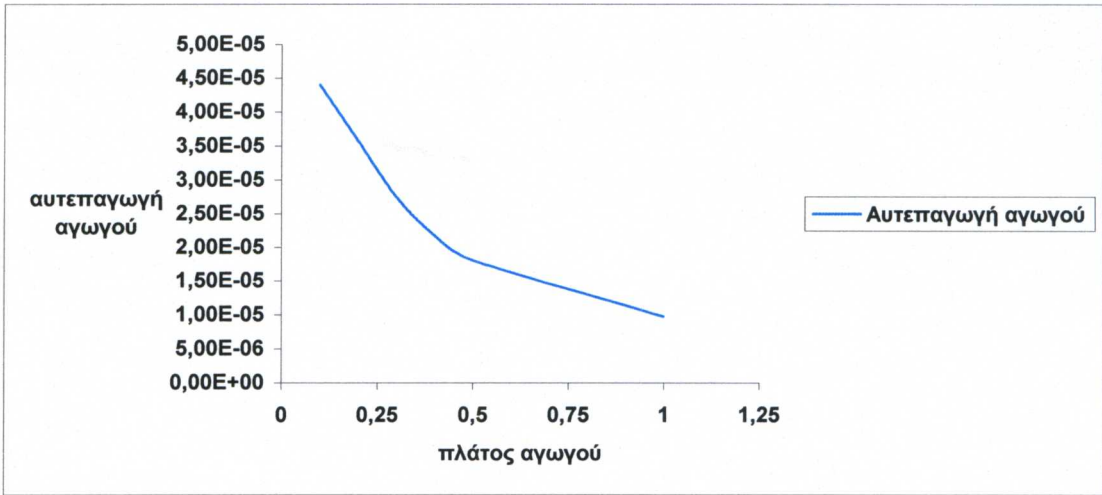
Η διάσταση του αγωγού που θα μεταβάλουμε είναι το πλάτος του αγωγού, η οποία μεταβολή έχει τα αποτελέσματα του παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 3

Ύψος αγωγού (m)	Πλάτος αγωγού (m)	Ένταση του ρεύματος (A)	Μαγνητική διαπερατότητα (H/m)	Αριθμός των κελιών οριζοντίως	Αριθμός των κελιών καθέτως	Αυτεπαγωγή αγωγού (H)	Ενέργεια αγωγού (J)
0.1	0,1	1	0,00125664	30	30	4,40E-05	2,20E-09
0.1	0,2	1	0,00125664	20	40	3,58E-05	7,15E-09
0.1	0,3	1	0,00125664	20	60	2,75E-05	1,24E-08
0.1	0,4	1	0,00125664	10	40	2,18E-05	1,74E-08
0.1	0,5	1	0,00125664	10	50	1,81E-05	2,26E-08
0.1	1	1	0,00125664	10	100	9,70E-06	4,85E-08

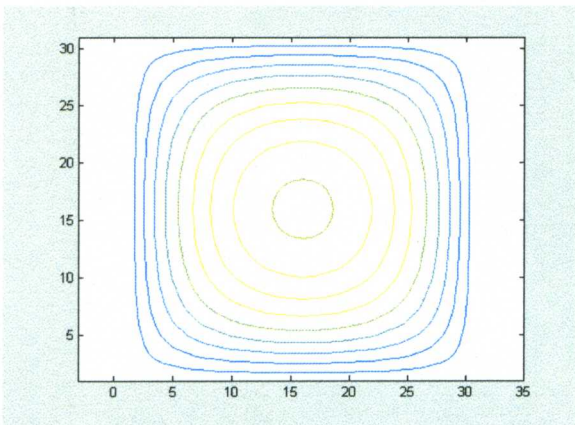
Αυτό που παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα είναι ότι με την αύξηση του πλάτους του αγωγού η ενέργεια του αγωγού αυξάνεται ενώ με την αντίστοιχη αύξηση η αυτεπαγωγή του αγωγού μειώνεται, γεγονός που φαίνεται και στις παρακάτω απεικονίσεις.



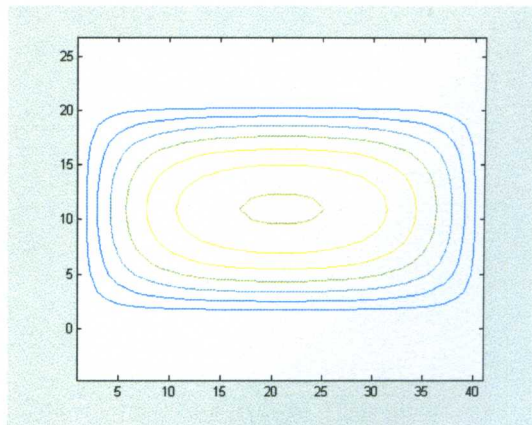


Απεικονίζουμε τώρα γραφικά τις ισοδυναμικές επιφάνειες με βάση τον παραπάνω πίνακα για πλάτος αγωγού 0,1 , 0,2 , 0,3 , 0,4 , 0,5 , 1m

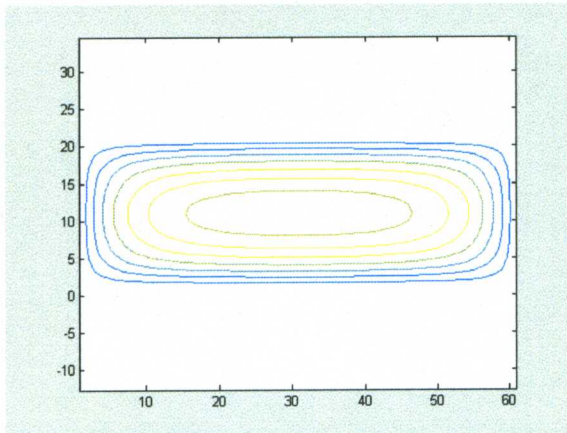
Ισοδυναμικές επιφάνειες για πλάτος αγωγού 0,1m



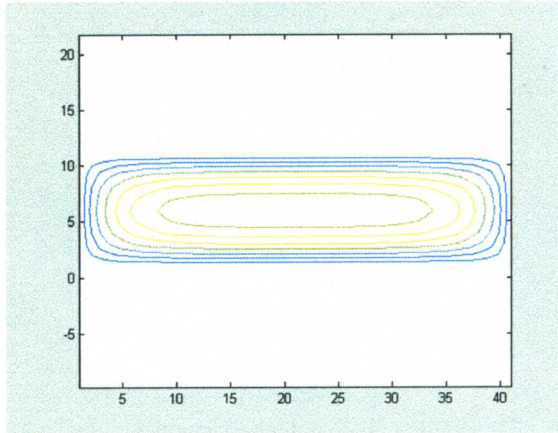
Ισοδυναμικές επιφάνειες για πλάτος αγωγού 0,2m



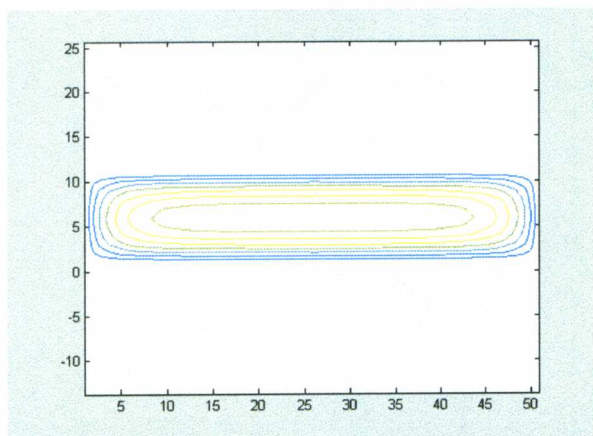
Ισοδυναμικές επιφάνειες
για πλάτος αγωγού 0,3m



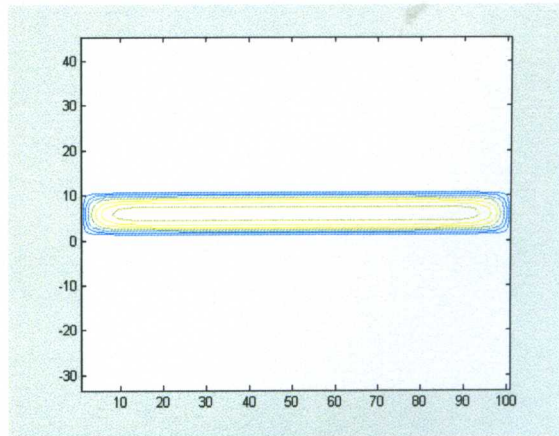
Ισοδυναμικές επιφάνειες
για πλάτος αγωγού 0,4m



Ισοδυναμικές επιφάνειες
για πλάτος αγωγού 0,5m

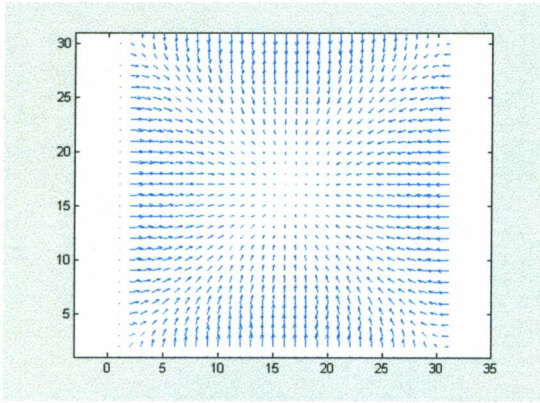


Ισοδυναμικές επιφάνειες
για πλάτος αγωγού 1m

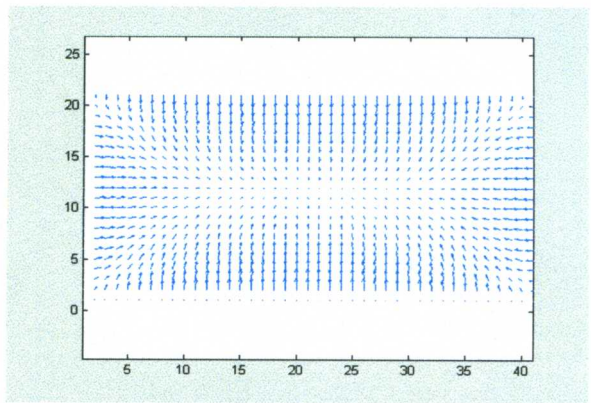


Απεικονίζουμε τώρα τις δυναμικές γραμμές για πλάτος αγωγού 0,1 , 0,2 , 0,3 , 0,4 , 0,5
1m,

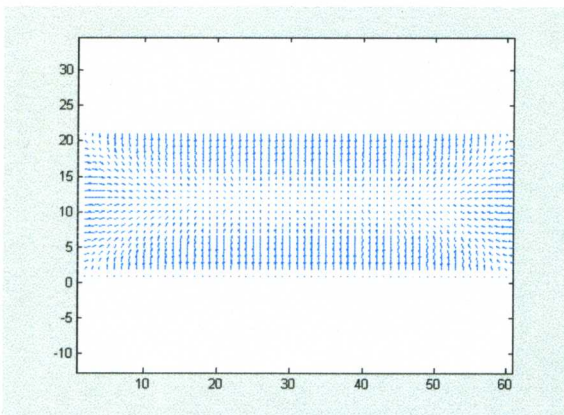
Δυναμικές γραμμές
για πλάτος αγωγού 0,1m



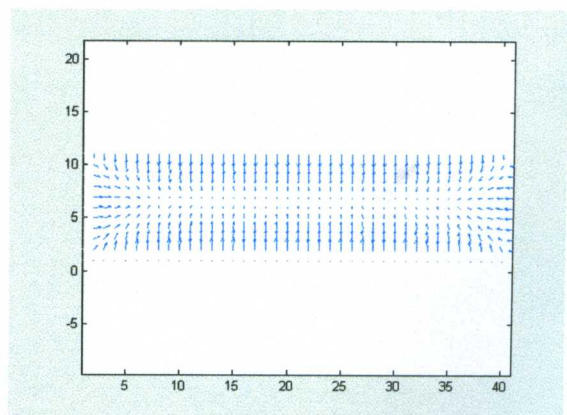
Δυναμικές γραμμές
για πλάτος αγωγού 0,2m



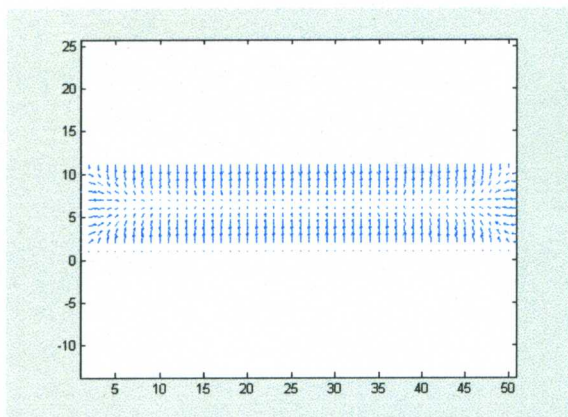
Δυναμικές γραμμές
για πλάτος αγωγού 0,3m



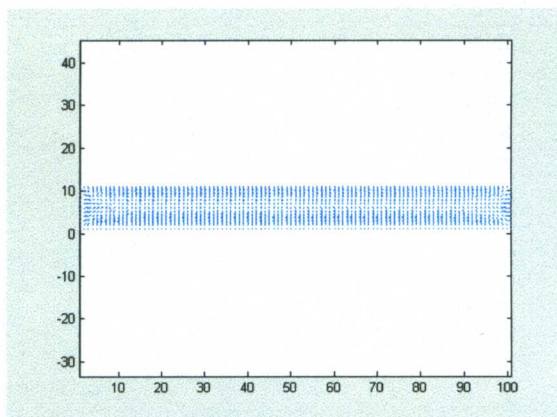
Δυναμικές γραμμές
για πλάτος αγωγού 0,4m



Δυναμικές γραμμές
για πλάτος αγωγού 0,5m



Δυναμικές γραμμές
για πλάτος αγωγού 1m



Αυτό που παρατηρούμε από τις παραπάνω απεικονίσεις είναι ότι όσο αυξάνεται το πλάτος του αγωγού τόσο πιο πολύ συμπυκνώνονται οι δυναμικές γραμμές.

3.4.4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΧΕΤΙΚΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

Στην ενότητα αυτή θα υπολογίζεται το σχετικό σφάλμα που προκύπτει για διάφορα είδη διατομής του αγωγού θα είναι:

$$\text{Για } a=b \quad L_{ex}=0,03515*\mu$$

όπου L_{ex} είναι ακριβής τιμή της αυτεπαγωγής

$$\text{Για } a=2*b \quad L_{ex}=0,02859*\mu, \text{ για } a=3*b \quad L_{ex}=0,02194*\mu.$$

όπου L_{ex} είναι ακριβής τιμή της αυτεπαγωγής

Το σχετικό σφάλμα υπολογίζεται από τον τύπο :

$$\varepsilon = \left(\frac{L_{ex} - L_{\text{υπ}}}{L_{ex}} \right) \cdot 100 \%$$

όπου $L_{\text{υπ}}$ η υπολογιζόμενη τιμή της αυτεπαγωγής

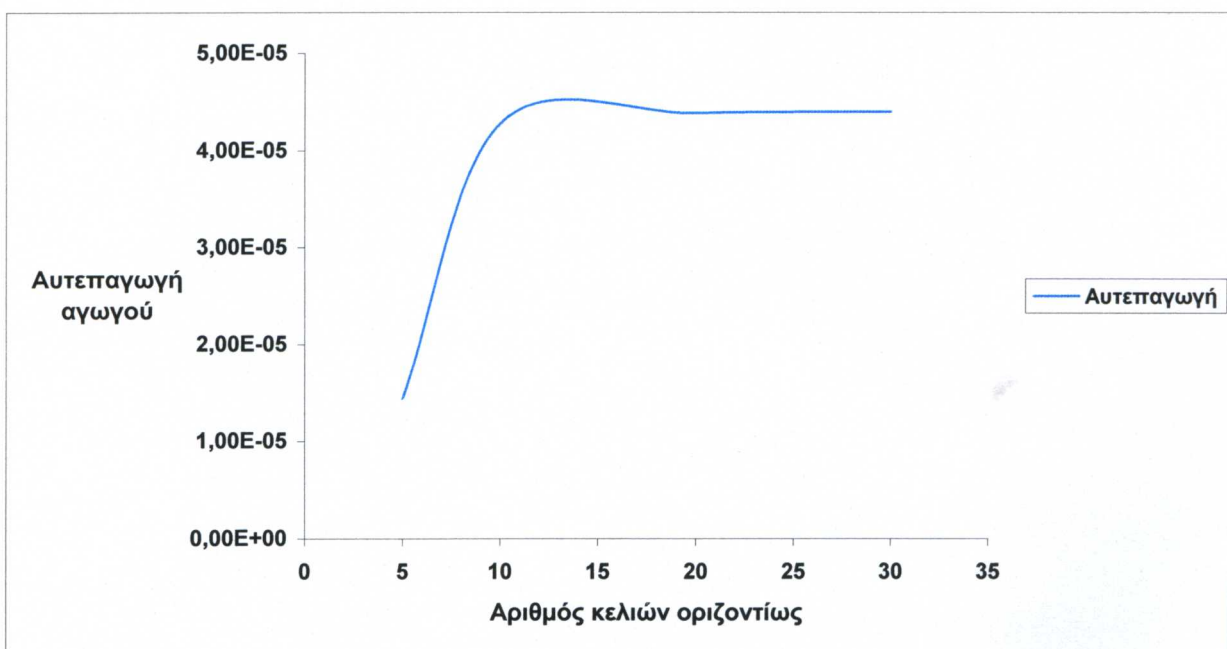
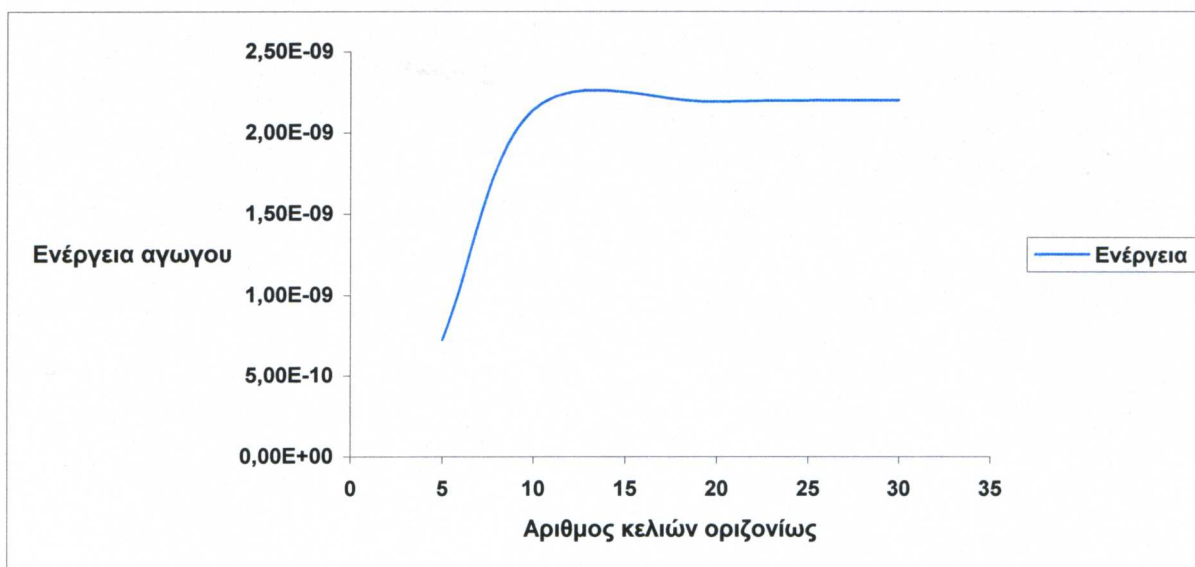
Οι παραπάνω εφαρμογές συνοψίζονται στο παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 4

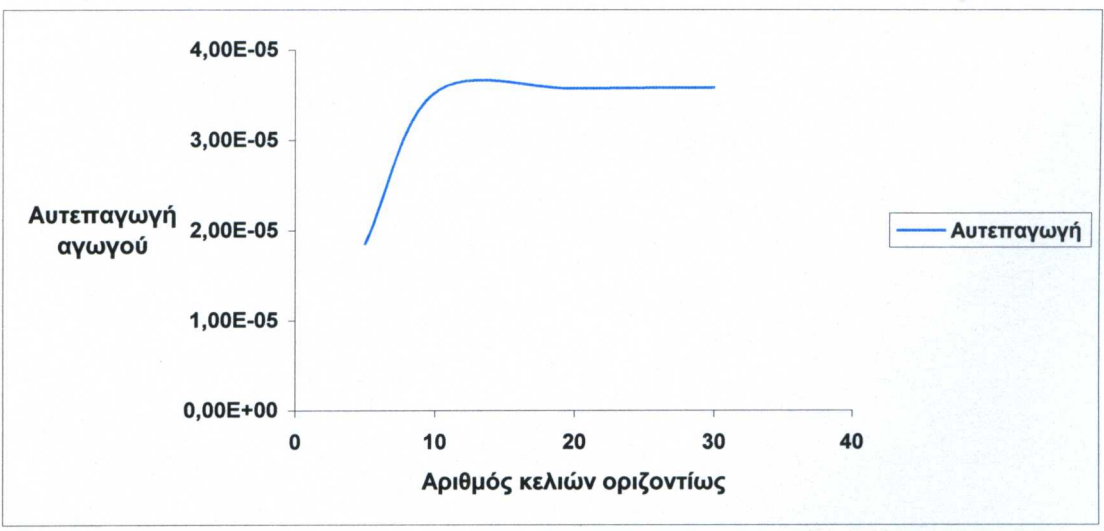
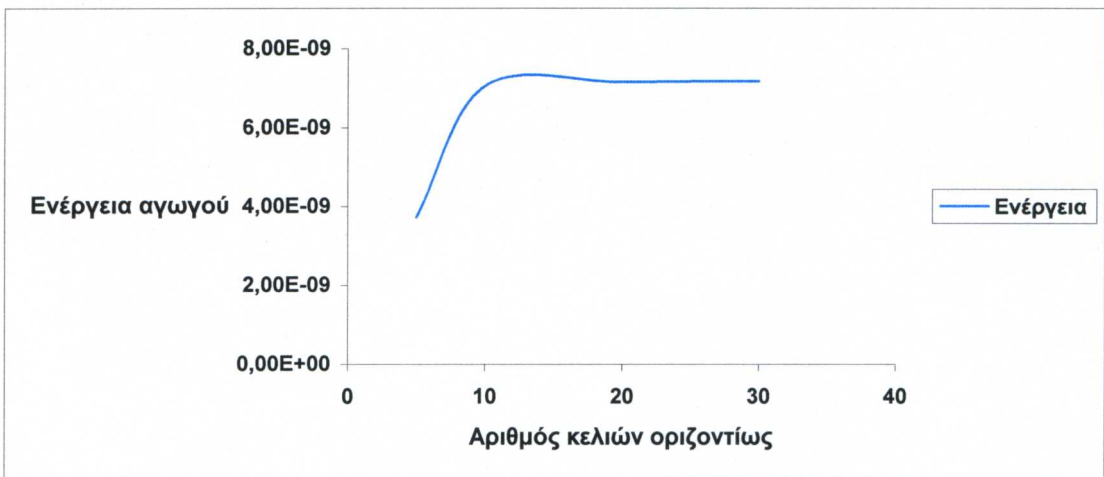
Ύψος αγωγού (m)	Πλάτος αγωγού (m)	Ένταση ρεύματος (A)	Μαγνητική διαπερατότητα (H/m)	Αριθμός των κελιών οριζοντίως	Αριθμός των κελιών καθέτως	Ακριβής τιμές Αυτεπαγωγή L_{ex} (H)	Υπολογιστικές τιμές αυτεπαγωγής (H)	Ενέργεια αγωγού (J)	Σχετικό σφάλμα ε (%)
0.1	0.1	1	0,001257	5	5	4,42E-05	1,44E-05	7,19E-10	67,433
0.1	0.1	1	0,001257	10	10	4,42E-05	4,28E-05	2,14E-09	3,058
0.1	0.1	1	0,001257	20	20	4,42E-05	4,38E-05	2,19E-09	0,813
0.1	0.1	1	0,001257	30	30	4,42E-05	4,40E-05	2,20E-09	0,373
0.1	0.2	1	0,001257	5	10	3,59E-05	1,86E-05	3,71E-09	48,340
0.1	0.2	1	0,001257	10	20	3,59E-05	3,53E-05	7,06E-09	1,791
0.1	0.2	1	0,001257	20	40	3,59E-05	3,58E-05	7,15E-09	0,471
0.1	0.2	1	0,001257	30	60	3,59E-05	3,58E-05	7,17E-09	0,221
0.1	0.3	1	0,001257	5	15	2,76E-05	1,19E-05	5,34E-09	56,987
0.1	0.3	1	0,001257	10	30	2,76E-05	2,72E-05	1,22E-08	1,442
0.1	0.3	1	0,001257	20	60	2,76E-05	2,75E-05	1,24E-08	0,358
0.1	0.3	1	0,001257	30	90	2,76E-05	2,75E-05	1,24E-08	0,151

Αυτό που παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα είναι ότι όσο αυξάνει η διακριτοποίηση των κελιών τόσο το σχετικό σφάλμα μειώνεται. Παρατηρούμε επίσης ότι όσο πιο ορθογωνικός γίνεται ο αγωγός, (δηλαδή όσο αυξάνεται το πλάτος του αγωγού) τόσο πιο μικρές είναι οι τιμές της ενέργειας και της αυτεπαγωγής. Στα παρακάτω διαγράμματα φαίνεται η μεταβολή της ενέργειας του αγωγού και της αυτεπαγωγής του, σε σχέση με τον αριθμό των κελιών οριζοντίως. Αρχικά απεικονίζεται για αγωγό με διαστάσεις $a=0,1\text{m}$ $b=0,2\text{m}$ στη συνέχεια για αγωγό $a=0,1\text{m}$ $b=0,2\text{m}$ και τέλος για αγωγό με διαστάσεις $a=0,1\text{m}$ $b=0,3\text{m}$.

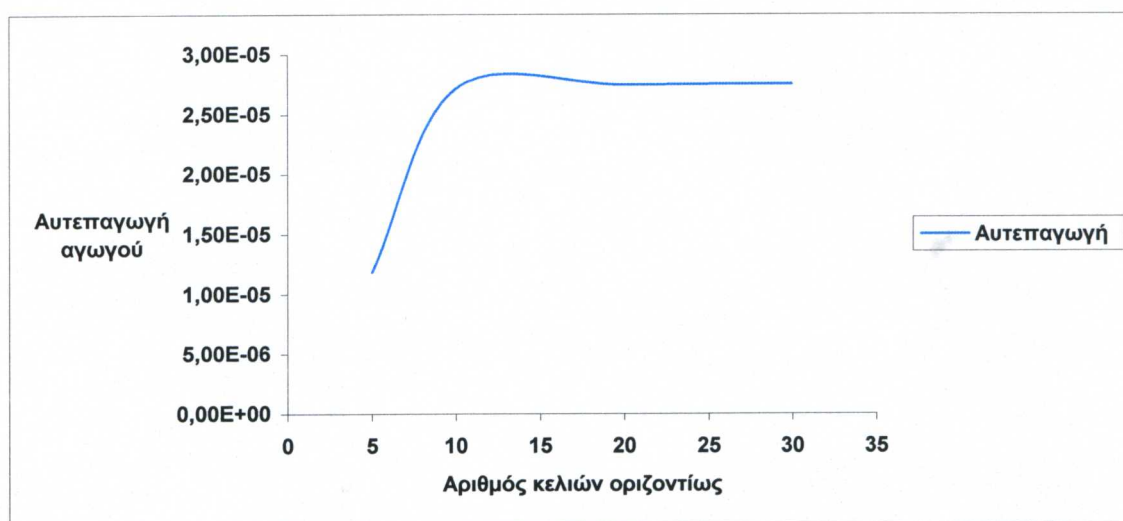
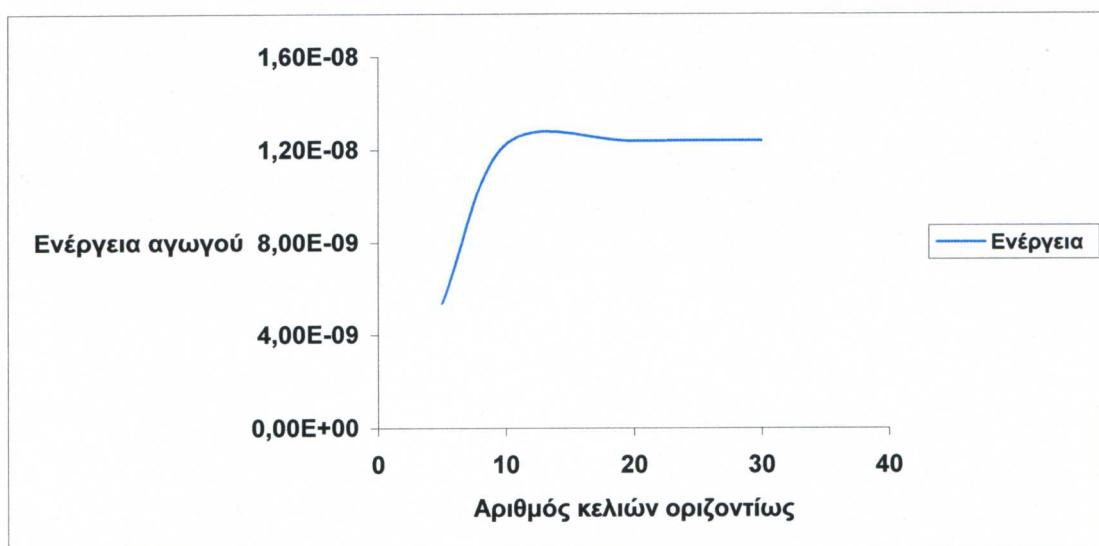
Για διαστάσεις αγωγού $a=0,1\text{m}$ $b=0,1\text{m}$ παρατηρούμε από τις καμπύλες ότι με την αύξηση του αριθμού των κελιών τόσο η ενέργεια του αγωγού όσο και αυτεπαγωγή του συγκλίνουν σε συγκεκριμένες τιμές αντίστοιχα



Για διαστάσεις αγωγού $a=0,1\text{m}$ $b=0,2\text{m}$ παρατηρούμε και πάλι ότι με την αύξηση του αριθμού των κελιών η ενέργεια του αγωγού αλλά και αυτεπαγωγή του συγκλίνουν σε συγκεκριμένες τιμές αντίστοιχα.

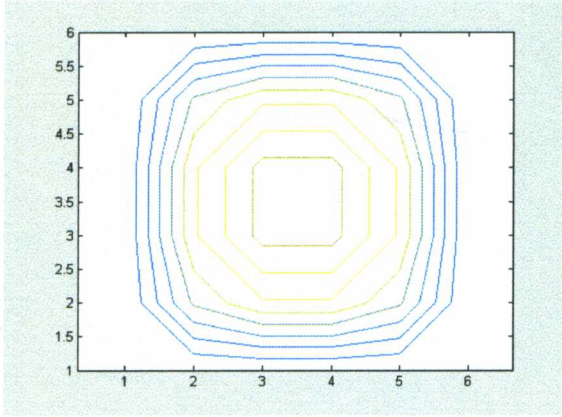


Τέλος για διαστάσεις αγωγού $a=0,1\text{m}$ $b=0,3\text{m}$ παρατηρούμε από τις καμπύλες και σε αυτή την περίπτωση αγωγού ότι με την αύξηση του αριθμού των κελιών η ενέργεια του αγωγού και η αυτεπαγωγή του συγκλίνουν σε συγκεκριμένες τιμές .

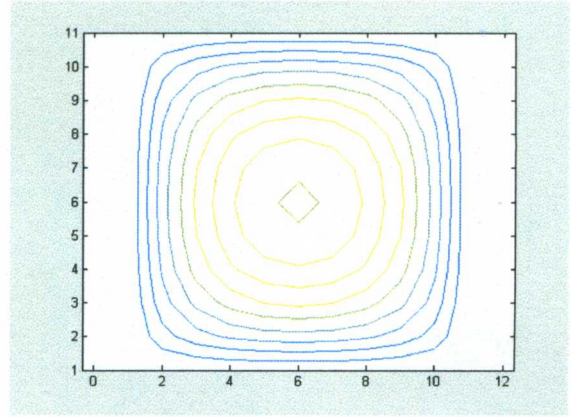


Απεικονίζουμε στη συνέχεια γραφικά τις ισοδυναμικές επιφάνειες με βάση τον παραπάνω πίνακα για πλάτος αγωγού $0,1\text{m}$, $0,2\text{m}$ $0,3\text{m}$ και αριθμό κελιών οριζοντίως 5, 10, 20, 30.

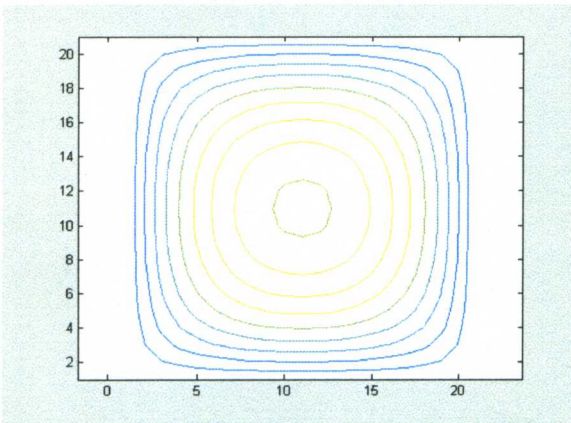
Ισοδυναμικές επιφάνειες
για πλάτος αγωγού 0,1m
και αριθμό κελιών 5



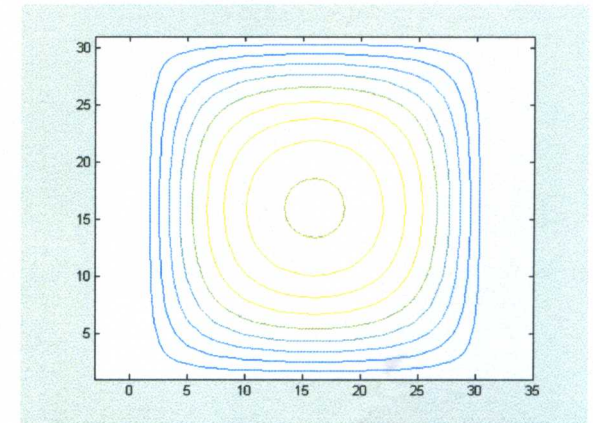
Ισοδυναμικές επιφάνειες
για πλάτος αγωγού 0,1m
και αριθμό κελιών 10



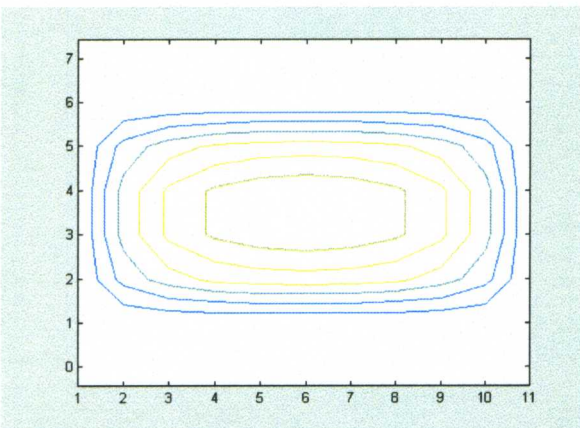
Ισοδυναμικές επιφάνειες
για πλάτος αγωγού 0,1m
και αριθμό κελιών 20



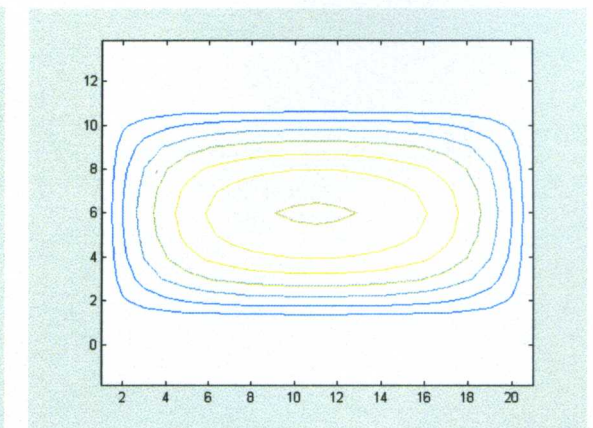
Ισοδυναμικές επιφάνειες
για πλάτος αγωγού 0,1m
και αριθμό κελιών 30



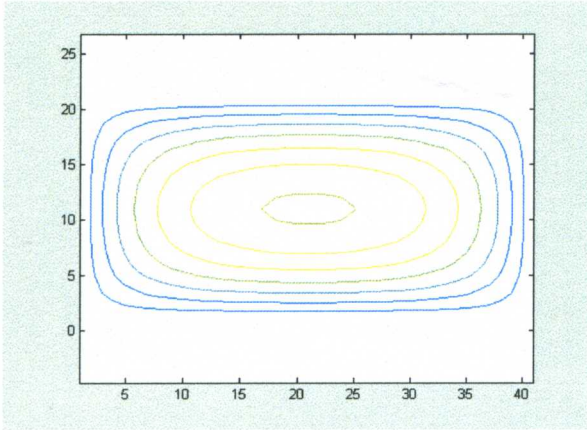
Ισοδυναμικές επιφάνειες
για πλάτος αγωγού 0,2m
και αριθμό κελιών 5



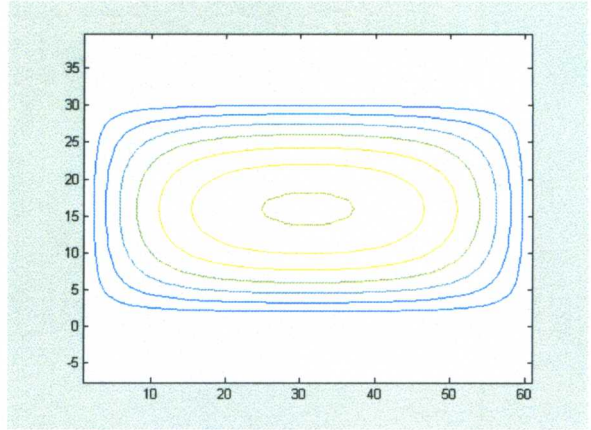
Ισοδυναμικές επιφάνειες
για πλάτος αγωγού 0,2m
και αριθμό κελιών 10



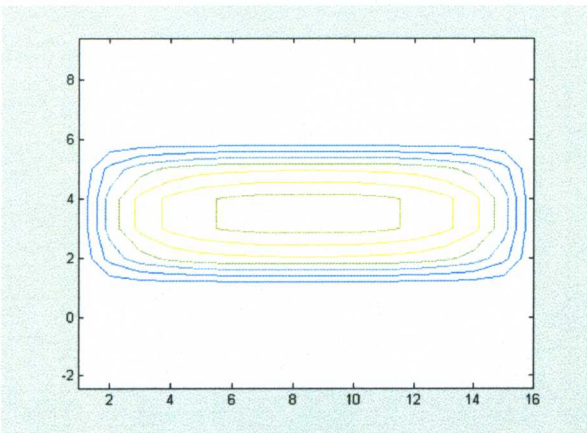
Ισοδυναμικές επιφάνειες
για πλάτος αγωγού 0,2m
και αριθμό κελιών 20



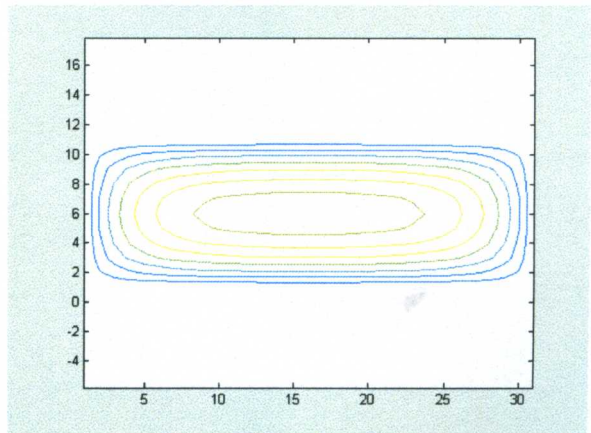
Ισοδυναμικές επιφάνειες
για πλάτος αγωγού 0,2m
και αριθμό κελιών 30



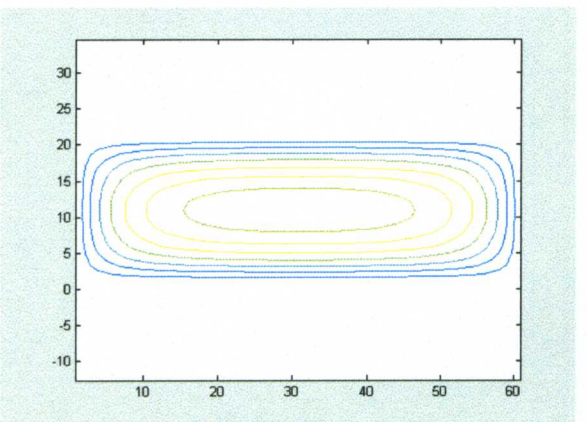
Ισοδυναμικές επιφάνειες
για πλάτος αγωγού 0,3m
και αριθμό κελιών 5



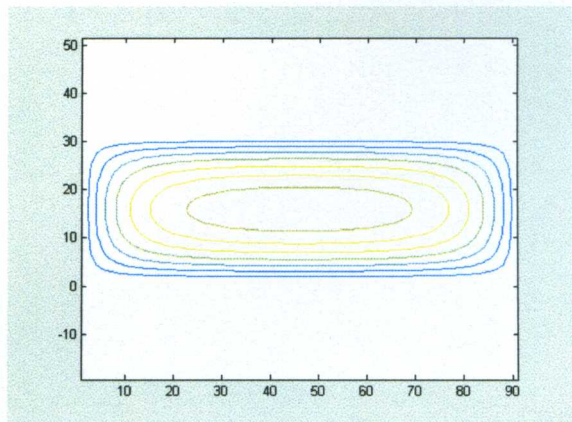
Ισοδυναμικές επιφάνειες
για πλάτος αγωγού 0,3m
και αριθμό κελιών 10



Ισοδυναμικές επιφάνειες
για πλάτος αγωγού 0,3m
και αριθμό κελιών 20

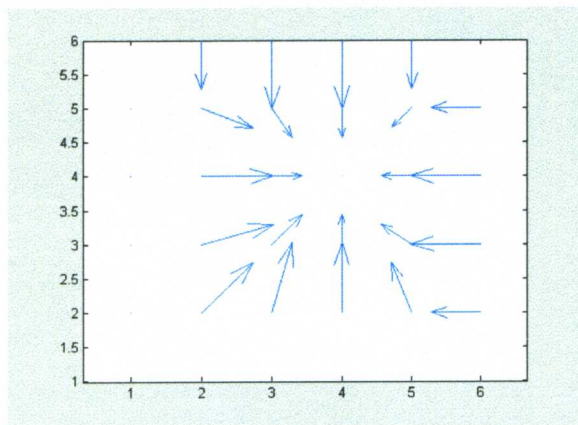


Ισοδυναμικές επιφάνειες
για πλάτος αγωγού 0,3m
και αριθμό κελιών 30

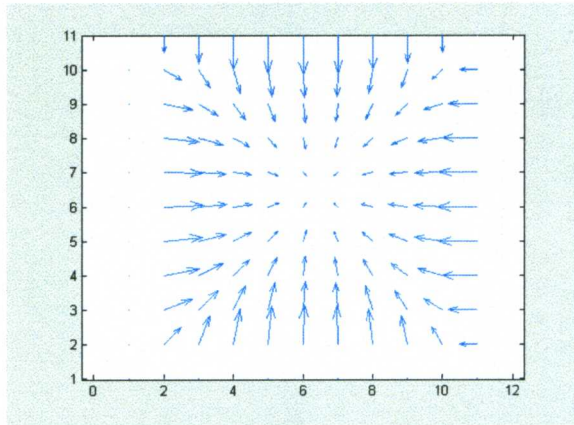


Απεικονίζουμε τώρα τις δυναμικές γραμμές για πλάτος αγωγού 0,1m , 0,2m ,0,3m και αριθμό κελιών οριζοντίως 5, 10, 20, 30.

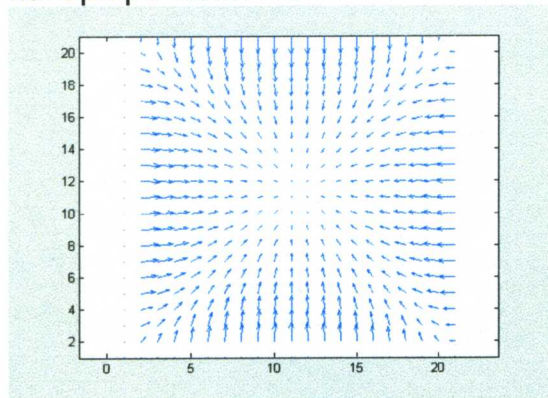
Δυναμικές γραμμές για πλάτος αγωγού 0,1m και αριθμό κελιών 5



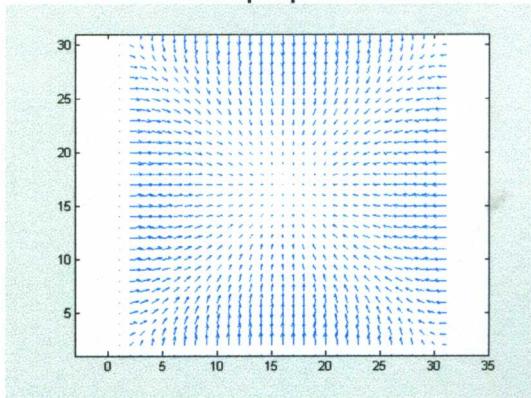
Δυναμικές γραμμές για πλάτος αγωγού 0,1m και αριθμό κελιών 10



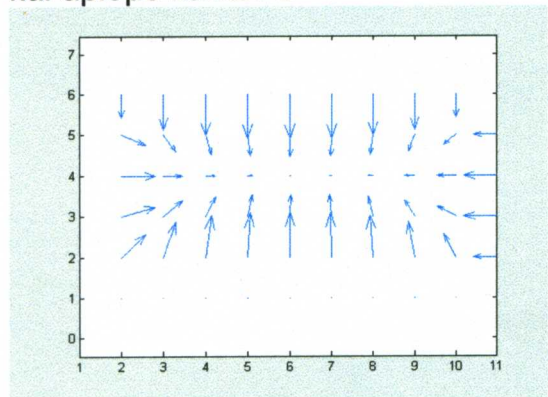
Δυναμικές γραμμές για πλάτος αγωγού 0,1m και αριθμό κελιών 20



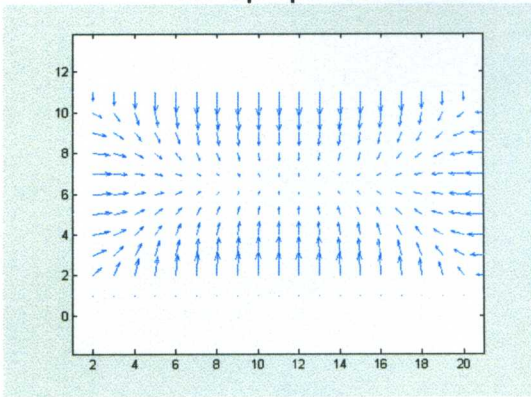
Δυναμικές γραμμές για πλάτος αγωγού 0,1m και αριθμό κελιών 30



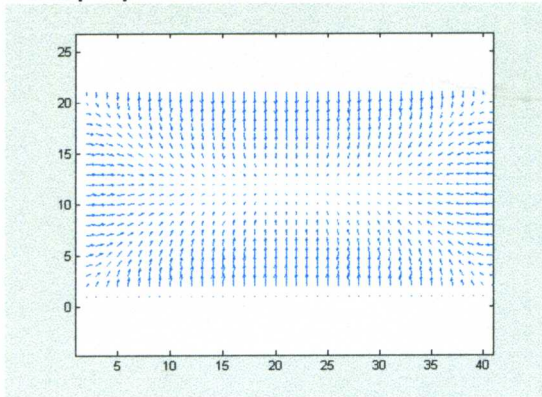
Δυναμικές γραμμές για πλάτος αγωγού 0,2m και αριθμό κελιών 5



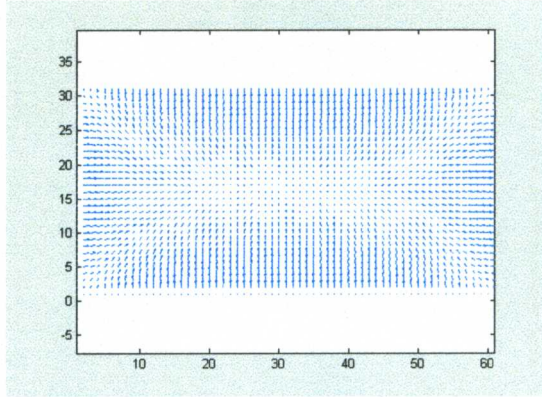
Δυναμικές γραμμές για πλάτος αγωγού 0,2m και αριθμό κελιών 10



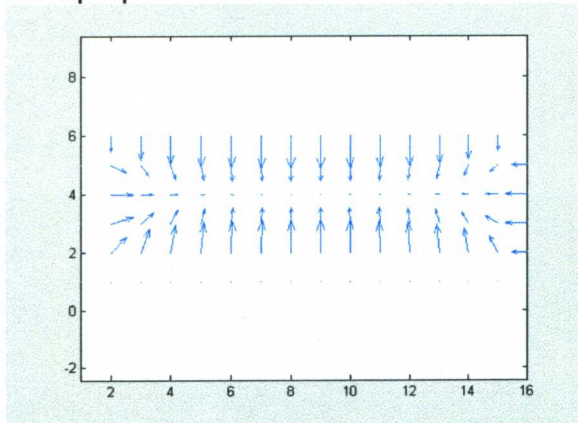
Δυναμικές γραμμές
για πλάτος αγωγού 0,2m
και αριθμό κελιών 20



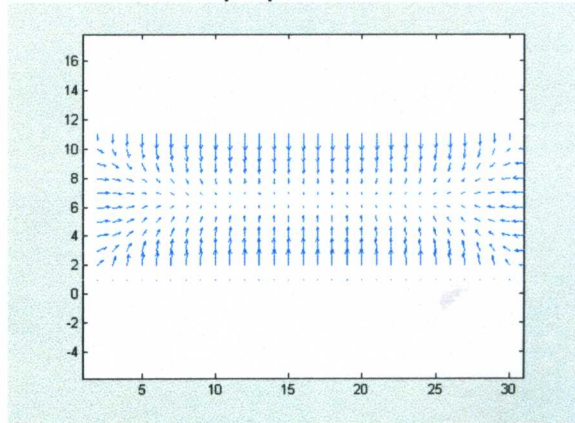
Δυναμικές γραμμές
για πλάτος αγωγού 0,2m
και αριθμό κελιών 30



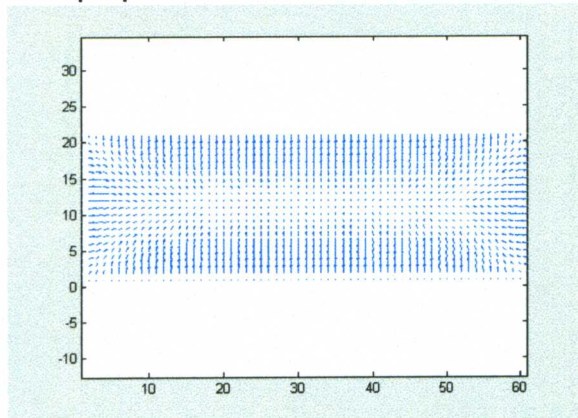
Δυναμικές γραμμές
για πλάτος αγωγού 0,3m
και αριθμό κελιών 5



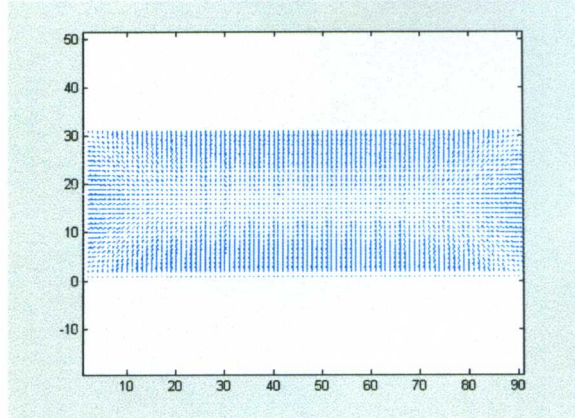
Δυναμικές γραμμές
για πλάτος αγωγού 0,3m
και αριθμό κελιών 10



Δυναμικές γραμμές
για πλάτος αγωγού 0,3m
και αριθμό κελιών 20



Δυναμικές γραμμές
για πλάτος αγωγού 0,3m
και αριθμό κελιών 30



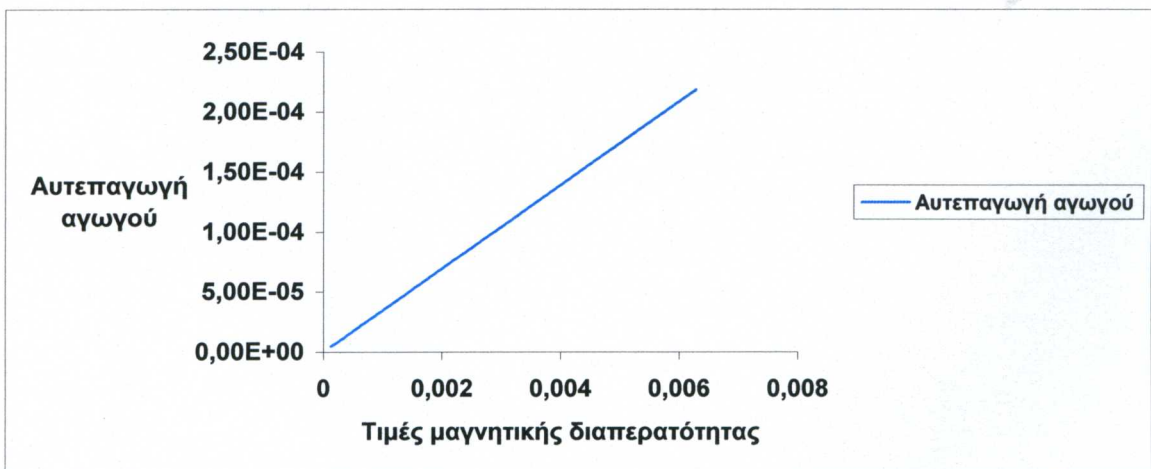
3.4.5 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΔΙΑΠΕΡΑΤΟΤΗΤΑΣ

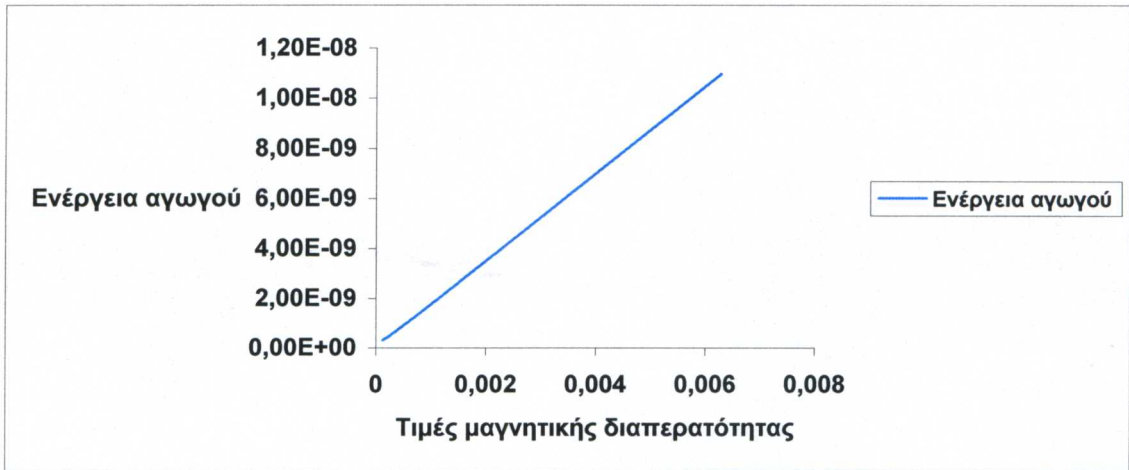
Το επόμενο μέγεθος που θα μεταβάλουμε είναι η μαγνητική διαπερατότητα, η οποία μεταβολή οδηγεί στα αποτελέσματα του παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 5

Ύψος αγωγού (m)	Πλάτος αγωγού (m)	Ένταση του ρεύματος (A)	Μαγνητική διαπερατότητα (H/m)	Αριθμός των κελιών οριζοντίως	Αριθμός των κελιών καθέτως	Αυτεπαγωγή αγωγού (H)	Ενέργεια αγωγού (J)
0.1	0.1	1	0,000125664	20	20	4,81E-06	2,91E-10
0.1	0.1	1	0,000251327	20	20	8,62E-06	4,81E-10
0.1	0.1	1	0,000628319	20	20	2,19E-05	1,10E-09
0.1	0.1	1	0,001256637	20	20	4,38E-05	2,19E-09
0.1	0.1	1	0,006283185	20	20	2,19E-04	1,10E-08

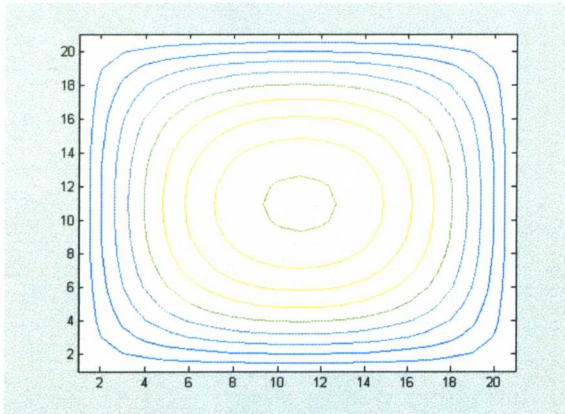
Αυτό που παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα είναι ότι όσο αυξάνεται η μαγνητική διαπερατότητα αυξάνεται και η ενέργεια του αγωγού αλλά και η αυτεπαγωγή του, πράγμα που απεικονίζεται και στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις.



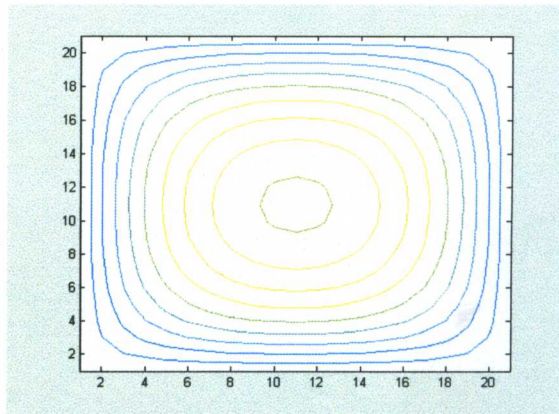


Απεικονίζουμε στη συνέχεια γραφικά τις ισοδυναμικές επιφάνειες με βάση τον παραπάνω πίνακα για μαγνητική διαπερατότητα $\mu=0.000125664\text{H/m}$, 0.000251327H/m , 0.000628319H/m , 0.001256637H/m , 0.006283185H/m

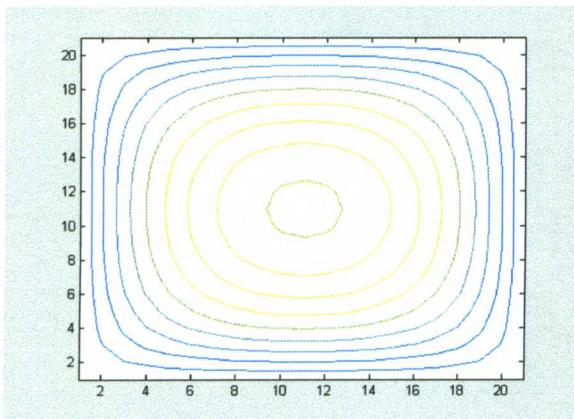
Ισοδυναμικές επιφάνειες για μαγνητική διαπερατότητα 0.000125664 H/m



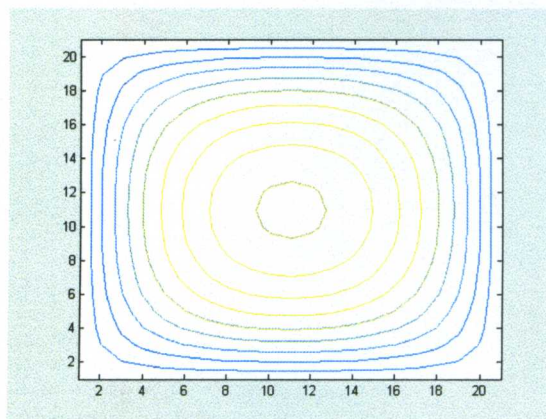
Ισοδυναμικές επιφάνειες για μαγνητική διαπερατότητα 0.000251327H/m



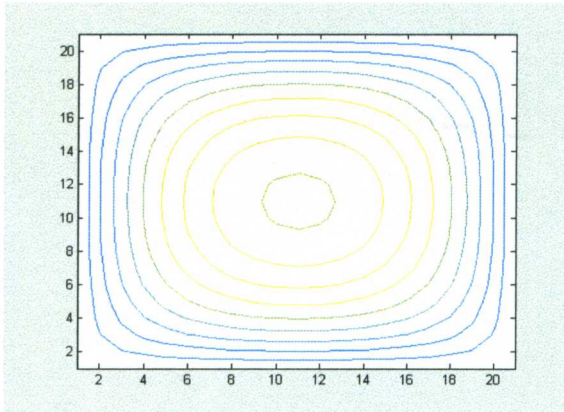
Ισοδυναμικές επιφάνειες για μαγνητική διαπερατότητα 0.000628319H/m



Ισοδυναμικές επιφάνειες για μαγνητική διαπερατότητα 0.001256637H/m

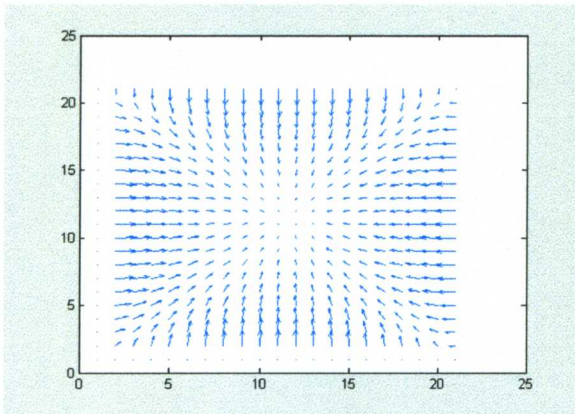


Ισοδυναμικές επιφάνειες
για μαγνητική διαπερατότητα
 0.006283185H/m

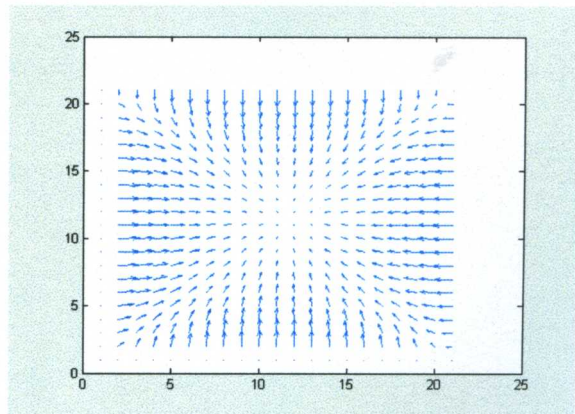


Απεικονίζουμε τώρα τις δυναμικές γραμμές για μαγνητική διαπερατότητα $\mu=0.000125664\text{H/m}$, 0.000251327H/m , 0.000628319H/m , 0.001256637H/m , 0.006283185 H/m .

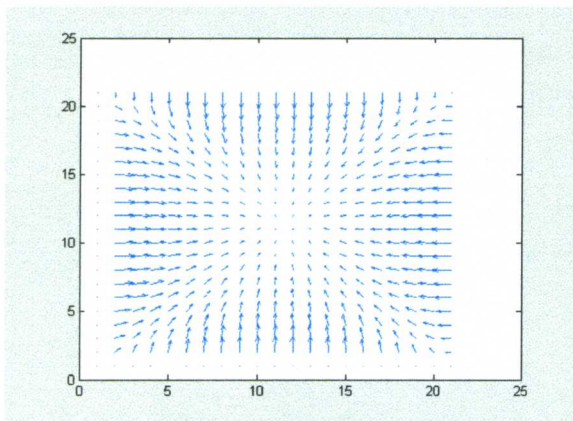
Δυναμικές γραμμές
για μαγνητική διαπερατότητα
 0.000125664 H/m



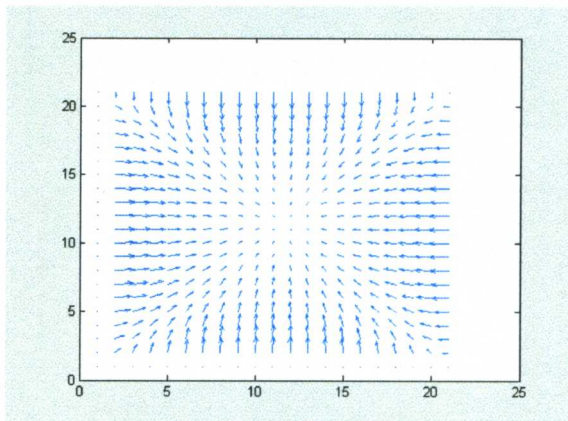
Δυναμικές γραμμές
για μαγνητική διαπερατότητα
 0.000251327H/m



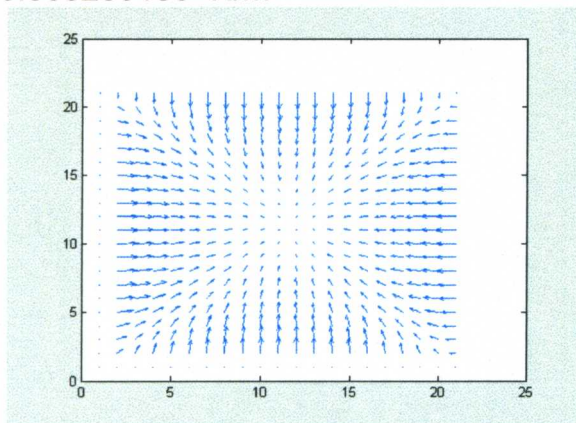
Δυναμικές γραμμές
για μαγνητική διαπερατότητα
 0.000628319 H/m



Δυναμικές γραμμές
για μαγνητική διαπερατότητα
 0.001256637 H/m



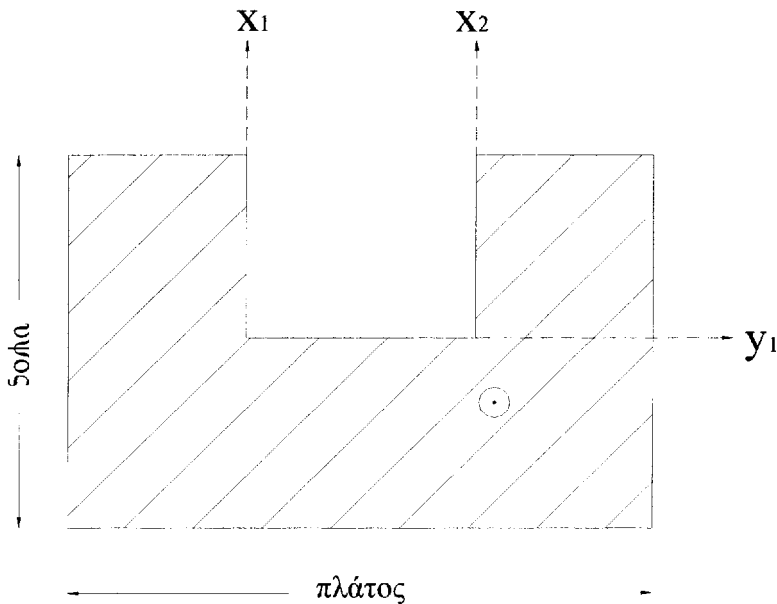
Δυναμικές γραμμές
για μαγνητική διαπερατότητα
 0.006283185 H/m



Παρατηρούμε ότι η μεταβολή της μαγνητικής διαπερατότητας δεν επιφέρει μεταβολές στις ισοδυναμικές επιφάνειες αλλά ούτε και στις δυναμικές γραμμές

3.5 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΣΕ ΑΓΩΓΟ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΣΧΗΜΑΤΟΣ U

Έχουμε έναν αγωγό ο οποίος είναι διατομής σχήματος U. Το μαγνητικό δυναμικό του τοιχώματος αγωγού είναι γνωστό και ίσο με 0 αντίστοιχα σε κάθε πλευρά του αγωγού όπως φαίνονται στο σχήμα 3.51 Το μαγνητικό δυναμικό είναι άγνωστο και είναι απαραίτητο να βρεθεί προκειμένου να υπολογιστεί ο συντελεστής αυτεπαγωγής. Το πλάτος του αγωγού είναι ίσο 2m και το ύψος είναι ίσο με 3m.



Σχήμα 3.5.1

Αυτό που θα κάνουμε στην συνέχεια είναι να απεικονίσουμε γραφικά τις δυναμικές γραμμές και τις ισοδυναμικές επιφάνειες για τον συγκεκριμένο αγωγό, να υπολογίσουμε την ενέργεια, την αυτεπαγωγή του, μεταβάλλοντας κάθε φορά το σχήμα του. Δηλαδή τα σημεία x_1, x_2, y_1 .

3.5.1 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΣΗΜΕΙΩΝ x_1, x_2

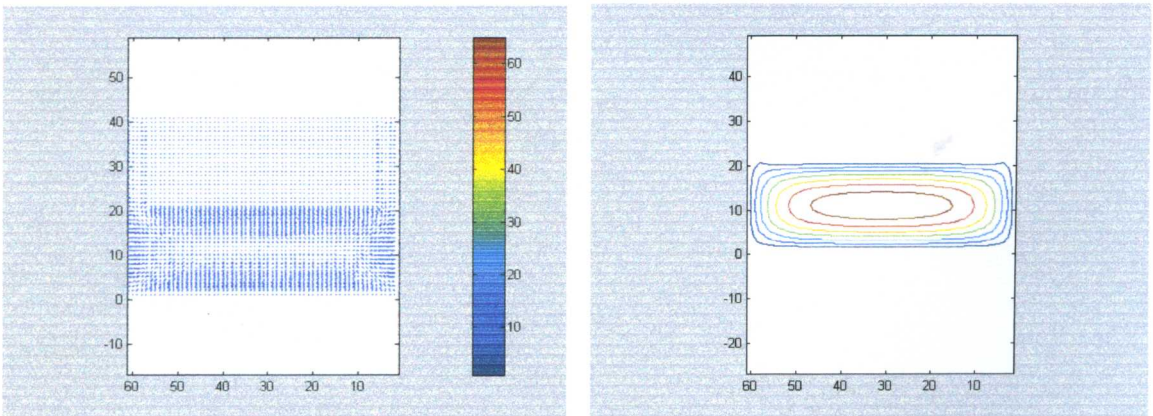
Στις παρακάτω ενότητες 3.5.1α , 3.5.1β , 3.5.1γ , 3.5.1δ , 3.5.1ε μεταβάλλουμε τα σημεία x_1, x_2 για αγωγό διατομής U ενώ το y_1 παραμένει σταθερό. Σταθερό παραμένει επίσης και το ύψος και το πλάτος του αγωγού τα οποία είναι ίσα με 2m, 3m αντίστοιχα.

3.5.1α Για αγωγό με $x_1=5, x_2=55$ και $y_1=20$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξής:

$x_1=5$
 $x_2=55$
 $y_1=20$
 $\mu=0,00125664$ H/m

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος , το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές .



ενέργεια : $1,2577e-004$ J

αυτεπαγωγή: $1,0062e-005$ H

3.5.1β Για αγωγό με $\chi_1=10$, $\chi_2=50$ και $\gamma_1=20$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξής:

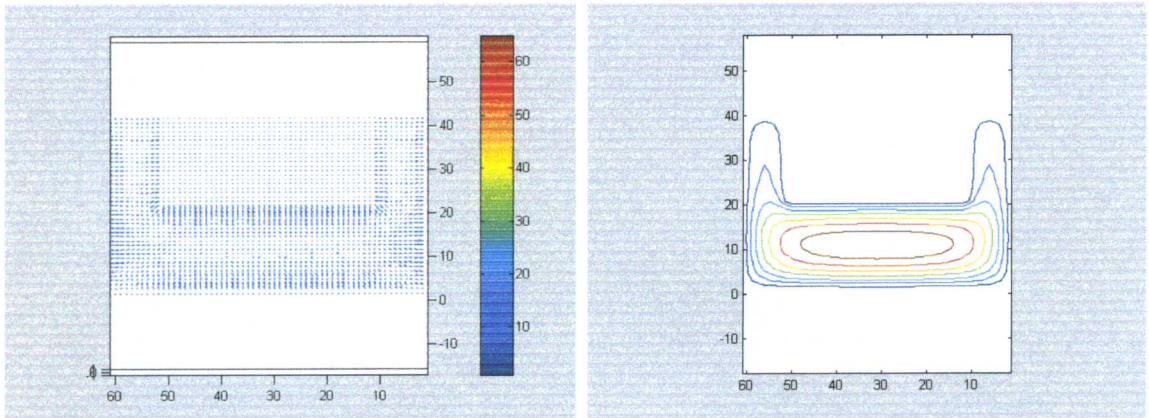
$$\chi_1=10$$

$$\chi_2=50$$

$$\gamma_1=20$$

$$\mu=0,00125664\text{H/m}$$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος, το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές.



ενέργεια : $1,4107e-004 \text{ J}$

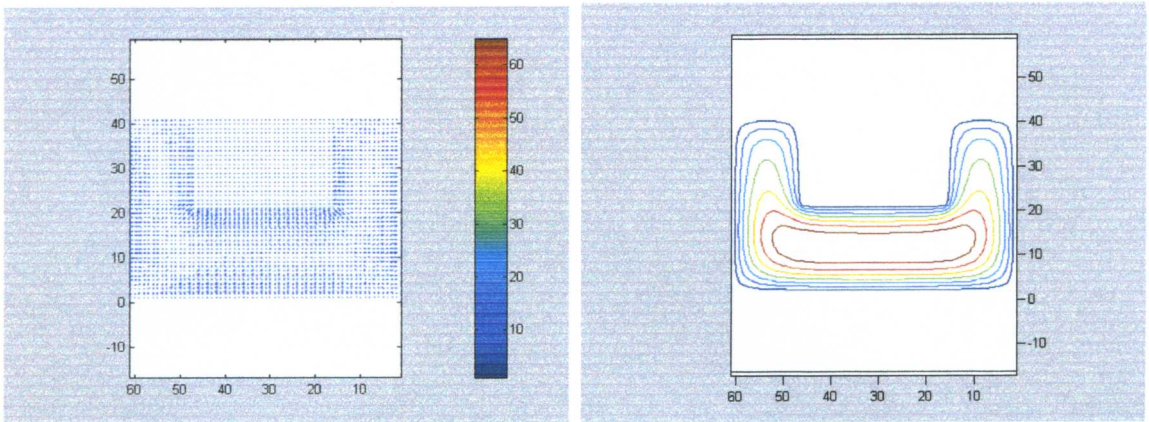
αυτεπαγωγή: $1,1286e-005 \text{ H}$

3.5.1γ Για αγωγό με $x_1=15$, $x_2=45$ και $y_1=20$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξής:

$x_1=15$
 $x_2=45$
 $y_1=20$
 $\mu=0,00125664\text{H/m}$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος, το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές.



ενέργεια : $1,8116e-004$ J

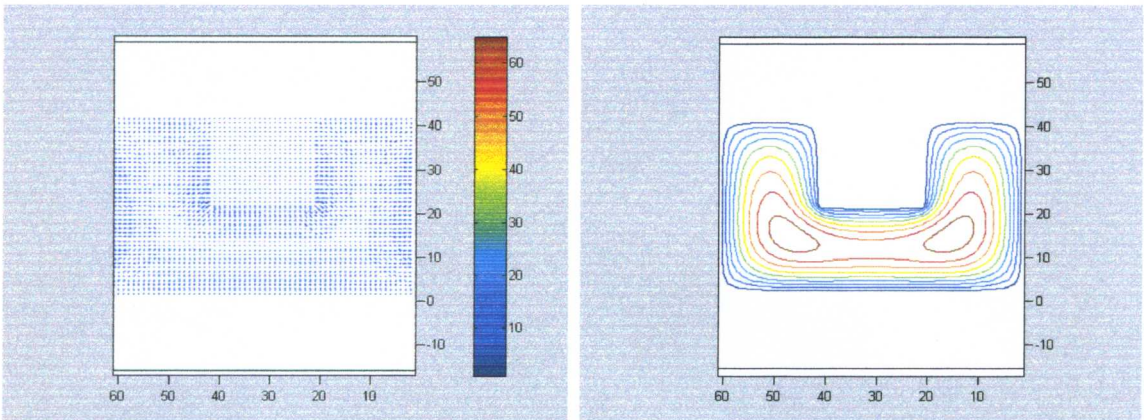
αυτεπαγωγή: $1,4492e-005$ H

3.5.1δ Για αγωγό με $\chi_1=20$, $\chi_2=40$ και $\gamma_1=20$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξή:

$\chi_1=20$
 $\chi_2=40$
 $\gamma_1=20$
 $\mu=0,00125664\text{H/m}$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος , το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές .



ενέργεια : $2,4767\text{e-}004$ J

αυτεπαγωγή: $1,9814\text{e-}005\text{H}$

Από τον τύπο $\varepsilon = \left(\frac{L_{ex} - L_{\nu\pi}}{L_{ex}} \right) \cdot 100$ με

$L_{ex}=0,015833 \cdot \mu$ όπου $\mu=0,00125664\text{H/m}$

$L_{ex}=0,000019896$ H

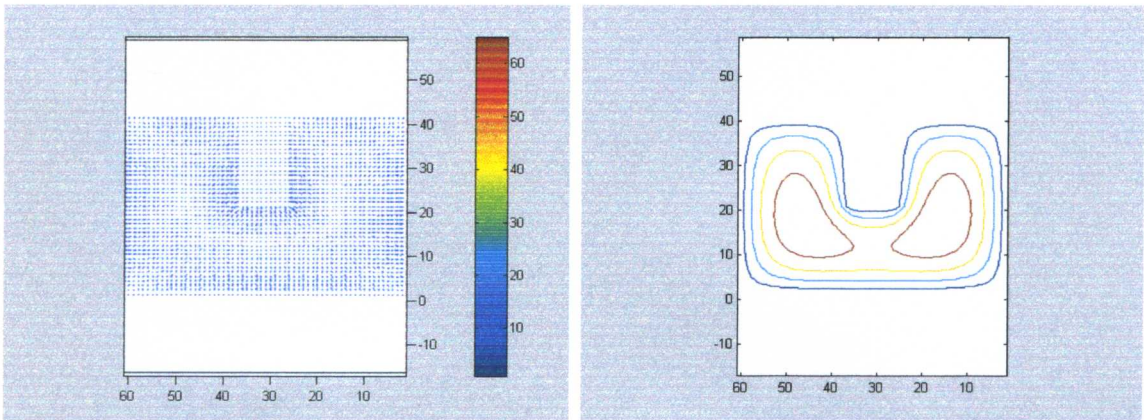
Υπολογίζουμε το σχετικό σφάλμα το οποίο ισούται με $\varepsilon=0,414\%$

3.5.1ε Για αγωγό με $\chi_1=25$, $\chi_2=35$ και $\gamma_1=20$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξής:

$$\begin{aligned}\chi_1 &= 25 \\ \chi_2 &= 35 \\ \gamma_1 &= 20 \\ \mu &= 0,00125664 \text{H/m}\end{aligned}$$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος, το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές.



ενέργεια : $3,4442e-004\text{J}$

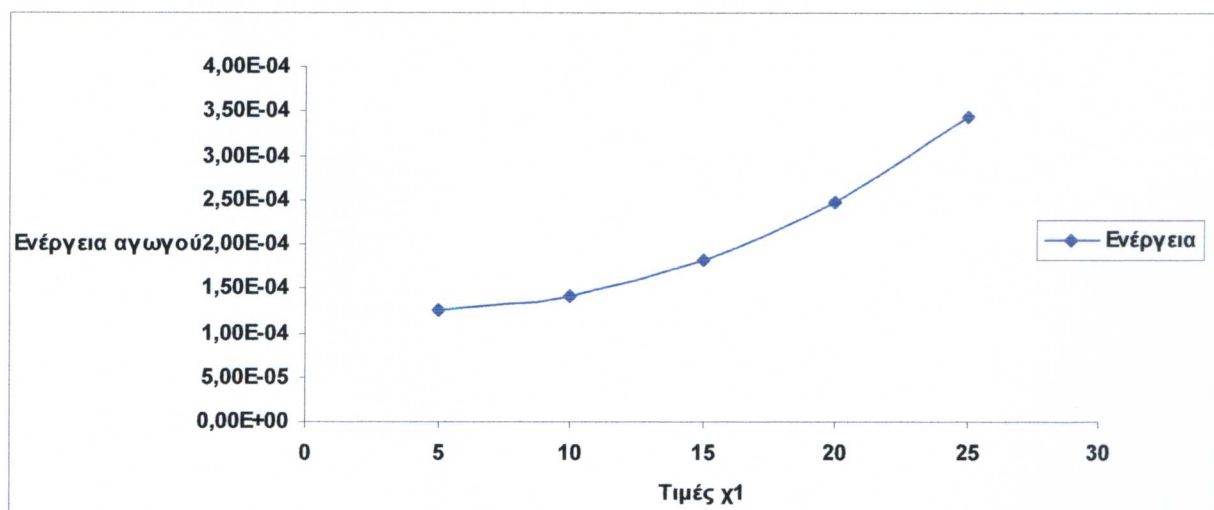
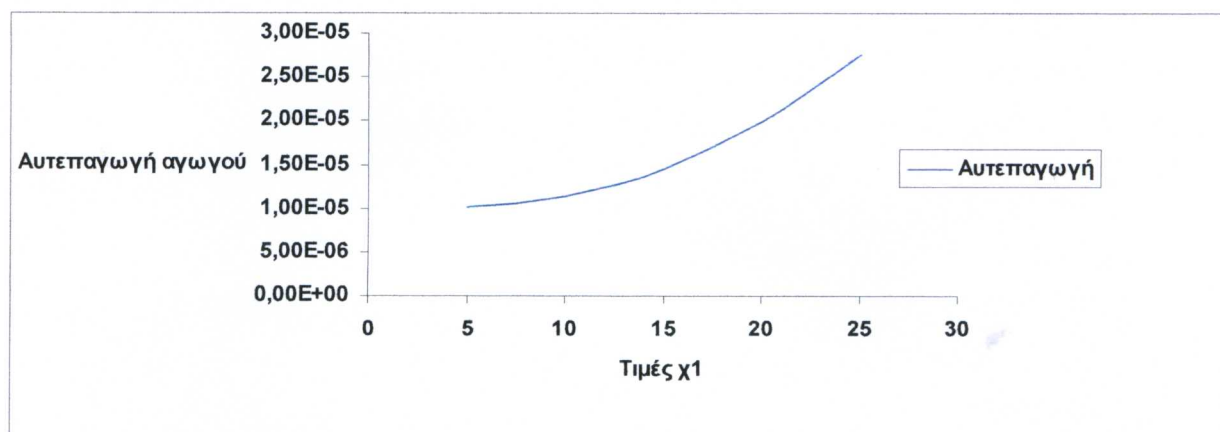
αυτεπαγωγή: $2,7554e-005\text{H}$

Από τις παραπάνω ενότητες 3.5.1α , 3.5.1β , 3.5.1γ , 3.5.1δ, 3.5.1ε συμπληρώνουμε ένα πίνακα με τα αποτελέσματα των παραπάνω δοκιμών ο οποίος είναι ο εξής:

Πίνακας 6

ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ	x_1	x_2	y_1	τιμές αυτεπαγωγής υπολογιστικές(H)	Ενέργεια πηνίου (J)
3.5.1.α	5	55	20	1,01E-05	1,26E-04
3.5.1.β	10	50	20	1,13E-05	1,41E-04
3.5.1.γ	15	45	20	1,45E-05	1,81E-04
3.5.1.δ	20	40	20	1,98E-05	2,48E-04
3.5.1.ε	25	30	20	2,76E-05	3,44E-04

Από τον παραπάνω πίνακα φαίνεται ότι όσο αυξάνεται η τιμή του x_1 αυξάνεται και η τιμή της αυτεπαγωγής του αγωγού , με την αύξηση επίσης του x_1 παρατηρούμε και μικρή αύξηση της ενέργειας του αγωγού.



3.5.2 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΣΗΜΕΙΟΥ y_1

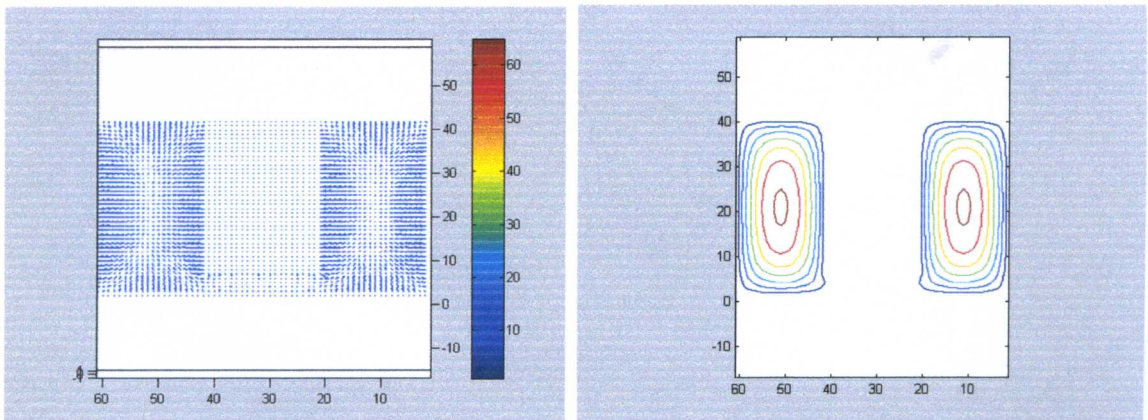
Στις παρακάτω ενότητες 3.5.2α , 3.5.2β , 3.5.2γ , 3.5.2δ , 3.5.2ε μεταβάλλουμε το σημείο y_1 για αγωγό διατομής U ενώ παραμένουν σταθερά χ_1, χ_2 . Σταθερό παραμένει επίσης και το ύψος και το πλάτος του αγωγού τα οποία είναι ίσα με 2m, 3m αντίστοιχα.

3.5.2α Για αγωγό με $\chi_1=20, \chi_2=40$ και $y_1=5$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξή:

$$\begin{aligned}\chi_1 &= 20 \\ \chi_2 &= 40 \\ y_1 &= 5 \\ \mu &= 0,00125664 \text{H/m}\end{aligned}$$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος , το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές .



ενέργεια : 1,4393e-004J

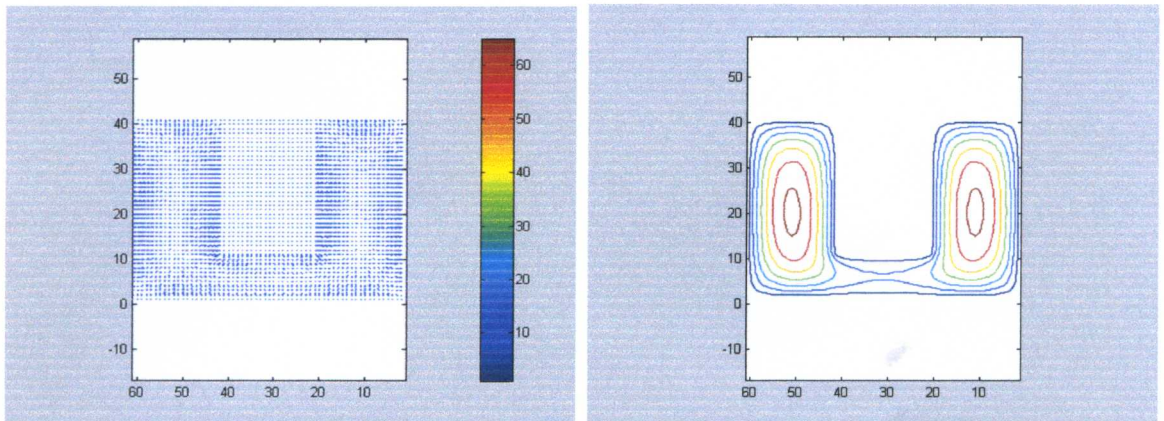
αυτεπαγωγή: 1,1514e-005H

3.5.2β Για αγωγό με $x_1=20$, $x_2=40$ και $y_1=10$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξή:

$x_1=20$
 $x_2=40$
 $y_1=10$
 $\mu=0,00125664\text{H/m}$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος, το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές.



ενέργεια : $1,5600\text{e-}004\text{J}$

αυτεπαγωγή: $1,2480\text{e-}005\text{H}$

3.5.2γ Για αγωγό με $\chi_1=20$, $\chi_2=40$ και $\gamma_1=15$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγ

κεκριμένη περίπτωση είναι τα εξής:

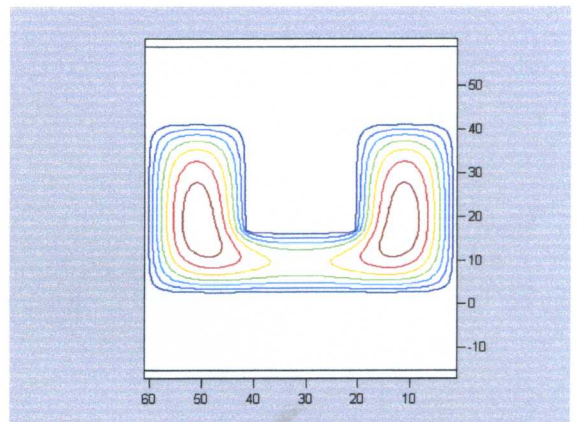
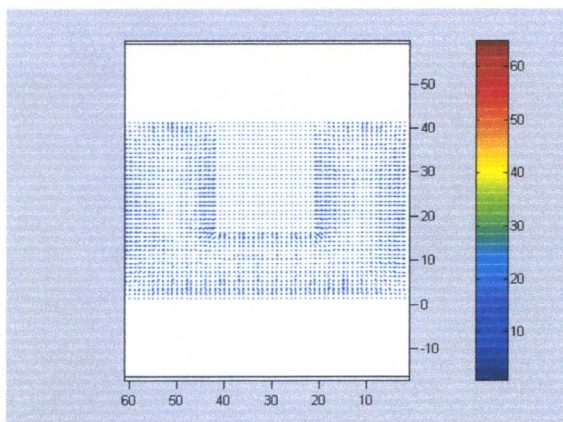
$$\chi_1=20$$

$$\chi_2=40$$

$$\gamma_1=15$$

$$\mu=0,00125664\text{H/m}$$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος , το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές .



ενέργεια : $1,8320\text{e-}004\text{J}$

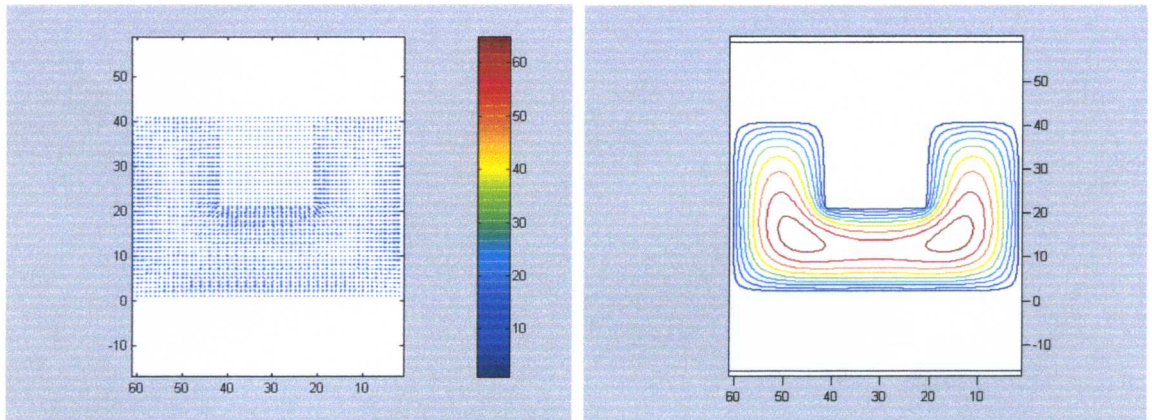
αυτεπαγωγή: $3,2248\text{e-}005\text{H}$

3.5.2δ Για αγωγό με $\chi_1=20$, $\chi_2=40$ και $\gamma_1=20$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξή:

$\chi_1=20$
 $\chi_2=40$
 $\gamma_1=20$
 $\mu=0,00125664\text{H/m}$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος, το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές.



ενέργεια : $2,4767\text{e-}004\text{J}$

αυτεπαγωγή: $1,9814\text{e-}005\text{H}$

Από τον τύπο $\varepsilon = \left(\frac{L_{ex} - L_{\text{vac}}}{L_{ex}} \right) \cdot 100 \text{ με}$

$L_{ex}=0,015833 \cdot \mu$ όπου $\mu=0,00125664\text{H/m}$

$L_{ex}=0,000019896\text{H}$

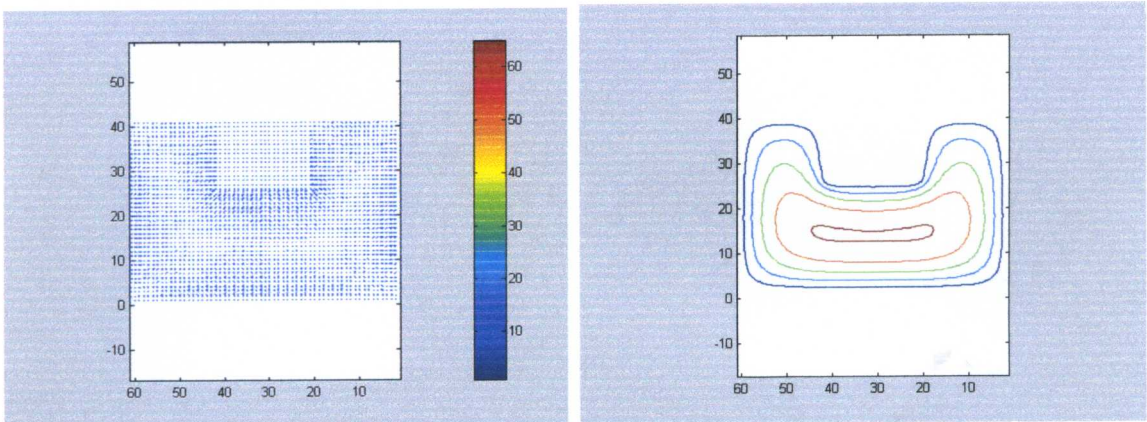
Υπολογίζουμε το σχετικό σφάλμα το οποίο ισούται με $\varepsilon = 0,414\%$

3.5.2ε Για αγωγό με $\chi_1=20$, $\chi_2=40$ και $\gamma_1=25$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξής:

$$\begin{aligned}\chi_1 &= 20 \\ \chi_2 &= 40 \\ \gamma_1 &= 25 \\ \mu &= 0,00125664 \text{H/m}\end{aligned}$$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος, το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές.



ενέργεια : $3,2574e-004\text{J}$

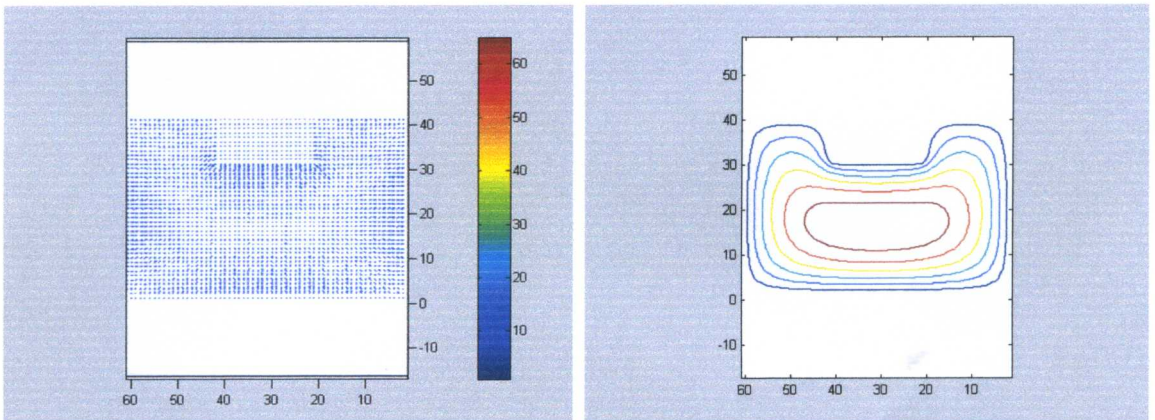
αυτεπαγωγή: $2,6059e-005\text{H}$

3.5.2στ Για αγωγό με $\chi_1=20$, $\chi_2=40$ και $\gamma_1=30$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξής:

$\chi_1=20$
 $\chi_2=40$
 $\gamma_1=30$
 $\mu=0,00125664\text{H/m}$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος , το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές .



ενέργεια : $4,5715e-004\text{J}$

αυτεπαγωγή: $3,6572e-005\text{H}$

3.5.2ζ Για αγωγό με $\chi_1=20$, $\chi_2=40$ και $\gamma_1=35$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξή:

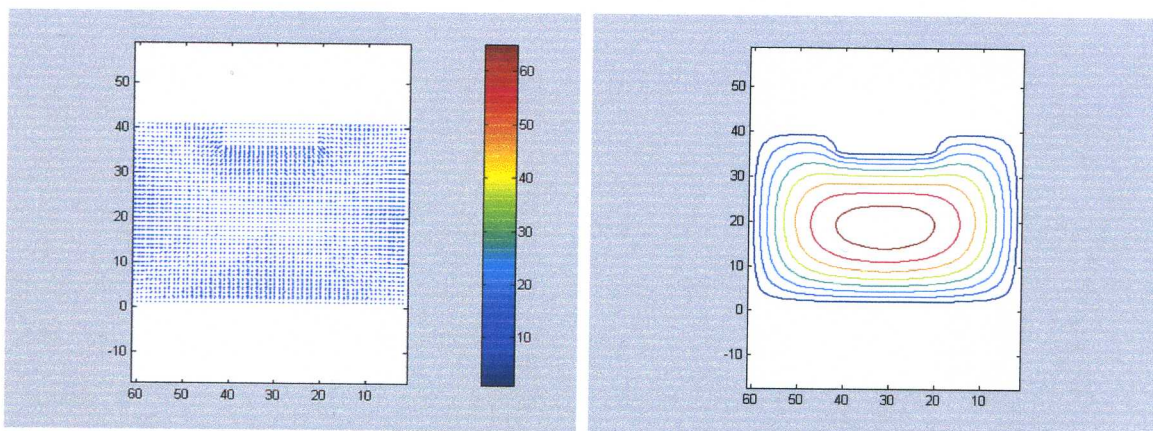
$$\chi_1=20$$

$$\chi_2=40$$

$$\gamma_1=35$$

$$\mu=0,00125664\text{H/m}$$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος, το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές.



ενέργεια : $5,8047e-004\text{J}$

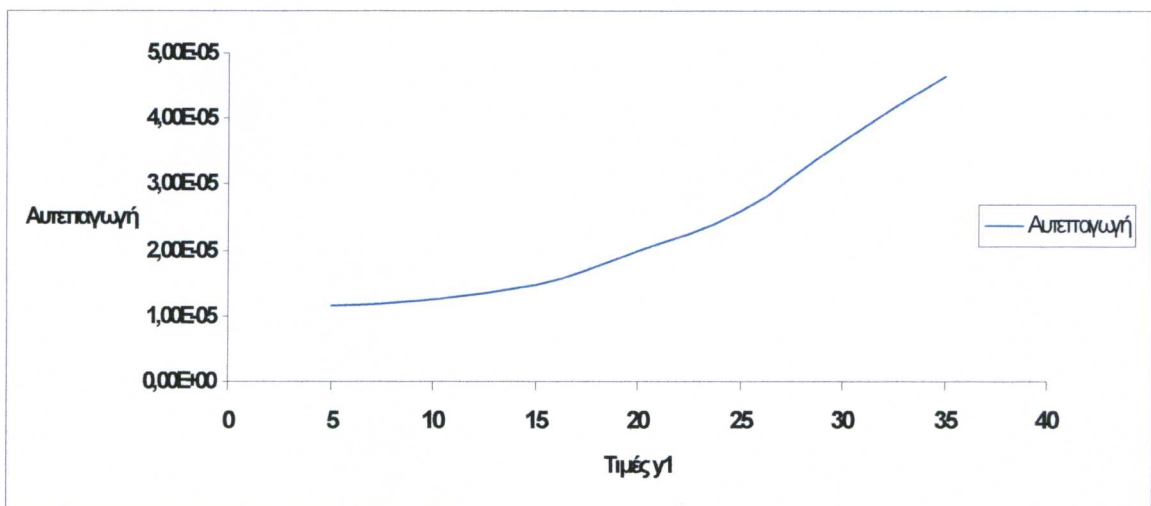
αυτεπαγωγή: $4,6437e-005\text{H}$

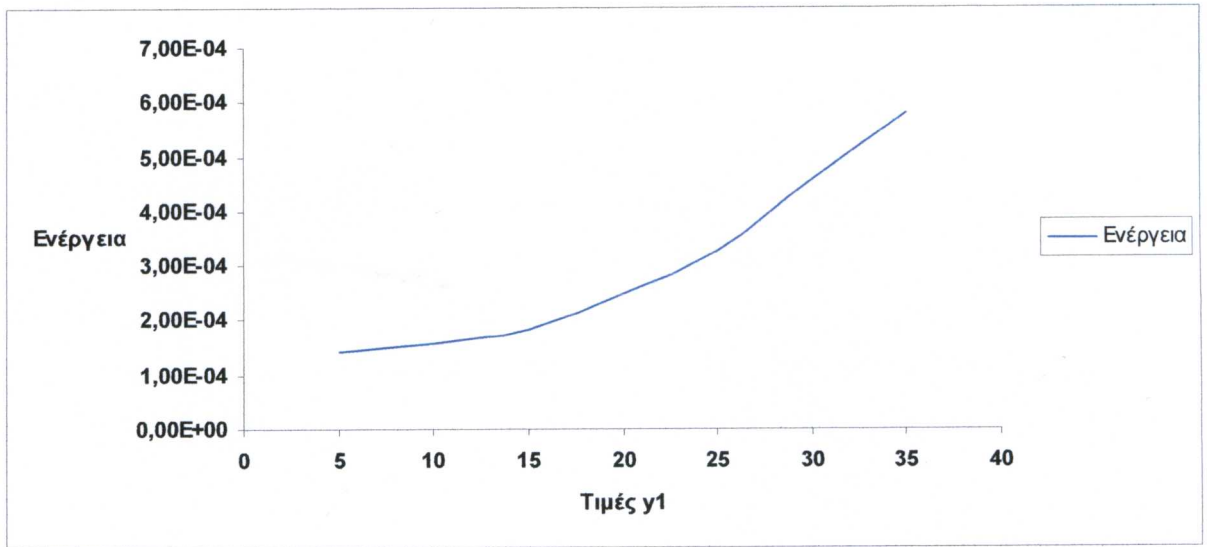
Από τις παραπάνω ενότητες 3.5.2α , 3.5.2β , 3.5.2γ , 3.5.2δ, 3.5.2ε , 3.5.2στ , 3.5.2ζ κάνουμε ένα πίνακα με τα αποτελέσματα των παραπάνω δοκιμών ο οποίος είναι ο εξής:

Πίνακας 7

περιπτώσεις	x_1	x_2	y_1	τιμές αυτεπαγωγής υπολογιστικές(H)	Ενέργεια αγωγού (J)
3.5.2.α	20	40	5	1,15E-05	1,44E-04
3.5.2.β	20	40	10	1,25E-05	1,56E-04
3.5.2.γ	20	40	15	1,47E-05	1,83E-04
3.5.2.δ	20	40	20	1,98E-05	2,48E-04
3.5.2.ε	20	40	25	2,61E-05	3,26E-04
3.5.2.στ	20	40	30	3,66E-05	4,57E-04
3.5.2.ζ	20	40	35	4,64E-05	5,80E-04

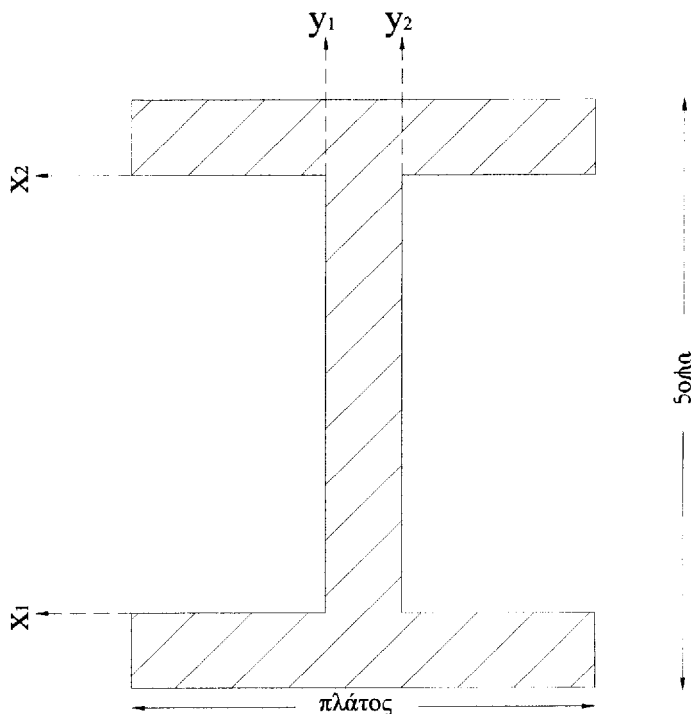
Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι με την αύξηση της τιμής του y_1 αυξάνεται και τιμή της αυτεπαγωγής. Παρατηρούμε επίσης για την ενέργεια ότι αυξάνεται με την αύξηση της τιμής y_1 . Η αύξηση της τιμής της αυτεπαγωγής και της ενέργειας με την αύξηση του y_1 μπορεί να απεικονισθεί γραφικά με τα παρακάτω διαγράμματα.





3.6 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΣΕ ΑΓΩΓΟ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΣΧΗΜΑΤΟΣ Η

Έχουμε έναν αγωγό το οποίο είναι διατομής σχήματος Η. Το μαγνητικό δυναμικό του τοιχώματος αγωγού είναι γνωστό και ίσο με 0 αντίστοιχα σε κάθε πλευρά του αγωγού όπως φαίνονται στο σχήμα 3.6.1 Το μαγνητικό δυναμικό είναι άγνωστο και είναι απαραίτητο να βρεθεί προκειμένου να υπολογιστεί ο συντελεστής αυτεπαγωγής. Το πλάτος του αγωγού είναι ίσο 6m και το ύψος είναι ίσο με 5m.



Σχήμα 3.6.1

Αυτό που θα κάνουμε στην συνέχεια είναι να απεικονίσουμε γραφικά τις δυναμικές γραμμές και τις ισοδυναμικές επιφάνειες για τον συγκεκριμένο αγωγό, να υπολογίσουμε την ενέργεια, την αυτεπαγωγή του, και το σχετικό σφάλμα μεταβάλλοντας κάθε φορά το σχήμα του. Δηλαδή τα σημεία x_1, x_2, y_1, y_2 .

3.6.1 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΣΗΜΕΙΩΝ x_1, x_2

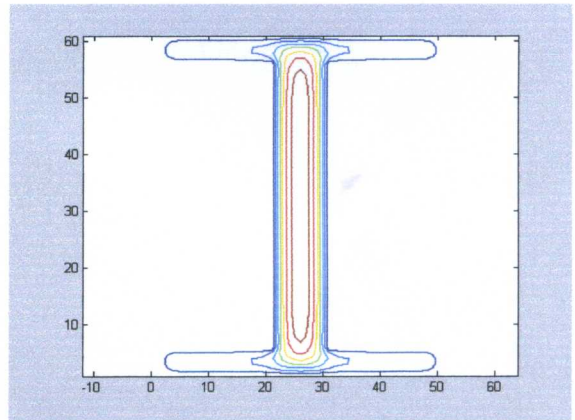
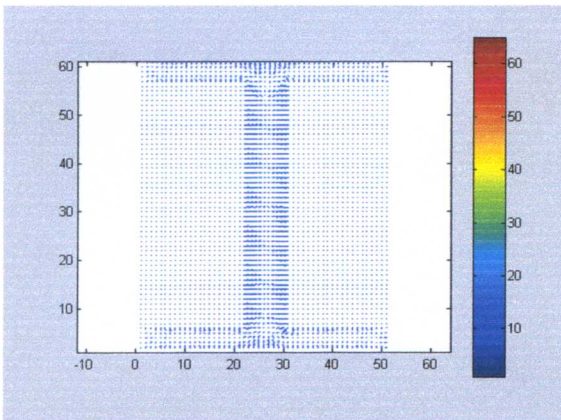
Στις παρακάτω ενότητες 3.6.1α , 3.6.1β , 3.6.1γ , 3.6.1δ , 3.6.1ε μεταβάλλουμε τα σημεία x_1, x_2 για αγωγό διατομής Η ενώ τα y_1 και y_2 παραμένουν σταθερά. Σταθερό παραμένει επίσης και το ύψος και το πλάτος του αγωγού τα οποία είναι ίσα με 5m, 6m αντίστοιχα.

3.6.1α Για αγωγό με $x_1=5, x_2=55$ και $y_1=20, y_2=30$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξής:

$x_1=5$
 $x_2=55$
 $y_1=20$
 $y_2=30$
 $\mu=0,00125664\text{H/m}$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος , το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές .



ενέργεια : $3,3710\text{e-}004\text{J}$

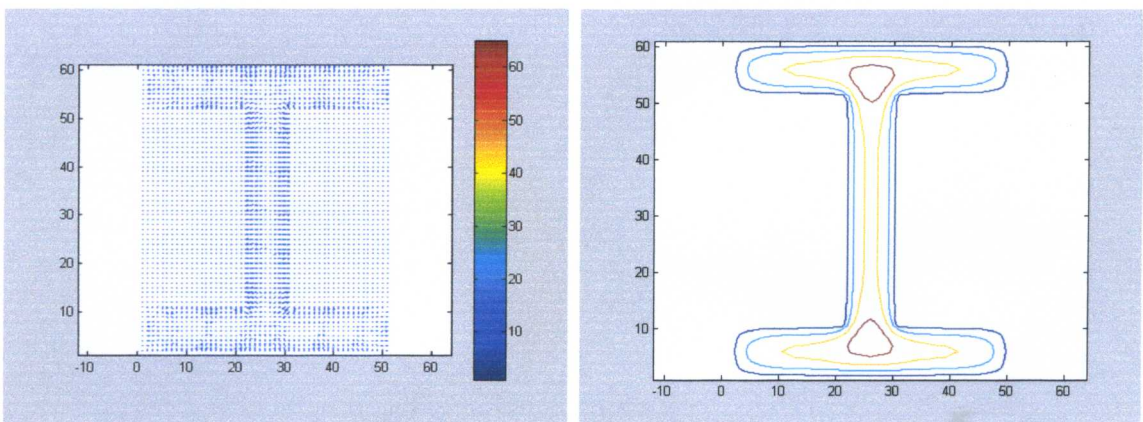
αυτεπαγωγή: $3,4398\text{e-}006\text{H}$

3.6.1β Για αγωγό με $\chi_1=10$, $\chi_2=50$ και $\gamma_1=20$ $\gamma_2=30$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξής:

$\chi_1=10$
 $\chi_2=50$
 $\gamma_1=20$
 $\gamma_2=30$
 $\mu=0,00125664\text{H/m}$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος , το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές .



ενέργεια : $7,4020\text{e-}004\text{J}$

αυτεπαγωγή: $7,5531\text{e-}006\text{H}$

Από τον τύπο $\varepsilon = \left(\frac{L_{ex} - L_{\nu\pi}}{L_{ex}} \right) \cdot 100 \mu\text{ε}$

$L_{ex}=0,0060429*\mu$ όπου $\mu=0,00125664$

$L_{ex}=0,00000759375$

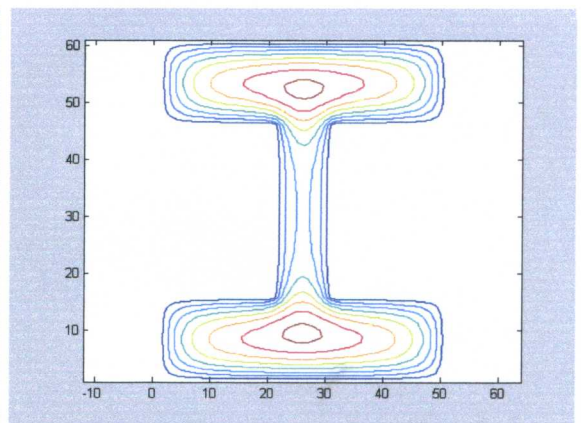
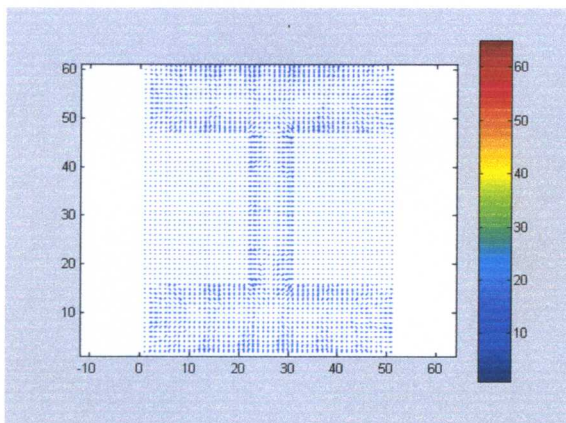
Υπολογίζουμε το σχετικό σφάλμα το οποίο ισούται με $\varepsilon=0,5353\%$

3.6.1γ Για αγωγό με $x_1=15$, $x_2=45$ και $y_1=20$ $y_2=30$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξής:

$x_1=15$
 $x_2=45$
 $y_1=20$
 $y_2=30$
 $\mu=0,00125664\text{H/m}$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος , το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές .



ενέργεια : 0,0017J

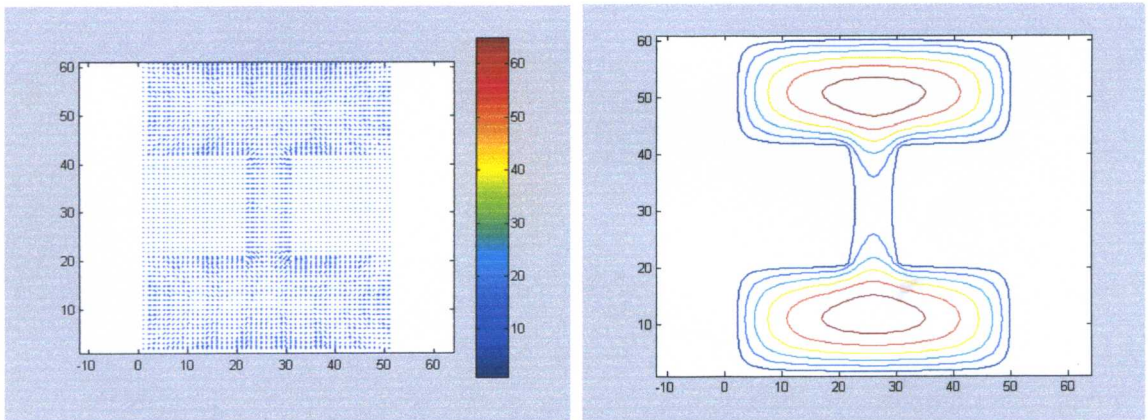
αυτεπαγωγή: 1,7856e-005H

3.6.1δ Για αγωγό με $x_1=20$, $x_2=40$ και $y_1=20$ $y_2=30$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξής:

$x_1=20$
 $x_2=40$
 $y_1=20$
 $y_2=30$
 $\mu=0,00125664\text{H/m}$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος , το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές .



ενέργεια : 0,0035J

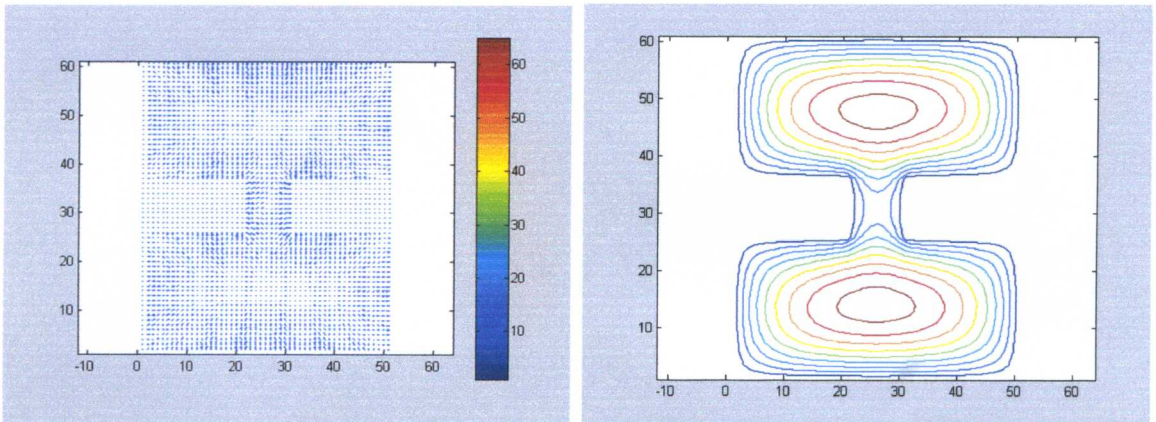
αυτεπαγωγή: 3,5494e-005H

3.6.1ε Για αγωγό με $\chi_1=25$, $\chi_2=35$ και $y_1=20$ $y_2=30$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξής:

$\chi_1=25$
 $\chi_2=35$
 $y_1=20$
 $y_2=30$
 $\mu=0,00125664\text{H/m}$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος, το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές.



ενέργεια : 0,0060J

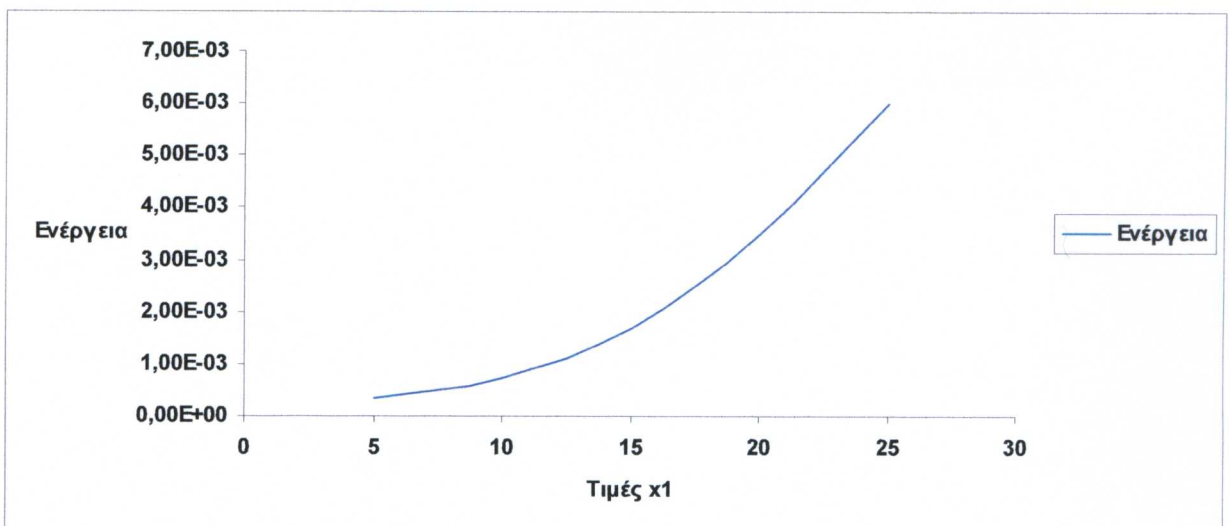
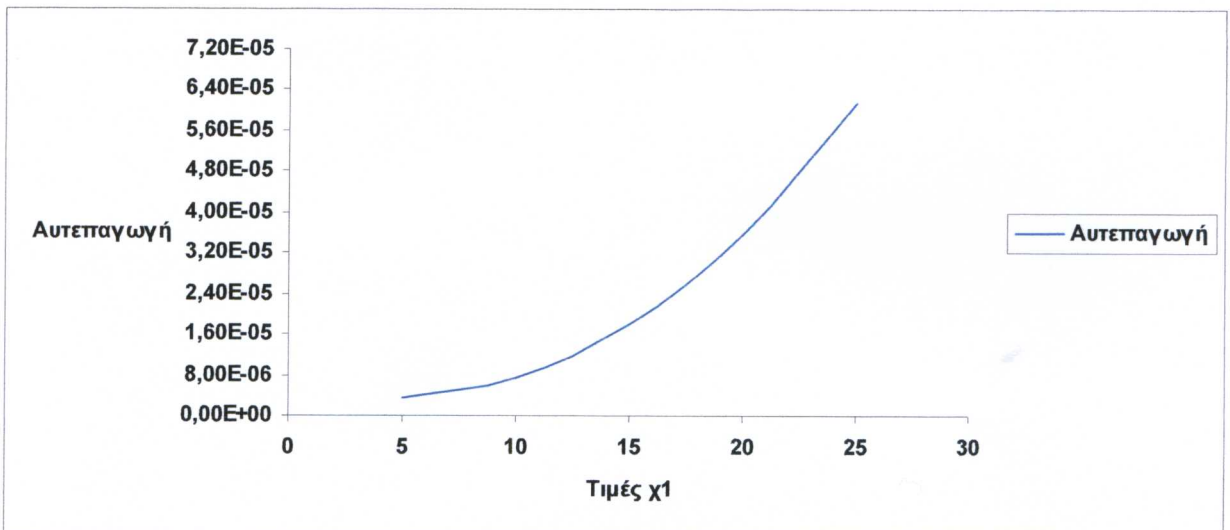
αυτεπαγωγή: 6,1435e-005H

Από τις παραπάνω ενότητες 3.6.1α , 3.6.1β , 3.6.1γ , 3.6.1δ, 3.6.1ε κάνουμε ένα πίνακα με τα αποτελέσματα των παραπάνω δοκιμών ο οποίος είναι ο εξής:

Πίνακας 8

περιπτώσεις	x_1	x_2	y_1	y_2	τιμές αυτεπαγωγής υπολογιστικές	Ενέργεια πηνίου
3.6.1.α	5	55	20	30	3,44E-06	3,37E-04
3.6.1.β	10	50	20	30	7,55E-06	7,40E-04
3.6.1.γ	15	45	20	30	1,79E-05	0,0017
3.6.1.δ	20	40	20	30	3,55E-05	0,0035
3.6.1.ε	25	35	20	30	6,14E-05	0,006

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται η τιμή του x_1 αυξάνεται και η τιμή της αυτεπαγωγής. Αντίστοιχα με την αύξηση της τιμής του x_1 αυξάνεται επίσης και η τιμή της ενέργειας του αγωγού. Αυτό μπορούμε να το παρατηρήσουμε και από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις.



3.6.2 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΣΗΜΕΙΩΝ Y_1, Y_2

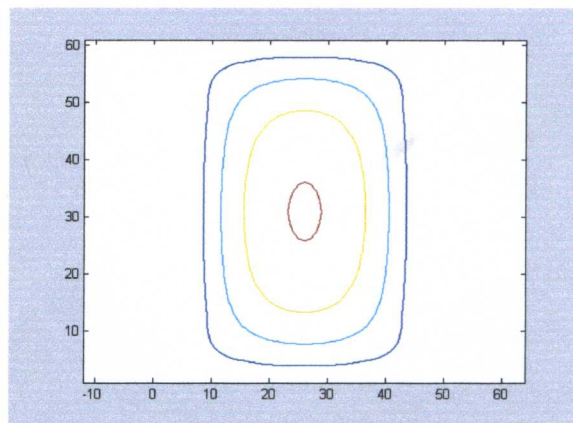
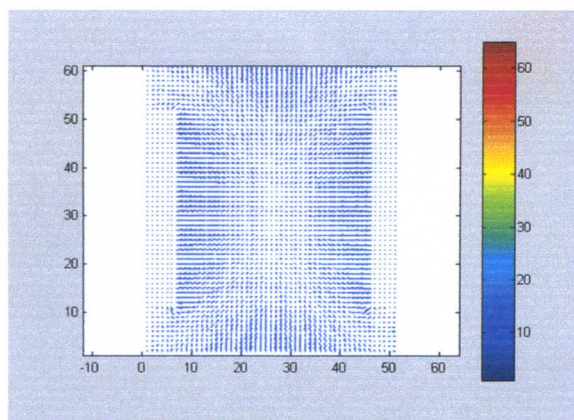
Στις παρακάτω ενότητες 3.6.2α , 3.6.2β , 3.6.2γ , 3.6.2δ μεταβάλλουμε τα σημεία y_1, y_2 για αγωγό διατομής Η ενώ τα x_1 και x_2 παραμένουν σταθερά. Σταθερό παραμένει επίσης και το ύψος και το πλάτος του αγωγού τα οποία είναι ίσα με 5m , 6m αντίστοιχα.

3.6.2α Για αγωγό με $x_1=10, x_2=50$ και $y_1=5, y_2=45$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξή:

$x_1=10$
 $x_2=50$
 $y_1=5$
 $y_2=45$
 $\mu=0,00125664\text{H/m}$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος , το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές .



ενέργεια : 0,0122J

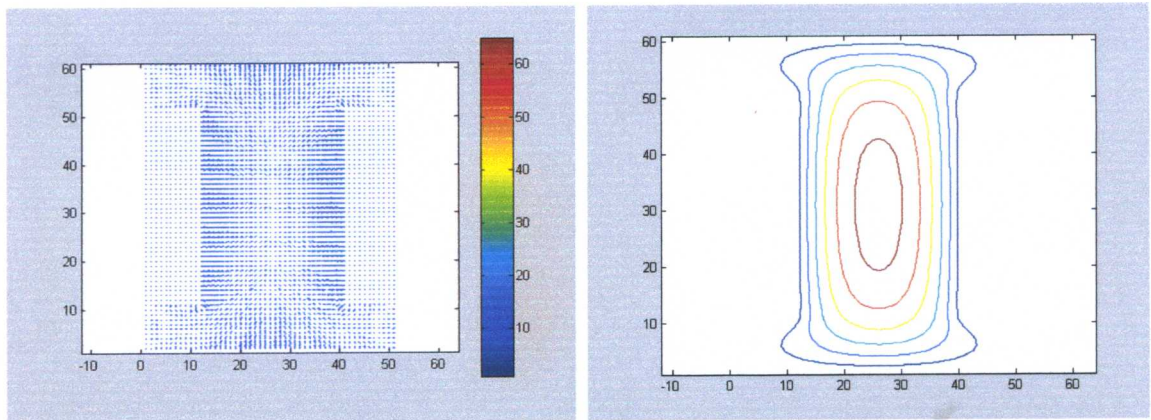
αυτεπαγωγή: 1,2401e-004H

3.6.2β Για αγωγό με $x_1=10$, $x_2=50$ και $y_1=10$ $y_2=40$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξής:

$x_1=10$
 $x_2=50$
 $y_1=10$
 $y_2=40$
 $\mu=0,00125664\text{H/m}$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος, το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς επίσης και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς επίσης και τις δυναμικές γραμμές.



ενέργεια : 0,0062J

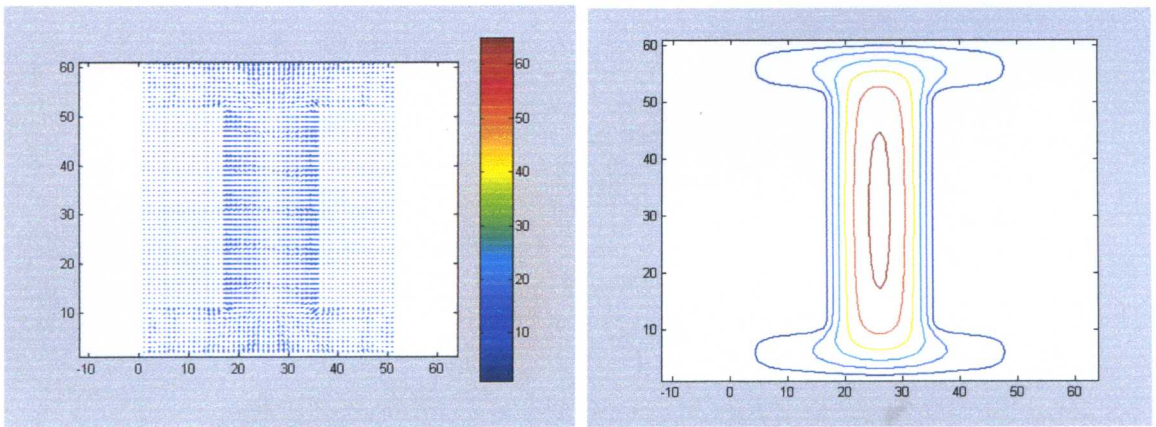
αυτεπαγωγή: 6,3663e-005

3.6.2γ Για αγωγό με $x_1=10$, $x_2=50$ και $y_1=15$ $y_2=35$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξή:

- $x_1=10$
- $x_2=50$
- $y_1=15$
- $y_2=35$
- $\mu=0,00125664\text{H/m}$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος , το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς τις και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς τις και τις δυναμικές γραμμές .



ενέργεια : 0,0024J

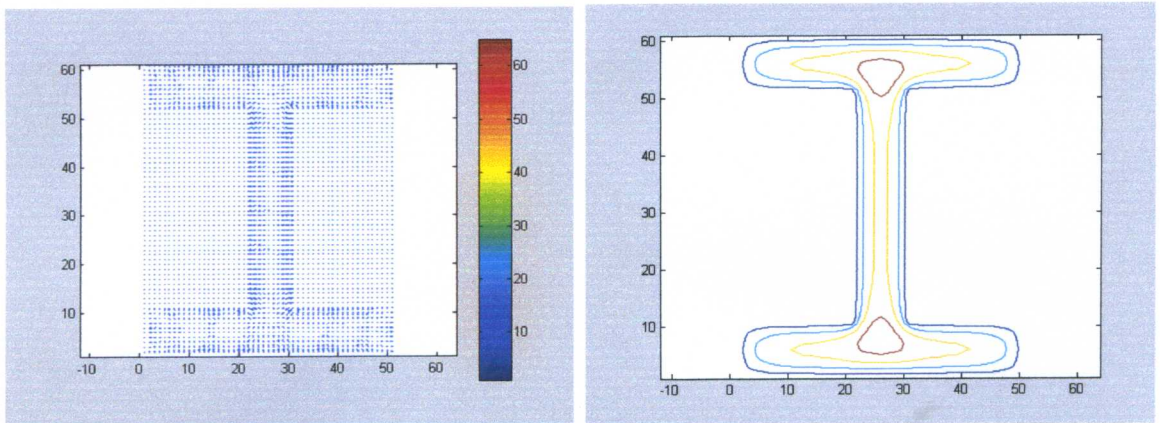
αυτεπαγωγή: 2,4979e-005H

3.6.2δ Για αγωγό με $\chi_1=10$, $\chi_2=50$ και $y_1=20$ $y_2=30$

Τα στοιχεία που έχουμε για την συγκεκριμένη περίπτωση είναι τα εξής:

$\chi_1=10$
 $\chi_2=50$
 $y_1=20$
 $y_2=30$
 $\mu=0,00125664\text{H/m}$

Με τη βοήθεια του προγράμματος matlab δίνοντας το πλάτος, το ύψος του αγωγού τον αριθμό των κελιών οριζοντίως και καθέτως καθώς τις και τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να απεικονίσουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες καθώς τις και τις δυναμικές γραμμές.



ενέργεια : $7,4020\text{e-}004\text{J}$

αυτεπαγωγή: $7,5531\text{e-}006\text{H}$

Από τον τύπο $\varepsilon = \left(\frac{L_{ex} - L_{\nu\pi}}{L_{ex}} \right) \cdot 100 \text{ με}$

$L_{ex}=0,0060429 \cdot \mu$ όπου $\mu=0,00125664$

$L_{ex}=0,00000759375$

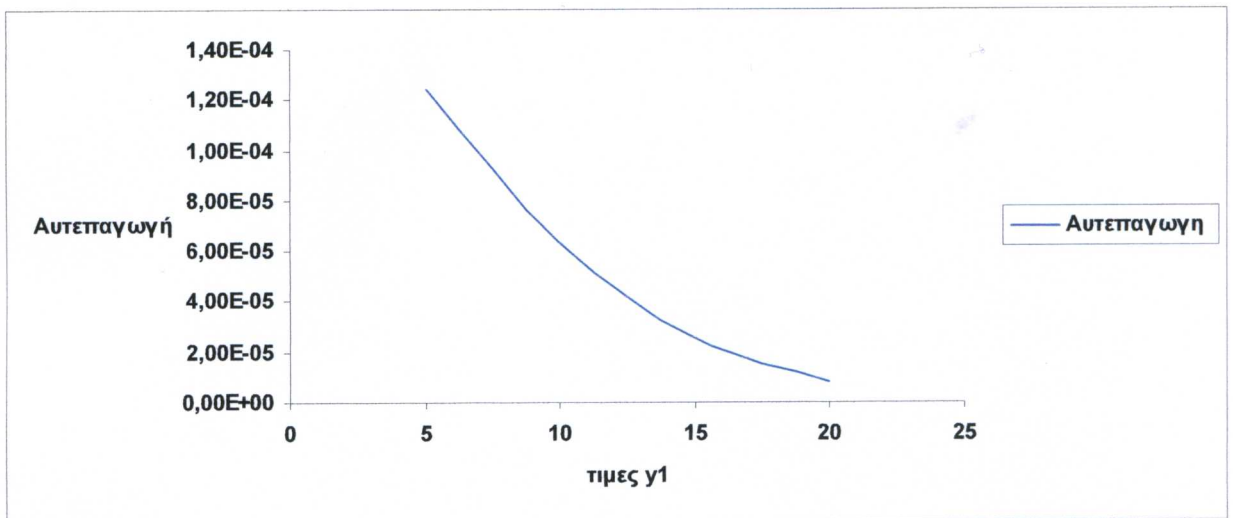
Υπολογίζουμε το σχετικό σφάλμα το οποίο ισούται με $\varepsilon = 0,5353\%$

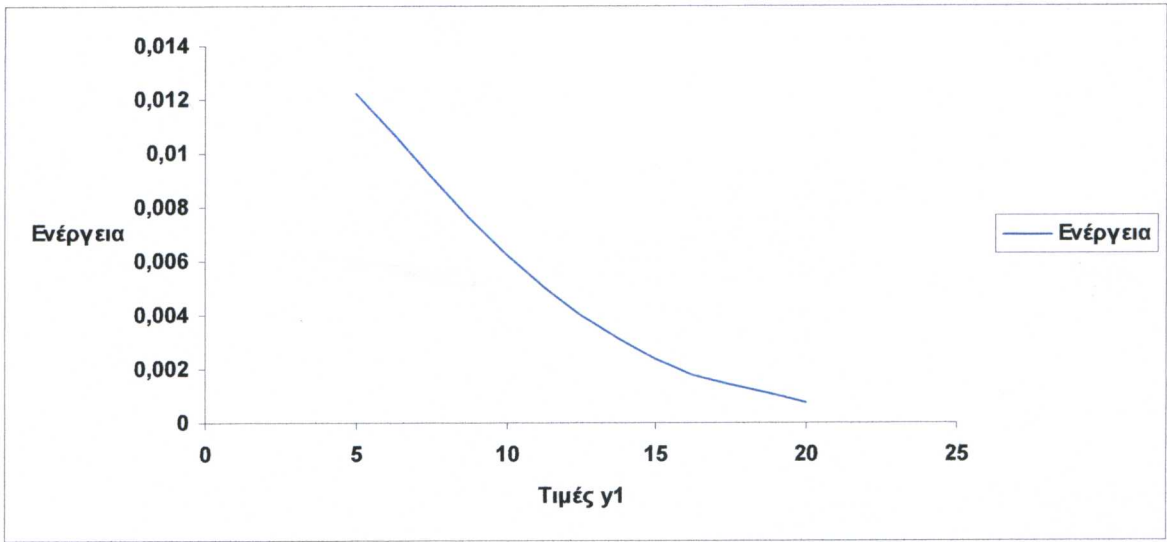
Από τις παραπάνω ενότητες 3.6.2^α , 3.6.2^β , 3.6.2^γ , 3.6.2^δ κάνουμε ένα πίνακα με τα αποτελέσματα των παραπάνω δοκιμών ο οποίος είναι ο εξής:

Πίνακας 9

περιπτώσεις	x ₁	x ₂	y ₁	y ₂	τιμές αυτεπαγωγής υπολογιστικές(H)	Ενέργεια πηνίου (J)
3.6.2.α	10	50	5	45	1,24E-04	0,0122
3.6.2.β	10	50	10	40	6,37E-05	0,0062
3.6.2.γ	10	50	15	35	2,50E-05	0,0024
3.6.2.δ	10	50	20	30	7,55E-06	7,40E-04

Αυτό που παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα είναι ότι όσο αυξάνεται η τιμή του y₁ η τιμή της αυτεπαγωγής μειώνεται. Με την αύξηση και πάλι του y₁ η τιμή της ενέργειας μειώνεται. Οι μεταβολές αυτές φαίνονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις.





ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από την ανάλυση του κεφαλαίου 3.4 για τετραγωνικό αγωγό είναι προφανές ότι η αυτεπαγωγή του αγωγού επηρεάζεται από διάφορους παράγοντες που σχετίζονται είτε με τον αριθμό των κελιών διακριτοποίησης, είτε με τη φυσική του προβλήματος (διαστάσεις αγωγού, μαγνητική διαπερατότητα).

Αρχικά μεταβάλλεται ο αριθμός κελιών διακριτοποίησης. Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται ο αριθμός τους, τόσο η αυτεπαγωγή προσεγγίζει την πραγματική τιμή. Αυτό είναι φυσικό καθώς όσο πιο πυκνό είναι το πλέγμα τόσο πιο ακριβής είναι η λύση του προβλήματος.

Η μεταβολή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό είδαμε ότι δεν έχει καμία επίδραση στην αυτεπαγωγή του. Αυτό προκύπτει και από τη θεωρία καθώς γνωρίζουμε ότι ο συντελεστής αυτεπαγωγής είναι ανεξάρτητος της έντασης του ρεύματος.

Στο ίδιο κεφάλαιο μεταβάλαμε τις διαστάσεις του τετραγωνικού αγωγού (μήκος, πλάτος). Κάθε μεταβολή των διαστάσεων δημιουργεί ουσιαστικά άλλο πρόβλημα επομένως μεταβάλλεται και η αυτεπαγωγή του. Συγκεκριμένα αύξηση του πλάτους του αγωγού οδηγεί σε μείωση της αυτεπαγωγής του.

Η μεταβολή της μαγνητικής διαπερατότητας σε αγωγό έχει σαν αποτέλεσμα την μεταβολή της αυτεπαγωγής του. Συγκεκριμένα αύξηση της μαγνητικής διαπερατότητας οδηγεί σε αύξηση της αυτεπαγωγής.

Στη προσπάθειά μας να υπολογίσουμε το σχετικό σφάλμα ανάμεσα στην ακριβή τιμή της αυτεπαγωγής του αγωγού και της υπολογιζόμενης τιμής από εμάς, οδηγηθήκαμε στο συμπέρασμα ότι όσο πιο μεγάλος είναι αριθμός των κελιών διακριτοποίησης τόσο πιο μικρό είναι το σχετικό σφάλμα δηλαδή, τόσο πιο πολύ η

τιμή της υπολογιζόμενης αυτεπαγωγής πλησιάζει την ακριβή τιμή της αυτεπαγωγής για τον ίδιο αγωγό.

Στο κεφάλαιο 3.5 υπολογίσαμε την αυτεπαγωγή και την ενέργεια αγωγού διατομής σχήματος U . Στη διατομή του σχήματος ορίσαμε σημεία x_1, x_2, y_1 . Αλλάζοντας τη θέση αυτών αλλάζουμε το πρόβλημα οπότε μεταβάλλεται και η αυτεπαγωγή του αγωγού. Με την μεταβολή των x_1, x_2 διατηρώντας το y_1 σταθερό. Συγκεκριμένα με την αύξηση του x_1 αυξάνεται η αυτεπαγωγή του αγωγού. Με την αύξηση του y_1 (διατηρώντας τα x_1, x_2 σταθερά), αυξάνεται επίσης η αυτεπαγωγή.

Στο κεφάλαιο 3.6 υπολογίσαμε την αυτεπαγωγή και την ενέργεια αγωγού διατομής σχήματος H. Στη διατομή του σχήματος ορίσαμε σημεία x_1, x_2, y_1, y_2 . Μεταβάλλοντας τη θέση τους αλλάζει και το πρόβλημα οπότε μεταβάλλεται και η αυτεπαγωγή. Με την μεταβολή των x_1, x_2 (διατηρώντας τα y_1, y_2 σταθερά) μεταβάλλεται η αυτεπαγωγή, η οποία συναρτήσει του x_1 αυξάνεται. Μεταβάλλοντας τα y_1, y_2 (διατηρώντας τα x_1, x_2 σταθερά) μεταβάλλεται η αυτεπαγωγή. Συγκεκριμένα με την αύξηση του y_1 η αυτεπαγωγή του αγωγού μειώνεται.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Θ. Δ. Τσιμπούκης , Συμπληρωματικές Σημειώσεις Στο Μάθημα των Ειδικών Η/Μ Πεδίου ΙΙ, Θεσσαλονίκη , 1996.

Θ. Δ. Τσιμπούκης , Εισαγωγή στη Βασική Θεωρία του Ηλεκτρομαγνητικού πεδίου, Τόμος Ι, Ηλεκτροστατικό Πεδίο, University Studio Press, Θεσσαλονίκη , 1991.

M.N.O Sadiku, Numerical Techniques in Electromagnetic, Second Edition, CRC Press, Boca Raton, Florida, 2001.

S.C.Charpa & R.P Canale, Numerical Methods for Engineers, 3rd edition, McGraw-Hill, Signapore, 1998

Χ. Φραγκάκης, Μέθοδοι Αριθμητικής Ανάλυσης, Τόμος Ι, Αφοι Κυριακίδη Α.Ε., Θεσσαλονίκη 1993.

Γεωργιακάκη Κυριακή, Θέμα πτυχιακής εργασίας: Υπολογισμός χωρητικότητας πυκνωτή με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών στις δύο διαστάσεις. Σέρρες 2005.