

**ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗΣ
ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ**



ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ελευθερία Κατσουλάρη

Επιβλέπων : Παναγιώτης Κυριαζίδης

ΣΕΡΡΕΣ, ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2006

Περιεχόμενα

Πρόλογος

<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο</u>	Τηλεπικοινωνιακή Κίνηση	1
1.1.	Εισαγωγή	1
1.2.	Φύση της τηλεπικοινωνιακής κίνησης – Ωρα αιχμής	2
1.3.	Συμφόρηση της τηλεπικοινωνιακής κίνησης	4
1.4.	Βαθμός εξυπηρέτησης	5
1.5.	Βασικό πρόβλημα τηλεπικοινωνιών	7
1.6.	Φορτίο κίνησης	7
1.7.	Αναπαράσταση μοντέλων τηλεπικοινωνιακής κίνησης	10
1.8.	Ιδιότητες τηλεπικοινωνιακής κίνησης	11
1.8.1.	Μαρκοβιανή ιδιότητα	11
1.8.2.	Ιδιότητα PASTA	12
1.8.3.	Ο νόμος του Little	12
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο</u>	Μαρκοβιανά Συστήματα Απωλειών	14
2.1.	Εισαγωγή	14
2.2.	Συστήματα απωλειών – $M/M/s(0)$	14
2.3.	Συστήματα απωλειών – $M(n)/M/s(0)$	16
2.4.	Ταξινομημένη αναζήτηση γραμμής	18
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο</u>	Ανάλυση Συστημάτων Εναλλακτικής Δρομολόγησης	20
3.1.	Εισαγωγή	20
3.2.	Συστήματα Υπερροής	20
3.3.	Μοντέλο Κίνησης Υπερροής	21
3.4.	Θεωρία της Ισοδύναμης Τυχαίας Κίνησης	23

<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο</u>	Βέλτιστος Σχεδιασμός των Συστημάτων Εναλλακτικής Δρομολόγησης	25
4.1.	Εισαγωγή	25
4.2.	Κλασσική Μέθοδος	25
4.3.	Βέλτιστος Σχεδιασμός Βάσει της Θεωρίας της Ισοδύναμης Τυχαίας Κινήσεως	28
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο</u>	Παρουσίαση αποτελεσμάτων εφαρμογής της Θεωρίας Ισοδύναμης Τυχαίας Κίνησης στα Συστήματα Εναλλακτικής Δρομολόγησης	30
5.1.	Υπολογισμός της πιθανότητας απώλειας κλήσεων B ενός συστήματος Υπερροής	30
5.2.	Υπολογισμός της χωρητικότητας των ζεύξεων ενός τηλεφωνικού δικτύου με δύο τρόπους διεκπεραίωσης της κίνησης	32
5.2.1.	1 ^ο ς τρόπος διεκπεραίωσης της κίνησης σε τηλεφωνικό δίκτυο	32
5.2.2.	2 ^ο ς τρόπος διεκπεραίωσης της κίνησης σε τηλεφωνικό δίκτυο	34
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο</u>	Παρουσίαση αποτελεσμάτων για το βέλτιστο σχεδιασμό των Συστημάτων Εναλλακτικής Δρομολόγησης	37
6.1.	Βέλτιστος σχεδιασμός βάσει της κλασσικής μεθόδου	37
6.2.	Βέλτιστος σχεδιασμός βάσει της θεωρίας της ισοδύναμης τυχαίας κίνησης	38

<u>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α</u>	Κατανομή Poisson	42
A.1.	Βασικές διαδικασίες εξυπηρέτησης των κλήσεων	42
A.2.	Η διαδικασία άφιξης κλήσεων	42
A.3.	Η διαδικασία εξυπηρέτησης κλήσεων	44
<u>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β</u>	Πίνακες Erlang B,C	45
<u>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ</u>	Παράθεση Προγραμμών	52
Γ.1.	Προγράμματα για την Θεωρία της ισοδύναμης τυχαίας κίνησης	52
Γ.1.1.	Πρόγραμμα 1 ^ο - Υπολογισμός της πιθανότητας απώλειας κλήσεων B για την κίνηση υπερροής.	52
Γ.1.2.	Υπολογισμός της χωρητικότητας των ζεύξεων ενός τηλεφωνικού δικτύου με δύο τρόπους διεκπεραίωσης της κίνησης	57
Γ.1.2.1.	Πρόγραμμα 2 ^ο - 1 ^{ος} Τρόπος διεκπεραίωσης της κίνησης	57
Γ.1.2.2.	Πρόγραμμα 3 ^ο - 2 ^{ος} Τρόπος διεκπεραίωσης της κίνησης	65
Γ.2.	Προγράμματα για τον βέλτιστο σχεδιασμό των συστημάτων εναλλακτικής δρομολόγησης.	73
Γ.2.1.	Πρόγραμμα 4 ^ο -Υπολογισμός του βέλτιστου αριθμού trunks που καθιστά ελάχιστο το κόστος του συστήματος βάσει της κλασικής μεθόδου.	74
Γ.2.2.	Πρόγραμμα 5 ^ο - Υπολογισμός του βέλτιστου αριθμού trunks που καθιστά ελάχιστο το κόστος του συστήματος βάσει της θεωρίας της ισοδύναμης τυχαίας κίνησης.	76
<u>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</u>		81

Πρόλογος

Η θεωρία της τηλεπικοινωνιακής κίνησης έχει ως σκοπό τόσο το βέλτιστο-οικονομικότερο σχεδιασμό των τηλεπικοινωνιακών δικτύων ώστε να ικανοποιούνται οι προδιαγραφές ποιότητας εξυπηρέτησης (Quality of Service – QoS) των συνδρομητών του δικτύου, όσο και η αξιολόγηση της λειτουργίας του δικτύου.

Στην παρούσα πτυχιακή εργασία θα ασχοληθούμε με το βέλτιστο σχεδιασμό των συστημάτων της εναλλακτικής δρομολόγησης, σύμφωνα με τα οποία όταν σε ένα τηλεπικοινωνιακό δίκτυο παρουσιάζεται συμφόρηση κίνησης σε μια ζεύξη τότε η κίνηση μπορεί να ακολουθήσει μια εναλλακτική οδό για να φτάσει στον προορισμό της.

Στο πρώτο κεφάλαιο περιγράφεται η φύση της τηλεπικοινωνιακής κινήσεως, εξηγείται τι είναι συμφόρηση της κίνησης και βαθμός εξυπηρέτησης του τηλεπικοινωνιακού συστήματος. Στη συνέχεια δίνεται ο ορισμός του φορτίου κίνησης, καθώς γίνεται αναφορά στη διάκριση των μοντέλων της τηλεπικοινωνιακής κίνησης, και αναφερόμαστε στις ιδιότητες της τηλεπικοινωνιακής κίνησης.

Στο δεύτερο κεφάλαιο αναλύουμε τα μαρκοβιανά συστήματα απωλειών και συγκεκριμένα εξετάζουμε τα συστήματα $M/M/s(0)$ και $M(n)/M/s(0)$ που περιγράφονται από τους τύπους απωλειών Erlang και Engeset.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται περιγραφή του μοντέλου κίνησης υπερροής και αναλύουμε τη θεωρία της ισοδύναμης τυχαίας κίνησης.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται ο βέλτιστος σχεδιασμός συστημάτων εναλλακτικής δρομολόγησης βάσει της κλασσικής μεθόδου και της θεωρίας της ισοδύναμης τυχαίας κίνησης.

Στο πέμπτο κεφάλαιο κάνουμε παράθεση των αποτελεσμάτων με βάση τη θεωρία της ισοδύναμης τυχαίας κίνησης.

Τέλος στο έκτο κεφάλαιο κάνουμε παράθεση των αποτελεσμάτων με βάση το βέλτιστο σχεδιασμό συστημάτων εναλλακτικής δρομολόγησης βάσει της κλασσικής μεθόδου και της θεωρίας της ισοδύναμης τυχαίας κίνησης.

Με αφορμή την εκπόνηση της παρούσας πτυχιακής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω εκ βαθέων τον καθηγητή κ. Κυριαζίδη Παναγιώτη. Τόσο η ολοκλήρωση του παρόντος πονήματος όσο και η διεύρυνση των επιστημονικών μου

γνώσεων επιτεύχθηκαν χάρη στη δική του αρωγή και καθοδήγηση. Ευχαριστώ πολύ για την άριστη συνεργασία μας.

Σέρρες, Οκτώβριος 2006

Κατσουλάρη Ελευθερία

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

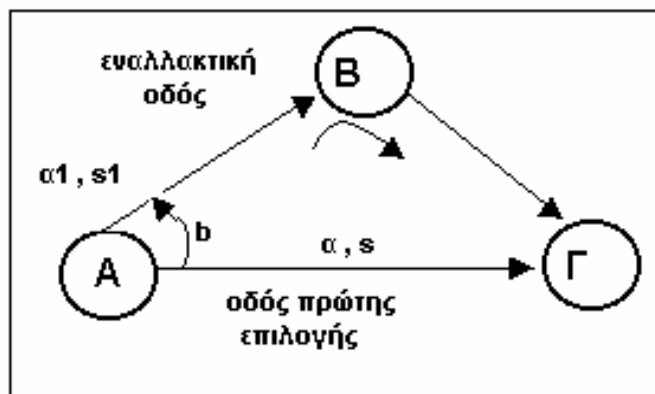
ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

1.1. Εισαγωγή

Η θεωρία της τηλεπικοινωνιακής κίνησης ασχολείται με τη μελέτη της τηλεπικοινωνιακής κίνησης και τους υπολογισμούς του απαραίτητου πλήθους οργάνων και γραμμών των τηλεπικοινωνιακών δικτύων με σκοπό η εξυπηρέτηση των συνδρομητών να επιτευχθεί στον κατάλληλο βαθμό με την κατάλληλη αξιοπιστία και με το χαμηλότερο κόστος υλοποίησης και συντήρησης του απαραίτητου εξοπλισμού. Ο τρόπος λειτουργίας των τηλεπικοινωνιακών συστημάτων είναι ο εξής: ο χρήστης κάνει αίτηση για απόκτηση γραμμής, δεσμεύεται μία γραμμή από ένα κοινό σύνολο διαθέσιμων γραμμών και εκχωρείται στον χρήστη, έχουμε την κλήση και τέλος αποδέσμευση και επιστροφή γραμμής στο σύνολο των διαθέσιμων γραμμών μετά το πέρας της κλήσης.

Σκοπός της θεωρίας της τηλεπικοινωνιακής κίνησης είναι τόσο ο βέλτιστος σχεδιασμός των τηλεπικοινωνιακών δικτύων ώστε να ικανοποιούνται οι προδιαγραφές ποιότητας εξυπηρέτησης (Quality of Service – QoS) των συνδρομητών του δικτύου, όσο και η αξιολόγηση της λειτουργίας του δικτύου. Ένα παράδειγμα αντικείμενου της θεωρίας της τηλεπικοινωνιακής κίνησης είναι ο βέλτιστος σχεδιασμός των συστημάτων της εναλλακτικής δρομολόγησης, που αποτελεί και αντικείμενο της παρούσας εργασίας.

Σύμφωνα με την ανάλυση των συστημάτων εναλλακτικής δρομολόγησης όταν σε ένα τηλεπικοινωνιακό δίκτυο παρουσιάζεται συμφόρηση κίνησης σε μια ζεύξη (ΑΓ) τότε η κίνηση μπορεί να ακολουθήσει μια εναλλακτική οδό (ΑΒΓ) για να φτάσει στον προορισμό της (σχήμα (1.1)). Αν γνωρίζουμε λοιπόν την ποσότητα της κίνησης σε κάθε ζεύξη του δικτύου, το σχέδιο εναλλακτικής δρομολόγησης που μπορούμε να εφαρμόσουμε καθώς και το κόστος διεκπεραίωσης της κίνησης από την οδό πρώτης επιλογής ή την εναλλακτική διαδρομή, ζητείται να υπολογίσουμε τις χωρητικότητες των ζεύξεων του δικτύου κατά τον οικονομικότερο τρόπο, προδιαγράφοντας επίσης τις απώλειες κίνησης στην τελική εναλλακτική οδό.



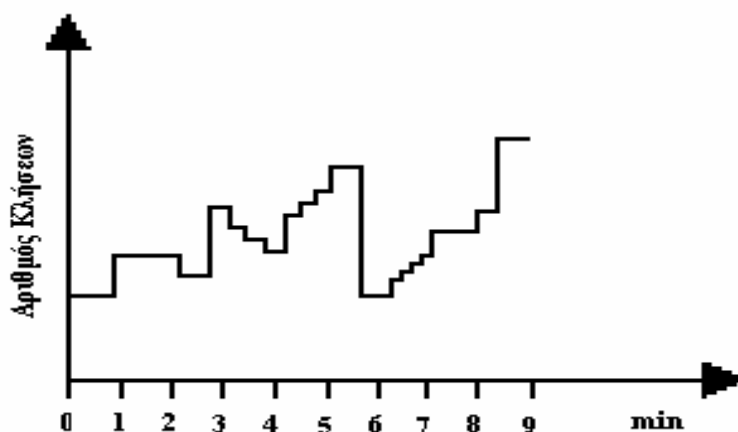
Σχήμα 1.1: Τηλεπικοινωνιακό δίκτυο με σύστημα εναλλακτικής δρομολόγησης .

Στο εισαγωγικό αυτό κεφάλαιο περιγράφεται η φύση της τηλεπικοινωνιακής κινήσεως, αναλύεται η έννοια της ώρας αιχμής, επεξηγείται τι είναι συμφόρηση της τηλεπικοινωνιακής κίνησης καθώς και τι είναι βαθμός εξυπηρέτησης ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος. Στην συνέχεια παρατίθεται το βασικό πρόβλημα των τηλεπικοινωνιών που δεν είναι άλλο από την σωστή διαστασιολόγηση ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος. Ακολούθως δίνεται ο ορισμός του φορτίου κίνησης και αναφέρονται οι ιδιότητές του. Τέλος περιγράφεται ο τρόπος αναπαράστασης των μοντέλων κίνησης και αναλύονται κάποιες θεμελιώδεις σχέσεις όπως η Μαρκοβιανή ιδιότητα, η ιδιότητα Pasta και ο νόμος του Little.

1.2. Φύση της τηλεπικοινωνιακής κίνησης – Ώρα αιχμής

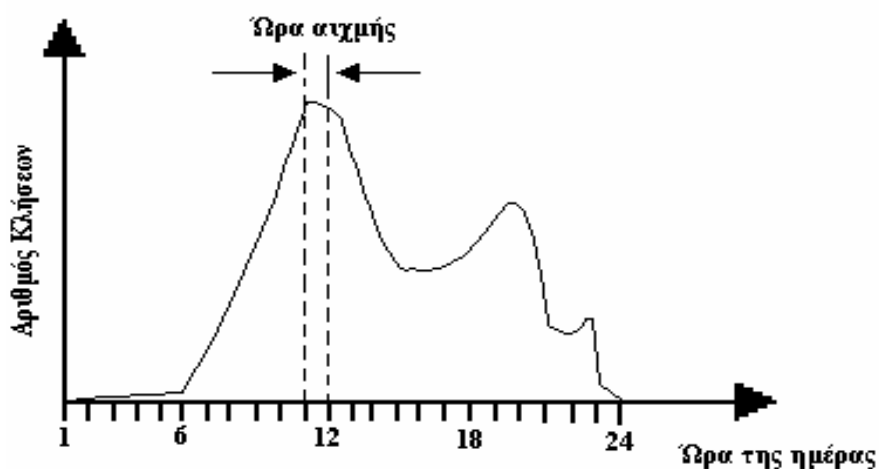
Σ' ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα καθοριστικό στοιχείο του μεγέθους του είναι η ποσότητα της κίνησης που θα διεκπεραιώνει. Το σύστημα απευθύνεται σ' ένα μεγάλο πλήθος χρηστών. Η συγκέντρωση (trunking) των διαθέσιμων καναλιών επιτρέπει την από κοινού εξυπηρέτηση μεγάλου αριθμού χρηστών με σχετικά μικρό αριθμό διαύλων. Από την κίνηση θα υπολογισθεί ο αριθμός των κυκλωμάτων – trunks (κάθε ποσότητα που μπορεί να εξυπηρετήσει μια κλήση) που πρέπει να έχει το τηλεπικοινωνιακό σύστημα.

Αν γίνει μία λεπτομερής καταγραφή των κλήσεων που διεκπεραιώνει κάποιο τμήμα ενός μεγάλου τηλεπικοινωνιακού συστήματος (π.χ. ένα τηλεφωνικό κέντρο), ο αριθμός των κλήσεων μεταβάλλεται με τυχαίο τρόπο (όπως φαίνεται στο σχήμα (1.2), καθώς κλήσεις αρχίζουν και τελειώνουν εντελώς τυχαία.



Σχήμα 1.2.: Λεπτομερής μεταβολή της τηλεφωνικής κίνησης .

Στο ίδιο ακριβώς συμπέρασμα καταλήγουμε αν παρατηρήσουμε παραπλήσιες γραφικές παραστάσεις που παριστάνουν τον τρόπο μεταβολής της διεκπεραιούμενης κίνησης κατά τη διάρκεια ενός εικοσιτετραώρου (όπως φαίνεται στο σχήμα (1.3)). Ο αριθμός των κλήσεων που διεκπεραιώνεται από ώρα σε ώρα μεταβάλλεται συνεχώς κατά τη διάρκεια της ημέρας.



Σχήμα 1.3 :Μεταβολή της κίνησης κατά τη διάρκεια μιας ημέρας.

Όπως φαίνεται από το σχήμα (1.3) ο αριθμός των κλήσεων είναι ελάχιστος κατά τη διάρκεια της νύχτας, αυξάνεται τις πρωινές ώρες που ο κόσμος πηγαίνει στην δουλειά του και φτάνει τη μέγιστη τιμή του στο μέσον περίπου των πρωινών ωρών, ελαττώνεται το μεσημέρι που ο κόσμος ξεκουράζεται για να αυξηθεί και πάλι κατά τις πρώτες βραδινές ώρες όπου ο κόσμος επιστρέφει στα σπίτια του. Εκτός από μεταβολή των κλήσεων από ώρα σε ώρα έχουμε μεταβολή των κλήσεων και από

ημέρα σε ημέρα, αφού για ένα τηλεφωνικό κέντρο που εξυπηρετεί το εμπορικό κέντρο της πόλης παρατηρούμε, από ανάλογες γραφικές παραστάσεις του τρόπου μεταβολής του αριθμού κλήσεων συναρτήσει του χρόνου, ότι το κέντρο θα υπολειπεται τις Κυριακές που τα μαγαζιά είναι κλειστά. Επίσης ο αριθμός των κλήσεων μεταβάλλεται ανάλογα με την εποχή του έτους. Έτσι για παράδειγμα σε ένα τηλεφωνικό κέντρο που εξυπηρετεί τουριστικές περιοχές παρατηρείται αυξημένη κίνηση κατά τους καλοκαιρινούς μήνες, ενώ τους υπόλοιπους μήνες του έτους η κίνηση είναι ελάχιστη.

Από όλα όσα αναφέραμε παραπάνω διαπιστώνουμε ότι για τη σωστή λειτουργία ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος είναι απαραίτητη η γνώση της τηλεπικοινωνιακής κίνησης που περνά από αυτό. Ακριβέστερα μας ενδιαφέρει η κίνηση που παρατηρείται στο σύστημα κατά τις ώρες που το σύστημα είναι πλήρως κατειλημμένο, δηλαδή στο χρονικό διάστημα αιχμής. Από τη συνεχή καταγραφή της τηλεπικοινωνιακής κίνησης μπορούμε να συλλέξουμε χρήσιμες πληροφορίες για το πότε το σύστημα είναι πλήρως κατειλημμένο και με βάση αυτές να προβούμε στην εγκατάσταση περισσότερων trunks (γραμμών), αν αυτό κριθεί απαραίτητο.

1.3. Συμφόρηση της τηλεπικοινωνιακής κίνησης

Θεωρητικά θα μπορούσαμε να κατασκευάσουμε ένα τηλεφωνικό δίκτυο που θα έδινε τη δυνατότητα σε όλους τους συνδρομητές του να πραγματοποιούν κλήσεις την ίδια χρονική στιγμή χωρίς να υπάρχει πιθανότητα να μην πραγματοποιηθεί η κλήση τους. Όμως το κόστος μιας τέτοιας απαιτήσεως αφ' ενός μεν είναι απαγορευτικό, αφ' ετέρου δε η πιθανότητα να συμβεί όντως κάτι τέτοιο είναι αμελητέα αν όχι μηδενική.

Εκείνο το οποίο μπορεί να συμβεί σε ένα τηλεφωνικό δίκτυο είναι όλες οι γραμμές (trunks) μιας δέσμης να είναι κατειλημμένες και επομένως η δέσμη αυτή να μη μπορεί να δεχθεί άλλες κλήσεις. Η κατάσταση αυτή καλείται **συμφόρηση** (το ποσοστό του χρόνου στο οποίο κανένα κανάλι δεν είναι ελεύθερο), στην οποία πολύ συχνά χάνονται κλήσεις και γι' αυτό η πραγματική **διακπεραιούμενη κίνηση** είναι μικρότερη από την **προσφερόμενη κίνηση**, κατά το ποσό της κίνησης που χάνεται (**απώλειες**). Δηλαδή ισχύει:

$$\text{Διεκπεραιούμενη κίνηση} = \text{Προσφερόμενη κίνηση} - \text{Απώλειες} \quad (1.1)$$

Στην παραπάνω σχέση η **διεκπεραιούμενη κίνηση** αντιπροσωπεύει το μέσο αριθμό των ταυτόχρονων καταλήψεων γραμμών κατά τη διάρκεια μιας καθορισμένης χρονικής περιόδου. Η **προσφερόμενη κίνηση** αντιπροσωπεύει τις κλήσεις που φτάνουν στο σύστημα, άσχετα από τη μετέπειτα τύχη τους και ορίζεται ως ο μέσος αριθμός αφίξεων στο σύστημα κατά τη διάρκεια του μέσου χρόνου κατάληψης και τέλος **οι απώλειες** εκφράζουν το πλήθος των κλήσεων που τελικά δεν θα διεκπεραιωθούν εξαιτίας της κατάστασης της συμφόρησης.

1.4. Βαθμός εξυπηρέτησης

Στην κατάσταση της συμφόρησης δύο τινά μπορούν να συμβούν:

- Η εισερχόμενη κίνηση μπλοκάρεται και εγκαταλείπει το σύστημα, οπότε το σύστημα καλείται **σύστημα απωλειών** και προσομοιώνει την λειτουργία των παλιών αναλογικών τηλεφωνικών κέντρων.
- Η κλήση μπορεί να περιμένει για ένα μικρό χρονικό διάστημα μέχρι να βρεθεί μια ελεύθερη γραμμή για να πραγματοποιηθεί η σύνδεση οπότε το σύστημα καλείται **σύστημα αναμονής** και προσομοιώνει την λειτουργία των σύγχρονων ψηφιακών τηλεφωνικών κέντρων.

Το ποσοστό των κλήσεων που χάνονται ή καθυστερούν να διεκπεραιωθούν λόγω συμφόρησης είναι ένας δείκτης της ποιότητας εξυπηρέτησης που παρέχεται από το τηλεπικοινωνιακό σύστημα, καλείται **βαθμός εξυπηρέτησης** και συμβολίζεται **B**.

Για ένα σύστημα απωλειών ο βαθμός εξυπηρέτησης **B** ορίζεται ως εξής:

$$B = \frac{\text{Συνολικός αριθμός χαμένων κλήσεων}}{\text{Συνολικός αριθμός προσφερθεισών κλήσεων}} \quad (1.2\alpha)$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει επίσης:

$$B = \frac{\text{Κίνηση που χάθηκε}}{\text{Κίνηση που προσφέρθηκε}} \quad \text{ή} \quad (1.2\beta)$$

$$B = \text{Ποσοστό χρόνου όπου υπάρχει συμφόρηση, ή} \quad (1.2\gamma)$$

$$B = \text{Πιθανότητα συμφόρησης, ή} \quad (1.2\delta)$$

$$B = \text{Πιθανότητα ότι μια κλήση θα χαθεί λόγω συμφόρησης} \quad (1.2\epsilon)$$

Ο βαθμός εξυπηρέτησης B είναι αδιάστατο μέγεθος που λαμβάνει τιμές μεταξύ 0 και 1 ή αν εκφραστεί με ποσοστό επί της % από 0 έως 100%. Ο βαθμός εξυπηρέτησης καθορίζεται για την τηλεπικοινωνιακή κίνηση που παρατηρείται κατά την ώρα αιχμής. Η ώρα μέγιστης αιχμής καθορίζεται από τη μέγιστη ζήτηση σε κάποια χρονική περίοδο (κατά τη διάρκεια της ημέρας υπάρχουν συνήθως 2 peaks: 12.00-13.00 και 20.00-21.00 και κατά τη διάρκεια της εβδομάδας υπάρχει 1 peak: Παρασκευή 20.00-21.00, εκτός έκτακτων περιπτώσεων). Τις υπόλοιπες ώρες, οι κλήσεις εξυπηρετούνται με καλύτερο τρόπο από αυτόν που δείχνει ο βαθμός εξυπηρέτησης. Ο καθορισμός ενός συγκεκριμένου βαθμού εξυπηρέτησης είναι θέμα καθαρά υποκειμενικό. Ωστόσο θα πρέπει να προσέχουμε γιατί αν τον θέσουμε μεγάλο, οι συνδρομητές θα παραπονούνται ότι έχουν πολλές ανεπιτυχείς κλήσεις. Αντίθετα, αν το θέσουμε πολύ μικρό τότε το τηλεπικοινωνιακό σύστημα υπολειτουργεί τις περισσότερες ώρες που σημαίνει ότι έχουμε κάνει σπατάλη επενδύσεων και υπάρχει πλεονάζων εξοπλισμός. Όταν ο βαθμός εξυπηρέτησης B τείνει στην μονάδα ($B \approx 1$), τότε το σύστημα είναι πλήρως κατειλημμένο και οι κλήσεις χάνονται. Αντίθετα αν ο βαθμός εξυπηρέτησης B τείνει στο μηδέν ($B \approx 0$), τότε το σύστημα υπολειτουργεί. Σκόπιμο είναι ο βαθμός εξυπηρέτησης να μην είναι ενιαίος για όλο το τηλεπικοινωνιακό σύστημα αλλά να μεταβάλλεται ανάλογα με τις απαιτήσεις του συγκεκριμένου τμήματος του τηλεπικοινωνιακού δικτύου που μελετάμε. Η σχεδίαση κυβελωτών συστημάτων 2^{ης} γενιάς βασίζεται συνήθως σε βαθμό εξυπηρέτησης $GOS=0.02$ (Grade Of Service) ή καλύτερο, που σημαίνει ότι κατά μέσο όρο, ένας χρήστης θα βρίσκει διαθέσιμο δίαυλο στο 98% του χρόνου κατά τη διάρκεια της ώρας αιχμής.

1.5. Βασικό πρόβλημα τηλεπικοινωνιών

Το βασικό πρόβλημα των τηλεπικοινωνιών είναι ο υπολογισμός των απαιτούμενων trunks N που πρέπει να χρησιμοποιηθούν δεδομένης της προσφερόμενης τηλεπικοινωνιακής κίνησης και ενός επιθυμητού βαθμού εξυπηρέτησης B . Το πρόβλημα αυτό γνωστό και ως **πρόβλημα διαστασιολόγησης**, είναι ιδιαίτερα σύνθετο γιατί τίθεται για δίκτυα ενοποιημένων υπηρεσιών, όπου έχουμε περισσότερα από ένα είδη κίνησης και για κάθε είδος κίνησης συνήθως διαφορετικό βαθμό εξυπηρέτησης B .

1.6. Φορτίο κίνησης

Σε κάθε ζευκτική διάταξη τηλεπικοινωνιακού κέντρου υπάρχουν εισερχόμενες και εξερχόμενες γραμμές. Προορισμός της ζευκτικής διάταξης είναι να συνδέσει μια εισερχόμενη με μια εξερχόμενη γραμμή, οπότε σε κάθε σύνδεση καταλαμβάνεται μια εξερχόμενη γραμμή που παραμένει κατειλημμένη σε όλη τη διάρκεια της σύνδεσης.

Προτού δώσουμε ορισμό για το φορτίο κίνησης θα πρέπει να ορίσουμε τις παρακάτω έννοιες:

Κλήση ορίζεται ως η απαίτηση για σύνδεση σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα και αναφέρεται επίσης ως συνδρομητής.

Διάρκεια κλήσης h , ορίζεται ως το χρονικό διάστημα που διαρκεί μια κλήση και αναφέρεται επίσης ως χρόνος εξυπηρέτησης.

Φορτίο κίνησης a , ορίζεται η συνολική διάρκεια όλων των κλήσεων εντός ενός χρονικού διαστήματος που λαμβάνεται ως μονάδα μέτρησης.

Από τον ορισμό προκύπτει ότι η τηλεπικοινωνιακή κίνηση είναι ένα αδιάστατο μέγεθος. Ωστόσο έχουμε ορίσει δύο διαφορετικές μονάδες μέτρησης, το **Erlang** και το **CCS** (Centum Call Seconds) ανάλογα με τα το χρονικό διάστημα παρατήρησης.

Στην πρώτη περίπτωση το φορτίο κίνησης ορίζεται:

$$\text{Φορτίο κίνησης } a \text{ (σε erl)} = \frac{\text{(συνολική διάρκεια όλων των κλήσεων σε sec)}}{\text{(3600sec)}} \quad (1.3)$$

Στην δεύτερη περίπτωση το φορτίο κίνησης ορίζεται:

$$\text{Φορτίο κίνησης } \alpha \text{ (σε CCS)} = \frac{\text{(συνολική διάρκεια όλων των κλήσεων σε sec)}}{\text{(100sec)}} \quad (1.4)$$

Παρατηρώντας τις δύο παραπάνω σχέσεις διαπιστώνουμε ότι υπάρχει μια σχέση αναλογίας ανάμεσα στις δύο μονάδες που είναι η εξής: 1Erlang = 36CCS (Centum Call Seconds).

Το φορτίο κίνησης και αναφερόμενοι σε μία μόνο γραμμή λαμβάνει τιμές από 0 ως 1 Erlang (ή CCS). Λαμβάνει την τιμή 0 Erlang (ή CCS) όταν δεν πραγματοποιείται καμία κλήση στο χρονικό διάστημα των 3600 sec (ή 100 sec), ενώ λαμβάνει την τιμή 1 Erlang (ή CCS) όταν για όλο το χρονικό διάστημα των 3600 sec (ή 100 sec) η γραμμή είναι κατειλημμένη.

Το φορτίο κίνησης μερικές φορές αναφέρεται και ως **ένταση κίνησης** και έχει τις ακόλουθες ιδιότητες:

- 1) Αν c είναι ο αριθμός των κλήσεων που φθάνουν σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα και h είναι η μέση διάρκεια τους, τότε το φορτίο κίνησης α δίδεται από τη σχέση:

$$\alpha = c \cdot h \text{ (erl)} \quad (1.5)$$
- 2) Το φορτίο κίνησης ισούται προς τον αριθμό των κλήσεων που φθάνουν σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα εντός χρονικού διαστήματος ίσον προς τη μέση τιμή της διάρκειάς τους.
- 3) Το φορτίο κίνησης που διεκπεραιώνεται από μία γραμμή μόνο, είναι ισοδύναμο με την πιθανότητα ότι η γραμμή χρησιμοποιείται (ποσοστό του χρόνου που η γραμμή είναι κατειλημμένη). Επομένως μία γραμμή δε μπορεί να μεταφέρει παρά μόνον 1 erl, το πολύ (αφού η μέγιστη τιμή πιθανότητας είναι 1).
- 4) Υποθέτουμε ότι ο αριθμός των εξερχόμενων γραμμών μιας ζευκτικής διάταξης είναι αρκετά μεγάλος ώστε κάθε εισερχόμενη γραμμή που καταλαμβάνεται σε κάποια χρονική στιγμή να βρίσκει ελεύθερη και να συνδέεται με κάποια εξερχόμενη γραμμή. Αν μια δέσμη από s γραμμές διεκπεραιώνει φορτίο κίνησης α erl, τότε το φορτίο κίνησης που διεκπεραιώνεται από μία δέσμη γραμμών είναι ισοδύναμο με τον μέσο αριθμό κατειλημμένων γραμμών της δέσμης. Επομένως ο μέσος αριθμός των

κατειλημμένων γραμμών προκύπτει με τον πολλαπλασιασμό του αριθμού των γραμμών s επί την πιθανότητα η μια γραμμή να είναι κατειλημμένη, δηλαδή:

$$a = s \alpha_1 \quad (1.6)$$

Έχει γίνει τώρα φανερό ότι η μέτρηση της τηλεπικοινωνιακής κινήσεως έχει ως βασικό στόχο τον υπολογισμό της κίνησης την ώρα μέγιστης αιχμής προκειμένου να σχεδιαστεί το τηλεπικοινωνιακό δίκτυο με ικανοποιητικό και οικονομικό τρόπο. Παράλληλα βέβαια η σωστή αξιολόγηση των μετρήσεων αυτών βοηθάει στην μελέτη για την διαστασιολόγηση των κέντρων, στον έλεγχο συνεργασίας με τα άλλα τηλεπικοινωνιακά κέντρα και βέβαια στην παρακολούθηση της ροής της κίνησης. Το φορτίο κίνησης που μετράται είναι:

- η συνολική κίνηση του κέντρου,
- η κίνηση που διεκπεραιώνεται ανά εισερχόμενη και εξερχόμενη δέσμη,
- η συνολική προσφερόμενη κίνηση,
- η συνολική τερματίζουσα κίνηση,
- η εσωτερική κίνηση.

Στο παρελθόν τα περισσότερα τηλεφωνικά κέντρα ήταν αναλογικής τεχνικής, με αποτέλεσμα για την μέτρηση της τηλεπικοινωνιακής κινήσεως να απαιτείται η χρήση εξειδικευμένων οργάνων, των **εργλαγομέτρων**. Η όλη διαδικασία ωστόσο δεν ήταν ιδιαίτερα αξιόπιστη με αποτέλεσμα ορισμένες φορές να οδηγούμαστε σε λάθος συμπεράσματα.

Με την εμφάνιση όμως των ψηφιακών κέντρων έγινε δυνατή η αποφυγή των λαθών, αφού εξειδικευμένα προγράμματα ενσωματωμένα στο λειτουργικό σύστημα του κέντρου αναλαμβάνουν να πραγματοποιήσουν τις διαδικασίες λήψης των μετρήσεων, οπότε τα αποτελέσματα είναι απαλλαγμένα από λάθη και πολύ αξιόπιστα.

Η μέτρηση της διεκπεραιουμένης κίνησης γίνεται με την μέτρηση των κλήσεων ανά τακτά μικρά χρονικά διαστήματα κατά την διάρκεια της ώρας αιχμής και την εύρεση του μέσου όρου.

Επομένως, αν γνωρίζουμε το φορτίο κίνησης a που θα προσφερθεί σε μία ζεύξη που έχει **GOS**(Grade Of Service) = **B**, μπορούμε χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (1.7) και (1.8) να υπολογίσουμε την κίνηση που θα χαθεί καθώς και την κίνηση που θα διεκπεραιωθεί.

$$\text{κίνηση που θα χαθεί} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{B} \quad (1.7)$$

$$\text{κίνηση που θα διεκπεραιωθεί} = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{1}-\mathbf{B}) \quad (1.8)$$

1.7. Αναπαράσταση μοντέλων τηλεπικοινωνιακής κίνησης

Ένα σύστημα που συνδέει κάποιες εισερχόμενες με κάποιες εξερχόμενες γραμμές καλείται **διακοπτικό – επιλογικό σύστημα**. Εάν κάθε εισερχόμενη γραμμή μπορεί να συνδεθεί με κάθε εξερχόμενη γραμμή το σύστημα καλείται **πλήρους διαθεσιμότητας**, διαφορετικά **σύστημα περιορισμένης διαθεσιμότητας**. Η κατάσταση στην οποία η σύνδεση των γραμμών δεν μπορεί να επιτευχθεί επειδή οι εξερχόμενες γραμμές ή οι εσωτερικές διαδρομές ενός επιλογικού συστήματος είναι κατειλημμένες καλείται **συμφόρηση**.

Τα συστήματα πλήρους διαθεσιμότητας περιγράφονται από:

- 1) **Τη διαδικασία εισόδου** που περιγράφει τους τρόπους άφιξης των κλήσεων.
- 2) **Τον μηχανισμό εξυπηρέτησης** των κλήσεων που περιγράφει τον αριθμό των εξερχόμενων γραμμών, την κατανομή του χρόνου εξυπηρέτησης των κλήσεων.
- 3) **Την πειθαρχία της αναμονής** που καθορίζει τους τρόπους διαχείρισης των κλήσεων υπό συνθήκες συμφόρησης.

Για την ταξινόμηση των συστημάτων πλήρους διαθεσιμότητας χρησιμοποιείται ο βασικός συμβολισμός του **Kendall** :

$$\mathbf{A/B/s} \quad (1.9)$$

Το **A** δηλώνει την κατανομή αφίξεως των κλήσεων, το **B** δηλώνει την κατανομή εξυπηρέτησης των κλήσεων και το **s** τον αριθμό των εξερχόμενων γραμμών και λαμβάνει κάποια ακέραια τιμή.

Τόσο το **A** όσο και το **B** λαμβάνουν σαν τιμές τα αρχικά των κατανομών που χρησιμοποιούνται για την άφιξη ή εξυπηρέτηση. Έτσι μπορούν να εκφραστούν από τους χαρακτήρες :

M (Μαρκοβιανή - εκθετική : το χρονικό διάστημα μεταξύ της τελευταίας άφιξης και της επόμενης είναι τελείως ανεξάρτητο από το προηγούμενο χρονικό διάστημα μεταξύ των αφίξεων).

D (Ντετερμινιστική : ίσες χρονικές περιόδοι μεταξύ διαδοχικών αφίξεων ή εξυπηρετήσεων / αναχωρήσεων).

G (Γενική – αυθαίρετη).

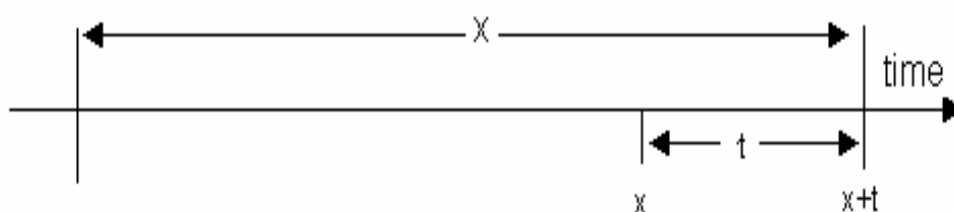
1.8. Ιδιότητες τηλεπικοινωνιακής κίνησης

1.8.1 Μαρκοβιανή ιδιότητα

Ας θεωρήσουμε τη χρονική διάρκεια X του χρόνου εξυπηρέτησης των κλήσεων και την αρχή του, όπως απεικονίζεται στο σχήμα 1.4. Αν το X ακολουθεί εκθετική κατανομή, η πιθανότητα ο χρόνος εξυπηρέτησης της κλήσεως X να είναι μεγαλύτερος από το x , δηλαδή η πιθανότητα το φαινόμενο να συνεχίζεται μετά τη χρονική στιγμή x , δίνεται από τη σχέση:

$$P(X > x) = e^{-\mu x} \quad (1.10)$$

όπου μ ονομάζεται **ρυθμός εξυπηρέτησης** και $1/\mu$ ονομάζεται **μέση τιμή της εκθετικής κατανομής**.



Σχήμα 1.4 : Απεικόνιση της Μαρκοβιανής Ιδιότητας.

Με βάση την παραπάνω σχέση, η πιθανότητα ότι το φαινόμενο συνεχίζεται μετά από χρονική περίοδο t δεδομένου ότι έχει διαρκέσει μέχρι τη χρονική στιγμή x , προκύπτει ως εξής:

$$P(X > x+t / X > x) = \frac{P(X > x+t)}{P(X > x)} = \frac{e^{-\mu(x+t)}}{e^{-\mu x}} = e^{-\mu t} = P(X > t) \quad (1.11)$$

Δηλαδή η πιθανότητα το φαινόμενο να συνεχιστεί μετά από χρονική περίοδο t δεδομένου ότι έχει διαρκέσει μέχρι τη χρονική στιγμή x είναι ανεξάρτητη από το x . Η

ιδιότητα αυτή ονομάζεται **Μαρκοβιανή ιδιότητα** και ισχύει για εκθετικές κατανομές. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το φαινόμενο μετά από χρόνο x (μέλλον) εξαρτάται μόνο από την κατάσταση κατά τη χρονική στιγμή x (παρόν) και είναι ανεξάρτητη από την εξέλιξη του φαινομένου πριν τη χρονική στιγμή x (παρελθόν).

Στο Μαρκοβιανό μοντέλο ο χρόνος μεταξύ των αφίξεων και ο χρόνος εξυπηρέτησης των κλήσεων ακολουθούν εκθετική κατανομή.

1.8.2. Ιδιότητα PASTA

Έστω P_j η πιθανότητα ότι j κλήσεις υπάρχουν σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα μια οποιαδήποτε αυθαίρετη στιγμή, στην μόνιμη κατάσταση. Έστω Π_j η αντίστοιχη πιθανότητα ακριβώς πριν από την χρονική στιγμή άφιξης των κλήσεων στο σύστημα. Αυτές οι δύο πιθανότητες γενικά δεν είναι ίσες, ωστόσο για ένα σύστημα με αφίξεις Poisson (δηλαδή με εκθετική κατανομή του χρόνου των διαστημάτων μεταξύ των αφίξεων) είναι ίσες:

$$\Pi_j = P_j \quad (1.12)$$

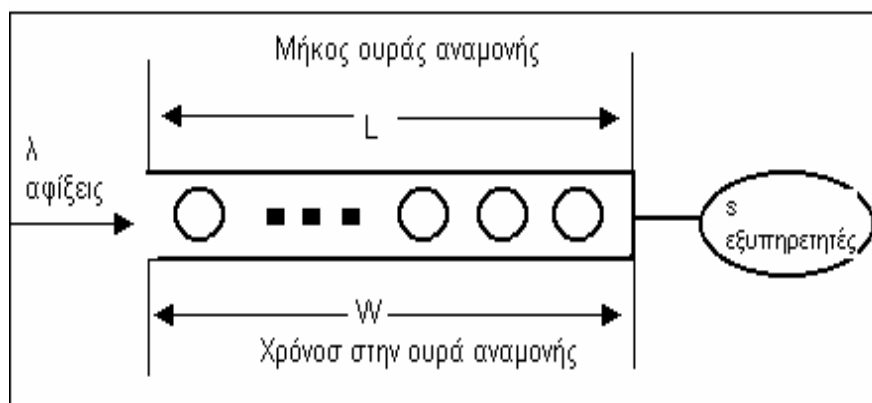
Η σχέση αυτή καλείται PASTA και προκύπτει από τη Μαρκοβιανή ιδιότητα της εκθετικής κατανομής.

1.8.3.Ο νόμος του Little

Ας θεωρήσουμε το σύστημα αναμονής που φαίνεται στο σχήμα (1.5), όπου λ είναι ο ρυθμός άφιξης των κλήσεων (ο αριθμός των κλήσεων που φτάνουν στη μονάδα του χρόνου), L είναι ο αριθμός των κλήσεων που αναμένουν στην ουρά για να εξυπηρετηθούν και W είναι ο μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά τότε ισχύει:

$$L = \lambda \cdot W \quad (1.13)$$

Δηλαδή το L ισούται με το γινόμενο των κλήσεων που φτάνουν στη μονάδα του χρόνου επί του χρόνου που αναμένει η κάθε μία κλήση στην ουρά μέχρι να έρθει η σειρά της να πραγματοποιηθεί.



Σχήμα 1.5: Σύστημα Αναμονής.

Επέκταση του νόμου του Little αποτελεί η σχέση:

$$\bar{N} = \lambda \cdot T \quad (1.14)$$

όπου N είναι ο μέσος αριθμός κλήσεων στο σύστημα, λ είναι ο ρυθμός άφιξης των κλήσεων και T η μέση τιμή του χρόνου παραμονής των κλήσεων στο σύστημα (**χρόνος απόκρισης συστήματος**). Ο χρόνος παραμονής μιας κλήσης στο σύστημα ισούται με το άθροισμα του χρόνου παραμονής της κλήσεως στην ουρά αναμονής και του χρόνου εξυπηρέτησής της.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

2.1 Εισαγωγή

Τα Μαρκοβιανά συστήματα απωλειών είναι συστήματα με χρόνους άφιξης και εξυπηρέτησης εκθετικά κατανομημένους. Στα συστήματα απωλειών κριτήριο αξιολόγησης της απόδοσης του συστήματος αποτελεί η πιθανότητα απώλειας κλήσεως ή πιθανότητα μπλοκαρίσματος. Τα κύρια χαρακτηριστικά των συστημάτων απωλειών είναι ότι η προσφερόμενη κίνηση είναι τυχαία και ότι οι κλήσεις που δεν μπορούν να εξυπηρετηθούν αμέσως, εγκαταλείπουν το σύστημα. Όταν ένας συνδρομητής επιχειρεί να πραγματοποιήσει μία σύνδεση και λαμβάνει σήμα κατειλημμένου, διακόπτεται η σύνδεση και ο συνδρομητής θα χρειαστεί να επιχειρήσει να την ξαναπραγματοποιήσει αργότερα. Στην περίπτωση αυτή η απραγματοποίητη σύνδεση θεωρείται απώλεια και το σύστημα που εργάζεται μ' αυτόν τον τρόπο καλείται σύστημα απωλειών.

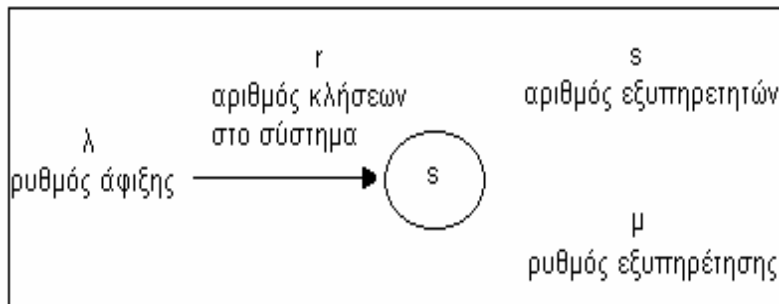
Στην συνέχεια θα αναλύσουμε δύο συστήματα απωλειών :

- Το σύστημα $M/M/s(0)$, σύστημα με εκθετική κατανομή άφιξης των κλήσεων, εκθετική κατανομή του χρόνου εξυπηρέτησης και s αριθμό εξερχόμενων γραμμών με μηδενική ουρά.
- Το σύστημα $M(n)/M/s(0)$, σύστημα με εκθετική κατανομή άφιξης και εξυπηρέτησης των κλήσεων και s αριθμό εξερχόμενων γραμμών με μηδενική ουρά αλλά με πεπερασμένο αριθμό εισόδων n .

2.2. Συστήματα απωλειών – $M/M/s(0)$

Το σύστημα απωλειών $M/M/s(0)$ (σχήμα (2.1)), είναι σύστημα με Poisson κατανομή άφιξης των κλήσεων, εκθετική κατανομή του χρόνου εξυπηρέτησης των κλήσεων και διαθέτει άπειρο αριθμό εισερχόμενων γραμμών. Από τη στιγμή που οι αφίξεις βρίσκουν όλους τους εξυπηρετητές απασχολημένους, εγκαταλείπουν αμέσως

το σύστημα. Επομένως ο αριθμός των υπαρχουσών κλήσεων στο σύστημα ισούται με τον αριθμό των κλήσεων που εξυπηρετούνται.



Σχήμα 2.1 : Μοντέλο M/M/s(0)

Η πιθανότητα να βρεθούν r εξερχόμενες γραμμές ταυτόχρονα κατειλημμένες σε μια χρονική στιγμή ισούται με:

$$P_r = \frac{\alpha^r}{\sum_{i=0}^s \frac{\alpha^i}{i!}} \quad r=0,1,2,\dots,s \quad (2.1)$$

Ο αριθμός των ταυτόχρονων καταλήψεων των εξερχόμενων γραμμών ονομάζεται **κατανομή Erlang**, όπου α το προσφερόμενο φορτίο, s ο αριθμός των εξερχόμενων γραμμών και r ο αριθμός των κατειλημμένων εξερχόμενων γραμμών.

Στην περίπτωση όμως που ο αριθμός των εξερχόμενων γραμμών γίνει πολύ μεγάλος ($s \rightarrow \infty$) η κατανομή Erlang μετατρέπεται σε κατανομή Poisson, άρα:

$$P_r \rightarrow \frac{\alpha^r}{r!} e^{-\alpha} \quad (2.2)$$

Η πιθανότητα σε μία χρονική στιγμή να βρεθούν όλες οι εξερχόμενες γραμμές κατειλημμένες δίνεται από τον τύπο απωλειών του **Erlang**:

$$B_T = \frac{\alpha^s}{\sum_{i=0}^s \frac{\alpha^i}{i!}} = E_s(\alpha) \quad (2.3)$$

ο οποίος αναφέρεται ως **Erlang B-formula** και εκφράζει το ποσοστό απωλειών των κλήσεων, δηλαδή την πιθανότητα απώλειας κλήσεων.

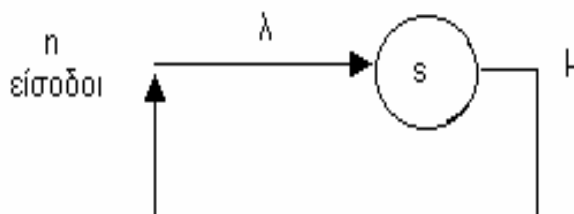
Από την παραπάνω σχέση έχουμε τον αναδρομικό τύπο της B – formula Erlang:

$$E_s(\alpha) = \frac{\alpha \cdot E_{s-1}(\alpha)}{s + \alpha \cdot E_{s-1}(\alpha)}, \quad E_0(\alpha) = 1 \quad (2.4)$$

που μας δίνει τη δυνατότητα να υπολογίσουμε την πιθανότητα απώλειας κλήσεων $B=E_s(\alpha)$ όταν γνωρίζουμε το συνολικό φορτίο κίνησης α που φθάνει στο σύστημα καθώς και το πλήθος των εξυπηρετητών s . Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η παραπάνω σχέση μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο όταν ισχύουν τα βασικά χαρακτηριστικά των συστημάτων απωλειών που αναφέραμε παραπάνω.

2.3. Συστήματα απωλειών – M(n)/M/s(0)

Το σύστημα **M(n)/M/s(0)** (σχήμα (2.2.)), είναι σύστημα με εκθετική κατανομή άφιξης των κλήσεων με μέση τιμή $1/\lambda$, όπου λ είναι ο **ρυθμός αφίξεων** των κλήσεων στο σύστημα, με εκθετική κατανομή εξυπηρέτησης των κλήσεων, s αριθμό εξερχόμενων γραμμών με μηδενική ουρά αλλά με πεπερασμένο αριθμό εισόδων n , θεωρώντας ότι κάθε μία από τις εξερχόμενες n πεπερασμένες γραμμές είναι όσον αφορά την κίνηση της ανεξάρτητη από τις άλλες γραμμές και ότι κάθε μία από τις n γραμμές έχει την ίδια κίνηση.



Σχήμα 2.2 : Μοντέλο M(n)/M/s.

Ο αριθμός των ταυτόχρονα κατειλημμένων r εξερχόμενων γραμμών ακολουθεί την **κατανομή ENGSET**. Η πιθανότητα μια χρονική στιγμή να υπάρχουν ταυτόχρονα r κατειλημμένες γραμμές είναι:

$$P_r = \frac{\binom{n}{r} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^r}{\sum_{i=0}^s \binom{n}{i} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i}, r = 0,1,2,\dots,s \quad (2.5)$$

όπου λ ο αριθμός αφίξεων των κλήσεων στο σύστημα, μ ο ρυθμός εξυπηρέτησης των κλήσεων ($h=1/\mu$), s ο αριθμός των εξερχόμενων γραμμών και r ο αριθμός των εξερχόμενων κατειλημμένων γραμμών.

Η πιθανότητα σε μία χρονική στιγμή να βρεθούν όλες οι εξερχόμενες γραμμές κατειλημμένες δίνεται από τον τύπο:

$$B_T = \frac{\binom{n}{s} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s}{\sum_{i=0}^s \binom{n}{i} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i} \quad (2.6)$$

η οποία ονομάζεται **πιθανότητα συμφόρησης** του συστήματος και δηλώνει το ποσοστό του χρόνου στην ώρα αιχμής κατά το οποίο το σύστημα είναι πλήρως κατειλημμένο.

Η πιθανότητα απώλειας κλήσεων δίνεται από τον τύπο απωλειών του **ENGSET**:

$$B = \frac{\binom{n-1}{s} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s}{\sum_{i=0}^s \binom{n-1}{i} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i} \quad (2.7)$$

η οποία ορίζεται σαν πηλίκο των μπλοκαρισμένων κλήσεων προς το συνολικό αριθμό κλήσεων, δηλαδή εκφράζει το ποσοστό απωλειών με το οποίο διαβιβάζεται η κίνηση.

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει η αναδρομική σχέση για τον τύπο απωλειών του Engset :

$$B(s, n, v \cdot h) = \frac{(n-s) \cdot v \cdot h \cdot B(s-1, n, v \cdot h)}{s + (n-s) \cdot v \cdot h \cdot B(s-1, n, v \cdot h)} \quad (2.8)$$

όπου $B(s,n,vh)$ είναι η πιθανότητα απώλειας κλήσεων, με δεδομένα ότι: s είναι ο αριθμός των εξυπηρετητών, n ο αριθμός των πηγών που προσφέρουν κίνηση, v ο

ρυθμός άφιξης των κλήσεων από μία πηγή εισόδου και h ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης των κλήσεων. Για το γινόμενο nh έχουμε τη σχέση:

$$nh = \frac{a}{n - a[1 - B(s, n, nh)]} \quad (2.9)$$

όπου nh είναι το φορτίο κίνησης για κάθε ελεύθερη πηγή εισόδου και a το συνολικό φορτίο κίνησης.

Η απόδοση γραμμών ορίζεται σαν ο λόγος της διεκπεραιούμενης κίνησης προς τον συνολικά αριθμό των γραμμών και δίνεται από τη σχέση :

$$n = \frac{a_c}{s} = \frac{a \cdot (1 - B)}{s} \quad (2.10)$$

Για όλους τους παραπάνω τύπους ισχύει:

$$\binom{X}{Y} = \frac{X!}{(X - Y)!Y!} \quad (2.11)$$

2.4. Ταξινομημένη αναζήτηση γραμμής

Στο σύστημα ταξινομημένης αναζήτησης το φορτίο κίνησης a επί δίνεται για να απαριθμηθούν οι γραμμές οι οποίες αναζητούνται σειριακά από τον ελάχιστο ως τον μέγιστο αριθμό. Το φορτίο κίνησης που μεταφέρεται από την r γραμμή δίνεται από τη σχέση:

$$a_r = a [E_{r-1}(a) - E_r(a)] \quad (2.12)$$

και φαίνεται ότι όσο μεγαλύτερο αριθμό γραμμών έχουμε τόσο μικρότερο είναι το φορτίο ανά γραμμή που μεταφέρεται.

Το φορτίο που μεταφέρεται από την τελευταία γραμμή ονομάζεται χωρητικότητα της τελευταίας γραμμής LTC (Last Trunk Capacity).

Το συνολικό μεταφερόμενο φορτίο a_c δίνεται από τη σχέση:

$$a_c = \sum_{r=1}^s a_r = a[1 - E_s(a)] \quad (2.13)$$

Η **επιπρόσθετη χωρητικότητα γραμμής ATC** (Additional Trunk Capacity) καθορίζεται από την αύξηση του φορτίου κίνησης $\Delta\alpha$ όταν μία γραμμή προστίθεται στην ζεύξη αλλά η πιθανότητα απώλειας κλήσεων B παραμένει σταθερή, άρα προκύπτει ότι:

$$E_s(\alpha) = E_{s+1}(\alpha + \Delta\alpha) = B \quad (2.14)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ

3.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζουμε τα συστήματα εναλλακτικής δρομολόγησης. Αρχικά παρουσιάζουμε και αναλύουμε το απλούστερο σύστημα εναλλακτικής δρομολόγησης των τηλεφωνικών κλήσεων, όπου η οδός υψηλής εκμετάλλευσης παρουσιάζει συμφόρηση, η κίνηση υπερρέει σε μία εναλλακτική οδό. Στην συνέχεια αναπτύσσεται η θεωρία της ισοδύναμης τυχαίας κινήσεως (ERT-Equivalent Random Traffic) όπου προσεγγιστικά μας δίνει την πιθανότητα απώλειας κλήσεως επί της τελικής (εναλλακτικής) οδού.

3.2 Συστήματα Υπερροής

Στα συστήματα **υπερροής (overflow systems)** ή **συστήματα εναλλακτικής δρομολόγησης (alternative routing systems)** αν όλη η χωρητικότητα μιας ζεύξης ενός τηλεπικοινωνιακού δικτύου είναι κατειλημμένη, τότε η κίνηση που φράσσεται πηγαίνει στον προορισμό της μέσω μιας εναλλακτικής διαδρομής

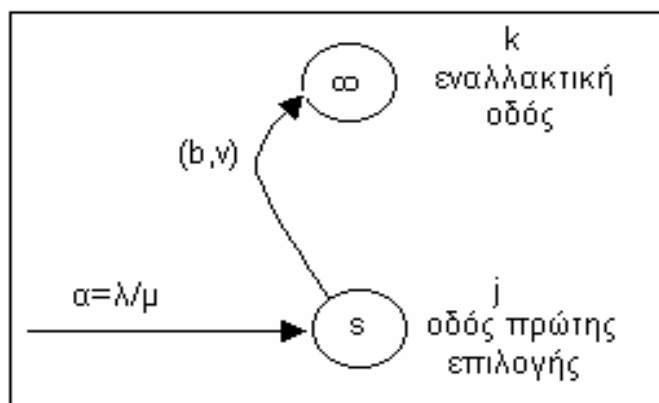
Σε συστήματα εναλλακτικής δρομολόγησης οι ζεύξεις μεταξύ των κόμβων ενός δικτύου διακρίνονται:

- a) **πρωτεύουσες ζεύξεις υψηλής εκμετάλλευσης** που αποτελούν την 1^η επιλογή διόδευσης των κλήσεων και δεν δέχονται κίνηση υπερροής,
- b) **ενδιάμεσες ζεύξεις υψηλής εκμετάλλευσης** που αποτελούν είτε την 1^η επιλογή διόδευσης των κλήσεων είτε δέχονται κίνηση υπερροής, και
- c) **ζεύξης τελικής διόδευσης** που δέχονται κινήσεις υπερροής άλλων ζεύξεων ως τελική εναλλακτική διόδευση αλλά μπορούν να αποτελούν και την 1^η επιλογή διόδευσης κλήσεων.

Το μοντέλο του συστήματος αυτού είναι περιορισμένης διαθεσιμότητας, δηλαδή κάθε ζεύξη του τηλεπικοινωνιακού δικτύου μπορεί να μεταφέρει ένα συγκεκριμένο αριθμό φορτίου κίνησης.

3.3. Μοντέλο κίνησης υπερροής

Ας θεωρήσουμε το μοντέλο εναλλακτικής δρομολόγησης που φαίνεται στο σχήμα (3.1). Αν οι κατά Poisson αφίξεις των κλήσεων με ρυθμό λ βρίσκουν στην αρχική διόδευση όλους τους εξυπηρετητές κατειλημμένους τότε η κίνηση αυτή δεν χάνεται αλλά μεταφέρεται σε μία δεύτερη εναλλακτική διόδευση που έστω ότι έχει άπειρη χωρητικότητα. Η κίνηση που μεταφέρεται από την αρχική διόδευση στην εναλλακτική καλείται **κίνηση υπερροής**.



Σχήμα 3.1 : Μοντέλο Κίνησης Υπερροής.

Αν η χωρητικότητα της εναλλακτικής οδού είναι άπειρη, οι κλήσεις που προσφέρονται σ' αυτή θα διεκπεραιώνονται και θα καλούνται **κλήσεις υπερροής**. Με τους **τύπους του Wilkinson** υπολογίζουμε τη μέση τιμή b που ισούται με :

$$b = \alpha E_s(\alpha) = b(s, \alpha) \quad (3.1)$$

και τη διασπορά v των κλήσεων υπερροής που δίνεται από τον τύπο:

$$v = b \left(1 - b + \frac{a}{s + 1 - a + b} \right) \equiv v(s, a) \quad (3.2)$$

Σε πρακτικά προβλήματα το κύριο ζητούμενο είναι ο υπολογισμός των α και s όταν μας δίνονται τα b και v . Ο υπολογισμός αυτός πραγματοποιείται με αντίστροφη επαναληπτική διαδικασία των σχέσεων (3.1) και (3.2) στον Η/Υ. Ωστόσο ο Rapp βρήκε κάποιες προσεγγιστικές σχέσεις που μας δίνουν την δυνατότητα να υπολογίσουμε τα α και s σε κλειστή μορφή.

$$\alpha = v + 3z(z-1) \quad (3.3)$$

$$s = a \frac{b+z}{b+z-1} - b - 1 \quad (3.4)$$

όπου z ονομάζεται **δείκτης διασποράς** και δίνεται από την σχέση :

$$z = v/b \quad (3.5)$$

Στον πίνακα 3.1. που παρατίθεται στην συνέχεια φαίνονται αριθμητικά παραδείγματα των σχέσεων Wilkinson (σχέσεις 3.1. και 3.2.) και Rapp (σχέσεις 3.3., 3.4. και 3.5.) , από όπου φαίνεται ότι οι σχέσεις Rapp δίνουν αρκετά καλή προσέγγιση.(άνω τιμές σχέσεις Rapp, κάτω τιμές ακριβής λύση)

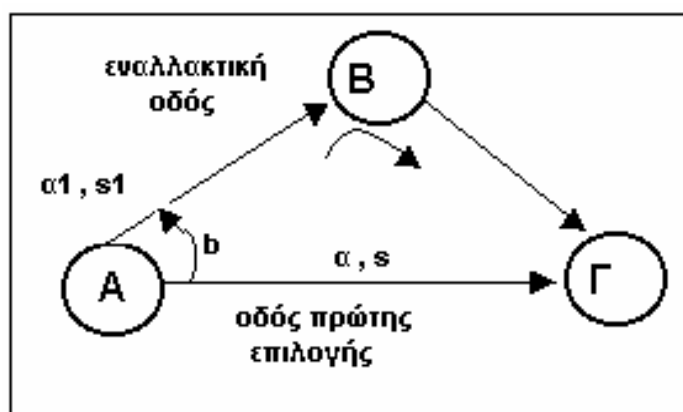
Πίνακας 3.1. Ακρίβεια του τύπου Rapp

b	z=1.5		z=2	
	α	s	α	s
1	3.750	4.250	8.000	10.000
	3.665	3.608	7.605	9.408
5	9.750	5.523	16.000	12.66
	9.463	5.184	15.356	11.915
20	32.250	12.823	46.000	27.191
	32.120	12.686	45.642	26.815
50	77.250	27.780	106.000	57.078
	77.187	27.715	105.812	56.887

Άνω : Σχέσεις Rapp. Κάτω : Ακριβής λύση με σχέσεις Wilkisson

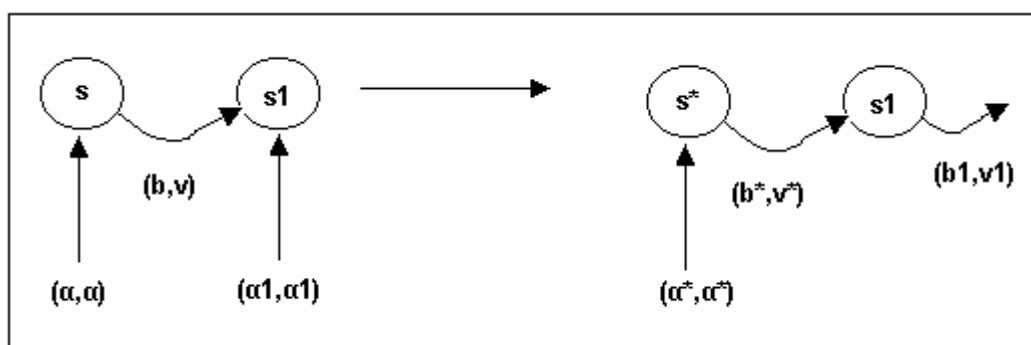
3.4. Θεωρία της Ισοδύναμης τυχαίας κίνησης

Ας θεωρήσουμε το μοντέλο εναλλακτικής δρομολόγησης που φαίνεται στο σχήμα (3.2). Με βάση το παρακάτω σύστημα εναλλακτικής δρομολόγησης η κίνηση υπερροής b του φορτίου α από την οδό υψηλής εκμετάλλευσης A-Γ διοχετεύεται στην εναλλακτική διαδρομή A-B-Γ αν όλη η χωρητικότητα της ζεύξης A-Γ είναι κατειλημμένη. Το φορτίο κίνησης θεωρούμε ότι απαρτίζεται από αφίξεις Poisson και εκθετικούς χρόνους εξυπηρέτησης. Οι αφίξεις Poisson αναφέρονται ως **τυχαία κίνηση** σε αντίθεση προς τη **μη τυχαία κίνηση**.



Σχήμα 3.2.: Τηλεπικοινωνιακό δίκτυο με σύστημα εναλλακτικής δρομολόγησης .

Το μοντέλο του συστήματος εναλλακτικής δρομολόγησης είναι αυτό που φαίνεται στο αριστερό μέρος του σχήματος (3.3) Ας υποθέσουμε ότι s ο αριθμός των εξυπηρετητών στην οδό υψηλής εκμετάλλευσης. Οι τιμές της μέσης τιμής b και της διασποράς v της κίνησης υπερροής που διοχετεύεται στη ζεύξη A-B από τη ζεύξη A-Γ, δίνονται από τις σχέσεις του Wilkinson (σχέσεις 3.1 και 3.2).



Σχήμα 3.3.: Ισοδύναμη Τυχαία Κίνηση.

Με βάση το σχήμα (3.2), έστω α_1 το προσφερόμενο φορτίο κίνησης στην ζεύξη A-B με τον ίδιο εκθετικό χρόνο εξυπηρέτησης όπως και στη ζεύξη A-Γ. Στο σχήμα (3.3) απεικονίζεται ως (α_1, α_1) . Υποθέτοντας ότι οι κινήσεις (b, v) της οδού πρώτης επιλογής και (α_1, α_1) της εναλλακτικής οδού είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, υπολογίζουμε την υπερτιθέμενη κίνηση (b^*, v^*) από τις σχέσεις:

$$b^* = \alpha_1 + b \quad \text{και} \quad (3.6)$$

$$v^* = \alpha_1 + v \quad (3.7)$$

η οποία είναι μη τυχαία αφού $b^* \neq v^*$. Η μη τυχαία αυτή κίνηση προκύπτει ως η υπερροή μιας φανταστικής τυχαίας κίνησης α^* που προσφέρεται σε ένα φανταστικό αριθμό γραμμών s^* .

Με τη βοήθεια των τύπων του Rapp (σχέσεις 3.3., 3.4. και 3.5.) μπορούμε να καθορίσουμε τόσο το **ισοδύναμο φορτίο της τυχαίας κίνησης α^*** όσο και των αριθμό s^* των φανταστικών εξυπηρετητών που παράγουν τη μη τυχαία κίνηση (b^*, v^*) ως κίνηση υπερροής.

Αν s_1 είναι ο αριθμός των εξυπηρετητών στην διαδρομή A-B τότε το σύστημα στο αριστερό μέρος του σχήματος (3.3) προσεγγίζεται με αυτό που φαίνεται στο δεξιό μέρος του σχήματος (3.3) το οποίο είναι ένα σύστημα απωλειών με φορτίο τυχαίας κίνησης α^* το οποίο προσφέρεται σε (s^*+s_1) εξυπηρετητές. Συνεπώς η μέση τιμή της κίνησης υπερροής b_1 που υπερρέει από τα s_1 trunks δίνεται από τη σχέση $b_1=b(s^*+s_1, \alpha^*)$ και η πιθανότητα απώλειας κλήσεων B για την κίνηση υπερροής υπολογίζεται από τη σχέση :

$$B = \frac{b_1}{b^*} = \frac{E_{s_1+s^*}(\alpha^*)}{E_{s^*}(\alpha^*)} \quad (3.8)$$

όπου $E_s(\alpha)$ είναι ο τύπος απωλειών του Erlang B-formula.

Η θεωρία αυτή ονομάζεται θεωρία της ισοδύναμης τυχαίας κίνησης (ERT-Equivalent Random Theory). Η ERT δίνει τη μέση τιμή της πιθανότητας απώλειας κλήσεων στην τελική εναλλακτική διαδρομή, αλλά δε μπορεί να ορίσει τις ξεχωριστές πιθανότητες απώλειας κλήσεων για τα φορτία κίνησης α και α_1 .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

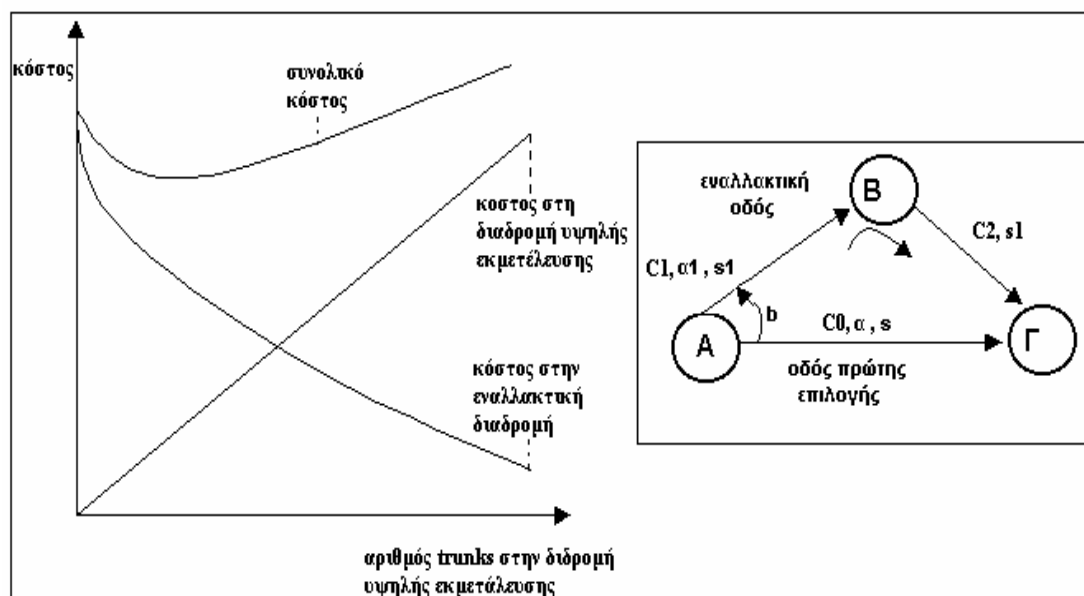
ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ

4.1. Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναπτύξουμε δύο μεθόδους σχεδιασμού των συστημάτων εναλλακτικής δρομολόγησης που στόχο έχουν να υπολογίσουν τις χωρητικότητες στην οδό υψηλής εκμετάλλευσης και στην εναλλακτική οδό. Πρώτα θα αναλύσουμε την κλασσική μέθοδο που βασίζεται σε οικονομικά κριτήρια και στη συνέχεια θα αναφερθούμε στο βέλτιστο σχεδιασμό βάσει της θεωρίας της ισοδύναμης τυχαίας κινήσεως που εκτός από οικονομικά κριτήρια δέχεται ως προδιαγραφή τον βαθμό εξυπηρέτησης της τελικής εναλλακτικής οδού.

4.2. Κλασσική Μέθοδος

Η κλασσική μέθοδος υιοθετεί την προσέγγιση ότι η κίνηση υπερροής δεν είναι μη τυχαία αλλά τυχαία. Στα συστήματα εναλλακτικής δρομολόγησης αν αλλάξουμε τη χωρητικότητα της ζεύξης υψηλής εκμετάλλευσης και διατηρήσουμε σταθερό τον βαθμό εξυπηρέτησης τότε το κόστος του συστήματος θα αλλάξει (σχήμα 4.1). Αυτό που ζητάμε είναι τον βέλτιστο σχεδιασμό του συστήματος εναλλακτικής δρομολόγησης που ελαχιστοποιεί το κόστος.



Σχήμα 4.1 : Κόστος συστήματος εναλλακτικής δρομολόγησης.

Ας υποθέσουμε ότι C_0 , C_1 και C_2 είναι τα κόστη ανά trunk στην διαδρομή υψηλής εκμετάλλευσης A-Γ και στα τμήματα της εναλλακτικής διαδρομής A-B και B-Γ αντιστοίχως, όπως εξάλλου φαίνεται στο σχήμα (4.1). Αν C_E είναι το **οριακό κόστος** ανά μονάδα φορτίου κίνησης (ανά Erlang) σε σχέση με το κόστος προσθήκης ενός trunk στην εναλλακτική διαδρομή (ΕΔ), τότε αυτό θα δίνεται από τη σχέση:

$$C_E = \frac{C_1 + C_2}{ATC \text{ στην ΕΔ}} \quad (4.1)$$

Ομοίως, το οριακό κόστος C_Y στη διαδρομή υψηλής εκμετάλλευσης (ΥΔ) θα δίνεται από τη σχέση:

$$C_Y = \frac{C_0}{LTC \text{ στην ΥΔ}} \quad (4.2)$$

όπου ATC (Additional Trunk Capacity) η **χωρητικότητα του επιπρόσθετου trunk** και LTC (Last Trunk Capacity) η **χωρητικότητα του τελευταίου trunk**, έννοιες για τις οποίες έγινε λόγος στο 2^ο Κεφάλαιο.

Ο λόγος K του κόστους της εναλλακτικής διαδρομής (ΕΔ) προς το κόστος της διαδρομής υψηλής εκμετάλλευσης δίνεται από τη σχέση:

$$K \equiv \frac{C_1 + C_2}{C_0} \quad (4.3)$$

Με βάση την κλασσική μέθοδο η επαύξηση της χωρητικότητας της υψηλής διαδρομής δικαιολογείται για όσο $C_Y \leq C_E$ ή $\frac{C_E}{C_Y} \geq 1$.

Από την παραπάνω σχέση και κάνοντας χρήση των σχέσεων (4.1) (4.2) και (4.3) έχουμε:

$$\frac{C_E}{C_Y} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{(C_1 + C_2) \cdot LTC}{C_0 \cdot ATC} \geq 1 \Leftrightarrow K \cdot \frac{LTC}{ATC} \geq 1 \Leftrightarrow K \geq \frac{ATC}{LTC} \quad (4.4)$$

Η παραπάνω σχέση αποτελεί τη συνθήκη ελαχιστοποίησης του συνολικού κόστους του συστήματος και χρησιμοποιείται για τον βέλτιστο σχεδιασμό των συστημάτων εναλλακτικής δρομολόγησης.

Η παραπάνω σχέση (4.4) απλοποιείται ακόμη περισσότερο λαμβάνοντας υπόψη ότι το ATC (χωρητικότητα του επιπρόσθετου trunk) στην πράξη θεωρείται σταθερό.

Καταλαβαίνουμε λοιπόν ότι για δεδομένο λόγο κόστους K και σταθερό ATC το πρόβλημα του βέλτιστου σχεδιασμού των συστημάτων εναλλακτικής δρομολόγησης με βάση τη κλασσική μέθοδο επικεντρώνεται στον προσδιορισμό της καταλληλότερης τιμής για το LTC (χωρητικότητα του τελευταίου trunk)

Αν συνεπώς α το προσφερόμενο φορτίο κίνησης και s ο αριθμός των trunks στην διαδρομή υψηλής εκμετάλλευσης τότε ισχύει:

$$LTC = \alpha [E_{s-1}(\alpha) - E_s(\alpha)] \quad (4.5)$$

Αντικαθιστώντας την σχέση (4.5) στην σχέση (4.4) και επιλύοντάς την ως προς LTC έχουμε την τελική σχέση που πρέπει να ισχύει για τον βέλτιστο σχεδιασμό του συστήματος εναλλακτικής δρομολόγησης όταν το K και το ATC είναι σταθερό.

$$LTC \geq \frac{ATC}{K} \Rightarrow \alpha \cdot [E_{s-1}(\alpha) - E_s(\alpha)] \geq \frac{ATC}{K} \quad (4.6)$$

4.3. Βέλτιστος σχεδιασμός βάσει της θεωρίας της ισοδύναμης τυχαίας κινήσεως

Με τη βοήθεια της θεωρίας της ισοδύναμης τυχαίας κίνησης (ERT-Equivalent Random Theory) θα αναλύσουμε τον βέλτιστο σχεδιασμό ενός συστήματος εναλλακτικής δρομολόγησης έχοντας προδιαγράψει την πιθανότητα απώλειας κλήσεως στην τελική διόδευση της κίνησης υπερροής. Η θεωρία της ισοδύναμης τυχαίας κίνησης με βάση αυτά που αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο διατυπώνεται ως εξής:

$$b^* = b + \alpha_1 = b(s^*, \alpha^*), \quad v^* = v + \alpha_1 = v(s^*, \alpha^*) \quad (4.7)$$

και

$$B = \frac{b_1}{b^*} = \frac{E_{s_1+s^*}(a^*)}{E_{s^*}(a^*)} \quad (4.8)$$

Ας θεωρήσουμε ότι η συνάρτηση κόστους του συστήματος εναλλακτικής δρομολόγησης δίνεται από τη σχέση:

$$f = s_0 + ks_1 \quad (4.9)$$

Δεδομένης της πιθανότητας απώλειας κλήσεων B στην τελική εναλλακτική διαδρομή το πρόβλημα του βέλτιστου σχεδιασμού ενάγεται σε πρόβλημα για την ελαχιστοποίηση του κόστους f, υπό τους εξής περιορισμούς:

$$g_1 = b(s^*, \alpha^*) - b^* = 0 \quad (4.10)$$

$$g_2 = v(s^*, \alpha^*) - v^* = 0 \quad (4.11)$$

$$g_3 = b(s^*+s_1, \alpha^*) - B b(s^*, \alpha^*) = 0 \quad (4.12)$$

Εισάγουμε τους πολλαπλασιαστές r_1 , r_2 και r_3 κατά Lagrange και θέτουμε:

$$F = f + r_1 g_1 + r_2 g_2 + r_3 g_3 \quad (4.13)$$

Σχηματίζουμε τις μερικές παραγώγους:

$$\frac{\partial F}{\partial s_0} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial s_1} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial s^*} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \alpha^*} = 0 \quad (4.14)$$

και παίρνουμε σύστημα εξισώσεων σε μορφή πίνακα:

$$\begin{bmatrix} 0 & b_s & v_s & 0 \\ 1 & 0 & 0 & b'_s \\ 0 & b_s^* & v_s^* & b'_s - Bb'_s \\ 0 & b_a^* & v_a^* & b'_a - Bb'_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \\ r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Επιλύοντας τη σχέση (4.15) προκύπτει η συνθήκη ελαχιστοποίησης της f , υπό τον περιορισμό:

$$k^{-1} = \left[\frac{b_s (b'_a v_s^* - b'_s v_a^*) - v_s (b'_a b_s^* - b'_s b_a^*)}{b'_s (b_a^* v_s^* - b_s^* v_a^*)} - \frac{b_s}{b'_s} B \right] \quad (4.16)$$

$$\text{όπου: } b_s = \partial b(s_0, \alpha_0) / \partial s_0 \quad (4.17)$$

$$b^*_x = \partial b(s^*, \alpha^*) / \partial x^*$$

$$b'_x = \partial b(s+1, s^*, \alpha^*) / \partial x^*$$

$$v_s = \partial v(s_0, \alpha_0) / \partial s_0$$

$$v^*_x = \partial v(s^*, \alpha^*) / \partial x^*$$

$$x = \alpha, s$$

Θέτοντας $t = s+1-\alpha+b$, οι ανωτέρω παράγωγοι υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$\partial b(s, \alpha) / \partial \alpha = t b / \alpha \quad (4.18)$$

$$\partial b(s, \alpha) / \partial s = -b \Psi_{s+1}$$

$$\partial v(s, \alpha) / \partial \alpha = v/t - t (b^2 - v) / \alpha$$

$$\partial v(s, \alpha) / \partial s = [b^2 (1 + \alpha / t^2) - v] \Psi_{s+1} - \alpha b / t^2$$

όπου:

$$\Psi_{s+1}(a) \equiv -\frac{\partial}{\partial s} \log E_s(a) = -\frac{\partial E_s(a)}{\partial s} / E_s(a) \quad (4.19)$$

που προκύπτει από την παραγωγή της αναδρομικής μορφής του B τύπου του Erlang.

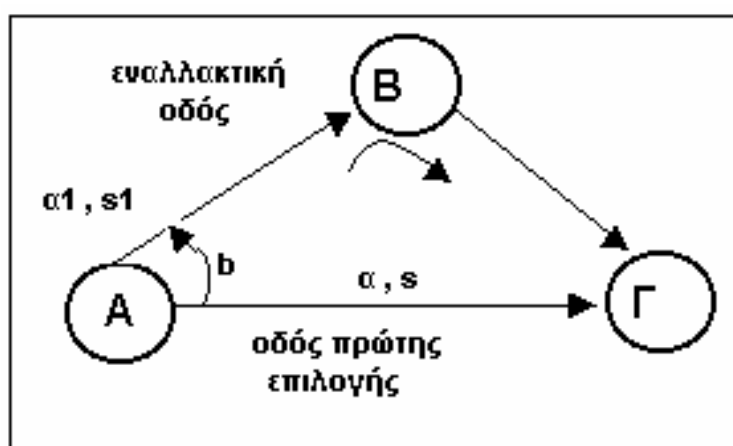
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΙΣΟΔΥΝΑΜΗΣ ΤΥΧΑΙΑΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ

5.1. Υπολογισμός της πιθανότητας απώλειας κλήσεων B ενός συστήματος Υπερροής

Για το παρακάτω σύστημα εναλλακτικής Δρομολόγησης – σύστημα Υπερροής του σχήματος 5.1 που αναλύσαμε στο 3^ο Κεφάλαιο, ζητάμε να υπολογίσουμε την Πιθανότητα Απώλειας κλήσεων B της κίνησης υπερροής, δηλαδή της κίνησης στην εναλλακτική οδό.

Ο υπολογισμός της πιθανότητας απώλειας κλήσεων B της κίνησης υπερροής πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια του 1^{οο} προγράμματος (βλέπε Παράρτημα Γ), έχοντας σαν δεδομένα το φορτίο κίνησης α και α_1 στην κύρια και στην εναλλακτική οδό αντίστοιχα και τον αριθμό των εξυπηρετητών s και s_1 στην κύρια και στην εναλλακτική οδό αντίστοιχα .



Σχήμα 5.1: Σύστημα Εναλλακτικής δρομολόγησης – Σύστημα Υπερροής

Το πρόγραμμα αυτό υπολογίζει τη μέση τιμή b και τη διασπορά v της κίνησης υπερροής με την βοήθεια των τύπων του **Wilkinson** (σχέσεις 3.1. και 3.2.), ενώ με χρήση των τύπων του **Rapp** (σχέσεις 3.3., 3.4. και 3.5.) προκύπτει το φανταστικό

φορτίο κίνησης α^* και το φανταστικό αριθμό εξυπηρετητών s^* . Τέλος και πάλι με τη βοήθεια του προγράμματος και με βάση τη σχέση 3.8 υπολογίζεται η πιθανότητα απώλειας κλήσεων B της κίνησης που υπερρέει. Το πρόγραμμα εκτελέστηκε για διάφορες τιμές φορτίων α και α_1 και αριθμό των εξυπηρετητών s και s_1 και τα αποτελέσματα που προέκυψαν για την πιθανότητα απώλειας κλήσεων φαίνονται στον πίνακα 5.1 (στήλη 5). Στον ίδιο πίνακα δίνεται και η τιμή της πιθανότητας απώλειας κλήσεων B που προκύπτει από επίπονη αριθμητική επίλυση των εξισώσεων μονίμου καταστάσεως του συστήματος (στήλη 6).

Πίνακας 5.1. Τιμές πιθανότητας απώλειας κλήσεων βάσει Θεωρίας Ισοδύναμης τυχαίας κίνησης και αριθμητικής επίλυσης εξισώσεων μονίμου καταστάσεως του συστήματος.

A/A	Φορτίο κίνησης (α)	Φορτίο κίνησης (α_1)	Αριθμός γραμμών (s)	Αριθμός γραμμών (s_1)	Απώλεια κλήσεων B	Αριθμητική επίλυση B	Διαφορά %
1.	5	10	5	20	0.0081	0.0085	4.7
2.	10	12	7	25	0.0144	0.0149	3.3
3.	15	15	10	30	0.0222	0.0219	1.3
4.	20	17	12	35	0.0263	0.0269	2.2
5.	25	20	15	40	0.0310	0.0314	1.2
6.	30	22	17	45	0.0335	0.0330	1.5
7.	35	25	20	50	0.0364	0.0369	1.3
8.	40	27	22	55	0.0377	0.0383	1.5
9.	45	30	25	60	0.0395	0.0390	1.2

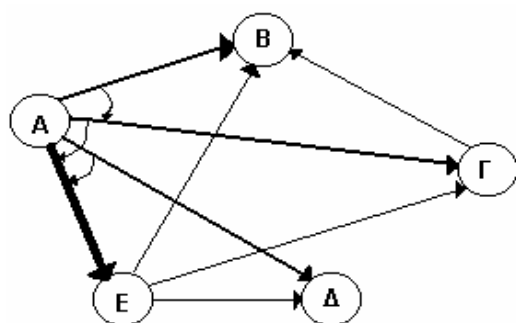
Από τον παραπάνω πίνακα συμπεραίνουμε ότι η τιμή της πιθανότητας απώλειας κλήσεων με την μέθοδο ERT (Equivalent Random Theory) διαφέρει ελάχιστα από τη τιμή που προκύπτει βάσει της αριθμητικής επίλυσης των εξισώσεων μονίμου καταστάσεως του συστήματος, επομένως η ακρίβεια της μεθόδου ERT(Equivalent Random Theory) μας επιτρέπει να τη χρησιμοποιήσουμε για πρακτικές εφαρμογές.

5.2. Υπολογισμός της χωρητικότητας των ζεύξεων ενός τηλεφωνικού δικτύου με δύο τρόπους διεκπεραίωσης της κίνησης

5.2.1. 1^{ος} τρόπος διεκπεραίωσης της κίνησης σε τηλεφωνικό δίκτυο

Έστω τηλεπικοινωνιακό δίκτυο με 5 τηλεφωνικά κέντρα Α,Β,Γ,Δ και Ε. Στο σχήμα 5.2 απεικονίζεται ο τρόπος διεκπεραίωσης της κίνησης από το κέντρο Α προς τα υπόλοιπα κέντρα. Πρόκειται για ένα δίκτυο υπερροής με τελική οδό μέσω του κέντρου Ε. Ο πίνακας 5.2, παραπλεύρως του σχήματος, δίνει την τυχαία κίνηση (σε Erlang) που εκπηγάζει από το κέντρο Α και προορίζεται για τα υπόλοιπα τηλεφωνικά κέντρα.

Με βάση την θεωρία της ισοδύναμης τυχαίας κίνησης ζητάμε να βρούμε την χωρητικότητα των ζεύξεων ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ και ΑΕ κατά τον οικονομικότερο τρόπο, αν θέλουμε σε κάθε ζεύξη η πιθανότητα απώλειας κλήσεων να μην υπερβεί το 3%.



Δέσμη	Κίνηση	Χωρητικότητα
ΑΒ	77.0	?
ΑΓ	23.5	?
ΑΔ	52.5	?
ΑΕ	16.4	?

Σχήμα 5.2: Τηλεφωνικό δίκτυο με σχέδιο υπερροής.

Ο υπολογισμός των χωρητικοτήτων των ζεύξεων πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια του 2^{ου} προγράμματος (βλέπε παράρτημα Γ). Το πρόγραμμα αυτό αρχικά υπολογίζει τις χωρητικότητες των ζεύξεων ΑΒ, ΑΓ και ΑΔ χρησιμοποιώντας τον τύπο απωλειών του Erlang (σχέση 2.4) με βάση το περιορισμό η πιθανότητα απώλειας κλήσεων Β σε κάθε ζεύξη να μην υπερβαίνει το 3%. Στην συνέχεια υπολογίζεται η χωρητικότητα της ζεύξης ΑΕ, λαμβάνοντας υπ' όψη ότι η ζεύξη αυτή εξυπηρετεί τις υπερροές των ζεύξεων ΑΒ, ΑΓ και ΑΔ όπως φαίνεται εξάλλου και από το σχέδιο υπερροής του δικτύου (σχήμα 5.2). Με την βοήθεια των τύπων του Wilkinson (σχέσεις 3.1. και 3.2.) υπολογίζεται μέσω του προγράμματος η μέση τιμή b_{AB} και η διασπορά v_{AB} της κίνησης υπερροής από την ζεύξη ΑΒ.

Σύμφωνα με το σχέδιο υπερροής η συνολική κίνηση που προσφέρεται στη ζεύξη ΑΓ, είναι μη τυχαία με :

$$b_{AG}^* = \alpha_{AG} + b_{AB} \quad \text{και} \quad v_{AG}^* = \alpha_{AG} + v_{AB}$$

ενώ με χρήση των τύπων του Rapp (σχέσεις 3.3, 3.4 και 3.5) υπολογίζουμε το φανταστικό φορτίο κίνησης α_{AG}^* και το φανταστικό αριθμό εξυπηρετητών s_{AG}^* που αντιστοιχεί στην μη τυχαία αυτή κίνηση.

Και πάλι με βάση τη θεωρία ισοδύναμης τυχαίας κίνησης, η ζεύξη ΑΓ αποτελείται από ένα αριθμό γραμμών (άθροισμα πραγματικών και φανταστικών γραμμών) και η υπερροή της υπολογίζεται από τους τύπους του Wilkinson για την φανταστική τυχαία κίνηση α_{AG}^* . Με τον τρόπο αυτό το πρόγραμμα υπολογίζει τη μέση τιμή b_{AG} και τη διασπορά v_{AG} της κίνησης υπερροής από την ζεύξη ΑΓ. Ομοίως υπολογίζεται η μέση τιμή b_{AD} και η διασπορά v_{AD} της κίνησης υπερροής για την ζεύξη ΑΔ.

Άρα η συνολική κίνηση που προσφέρεται στη ζεύξη ΑΕ είναι το άθροισμα της τυχαίας κίνησης που εκπηγάξει στον κόμβο Ε και των μη τυχαίων κινήσεων που προέρχονται από τις υπερροές των ζεύξεων ΑΓ και ΑΔ. Αφού λοιπόν υπολογιστούν τα χαρακτηριστικά της υπερτιθέμενης κίνησης (b_{AE}^* και v_{AE}^*) στην συνέχεια από τις σχέσεις του Rapp και βάσει της θεωρίας της ισοδύναμης τυχαίας κίνησης υπολογίζεται η ισοδύναμη τυχαία κίνηση α_{AE}^* και ο φανταστικός αριθμός γραμμών s_{AE}^* που αντιστοιχεί στην μη τυχαία αυτή κίνηση. Αφού θέλουμε οι τελικές απώλειες στην ζεύξη ΑΕ να είναι 3% από τον τύπο απωλειών του Erlang μπορούμε να βρούμε τον ακέραιο αριθμό των γραμμών που ικανοποιεί τις απώλειες αυτές για την κίνηση α_{AE}^* . Σύμφωνα με την θεωρία της ισοδύναμης τυχαίας κίνησης ο αριθμός αυτός των γραμμών θα είναι το άθροισμα των πραγματικών και φανταστικών γραμμών για την ζεύξη ΑΕ. Αφαιρώντας από τον συνολικό αριθμό γραμμών τον φανταστικό αριθμό γραμμών s_{AE}^* προκύπτει ο πραγματικός αριθμός γραμμών s_{AE} που πρέπει να διαθέτει η ζεύξη ΑΕ.

Με την εκτέλεση λοιπόν του 2^ο προγράμματος που πραγματοποιεί την διαδικασία που περιγράψαμε βρίσκουμε τις απαιτούμενες χωρητικότητες των ζεύξεων. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί:

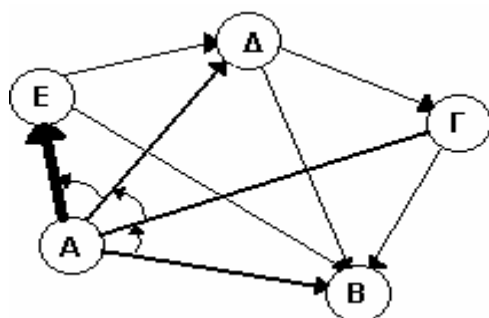
Πίνακας 5.2 : Απαιτούμενες χωρητικότητες των ζεύξεων για το σχέδιο υπερροής του σχήματος 5.2.

Ζεύξη	Φορτίο κίνησης	Χωρητικότητα σε trunks
ΑΒ	77.0	86
ΑΓ	23.5	31
ΑΔ	52.5	61
ΑΕ	16.4	27

5.2.2. 2^{ος} τρόπος διεκπεραίωσης της κίνησης σε τηλεφωνικό δίκτυο

Έστω τηλεπικοινωνιακό δίκτυο με 5 τηλεφωνικά κέντρα Α,Β,Γ,Δ και Ε. Στο σχήμα 5.3 απεικονίζεται ο τρόπος διεκπεραίωσης της κίνησης από το κέντρο Α προς τα υπόλοιπα κέντρα. Πρόκειται για ένα δίκτυο υπερροής με τελική οδό μέσω του κέντρου Ε.

Με βάση την τυχαία κίνηση θέλουμε να βρούμε την χωρητικότητα των ζεύξεων ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ και ΑΕ, χρησιμοποιώντας τον τύπο απωλειών Erlang B (σχέση (2.4.)), δεδομένου ότι για τις ζεύξεις ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ ο υπολογισμός να γίνει για GOS(Grade Of Service)=20%, ενώ για τη ζεύξη ΑΕ η πιθανότητα απώλειας κλήσεων να μην υπερβεί το 3% και γνωρίζοντας το προσφερόμενο φορτίο κίνησης.



Δέσμη	Κίνηση	Χωρητικότητα
ΑΒ	40.0	?
ΑΓ	25.0	?
ΑΔ	30.0	?
ΑΕ	55.0	?

Σχήμα 5.3: Τηλεφωνικό δίκτυο με σχέδιο υπερροής.

Ο υπολογισμός των χωρητικοτήτων των ζεύξεων πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια του 3^{ου} προγράμματος (βλέπε παράρτημα Γ). Το πρόγραμμα αυτό αρχικά υπολογίζει τις χωρητικότητες των ζεύξεων ΑΒ, ΑΓ και ΑΔ χρησιμοποιώντας τον

τύπο απωλειών του Erlang (σχέση 2.4) με βάση το περιορισμό η πιθανότητα απώλειας κλήσεων B σε κάθε ζεύξη να μην υπερβαίνει το 20% . Στην συνέχεια υπολογίζεται η χωρητικότητα της ζεύξης AE, λαμβάνοντας υπ' όψη ότι η ζεύξη αυτή εξυπηρετεί τις υπερροές των ζεύξεων AB, AG και AD όπως φαίνεται εξάλλου και από το σχέδιο υπερροής του δικτύου (σχήμα 5.3). Με την βοήθεια των τύπων του Wilkinson (σχέσεις 3.1. και 3.2.) υπολογίζεται μέσω του προγράμματος η μέση τιμή b_{AB} και η διασπορά v_{AB} της κίνησης υπερροής από την ζεύξη AB.

Σύμφωνα με το σχέδιο υπερροής η συνολική κίνηση που προσφέρεται στη ζεύξη AG, είναι μη τυχαία με :

$$b_{AG}^* = a_{AG} + b_{AB} \quad \text{και} \quad v_{AG}^* = a_{AG} + v_{AB}$$

ενώ με χρήση των τύπων του Rapp (σχέσεις 3.3, 3.4 και 3.5) υπολογίζουμε το φανταστικό φορτίο κίνησης a_{AG}^* και το φανταστικό αριθμό εξυπηρετητών s_{AG}^* που αντιστοιχεί στην μη τυχαία αυτή κίνηση.

Και πάλι με βάση τη θεωρία ισοδύναμης τυχαίας κίνησης, η ζεύξη AG αποτελείται από ένα αριθμό γραμμών (άθροισμα πραγματικών και φανταστικών γραμμών) και η υπερροή της υπολογίζεται από τους τύπους του Wilkinson για την φανταστική τυχαία κίνηση a_{AG}^* . Με τον τρόπο αυτό το πρόγραμμα υπολογίζει τη μέση τιμή b_{AG} και τη διασπορά v_{AG} της κίνησης υπερροής από την ζεύξη AG. Ομοίως υπολογίζεται η μέση τιμή b_{AD} και η διασπορά v_{AD} της κίνησης υπερροής για την ζεύξη AD.

Άρα η συνολική κίνηση που προσφέρεται στη ζεύξη AE είναι το άθροισμα της τυχαίας κίνησης που εκπηγάει στον κόμβο E και της μη τυχαίας κίνησης που προέρχονται από την υπερροή της ζεύξης AD. Αφού λοιπόν υπολογιστούν τα χαρακτηριστικά της υπερτιθέμενης κίνησης (b_{AE}^* και v_{AE}^*) στην συνέχεια από τις σχέσεις του Rapp και βάσει της θεωρίας της ισοδύναμης τυχαίας κίνησης υπολογίζεται η ισοδύναμη τυχαία κίνηση a_{AE}^* και ο φανταστικός αριθμός γραμμών s_{AE}^* που αντιστοιχεί στην μη τυχαία αυτή κίνηση. Αφού θέλουμε οι τελικές απώλειες στην ζεύξη AE να είναι 3% από τον τύπο απωλειών του Erlang μπορούμε να βρούμε τον ακέραιο αριθμό των γραμμών που ικανοποιεί τις απώλειες αυτές για την κίνηση a_{AE}^* . Σύμφωνα με την θεωρία της ισοδύναμης τυχαίας κίνησης ο αριθμός αυτός των γραμμών θα είναι το άθροισμα των πραγματικών και φανταστικών γραμμών για την ζεύξη AE. Αφαιρώντας από τον συνολικό αριθμό γραμμών τον φανταστικό αριθμό

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο: ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΙΣΟΔΥΝΑΜΗΣ ΤΥΧΑΙΑΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ

γραμμών s_{AE}^* προκύπτει ο πραγματικός αριθμός γραμμών s_{AE} που πρέπει να διαθέτει η ζεύξη ΑΕ.

Με την εκτέλεση λοιπόν του 3^{ου} προγράμματος που πραγματοποιεί την διαδικασία που περιγράψαμε βρίσκουμε τις απαιτούμενες χωρητικότητες των ζεύξεων. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί:

Πίνακας 5.3 : Απαιτούμενες χωρητικότητες των ζεύξεων για το σχέδιο υπερροής του σχήματος 5.3.

Ζεύξη	Φορτίο κίνησης	Χωρητικότητα σε trunks
ΑΒ	40.0	36
ΑΓ	25.0	23
ΑΔ	30.0	27
ΑΕ	55.0	79

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Σ. Τσίτσος, « Δίκτυα Τηλεπικοινωνιών », Σέρρες 2002

- [2] Π. Κυριαζίδης, « Δίκτυα Τηλεπικοινωνιών », Εργαστηριακές σημειώσεις ΑΤΕΙ Σερρών, 2002

- [3] Δ. Μητράκου, «Εισαγωγή στα δίκτυα επικοινωνίας ηλεκτρονικών υπολογιστών» Εκδόσεις Α.Π.Θ., Θεσσαλονίκη 1993

- [4] www.cn.ntua.gr, Πίνακες Erlang B, C

- [5] Ε. Μπίλλης «Αυτόματη Τηλεφωνία» Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα 1994.

- [6] Φωτεινή Παυλίδου «Ψηφιακή Τηλεφωνία» Εκδόσεις Α.Π.Θ., Θεσσαλονίκη 1991.

- [7] Μιλτιάδης Αναγνώστου «Δίκτυα Επικοινωνιών», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα 1997.

- [8] Μιχαήλ Λογοθέτης «Θεωρία Τηλεπικοινωνιακής Κινήσεως και εφαρμογές» Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα 2001

- [9] Ε.Δ. Συκάς «Θεωρία Τηλεφωνικής Κίνησης» Εκδόσεις ΕΜΠ, Αθήνα 1998

- [10] Akimaru H. and Kawashima K, «Teletraffic – Theory and Applications», Springer-Verlag, 1993